# МАТЕМАТИКА

## МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

*СЕВДА ИСМАЙЫЛОВА*
*САХИБ АБДУРАХИМОВ*

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

*по предмету*

# МАТЕМАТИКА

*для **7**-х классов общеобразовательных заведений*



Замечания и предложения, связанные с этим изданием, просим отправлять на электронные адреса:
**info@eastwest.az** и **derslik@edu.gov.az**
Заранее благодарим за сотрудничество!

ŞƏRQ-QƏRB

# СОДЕРЖАНИЕ

## РАЗДЕЛ IV. ОДНОЧЛЕНЫ. МНОГОЧЛЕНЫ



## РАЗДЕЛ V. ТРЕУГОЛЬНИКИ



## РАЗДЕЛ VI. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

## РАЗДЕЛ VII. ФУНКЦИЯ



## РАЗДЕЛ VIII. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ



## РАЗДЕЛ IX. КОНГРУЭНТНОСТЬ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



## РАЗДЕЛ X. СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

# ВВЕДЕНИЕ

**О подготовке комплекта учебников**

Комплект учебника по математике для VII класса состоит из учебника и пособия для учителя (МПУ). Преподавание математики согласно этому комплекту будет проходить по 10 разделам. На преподавание математики в VII классе предусмотрено 34 недели по 5 часов в неделю, всего 170 часов. В зависимости от количества каникул уроков может увеличиваться или уменьшаться на несколько часов. Малое суммативное оценивание (МСО) по всем предметам проводится за каждое полугодие не менее 3-х и не более 6-ти раз, не ранее 4-х, но не позднее 6-ти недель и охватывает стандарты, реализованные на данном этапе. По годовому плану VII класса в каждом полугодии планируется 5 малых суммативных оцениваний. Большое суммативное оценивание (БСО) проводится в конце каждого полугодияи праздничных дней в течение календарного года количество. В МПУ представлены образцы материалов для проведения МСО.

**Общее годовое планирование**

| № раздела | Название раздела | Количество часов | Количество недель |
|---|---|---|---|
| I | Статистика. Вероятность | 15 | 3 |
| II | Рациональное числа | 18 | 4 |
| III | Параллельность. Перпендикулярность | 14 | 3 |
| IV | Одночлены, многочлены | 22 | 4 |
| V | Треугольники | 13 | 3 |
| VI | Формулы сокращённого умножения | 16 | 3 |
| VII | Функция | 10 | 2 |
| VIII | Система линейных уравнений | 16 | 3 |
| IX | Конгруэнтность треугольников | 11 | 2 |
| X | Ситуационные задачи | 15 | 3 |
| | Большое суммативное оценивание | 2 | |
| | Повторение | 18 | 4 |
| Итого | | 170 | 34 |

Автором урока является учитель, который его ведет. МПУ дает рекомендации по структуре, курсу, материалам и методам и т.д. для каждого занятия. Отмечается, какие методы более подходят для реализации того или иного стандарта, а также подробно описаны цель работы и задачи, приведенные в учебнике. Однако это не означает, что учитель должен проходить весь урок именно так, как он дан в МПУ. Учитель должен творчески подходить к своей работе, учитывать уровень и потребности класса. Основная цель – отвечать требованиям стандартов содержания в конце учебного года.

Для облегчения усвоения материалов, приведенных в учебном комплекте, преподавателями и учащимися использованы определенные элементы дизайна. В каждом разделе учебника изображен персонаж, который ведет тему. Заметки и инструкции по объяснению темы, выполнению заданий представлены языком персонажа. Такой подход служит повышению интереса учащихся к учебнику и лучшему усвоению предмета. Кроме того, в оформлении учебника были использованы разные оттенки цветов, картинки, связанные с текстом и т. д., не утомляющие учащегося. В начале каждого раздела размещены материалы, служащие для освоения тем, приведенных в разделе.

**Учебник состоит из 10 разделов.**

**Раздел I** называется *«Статистика. Вероятность»*. Было сочтено целесообразным дать в первом разделе такие темы, как изучение статистики разными способами, исследование данных, определение вероятности события. Таким образом, в других разделах, следующих за этим разделом, так или иначе рассматриваются элементы статистики или вероятности. Например, предполагается ответ на исследование, делаются прогнозы о ходе решения, в решении используются таблицы или диаграммы. Для организации работы в направлении сбора и исследования информации в разделе I, наряду с выполнением заданий, создается новая информация, на основе полученной информации строятся схемы, графики, таблицы. Даются прогнозы по будущим событиям.

**Раздел II** называется *«Рациональные числа»*. В этом разделе учащийся учится читать, писать, сравнивать рациональные числа, размещать их на числовой прямой, писать бесконечные периодические десятичные дроби и изучать их свойства. Вводятся сравнение рациональных чисел и неравенства, а также методы решения простых неравенств, когда переменная находится под знаком модуля. В последней теме исследуются свойства действий над рациональными числами, и полученные знания применяются для решения примеров и задач.

**Раздел III** дан под названием *«Параллельность. Перпендикуляр-ность»*. Здесь изучают перпендикулярные и наклонные прямые, проведенные из точки к прямой, изучают построение срединного перпендикуляра отрезка, свойства центральносимметричных фигур, углы, полученные при пересечении двух прямых третьей, объясняются и применяются в исследованиях признаки параллельности прямых. В последней теме исследуются свойства углов, соответствующие стороны которых параллельны или перпендикулярны.

**Раздел IV** называется *«Одночлены, многочлены»*. В этом разделе рассматриваются одночлены и как особые случаи свойства степеней с натуральным показателем. Поскольку степень с натуральным показателем является частным случаем одночлена, было сочтено целесообразным изучать степень с натуральным показателем как часть темы одночлена. Затем изучаются многочлены и операции над ними.

**Раздел V** дан под названием *«Треугольники»*. В первую очередь изучается построение треугольника по трем его сторонам с помощью циркуля, а данные в учебнике QR-коды позволяют учащимся наглядно посмотреть за построением. Позже исследуются стороны треугольника, углы, их свойства, биссектриса, медиана, высота, их по строение и свойства. В то же самое время учащиеся могут визуально наблюдать эти построения. В последней теме изучаются свойства равнобедренных и равносторонних, прямоугольных треугольников.

**Раздел VI** озаглавлен «Формулы сокращённого умножения». Здесь изучаются темы, посвященные возведению в квадрат двучлена, разложению трехчлена на множители с использованием формул квадрата двучлена, разности квадратов двух выражений, возведению двучлена в куб, сумме кубов двух выражений и разности кубов двух выражений. В последней теме задания выполняются с применением формул сокращенного умножения.

**Раздел VII** озаглавлен *«Функция»*. В этом разделе исследуются задание функции разными способами, линейная функция, ее график и взаимное положение графиков линейных функций. В последней теме преподается линейное уравнение с двумя переменными и его график, а задания выполняются путем применения их к различным исследованиям.

**Глава VIII** называется *«Система линейных уравнений»*. В этом разделе исследуются запись системы линейных уравнений с двумя переменными, решение системы линейных уравнений с двумя переменными графическим методом, методом подстановки и методом сложения. В последней теме задачи решаются путем применения системы линейных уравнений с двумя переменными.

**Раздел IX** называется *«Конгруэнтность треугольников»*. В этом разделе рассматриваются конгруэнтные треугольники и 3 признака их конгруэнтности. Изучается применение свойств конгруэнтных треугольников к жизненным задачам.

**Раздел X** называется *«Ситуационные задачи»*. Здесь изучаются задачи на погрешность, процентные задачи, множества и другие вопросы исследования. Учащиеся применяют полученные знания в реальных жизненных ситуациях.

Темы, изучаемые в учебнике математики для 7-го класса, включены в соответствии с программой обучения математике (куррикулумом) для общеобразовательных школ Азербайджанской Республики (I–XI классы). Образовательная программа (куррикулум) по предмету математика представляет собой документ, отражающий всю деятельность, направленную на достижение общих результатов обучения путем определения основных целей математического образования в общеобразовательной школе, и ориентированный на возможности и потребности каждого учащегося. Этот документ предназначен для учителей, руководителей школ, авторов учебников, родителей и широкой общественности.

Образовательная программа (куррикулум) по предмету математика является основой правил, которые подготовлены в виде соответствующих инструкций по подготовке учебников и учебных пособий, планированию учебных материалов, определению методов обучения и осуществлению подготовки учителей.

Эта образовательная программа, разработанная на основе стан-дартов содержания, ориентированных на результат, включает в себя регулярное оценивание прогресса успеваемости учащихся для обеспечения усвоения стандартов, а также устанавливает стандарты содержания в качестве основной цели для постепенного увеличения скорости прогресса успеваемости учащихся, выдвигает на первый план прививание учащимся навыков, необходимых в повседневной жизни.

В процессе определения стандартов содержания основное внима-ние уделяется балансу основных результатов обучения (расчетнопроце-дурные навыки, когнитивное понимание и решение проблем).

Эта учебная программа представляет ключевые результаты обучения посредством взаимодействия содержания и направлений деятельности, чтобы определить, что учащиеся должны «знать» и «уметь».

## Стандарты содержания и результаты обучения

**По окончании VII класса учащийся:**

- читает, пишет, сравнивает и упорядочивает рациональные числа, применяет свойства объеденения и пересечения множеств для решения задач;
- упрощает выражения, содержащие степень с натуральным показателем, применяет формулы сокращенного умножения;
- применяет формулы простого процентного роста и формулы сложного процентного роста для решения простых задач, строит линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными, в соответствии с жизненной ситуацией, записывает произнесенное устно двухшаговое предложение в виде неравенства;
- выполняет операции сложения, вычитания и умножения над многочленами;
- решает линейное уравнение с одной переменной, уравнение с переменной под знаком модуля и систему двух линейных уравнений с двумя переменными, определяет решение простых неравенств с переменной под знаком модуля методом подбора, выражает зависимости между величинами в виде линейной функции;
- знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически описывает, применяет теорему о сумме внутренних углов треугольника и свойство внешнего угла;
- делит отрезок пополам, строит срединный перпендикуляр отрезка, биссектрису угла и треугольник по его сторонам, строит фигуру симметричную с данной фигурой относительно заданной точки, строит график прямой, заданной уравнением $y=kx+b$, определяет точки пересечения этой прямой с осями координат;
- находит абсолютную и относительную погрешность результата измерения;
- представляет данные в виде диаграммы, гистограммы или графика, определяет пределы изменения, проверяет и уточняет прогнозы, сделанные на основе статистических данных;
- находит количество элементарных событий в эксперименте и применяет формулу суммирования вероятностей.

## Основные стандарты и подстандарты по содержательным линиям

1. Числа и действия
   Учащийся:

*1.1. Применяет числа, различную форму написания чисел, отношения между ними.*

1.1.1. Читает и записывает рациональные числа.

Результаты обучения:

- Понимает концепцию рациональных чисел, распознает числа, читает, пишет,

- Сопоставляет разные множества чисел,
- Преобразует рациональные числа из одной записи в другую,
- Выполняет операции над рациональными числами,

1.1.2. Сравнивает и упорядочивает рациональные числа.

Результаты обучения:

- Сравнивает рациональные числа, записывает их в порядке убывания или возрастания.
- Определяет числа, которые идут до и после рациональных чисел.

1.1.3. Указывает на координатной оси точку, соответствующую рациональному числу.

Результаты обучения:

- Упорядочивает и сравнивает рациональные числа на оси координат,
- Определяет координату заданной точки на оси координат.

1.1.4. Применяет в решении задач свойства объединения и пересечения множеств.

Результаты обучения:

- Знает и выражает свойства объеденений и пересечений множеств,
- Применяет элементарные свойства множеств при решении задач.

*1.2. Применяет арифметические действия, математические процедуры и их взаимосвязи.*

1.2.1. Находит значение числового выражения, придерживаясь последовательности выполнения действий (в том числе возведение в степень с натуральным показателем).

Результаты обучения:

- Знает последовательность выполнения арифметических действий,
- Находит значение выражения, применяя последовательность выполнения арифметических действий.

1.2.2. Применяет свойства степени с натуральным показателем.

Результаты обучения:

- Понимает понятия степени одночлена, степени с натуральным показателем,
- Анализирует свойства степени с натуральным показателем,
- Применяет свойства степени с натуральным показателем.

1.2.3. Упрощает выражения, включающие степень с натуральным показателем.

Результаты обучения:

- Знает в последовательности действий очередность возведения в степень с натуральным показателем,
- Упрощает выражения, включающие степени с натуральным показателем,
- Понимает понятия степени одночлена и степени с натуральным показателем.

1.2.4. Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений.

Результаты обучения:

- Выполняет операции с многочленами,
- Находит произведение двучленов,
- Находит степень двучленов
- Знает и применяет формулы сокращенного умножения,
- Выполняет преобразования по формулам сокращенного умножения

1.2.5. Применяет в решении простых задач формулы простого процентного роста исложного процентного роста.

Результаты обучения:

- Находит процент числа, число по проценту,
- Решает задачи, связанные с процентами, используя формулу простого процентного роста,
- Решает задачи, связанные с процентами, используя формулу сложного процентного роста,
- Применяет для решения простых задач формулы простого процентного роста и
- сложного процентного роста.

1.3. *Проводит расчёты, проверяет достоверность полученных результатов.*

1.3.1. Проводит приблизительные расчёты в решении практических задач и проверяет достоверность полученных результатов.

Результаты обучения:

- Может делать приблизительные расчеты при решении задач,
- Определяет точность приблизительных расчетов.

2. Алгебра и функции

Учащийся:

*2.1. Выражает в алгебраической форме и исследует проблемы, возникающие при разных ситуациях.*

2.1.1. Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.

Результаты обучения:

- Строит уравнение в соответствии с условием задачи,
- Решает задачи путем построения линейных уравнений с двумя переменными,
- Может проверить, удовлетворяет ли корень уравнения условию задачи.

2.1.2. Записывает в виде неравенства двухуровневые выражения, произнесённые устно.

Результаты обучения:

- Сравнивает числа,
- Записывает предложение в виде неравенства,
- Понимает решение двойного неравенства.

2.1.3. Определяет наличие отсутствие линейной зависимости между парами координат, данных во множестве рациональных чисел.

Результаты обучения:

- Находит расстояние между двумя точками,
- Демонстрирует знание о прямой линии, проходящей через две точки,
- Понимает понятие линейного уравнения.

*2.2. Выполняет алгебраические процедуры.*

2.2.1. Выполняет действия сложения, вычитания и умножения над многочленами.

Результаты обучения:

- Выполняет операции над многочленами,
- Демонстрирует, что сумма, разность, произведение многочленов является многочленом.

2.2.2. Решает линейное уравнение с одной переменной, уравнение с переменной под знаком модуля и систему двух линейных уравнений с двумя переменными.

Результаты обучения:

- Решает линейное уравнение с одной переменной,
- Решает простое уравнение с переменной внутри знака модуля,
- Решает систему двух линейных уравнений с двумя пере-менными.

2.2.3. Определяет методом подбора решение простых неравенств с переменной внутри знака модуля.

Результаты обучения:

- Понимает решение простых неравенств с модулем,
- Методом подбора определяет решение простых неравенств с переменной под знаком модуля.

*2.3. Выражает в виде функций зависимость между величинами, встречающимися в повседневной жизни.*

2.3.1. Выражает в виде линейной функции зависимость между длиной пройденного пути и временем при прямолинейном равномерном движении и зависимость между температурой по Цельсию и температурой по Фаренгейту.

Результаты обучения:

- Выражает зависимость пути, пройденного при равномерном прямолинейном движении, от времени в виде линейной функции,
- Выражает зависимость температуры в градусах Цельсия от Фаренгейта в виде линейной функции.

3. Геометрия

Учащийся:

*3.1. Исследует признаки и свойства фигур с помощью геометрического изображения, представления и логических суждений.*

3.1.1. Знает основные элементы треугольников и отношения между ними, геометрически их изображает.

Результаты обучения:

- Знает соотношение между сторонами и углами треугольника, геометрически изображает,
- Практически применяет соотношения между сторонами и углами треугольника.

3.1.2. Делит отрезок пополам, строит серединный перпендикуляр отрезка, биссектрису угла и треугольник по его сторонам.

Результаты обучения:

- Выполняет деление отрезка пополам построением,
- Строит серединный перпендикуляр отрезка,
- Строит биссектрису угла,
- Строит треугольник по трем его сторонам.

3.1.3. Применяет свойства углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

Результаты обучения:

- Применяет свойства углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей,
- Знает признаки параллельности прямых,
- Применяет на практике признаки параллельности прямых.

3.1.4. Применяет теорему о сумме внутренних углов треугольника и свойство внешнего угла.

Результаты обучения:

- Знает и применяет теорему о сумме внутренних углов треугольника,
- Знает и применяет свойство внешнего угла треугольника.

3.1.5. Понимает понятия аксиомы, теоремы, прямой теоремы и обратной теоремы.

Результаты обучения:

- Знает понятие аксиомы,
- Знает понятие теоремы, обратной теоремы,
- Может использовать аксиомы и теоремы для доказательства утверждений.

*3.2. Применяет геометрические преобразования и симметрию при решении проблем ситуаций.*

3.2.1.Строит фигуру, симметричную заданной фигуре, относительно данной точки (Центральная симметрия).

Результаты обучения:

- Строит фигуру, симметричную заданной фигуре относительно заданной точке,
- Понимает, что такое центральная симметрия,
- Распознает центральносимметричные фигуры.

3.2.2. Знает и применяет признаки конгруэнтности треугольника.

Результаты обучения:

- Знает и применяет I признак конгруэнтности треугольников,
- Знает и применяет II признак конгруэнтности треугольников,
- Знает и применяет III признак конгруэнтности треугольников.

3.2.3. Строит график прямой, заданной уравнением $y = kx + b$, определяет точки пересечения этой прямой с координатными осями.

Результаты обучения:

- Строит график прямой линии, заданной уравнением $y = kx + b$,
- Определяет положение прямой в координатной плоскости,
- Определяет координаты точек пересечения с осями координат прямой линии.

4. Измерение

Учащийся:

*4.1. Понимает значение единиц измерения, использует соответствующие инструменты для измерения.*

4.1.1. Переводит одноименные величины из одной единицы измерения в другую.

Результаты обучения:

- Переводит одноименную величину из одной единицы измерения в другую,
- Применяет отношения между единицами измерения для решения практических задач.

Учащийся:

*4.2. Проводит вычисления, используя средства измерения и вычисления.*

4.2.1. Находит абсолютную и относительную погрешности результатов измерения.

Результаты обучения:

- Понимает определения абсолютной погрешности, относительной погрешности,
- Находит абсолютную и относительную погрешности результата измерения.

5. Статистика и вероятность

Учащийся:

*5.1. Собирает, систематизирует, исследует статистические данные, представляет результат.*

5.1.1. Собирает данные, используя разные методы.

Результаты обучения:

- Определяет метод, который будет использоваться при сборе данных,
- Может собирать информацию различными методами.

5.1.2. Представляет данные в виде диаграммы, гистограммы или графика.

Результаты обучения:

- Может представлять информацию разными способами,
- Может исследовать информацию, представленную в любой форме.

5.1.3. Определяет границы изменения собранных числовых данных.

Результаты обучения:

- Умеет представлять числовые данные, разделяя их на интервалы,
- Определяет пределы изменения числовых данных.

5.1.4. Проверяет и уточняет прогнозы на основе статистических данных.

Результаты обучения:

- Может проверять прогнозы, полученные на основе статистических данных
- Может делать точные прогнозы на основе статистических данных.

*5.2. Понимает и применяет основные понятия теории вероятности..*

5.2.1. Находит число элементарных событий в проводимом эксперименте и на его основе вычисляет вероятность событий.

Результаты обучения:

- Понимает понятие элементарного события,
- Может определить количество элементарных событий по опыту,
- Может определить количество возможных и благоприятных случаев возникновения элементарного события,
- Может найти вероятность элементарного события.

5.2.2. Определяет число благоприятных исходов для относительно сложных событий.

Результаты обучения:

- Может определить количество благоприятных случаев в относительно сложных событиях,
- Может определить количество возможных случаев в относительно сложных событиях.

5.2.3. Применяет формулу суммы вероятностей.

Результаты обучения:

- Может найти сумму вероятностей несовместимых событий,
- Знает, в каких случаях можно применить формулу суммы вероятностей.

## Урок как основная форма организации обучения

Урок является важной частью учебного процесса. Знания, умения и навыки в основном формируются на занятиях, в учебном процессе также закладываются основы умственного, духовного, эстетического и физического и т.д. воспитания личности. Урок считается основной формой организации обучения и воспитания. Как солнце отражается в капле воды, так и все аспекты обучения отражаются в уроке. По этой причине учитель должен хорошо разбираться в теории и практике урока, уметь строить его на основе современных требований.

Урок представляет собой одну из форм целенаправленной коллективной организации обучения, основанную на непосредственном взаимодействии учителя и учащихся, которое происходит по определенному режиму в стабильном составе в аудиторных условиях. Урок формирует основу для других форм обучения: чем лучше усвоен материал на уроке, тем эффективнее будут другие формы (домашнее задание, упражнения и т. д.).

Чтобы построить урок на нужном уровне, нужно знать его виды и правильно его организовать. Виды уроков определяются в соответствии с основной дидактической целью урока. В настоящее время выделяют четыре типа уроков:

- ✓ Урок, который дает новые знания,
- ✓ Урок по применению (или выполнению заданий),
- ✓ Закрепляющий урок,
- ✓ Проверочный урок.

В педагогической литературе иногда предлагается комплексный (комбинированный или объединенный) тип урока. Хотя у этого типа урока есть несколько целей, главная цель состоит в том, чтобы передать новые знания. Поэтому правильнее было бы отнести его к первому типу.

Каждый тип урока имеет свою структуру. Например, примерная структура типа урока, дающего новые знания, выглядит следующим образом:

**Урок, который дает новые знания:**

1. Проверка домашнего задания, оценивание
2. Самостоятельная работа над новой темой
3. Объяснение жизненной важности темы (мотивация)
4. Освоение новой темы
5. Закрепление нового материала
6. Завершение урока и объяснение домашнего задания.

**Урок по применению (или выполнению заданий)**

1. Проверка домашнего задания, оценивание
2. Самостоятельная работа над новой темой
3. Объяснение жизненной важности темы (мотивация)
4. Освоение новой темы
5. Закрепление нового материала
6. Завершение урока и объяснение домашнего задания.

Структура урока, количество и последовательность этапов указаны приблизительно. В зависимости от предмета, темы и класса, цели урока, уровня учащихся уроки могут быть организованы в разных вариантах. Обучение, являющееся живым и творческим процессом, не может быть ограничено какой-либо универсальной, стандартной структурой.

## Этапы активного урока:

| № | Этапы активного урока | Результат каждого этапа |
|---|---|---|
| 1 | **Мотивация** (Постановка проблемы, гипотеза, исследовательский вопрос) | Гипотезы и исследовательский вопрос |
| 2 | **Проведение исследования** (поиск фактов для проверки гипотез и ответа на вопрос исследования) | Исследовательская работа, новые факты |
| 3 | **Обмен информацией** (представление полученной информации и собственных исследований) | Новая информация для обсуждения |
| 4 | **Обсуждение и организация информации** (обсуждение информации, нахождение связи между различными фактами, их классификация) | Систематизированная информация |
| 5 | **Выводы и обобщение** (обобщение и сравнение их с гипотезами, вывод об их подтверждении или опровержении, ответ на исследовательский вопрос) | Новое знание (обобщение) |
| 6 | **Творческое применение** (презентация в новых ситуациях, решение практических задач) | Понимание того, как применить опыт и знания |
| 7 | **Оценивание и рефлексия** (развитие и оценивание личной активности; можно провести на любом этапе) | Привычка самооценивания, овладение правилами учебной деятельности, навыки самостоятельного обучения |

**I этап урока:** Мотивация, постановка проблемы. Как известно, любое исследование следует начинать с постановки проблемы. Реальная проблема всегда порождает многочисленные гипотезы, предположения, и для их проверки необходимо сначала сформулировать исследовательский вопрос. Именно исследовательский вопрос играет роль проводника, «путеводной звезды», ведущей к открытию новых знаний. Согласно 1-му механизму активного обучения, наличие проблемы является основным этапом в создании познавательной деятельности.

Но почему мы называем этот этап урока мотивационным? Как психологический фактор мотивация является движущей силой, приводящей в действие механизм любой деятельности. На активном уроке проблема и необходимость ее решения выступают как мотивация, побуждающая мыслительный процесс к работе и повышающая познавательную активность учащихся.

Одним из важнейших достижений этого процесса является свобода и самостоятельность мыслительной способности: ребенок выражает свое мнение словами «по моему...», «мне так кажется, что...», «я считаю, что. ..».

**II этап урока:** Проведение исследования. Как естественное следствие формирования гипотез решения проблемы возникает необходимость поиска фактов, способных подтвердить или опровергнуть выдвинутые гипотезы, а также помочь ответить на исследовательский вопрос. Этому должны способствовать различные исследования, которые целенаправленно ведут учащихся к решению предложенной проблемы, несут новую информацию и новые вопросы. Именно в процессе изучения новых фактов и поиска ответов на эти вопросы создаются подходящие условия для размышлений и открытия новых знаний.

Исследование можно проводить в разных формах: со всем классом, в малых группах, в парах и индивидуально. Но само понятие интерактивного обучения предполагает наличие более активных форм работы по сравнению с фронтальными или индивидуальными формами, применяемыми в традиционном обучении. Интерактивный характер обучения более выражен при работе в малых группах или в парах.

**III этап занятия:** Обмен информацией На этом этапе участники обмениваются выводами и новой информацией, полученной в ходе исследования. Необходимость найти ответ на поставленный вопрос побуждает всех участников исследования активно слушать доклады друг друга. Презентация как бы замыкает круг новых знаний, а пока эти знания неполны и хаотичны. Именно на этом этапе возникает новая потребность – необходимость организовать и систематизировать эти знания, найти ответ на вопрос исследования, чтобы прийти к определенному выводу.

**IV этап урока:** Обсуждение информации и ее организация. Это наиболее сложный этап, который требует мобилизации всех мыслительных навыков, разных типов мышления (логического, критического, творческого). Преподаватель помогает в целенаправленном обсуждении и организации полученных фактов с помощью фасилитации (используя наводящие, вспомогательные вопросы). Организация информации направлена на выявление связей между всеми фактами и их систематизацию. В результате начинают четко выделяться черты ответа на актуальный исследовательский вопрос.

**V этап урока:** Вывод, обобщение. Таким образом, учащимся остается сделать последний шаг на пути к открытию новых знаний: прийти к конкретному выводу и определить обобщение. Для этого ученик должен не только обобщить полученную информацию, но и самостоятельно согласовать вывод с исследовательским вопросом (отвечает ли этот результат на тот вопрос?) и с предложенными гипотезами (есть ли среди них верная?). Это очень важный момент. Кульминацией урока является неповторимое чувство радости и удовлетворения, которое испытывают ученики, сами для себя открывающие знания.

**VI этап урока:** Творческое применение. Как известно, главным критерием усвоения знаний является их творческое применение. Творческое применение закрепляет знания, раскрывает ребенку их практическую значимость. Поэтому, если есть возможность, учитель может предложить учащимся попробовать применить полученные знания для решения тех или иных задач или найти ответы на какието новые вопросы. Если творческое применение сразу невозможно, и если требуется пройти путь овладения знаниями до конца (от применения модели до применения в новых условиях), то необходимо пройти этот путь. Однако, в конце концов, лучше, чтобы учащимся давали работу по творческому применению обнаруженных ими знаний, в этом случае эти знания навсегда отложатся в их сознании. Этот этап не может быть ограничен только одним учебным занятием по времени, то есть его реализация возможна и на последующих уроках.

**VII этап урока:** Оценивние или рефлексия. Оценивание — это механизм обеспечения совершенствования любого процесса. Для того, чтобы совершенствоваться, важно вовремя обнаружить собственные недостатки и собственные достижения, определить, что мешает и что помогает успеху. Этой цели должны служить процессы оценивания и осмысления учебной деятельности учеников.

Как указывалось выше, одной из важных особенностей активного обучения является самостоятельное обучение (учиться учить), способность приобретать навыки самостоятельного развития. При проведении после окончания урока одной из указанных процедур – оценивания или рефлексии целесообразным будет пересмотр процессов самостоятельного обучения и, как следствие, совершенствование собственной учебной деятельности.

Иногда оценивание и рефлексия могут быть включены в разные этапы урока, что само по себе помогает процессу обучения быть более успешным. Степень эффективности работы учеников может быть оценена как количественно, так и качественно, и может осуществляться разными способами и в разных формах (см. раздел «Оценивание»). Однако учителю следует помнить, что оценивание должно служить в первую очередь средством самооценивания и самоконтроля ученика.

Каждое занятие выражает педагогически-методическое лицо учителя; учитель в основном оценивается за уроки, которые он проводит. Поэтому учитель должен подходить к каждому занятию с большой ответственностью и уметь построить его на высоком уровне. Для этого необходимо хорошо знать современные требования, предъявляемые к уроку, и правильно их применять.

**Современные требования к уроку.** К уроку предъявляется множество требований. Их можно разделить на две группы: общие и специальные требования. Общие требования к уроку выражены в принципах обучения. На уроке должны комплексно реализовываться дидактические принципы (связь с жизнью, научность, системность, осознанность и активность, наглядность, актуальность, индивидуальный подход и др.).

Специальные требования – это требования, непосредственно связанные с уроком. Их можно разделить на следующие основные группы:

**1.** На уроке должен быть достигнут высокий образовательный, развивающий и воспитательный эффект. Каждое действие измеряется результатом. На уроке должны быть реализованы задачи обучения, воспитания и развития, должны быть достигнуты реальные результаты. Если на уроке усвоен программный материал, если учащиеся приобрели определенные интеллектуально-духовные качества и умственные способности, такой урок можно считать хорошим уроком.

**2.** На уроке должно быть определено оптимальное содержание учебного материала. Исходя из целей и задач, стоящих перед уроком, уровня подготовки учащихся, учитель должен определить объем, степень трудности, основные вопросы, возможности межпредметной связи изучаемого материала, добиться усвоения содержания в ходе урока.

**3.** Должен быть выбран и применен на уроке эффективный методический вариант. Набор соответствующих методов и средств определяется в соответствии с целью и содержанием урока, возможностями понимания учащихся. Урок эффективен, не когда учитель охотно интерпретирует знания, а когда вовлекает учащихся в активные поиски, пробуждает их независимое мнение. В этом плане хорошие результаты дают создание проблемной ситуации на уроке, проведение эвристических бесед и дискуссий, организация творческой работы над книгой, обращение к логическим приемам, дающим пищу для размышлений (сравнение, анализ-композиция, обобщение и др.). Урок, проводимый в двух параллельных классах по одному и тому же предмету, по одному и тому же методическому варианту, дает разные результаты: в одном классе урок дает результат, а в другом нет.

**4.** Урок должен быть организационно мобильным и гибким. Организация урока должна быть упорядоченной: он должен начинаться вовремя, основываться на высокой дисциплине, проходить в оптимальном темпе, быть интенсивно построенным (то есть должен быть достигнут высокий результат в короткие сроки).

Урок также должен быть построен гибко, далек от шаблонов и схематизма. В зависимости от ситуации на уроке учитель должен гибко вносить изменения в содержание, структуру и распределение времени урока.

Хороший урок должен быть логически и психологически завершенным, то есть на уроке должна преподаваться определенная логическая часть (логическая завершенность), а учащиеся должны чувствовать, что они усвоили что-то полностью, у них не должно быть чувства незавершенности (психологическая завершенность).

На уроке должна быть создана обратная связь; преподаватель должен получать своевременную информацию о чувствах учащихся, их отношении к учебе, их заинтересованности, уровне мастерства.

**5.** На занятии должен быть создан благоприятный психологический климат, положительный эмоциональный настрой. Эффективность занятия тесно связана с его эмоциональной обстановкой: занятие, проходящее в условиях негативных эмоций (страха, недоверия, грусти и др.), становится скучным, утомительным и малоэффективным. На уроке должны преобладать взаимное уважение, доверие, педагогическое сотрудничество, хорошее настроение, по-ложительные душевные переживания (радость,

радость обучения, уверенность, удивление и т. д.) между учителем и учащимися.

Урок, отвечающий указанным требованиям, считается хорошим уроком; на таком занятии достигается высокая эффективность и положительные воспитательные результаты.

Однако следует отметить, что эта структура является гибкой и может меняться в зависимости от определенных факторов. Некоторые этапы необходимо сохранить, а некоторые можно сократить. В ряде случаев возможен синтез активных и традиционных занятий. Эффективность процесса обучения зависит от правильного выбора метода обучения. Прежде всего, учитель должен уметь определить цель урока: урок формирует новые знания и умения или доводит какой-либо навык до уровня привычки. Подходя к вопросу таким образом, в обзоре уроков в МПУ все этапы активных уроков даны не в одном и том же порядке. Рекомендуются методы и приемы, которые служат для реализации результатов обучения, исходя из стандарта содержания. Кроме того, объясняется цель каждого задания, данного в учебнике, и предоставляется дополнительная информация в помощь учителю.

**Внутри и междисциплинарная интеграция:** стандарты содержания математики настолько взаимосвязаны, что уроки не могут быть структурированы только в одном направлении. Поэтому во многих случаях существуют условия для внутренней интеграции. Иногда требуется выполнить определенное задание с привязкой к стандартам содержания, реализованным в младших классах (внутрипрежметная вертикальная интеграция). Основной целью занятий по математике является реализация стандартов содержания этого предмета. Однако иногда стандарт другого предмета выступает как средство для дости-жения цели, и в этом случае происходит междисциплинарная интеграция.

**Инклюзивность и нравственные ценности:** В учебнике достаточно места для популяризации национальных и нравственных ценностей, истории, памятников культуры и выдающихся личностей нашего народа. Задания о Карабахе направлены на то, чтобы сохранить генетическую память нашего народа. Это служит для того, чтобы привить чувство патриотизма учащимся и помочь им вырасти патриотичными гражданами.

**Оценивание:** существует три типа внутришкольного оценивания, основанных на требованиях куррикулума:

**Диагностическое оценивание** служит для выбора стратегии обучения учителем, определяя исходный уровень знаний и умений ученика.

Основная суть **формативного оценивания** заключается в постоянном наблюдении за учебной деятельностью учащегося. Формативное оценивание проводится с целью формирования знаний и умений обучающегося и достижения результатов обучения.

**Суммативное оценивание** – это оценивание достижений учащегося по окончании определенного этапа. Формативное оценивание – это процесс, сопровождающий урок. Этот вид оценивания является одним из важных аспектов внутришкольного оценивания, которое проводится с целью наблюдения за деятельностью учащегося с целью достижения знаний и умений, вытекающих из стандартов, устранения возникающих в это время проблем и направления ученика. Формативное оценивание проводится регулярно с целью выяснить потребности учащегося, исследовать причины его неуспеваемости и обеспечить его развитие.

Ниже приведены примеры критериев оценивания и уровней, установленных на основе некоторых стандартов. Образцы подготовлены на основании «Инструкции по проведению внутришкольного оценивания в общеобразовательных школах», представленной Министерством образования в 2013 году. Преподаватель, ведущий предмет, может на основе этих примеров определить критерии оценивания и уровни стандартов содержания, реализуемых на уроке, для проведения формативного оценивания.

2.2.3. Проверяет и уточняет прогнозы на основе статистических данных.

| Критерий | I уровень | II уровень | III уровень | IV уровень |
|---|---|---|---|---|
| **Проверка и уточнение прогнозов** | Не может проверить и уточнить прогнозы. | Приводимых им аргументов недостаточно для проверки и уточнения прогнозов. | В его аргументах для проверки и уточнения предсказаний наблюдается непоследовательность. | Приводит точные аргументы для проверки и уточнения прогнозов. |

Напоминаем еще раз, что представленные варианты являются лишь примерами. Критерии формативного оценивания должны определяться самими учителями, исходя из реализованных на уроке содержательных стандартов. В конце разделов учитель проводит малое суммативное оценивание (МСО). В МПУ в конце каждого раздела даны материалы для итогового оценивания. Преподаватель может использовать эти материалы для проведения МСО или подготовить собственные средства оценивания на основе этих примеров. Большое суммативное оценивание (БСО) проводится в конце полугодий преподавателем по предмету или специальной комиссией под контролем руководства общеобразовательного учреждения.

**Самооценивание учащихся**. Учитель может провести самооценивание в конце каждого раздела после урока «Обобщающие задания».

## Образец годового планирования по предмету Математика в 7 классе

| № | Предмет | Часы | Стандарт | Примечание |
|---|---|---|---|---|
| **Раздел I. Статистика. Вероятность** | | **15** | | |
| **1** | Сбор данных | 2 | 5.1.1. | |
| **2** | Презентация информации | 4 | 5.1.2.,5.1.3. | |
| **3** | Прогнозирование | 2 | 5.1.4. | |
| **4** | Вероятность события | 3 | 5.2.1. 5.2.2. | |
| **5** | Сумма вероятностей | 2 | 5.2.3. | |
| **6** | Обобщающие задания | 1 | 5.1.1.,5.1.2., 5.1.3.,5.1.4., 5.2.1.,5.2.2., 5.2.3. | |
| **7** | **Малое суммативное оценивание №1** | **1** | | |
| **Раздел II. Рациональные числа** | | **18** | | |
| **1** | Написание и чтение рациональных чисел | 1 | 1.1.1. | |
| **2** | Периодические десятичные дроби | 3 | 1.1.1. | |
| **3** | Преобразование периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь | 3 | 1.1.1. | |
| **4** | Представление рациональных чисел на числовой оси | 2 | 1.1.3. | |
| **5** | Сравнение рациональных чисел | 2 | 1.1.2. | |
| **6** | Неравенства с модулем | 2 | 2.2.3. | |
| **7** | Действия над рациональными числами и их свойства | 3 | 1.1.1. | |
| **8** | Обобщающие задания | 1 | 1.1.1, 1.1.2., 1.1.3., 2.2.3. | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **9** | **Малое суммативное оценивание № 2** | **1** | | |
| **Раздел III. Параллельность. Перпендикулярность.** | | **14** | | |
| **1** | Перпендикуляр и наклонная | 2 | 3.1.2., 3.1.5. | |
| **2** | Серединный перпендикуляр отрезка | 1 | 3.1.2. | |
| **3** | Центральная симметрия | 1 | 3.1.2. | |
| **4** | Углы, полученные при пересечении двух прямых с третьей | 2 | 3.1.3. | |
| **5** | Признаки параллельности прямых | 3 | 3.1.3. | |
| **6** | Углы, соответствующие стороны которых параллельны или перпендикулярны | 3 | 3.1.3. | |
| **7** | Обобщающие задания | 1 | 3.1.1.,3.1.2., 3.1.3. | |
| **8** | **Малое суммативное оценивание № 3** | **1** | | |
| **Раздел IV. Одночлены. Многочлены** | | **22** | | |
| **1** | Одночлены и их произведение | 2 | 1.2.2.,1.2.3. | |
| **2** | Отношение одночленов | 3 | 1.2.2.,1.2.3. | |
| **3** | Возведение в степень произведения и отношения одночленов | 2 | 1.21.,1.2.2., 1.2.3. | |
| **4** | Многочлен и его стандартная форма | 2 | 2.2.1. | |
| **5** | Сложение и вычитание многочленов | 3 | 2.2.1. | |
| **6** | Умножение одночлена на многочлен | 2 | 2.2.1. | |
| **7** | Умножение многочлена на многочлен | 2 | 2.2.1. | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **8** | Разложение многочлена на множители | 4 | 2.2.1. | |
| **9** | Обобщающие задания | 1 | 1.21.,1.2.2., 1.2.3., 2.2.1. | |
| **10** | **Малое суммативное оценивание № 4** | **1** | | |
| **Раздел V. Треугольники** | | **13** | | |
| **1** | Построение треугольника по трем сторонам | 1 | 3.1.2. | |
| **2** | Углы и стороны треугольника. | 6 | 3.1.1., 3.1.4. | |
| **3** | Элементы треугольника: гипотенуза, медиана, высота. | 4 | 3.1.1. | |
| **4** | Обобщающие задания | 1 | 3.1.1.,3.1.2., 3.1.4. | |
| **5** | **Малое суммативное оценивание № 5** | **1** | | |
| 7 | Большое суммативное оценивание №1 | **1** | | |
| **Раздел VI. Формулы сокращенного умножения** | | **16** | | |
| **1** | Возведение двучлена в квадрат | 2 | 1.2.4. | |
| **2** | Разложение трехчлена на множители по формуле квадрата двучлена | 2 | 1.2.4. | |
| **3** | Разность квадратов двух выражений | 3 | 1.2.4. | |
| **4** | Возведение двучлена в куб | 2 | 1.2.4. | |
| **5** | Сумма кубов и разность кубов двух выражений | 2 | 1.2.4. | |
| **6** | Применение формул сокращенного умножения | 3 | 1.2.4. | |
| **7** | Обобщающие задания | 1 | 1.2.4. | |
| **8** | **Малое суммативное оценивание № 6** | **1** | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Раздел VII. Функция** | | **10** | | |
| **1** | Задание функции | 2 | 2.1.3. | |
| **2** | Линейная функция | 2 | 3.2.3. | |
| **3** | Взаимное расположение графиков линейных функций | 1 | 3.2.3. | |
| **4** | Линейное уравнение с двумя переменными и его график | 3 | 2.1.3., 3.2.3. | |
| **5** | Обобщающие задания | 1 | 2.1.2.,3.2.3. | |
| **6** | **Малое суммативное оценивание № 6** | **1** | | |
| | **Раздел VIII. Система линейных уравнений** | **16** | | |
| **1** | Система линейных уравнений с двумя переменными | 2 | 2.1.1. | |
| **2** | Графическое решение системы линейных уравнений с двумя переменными | 2 | 2.1.1. | |
| **3** | Решение системы линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки | 3 | 2.1.1. | |
| **4** | Решение системы линейных уравнений с двумя переменными методом сложения | 3 | 2.1.1. | |
| **5** | Решение задач с использованием системы линейных уравнений с двумя переменными | 4 | 2.1.1. | |
| **6** | Обобщающие задания | 1 | 2.1.1. | |
| **7** | **Малое суммативное оценивание № 8** | **1** | | |
| | **Раздел IX. Конгруэнтность треугольников** | **11** | | |
| **1** | Конгруэнтные треугольники | 1 | 3.2.2. | |
| **2** | Первый признак конгруэнтности треугольников | 2 | 3.2.2. | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **3** | Второй признак конгруэнтности треугольников | 2 | 3.2.2. | |
| **4** | Третий признак конгруэнтности треугольников | 2 | 3.2.2. | |
| **5** | Свойства равнобедренных и равносторонних треугольников. | 2 | 3.2.2 | |
| **5** | Обобщающие задания | 1 | 3.2.2. | |
| **6** | **Малое суммативное оценивание № 9** | **1** | | |
| | **Раздел X. Ситуационные задачи** | **15** | | |
| **1** | Задачи на погрешность. Абсолютная погрешность | 1 | 4.2.1. | |
| **2** | Относительная погрешность | 2 | 4.2.1. | |
| **3** | Задачи на проценты | 3 | 1.2.5.,4.1.1. | |
| **4** | Операции над множествами | 2 | 1.1.4. | |
| **5** | Задачи на исследование | 5 | 1.3.1.,2.3.1., 4.3.1. | |
| **6** | **Малое суммативное оценивание № 10** | **1** | | |
| **7** | **Повторение** | **18** | | |
| **9** | **Большое суммативное оценивание № 2** | **1** | | |

## РАЗДЕЛ I. СТАТИСТИКА. ВЕРОЯТНОСТЬ

| Стандарт и подстандарт | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| 5.1. Собирает, систематизирует, анализирует и представляет статистическую информацию.<br>5.1.1. Собирает данные, используя разные методы.<br>5.1.2. Представляет данные в виде диаграммы, гистограммы или графика.<br>5.1.3. Определяет границы изменения собранных числовых данных.<br>5.1.4. Проверяет и уточняет прогнозы на основе статистических данных.<br>5.2. Понимает и применяет основные понятия теории вероятностей.<br>5.2.1. Находит число элементарных событий в проводимом эксперименте и на его основе вычисляет вероятность событий.<br>5.2.2. Определяет количество благоприятных случаев для относительно сложного события.<br>5.2.3. Применяет формулу суммы вероятностей.<br>4.1.1. Переводит одноименную величину из одной единицы измерения в другую. | 5.1.1. | **Урок 1.1.** Сбор данных | 1 | 8-9 |
| | 5.1.1. | **Урок 1.2.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 5.1.2. | **Урок 1.3.** Презентация информации | 1 | 10-20 |
| | 5.1.2. | **Урок 1.4.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 5.1.2., 5.1.3. | **Урок 1.5.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 4.1.1. | **Урок 1.6.** Единица измерения Фаренгейт | 1 | |
| | 5.1.4. | **Урок 1.7.** Прогнозирование | 1 | 21-23 |
| | 5.1.4. | **Урок 1.8.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 5.2.1. | **Урок 1.9.** Вероятность события | 1 | 24-27 |
| | 5.2.1. | **Урок 1.10.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 5.2.2. | **Урок 1.11.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 5.2.3. | **Урок 1.12.** Сумма вероятностей | 1 | 28-30 |
| | 5.2.3. | **Урок 1.13.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 5.1.1., 5.1.2., 5.2.3., 5.1.4., 5.2.1., 5.2.2., 5.2.3., 4.1.1. | **Урок 1.14.** Обобщающие задания | 1 | 31 |
| | | **Урок 1.15. Малое суммативная оценивание № 1** | 1 | |
| | **Итого** | | 15 | |

## Урок 1.1.–1.2. Сбор информации (учебник стр. 8)

**Стандарт: 5.1.1.** Собирает данные, используя разные методы.
**Результат обучения:** Использует различные методы при сборе информации.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы:** Учитель готовит анкету (вопросник) (например, о создании спортивного клуба), рабочие листы заполняются учащимися. Вопросники обсуждаются. Учитель обсуждает и объясняет с учениками различные методы, используемые для сбора данных. Разговор о наблюдении, эксперименте, опросе и т.д. используется для получения информации о какомлибо событии. Предоставляется информация о наиболее часто используемых в наше время вебсайтах и адресах электронной почты для сбора информации.
**Исследовательский вопрос:** *как применяются методы, используемые для сбора данных?*
Для проведения исследования выполняются задания из учебника.
**Рекомендации для некоторых заданий:**
**Задание № 2.** По схеме, приведенной в этом упражнении, учащиеся могут получить информацию о том, что в январе было продано 50 автомобилей, в феврале – примерно 180, в марте – 100, в апреле – примерно 150, в мае – 400. В процессе усвоения этой информации у учащихся развивается умение читать графически представленную информацию. По полученной информации ученики отвечают на вопросы, приведенные в пунктах.
a) количество автомобилей, проданных в мае, на 400–150=250 автомобилей больше, чем количество автомобилей, проданных в апреле;
b) Наименьшее количество автомобилей было продано в январе;
c) 50 + 180 + 100 + 150 + 400 = 880 автомобилей было продано за 5 месяцев.
**Задание № 3.** a) По информации, полученной из таблицы, был проведен опрос 35 подростков, в результате чего в столбик записывается, сколько человек занимается в каждом кружке. b) Обсуждаются результаты, и выясняется, что драмкружок и волейбол могут быть отменены из-за низкой посещаемости.
**Задание № 4.** В соответствии с данным заданием осуществляется получение информации через интернет-сайты. Здесь ученики могут работать в командах. Каждая команда собирает данные о погоде за последние 7 дней любого региона. Ведутся обсуждения. Это задание можно выполнить в качестве проекта во время урока. Во время выполнения задания рекомендуется использовать сайт https://weather.day.az/az/.
**Задание № 5.** На основании информации, приведенной в таблице, путем обсуждения определяется количество осадков в разных районах. В первую очередь, согласно условиям, определяется количество осадков в Зангезурских горах.
a) Количество годовых осадков в Зангезурских горах составляет
400 – 400 · 0,1 = 360 мм;
b) Среднегодовое количество осадков на территории Азербайджана составляет (300 + 900 + 1500 + 400 + 360 + 800): 6 = 710 мм;

c) Среднегодовое количество осадков на Гавайях и в пустыне Атакама составляет (12000 + 5): 2 = 6002,5 мм;

d) Годовое количество осадков в Шуше составляет 800 : 1500 $\approx$ 0,53 от количества осадков в предгорьях Талышских гор.

**Важные моменты:** Для сбора какой-либо информации учитель может давать ученикам разные задания в зависимости от уровня результатов обучения на втором занятии. Ученики выполняют эти задания, отправляют их другим ученикам и учителю по электронной почте и сообщают полученную информацию своим друзьям.

**Обобщение и вывод:** методы сбора данных повторяются еще раз, а полученные знания обобщаются.

**Оценивание** ● Сбор информации.

**Примеры критериев оценивания:**

**Уровень I**: Знает некоторые методы сбора информации, испытывает трудности с их применением.

**Уровень II**: Знает о методах, используемых для сбора информации, собирает определенную информацию, применяя их.

**Уровень III**: Знает методы, используемые для сбора информации, и применяет для сбора необходимых данных.

**Уровень IV**: Широко объясняет методы, используемые для сбора информации, собирает подробную информацию.

## Урок 1.3. Представление информации

(учебник стр. 10)

**Стандарты**: **5.1.2**. Представляет данные в виде диаграммы, гистограммы или графика.

**5.1.3**. Определяет границы изменения собранных числовых данных.

**Результат обучения:** Представляет информацию различными способами и определяет границы изменений числовых данных. Знает и применяет взаимосвязь между измерениями температуры по шкале Фаренгейта и Цельсия.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 4 часа.

**Постановка проблемы:** Учащиеся знакомы со способами презентации информации в виде таблиц и схем из курса математики младших классов. Презентация информации дается здесь графически в виде задания. На следующих уроках учащиеся познакомятся с построением линейной функции и ее графика. На этом уроке, наряду с диаграммами и гистограммами, исследуется графическая презентация информации и осуществляется сбор информации на основе представленного графика.

**Исследовательский вопрос**: *Какова важность презентации информации в виде диаграммы или графика? Как определяются пределы информации, собранной на основе графика или диаграммы?*

В целях проведения исследования задания, данные в учебнике, можно выполнять в группах.

**Презентация в виде таблицы – урок I.** Таблица является одним из видов информационной модели. Считается удобным представлять информацию в табличной форме и легче читать информацию, представленную в табличной форме, чем в текстовой. Таблицы частот строятся по количеству повторений событий. **Таблица частот** строится по количеству повторений события в табличной форме.

Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 1.** Требуется записать информацию о звонках по поводу коммунальных услуг в городе **А** в виде таблицы частот. Количество вызовов группируется в интервалы по десять, а таблица частот составляется в соответствии с количеством дней следующим образом:

Число ежедневных звонков с обращениями по коммунальным услугам

| Число звонков с обращениями по каждодневным коммунальным услугам за июнь месяц | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 32 | 7 | 11 | 40 | 13 |
| | 21 | 44 | 51 | 37 | 48 |
| | 29 | 54 | 28 | 38 | 20 |
| | 3 | 5 | 29 | 36 | 0 |
| | 35 | 35 | 8 | 45 | 43 |
| | 10 | 24 | 6 | 56 | 15 |

| Коммунальные услуги | |
|---|---|
| **Интервал подсчета звонков** | Количество дней |
| **0-9** | 6 |
| **10-19** | 4 |
| **20-29** | 6 |
| **30-39** | 6 |
| **40-49** | 5 |
| **50-59** | 3 |

a) по таблице частот определяется количество дней, в которые поступало более 20 вызовов: 6 + 6 + 5 + 3 = 20 дней;

b) Количество дней, когда поступало менее 40 звонков, равно 6 + 6 + 4 + 6 = 22, и это составляет 22 : 30 · 100 % ≈73 % от общего количества дней (30 дней);

c) количество дней, в которые поступало более 50 вызовов, равно 3 дням, 6 : 3 = в 2 раза меньше количества дней, в которые поступало менее 10 вызовов (6 дней).

**Задание № 2**. Ответьте на вопросы, используя данные тиража журнала, представленные в таблице:

a) Количество журналов тиражом более 5000 экз. (4 шт.) - в процентах от количества журналов тиражом менее 5000 экз. (6 шт.) 4:6·100% ≈ 66,7%.

b) Количество журналов тиражом от 4000 до 8000 (5 шт.) составляет 50% от общего количества журналов (10 шт.)

c) Эту информацию можно представить в виде таблицы с интер-валами. Интервал определяется обсуждением учащихся.

**Задание №3**. По данным таблицы в учебнике составляется таблица частот.

| Интервал | Число |
|---|---|
| **0-2** | 6 |
| **3-5** | 9 |
| **6-8** | 5 |
| **Итого** | 20 |

| Количество часов за неделю, потраченных на тренировки 20 членов спортивного оздоровительного центра | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 0 | 5 | 7 | 3 |
| 7 | 2 | 6 | 1 | 6 |
| 5 | 3 | 0 | 2 | 2 |
| 5 | 3 | 5 | 5 | 7 |

b) 10 : 20 ·100% = 50% участников потратили на тренировки не менее 5 часов;

c) Количество участников, которые тратят больше всего времени (7 часов) на тренировки, на 85% меньше, чем количество других участников:

3 : 20 · 100% = 15%, 100% - 15% = 85%

d) 45 % участников провели в центре от 3 до 5 часов:

9 : 20 · 100 % = 45 %.

**Задание №4**. а) Числа в таблице, приведенной в этом упражнении, переведены из дюймов в сантиметры. Преобразование можно сделать с помощью калькулятора.

| дюйм | 0,364 | 0,365 | 0,366 | 0,367 | 0,368 | 0,369 | 0,370 | 0,371 | 0,372 | 0,373 | 0,374 | 0,375 | 0,376 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| см | 0,925 | 0,927 | 0,930 | 0,932 | 0,935 | 0,937 | 0,940 | 0,942 | 0,945 | 0,947 | 0,950 | 0,953 | 0,955 |
| число | 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 |

b) Отразим данные в таблице частот:

| Интервал | Число |
|---|---|
| 0,364 – 0,366 | 5 |
| 0,367 – 0,369 | 7 |
| 0,370 – 0,372 | 9 |
| 0,373 – 0,375 | 6 |
| 0,376 – 0,379 | 1 |

c) Учащиеся называют числа, которые больше или меньше каждого числа. Здесь числа могут быть выражены как в дюймах, так и в сантиметрах.

г) Число чисел больше 0,365 дюйма и меньше 0,374 дюйма равно 22. Количество этих чисел равно

22 : 28 · 100% = 75% от количества всех чисел (28 чисел).

**Задание № 5.** В Отечественной войне за восстановление территориальной целостности Азербайджанской Республики наша славная армия применила новую боевую тактику, вошедшую в военную историю. Эта война, которую мы называем Отечественной войной, также войдет в мировую историю как «Война дронов». Ученики обсуждают и высказывают свое мнение о Второй Карабахской войне. Им можно поручить сбор информации о БПЛА из Интернета и подготовку презентаций.

Ответы на следующие вопросы решаются путем обсуждения информации в таблице, приведенной в задании:

a) Разница между размахом крыльев Bayraktar Akıncı и Hermes 450 составляет: 20,6 – 10,5 = 10,1 м;

b) отношение размаха крыльев Bayraktar Akıncı к его длине составляет 20,6 : 12,5 ≈ 2 м;

c) Если вы хотите сделать модель Hermes 450, приняв 0,5 метра от его реальных размеров за 2 см, то длина модели будет 6,10 · 2 = 12,2 ≈ 12 см.

d) размах крыльев модели аэростар, выполненной по масштабу, приведенному в пункте 3, составляет 7,5 · 2 = 15 см.

## Урок 1.4. Представление в виде диаграммы

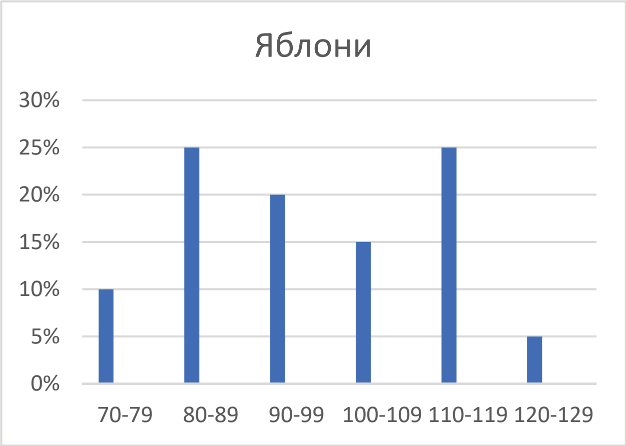
Полученную информацию можно представить разными способами. Наиболее часто используемыми из них являются диаграммы. Презентация информации через геометрические фигуры называется диаграммой. Учащимся дается информация о различных видах диаграмм – столбчатой диаграмме, круговой диаграмме, графике, пиктограмме. Учащимся объясняется алгоритм построения столбчатой и круговой диаграмм. Обсуждается расположение прямоугольных столбцов, используемых в столбчатой диаграмме, в системе координат, их размеры (длина). Как определить центральные углы секторов окружности по данным круговой диаграммы поясняется на примере, приведенном в учебнике. В примере 2 учебника с учащимися обсуждается, как построить пиктограмму.

Рекомендации для некоторых задач:

**Задание №1**. Из таблицы по массе собранных яблок определяют количество деревьев и записывают в таблицу согласно заданным ограничениям. По информации в 3-м столбце строятся диаграмма.

а)

| Масса (кг) | Количество яблонь с массой урожая в указанном промежутке | Какой процент составляют эти яблони от общего количества всех яблонь? |
|---|---|---|
| 70-79 | 2 дерева | $\frac{2}{20}=0,1=10\%$ |
| 80-89 | 5 деревьев | $\frac{5}{20}=0,25=25\%$ |
| 90-99 | 4 дерева | $\frac{4}{20}=0,2=20\%$ |
| 100-109 | 3 дерева | $\frac{3}{20}=0,15=15\%$ |
| 110-119 | 5 деревьев | $\frac{5}{20}=0,25=25\%$ |
| 120-129 | 1 дерево | $\frac{1}{20}=0,05=5\%$ |



1) Масса продукта: a) Имеется 11 деревьев с урожаем весом менее 100 кг; b) Имеется 19 деревьев с урожаем весом менее 120 кг.
2) Количество деревьев с урожаем массой менее 90 кг (7 шт.) составляет $7 : 20 \cdot 100\% = 35\%$ от общего количества деревьев (20 шт.).

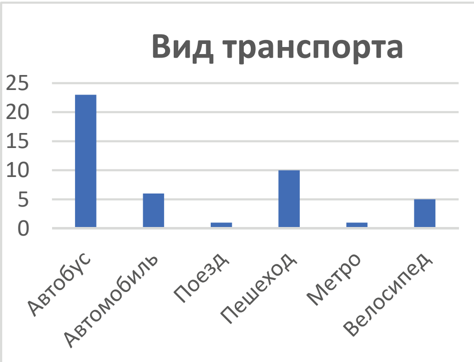
**Задание №2.** В условии задачи время указано в минутах в заданной таблице частот. Сначала учащимся предлагается выразить время, указанное в минутах, в часах.

| Время (минуты) | Время (часы) | Количество рабочих |
|---|---|---|
| 0-59 | [0 ; 1) | 2 |
| 60-119 | [1; 2) | 3 |
| 120-179 | [2 ; 3) | 7 |
| 180-239 | [3 ; 4) | 28 |
| 240-299 | [4 ; 5) | 25 |
| 300-360 | [5 ; 6] | 11 |


Определяется по таблице:
a) Количество рабочих, рабочее время которых составляет менее 2 часов, составляет 5 человек.
b) Количество рабочих, рабочее время которых превышает 5 часов, составляет 11 человек.

**Задание № 3.** В таблице, показывающей количество видов транспорта, отношение количества учащихся, пользующихся каждым видом транспорта, к общему количеству подсчитывается детьми и записывается в 3-ю колонку. На основании информации, полученной в 3-м столбце, строится график. Это задание можно выполнить в группах.
a)

| Вид транспорта | Количество учеников | Отношение к общему количеству |
|---|---|---|
| **Автобус** | 23 | 0,5 |
| **Легковой автомобиль** | 6 | 0,13 |
| **Электропоезд** | 1 | 0,02 |
| **Пешком** | 10 | 0,22 |
| **Метро** | 1 | 0,02 |
| **Велосипед** | 5 | 0,11 |
| **Общий** | 46 | 1 |





b) Количество учащихся, пользующихся автобусами и легковыми автомобилями (23 + 6 = 29 чел.), составляет 29 : 46 · 100% ≈ 63% от общего числа учащихся (46 чел.).
c) Количество учащихся, пользующихся метро и электричками (1 + 1 = 2 чел.), составляет 2 : 23 · 100% ≈9% от количества учащихся, пользующихся автобусом (23 чел.)?
**Задание № 4.** По заданной формуле определяется рейтинг автомобилей и записывается в последний столбец таблицы. a) По таблице рейтинг автомобиля V выше всех:

| Автомобиль | T | Y | G | R | Рейтинг |
|---|---|---|---|---|---|
| **I** | 3 | 1 | 2 | 3 | 15 |
| **II** | 2 | 2 | 2 | 2 | 12 |
| **III** | 3 | 1 | 3 | 2 | 15 |
| **IV** | 1 | 3 | 3 | 3 | 12 |
| **V** | 3 | 2 | 3 | 2 | **16** |

b) Для выполнения этой части задания учащиеся могут быть разделены на группы. Каждая группа исследует, внося изменения в данную формулу, чтобы повысить рейтинг автомобиля I.
Например, если формулу, приведенную для примера, изменить и записать в виде Q = 3*T + Y + G + 3*R, то рейтинг автомобиля I будет высоким.
**Задание № 6.** По данным в условии задания таблица частот составляется следующим образом:
a) Количество учеников, набравших менее 500 баллов
12 : 50 · 100% = 24%.
b) Количество учеников, попадающих в интервал
[500, 550]. 16 : 50 · 100% = 32%.

| Интервал | Количество учеников |
|---|---|
| **[450-500)** | 12 |
| **[500-550)** | 16 |
| **[550-600)** | 10 |
| **[600-650)** | 8 |
| **[650-700]** | 4 |
| **Итого** | **50** |

c) Количество учеников, набравших менее 550 баллов 28 : 50 · 100% = 56 %.
d) Количество учеников, набравших менее 650 баллов 46 : 50 · 100% = 96%.

## Урок 1.5. Презентация в виде диаграммы. Решение задач.

На III уроке можно выполнить следующие задания. На этом уроке учащиеся решат задания 7-12. Для выполнения заданий можно использовать форму работы с группами или парами.

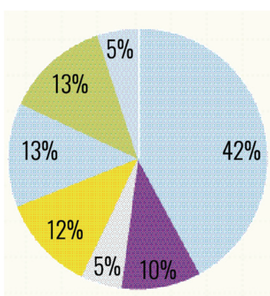
**Задание № 7.** Согласно диаграмме, время, которое учащийся проводит на уроке в четные дни (4,5 + 6 + 6 = 16,5 часа), составляет 16,5 : 34,4 ≈ 0,48 времени (3+4,5+3+6+3+ 6 + 9 = 34,5 часа), которое он тратит на занятия в течение недели.

**Задание № 8.** Площадь материков на Земле представлена в виде таблицы в учебнике. Эта таблица заполняется следующим образом по образцу. Вычисления могут быть выполнены учащимися с помощью калькулятора. Цифры, полученные в последнем столбце, желательно округлить в большую сторону. На основе данных в этом столбце строится круговая диаграмма.

Континенты

| № | Название континента | Площадь (млн.км2) | Часть | Процент (%) | Централь-ный угол (градусы) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Европа | 11,5 | 0,077 | 7,7 | 28 |
| 2 | Азия | 43,4 | 0,289 | 28,9 | 104 |
| 3 | Америка | 30,3 | 0,202 | 20,2 | 73 |
| 4 | Африка | 42 | 0,280 | 28,0 | 100 |
| 5 | Австралия | 8,7 | 0,058 | 5,8 | 21 |
| 6 | Антарктида | 14,1 | 0,094 | 9,4 | 34 |
| | Всего | 150 | | | 360 |

**Задание №10**.
Согласно круговой диаграмме, приведенной в задании, учащиеся отвечают на вопросы, приведенные в пунктах. Ученикам также можно предложить представить эту информацию в табличной форме.




| Возрастные группы | Процент |
|---|---|
| **Младше 14** | 42% |
| **14 – 17** | 10% |
| **18 – 24** | 5% |
| **25 – 34** | 12% |
| **35 – 44** | 13% |
| **45 – 64** | 13% |
| **Старше 65** | 5% |

a)Численность лиц моложе 14 лет и в возрасте от 14 до 17 лет составляет 42% + 10% = 52%.
b) Количество людей, относящихся к возрастной группе 25-34 и 35-44 лет (12% + 13% = 25%), составляет четверть всех пользователей обуви (100%).
c) эта информация может быть представлена в виде таблицы, гистограммы или графика. Учеников можно разделить на несколько групп и каждой из них можно предложить сделать презентацию в различной форме.

**Задание № 12.** За особые заслуги в восстановлении территориальной целостности Азербайджана и за пример героизма, проявленный им при выполнении боевой задачи по уничтожению врага при освобождении оккупированных территорий, а также за мужество и отвагу, проявленные при прохождении воинской службы, Распоряжением Президента Азербайджанской Республики Ильхама Алиева от 09.12.2020 года 83 человека были удостоены звания Героя Отечественной войны. 49 из них были удостоены этого звания при жизни, а 34 — посмертно.
Эта информация исследуется учащимися в Интернете, и готовятся презентации. На основании данных составляется таблица, а цифры выражаются в процентах в третьем столбце.

| Военные силы | Число | Процент |
|---|---|---|
| **Силы специального назначения** | 36 | 43% |
| **Силы сухопутных войск** | 21 | 25% |
| **Пограничные войска** | 12 | 14% |
| **Военно-воздушные силы** | 7 | 8% |
| **Внутренние войска** | 4 | 5% |
| **Военно-морские силы** | 2 | 2% |
| **Секретные** | 1 | 1% |
| **Итого** | 83 | 100% |


Затем для сопоставления данных строятся пиктограмма и круговая диаграмма. Построение выполняется группами.

**Внимание:** Нецелесообразно представлять эту информацию в виде пиктограммы, потому что количество людей варьируется от 1 до 36. Эти цифры трудно выразить компактным рисунком. По этой причине круговая диаграмма более удобна.

**Обобщение и вывод:** формы презентации информации повторяются, а выводы обобщаются.

**Оценивание ●** Презентация
**Примеры критериев оценивания:**
**Уровень I:** Знает некоторые приемы презентации информации, с трудом их применяет.
**Уровень II:** Знает приемы презентации информации, допускает определенные ошибки при их применении.
**Уровень III:** Знает приемы презентации информации, и может в некоторой степени объяснить информацию при ее применении.
**Уровень IV:** Полностью усвоил приемы презентации информации, представляет

## Урок 1.6. Знаете ли вы, что означает Фаренгейт?
(учебник стр. 19)

Тема, данная под этим названием, изучается на следующем уроке.
*Температура кипения воды*
*Температура замерзания воды*

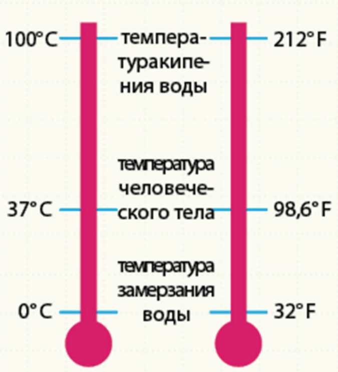


РИСУНОК 20

**Стандарт: 4.1.1.** Переводит одноименной величины из одной единицы измерения в другую.

**Исследовательский вопрос:** *Как температура переводится из одной единицы измерения в другую?*
**Объяснения учителя**: Температура обычно измеряется в градусах Цельсия (°C), а иногда и в градусах Фаренгейта (°F). Связь между этими двумя единицами измерения температуры реализуется следующими формулами:
Градусы Цельсия переводятся в градусы Фаренгейта с помощью формулы $F = \frac{9}{5}C + 32$,
При переводе Фаренгейта в Цельсий пользуются формулой

$$C = \frac{5}{9}(F - 32).$$

Связь между измерениями температуры в градусах Цельсия и Фаренгейта также можно выполнить с помощью веб-сайтов:
https://www.metric-conversions.org/az/temperatur/farengeyt-selsi.htm

***Историческая справка:*** *Шкала Цельсия названа в честь Андерса Цельсия (1701–1744), шведского ученого, впервые предложившего эту систему измерения температуры в 1742 году. В предложенной им шкале температура замерзания воды бралась за 0°, а температура кипения за 100°. Но позже другой известный шведский ученый Карл Линней (1707–1778) (по некоторым данным, Мартин Штремер) сделал эту шкалу в том виде, к которому мы привыкли сегодня. Первым письменным упоминанием о применении этой шкалы считается письмо, написанное Карлом Линнеем своему ученику Самуэлю Наклеру в 1745 году. В письме Линней сообщает* *своему ученику о разнице температур, которую он зафиксировал в Ботаническом саду Упсальского университета.*

*В прошлом определение градусов по шкале Цельсия зависело от определения стандартного атмосферного давления, потому что точки замерзания и кипения воды напрямую связаны с атмосферным давлением. Эта ситуация не подходит для принятия какой-либо единицы измерения за эталон.*

*Поэтому после принятия шкалы Кельвина в качестве основного измерительного инструмента для измерения температуры порядок определения 1 градуса по шкале Цельсия изменился. Согласно новому правилу, 1 градус по шкале Цельсия равен 1 Кельвину. Фаренгейт – единица измерения тепла, предложенная немецким физиком Даниэлем Габриэлем Фаренгейтом (1686–1736) в 1724 году. Хотя она широко использовалась в англоязычных странах до 60-х и 70-х годов XX века, позже она вышла из употребления с ростом популярности шкалы Цельсия. В настоящее время она широко используется только в Соединенных Штатах, на Каймановых островах и в Белизе.*

*Существует несколько версий происхождения этой шкалы. Согласно одной из них, Габриэль Фаренгейт принял температуру замерзания воды и поваренной соли, смешанных в равных пропорциях, за 0 градусов по своей шкале, а нормальную температуру человеческого тела за 100 градусов. Но здесь Фаренгейт ошибся. Таким образом, нормальная температура человеческого тела составляет 97,9 °F. Объясняют это другой версией. Предположительно, Фаренгейт взял за основу температуру тела своей жены, но поскольку она была немного больна, температура ее тела была выше нормы, отсюда и разница в 2,1 °F. Г.Фаренгейт всегда считал, что на его шкале не может быть отрицательного показателя. Это потому, что он никогда не бывал в холодных странах (0°F по шкале Фаренгейта равен -18°C по шкале Цельсия).*

Задания, связанные с темой, выполняются в течение одного занятия.

**Задание №3.**

| | Баку | Гянджа | Шуша | Мингячевир | Шеки | Агдам |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **° C** | 14 | 18 | 20 | 24 | 16 | 17 |
| **° F** | 57,2 | 64,4 | 68 | 75,2 | 60,8 | 62,6 |

a) Разница между температурами Шуши и Баку составляет 10,8°F.

b) Средняя температура в этих городах в январе была 64,7°F.

**Задание № 7.** Значение искомого неизвестного определяется подстановкой данных из отношения $\frac{F-32}{9} = \frac{C}{5}$ .

a) Если C = 68°, $\frac{F-32}{9} = \frac{68}{5}$ ; F = 154,4°;

b) Если F = -45°, $\frac{-45-32}{9} = \frac{C}{5}$ ; C = -42,7°;

c) Если C = F, $\frac{F-32}{9} = \frac{F}{5}$ ; F = -40° = C;

г) Разница температур между 86°F и 111°F составляет 25°F. Поскольку 86°F = 30°C и 111°F = 44°C, разница температур между значениями Цельсия составляет 14°C.

Но 25°F ≠ 14°C потому, что известно, что 25°F = -3,9°C и 14°C = 57,2°F.

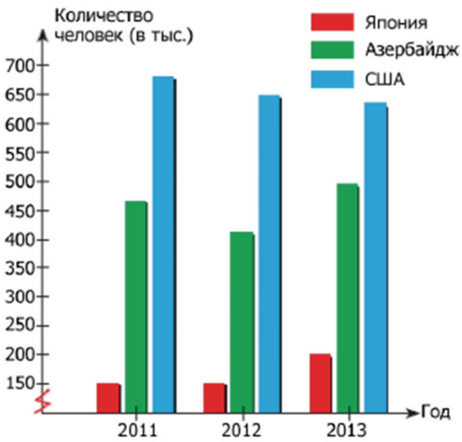
**Задание № 8**. Известно, что 86°F = 30°C. Нельзя сказать, что 43°F = 15°C. Потому, что при расчете по формуле получается 15°C = 59°F. То есть зависимость между значениями Фаренгейта и Цельсия температуры не является прямо пропорциональной зависимостью.
**Обобщение и вывод:** Повторяются соотношение между единицами измерения температуры Цельсия и Фаренгейта, формулы и подводятся итоги обучения.

**Оценивание** ● Преобразование
**Примеры критериев оценивания:**
**Уровень I:** кое-что знает о соотношении между единицами измерения температуры по Цельсию и по Фаренгейту, затрудняется при применении.
**Уровень II:** Знает соотношение между единицами измерения температуры Цельсия и Фаренгейта, допускает определенные ошибки при их применении.
**Уровень III:** Знает взаимосвязь между единицами измерения температуры по Цельсию и Фаренгейту и выполняет преобразования, применяя их.
**Уровень IV:** Объясняет взаимосвязь между единицами измерения температуры по Цельсию и Фаренгейту, свободно выполняет преобразования.

## Урок 1.7. – 1,8. Прогнозирование
(учебник стр. 21)

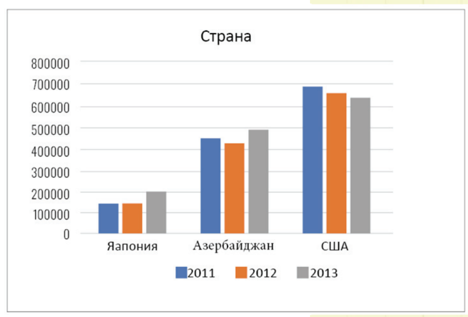
**Стадарт**: **5.1.4.** Проверяет и уточняет прогнозы на основе статистических данных.
**Результаты обучения:**
- Может проверять прогнозы на основе статистических данных,
- Способен делать точные прогнозы на основе статистических данных.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы:** Преподаватель может провести презентацию о прогнозировании с помощью компьютера. Чтобы вывести понятие прогноза, приводятся различные данные и прогнозы об объектах и исследуется, что эти данные отражают. После того, как введено понятие прогноза и прогнозирования, учитель сообщает об этом.
**Исследовательский вопрос**: *как делаются и проверяются прогнозы на основе статистических данных о событии или объекте?*
После объяснения темы задания из учебника выполняются за 2 урока. В конце темы задания, размещенные в дополнительных QR-кодах, также выполняются учащимися.
**Задание № 1.** По условию задачи строится диаграмма (диаграмму можно построить по годам или численности населения). На его основе могут быть высказаны следующие мысли:
а) В 2011–2013 гг. среди трех стран наибольшее количество поездок в Турцию было из США, а наименьшее – из Японии. Количество туристов, направляющихся в Турцию, увеличивается с каждым годом, большинство составляют туристы из Америки и т.д.;

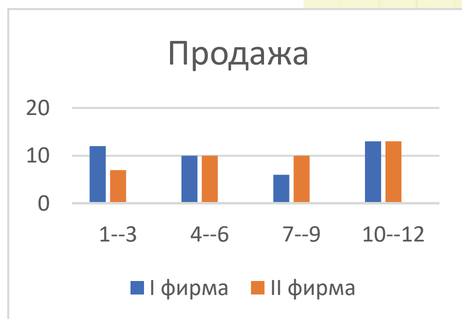



b) В 2011, 2012, 2013 годах количество людей, выезжающих в Турцию из Азербайджана, сначала уменьшалось, а затем увели-чивалось. Количество людей, отправляющихся в Турцию из США, уменьшилось, а количество людей, выез-жающих из Японии, увеличилось. В 2014 году количество туристов из США уменьшилось, оно может составлять 600 000 и т. д.;

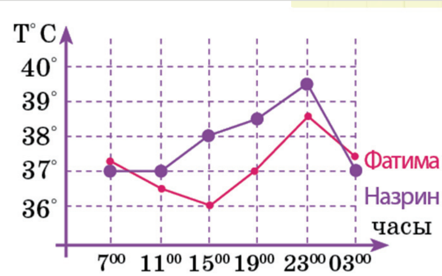
c) Если учащиеся определят среднее количество людей, приезжающих в Турцию из каждой из этих стран, они могут выяснить, ближе ли число людей, приезжающих из Азербайджана, к этому числу. Пос-кольку число людей, направляющихся в Турцию из США, с каждым годом уменьшается, можно сказать, что в 2014 году их количество составит менее 640 000 человек. Поскольку количество людей, приезжающих из Японии, сначала оставалось стабильным, а затем увеличивалось, можно прогнозировать, что в 2014 году количество людей, покидающих Японию и направляющихся в Турцию, не уменьшится. Увеличи-вается число прибывающих из Азербайджана и Японии.



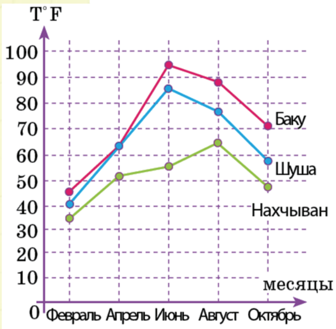

**Задание №2.** Строится диаграмма по условию задания и обсуждается с учащимися. В 4-6 месяцев, и в последние 2 месяца обе фирмы сделали одинаковый объем продаж, в 1-3 месяце самые высокие продажи были у первой фирмы, в 7-9 месяцах самые высокие продажи были у второй фирмы. Можно спрогнозировать, что в последующие месяцы обе фирмы будут иметь одинаковое количество продаж и что продажи увеличатся.




**Задание №3.** При выполнении задания учащиеся проводят обсуждения согласно графику. Установлено, что температура у обоих больных была выше 37°C, затем у Фатимы нормализовалась температура, а у Назрин температура оставалась стабильной. В 11 часов ($23^{00}$) у обоих больных поднялась температура, у Назрин она была выше. Температура начала падать бли-же к ночи. Можно прогнозировать, что к завтрашнему дню температура у больных нормализуется. Ученики могут дополнительно обсудить температуру девочек в каждый час на основе графика.



**Задание №4.** По данному графику обсуждается температура в каждом из городов по месяцам. а) в ноябре можно сказать, что в Баку температура составит ≈49°F = 9,4°C, в Шуше ≈39°F = 3,8 °и в Нахчыване ≈29°F = -1,6°C;

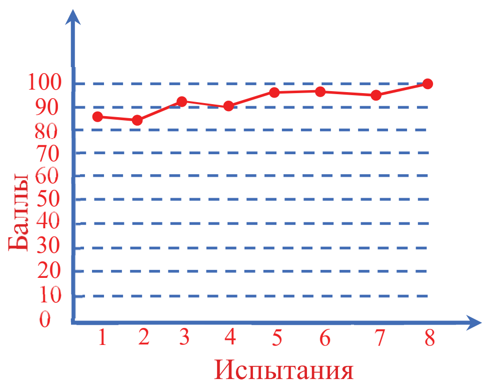


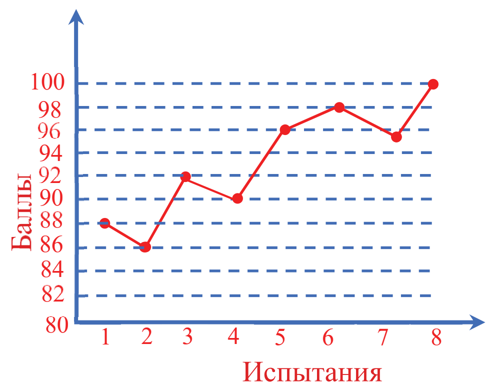

b) в ноябре температура в Шуше может быть на 10°C ниже, чем в Баку; c) в декабре температура в Шуше может быть на 10°C ниже, чем в Баку.

На втором занятии выполняются упражнения №5-8, приведенные в учебнике. Учащимся сообщается о том, что информация, полученная согласно описанию графика B в задании № 6, является заблуждением. Хотя приведенные в задании графики отражают одну и ту же информацию, вводящие в заблуждение моменты исследуются путем обсуждения с учащимися.

**Задание №7.** По условию задачи строятся графики. Обсуждаются с учениками.

а) Результат одинаковый на обоих графиках, за исключением того, что на втором графике распределение начинается не с 0, поэтому первое впечатление обманчиво.




**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает полученные знания о том, как сделать прогноз на основе имеющейся информации и как проверить этот прогноз

.

**Оценивание ● Прогнозирование**

**Уровень I:** Затрудняется делать прогнозы на основе статистической информации.

**Уровень II:** Делает прогнозы на основе статистических данных, но затрудняется их проверить.

**Уровень III:** Делает прогнозы на основе статистической информации и свободно проверяет.

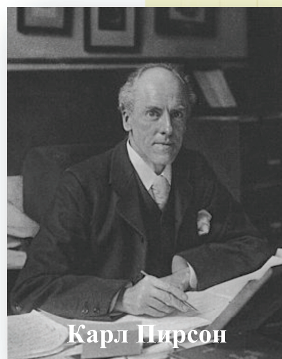
**Уровень IV:** Делает прогнозы на основе статистической информации, проверяет и обосновывает свое мнение.

## Урок 1.9. – 1.11. Вероятность события
(учебник стр. 24)

**Стандарт**: **5.2.1.** Находит число элементарных событий в проводимом эксперименте и на его основе вычисляет вероятность событий.
**Результат обучения:** Определяет количество элементарных событий и вычисляет их вероятность.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы:** В течение первого часа проводится большое количество опытов с монетами или игральными костями. Результаты обсуждаются с учащимися. Таким образом, возникает вопрос о необходимости выражения вероятности события в числах.
**Объяснение учителя:** При прогнозировании наступления события мы определяем вероятность наступления этого события. Вероятность события определяется по частоте его возникновения. При исследовании частоты события проводятся определенные эксперименты и тесты. Доводится до сведения учащихся, что результатом любого эксперимента или наблюдения является элементарное событие. Довольно сложно сравнивать вероятности наступления какого-либо события, говоря: «это событие более вероятно» или «менее вероятно», а иногда и «в равной степени возможно». Во многих случаях такой информации недостаточно, поэтому вероятность наступления события выражается в цифрах.

**Историческая справка:** *С древних времен люди исследовали случайные явления. Они характеризовали эти события как невозможные, возможные и вероятные события. Они обнаружили, что возникновение случайных событий редко следует какой-либо объективной закономерности. Например, рассмотрим эксперимент с бросанием монеты. При подбрасывании монеты выпадение одной из двух ее сторон является чисто случайным событием. Однако при подбрасывании большого количества монет каждая грань выпадает почти в половине случаев. Неизвестно, кто провел первый эксперимент с металлическими деньгами. Французский естествоиспытатель Жорж-Луи Леклерк де Бюффон, живший в 1707-1788 годах, проводил этот эксперимент в XVIII веке и бросил металлическую монету 4040 раз, а лицевая сторона монеты с гербом выпала 2048 раз. Математик Карл Пирсон в начале XX века подбросил монету 24 000 раз, а лицевая сторона выпала 12 012 раз. Американские экспериментаторы провели этот эксперимент 10 000 раз и герб выпал 4 979 раз. Таким образом, результат опытов, проведенных с подбрасыванием металлической монеты, показывает, что хотя падение каждой грани монеты является случайным событием, результат проведения опыта в большом количестве подчинен объективной закономерности.*


Карл Пирсон


Жорж-Луи Леклерк де Бюффон

Описание вероятности события на числовой оси разъясняется учащимся, возможные значения вероятностей событий обсуждаются с учащимися.
На II и III уроках выполняются задания, данные в учебнике и в **QR-кодах**.
Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 2.** При однократном броске игральных костей выпадение 2, 4 и 6 очков соответствует условиям. Количество этих событий равно трем. Количество всевозможных событий равно шести. P (выпадение четных очков) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
**Задание № 3.** Известно, что в мешке находятся одинаковые шарики с номерами от 1 до 10. Возможны 10 случаев события извлечения, не глядя, 1 шарика из мешка. Количество благоприятных случаев для случая, когда номер извлеченного шара меньше 5, равно 4. Тогда вероятность события P(меньше 5) = $\frac{4}{10}$ = 0,4
**Задание № 4.** Поскольку на тарелке всего 5 + 7 + 4 = 16 конфет, количество возможных случаев, при которых Роя выбирает одну из них, равно 16. Поскольку число пахлавы равно 7, число благоприятных случаев равно 7. Итак, P(пахлава) = $\frac{7}{16}$, P(кятя) = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ .
**Задание № 6.** a) Количество двузначных чисел равно 90 (количество возможных случаев наступления события). Числа, оканчивающиеся на 3: 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93. Их количество равно 9 (количество благоприятных случаев). Значит, P (цифры, заканчивающиеся на 3) = $\frac{9}{90}$ = 0,1.
**Примечание.** Событие можно обозначить любой буквой: если обозначить событие, состоящее в том, что число заканчивается на цифру 3, буквой A, то P(A) = 0,1.
b) Двузначные числа с одинаковыми цифрами: 11, 22, 33, 44, 55, 66, ..., 99. Их количество равно 9 (количество благоприятных случаес). Итак, P (число с одинаковыми цифрами) = $\frac{9}{90}$ = 0,1
c) Обозначим буквой A событие, состоящее в том, что сумма цифр двузначного числа равна 5-ти. Двузначные числа с суммой цифр равной 5-ти: 14, 23, 32, 41, 50, всего их 5. Тогда P(A) = $\frac{5}{90} = \frac{1}{18}$.
d) Событие, состоящее в том, что двузначное число делится на 6, обозначим буквой B. Среди двузначных чисел 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96 делятся на 6. Количество случаев, когда один из них выйдет из мешка, то есть количество благоприятных случаев, равно 15.
**Примечание:** чтобы удобным способом найти количество двузначных чисел, делящихся на 6, определяются первое и последнее двузначные числа, делящиеся на 6, находится их разность и делится на 6: (96 – 12): 6 = 14. К этому числу прибавляется 1 (так как вычитается 12).
Итак, P(B) = $\frac{15}{90} = \frac{1}{6}$.
**Задание № 8.** c) При делении на 12 случай получения 5 в остатке обозначим буквой K.
Такие числа определяются по формуле m = 12*n* + 5. Среди первых 100 натуральных чисел те, кто соответствует этому условию:
*m* = 5, 17, 29, 41, 53, 65, 77, 89. Итак, P(K) = $\frac{8}{100}$ = 0,08.

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает полученные знания о нахождении вероятности события.
**Оценивание** ● Нахождение вероятности
**Уровень I:** Определяет количество возможных и благоприятных случаев элементарных событий, затрудняется находить вероятность.
**Уровень II:** Находит количество возможных и благоприятных случаев элементарных событий, допускает небольшие ошибки при нахождении вероятности.
**Уровень III:** Свободно находит вероятность элементарных событий.
**Уровень IV:** Находит и объясняет вероятность элементарных событий.

## Вероятность

**1**. Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 6, 2, 5, используя каждую цифру один раз?

A) 6 B) 5 C) 2 D) 3

**2**. В мешке 10 красных, 5 зеленых, 25 желтых и 20 белых шариков.

a) Найдите вероятность того, что случайно извлеченный из мешка шар не будет белым.

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{3}$

b) Найдите вероятность того, что случайно извлеченный из мешка шар окажется красным.

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$

**3**. Сабина придумала двузначное нечетное число, записанное с с помощью одинаковых цифр, и предложила Надиру найти это число. Найдите вероятность того события, что он найдет это число с первого раза.

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{90}$ D) $\frac{1}{30}$

**4**. Метеорологи прогнозируют, что вероятность солнечной погоды завтра составляет 23%. Какова вероятность облачной погоды?

A) 23% B) 77% C) 50% D) 40%

**5**. В результате опыта один раз бросают два игровых кубика.

a) Найдите вероятность того, что сумма чисел, выпавших на верхней грани, равна 5.

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{5}{36}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{18}$

b) Найдите вероятность того, что модуль разности чисел, выпавших на верхней грани, равен 1.

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{5}{36}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{5}{18}$

**6**. Если мы случайно выберем любое число из первых 50-ти натуральных чисел, то какова вероятность того, что это число делится на 3?

**A)** $\frac{13}{50}$ B) $\frac{8}{25}$ C) $\frac{11}{25}$ D) $\frac{2}{5}$

## Урок 1.12. – 1.13. Сумма вероятностей
(учебник стр. 28)

**Стандарт: 5.2.3.** Применяет формулу суммы вероятностей.
**Результат обучения:** Находит сумму вероятностей элементарных событий.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы:** образец, приведенный в учебнике, проводится путем эксперимента, а суммирование вероятностей объясняется путем обсуждения с учащимися.
**Исследовательский вопрос:** *В каких случаях суммируют вероятности элементарных событий?*
**Объяснение учителя:** Приводятся примеры неодновременных событий и обсуждается с учащимися взаимное исключение этих событий. Например, событие, когда дождь идет или не идет, событие выпадания любой из сторон монеты или игральной кости и т. д. Также может быть проведен любой эксперимент, связанный с такими событиями.
Рекомендации для некоторых задач:
**Задание № 2.** Поскольку окружность разделена на четыре равные части и окрашена в разные цвета, вероятность остановки оси вращения в какой-либо части равна $\frac{1}{4}$. Эти события являются взаимоисключающими событиями.
a) P(красный или зеленый) = $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$; b) P(не желтый) = $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$;
c) P(не черный) =1.

**Задание №5.** Буквы азербайджанского алфавита написаны на 32 картонных листах одинакового размера и помещены в коробку. Вероятность вынуть лист из коробки, не глядя на него, равна $\frac{1}{32}$. Вопросы по пунктам задания выполняются учащимися
a) P(m, n, p или t) = $\frac{1}{32}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32}=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$; b) P(я) = 0;
c) P(согласная) = $\frac{23}{32}$;
d) P(гласная) = $\frac{9}{32}$; e) P (губная гласная) = $\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$;
f) P(мягкая гласная) = $\frac{5}{32}$.

**Задание № 7.** Рекламная фирма опросила потребителей, чтобы они выбрали предпочитаемую ими рекламу A, B и C.

| Возраст | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Младше 18 лет | 25 | 62 | 54 |
| 18-40 | 81 | 66 | 19 |
| Старше 40 лет | 13 | 29 | 98 |

Результаты анкетирования были помещены в таблицу в цифрах по возрастным категориям.

a) люди старше 40 лет (13 + 29 + 98 = 140 человек) или частота (вероятность) события выбора рекламы B (29 человек) или C (98 человек) равна P = $\frac{29}{140} + \frac{98}{140} = \frac{127}{140} \approx 0{,}9$.

b) Частота (вероятность) выбора рекламы A (25+81+13 = 119 человек) или B (62 + 66 + 29 = 157 человек) среди лиц в возрасте 18 лет и старше (447 человек) P = $\frac{119}{447} + \frac{157}{447} = \frac{276}{447} \approx 0{,}62$.

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает изученное о нахождении суммы вероятностей элементарных событий, еще раз подчеркивает сумму вероятностей каких событий возможно определить.

**Оценивание** ● Нахождение суммы вероятностей.
**Уровень I:** Не может определить сумму вероятностей событий.
**Уровень II:** Находит сумму вероятностей событий в простых случаях.
**Уровень III:** Свободно находит сумму вероятностей событий.
**Уровень IV:** Находит и обосновывает сумму вероятностей событий.

## Урок 1.14. Обобщающие задания
(учебник стр. 31)

Задания на обобщение, приведенные в конце раздела, выполняются учащимися самостоятельно в течение 1 занятия. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценивание и повторяют то, что они узнали на уроке.

**Задание №1**

Используя формулы, проводит преобразование в градусы Фаренгейта или Цельсия.

A) Переведите в градусы Фаренгейта: 55°C = 131°F, 12°C = 53,6°F, 93°C = 199,4°F, 61°C = 141,8°F.

B) Переведите в градусы Цельсия: 125°F ≈ 51,7° C, 42°F ≈ 5,6° C, 35°F ≈ 1,7°C, 112°F ≈ 44,4°C.

**Задание №2**

A) Известно, что, когда кубик бросили 30 раз, цифра 8 выпала 12 раз. Тогда $\widetilde{P(8)} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

B) Относительная частота выпадения одного из чисел 2,6,10 или 12 будет $\widetilde{P(8)} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

Потому что при броске кубика 30 раз числа «4» или «8» выпадают 18 раз, а для того, чтобы выпали остальные числа, осталось 30 -18 = 12 благоприятных случаев.

**Задание №3.**
Пройденное автомобилем расстояние в разные дни составляет: 270 км, 240 км, 270 км, 392 км, 275 км, 300 км, 259 км, 300 км, 380 км, 320 км, 275 км, 300 км.

a) Составим частотную таблицу по данным задачи. В таблице записано расстояние, пройденное автомобилем за 12 дней.

| Məsafə (km) | Say |
|---|---|
| 240 | 1 |
| 259 | 1 |
| 270 | 2 |
| 275 | 2 |
| 300 | 3 |
| 320 | 1 |
| 380 | 1 |
| 392 | 1 |

b) относительная частота случая проезда автомобилем более 290 км.

$$\tilde{P} = \frac{6}{12} = 0{,}5$$

**Задание № 4.** На 30 одинаковых листах бумаги написаны натуральные числа от 1 до 30, известно, что они помещены в коробку, один лист вынимают, не глядя в коробку. Затем определяется вероятность следующих событий путем нахождения отношения числа благоприятных случаев в каждом событии к 30 возможным событиям.

a) P(12) = $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$;  b) P(чётное число) = $\frac{15}{30}$ = 0,5;
c) P(простое число) = $\frac{10}{30}$ = 0,3;
d) P(дробь) = $\frac{0}{30}$ = 0;  e) P(меньше 1-го) =0;  f) P(больше 25-ти) = $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$;
g)P(делится на 2 или 3)= $\frac{1}{6}$;  h) P(оканчивается на 5)= 0,1;

Учащиеся говорят, какое из этих событий является несовпадающим (или дополнительным) событием.
В учебнике на странице 31 даны задания с QR-кодом для самопроверки учащихся. Мы представляем эти задания в виде тестов в этом пособии.

## Статистика. Вероятность

**1**. Сколько градусов по Фаренгейту составляет 36° C?
A) 96,8° F B) 90° F C) 72° F D) 100° F

**2**. 145° F = ? °C
A) 45° C B) 62,8° C C) 62° C D) 140° C

**3**. В ящике 19 яблок, 16 груш и 15 гранатов. Найдите вероятность того, что случайно выбранный фрукт окажется грушей или яблоком.
A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{3}{50}$ C) $\frac{1}{50}$ D) $\frac{1}{25}$

**4**. Метеорологи прогнозируют, что вероятность солнечной погоды завтра составляет 0,46. Какова вероятность облачной погоды?

A) 5,4 B) 0,54 C) 46 D) 0,46

**5**. В результате практики один раз бросают два игровых кубика.
a) Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на верхней грани, равна 4 или 5.
A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{7}{36}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{18}$

b) Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на верхней грани, будет равна 7 или выпадут одинаковые очки.
A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{5}{36}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{3}$

**6**. В игре лото в мешке есть камни с написанными на них числами от 1 до 90. Найдите вероятность того, что число на камне, вытащенном не глядя из мешка, будет кратно 5-ти.

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{6}$ D)18

**7.** Выбирается одно из натуральных чисел от 1 до 60. Найдите вероятность того, что это число будет простым.
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{17}{60}$ C) $\frac{5}{60}$ D) $\frac{13}{60}$

## УРОК 1.15. МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №1

**1.** Сколько элементарных событий происходит при одновременном броске двух игральных костей? Какова вероятность, что сумма очков, выпавших на верхних гранях, будет равна 4?

____________________________________________

**2.** В мешке 18 синих, 25 белых и 14 желтых шариков. Найти вероятность того, что наугад извлеченный из мешка шарик будет желтым.

____________________________________________

**3.** Сеймур задумал двузначное число. Найдите вероятность того, что это число оканчивается на 0 или 5

**4.** В качестве эксперимента один раз бросают два игровых кубика.

a) Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на верхних гранях, равна 3 или 5.

b) Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на верхних гранях, равна 10 или 6.

**5.** Если случайно выбрать любое число из первых 100 натуральных чисел, найдите вероятность того, что это число делится на 25.

**6.** Переведите градусы Цельсия в Фаренгейта. 46°C =

**7.** Переведите градусы Фаренгейта в Цельсия. 46°F =

**8.** На основе таблицы постройте круговую диаграмму.

| Использование интернета | | | |
|---|---|---|---|
| Wi-fi | ADSL | Dial-up | Ethernet |
| 68% | 18% | 10% | 4% |

Объяснение:

**9.** Самая высокая температура, зарегистрированная в Европе, составляет 54°C, а в Азии — 14°F. Определите температуру в Европе в градусах Фаренгейта и в Азии в градусах Цельсия.

**10.** Наргиз задумала двузначное число. Найдите вероятность того, что сумма цифр загаданного числа равна 12
Из 83 человек, получивших звание Героя Отечественной войны, 36 военнослужащих Сил специального назначения, 21 – Сухопутных войск, 12 – Пограничных войск, 7 – ВВС, 4 – Внутренних войск, 2 – Военно-морского флота. Вооруженная группа, в которой служит еще 1 военнослужащий, держится в секрете.

Составьте таблицу на основе информации. Выразите данные числа в процентах.

Постройте на основе информации столбчатую диаграмму

## РАЗДЕЛ II. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

| Стандарт и подстандарт | | Тема | Час | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| **1.1.1. Читает и записывает рациональные числа. 1.1.2. Сравнивает и упорядочивает рациональные числа. 1.1.3. Указывает на координатной оси точку, соот-ветствующую рациональному числу. 2.2.3 Определяет методом подбора решение простых неравенств с переменной внутри** | 1.1.1. | **Урок 2.1.** Запись и чте-ние рациональных чисел | 1 | 33-34 |
| | 1.1.1. | **Урок 2.2.** Периодические десятичные дроби | 1 | 35-37 |
| | 1.1.1. | **Урок 2.3.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.1. | **Урок 2.4.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.1. | **Урок 2.5.** Обращение периодической десятичной дроби в обыкновенную | 1 | 38-39 |
| | 1.1.1. | **Урок 2.6.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.1. | **Урок 2.7.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.3. | **Урок 2.8.** Изображение рациональных чисел на числовой оси | 1 | 40-43 |
| | 1.1.3. | **Урок 2.9.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.2. | **Урок 2.10.** Сравнение рациональных чисел | 1 | 44-46 |
| | 1.1.2. | **Урок 2.11.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.3. | **Урок 2.12.** Неравенства с модулем и двойные | 1 | 47-50 |
| | 2.2.3. | **Урок 2.13.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.1. | **Урок 2.14.** Действия над рациональными числами и их свойства | 1 | 51-55 |
| | 1.1.1. | **Урок 2.15.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.1. | **Урок 2.16.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.1.1., 1.1.2., 1.1.3., 2.2.3. | Урок 2.17. обобщающие задания | 1 | 56 |
| | | **Урок 2.18. Малое суммативная оценивание № 2** | 1 | |
| | **Итого** | | 18 | |

## Урок 2.1. Запись и чтение рациональных чисел
(учебник стр. 33)

**Стандарт**: **1.1.1.** Читает и записывает рациональные числа.
**Результат обучения**: Может читать и писать рациональные числа.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы**: Учащиеся знают натуральные, целые и дробные числа из курса математики 5-6 классов. В учебнике учитель представляет учащимся схему, описывающую множества натуральных, целых и рациональных чисел, и объясняет эту схему, обсуждая ее со школьниками. Обращаем внимание учащихся, что множество рациональных чисел обозначается буквой Q.
**Исследовательский вопрос**: *Как пишутся и читаются рациональные числа?*
Задания, данные в учебнике, выполняются в течение 1 урока.

**Задание № 8**. Задача на исследование. Эта задача обсуждается вместе с учащимися. Исследования также можно проводить в группах. 1) Разность между знаменателем и числителем дроби $\frac{2}{5}$ равна 3. Если умножить числитель и знаменатель этой дроби на 4, получится дробь $\frac{8}{20}$. Здесь выполняется основное свойство дроби. Разность между числом в знаменателе и числом в числителе равна 12, и это число в 4 раза больше предыдущей разности.

2) По той же логике, если $b - a = k$ в дроби $\frac{a}{b}$ , то если мы умножим числитель и знаменатель этой дроби на любое число m, разность между числителем и знаменателем дроби $\frac{ma}{mb}$ будет $mb - ma = m(b - a) = mk$.

Результаты исследования обсуждаются с учениками.

**Дифференциальное обучение**: учащимся с плохими результатами обучения трудно понять взаимосвязь между различными вариантами написания чисел (десятичные дроби, обыкновенные дроби). По этой причине учитель может подготовить дополнительные рабочие листы для таких учащихся, чтобы выполнять больше задач, связанных с преобразованиями.

**Важные моменты**: Преподаватель должен стараться, чтобы учащийся каждый раз выполнял операцию преобразования, чтобы он не ошибся при переводе рациональных чисел из одной формы записи в другую.

**Обобщение и вывод**: Подводятся итоги изученного о написании и чтении рациональных чисел, основные моменты еще раз подчеркиваются учителем. Повторяется переход от написания числа разными способами к его записи в виде дроби.

**Оценивание** ● Написание и чтение рациональных чисел.
**Уровень I:** С трудом пишет или читает рациональные числа;
**Уровень II:** Нуждается в помощи учителя при чтении или преобразовании рациональных чисел из одной формы записи в другую.
**Уровень III:** Пишет и читает рациональные числа в различных формах.
**Уровень IV:** Переходит от одного написания рациональных чисел к другому удобными способами, производит вычисления над рациональными числами.

## Урок 2.2.-2.4. Периодические десятичные дроби
(учебник стр.35)

**Стандарт**: **1.1.1**. Читает и записывает рациональные числа.
**Результат обучения**: Читает и пишет периодические десятичные дроби.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: Учитель представляет учащимся таблицу ЗХЗУ с надписью «Дроби» (или показывает ее на экране с помощью проектора) и задает им следующий вопрос: В каких видах записываются дроби?

| Знаю | Хочу знать | Узнал |
|---|---|---|
| **Обыкновенные дроби, правильные дроби, неправильные дроби, смешанные числа, десятичные дроби и т. д.** | Причину, по которой при преобразовании обыкновенной дроби в десятичную деление продолжается до бесконечности. | |

В ответ на этот вопрос учащиеся записывают в первый столбик то, что они знают о разных видах записи дробей: обыкновенные дроби, правильные дроби, неправильные дроби, смешанные числа, десятичные дроби и т. д. Затем во второй колонке учащиеся пишут, что они хотят знать о дробях. Конечно, здесь ученики могут вносить различные предложения. Преподаватель должен постараться обратить внимание учащихся на то, что любое число или группа чисел в дроби повторяются бесконечно при делении числителя на знаменатель при преобразовании обыкновенной дроби в десятичную.
**Исследовательский вопрос**: *Если при делении числителя дроби на ее знаменатель частное продолжается бесконечно, как пишутся и читаются такие дроби?*
**Объяснение учителя**: Учитель знакомит учащихся с периодическими десятичными дробями и их видами. Вниманию учащихся предлагается написание и чтение периодических десятичных дробей. Обсуждаются разложение знаменателя дроби на множители при преобразовании

обыкновенной дроби в десятичную, признаки простых множителей. Тщательно изучаются виды и правописание периодических десятичных дробей. Учащиеся учатся читать и писать чистые и смешанные периодические десятичные дроби на многих примерах.

На первом уроке больше места отводится объяснению темы, а на втором и третьем уроках выполняются задания, данные в учебнике и с QR-кодами.

Учитель может раздать группам рабочие листы для проведения исследования. На рабочих листах записываются задания из учебника или примеры, представленные учителем. Задания выполняются и представляются группами.

**Дифференциальное обучение**: учащимся с плохими результатами обучения трудно показать периодическую часть при написании периодической десятичной дроби и преобразовать обыкновенную дробь в периодическую десятичную. По этой причине учитель может давать таким учащимся дополнительные задания типа заданий № 1-4. Учащимся с высокими результатами обучения можно давать задания, связанные с преобразованием более сложных дробей в периодические десятичные дроби.

**Обобщение и заключение**: Учитель предлагает учащимся написать в третьей колонке, что они узнали, заполнив таблицу ЗХЗУ. Подытожены полученные знания о написании и чтении периодических десятичных дробей.

**Оценивание** ● Преобразование в периодическую десятичную дробь

**Уровень I:** Читает и пишет периодические десятичные дроби, с трудом переводит правильные дроби в периодические десятичные дроби; затрудняется представить группу цифр, которые составляют период в периодических десятичных дробях; знает правило преобразования обыкновенной дроби в периодическую десятичную дробь, но не может его применить.

**Уровень II**: Преобразует обыкновенные дроби в конечные и периодические десятичные дроби после заданного направления; преобразует обыкновенную дробь в десятичную, но с трудом определяет тип (конечная десятичная, чистая или смешанная периодическая десятичная дробь).

**Уровень III:** Свободно преобразует обыкновенные дроби в конечные и периодические десятичные дроби.

**Уровень IV:** Правильно предсказывает и свободно преобразует обыкновенную дробь в конечную или периодическую десятичную дробь; демонстрирует творческий подход при преобразовании дроби в конечную или периодическую десятичную дробь.

## Рациональные числа. Периодические десятичные дроби

**1.** Представьте числа -2; 5; 4,3; 0 в виде дроби со знаменателем 3.

a) $\frac{-6}{3}$; $\frac{15}{3}$; $\frac{12,9}{3}$; $\frac{0}{3}$; b) $\frac{-2}{3}$; $\frac{15}{3}$; $\frac{4,3}{3}$; $\frac{0}{3}$; c) $-2\frac{1}{3}$; $5\frac{1}{3}$; $4\frac{3}{3}$; $\frac{0}{3}$; d) $\frac{6}{3}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{0}{3}$.

**2**. Найдите значение выражения: $12\frac{1}{3} + (\frac{2}{3} - \frac{3}{4})$.

a) 12; b) $12\frac{1}{4}$; c) $\frac{-3}{4}$; d) $13\frac{3}{4}$.

**3**. Найдите значение выражения: $(4\frac{1}{6} \cdot 36 - 15) : 10$.

a) 15; b) 135; c) 13,5; d) 1,35.

**4**. Если $a = 1,5$ и $b = \frac{10}{13}$, найдите значение выражения $9,2\,a + 2\frac{3}{5}\,b$ .

a) 158; b) 15,8; c) 11,8; d) 1,58.

**5**. Если $a = 3\frac{1}{5} - 2\frac{8}{7}$, найдите значение выражения $\frac{a}{5,7-4,5} + \frac{a}{2,8+4,4}$ .

a) $3\frac{5}{6}$; b) $\frac{1}{18}$; c) $\frac{2}{9}$; d) 7,2.

**6**. Запишите обычную дробь в виде десятичной дроби: $\frac{15}{40}$; $\frac{450}{750}$; $\frac{140}{700}$; $\frac{50}{11}$.

a) 37,5; 0,6; 0,02; 4,(54); b) 3,75; 6; 0,2; 4,5(54);

c) 0,37; 0,6; 2; 4,(54); d) 0,375; 0,6; 0,2; 4,(54);

**7**. Запишите бесконечные десятичные дроби в периоде: 0,444...; 3,535353... ; 72,129129...; 12,3777... .

a) 0,(4); 3,(53); 72,(129); 12,3(7);
b) 0,4(4); 3,5(53); 72,(129); 12,(37);
c) 0,(4); 3,(53); 0,(72129); 12,37(7);
d) 0,(4); 0,(353); 72,1(29); 12,(377).

**8**. Запишите цифрами математическое выражение « пятьдесят семь целых восемьдесят три в периоде».

a) 57,83; b) 57,(83); c) 0,5783; d)5,7(83).

**9**. Найдите значение выражения: $\frac{2,(8)+2,(4)}{0,(7)+1,(6)}$.

a) $2\frac{2}{11}$; b) $2\frac{2}{22}$; c) $\frac{2}{11}$; d) $\frac{48}{11}$.

**10**. Найдите значение выражения … $(3\frac{2}{8} + 0,666...) \cdot 0,(12)$.

a) $\frac{47}{90}$; b) $\frac{47}{99}$; c) 0,4(7) ; d) 4,(7).

## Урок 2.5.–2.7. Обращение периодической десятичной дроби в обыкновенную (учебник стр.38)

**Стандарт**: 1.1.1. Читает и записывает рациональные числа.
**Результат обучения**: Преобразует периодическую десятичную дробь в обычную дробь.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: Учитель повторно представляет учащимся (или показывает на экране проектора) таблицу ЗХЗУ, использованную на предыдущем уроке, и снова спрашивает их, что они хотят знать о дробях. Ученики, которые хотят знать, как преобразовать периодическую десятичную дробь в обычную дробь, записывают это во второй столбец.
**Исследовательский вопрос**: *Как преобразовать периодическую десятичную дробь в обычную дробь?*
Для проведения исследования ученики выполняют алгоритм преобразования 3,(45) чистой и 0,12(7) смешанной периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби. Результаты представляются и объясняются на доске. Выслушиваются мнения учащихся о реализации данного алгоритма. Затем учитель объясняет новую тему.
**Объяснение учителя**: Учитель объясняет, как каждую чистую и смешанную периодическую десятичную дробь преобразовать в обыкновенную дробь. В качестве продолжения исследования учащиеся выполняют задания, данные в учебнике.
1-й урок, выделенный на изучение темы, посвящен объяснению темы, а на 2-м и 3-м уроках выполняются работы по учебнику и QR-коду.
Указания для некоторых задач:

**Задание № 6.** a) В правой части уравнения . a) $8,(m) = 8\frac{m}{10}$: $8,(m) = 8\frac{m}{9}$ .должен стоять знаменатель 9.
b) Уравнение $0,n(mk) = \frac{\overline{nmk}-m}{999}$ должно иметь 990 в знаменателе и $\overline{nmk} - n$ в числителе $0,n(mk) = \frac{\overline{nmk}-n}{990}$.

**Задание № 7.** Для записи чисел 0,(a) и 7,b(a) в виде обыкновенных дробей применяются правила преобразования чистых и смешанных периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби:
$0,(a) = \frac{a}{9}$ ; $7,b(a) = 7\frac{\overline{ba}-b}{90} = 7\frac{9b+a}{90}$. Здесь $\overline{ba} = 10b + a$ – двузначное число.

**Задание № 9.** a) S = число полных квадратов + число неполных квадратов: 2 = 2 + 9 : 2 = 6,5;
Так как площадь каждой клетки равна 2,(6) см$^2$, S = 6,5 · 2,(6) = $\frac{13}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{52}{3} = 17\frac{1}{3}$ (см$^2$ ) = $\frac{52}{3} \cdot 100$ (мм$^2$) = $1733\frac{1}{3}$ (мм$^2$)
b) количество полных квадратов + количество неполных квадратов:
2 = 4 + 10 : 2 = 9;

Поскольку площадь каждой клетки равна 2,(6) см$^2$, $S = 6{,}5 \cdot 2{,}(6) = \frac{13}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{52}{3} = 17\frac{1}{3}$ (см$^2$ ) $= \frac{52}{3} \cdot 100$ (мм$^2$) $= 1733\frac{1}{3}$ (мм$^2$)

**Важные моменты**: иногда учащийся забывает правила, которые применяются при преобразовании смешанной периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь. Удобным способом преобразовать смешанную периодическую десятичную дробь в обыкновенную дробь можно, представив ее как сумму разрядных слагаемых.

**Обобщение и заключение**: В конце учащиеся вносят правила преобразования периодической десятичной дроби в обыкновенную в третий столбец таблицы ЗХЗУ. Учитель подводит итоги изученного.

**Оценивание** ● Преобразование

**Уровень I:** Испытывает трудности с преобразованием периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби; при преобразовании периодической десятичной дроби в обыкновенную в знаменателе ошибочно пишет в знаменателе 10, 100, 1000 и др. разрядные единицы; при преобразовании периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь не может определить количество девяток и нулей в знаменателе.

**Уровень II**: Переводит чистую периодическую десятичную дробь в обыкновенную дробь, с трудом переводит смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенную дробь; преобразование чистых и смешанных периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби требует некоторого руководства со стороны учителя (или помощи сверстников); преобразовывает чистые и смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные дроби, но делает ошибки при проверке правильности их ответа.

**Уровень III:** Свободно преобразует чистые и смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные дроби.

**Уровень IV:** Свободно преобразует чистые и смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные путем выполнения алгоритма и сокращения и проверяет правильность ответа; демонстрирует творческий подход при преобразовании и проверке периодических десятичных дробей.

## Преобразование периодической десятичной дроби вобыкновенную дробь

1. Преобразовать чистые периодические десятичные дроби в обыкновенные дроби: 1,(5); 3, (7); 0,(43); 12, (123).

a) $1\frac{5}{9}$ ; $3\frac{7}{9}$ ; $\frac{43}{99}$ ; $12\frac{41}{333}$ ; b) $1\frac{5}{10}$ ; $3\frac{7}{10}$ ; $\frac{43}{100}$ ; $12\frac{123}{1000}$ ;

c) $1\frac{1}{2}$ ; 3,7 ; $\frac{43}{90}$ ; $12\frac{123}{900}$ ; d) $1\frac{5}{9}$ ; $3\frac{7}{10}$ ; $\frac{43}{99}$ ; $\frac{123}{999}$ .

2. Перевести смешанные периодические десятичные дроби в обыкновенные дроби: 1,2(3); 3,5(12); 10.21(5); 18.02(15).

a) $1\frac{23}{90}$ ; $3\frac{512}{900}$ ; $10\frac{215}{900}$ ; $18\frac{213}{9000}$ ; b) $1\frac{7}{30}$ ; $3\frac{169}{330}$ ; $10\frac{97}{450}$ ; $18\frac{71}{3300}$ ;

c) $1\frac{7}{30}$ ; $3\frac{507}{330}$ ; $10\frac{97}{900}$ ; $18\frac{142}{9900}$ ; d) $1\frac{7}{90}$ ; $3\frac{169}{990}$ ; $10\frac{97}{300}$ ; $18\frac{71}{1000}$ .

3. Найдите значение выражения: 2,(8) + 3,1(2).

a) 6; b) 6,1; c) $6\frac{1}{90}$ ; d) $6\frac{91}{90}$ .

4. Найдите значение выражения 11,(9) ·2,0(3) .

a) 0,24; b) 244; c)2,44; d) 24,4.

5. Найдите число, которое получится, если 3,1(9) вычесть из числа, 0,(5) часть которого равна 20.

a) 3,28; b) 33,2; c) 32,8; d) 328.

6. Найдите 45% числа, 14% которого равны 3,(8).

a) 12,5; b) 1,25; c) 125; d) 12,(5).

7. Найдите периметр прямоугольника, длина которого равна 6,(6) см, а ширина в 4 раза меньше.

a) 16,(6) см b) 16 см c) 17 см d) $16\frac{1}{3}$ см

8. Катер прошел по течению реки 44 км за 2,(4) часа. Какова скорость катера против течения, если скорость реки 2,(6) км/ч?

a) $12\frac{1}{3}$ км/ч; b) $12\frac{2}{3}$ км/ч; c) 12 км/ч; d) $13\frac{1}{3}$ км/ч;

**9**. Длина одной стороны треугольника равна 10,(3) см, вторая сторона длиннее на 2 см 4 мм, а третья сторона равна среднему арифметическому длин первой и второй сторон. Найдите периметр треугольника.

a) 3,46 см b) 34,(6) см c) 34,6 см d) 346 см

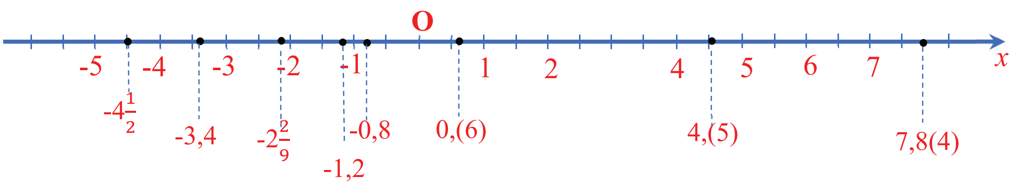
**10**. Найдите значение выражения: $\frac{8,(3)-6\frac{3}{4}}{1.58(3)}+5,(3)$.

a) 0,1; b) $\frac{7}{12}$ ; c) 1; d) 6,(3).

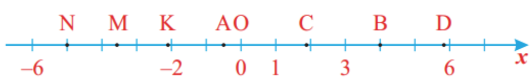
## Урок 2.8–2.9. Изображение рациональных чисел на числовой оси (учебник стр. 40)

**Стандарт: 1.1.3.** Указывает на координатной оси точку, соответствующую рациональному числу.
**Результат обучения**: отмечает точки, соответствующие рациональным числам на числовой оси, и находит координаты заданных точек и расстояние между двумя точками.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: На первом занятии учитель дает задание отметить на числовой прямой рациональные числа, данные в разных написаниях. Выполняя это задание, учащийся вспоминает, что он знает о расположении чисел на числовой прямой. Например, при определении точки, соответствующей числу 1/4, он указывает, между какими двумя целыми числами находится это число. В то же время определяет, где находится число 1/4. В это время учитель может помочь ученикам, дав определенные указания. Затем учитель объясняет учащимся задание (или подобное задание), данное в объяснении темы в учебнике. Обсуждается расположение рациональных чисел на числовой оси и их положение относительно начала отсчета.
Задания №1-5, приведенные в учебнике, выполняются учащимися.
**Задание №3.** Заданные числа на числовой оси расположены следующим образом:




**Задание № 4.** Ориентировочно определяются координаты отмеченных на рисунке точек



:

N(–5), M(–3,5), K(–2,(1)), A(–0,5), C(1,(8)), B(4), D(5,7). Учащиеся могут дополнительно отметить несколько точек и определить их координаты.
Нахождение расстояния между двумя точками на числовой оси исследуется на втором занятии.
**Ход урока**: Учащиеся класса делятся на две группы. Каждой группе дается исследование 1 и исследование 2, указанные в учебнике. В группах обсуждается и представляется нахождение расстояния между двумя

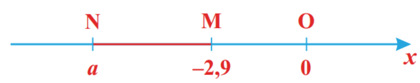
точками, расположенными по одну сторону или по разные стороны от точки отсчета O.

**Объяснение учителя**: Расстояние между двумя точками на числовой оси равно модулю разности координат этих точек. Расстояние между точками A(x) и B(y) находится по формуле AB =|x–y|.

Задания № 1-7, приведенные в учебнике, выполняется учащимися в группах или индивидуально.

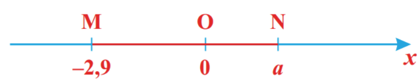
**Задание № 4**. а) По условию известно, что MN = 3,54 и M(–2,9). Но ничего не сказано о том, как расположены точки M и N на числовой оси (какая справа, а какая слева). Поэтому при выполнении задания рассматриваются два случая:

**Случай I**: точка M находится справа от N на числовой оси. В этом случае точки изображаются на числовой оси следующим образом:




Координата N обозначается через a: N(a). При вычитании координаты точки (M) справа на числовой оси из координаты точки (N) слева получается 3.54: –2,9 – a = 3,54. Отсюда a = –2,9 – 3,54 = –6,44.

**Случай II**: точка N расположена справа от M на числовой оси. В этом случае, поскольку 3,54 > 2,9, точка N расположена правее начальной точки отсчета O:




При вычитании из координаты точки (N) справа на числовой оси координаты точки (M) слева получается3.54: a – (–2,9) = 3,54 или a + 2,9 = 3,54. Отсюда a = 3,54 – 2,9 = 0,64.

**Задание № 5.**

a) Координаты точек, удаленных на 11 единиц от точки с координатой 5 на числовой оси, равны 6 и 16. Их сумма равна 22.

b) Найти точные координаты точек на числовой оси, отстоящих менее чем на 8 единиц от точки с координатой –3.

c) Найдите координаты каких-нибудь трёх точек на числовой оси, расположенных от точки с координатой −25 на расстоянии более чем 100 единиц.

**Задание № 7**. При выполнении этого задания учащиеся отмечают расположение точек A(-5) и B(x) на числовой оси и отмечают между этими точками 28 точек на равных расстояниях друг от друга.


Таким образом, вместе с точками A и B на числовой оси отмечено 30 точек. Так как расстояние между любыми двумя соседними точками равно 4 см, мы можем определить, что между точками A и B находится 29 отрезков одинаковой длины и записать: $AB = 29 \cdot 4 = 116$ (см). Тогда $x = -5 + 116 = 111$. B(111).

**Дифференциальное обучение**: учащиеся с плохими результатами обучения испытывают трудности с указанием рациональных чисел на числовой прямой. В связи с тем, что при изображении отрицательных дробей по числовой оси совершается больше ошибок, этот тип заданий следует давать немного больше учащимся с плохими результатами обучения.

**Моменты, на которые следует обратить внимание**: Следует обратить внимание учащихся на схематическое изображение на числовой прямой точек, координатами которых являются многозначные числа.

**Обобщение и заключение**: Учитель обобщает изученное, еще раз обращая внимание учащихся на способы изображения рациональных чисел на числовой оси и нахождения расстояния между двумя точками.

**Оценивание** ● Изображение

**Уровень I**: с трудом отмечает рациональные числа на числовой оси; При отображении рациональных чисел на числовой оси не соблюдает очередность (последовательность); При отображении рациональных чисел в числовой оси путает месторасположение отрицательных и положительных чисел.

**Уровень II**: Определяет координаты точек на числовой оси, но затрудняется указать на числовой оси точку, координата которой является рациональным числом, нуждается в некотором руководстве при нахождении расстояния между двумя точками.

**Уровень III:** Отмечает точки с заданными координатами на числовой оси и определяет координаты точки. Находит расстояние между двумя точками.

**Уровень IV**: Свободно отмечает на числовой оси точки, соответствующие рациональным числам, свободно и с объяснением выполняет задания, связанные с нахождением расстояния между точками.

## Расстояние между двумя точками

**1**. Найдите расстояние между точками A(-2) и B(5,8).

A) 3,8 B) 7,8 C) 5,6 D) – 3,6

**2**. Найдите расстояние между точками M(-13,4) и N(-4,1)..

A) 17,5 B) -17,5 C) 9,3 D) – 3,6

**3**. Найдите расстояние между точками K(0,(6)) и P(19,(2)).

A) 18,(5) B) 18,5 C) 19 D) 0,6

**4**. Найти координату точки A, если AM = 21,5 и M(3,7).

A) 17,8 или -25,2 B) 17,8 или 25,2

C) -17,8 или -25,2 D) -17,8 или 25,2

**5**. Если A(–2), B(–1,5), C(18), D(0), K(–10), вычислить AB – AC + BC + DC – DK.

A) 38 B) 30 C) 8 D) -6

**6**. Найдите координату точки B, если AB = 18,3 и A(-4,9).

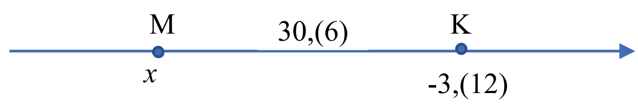
A) 13,4 или - 23,2 B) 13,4 или 23,2

C) - 13,4 или - 23,2 D) 13,4 или 23,2

**7**. Если расстояние между двумя точками, координаты которых являются противоположными числами, равно 3м, то каковы будут координаты этих точек?

А) 3м и -3м Б) -1,5м и 1,5м В) м и -м Г) 3м - 1 и 3м + 1

**8.** Найдите координату точки M по положению данных точек на числовой оси.

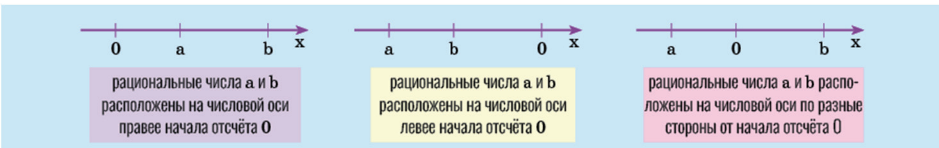



A) - 33 B) - 33,7 C) - 33,(78) D) 33,78

## Урок 2.10–2.11. Сравнение рациональных чисел
(учебник стр. 44)

**Стандарт: 1.1.2.** Сравнивает и упорядочивает рациональные числа.
**Результат обучения**: Сравнивает рациональные числа, расставляет их в порядке возрастания и убывания.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: В учебнике даны три случая расположения рациональных чисел a и b относительно начальной точки отсчета O. В каждом случае учащиеся должны назвать знак чисел a и b и сравнить.




Они уже умеют сравнивать числа из курса математики. Учитель должен работать так, чтобы учащиеся могли свободно выражать свои мысли. Здесь, если учащийся затрудняется, вместо чисел a и b учитель может написать отрицательные дроби и периодические десятичные дроби, как указано в примере.
**Исследовательский вопрос**: *Какие правила соблюдаются при сравнении рациональных чисел?*

**Объяснение учителя**: Сравнение чисел, данных в виде конечных и бесконечных периодических десятичных дробей, поясняется на примере, приведенном в учебнике. Отрицательное значение этих чисел также обсуждается с учащимися и сравнивается.
При проведении исследования учащиеся могут работать в группах или индивидуально. Рекомендации для некоторых заданий:

**Задание № 6.** Чтобы дать данные числа в порядке возрастания или убывания, учащимся разъясняется необходимость показать эти числа одинаковым образом.
a) В порядке возрастания: -3,5; $-3\frac{1}{12}$; -0,3; $-\frac{15}{7}$; $\frac{-3}{5}$; $\frac{4}{-15}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{25}{7}$;

b) В порядке убывания: $\frac{7}{2}$; $\frac{13}{11}$; $\frac{20}{27}$; 0,5; $-\frac{1}{5}$; $-\frac{2}{9}$; $\frac{4}{-17}$; $\frac{-34}{34}$;
$-1\frac{1}{13}$; -2,3; -2,(3).

**Задание №7**. a) $m > 0$; $n < 0$; b) $\frac{1}{3}n > 3n$; c) $|0{,}5m| < |n|$ .

**Задание №8**. При решении этой задачи каждый пункт можно поручить одной группе. Группа I выполняет задание **a**, группа II выполняет задание **b**, а группа III выполняет задание **c** и, наконец, представляют решение и обсуждают результаты.

a) Согласно рисунку *13a, b + a* находится между 0 и a на числовой оси, число *a – b* находится слева от a, а число b – a находится справа от b на числовой оси (рисунок 13a в учебнике ). Согласно рисунку *13b, b + a* находится слева от числа a на числовой оси, число a – b находится между числами *a* и *b, a b – a* расположено справа от 0 на числовой оси ( рис. 13b в учебнике); Согласно рисунку *13b, b + a* находится слева от b на числовой оси, *a – b* – справа от 0 на числовой оси, *a b – a* находится между 0 и a на числовой оси (рисунок 13c в учебнике);

b) a-b < b+a < b-a (рисунок 13a в учебнике); b+a < a-b < b-a (рисунок 13b в учебнике); b+a < b-a < a-b (рис. 13c); c) | b +a| < |a – b | = | b - a| (рисунок 13a в учебнике); |a – b | = | b - a| < | b +a| (рисунок 13b в учебнике); |a - b | = |b - a|<|b+a| (рисунок 13c в учебнике).

**Задание №9**. a) Если модуль одного числа больше модуля второго, то нельзя сказать, что первое число больше второго. Учащийся может обосновать свое мнение, приводя примеры;

b) Если модуль одного из двух отрицательных чисел больше модуля другого, это решается, исходя из того, что число с большим модулем меньше.

**Задание № 10**. Это задание желательно выполнять в группах. Учащиеся должны стараться свободно обосновывать свои идеи и использовать примеры при выполнении задания.

a) Сумма двух чисел может быть больше одного из слагаемых и меньше другого. a + b > a и a + b < b. Такое возможно, если a – отрицательное число. Например: пусть a = –5, b = 7. Тогда –5 + 7 > –5 и –5 + 7 < 7.

f) Сумма двух чисел может быть больше их произведения. Например, если одно из чисел равно 0 или 1, а другое число — положительное число, сумма больше произведения: 1 + 9 > 1· 9; 0 + 12 > 0 · 12 и так далее.

**Задание № 11**. Задание исследовательского типа. Учащиеся класса могут решить задание, разделившись на группы.

1) a) при p < k, b) когда |p| < |k|; c) когда |p| > |к|;

2) когда m < n, |m| > |n|, когда m > n, |m| < |n|;

3) Случай I: если a > b и a + b < 0, то |a| < |b|;

Случай II: если a > b и a + b > 0, то |a| > |b|;

Случай III: если $a < b$ и $a + b < 0$, то $|a| > |b|$;

Случай IV: если $a < b$ и $a + b > 0$, то $|a| < |b|$.

**Дифференциальное обучение**: При сравнении рациональных чисел наиболее трудные моменты для учащихся появляются при сравнении отрицательных чисел. Для того, чтобы учащиеся с плохими результатами обучения добились успехов в сравнении рациональных чисел, учитель может выявить эти аспекты и дать им дополнительные задания.
**Обобщение и вывод**: Правила, используемые при сравнении рациональных чисел, повторяются и обобщаются учителем.

**Оценивание** ● Сравнение
**Уровень I:** Испытывает трудности со сравнением и упорядочиванием рациональных чисел; сравнивает положительные числа, с трудом сравнивает отрицательные числа.
**Уровень II:** Сравнивает и упорядочивает рациональные числа после определенной инструкции; сравнивает два рациональных числа, нуждается в помощи, чтобы расположить больше двух рациональных чисел в порядке возрастания или убывания.
**Уровень III:** Свободно сравнивает и упорядочивает рациональные числа.
**Уровень IV:** Использует логические рассуждения при сравнении и упорядочении рациональных чисел.

## Урок 2.12–2.13. Неравенства с модулем и двойные неравенства (учебник стр. 47)

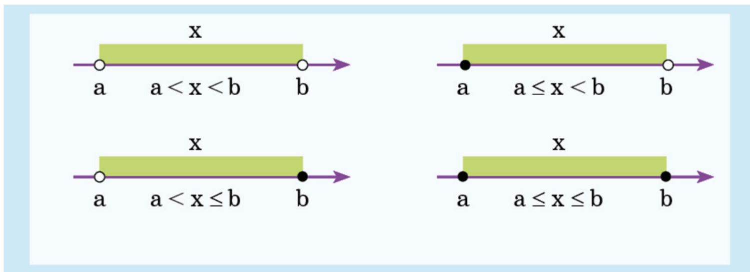
**Стандарты: 2.1.2**. Записывает в виде неравенства произнесенное устно двойное предложение.
**2.2.3.** Определяет методом подбора решение простых неравенств с переменной внутри знака модуля.
**Результаты обучения**:
1) Записывает словесное суждение в виде неравенства.
2) Решает методом подбора простые неравенства со знаком модуля.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Простые неравенства, выполнение решения неравенства, записанного в двойном виде, определение множества его корней могут вызвать затруднения у учащихся. В этом случае учитель может дать определенное направление или указание. Опыт показывает, что при решении неравенства учащийся лучше понимает его, когда пользуется

числовой осью. По этой причине в примерах в учебнике множество решений неравенства изображено на числовой оси.

**Исследовательский вопрос**: *Как определить множество решений простого и двойного неравенства?*

**Объяснение учителя**: неравенство, заданное в виде $a < x < b$, $a \leq x < b$, $a < x \leq b$ или $a \leq x \leq b$, называется двойным неравенством (где a и b — известные рациональные числа, а x — искомая переменная). В учебнике вместе с учащимися исследуется запись двойного неравенства на числовой оси. Это объясняет, когда пограничная точка включается в множество решений или исключается из множества решений.




Двойные неравенства обычно записываются с помощью знаков < или ≤. Но эти неравенства можно записать и с помощью знаков > или ≥: $b > x > a$, $b > x \geq a$, $b \geq x > a$ или $b \geq x \geq a$. Эти записи обсуждаются и объясняются.

Затем учеников учат писать двойное неравенство с помощью символа модуля и решать простые неравенства с модулем. Исследуются неравенства, модуль которых меньше любого числа или модуль которого больше любого числа.

Урок I по этой теме основан на исследовании, решаются примеры. На втором занятии выполняются задания, данные в учебнике.

**Задание № 6**. При решении методом подбора неравенств с переменной внутри знака модуля учащийся должен стараться поставить вместо переменной такое число, чтобы полученное числовое неравенство было верным. Решая эту задачу, учащийся учится делать логические рассуждения.

a) В неравенстве $|x + 2{,}1| < 3{,}5$ вместо x следует написать такое число, чтобы модуль суммы, полученной при сложении 2,1 с этим числом, был меньше 3,5. При этом число x должно быть меньше $3{,}5 – 2{,}1 = 1{,}4$. С другой стороны, число x должно быть больше числа $-3{,}5 – 2{,}1 = –5{,}6$, иначе, например, если $x = –6$, то $|–6 + 2{,}1| = 3{,}9 < 3{,}5$ неравенство будет неверно. Высказывая эти суждения, учитель может дать ученикам определенные указания.

f) В неравенстве $|x| + 3|x| \geq 21$ $|x|$ и $3|x|$ подобные слагаемые. Хотя учащиеся еще не сокращали подобные слагаемые, написанные под знаком модуля, учащийся с высокой успеваемостью может легко это определить. Тогда $4|x| \geq 21$ и $|x| \geq 7$. Легко видеть, что значение, которое может принимать x в этом неравенстве, в простейшем случае больше или равно 7. Учащийся может путем рассуждений определить, меньше ли x, чем–7, или равно 7.

**Задание № 15**. a) когда $a < 0$, $|x| > a$ имеет бесконечное число решений, так как модуль любого числа больше отрицательного числа;

b) любое число, отличное от 0, удовлетворяет неравенству;

c) не имеет корня;
d) $-a < x < a$;  e) 0;
f) $-a \leq x \leq a$.

**Дифференциальное обучение**: если учащимся с низкой успеваемостью трудно найти какое-либо решение неравенств с переменной в пределах знака модуля, учитель может дать им более простые задачи. Например $|x| > 4$, $|x| < 7$ и так далее.

**Обобщение и вывод**: Изученное о решении неравенств методом подбора, повторяется и обобщается учителем.

**Оценивание** ● Выражение ● Решение методом подбора

**Уровень I**: Не может правильно выразить словесное предложение с помощью неравенства; не может правильно решить неравенство с переменной в модуле путем подбора.

**Уровень II**: Делает определенные ошибки при выражении словесного предложения с помощью неравенства; нуждается в помощи преподавателя при решении неравенства с переменной в модуле путем подбора.

**Уровень III**: Выражает словесное предложение с помощью неравенства; Самостоятельно решает неравенство с переменной внутри модуля путем подбора.

**Уровень IV**: Записывает высказанное предложение в виде неравенства и читает данное неравенство; решает неравенство с переменной внутри модуля путем подбора с объяснением.

## Неравенства с модулем и двойные неравенства

**1**. Запишите выражение в виде двойного неравенства: «a больше 17 и меньше 23».

A) $a > 17$ и $a < 23$   B) $17 < a < 23$   C) $23 < a < 17$   D) $a > 23$ и $a < 17$

**2.** Запишите выражение в виде двойного неравенства: «число m не меньше числа 8 и не больше числа 9».

A) $-8 \leq m \leq 9$   B) $-8 < m < 9$   C) $-8 < m \leq 9$   D) $-8 \leq m < 9$

**3**. Запишите количество целых корней двойного неравенства:
$3{,}54 < x < 17{,}9$.

A) 12   B) 14   C) 13   D) 15

**4**. Запишите количество натуральных корней двойного неравенства:
$-5{,}3$  $x < 7{,}21$

A) 10   B) 5   C) 12   D) 7

**5**. Найдите сумму наименьшего и наибольшего целых корней двойного неравенства: $-4{,}1 < m$  13.

A) 16   B) 8   C) 9   D) 17

**6**. Найдите произведение наибольшего и наименьшего целых корней данного неравенства: $|x| < 4$.

A) -9 B) -16 C) -12 D) 9

**7**. Найдите наименьший натуральный корень данного неравенства: $|x| > 235$.

A) 0 B) -236 C) 235 D) 236

**8**. Сколько корней имеет неравенство $|x| > -5$?

A) нет корня B) бесконечное число C) 5 D) 10

**9**. Сколько корней имеет неравенство $|x| < -100$?

A) нет корня B) бесконечное число C) 198 D) 100

**10.** Укажите неравенство, множество натуральных решений которого $x = \{11; 12; 13; ...\}$.

A) $x > 11$ B) $x > 10$ C) $x < 13$ D) $|x| < 14$

**11**. Сколько целых корней имеет неравенство $|x| < 6$?

A) 6 B) 10 C) 11 D) 7

**12.** Какое неравенство имеет множество решений ?

A) $x < -9$ B) $|x| \leq 0$ C) $|x| < 0$ D) $|x| > 0$

**13**. Запишите выражение «x — неотрицательное число» в виде неравенства.

A) $x < 0$ B) $x > 0$ C) $x \leq 0$ D) $x \geq 0$

**14**. Какое из заданных чисел удовлетворяет неравенству $|x + 5{,}4| < 9{,}5$?

A) 5 B) -13 C) -15 D) 8

**15**. Длина одной стороны треугольника 12 см, длина второй стороны - 18,5 см, а периметр меньше 46,2 см. Каким натуральным числом может быть максимальная длина третьей стороны треугольника?

A) 20 B) 16 C) 14 D) 10.

## Урок 2.14–2.16. Действия над рациональными числами и их свойства (учебник стр. 51)

**Стандарт: 1.2.1**. Находит значение числового выражения (включая степени с натуральным показателем), соблюдая последовательность выполнения операций.
**Результат обучения**: Находит значение числового выражения, соблюдая последовательность выполнения операций над рациональными числами.
**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: Над рациональными числами можно производить операции сложения, вычитания, умножения и деления, при этом вместе с учащимися исследуется тот факт, что результатом этих операций также является рациональное число. Свойства операций сложения, вычитания, умножения и деления объясняются и обосновываются примерами. Изучается распределительное свойство умножения по отношению к сложению и вычитанию.

**Исследовательский вопрос**: *Как свойства операций над рациональными числами применяются к решению задач?*

С целью проведения исследования задания, данные в учебнике, выполняются в течение 3-х уроков. Кроме того, выполняются и задания, данные в QR-коде в конце темы в учебнике.
**Задание № 15**. Это задание можно поручить учащимся с высокими учебными результатами для развития их творческих способностей.

$$\text{а)}\ \frac{\left(0,666...-\frac{1}{3}\right):0,25}{0,12333...:0,0925}+12,5\cdot 0,64=\frac{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{4}}{0,12(3):0,0925}+8=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{111}{900}:\frac{925}{10000}}+$$

$$+8=\frac{4}{3}:\frac{111}{900}\cdot\frac{10000}{925}+8=1+8=9.$$

**Дифференциальное обучение**: учащимся с низкими результатами обучения даются более простые задачи, связанные с действиями над рациональными числами. Было бы уместно, если бы они использовали свои навыки работы с калькулятором для выполнения заданий.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное, еще раз подчеркивая необходимость соблюдения последовательности действий при нахождении значения выражения.
**Оценивание** ● применение
**Уровень I:** Не знает последовательности действий по нахождению значения выражения; находит значение выражения без скобок, с трудом находит значение выражений со скобками.
**Уровень II:** Знает последовательность действий, не может правильно найти значение выражения.
**Уровень III:** Самостоятельно выполняет последовательность операций и находит значение выражения.
**Уровень IV:** Использует удобные способы при выполнении действий.

## Операции над рациональными числами

**1**. Вычислите $-9\frac{5}{7}+2\frac{3}{4}$.

a) $7\frac{1}{4}$ ; b) $-7\frac{3}{4}$ ; c) $-6\frac{27}{28}$ ; d) $-6\frac{2}{7}$.

**2**. Вычислите: -3,05 + (-2,(6)).

a) $-\frac{1}{60}$ ; b) $-5\frac{43}{60}$ ; c) $1\frac{1}{10}$ ; d) $2\frac{1}{20}$ .

**3**. Вычислите: $-\frac{5}{16}\cdot 2{,}8 + 1{,}8 \cdot 3{,}(7)$.

a) $5\frac{37}{40}$ ; b) $-5\frac{37}{40}$ ; c) -5,37; d) 5,4.

**4**. Решите уравнение: 9,2 – (71,3 – *x*) = -81,4.

a) -2; b) 20; c) -19,2; d) -18.

**5**. Найдите значение выражения: $\frac{3:\frac{2}{5}-0{,}09:\left(\frac{3}{20}:2\frac{1}{2}\right)}{0{,}32:0{,}1(6)+0{,}03-(5{,}3-3{,}88)+0{,}67}$.

A) 0,5; B) -5; C) 3; D) 0.

**6**. Вычислите: $\frac{\left(0{,}333\ldots+\frac{1}{6}\right)\cdot 4}{0{,}2555\ldots : 1{,}5(3)}$

A) 2 B) 6 C) 12 D) 10

**7**. Вычислите: $\frac{0{,}777\ldots+0.090909\ldots}{7{,}4-8\frac{2}{5}} + 7{,}3 : 21{,}9$.

A) - 0,(53) B) 0,(53) C) -0,53 D) 5,3

**8**. Вычислите: $\frac{\left(0{,}4111\ldots+\frac{1}{9}\right)\cdot\frac{9}{47}}{0{,}3(5) : 0{,}555\ldots : 32}$.

A) 10 B) 5 C) 50 D) 0,1

**9**. Вычислите: $\frac{\left(0{,}666\ldots+\frac{1}{3}\right) : 0{,}25}{0{,}12333\ldots : 0{,}0925} + 12{,}5 \cdot 0{,}64$.

A) 12 B)3 C) 8 D) 11

**10**. Катер прошел 44 км против течения реки за 2,(4) часа. Если скорость реки $2\frac{2}{3}$ км/ч, то сколько километров пройдет катер по течению реки за 2,(3) часа

A) 54,(4) км B) 54 км C) 54,9 км D) 54,4 км

**11**. Найдите периметр прямоугольника, стороны которого равны 15,3(6) см и 7,(8) см.

A) 46 см B) 46,5 см C) 46,5(1) см D) 46,51 см

**12**. Сколько секунд составляет 0,41(6) минуты?

A) 25 секунд  B) 20 секунд  C) 15 секунд  D) 416 секунд

**13**. Из какого числа надо вычесть число, 17% которого составляют 5,(6), чтобы в разности получилось 12,(3)?

A) 45,3  B) 45,(6)  C) 45,2  D) 45

**14**. Решите уравнение: 5,(12) + 2$x$ = 16,(3)

A) 5,6  B) 5,(60)  C) 5  D) 56

**15**. Числа $-\frac{4}{5}$ , $\frac{x}{20}$ и $-\frac{3}{5}$ расположены в порядке возрастания. Каким целым числом может быть здесь x?

A) (-12, -14, -13)  B) (-12, - 13)  C) (-15, -14, -13)  D) (-13, -15)

## Урок 2.17. Обобщающие задания
(учебник стр.56)

Задания на обобщение, приведенные в конце раздела, выполняются учащимися самостоятельно в течение 1 урока. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценивание и повторяют то, что они узнали на уроке.

### Рациональные числа: упражнения на обобщение

**1.** Какую из дробей невозможно сократить?

A) $\frac{9}{21}$  B) $\frac{14}{21}$  C) $\frac{16}{57}$  D) $\frac{21}{57}$

**2**. Какую из дробей можно записать в виде конечной десятичной дроби?

A) $\frac{5}{12}$  B) $\frac{7}{12}$  C) $\frac{4}{12}$  D) $\frac{3}{12}$

**3.** Определите наименьшее из данных чисел.

A) $\frac{2}{3} - 0{,}6$  B) $\frac{2}{3} - 0{,}55$  C) $\frac{3}{4} - 0{,}6$  D) $\frac{3}{4} - 0{,}55$

**4**. Какое число стоит на 59 месте после запятой в числе 0,5(641)?

A) 5  B) 6  C) 4  D) 1

**5**. Вычислите: 2,7 : $(-2\frac{5}{11})$ + 11.

A) 11  B) -9  C) 9  D) 9,9

**6**. Найдите значение выражения: $\frac{0,15-0,15 \cdot 6,4}{-\frac{3}{8}+0,175}$ .

A) 4,05   B) -4,05   C) -4   D) 0,81

**7**. Найдите значение выражения: $\frac{4,5 - 27,2 : 3,4}{\left(1\frac{1}{2} - 4,5\right) : \frac{3}{7}}$ .

A) -3,5   B) 0,5   C) 7   D) -7

**8**. Найдите значение выражения: $\frac{0,47 \cdot 3,5-3,5 \cdot 2,3}{\left(\frac{1}{8} - 1,125\right) \cdot 15}$ .

A) 4,27   B) -4,7   C) 0,427   D) -0,427

**9**. Найдите значение выражения $\frac{0,7m-1,3}{0,29-0,18n}$ при $m = 2,1$ ; $n = 3,5$.

A) 0,5   B) -0,5   C) 1,5   D) 2

**10**. Найдите значение выражения $\frac{x^2+1,37}{3,1y-0,17}$ при $x = 5,3$ ; $y = 0,7$.

A) 14   B) 15,7   C) 14,73   D) 14,(7)

## УРОК 2.18. МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №2

**1.** Напишите такие числа, чтобы каждое из них:
a) было как рациональным, так и натуральным числом:
____________________________________
b) было рациональным числом, но не было целым:
____________________________________

**2.** Вычислите значение выражения: $6\frac{2}{3} - 4\frac{3}{7} + 2,3$

____________________________________________________________

**3.** Если $m = -2$, $\frac{m^2-3m}{3,1m}$ найдите значение выражения.

____________________________________________________________

**4.** Напишите данные числа в возрастающем порядке: -6,4; 1,8; $2\frac{1}{3}$ ; -3,(2); 0,5(4); 2,5(7); -8.

____________________________________________________________

**5.** На числовой оси даны точки $m$ и $n$. 

Сравните числа $-m$ и $n$.__________________________________________________

**6.** $-4 \le x < 12$ Напишите множество отрицательных целых корней неравенства:____________________________________________

**7.** Преобразуйте данные периодические десятичные дроби в обычные: 3,(7); 0,(28); 5,3(6). ______________________________

**8.** Преобразуйте данные дроби в десятичные: $\frac{5}{12}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{16}{45}$.

______________________________________________________

**9.** Даны точки A(-4,9), B(2,1), C(-8), D(-14), K(-754,8) и M(9). Найдите расстояние AB, AM, CD, KC, BM___________________________

**10.** В неравенствах $-8 = \frac{a}{4}$; $1,3 = \frac{a}{10}$; $-0,75 = \frac{-15}{a}$; $-4,8 = \frac{a}{5}$; $46 = \frac{-a}{23}$; $\frac{-7}{a} = 77$ напишите на место ***a*** такое число, чтобы они были верны.____________________________________________

**11.** Отметьте примерное расположение точек, соответствующих заданным числам на числовой прямой.

-3,5; 0; -2; -1,6; 2,9; $3\frac{1}{2}$; 2,(6).

____________________________________________________

**12.** Найдите значение выражения: $\dfrac{\frac{1}{3} - 0{,}1(4)}{\frac{5}{6} : 2{,}(3)}$

______________________________________________________

**13.** Напишите несколько рациональных чисел, удовлетворяющих неравенству $|x - 5{,}2| < 5$___________________________________

**14.** Если расстояние между точками A(13) и B($x$) равно 25 см, найдите координаты точки B.____________________________________

## РАЗДЕЛ III. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ

| Стандарты и подстандарты | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| *3.1. Исследует признаки и свойства фигур с помощью геометрического изображения, представления и логических суждений.* 3.1.2. Делит отрезок пополам, строит серединный перпендикуляр отрезка, биссектрису угла и треугольник по его сторонам. 3.1.3. Применяет свойства углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой. 3.1.5. Понимает определения аксиомы, теоремы, прямой теоремы и обратной теоремы. | 3.1.2. 3.1.5. | **Урок 3.1.** Аксиома. Теорема. Перпендикуляр и наклонная | 1 | 58-59 |
| | 3.1.2. | **Урок 3.2.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.2. | **Урок 3.3.** Серединный перпендикуляр к отрезку | 1 | 60-61 |
| | 3.1.2. | **Урок 3.4.** Центральная симметрия | 1 | 62-63 |
| | 3.1.3. | **Урок 3.5.** Углы, полученные при пересечении двух прямых третьей | 1 | 64-65 |
| | 3.1.3. | **Урок 3.6.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.3. | **Урок 3.7.** Признак параллельности прямых | 1 | 66-71 |
| | 3.1.3. | **Урок 3.8.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.3. | **Урок 3.9.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.3. | **Урок 3.10.** Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами | 1 | 72-75 |
| | 3.1.3. | **Урок 3.11.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.3. | **Урок 3.12.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.1., 3.1.2., 3.1.3. | **Урок 3.13.** Обобщающие задания | 1 | 76 |
| | | **Урок 3.14. Малое суммативное оценивание № 3** | 1 | |
| | | **Итого** | **22** | |

## Урок 3.1. – 3.2 Перпендикуляр и наклонная
(учебник стр. 58)

**Стандарт: 3.1.2.** Делит отрезок пополам, строит серединный перпендикуляр отрезка, биссектрису
угла и треугольник по его сторонам.

**3.1.5.** Понимает определения аксиомы, теоремы, прямой теоремы и обратной теоремы.

**Результат обучения**: Понимает свойства перпендикуляров и наклонных. Понимает определение аксиомы, выражает аксиомы планиметрии.

**Ход урока**: Учитель проводит прямую и от точки, не лежащей на этой прямой, к этой прямой проводят разные прямые. Из этих прямых обсуждается та, которая перпендикулярна первой.


При пересечении двух прямых a и b образуются четыре угла с вершиной в точке пересечения. Если один из углов равен 90°, эти прямые являются перпендикулярными прямыми. Перпендикулярность обозначается знаком ⊥: $a \perp b$. Предположим, что даны прямая $a$ и точка А, не лежащая на ней. Проведем из точки А прямую АН, пересекающую пря-мую $a$ так, что угол между ними равен 90°. В этом случае от-резок АН называется перпендикулярным. Точка Н является основанием перпендикуляра. Согласно рисунку АН ⊥ $a$.

Длиной АН называется расстояние от точки А до прямой $a$. Отрезок АВ, проведенный из точки А к прямой $a$ и пересекающий прямую $a$ под углом менее 90°, называется наклонной. Точка пересечения В этих двух прямых является основанием наклонной АВ. ∠АВН — угол наклона. От точки до прямой линии можно провести бесконечное число наклонных. Отрезок, соединяющий основание наклонной (точка В) и основание перпендикуляра (точка Н), является проекцией наклонной на прямую $a$. На рисунке отрезок ВН является проекцией наклонной АВ на прямую $a$. Длина любой наклонной, проведенного из той же точки к прямой а, больше длины перпендикуляра: АВ > АН.

Во второй части урока ведутся дискуссии о математических предложениях. Учитель высказывает мнение о предложениях в математике, данных без доказательства и с доказательством. Он дает информацию о науке геометрии, являющейся разделом математики, и ее первых понятиях, включая понятия аксиомы, теоремы и обратной теоремы. Озвучиваются и обсуждаются с учащимися различные аксиомы.

**Историческая справка**: *Наука геометрия возникла из-за необходимости измерения земельных площадей в Древнем Египте. Древние греки научились этой науке у египтян и назвали ее «геометрия» (по-гречески «гео» — земля, «метрео» — измерение). Слово «геометрия» перешло на азербайджанский язык из арабского языка и взято от слова «андаза», что означает модель, форма, правило. Геометрия – это наука, изучающая размеры фигур и предметов, а также отношения между их элементами. Свойства этих фигур и предметов выражаются в виде определений, аксиом, теорем. Определение – это введение значения любого нового понятия с помощью известных понятий. Однако некоторые понятия не определены, потому что они примитивны. Точка, прямая, плоскость — первые понятия геометрии. Свойства первых понятий выражаются аксиомами. Аксиома – это математическое утверждение, истинность которого принимается без доказательства. Слово* *«аксиома» происходит от греческого слова «аксиос», что означает подтверждение. Аксиомы впервые были использованы древнегреческим ученым Евклидом в его книге «Начала», написанной примерно за 300 лет до нашей эры. Геометрия имеет два раздела: планиметрию и стереометрию. Планиметрия изучает плоские фигуры и их свойства, а стереометрия изучает пространственные фигуры и их свойства.*

Рассмотрены некоторые аксиомы планиметрии. В этом уроке нет необходимости давать все эти аксиомы. Можно дать информацию о некоторых, а другие можно поручить учащимся в качестве домашнего задания. С этими аксиомами учащиеся могут ознакомиться с помощью QR-кода, представленного в учебнике.

- Любая прямая имеет точки, принадлежащие ей, и точки, ей не принадлежащие (аксиома тождества).
- Через любые две точки можно провести одну и только одну прямую (аксиома прямой).
- Из любых трех точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими (Аксиома порядка точек на прямой)
- Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля, и измеряется в определенных единицах длины (аксиома измерения отрезка).
- Длина отрезка равна сумме длин отрезков, полученных за счет деления этого отрезка любой внутренней точкой (аксиома сложения отрезков).
- Каждый угол имеет определенную градусную меру, большую нуля. Развернутый угол равен 180° (аксиома измерения угла).
- Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, полученных путем деления угла его внутренним лучом (аксиома сложения углов)
- Любая точка прямой делит эту прямую на два луча, исходящих из этой точки (аксиома деления прямой пополам).
- Один и только один отрезок заданной длины может быть отделен на луче от его начала (аксиома откладывания отрезков).
- Фигура, состоящая из прямой $a$ на плоскости и всех точек, расположенных по одну сторону от нее, называется полуплоскостью с границей $a$.
- Прямая делит плоскость на две полуплоскости так, что точки, принадлежащие одной полуплоскости, находятся по одну сторону от этой прямой, а точки, принадлежащие разным полуплоскостям, – по разные стороны от этой прямой (аксиома деления плоскости).
- Начиная с любого луча в данной полуплоскости можно отложить только один угол, конгруэнтный данному углу, градусная величина которого меньше 180° (аксиома откладывания углов).

Затем объясняется теорема.

**Объяснение учителя**: Теорема – это математическое утверждение, истинность которого может быть выведена из других истинных утверждений, заранее известных посредством логических рассуждений. Это суждение называется доказательством. «Теорема» — древнегреческое слово, означающее доказательство, точку зрения, позицию. Теорема состоит из двух частей, называемых «условие» и «заключение». Часть, выражающая данные в теореме, называется условием, а правильный результат из них — заключением.

Приведенная в учебнике теорема сформулирована и доказана. Учащиеся могут ознакомиться с доказательством через QR-код.

**Теорема**: Из любой точки можно провести к данной прямой только одну перпендикулярную прямую.

**Комментарии**. Для доказательства теоремы можно предположить обратное утверждение: предположим, что из любой точки к данной прямой можно провести несколько перпендикулярных прямых. Мы знаем, что длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой, равна расстоянию от этой точки до этой прямой. Если из точки к прямой провести более одного перпендикуляра, то число расстояний от этой точки до прямой будет больше единицы. Это невозможно. Итак, наша контргипотеза неверна. То есть из любой заданной точки можно провести к прямой только одну перпендикулярную прямую линию. Теорема доказана.
**Важные моменты**: Учащийся должен понимать, что длина перпендикулярного отрезка, проведенного из точки к прямой, равна расстоянию между этой точкой и прямой линией. Расстояние от данной точки до данной прямой постоянно, а значит, из этой точки к прямой можно провести единственный перпендикуляр.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о перпендикулярах и наклонных, проведенных из точки к прямой.
**Оценивание** ● Определение
**Уровень I:** Писует перпендикуляры и наклонные, но не различает их. С трудом понимает понятия аксиомы, теоремы, прямой теоремы и обратной теоремы.
**Уровень II:** Определяет перпендикуляры и наклонные, объясняет их свойства с небольшими ошибками. Допускает небольшие ошибки в понимании определений аксиомы, теоремы, прямой теоремы и обратной теоремы.
**Уровень III:** Свободно определяет перпендикуляры и наклонные, объясняет их свойства. Понимает определения аксиомы, теоремы, прямой теоремы и обратной теоремы.
**Уровень IV:** Обосновывает свойства перпендикуляров и наклонных и применяет их к задачам. Творчески применяет понятия аксиом, теорем, прямых теорем и обратных теорем.

## Перпендикуляр и наклонная

**1**. Из точки A, не лежащей на прямой m, к этой прямой проведены две конгруэнтных наклонных. Если расстояние между основаниями наклонных 24 мм, найдите длину проекции каждой наклонной.

A) 12 см; B) 12 мм; C) 24 см; D) 24 мм

**2**. Прямые AC и n перпендикулярны. Расстояние от точек A и C до прямой n равно 15 см и 13 см соответственно. Каково расстояние от середины отрезка AC до прямой n?
A) 2 см; B) 3 см; C) 1 см или 14 см; D) 28 см

**3**. Наклонные PA и PB проведены из точки P к прямой *a* так, что угол наклона между этими наклонными и прямой a равен 24° и 66° соответственно. Определите тип полученного треугольника PAB.
A) прямоугольный; B) остроугольный;
C) тупоугольный; D) тупоугольный или прямоугольный

**4.** Длина прямоугольника 15 см, а ширина на 3 см меньше. Чему равно расстояние от каждой вершины прямоугольника до противоположной стороны?
A) 15 см и 12 см B) 10 см и 3 см C) 13 см и 10 см D) 12 см и 18 см

## Урок 3.3. Серединный перпендикуляр к отрезку
(учебник стр. 60)

**Стандарт: 3.1.2.** Делит отрезок пополам, строит серединный перпендикуляр отрезка, биссектрису угла и треугольник по его сторонам.
**Результат обучения:** Строит при помощи циркуля серединную перпендикулярную прямую к отрезку.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы**: ставится задача построить отрезок, конгруэнтный заданному отрезку, и путем построения определить положение середины отрезка.
Сначала учащиеся строят с помощью циркуля отрезок конгруэнтный на любому отрезку. Учитель дает алгоритм построения, а учащиеся строят отрезок в соответствии с заданным им направлением. Затем с помощью циркуля устанавливается прямая линия, которая делит этот отрезок пополам, и середина отрезка. Определяется , что данный отрезок и построенная прямая являются перпендикулярными друг другу.

**Исследовательский вопрос**: *Как строятся с помощью циркуля средние перпендикуляры отрезков, расположенных в разных положениях?*

Для проведения исследования выполняются задания, данные в учебнике, и определяется средняя точка отрезков, расположенных в разных положениях. Задачи можно давать в виде индивидуальных заданий.

**Дифференциальное обучение**: учащиеся с низкими результатами обучения, как правило, забывают последовательность при построении. Учитель может преодолеть этот недостаток, подготовив для них специальные рабочие листы. В этих рабочих листах могут быть даны определенные инструкции, чтобы помочь ученику.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о способах построения среднего перпендикуляра к отрезку.

**Оценивание** • Построение
**Уровень I:** Испытывает трудности с построением с помощью циркуля серединного перпендикуляра отрезка и отрезка, конгруэнтного заданному.
**Уровень II:** С помощью циркуля строит серединный перпендикуляра отрезка и отрезок, конгруэнтный заданному, но затрудняется объяснить построение.
**Уровень III:** Самостоятельно строит серединный перпендикуляра отрезка и отрезок, конгруэнтный заданному.
**Уровень IV:** С помощью циркуля строит серединный перпендикуляра отрезка и отрезок, конгруэнтный отрезку, заданному в произвольном положении, и объясняет построение.

## Урок 3.4. Центральная симметрия
(учебник стр. 62)

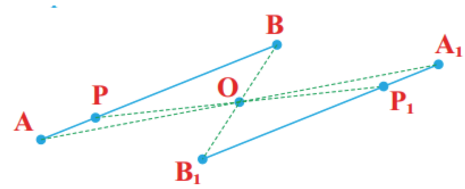
**Стандарт: 3.2.1.** Строит фигуру, симметричную заданной фигуре, относительно данной точки (Центральная симметрия).
**Результат обучения**: Строит фигуру, симметричную данной фигуре относительно точки.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы**: в компьютерной презентации представлены фигуры разной формы. Учащиеся выбирают симметричные и объясняют, почему они считают эти фигуры симметричными. Учитель слушает их и отмечает правильные и неправильные идеи. Определяются свойства симметричных фигур.
**Исследовательский вопрос**: *Как построить симметричную заданной фигуре, относительно данной точки?*

**Объяснение учителя**: Давайте научимся строить для любой точки точку, симметричную данной точке. Соедините данные точки A и O прямой линией. На этой прямой отрезок OA1, длина которого равна длине отрезка OA, отделен от точки O с правой стороны. Таким образом, чтобы установить точку A1, симметричную данной точке A из любой точки O, необходимо продлить расстояние от точки A до O на расстояние OA в противоположную сторону от точки O.
Точка A1, удовлетворяющая условию $OA1 \cong OA$ на прямой, проходящей через точки O и A, называется точкой, симметричной точке A относительно точки O. Точка O называется центром симметрии и является симметричной самой себе.
Симметричные фигуры относительно точки делятся на 2 типа: центрально-симметричные фигуры и симметричные фигуры относительно какой-либо точки.
Учитель демонстрирует оба типа на разных фигурах. Учащимся даются самостоятельные задания. Они могут выполнять их как группой, так и индивидуально.
Вместе с учащимися исследуются свойства симметричных фигур.
Свойства симметрии относительно точки:
1. При центральной симметрии расстояние сохраняется;
2. При центральной симметрии точка становится точкой, прямая становится прямой, луч становится лучом, отрезок становится отрезком, равным самому себе;
3. При центральной симметрии фигура превращается в конгруэнтную фигуру.

Симметричные фигуры исследуются на примерах исторической художественной архитектуры.
Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 4**. Для определения положения точки, в которой данные отрезки симметричны, проводят отрезки AA1 и BB1 и определяют положение точки их пересечения, то есть центра симметрии. $OA \cong OA_1$ , $OB \cong OB_1$. Затем устанавливается точка P1, симметричная точке P относительно центра O. Для этого проводится прямая OP и с помощью циркуля отделяется отрезок OP ≅ OP1 на прямой OP. Эта точка будет лежать на отрезке A1B1, потому что в при симметрии относительно центра O все точки на отрезке AB перемещаются в точки на отрезке A1B1.




**Дифференциальное обучение**: ученикам с низкими результатами обучения целесообразно давать более легкие задания при построении симметричных фигур относительно точки. Учащийся VII класса должен уметь построить, по крайней мере, точку симметричную точке. Задания, которые даются учащимся с высокой успеваемостью, должны быть несколько более сложными. ***Например:*** отметьте центр симметрии на стороне геометрической фигуры (треугольника, прямоугольника, круга и т. д.) и поручите ученику построить относительно этой точки симметричную фигуру.

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о центральной симметрии, симметричных фигурах и их построении. Обсуждаются примеры встречающихся вокруг нас симметричных фигур и их значение. Симметричные фигуры демонстрируются на компьютере.

**Оценивание** ● Построение

**Уровень I:** Строит точку симметричную точке, но с трудом строит симметричные фигуры.

**Уровень II**: Строит симметричные фигуры, делая небольшие ошибки.

**Уровень III:** Свободно строит симметричные фигуры относительно точки.

**Уровень IV:** Строит симметричные фигуры и доказывает, что они симметричны.

## Урок 3.5. – 3.6. Углы, полученные при пересечении двух прямых третьей (учебник, стр.64)

**Стандарт: 3.1.3.** Применяет свойства углов, полученных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

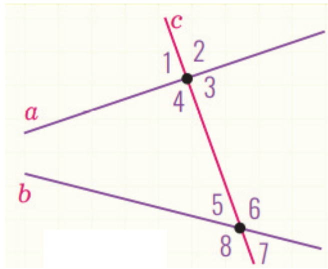
**Результат обучения**: Определяет углы, полученные при пересечении двух прямых третьей прямой.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.

**Постановка проблемы**: на этом уроке исследуются углы, образованные пересечением двух прямых третьей.

**Исследовательский вопрос**: *Каковы характеристики углов, полученных при пересечении двух прямых третьей прямой?*

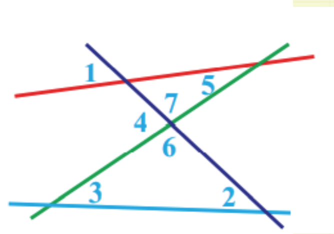
**Объяснение учителя**: учащимся напоминают, что они узнали о смежных и противоположных углах из предыдущих тем. Затем учитель с помощью компьютера предоставляет информацию о двух прямых и секущей, исходя из фигуры, приведенной в учебнике, и объясняет образовавшиеся между ними углы. Учитель обсуждает с учащимися, почему эти углы называются внутренними и внешними накрест лежащими, односторонними, соответственными углами. К мнению уча-щихся прислушиваются. Вниманию учащихся предлагается характеристика углов относительно секущей




| Внутренниенакрест лежащие углы | Внешниенакрест лежащие углы | Внутренние односторонниеуглы | Внешние односторонниеуглы | Соответственные углы |
|---|---|---|---|---|
| $\angle 4$ и $\angle 6$; $\angle 3$ и $\angle 5$ | $\angle 1$ и $\angle 7$; $\angle 2$ и $\angle 8$ | $\angle 4$ и $\angle 5$; $\angle 3$ и $\angle 6$ | $\angle 2$ и $\angle 7$; $\angle 1$ и $\angle 8$ | $\angle 1$ и $\angle 5$; $\angle 2$ и $\angle 6$; $\angle 4$ и $\angle 8$; $\angle 3$ и $\angle 7$ |

Для проведения исследования выполняются задания в учебнике.

**Задание № 9.** По условию известно, что $\angle 2 + \angle 3 = 88°$. $\angle 6 = 180° – (\angle 2 + \angle 3)= 180° – 88° = 92°$ $\angle 4 + \angle 6 = 180°$, тогда $\angle 4 = 180° – 92° = 88°$. $\angle 7 = \angle 6 = 92°$, тогда $\angle 1 + \angle 5 = 88°$. Итак, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = (\angle 1 + \angle 5) + + (\angle 2 + \angle 3) + \angle 4 = 88° + 88° + 88° = 264°$.




**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное об углах между двумя прямыми и их секущей.

**Оценивание** ● Определение

**Уровень I:** С трудом определяет углы, образованные пересечением двух прямых третьей.

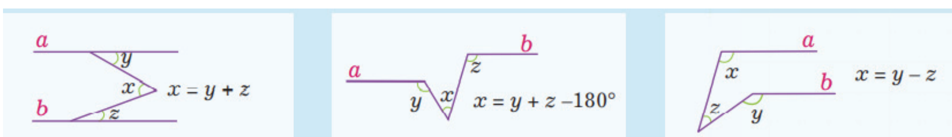
**Уровень II:** Делает незначительные ошибки при определении углов, полученных при пересечении двух прямых третьей.

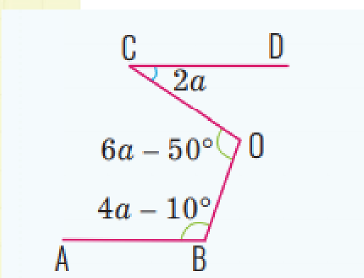
**Уровень III:** Свободно определяет углы, полученные при пересечении двух прямых третьей.

**Уровень IV:** обосновывая определяет углы, полученные при пересечении двух прямых третьей.

## Урок 3.7.–3.9. Признаки параллельности прямых
(учебник, стр. 66)

**Стандарт: 3.1.3.** Применяет свойства углов, полученных при пересечении двух параллельных
прямых третьей прямой.
**Результат обучения**: Применяет признак параллельности прямых.
**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: В предыдущей теме взаимное положение двух прямых выбрано произвольно. В частном случае, когда две прямые параллельны, исследовать свойства внутренних или внешних накрест лежащих углов, внутренних или внешних односторонних углов и соответственных углов, образованных этими параллельными прямыми с секущей, и признаки параллельности прямых.
**Объяснение учителя**: Признак параллельности прямых (для всех углов) выражается в виде предложения. Эти предположения также могут быть выражены в виде теорем. Все случаи расследуются. Также для каждого угла формулируются и проверяются обратные предложения.
**Исследовательский вопрос**: *Как применяются признаки параллельности прямых?*
В качестве продолжения исследования выполняются задания, данные в учебнике. Задания № 1-7 выполняются на первом занятии, задания № 8-13 на II занятии, а задания № 14-22 выполняются на III занятии.
На третьем занятии в качестве творческого применения исследуются следующие случаи и выполняются задания № 21, 22:




**Задание № 22**. с) Продлим луч AB в противоположную сторону по прямой.
Тогда $\angle KBO = 180° - (4a - 10°) = 190° - 4a$
Согласно правилу $6a - 50° = 2a + 190° - 4a$, $8a = 240°$ и $a = 30°$
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о признаках параллельности прямых и их применении.
**Оценивание** ● Применение
**Уровень I:** Знает признаки параллельности прямых, но с трудом их применяет.
**Уровень II**: Нуждается в указаниях учителя при применении признаков параллельности прямых.
**Уровень III:** Свободно применяет признак параллельности прямых.
**Уровень IV:** Обосновывает и применяет признаки параллельности прямых.

## Признаки параллельности прямых

**1.** a || b и c секущая (рис. 1). Если $\angle 3 = \angle 4 + 24°$ , найдите $\angle 2$.

A) 76° B) 78° C) 102° D) 156°

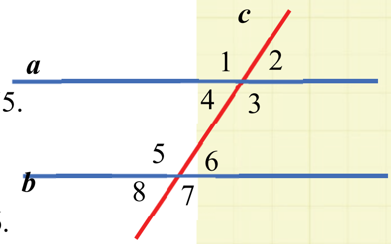



рисунок l 1

**2**. a || b и c секущая (рис. 1). Если $3\cdot\angle 2 + 2\cdot\angle 3 = 420°$ , найдите $\angle 5$.

A) 20° B) 60° C) 120° D) 90°

**3**. a || b и c секущая (рис. 1). Если $5\cdot\angle 4 - 2\cdot\angle 3 = 40°$ , найдите $\angle 6$.

A) 20° B) 60° C) 120° D) 70°

**4**. a || b и c секущая (рис. 1). Если $2\cdot\angle 1 + 3\cdot\angle 2 + 4\cdot\angle 5 = 827°$ , найдите разность $\angle 5 - \angle 6$ .

A) 12° B) 10° C) 96° D) 84°

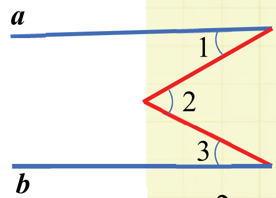



рисунок 2

**5**. a || b (рис. 2). Если $3\cdot\angle 2 = 2\cdot\angle 1 + 148°$ и $\angle 3 = 32°$, найдите $\angle 2$ .

A) 52° B) 84° C) 64° D) 25°

**6**. a || b (рис. 2). Если $\angle 1 = 5x - 4°$, $\angle 2 = 2x + 12°$ и $\angle 3 = 5x + 34°$, найдите $X$.

A) 34° B) 15° C) 7° D) 22°

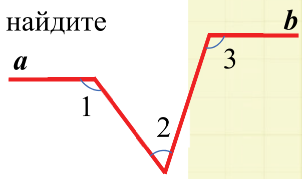



рисунок 3

**7**. a || b (рис. 3). Если $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 346$ , найдите $\angle 2$.

A) 166° B) 42° C) 67° D) 83°

**8**. a || b, b || c (рисунок 4), если $\angle 2 = 180° - 3x$, $\angle 6 = x$ найдите разность $\angle 3 - \angle 4$.

A) 45° B) 90° C) 100° D) 135°

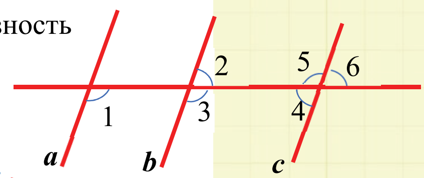



рисунок 4

**9**. Если a || b, найдите значение $x$ и $y$ (рис. 5).

A) $x = 100°, y = 80°$ B) $x = 80°, y = 100°$

C) $x = 50°, y = 40°$ D) $x = 40°, y = 50°$

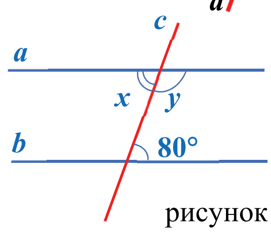



рисунок 5

**10**. Если a || b, найдите значение $x$ и $y$ (рис. 6).

A) $x = 128°, y = 70°$ B) $x = 50°, y = 70°$

C) $x = 52°, y = 110°$ D) $x = 52°, y = 70°$

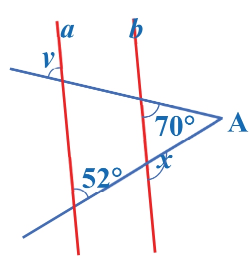



рисунок 6

## Урок 3.10–3.12. Углы с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами (учебник, стр. 72)

**Стандарт: 3.1.3.** Применяет свойства углов, полученных при пересечении двух параллельных
прямых третьей прямой.
**Результат обучения**: Знает и применяет свойство углов, соответствующие стороны которых параллельны или перпендикулярны.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Начерчен любой угол и на его ребре отмечена точка. Из этой точки с помощью угольника и линейки проводят прямые, параллельные сторонам угла. Исследуются углы, вершина которых лежит в данной точке. Выслушиваются мнения учащихся о взаимных положениях заданного угла и полученных углов. С помощью транспортира производятся необходимые измерения для подтверждения идей учащихся. Таким образом, включается понятие углов, соответствующие стороны которых параллельны. По тому же правилу строят еще один угол, перпендикулярный сторонам данного угла, и измеряют его градусы с помощью транспортира. Результаты обсуждаются.
**Объяснение учителя**: Учитель сообщает свойство углов, у которых соответствующие стороны параллельны или перпендикулярны в виде предложений. Затем объясняется свойство двух углов с одинаковыми названиями и разными названиями с параллельными соответствующими сторонами.

**Исследовательский вопрос**: *Как применяются свойства углов с параллельными сторонами?*

Для проведения исследования задания, данные в учебнике, можно представить группам на рабочих листах.
Указания для некоторых заданий:

**Задание № 8**. a) Если один из углов, соответствующие стороны которого параллельны, составляет 20% от другого, то эти углы не являются одноимёнными. Если обозначить один из углов через x, то второй угол будет 0,2x. По теореме x + 0,2x = 180°. x = 180 : 1,2 = 150°. Второй угол составляет 20% от 150°. Итак, 150° · 20 : 100 = 30°.
b) Если соотношение параллельных углов, соответствующие стороны которых параллельны, равно 3:6, то один из этих углов острый, а другой тупой. Острый угол 3x, тупой угол 6x. По теореме: 3x + 6x = 180°, x = 20°. Итак, острый угол: 20° · 3 = 60°, тупой угол:
20° · 6 = 120°. 1202 – 602 = 10800 или 602 – 1202 = - 10800.
c) Если один из углов, соответствующие стороны которого перпендикулярны, равен $\frac{3}{5}$ другого, то градусы этих углов равны x и 0,6x. По свойству углов, соответствующие стороны которых перпендикулярны:
$x + 0,6x = 180°$, $x = 112,5°$. Таким образом, углы с перпендикулярными соответствующими сторонами равны 67,5° и 112,5°.

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о свойствах углов с параллельными сторонами и их применении.
**Оценивание** ● Применение
**Уровень I:** Знает свойства углов, соответствующие стороны которых параллельны или перпендикулярны, но с трудом их применяет.
**Уровень II:** Нуждается в помощи учителя при применении свойств углов, соответствующие стороны которых параллельны или перпендикулярны.
**Уровень III:** Применяет свойства углов, соответствующие стороны которых параллельны или перпендикулярны.
**Уровень IV:** Свободно применяет свойства углов, соответствующие стороны которых параллельны или перпендикулярны.

## Углы с параллельными соответствующими сторонами

**1**. Один из углов, соответствующие стороны которого параллельны, на 38 меньше другого. Найдите градусные меры этих углов.

a) 71° и 119°; b) 71° и 109°; c) 71° и 38°; d) 48° и 109°.

**2**. Один из углов, соответствующие стороны которого параллельны, составляет 25% от другого. Найдите градусные меры этих углов.

a ) 144° и 36°; b) 180° и 25°; c) 25° и 155°; d) 30° и 60°.

**3**. Один из углов, соответствующие стороны которого параллельны, в 4 раза меньше другого. Найдите градусные меры этих углов.

a) 144° и 72°; b) 110° и 75°; c) 120° и 60°; d) 36° и 144°.

**4**. Учетверенное значение одного из одноименных углов, соответствующие стороны которого параллельны другому, на 62 градуса больше утроенного значения другого. Найдите градусные меры этих углов.

a) 62° və 180°; b) 62° и 118°; c) 112° и 31°; d) 40° и 140°.

**5**. Из точки A проведены параллельные лучи к сторонам угла MNK величиной 123 градуса. Сколько градусов составляет угол с вершиной в точке A?

a) 180° и 123°; b) 100° и 123°; c) 57° и 123°; d) 60° и 120°.

**6**. Учетверенное значение одного из разноименных углов, соответствующие стороны которого параллельны другому, на 62 градуса больше утроенного значения другого. Найдите градусные меры этих углов.

a) 62° и 110°; b) 94° и 86°; c) 62° и 108°; d) 86° и 118°.

## Углы с перпендикулярными соответствующими сторонами

**1**. Из точки A проведены перпендикулярные лучи к сторонам угла MNK величиной 49° градусов. Сколько градусов составляет угол с вершиной в точке A?

a) 180° и 123°; b) 98° и 121°; c) 49° и 131°; d) 49° и 120°.

**2**. Один из углов, соответствующие стороны которого перпендикулярны, имеет отношение $\frac{3}{5}$ : $\frac{1}{2}$. Найдите градусные меры этих углов.

a) 120° и 60°; b) 100° и 80°; c) 40° и 120°; d) 70° и 100°.

**3**. Один из углов, соответствующие стороны которого перпендикулярны, составляет 60% от другого. Найдите градусные меры этих углов.

A) 69° и 112°; b) 112,5° и 69,5°; c) 70,5° и 111°; d) 70° и 110°.

**4**. Отношение углов, соответствующие стороны которых перпендикулярны, равно 11 : 7. Найдите градусные меры этих углов.

a) 110° и 72°; b) 110° и 75°; c) 70° и 100°; d) 110° и 70°.

**5**. Упятеренное значение одного из одноименных углов, соответствующие стороны которого перпендикулярны другому, на 120 градуса больше утроенного значения другого. Найдите градусные меры этих углов.

a) 120° и 180°; b) 60° и 120°; c) 112° и 60°; d) 70° и 140°.

**6**. Упятеренное значение одного из разноименных углов, соответствующие стороны которого перпендикулярны другому, на 117 градуса больше утроенного значения другого. Найдите градусные меры этих углов.

a) 12° и 168°; b) 112° и 60°; c) 72,3° и 107,7°; d) 82,5° и 98,5°.

## Урок 3.13. Обобщающие задания
(учебник, стр. 76)

Задания на обобщение, приведенные в конце раздела, выполняются учащимися свободно в течение 1 занятия. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценку и повторяют то, что они узнали на уроке.

**Задание № 2.** Внутренние накрест лежащие углы α и β, полученные при пересечении двух параллельных прямых третьей, равны между собой. Следовательно, отношение значений этих углов должно быть равно $\frac{\alpha}{\beta} = 1$ .

**Задание № 6.** Если внутренние накрест лежащие углы α и β равны друг другу, то a || b. Следовательно, должно выполняться условие β – α = 0.

**Задание № 7.** Если углы α и β являются соответствующими углами, образованными пересечением прямых a и b с прямой c, то если 1-е из данных предложений верно, то a || b: α : β = 1 : 1.

**Задание № 8.** a) Сумма половин меньшего и большего внутренних односторонних углов, образованных пересечением прямых a и b с прямой c, равна 100°. Тогда мы пишем α + β : 2 = 100° и 2α + β = 200°. Чтобы прямые a и b были параллельны, сумма внутренних односторонних углов должна быть равна 180°. Тогда α + β = 180°. Из этих двух уравнений получаем
α = 20° и β = 80°

**Задание № 9.** d) Если один из внешних односторонних углов, полученных от пересечения двух параллельных прямых с третьей, является частью другого, то получим 7x + 8x = 180° и x = 12. Значит, углы равны 84° и 96°.

## МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №3

1. Из точки K, не лежащей на прямой a, к этой прямой проведены две конгруэнтных наклонных. Если расстояние между основаниями наклонных 46 см, найдите длину проекции каждой наклонной.

2. Отношение углов с соответствующими перпендикулярными сторонами равно 8 : 10. Найдите градусные меры этих углов.

3. Из точки M проведены параллельные лучи к сторонам угла ABC величиной 55°. Какова градусная мера угла, вершина которого лежит в точке M?

4. Если *a* || *b* (рис.1), найдите сумму x+y.

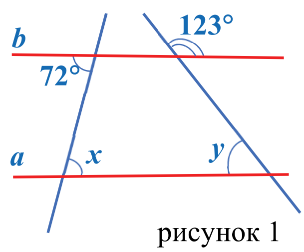


рисунок 1

**5.** Если $a \parallel b$ (рис.2), $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 324°$, найдите $\angle 2$.

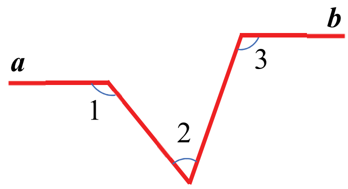


рисунок 2

**6.** $a \parallel b$ и c – секущая (рис.1). Если $\angle 4 = \angle 3 - 18°$, найдите $\angle 7$.

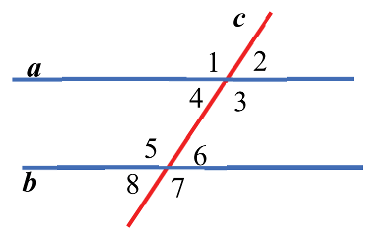


рисунок 3

**7.** Соответствующие стороны $\angle ABC$ и $\angle DMK$ параллельны (рис.4). Найдите эти углы.

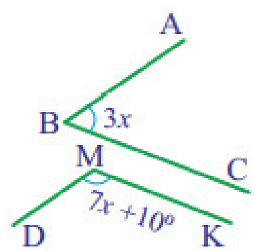


рисунок 4

**8.** Если сумма любых двух соответствующих углов, образованных между двумя параллельными прямыми и секущей, равна 214°, определите градусные меры остальных углов.

**9.** Если $AB \perp DM$ и $BC \perp MK$ (рис.5), определите градусные меры $\angle ABC$ и $\angle DMK$.

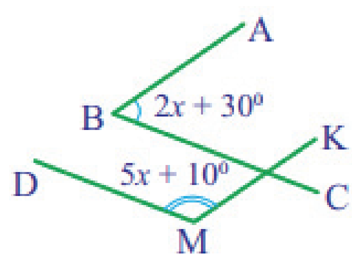
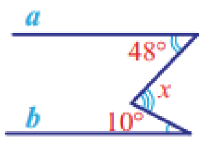


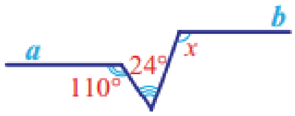
рисунок 5

**10.** Если $a \parallel b$, найдите x.

a)




b)




**a)**______________________________

______________________________

______________________________

______________________________

______________________________

**b)**______________________________

______________________________

______________________________

______________________________

______________________________

______________________________

______________________

## РАЗДЕЛ IV. ОДНОЧЛЕНЫ. МНОГОЧЛЕНЫ

| Стандарты, подстандарты | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| ***1.2. Применяет математические действия, математические процедуры и их взаимосвязи.***<br><br>**1.2.1. Находит значение числового выражения, придерживаясь последовательности выполнения действий (в том числе возведение в степень с натуральным показателем).**<br><br>**1.2.2. Применяет свойства степени с натуральным показателем.**<br>**1.2.3. Упрощает выражения, включающие степень с натуральным показателем.**<br>***2.2. Выполняет алгебраические процедуры.***<br>**2.2.1. Выполняет действия сложения, вычитания и умножения над многочленами.** | 1.2.2., 1.2.3. | **Урок 4.1.** Одночлен и произведение одночленов | 1 | 78-82 |
| | 1.2.2. | **Урок 4.2.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.2., 1.2.3. | **Урок 4.3.** Отношение одночленов | 1 | 83-85 |
| | 1.2.2. | **Урок 4.4.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.2. | **Урок 4.5.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.1., 1.2.2., 1.2.3. | **Урок 4.6.** Возведение произведения и отношения одночленов в степень | 1 | 86-88 |
| | 1.2.2. | **Урок 4.7.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.8.** Многочлен и его стандартный вид | 1 | 89-91 |
| | 2.2.1. | **Урок 4.9.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.10.** Сложение и вычитание многочленов | 1 | 92-95 |
| | 2.2.1. | **Урок 4.11.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.12.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.13.** Умножение одночлена на многочлен | 1 | 96-98 |
| | 2.2.1. | **Урок 4.14.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.15.** Умножение многочлена на многочлен | 1 | 99-101 |
| | 2.2.1. | **Урок 4.16.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.17.** Разложение многочлена на множители | 1 | 102-110 |
| | 2.2.1. | **Урок 4.18.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.19.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.2.1. | **Урок 4.20.** Выполнение заданий | 1 | |
| | | **Урок 4.21.** Обобщающие задания | 1 | 111 |
| | | **Урок 4.22. Малое суммативное оценивание № 4** | **1** | |
| | | **Итого** | **22** | |

## Урок 4.1.–4.2. Одночлен и произведение одночленов
(учебник, стр. 78)

**Стандарт: 1.2.2.** Применяет свойства степени с натуральным показателем.
**Результат обучения**: Находит произведение одночленов. Применяет свойства степени с натуральны показателем.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Учитель показывает на доске записи a2 и a3. Учеников спрашивают, что они думают об этих вариантах написания, и их ответы записываются рядом с каждым утверждением. Затем вниманию учащихся предлагаются одночлены, данные в учебнике. Объясняются понятия степени и коэффициента одночлена.
**Объяснение учителя**: Учитель знакомит учащихся с понятием степени с натуральным показателем, ее написанием и чтением. Объясняет учащимся стандартное написание чисел.

**Исследовательский вопрос:** *Что такое одночлен? Что такое степень с натуральным показателем, как определяется ее основа и степень?*

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы:** Доводится до сведения записи произведение нескольких одинаковых чисел и их степеней, например, квадрат, куб и т.д. Исследуются особенности этих записей.
**Объяснение учителя:** Одночлены – это произведения чисел и букв. В частном случае одночленом являются также только буквы или только цифры. Множители, выраженные буквой, также называются переменными.
Степень одночлена: сумма степеней буквенных множителей (переменных) одночлена называется степенью одночлена.
Если в одночлен не входит ни одна переменная (буквенное выражение), его степень считается равной нулю.
В рамках темы одночлена дается понятие степени с натуральным показателем и исследуются ее свойства. Произведение n числа множителей, каждое из которых равно a, называется натуральной степенью числа a в n-й степени и обозначается как $a^n$. Здесь $n \geq 1$.
Если в одночлене записывается по одному разу каждый из числовых и буквенных множителей, то такой одночлен является стандартным одночленом.
Для проведения исследования выполняются задания, данные в учебнике.
**Важные моменты**: учащиеся часто используют степени с натуральным показателем с основанием 2, 3, 4, 5, ..., 10. Они могут использовать значения этих степеней, сведя их в таблицу. Это помощь учащимся с низкими результатами обучения.
**Обобщение и вывод**: Учитель делает обобщение, повторяя изученное о представлении чисел в виде степени с натуральным показателем, основании и степени, стандартной форме числа. Учитель резюмирует изученное, еще раз подчеркивая свойство нахождения произведения одночленов и степени с натуральным показателем.

**Оценивание** ● Вычисление

**Уровень I**: С трудом понимает определение степени с натуральным показателем; не может вычислить степень с натуральным показателем; затрудняется найти произведение одночленов.

**Уровень II:** Показывает заданную степень в виде произведения, упрощает произведение одночленов, допускает определенные ошибки при нахождении степени с натуральным показателем; показывает степень с натуральным показателем как произведение или произведение как степень с натуральным показателем, но с небольшими ошибками.

**Уровень III:** Свободно находит натуральную степень числа, определяет основание и степень; Находит произведение одночленов.

**Уровень IV:** Свободно определяет произведение одночленов; находя степень с натуральным показателем, обосновывает ее примерами.

## Одночлены и их произведение

**1**. Укажите одночлен.

a) $2{,}5x^3 - y$;  b) $a^5 : a$;  c) $b^2 + b^7$;  d) $-2xy^3m$.

**2**. Найдите произведение: $-0{,}12c^5d \cdot (-9c^4)d^9$.

a) $1{,}08c^9d^{10}$;  b) $1{,}16c^9d^{10}$;  c) $-1{,}08c^9d^{10}$;  d) $9{,}12c^9d^{10}$.

**3**. Запишите степень в виде произведения: $m^{a+b+2}$.

a) $m^a \cdot m^a \cdot m^2$;  b) $m^a \cdot m^b \cdot m^2$;  c) $m^a \cdot m^{2b}$;  d) $m^b \cdot m^2 \cdot m^b$.

**4**. Вычислите xn , используя данные значения x и натурального числа n.

$x = 0{,}(3)$;  $n = 3$.

a) $\frac{1}{27}$;  b) $\frac{1}{9}$;  c) $\frac{3}{27}$;  d) $\frac{5}{27}$.

**5**. Запишите произведение $729 \cdot 81 \cdot 27$ в виде степени с основанием 3.

a) $3^{14}$;  b) $3^{15}$;  c) $3^{12}$;  d) $3^{13}$.

**6**. Запишите одночлен, выражающий площадь прямоугольника с длиной сторон $9{,}4a^3b^5$ и $1{,}7ab^5$ .

a) $15{,}98a^4b^5$;  b) $15{,}98a^4b^{10}$;  c) $15a^4b^{10}$;  d) $16a^4b^5$.

## Одночлен и его стандартный вид

**1**. Приведите одночлен: $ab \cdot (-a^2b) \cdot (-ab^3)$ в стандартный вид.

A) $a^4b^6$ B) $-a^4b^6$ C) $a^4b^5$ D) $-a^5b^6$.

**2**. Найдите $-b^2$, при $b^4 = 6561$.

A) – 81 B) 81 C) 729 D) -729

**3**. Найдите коэффициент и степень одночлена $\frac{7x^8y^3z}{14}$ .

A) 12 и 7 B) 0,5 и 12 C) 14 и 11 D) 12 и 5

**4**. Выполните умножение: $\left(-\frac{3}{2}c^3d\right)\left(\frac{3}{4}bc^2d\right)(2b^3d)$.

A) $-2{,}25b^4c^5d^3$; B) $-2{,}25b^3c^5d^4$; C) $2{,}25b^4c^5d^3$; D) $-2b^4c^5d^3$;

**5**. При каком значении m степень одночлена $8a^ma^5a^2$ равна 12?

A) 7; B)5; C) 12; D)8.

**6**. Запишите в стандартном виде одночлен $3^3xx^8(-2)^2xyy^3$ .

A) $-12x^{10}y^4$; B) $-108x^{10}y^4$; C) $108x^{10}y^4$; D) $108x^9y^3$.

**7**. На место * запишите одночлен, похожий, но с коэффициентом в 3 раза меньшим, чем у заданного одночлена. $-9{,}36a^6b^2c$ и $*$ .

A) $9{,}36a^6b^2c$; B) $-3{,}12a^6b^2c$; C) $3{,}12a^6b^2c$; D) $3{,}12a^6b^3c$ .

**8**. Найдите значение одночлена $(-81b)\left(\frac{4}{9}bc^3\right)$ при $b = -\frac{3}{2}$ и $c = \frac{2}{3}$.

A) - 12; B) 24; C) -36; D) -24.

**9.** На какую цифру заканчивается произведение $31^4 \cdot 65^8$ ?

A) 5 B) 1 C) 6 D) 2

**10**. Найдите произведение $\frac{2}{3}bc^6 \cdot (-0{,}36bc)$.

A) $-0{,}2bc^7$ B) $-0{,}24b^2c^7$ C) $0{,}24b^2c^7$ D) $0{,}4b^2c^7$

## Урок 4.3.–4.5. Отношение одночленов
(учебник, стр. 83)

**Стандарт: 1.2.2.** Применяет свойства степени с натуральным показателем.
**Результат обучения**: Находит отношение одночленов. Применяется соотношение степени с натуральным показателем.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: Учитель просит найти отношение $a^3 : a^2$. Отношение записывается учащимися в виде дроби, а степени становятся произведением тех же множителей. Выслушиваются мнения учеников о полученных результатах.
Ведутся дискуссии о возможности определения отношения $a^3 : a^2$ другим способом. Свойство нахождения соотношения степеней с натуральным показателем выражается в виде формулы и правила. На следующем этапе учащиеся исследуют свойства степени с нулевым показателем. Здесь $a^3 : a^3 = 1$ (отношение равных чисел равно 1), а с другой стороны, учащиеся, определившие, что $a^3 : a^3 = a^{3-3} = a^0$, должны прийти к выводу, что $a^0 = 1$.
**Важные моменты**: Может возникнуть вопрос, зачем изучать степень a0 в этой теме, если ноль не является натуральным числом. При расчете отношения степеней в соотношении степеней с одним и тем же основанием и показателем степени появляется выражение $a^n : a^n = a^0$. В этом случае уместно обратить внимание учащихся на свойство этой степени, равной 1.

**Исследовательский вопрос**: *Как применяется свойство нахождения соотношение степеней с натуральным показателем?*

Для проведения исследования задания в учебнике раздаются учащимся, разделенным на группы, на рабочих листах.

**Дифференциальное обучение**: При расчете соотношения степеней с одним и тем же основанием у учащихся могут возникать определенные затруднения при выполнении заданий, данных в сравнительно сложных исследованиях. Ученикам, испытывающим затруднения при решении подобных задач, можно привести дополнительные примеры.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное, еще раз подчеркивая свойство нахождения соотношения степеней с натуральным показателем. Делая обобщение по свойству чисел с нулевой степенью, учитель обращает внимание учащихся на то, почему изучение степени с нулем необходимо, несмотря на то что ноль не является натуральным числом.

**Оценивание** ● Применение
**Уровень I:** Затрудняется применить и правило нахождения отношения одночлена и степеней одного и того же основания к решению задач; при нахождении отношения одночленов и степеней одного и того же основания делит основания или показатели степени.
**Уровень II:** Нуждается в некотором руководстве по применению правила нахождения отношения одночлена и степеней одного и того же основания.

**Уровень III:** Свободно применяет правило нахождения отношения одночлена и степеней одного и того же основания
**Уровень IV:** Творчески применяет правило нахождения отношения одночлена и степеней одного и того же основания.

## Отношение одночленов

**1**. Найдите значение выражения $a^m : a^n \cdot a^2$ при $a$=2, $m$=5, $n$=3.  .

a) 8; b)16; c)32; d)8.

**2**. Запишите в виде степени значение выражения $\left(\frac{2}{3}a\right)^9 : \left(\frac{2}{3}a\right)^5$

a) $\left(\frac{2}{3}a\right)^6$; b) $\left(\frac{4}{9}a\right)^3$; c) $\left(\frac{2}{3}a\right)^5$; d) $\left(\frac{2}{3}a\right)^4$.

**3**. Вычислите $\frac{4^8 \cdot 4^{11} \cdot 4^9}{4^{54} : 4^{30}}$.

a) 64; b)256; c)128; d)16.

**4**. Решите уравнение $(2^{17} : 2^3) : x = 2^{12}$.

a) 4; b) 8; c) 2; d) 1.

**5**. Найдите отношение одночленов $1\frac{3}{5}a^{12}b^9$ и $3\frac{1}{3}\,a^8b^4$.

a) $5a^6b^3$; b) $0{,}48a^4b^5$; c) $5{,}3\,a^7b^5$; d) $0{,}08a^4b^3$.

**6**. Вычислите значение выражения $2^{2x} \cdot 5^y$, если $6^{x+5} : 6^3 = 1296$ и

$3^{2y+3} : 81 = 243$

A) 1296; B) 81; c) 2000; d) 2020.

**7**. Вычислите $\frac{3^{14} \cdot 25^4 \cdot 7^6}{9^6 \cdot 5^8 \cdot 49^3}$.

A) 9 B) 7 C) 6 D) 5

**8**. Решите уравнение: $(228 - x) \cdot 2^9 = 2^{12}$.

A) 228 B) 220 C) $2^3$ D) 8.

**9**. Найдите А, если $5^x : 5^y = 125$ и $2^x : 2^y = A$

A) 16 B) 25 C) 8 D) 64

**10**. Вычислите: $5^3 : 25 - (13{,}7 - 6^5 \cdot 4)^0$.

A) 5 B) 13,7 C) 25: D) 4

## Урок 4.6.–4.7. Возведение произведения и отношения одночленов в степень (учебник, с.86)

**Стандарт: 1.2.2.** Применяет свойства степени с натуральным показателем.
**Результат обучения**: может возводить степень в степень, произведение и отношение в степень.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Ставится задача упрощения степени $(a^3)^2$. Учитель предлагает учащимся определить основание и показатель этой степени. Выслушиваются ответы учащихся. Записывается как $(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3$. Определяется, что основание $a^3$ также имеет форму степени. В качестве следующего шага степень $a^3$ записывается как произведение а · а · а. Итак, результат исследования на доске записывается как.
$(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$
Выслушиваются мнения учеников относительно этой записи. В результате учащиеся определяют, что для возведения степени в степень надо перемножить их показатели. На следующем шаге, чтобы представить в виде формулы возведение степени в степень, доказывается уравнение $(a^{m})^{n}$ = amn, приведенное в примере из учебника.
Аналогично исследуется и возведение произведения (a · b)3 в степень.
$(a \cdot b)^3 = (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) = (a \cdot a \cdot a) \cdot (b \cdot b \cdot b) = a^3\, b^3$. Выслушиваются мнения учащихся по поводу этого высказывания.
После того, как учащиеся говорят о свойстве возведения произведения в степень, учитель объясняет это правило.

**Исследовательский вопрос**: *как применяется свойство возведения в степень одночленов и степени с натуральным показателем?*

Для проведения исследования задания в учебнике можно разделить на группы и выполнять на рабочих листах.
**Объяснение учителя**: Выслушав мнение учащихся, учитель обращает их внимание на свойство возведения отношения в степень.

**Исследовательский вопрос**: *Как осуществляется возведение отношения в степень?*

Для проведения исследования выполняются задания, данные в учебнике.
**Дифференциальное обучение**: учащиеся с низкими результатами обучения иногда, возводя отношение в степень, возводят в степени числитель, но забывают про знаменатель или наоборот. Для устранения этого недостатка и улучшения результатов обучения этих учащихся учитель может давать им дополнительные задания данного типа.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает особенности применения свойства возведения в степень.

**Оценивание** ● Применение
**Уровень I:** С трудом возводит произведение и отношение одночленов в степень;
**Уровень II:** Нуждается в некотором руководстве при возведении произведения и отношения одночленов в степень.
**Уровень III:** Свободно возводит произведение и отношение одночленов в степень.
**Уровень IV:** Творчески применяет возведение произведения и отношения одночленов в степень.

## Возведение в степень произведения и отношения одночленов

**1.** Возведите в квадрат одночлен $4x^3y^4z$

A) $8x^6y^8z^2$ B) $4x^6y^6z^2$ C) $16x^6y^8z^2$ D) $4x^6y^8z$

**2**. Возведите в куб одночлен $-3x^5y^4a$

A) $27x^{15}y^8a^3$ B) $-27x^{15}y^{12}a^3$ C) $4x^6y^8z^2$ D) $9x^{10}y^8a$

**3**. В виде квадрата какого одночлена можно записать $81a^6\,b^{12}$?

A) $81a^3b^6$ B) $-9a^3b^6$ C) $18a^3b^6$ D) $a^3b^6$

**4**. Запишите выражение $(-(-a)^4)^{13} : a^{12}$ в виде степени с основанием $a$.

A) $-a^{40}$ B) $a^{40}$ C) $a^{29}$ D) $a^5$

**5**. Найдите n из равенства: $(x^2)^n : (x^3)^4 = (x^6)^5$.

A) 20 B) 21 C) 42 D) 30

**6**. Решите уравнение: $\frac{2\cdot(x^9)^3 : x^{14}}{(x^6)^5 : x^{18}} = 26$.

A) 27 B) 26 C) 13 D) 52

**7**. Hesablayın: $\left(\frac{45}{56}\right)^8 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^8 \cdot \left(1\frac{3}{5}\right)^7$.

A)0,625 B) 0,125 C) 5 D) 0,25

**8**. При каком значении n верно равенство $(x^2y^5)^m : x^6 = x^8\,y^{5m}$ ?

A) 9 B) 7 C) 14 D) 8

**9**. Вычислите: $(2{,}5)^{10} \cdot (0{,}4)^{10} \cdot 12^0$.

A) 12 B) 3 C) 2 D) 1

**10**. Сравните числа $(0{,}25)^5 \cdot (8)^5$ и $1995^0$

A) $(0{,}25)^5 \cdot (8)^5 = 1995^0$ B) $(0{,}25)^5 \cdot (8)^5 > 1995^0$

C) $(0{,}25)^5 \cdot (8)^5 < 1995^0$ D) все три верни

## Урок 4.8.–4.9. Многочлен и его стандартный вид
(учебник, стр. 89)

**Стандарт: 2.2.1.** Выполняет действия сложения, вычитания и умножения над многочленами.
**Результат обучения**: Распознает многочлены и преобразует их в стандартную форму.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Записывается сумма или разность нескольких одночленов и исследуется это написание.

**Исследовательский вопрос**: *как многочлен привести к стандартной форме?*

**Объяснение учителя**: Сумма одночленов называется многочленом. Здесь также можно использовать выражение «алгебраическая сумма». В этом случае следует пояснить выражение «алгебраическая сумма». Многочлен с каждым членом в стандартной форме и без подобных членов называется многочленом в стандартной форме. Для приведения многочлена к стандартной форме необходимо сократить подобные члены (если они есть) и выразить каждый член в форме стандартного одночлена. В многочлене стандартной формы члены располагаются в порядке убывания от члена с наивысшей степенью к члену с наименьшей степенью. Степень одночлена высшей степени, входящего в многочлен, называется степенью многочлена. Одночлен нулевой степени, входящий в многочлен, называется свободным членом.
Для проведения исследования выполняются задания, данные в учебнике.
Рекомендации для некоторых задач:

**Задание №9.** Учащиеся знакомы с записью двузначных и трехзначных чисел буквами: $\overline{ab}$ , $\overline{abc}$. Учитель может напомнить учащимся или спросить их, как записать число $\overline{abc}$ в виде суммы разрядных слагаемых.

**Важные моменты**. В некоторых заданиях одночлены моделируются в виде геометрических фигур. Выполняя эти задания, учащиеся еще раз вспоминают понятия объема и площади. Учитель знакомит учащихся с понятием алгебраической суммы одночленов с помощью геометрических фигур.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о многочлене, его стандартной форме, степени, коэффициентах, свободном члене.

**Оценивание** ● Выполнение
**Уровень I:** показывает степень и члены многочлена, затрудняется привести к стандартному виду.
**Уровень II:** При определенном направлении приводит многочлен к стандартной форме, свободно показывает его степень и члены.

**Уровень III:** Свободно приводит многочлен к стандартной форме, показывает его степень и члены.
**Уровень IV:** Объясняет многочлен и приводит его к стандартной форме, дает подробную информацию о его членах и степени.

## Сложение и вычитание многочленов

**1**. Найдите сумму многочленов $x^2- 8x+16$ və $- 9 + 6x +$

A) $2x^2- 2x+7$ ; B) $-2x^2+2x+7$ ; C) $x^2+2x-10$ ; D) $-x^2+2x+7$ .

**2**. Найдите разность многочленов $a^2- 9a^3+11$ və $6a^3+a^2 – 18$

A) $a^2- 3a^3+ 8$ ; B) $a^2- 3a^3+7$ ; C) $- 15a^3 + 29$; D) $a^2- 3a^3+ 29$ .

**3**. Упростите выражение : $(7y^5 + 5y^3 - 5y) – ( y^5 – 3y^3 – 15) + (- y^3 – 6y^5)$

A) $-y^3 – 5y - 15$; B) $4y^3 + 5y + 15$; C) $y^3 – y - 15$; D) $7y^3 – 5y + 15$;

**4.** Решите уравнение : $4 + y – 7y^2 – 2y + y^2 = 3y – 6y^2 – 20$.

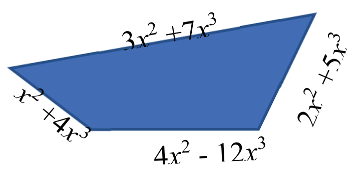
A) 6; B) 5; C) -3; D) -6.

**5**. Для многочленов $A = 3x^2 – 4x+ 12$; $B = -8x^2 + x – 7$; $C = 14 – x^2 + 11x$; $D = -3x^2 – 17$ найдите значение выражения $A + B – C – D$.

A) $-x^2 – 14x - 8$; B) $-x^2 + 14x + 8$; C) $-x^2 – 14x + 8$; D) $x^2 – 14x + 8$.

**6**. Цифра, обозначающая десятки двузначного числа на 3 единицы больше цифры, обозначающей единицы. При замене цифр этого числа разница между полученным числом и данным числом составляет -27. Найдите заданное число.

A) 85; B) 58; C) 74; D) 47;




**7**. Найдите периметр данной фигуры.
A) $9x^2 + 4x^3$ ; B) $10x^2 + 4x^3$ ; C) $10x^2 - 4x^3$ ; D) $10x^2 + 11x^3$ ;

**8**. Упростите выражение $3x^2 + 5xy + 7x^2y – (5xy + 3x^2) – (7x^2y – 3x^2)$ .
A) $7x^2y$ B) $10xy + 3x^2$ C) $14x^2y – 3x^2$ D) $3x^2$

**9**. Если $P_1(y) = 2y^3 – 8y + 11$ и $P_2(y) = 3y^3 + 6y – 12$, найдите $P(y) = P_1(y) – P_2(y)$
A) $–y^3 – 14y + 23$ B) $–y^3 – 8y + 12$ C) $y^3 – 14y + 1$ D) $–y^3 – 2y + 23$

**10**. Приведите многочлен $4a^3 \cdot 2a + 3a^2 \cdot 4a + 2a^2 \cdot 2a^2 – 2a^3 \cdot 4$ в стандартный вид.
A) $a^4 + 2a^3$ B) $12a^4 + 4a^3$ C) $8a^4 + 2a^3$ D) $12a^4 + 2a^3$

## Урок 4.10.–4.12. Сложение и вычитание многочленов
(учебник, стр. 92)

**Стандарт: 2.2.1.** Выполняет действия сложения, вычитания и умножения над многочленами.
**Результат обучения**: Находит сумму и разность многочленов.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: учащимся предъявляется многочлен с подобными слагаемыми и исследуются его члены.
**Объяснение учителя**: Пример, приведенный в учебнике, выполняется совместно с учащимися. Обращается внимание на учет знака при выполнении операций, приведение многочленов в скобках к стандартному виду, трудности, возникающие в этом направлении, и места, где учащиеся допускают наибольшее количество ошибок.

**Исследовательский вопрос**: *Как найти сумму многочленов?*

Для проведения исследования учащимся, которые делятся на группы, даются задания из учебника на рабочих листах. Рекомендации для некоторых задач:

**Задание №15.** Максимальная общая масса самолета вычисляется многочленом Ts + Tm + Ty + Ta. Здесь Ts — масса пустого самолета, Tm — масса двигателя, Ty — масса топлива, Ta — масса пассажиров и груза. Используя эту информацию, давайте ответим на следующие вопросы:
1) Для любого самолета, где известны масса двигателя и его самого, постоянные члены данного многочлена Ty - масса топлива и Ta - масса пассажиров и груза.
2) Предположим, что полная масса самолета максимальна, а количества топлива достаточно для покрытия расстояния, которое пролетит самолет. Увеличение массы топлива должно привести к уменьшению других переменных. Например, массы груза.

**Задание № 21**. Известно, что при некоторых натуральных значениях n двучлен n3 + n полностью делится на 30.
При этих значениях n:
a) По свойству деления суммы на число выражение $n^3 + 31n = n^3 + n + 30$ тоже полностью делится на 30;
b) По аналогичному правилу выражение $n^3 - 29n = n^3 + n - 30n$ тоже делится на 30.

**Дифференциальное обучение**: при вычитании многочленов важно учитывать знак перед скобками. Учащиеся с низкими результатами обучения допускают ошибки при учете знака. На это следует обратить внимание учителю при работе с учащимися.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о правилах сложения и вычитания многочленов.

**Оценивание** ● Выполнение
**Уровень I:** Не учитывает знак перед скобками при нахождении суммы многочленов. Не умеет приводить подобные одночлены при суммировании многочленов.
**Уровень II:** Делает небольшие ошибки при нахождении суммы многочленов, получает результат после определенной подсказки.
**Уровень III:** Свободно находит сумму многочленов.
**Уровень IV:** Находит сумму многочленов удобным способом.

## Урок 4.13.–.4.14. Умножение одночлена на многочлен
(учебник, стр. 96)

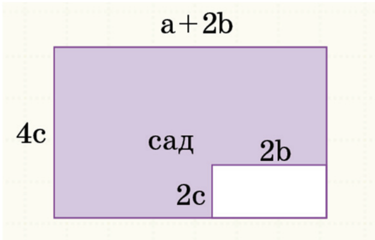
**Стандарт: 2.2.1.** Выполняет действия сложения, вычитания и умножения над многочленами.
**Результат обучения**: Находит произведение одночлена и многочлена.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Задавая вопросы учащимся, повторяют распределительное свойство умножения. Объясняется применение этого свойства при умножении одночлена на многочлен.

**Исследовательский вопрос:** *Как выполняется умножение одночлена на многочлен?*

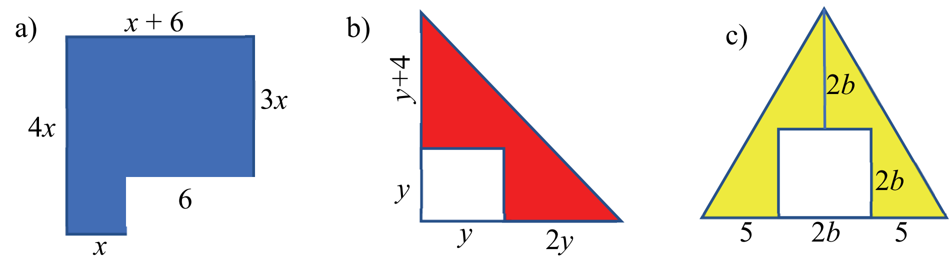
Для проведения исследования задания в учебнике выполняются на рабочих листах.
Рекомендации к некоторым заданиям.

**Задание № 6.** На картинке изображен план сада. Площадь сада по плану рассчитывается по формуле
$S = 4c(a + 2b) - 2c \cdot 2b = 4ac + 8bc - 4bc = 4ac + 4bc = 4c(a + b)$
Определим площадь сада на плане при значениях переменных $S = 4c(a + b) = 4 \cdot 3 \cdot (8 + 5) = 156$ см$^2$.




Зная, что масштаб 1 : 200, найдем реальную площадь сада:
Реальные размеры сада: a = 1600 см, b = 1000 см, c = 600 см.
Тогда $S = 4 \cdot 600 \cdot (1600 + 1000) = 6\,240\,000$ см$^2$ = 624 м$^2$.

**Задание № 14.** Напишите многочлен, выражающий площади окрашенных частей фигур на картинке.
b) Площадь можно определить, достроив прямоугольный треугольник до прямоугольника.




**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о правилах нахождения произведения одночлена и многочлена.

**Оценивание** ● выполнение
**Уровень I:** затрудняется находить произведение одночлена на многочлен.
**Уровень II:** Делает определенные ошибки при нахождении произведения одночлена и многочлена.
**Уровень III:** Свободно находит произведение одночлена и многочлена.
**Уровень IV:** Использует удобные методы при нахождении произведения одночлена на многочлен.

## Умножение одночлена на многочлен

**1.** Найдите произведение одночлена $-3x^2$ и многочлена $x^3 - 4x + 5x^2$
A) $3x^5 - 12x^3 + 15x^4$ ; B) $-3x^4 + 12x^5 - 15x^3$ ;
C) $-x^5 + 12x^3 - 15x^4$ ; D) $-3x^5 + 12x^3 - 15x^4$ ;
**2**. Найдите значение выражения $7(x - 3x^2) + 7x(-1 + 2x)$ при $x = -2{,}3$
A) 37 ; B) 7,03 ; C) -37,03 ; D) 37,03;
**3**. Упростите выражение: $12a^4b^3\,(3ab^3 - 6a^2b - a^4 - 7)$.
A) $36a^5b^6 + 72a^6b^4 + 12a^8b^3 - 84a^4b^3$ ; B) $36a^5b^6 - 72a^6b^4 - 12a^8b^3 - 84a^4b^3$ ;
C) $36a^5b^6 - 72a^6b^4 - 12a^8b^3 + 84a^4b^3$ ; D) $36a^5b^6 + 72a^6b^4 + 12a^8b^3 + 84a^4b^3$ ;
**4**. Упростите выражение: $(m^2 - 3mn + 4n^2)\cdot 2m + 3n(4m^2 - 1{,}(3)mn + n^2)$.
A) $2m^3 + 6m^2n + 4mn^2 + 3n^3$ ; B) $2m^3 - 14m^2n + 4mn^2 - 3n^3$ ;
C) $2m^3 + m^2n - 4mn^2 + 3n^3$ ; D) $m^3 + 6m^2n - 4mn^2 + 3n^3$ .
**5**. Решите уравнение: $1{,}2(6x + 5) - 3{,}2(x + 5) = 3(x - 3)$.
A) 2; B) 1; C) 4; D) -1.
**6**. Решите уравнение: $\frac{3(x-1)}{4} + \frac{5(1-2x)}{3} = \frac{4(1+x)}{5}$ .
A) 7; B) 203 ; C) - 29 ; D) $\frac{1}{29}$ ;

**7**. При каком значении переменной значение выражения (12- 2$y$) в 3 раза больше значения выражения (-3$y$ + 5) ?

A) $\frac{3}{7}$; B) $\frac{7}{9}$ ; C) $\frac{7}{10}$ ; D)0 .

**8**. Превратите произведение ($4a^3 + 3a^2b^4 - 7b^5$) ($-0{,}5ab$) в многочлен.

A) $2a^4b - a^3b^5 + 5ab^5$ B) $- 2a^4b - 1{,}5a^3b^5 + 3{,}5ab^5$
C) $4a^4b - 3a^3b^5 + 7ab^5$ D) $a^4b - 3a^3b^5 + 6ab^5$

**9**. Запишите выражение $4a \cdot \frac{a-2a^3}{2} - 3a^3 \cdot \frac{2a-4}{6} + a^2 + 5a^4$ в виде многочлена.

A) $- a^3 + 3a^2$ B)$5a^4 - 2a^3 + 3a^2$ C) $2a^3 + a^2$ D) $2a^3 + 3a^2$

**10**. Приведите многочлен $6p^2q - 5p(q^2 - p^2) + 2pq^2 - p^2 (8p + 3q)$ в стандартный вид и вычислите при заданных значениях переменной: если $p = -2$ и $q = 0{,}5$

A) 31,5 B) 32,5 C) 5,25 D) -31,5

## Урок 4.15.–.4.16. Умножение многочлена на многочлен
(учебник, стр. 99)

**Стандарт: 2.2.1.** Выполняет действия сложения, вычитания и умножения над многочленами.
**Результат обучения**: Находит произведение многочлена на многочлен.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Исследование, приведенное в учебнике, проводят учащиеся. Произведение двучленов выполняется как по геометрической фигуре, так и методом нахождения произведения. Выслушиваются мнения учеников о полученном равенстве. Они пытаются объяснить правило нахождения произведения многочленов, исследуя, как получить правую часть уравнения из левой. Учитель может помочь учащимся, давая указания, когда это необходимо.

**Исследовательский вопрос**: *Как найти произведение многочленов?*

Учащиеся класса могут выполнять упражнения из учебника в группах или парах. Для выполнения упражнений №1, 2 и 3 формируются 4 группы по 3-4 человека в каждой. Задания распределяются между группами. Каждая группа определяет произведение и множители на основе заданных моделей, а во втором задании определяют произведение многочленов путем построения модели.
**Дифференциальное обучение**: Моделирование произведения двучленов с использованием картонных геометрических фигур может оказать положительное влияние на учащихся с низкой успеваемостью. В начале урока, находя произведение с помощью модели, учащиеся дают

геометрическую интерпретацию произведения двучленов. После этого осваивают алгебраический метод нахождения произведения многочленов.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о способах нахождения произведения многочленов.

**Оценивание** ● Выполнение
**Уровень I:** Затрудняется находить произведение многочленов. Определяет произведение многочленов с моделью, затрудняется найти произведение алгебраическим методом.
**Уровень II:** Допускает определенные ошибки при нахождении произведения многочленов. При нахождении произведения многочленов допускаются ошибки в знаках или при приведении подобных слагаемых.
**Уровень III:** Свободно находит произведение многочленов.
**Уровень IV:** Использует удобные методы при нахождении произведения многочленов.

## Умножение одночлена на многочлен

**1**. Выполните умножение: $(1{,}5a – 2{,}1)(7 – 2a)$.

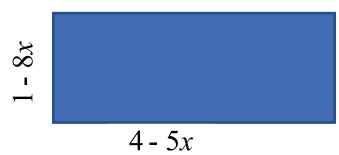
a) $a^2 + 14{,}7a – 7$; b) $– 3a^2 + 14{,}7a – 14{,}7$;

c) $– 3a^2 + 14{,}7a + 14{,}7$; d) $– 3a^2 – 14{,}7a – 14{,}7$.

**2**. Упростите выражение: $(1\text{-}2x)(3x – 5) + (\text{-}3x + 1)(2x - 3)$.

a) $-12x^2 + 6x + 8$; b) $12x^2 + 6x – 8$; c) $-x^2 + 6x – 8$; d) $-12x^2 + 6x – 8$;

**3**. Найдите площадь данного прямоугольника.




a) $x^2 – 37x + 4$; b) $40x^2 – 37x - 4$;

c) $40x^2 – 37x + 4$; d) $40x^2 + 37x + 4$.

**4**. Найдите значение выражения $(a + c)(b – c) + (a – c)(b + c)$ при $ab – c^2 = 3$

a) 6; b) 8; c) 1; d) 9.

**5**. Решите уравнение: $(3x^2 + 7x – 6)(2x – 5) – (2x^2 – 3x + 10)(3x + 4) = 3$

a) 0,5; b) -0,2; c) 0,2; d) -5.

**6**. Ширина прямоугольника на 12 см меньше его длины. Если длину прямоугольника уменьшить на 5 см, а ширину увеличить на 15 см, то его площадь увеличится до 705 см$^2$. Найдите периметр данного прямоугольника.

a) 132 см; b) 200 см; b) 264 см; d) 264 дм.

**7**. Произведение первого и второго четырех последовательных нечетных чисел на 96 единиц меньше произведения третьего и четвертого. Найдите сумму этих чисел.

a) 48; b) 28; c) 20; 40

## Урок 4.17.–.4.20. Разложение многочлена на множители
(учебник, стр. 102)

**Стандарт: 2.2.1.** Выполняет действия сложения, вычитания и умножения над многочленами.
**Результат обучения**: раскладывает многочлен на множители.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 4 часа.
**Постановка проблемы**: На примерах, приведенных в учебнике, учащихся шаг за шагом учатся разлагать многочлен на члены, группируя или вынося общий член за скобки. Вместе со учениками исследуются общие множители одночленов, составляющих многочлен. Выслушиваются их мнения по поводу этих выражений. Операция разложения на множители, рассмотренная в примерах, изучается вместе.

**Исследовательский вопрос**: *Как многочлены разлагаются на множители путем группировки?*
Задания, данные в учебнике, выполняются в группах и исследуются различные случаи, связанные с делением многочлена на множители. Рекомендации для некоторых задач:
**Важные моменты**: Необходимо обратить внимание учащихся на равенства 3+4=7 и 3·4=12. Учитель обращает внимание учащихся на то, как использовать это свойство коэффициентов при разложении многочленов на множители. Это свойство применено в заданиях № 7 и 8.

**Обобщение и вывод**: Учитель, еще раз подчеркивая, обобщает изученное о методах разложения многочленов.
**Оценивание** ● Выполнение
**Уровень I:** Затрудняется раскладывать многочлен на множители.

**Уровень II:** Делает определенные ошибки при разложении многочленов на множители.

**Уровень III:** Свободно раскладывает многочлен на множители.

**Уровень IV:** Использует удобные методы при разложении многочленов на множители.

### Вынесение за скобки общего множителя

**1**. Разложите на множители многочлен: $a^4 + 2a^3 - a - 2$ .

a) $(a + 2)(a^3 - 1)$ ; b) $(a - 2)(a^3 - 1)$ ; c) $(a + 2)(a^3 + 1)$ ;
d) $(a - 2)(a^3 + 1)$ .

**2**. Найдите значение выражения $m^2 - mn - 3m + 3n$ при $m = 0{,}5$, $n = 0{,}25$.

a) 0,625; b) 6,25; c) 62,5; d) -0,625.

**3**. Вычислите: $239 \cdot 18 + 239 \cdot 21 + 261 \cdot 21 + 261 \cdot 18$.

a) 15600; b) 19500; c) 20000; d) 25600.

**4**. Разложите на множители : $x(a-b)$- $y(b-a)$ .

a) $(a-b)(x-y)$ ; b) $(a+b)(x-y)$ ;

c) $(a-b)(x+y)$ ; d) $(b-a)(x-y)$

**5**. Решите уравнение: $x^2 - 2x = 0{,}75x^2 + 5x$.

a) 0; 28; b) 1; c) 0 ; -28; d) 0.

**6**. На какое число делится значение выражения $2^3 + 2^6 + 2^4$ ?

a) 12; b) 11; c) 25; d) 13.

**7**. Запишите в виде произведения выражение $a^{m+n} + 2a^m$ .

a) $a^n(a^m - 2)$ ; b) $a^m(a^n - 1)$ ; c) $a^m(a^n + 2)$ ; d) $a^m(a^n - 2)$ ;

**8**. Разложите на множители: $x(a-5) + y(5-a) - 2(5-a)$.

a) $(a-5)(x+y-2)$; b) $(5-a)(x-y+2)$;

c) $(a+5)(x-y+2)$; d) $(a-5)(x-y+2)$.

## Урок 4.21. Обобщающие задания (учебник стр. 111)

Задания на обобщение, приведенные в конце раздела, выполняются учащимися самостоятельно в течение 1 занятия. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценивание и повторяют то, что они узнали на уроке.

На странице 107 учебника даны в QR-коде задания для самопроверки учащихся.

**Многочлены. Обобщающие задания**

**1**. Приведите данный многочлен к стандартному виду и напишите его степень. $6x^2y^3 - 2x^2 + 12 - 9xy^2 - 11x^2y^3 + 5xy^2 - 17 + 2x^2$.

A) $-5x^2y^3 - 4x^2 - 5$ , степень: 5 B) $-5x^2y^3 - 4xy^2 - 5$ , степень: 5

C) $x^2y^3 - 4xy^2 - 5$, степень: 3 D) $-5x^2y^3 + 4xy^2 - 5$, степень: 2

**2**. Превратите произведение в многочлен: $(2x^3 + 3)(-x + y - 8)$.

A) $-2x^4 + 2x^3y + 16x^3 - 3x + 3y + 24$ B) $2x^4 - 2x^3y - 16x^3 + 3x + 3y - 24$

C) $-2x^4 + 2x^3y - 16x^3 - 3x + 3y - 24$ D) $2x^4 + 2x^3y - 16x^3 - 3x + 3y + 24$

**3.** Найдите значение многочлена $a^3b + a^2b - 3ab^2 + 2a^2b + 2ab^2$ при $a = -1$ и $b = 2$.

A) 8 B) 7 C) -8 D) 6

**4.** Учитывая, что в двучлене $3a + 11$, $a = 5x + 4$, составьте многочлен.

A) $15x - 11$ B) $5x + 23$ C) $-5x - 12$ D) $15x + 23$

**5.** Учитывая, что в двучлене $14 - 8x$, $x = 3a^2 - 5a + 2$ составьте многочлен.

A) $-24a^2 + 40a - 2$ B) $-24a^2 + 40a + 2$
C) $24a^2 - 40a - 30$ D) $-24a^2 + 40a - 2$

**6**. В выражении $5a - 13 + 8a - 7a + 25 + *$ на место * напишите такой одночлен, чтобы в полученном многочлене не было переменной а.

A) $-2a$ B) $-7a$ C) $2a$ D) $a$

**7**. Решите уравнение: $2x^2 - (2x^2 - 5x) - (4x - 2) = 5$.

A) -3 B) 2 C) 5 D) 3

**8**. Решите уравнение: $12x(x - 8) - 4x(3x - 5) = 10 - 26x$.

A) 0 B) 0,5 C) -0,2 D) 0,2

**9**. Выполните действия: $3k^2 \cdot \frac{5k^2-4}{0,1} + 5k \cdot \frac{7k^3-3k}{0,5}$.

A) $220k^4 - 150k^2$ B) $22k^4 - 15k^2$ C) $220k^3 - 150k$ D) $150k - 220k^4$.

**10**. Учитывая, что $a = 3x^2 - 4x + 5$, $b = -2x^2 + 6x - 2$, $c = 10x^2 + 9x - 18$, запишите выражение $2a - 3b + 4c$ в виде многочлена.

A) $5x^2 + x - 6$ B) $52x^2 - 10x - 56$
C) $52x^2 + 10x + 56$ D) $52x^2 + 10x - 56$

**11**. Если $X = -a^2 - 3a + 1$ и $Y = 2a^2 + 5a - 3$, запишите произведение $X \cdot Y$ в виде многочлена.

A) $-2a^4 + 11a^3 - 14a^2 + 10a - 3$ B) $-2a^4 - 11a^3 - 10a^2 + 14a - 3$

C) $-2a^4 - 11a^3 + 10a^2 + 14a + 4$ D) $2a^4 + 11a^3 - 10a^2 + 14a + 3$

**12**. Решите уравнение: $(x + 4)(x - 3) + (x - 5)(x + 4) = 0$

A) -4; 4 B) 4 C) -4 D) 0

## УРОК 4.22. МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №4.

1. Приведите данный многочлен в стандартный вид и напишите его степень. $12x^4y^6 – 10x^2 – 9xy^9 – 11x^4y^6 + 8xy^9 – 17 + 10x^2 + 23$.

2. Превратите произведение в многочлен: $(-3x^2 + 1)(x + 2y – 11)$.

3. Разложите на множители: $m(a – b) + 2n(b – a)$ .

4. Решите уравнение: $(x – 3)(x – 2) – (x – 2)\, x = 12$.

5. При каком значении переменной у значение выражения (2-5y) в 3 раза меньше значения выражения (y+4)?

6. Для многочленов $A = 4x – 1$; $B = -5x^2 + x – 4$; $C = 4 – x^2 + 2x$; $D = -3x^2 – 7$ найдите значение выражения A – B + C – 2D.

7. Найдите сумму многочленов $-x^2 - 3x + 6$ və $4 + 7x + 3x^2$

8. Вычислите: $(0{,}25)^5 \cdot (4)^5 \cdot 2000^0$.

9. Запишите выражение $((-a)^9)^8 : (-a)^{22}$ в виде степени с основанием $a$.

10. В виде квадрата какого одночлена можно записать одночлен $169\, a^8\, b^{18}$ ?

11. Вычислите: $\dfrac{3^{12} \cdot 25^5 \cdot 49^3}{9^4 \cdot 5^8 \cdot 7^6}$.

12. Если $a = 5$, $m = 2$, $n = 3$, найдите значение выражения $a^m \cdot a^n : a^2$

13. При каком значении m степень одночлена $-9a^m a^7 a^{13}$ будет равна 26?

14. Найдите произведение: $–0{,}2c^6d^3 \cdot (–10c^5)d^9$.

15. Запишите произведение $625 \cdot 125 \cdot 25$ в виде степени с основанием 5.

## РАЗДЕЛ V. ТРЕУГОЛЬНИКИ

| Стандарт и подстандарт | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| 3.1. Исследует признаки и свойства фигур с помощью геометрического изображения, представления и логических суждений. 3.1.1. Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает. 3.1.2. Делит отрезок пополам, строит серединный перпендикуляр отрезка, биссектрису угла и треугольник по его сторонам. 3.1.4. Применяет теорему о сумме внутренних углов треугольника и свойство внешнего угла. 3.1.5. Понимает определения аксиомы, теоремы, прямые теоремы и обратные теоремы. | 3.1.2. | **Урок 5.1.** Построение треугольника по трем сторонам | 1 | 113-114 |
| | 3.1.1. 3.1.4. | **Урок 5.2.** Стороны и углы треугольника: внешние и внутренние углы треугольника, сумма внутренних углов треугольника | 1 | 115-118 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.3.** Свойство внешнего угла треугольника | 1 | 118-119 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.4.** Отношения между сторонами и углами треугольника | 1 | 120-121 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.5.** Неравенство треугольника. | 1 | 121-124 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.6.** Угол: градусы, минуты, секунды | 1 | 125 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.7.** Построение биссектрисы угла | 1 | 126-127 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.8.** Элементы треугольника: биссектриса | 1 | 127-128 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.9.** Элементы треугольника: медиана | 1 | 128-129 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.10.** Элементы треугольника: высота | 1 | 129-131 |
| | 3.1.1. | **Урок 5.11.** Решение задач | 1 | |
| | 3.1.1. 3.1.2. 3.1.4. 3.1.5. | **Урок 5.12.** Обобщающие задания | 1 | 132 |
| | | **Урок 5.13. Малое суммативная оценивание № 5** | **1** | |
| | | **Итого** | **13** | |

## Урок 5.1. Построение треугольника по трем сторонам
(учебник стр. 113)

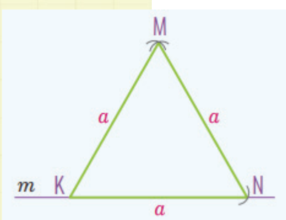
**Стандарт: 3.1.2.** Делит отрезок пополам, строит серединный перпендикуляр отрезка, биссектрису угла и треугольник по его сторонам.
**Результат обучения:** Строит треугольник по трем его сторонам с помощью инструментов.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы:** ставится задача построить треугольник при наличии трех сторон.

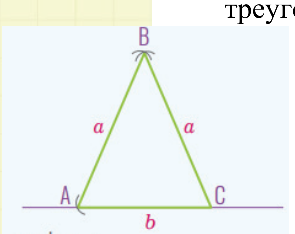
**Исследовательский вопрос:** *Как построить треугольник по трем сторонам?*

Приведенный в учебнике процесс построения выполняется каждым учеником индивидуально и построение треугольника выполняется по трем его сторонам. Преподаватель может контролировать работу каждого ученика и давать определенные указания. Каждый ученик должен уметь правильно пользоваться циркулем, чтобы точно выполнять построения. Цель занятия - развитие умения строить треугольник по трем его сторонам. Для достижения этой цели учитель должен уделять внимание работе каждого ученика. В помощь учащимся видео, демонстрирующее выполнение конструкции, размещено в QR-коде, приведенном в учебнике. Это поможет учащимся свободно выполнять постоения.
Задания, данные в учебнике, выполняются.

Рекомендации для некоторых задач:




**Задание № 1**. a) Из рисунка видно, что первой отмечена точка K на прямой m. Концы циркуля раскрывают на отрезок a, острие иглы помещают в точку K, проводят окружность радиусом ***a*** и отмечают точку N, в которой с ней пересекается прямая ***m***. Затем, не изменяя расстояния между концами циркуля, острие иглы помещают в точку N и проводят вторую окружность радиусом ***a***. Отмечают точку M, в которой пересекаются эти окружности. Точки K, N и M соединяются последовательно. Полученный $\Delta KMN$ представляет собой равносторонний треугольник.




b) Сначала на прямой отмечают точку A. Концы циркуля раскрывают на отрезок b, острие иглы помещают в точку A и чертят окружность радиусом b, а точку C отмечают в месте пересечения с ней прямой. Затем, открывая расстояние между концами циркуля до ***a***, острие иглы помещают в точку A, а затем – в точку C и чертят две окружности радиусом ***a***. Отмечают точку B, где пересекаются эти окружности. Точки A, B и C соединены последовательно. В результате $\Delta ABC$ представляет собой равносторонний треугольник.

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает изученное, повторяя порядок построения треугольника по трем его сторонам.

**Оценивание** ● Построение
**Уровень I:** С трудом строит треугольник по трем его сторонам.
**Уровень II:** Делает небольшие ошибки при построении треугольника по трем его сторонам.
**Уровень III:** Свободно строит треугольник по трем его сторонам.
**Уровень IV:** Строит треугольник по трем его сторонам и объясняет построение.

## Урок 5.2. Стороны и углы треугольника: внешние и внутренние углы треугольника (учебник стр. 115)

**Стандарты: 3.1.1.** Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает.
**3.1.4.** Применяет теорему о сумме внутренних углов треугольника и свойство внешнего угла.
**Результат обучения:** Знает и применяет теорему о сумме внутренних углов треугольников.
Знает и применяет свойство внешнего угла треугольника.
Знает и применяет отношения между сторонами и углами треугольника.
Знает и применяет неравенство треугольника.

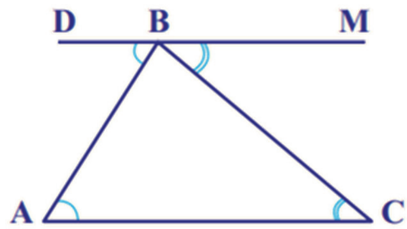
**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 5 часов.
На первом занятии исследуются внутренние и внешние углы треугольника и изучается теорема о сумме внутренних углов.
**Постановка проблемы:** На доске нарисован любой треугольник. Здесь могут быть нарисованы различные типы треугольников, и вместе с учениками исследуются внутренние и внешние углы каждого треугольника. Указание внешнего угла в каждой вершине должно быть особенно точным. Самая распространенная ошибка, которую допускают учащиеся, — неправильное определение внешнего угла. Выделены свойства смежных и вертикальных углов.

**Исследовательский вопрос:** *Чему равна сумма внутренних углов треугольника, и как это свойство применимо к решению задач?*

Высказываются мысли о понятии суммы внутренних углов треугольника.

Открытый угол, образованный параллельной прямой, проходящей через произвольную вершину любого треугольника и проведенной к противоположной стороне, и другие углы исследуют и измеряют с помощью транспортира. Учащиеся высказывают свое мнение об обсуждаемых углах и их сумме.

**Объяснение учителя:** Учитель озвучивает теорему о сумме внутренних углов треугольника. Доказательство теоремы объясняется ученикам с помощью QR-кода, приведенного в учебнике.



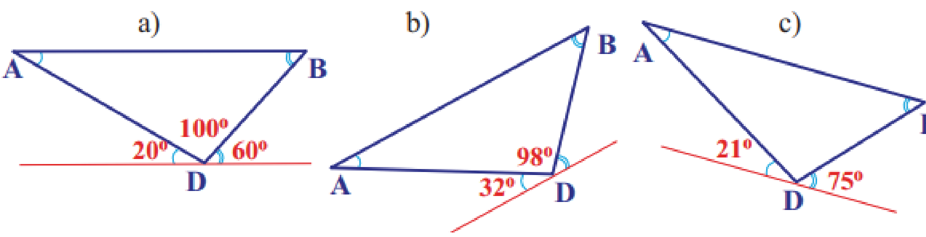

**Теорема:** Сумма внутренних углов треугольника равна 180°.

**Доказательство:** Из вершины B треугольника $\Delta ABC$ проведем прямую DM, параллельную стороне AC. Углы ABD и BAC — это внутренние диагонали, образованные параллелями и секущими. В этом случае $\angle ABD \cong \angle BAC$.

**Условие теоремы:** в $\Delta ABC$ $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ — внутренние углы.

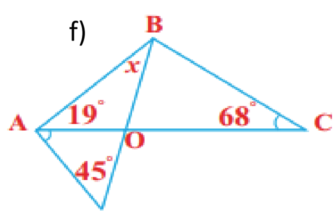
**Заключение теоремы:** $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$.
С другой стороны, известно, что $\angle MBC \cong \angle ACB$. В этом случае, поскольку $\angle DBM = \angle DBA + \angle ABC + \angle CBM = 180°$, получаем $\angle BAC + \angle ABC + \angle BCA = 180°$. Таким образом, теорема доказана.
В целях проведения исследования задания, данные в учебнике, можно выполнять в группах.

**Задание №7.** a) По рисунку в этом пункте дано равенство внутренних накрест лежащих углов (с дугами) $\angle A = 20°$ и $\angle B = 60°$.
b) Ясно, что $\angle A = 32°$. По теореме о сумме внутренних углов треугольника: $\angle B = 180° – (32° + 98°) = 50°$.




c) $\angle A = 21°$ , $\angle B = 75°$ və
$\angle C = 180° – (21° + 75°) = 84°$

**Задание № 8.** f) Назовите вершины фигуры на картинке буквами.
Судя по рисунку $\angle DAO = \angle BCO = 68°$ . Тогда $\angle AOD = 180° – (68° + 45°) = 67°$ və $\angle AOB = 180° – 67° = 113°$.
Значит, $x = 180° – (19° + 113°) = 48°$ olar.




**Задание № 9.** 1) Запишем заданные углы треугольника по таблице следующим образом и определим каждый угол, применяя теорему о сумме внутренних углов треугольника: $\angle A = 30°$, $\angle B = n$, $\angle C = n + 20°$.
По сумме внутренних углов треугольника: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$30° + n + n + 20° = 180°$, $n = 75°$. Значит, $\angle B = 65°$, $\angle C = 65° + 20° = 85°$.
**Важные моменты:** Учащиеся знают из младших классов, что сумма внутренних углов треугольника равна 180°. Они доказали это на этом уроке. Доводится до внимания учащихся то, что сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.
**Обобщение и вывод:** Учитель повторяет теорему о внутреннем и внешнем углах треугольника, сумма его внутренних углов равна 180°, обобщает изученное о ее применении.

**Оценивание** ● Применение
**Уровень I:** Излагает теорему о внутренних углах треугольника, не может ее доказать и применить.
**Уровень II:** Излагает, что теорему о внутренних углах треугольника довольно сложно доказать и применить.
**Уровень III:** Излагает теорему о внутренних углах треугольника, доказывает и свободно ее применяет.
**Уровень IV:** Излагает теорему о внутренних углах треугольника, доказывает ее рассуждениями и применяет к относительно сложным задачам.

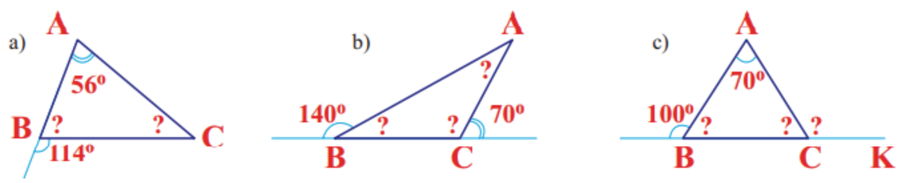
## Урок 5.3. Свойство внешнего угла треугольника
(учебник стр. 118)

На втором занятии изучается свойство внешнего угла треугольника. Здесь доказательство теоремы дано в QR-коде.
**Постановка проблемы:** Исследуется связь между углом, прилежащим к углу при любой вершине треугольника, и другими внутренними углами этого треугольника. После подведения итогов выслушивается мнение учеников.
**Исследовательский вопрос:** *как свойство внешнего угла треугольника применимо к решению задач?*
**Объяснение учителя:** Выслушав идеи учащихся, учитель сообщает определение внешнего угла при любой вершине треугольника и демонстрирует внешние углы треугольника (это можно сделать при помощи компьютера).
**Важные моменты**: Учитель должен обратить внимание учащихся на то, что каждая вершина треугольника имеет один внешний угол или два внешних угла с одинаковой градусной мерой. Другой внешний угол проиллюстрирован и продемонстрирован, и учащимся разъяснено, что, когда говорят, что внешний угол треугольника находится при какой-либо вершине, имеется в виду один из внешних углов при этой вершине.


В целях проведения исследования задания, данные в учебнике, можно выполнять в группах. Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 2.** В этой задаче учащиеся должны прокомментировать мнения Гульнар и Али и отметить, что оба угла являются внешними углами. Но эти углы равны друг другу, потому что они вертикальные углы. По определению, в каждой вершине треугольника берется один внешний угол, поэтому внешний угол угла ABC принимается равным либо ∠ABD, либо ∠CBE.

**Задание № 4.** Свойство внешнего угла и теорема о сумме внутренних углов треугольника используются при определении градусов углов по каждой фигуре.




a) ∠ABC = 180° – 114° = 66°,  ∠BCA = 114° – 56° = 58°.
b) ∠ABC = 180° – 140° = 40°, ∠BCA = 180° – 70° = 110°, ∠BAC = 70° – 40° = 30°.
c) ∠ABC = 180° – 100° = 80°, ∠BCA = 100° – 70° = 30°, ∠ACK = 150°.

**Задание № 5.** Так как отношение внешнего угла треугольника к одному из его несмежных внутренних углов равно 5:3 $5x = 80°$, $x = 160°$.
Тогда внутренние углы треугольника равны 16° · 3= 48° , 80° − 48° = 32° и внешний 180° – 80° = 100°.

**Задание № 6.** Известно, что угол BCD является внешним углом ΔABC. Таблица заполняется следующим образом:

| Угол | a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|---|
| **∠A** | 23° | 56° | 78° | 12,5° |
| **∠B** | 65° | 72° | 67° | 86,2° |
| **∠C** | 92° | 52° | 35° | 81,3° |
| **∠BCD** | 88° | 128° | 145° | 98,7° |

**Задание № 7.** Если один из внешних углов равностороннего треугольника равен: а) 60°, здесь рассматриваются два случая. Либо оба внешних угла,

прилегающих к основанию, равны 60°. В этом случае оба внутренних угла принимаются равными 120°, и такая ситуация невозможна. Либо внешний угол при вершине равен 60°. В этом случае внутренний угол при этой вершине равен 120°. Остальные углы равны 30° каждый.
b) Если один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 167°, то он может быть только углом при вершине. Тогда получаются другие углы(180° - 167°): 2 = 6,5°.
**Обобщение и вывод:** Учитель повторяет свойство внешнего угла треугольника, обобщает изученное о его применении.

**Оценивание** ● Применение
**Уровень I:** Излагает свойство внешнего угла треугольника, не может его доказать и применить.
**Уровень II:** Излагает свойство внешнего угла треугольника, испытывает затруднения при доказательстве и применении.
**Уровень III:** Излагает свойство внешнего угла треугольника, доказывает и применяет его свободно.
**Уровень IV:** Излагает свойство внешнего угла треугольника, доказывает его рассуждениями и применяет к относительно сложным задачам.

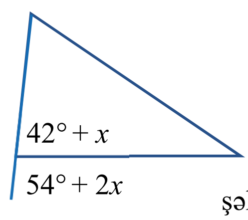
## Внутренние и внешние углы треугольника

**1.** Два угла треугольника 18° и 42°. Сколько градусов составит третий угол?

a) 100°; b) 120°; c) 90° ; d) 45°.

**2**. Найдите x на основе данных на рисунке 1.

a) 28°; b) 78°; c) 76°; d) 100°.



şəkil 1

**3**. У какого треугольника сумма углов больше?

A) тупоугольного B) прямоугольного
C) остроугольного D) все равны

**4**. Если угол, прилежащий к основанию равнобедренного треугольника равен 35°, найдите его вершинный угол.

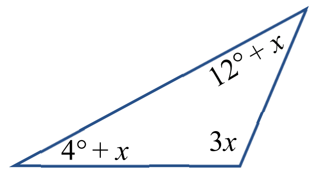
a) 35°; b) 110°; c) 70°; d) 80°.

**5**. Какова градусная мера внешнего угла равностороннего треугольника?

a) 120°; b) 60°; c) 100°; d) 90°.

**6**. Найдите x на основе данных на рисунке 2.

a) 40°;  b) 35°;  c) 164°;  d) 32,8°.




şəkil 2

**7**. Внешний угол при вершине A треугольника ABD равен 74°, а внешний угол при вершине B равен 128°. Найдите его внутренний угол при вершине D.

a) 22°;  b) 122°;  c) 98°;  d) 44°.

**8**. Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 146°. Найдите его внутренние углы.

a) 34°, 73°, 73° или 34°, 34°, 110° ;  b) 34°, 73°, 73° ;
c) 35°, 35°, 110° ;  d) 34°, 34°, 112° .

**9**. Один из углов треугольника равен 70°. Сколько градусов составит острый угол между биссектрисами двух его других углов?

a) 110°;  b) 125°;  c) 70°;  d) 55°.

**10**. 10. Угол между биссектрисами углов A и B треугольника ABC равен 120°. Найдите градусную меру угла C.

a) 120°;  b) 70°;  c) 60°;  d) 50°

## Урок 5.4. Отношения между сторонами и углами треугольника
(учебник стр. 120)

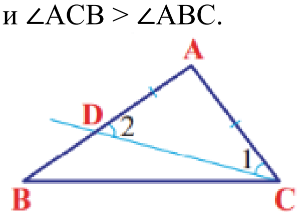
На третьем занятии изучается соотношение между сторонами и углами треугольника.

**Стандарт: 3.1.1.** Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает.
**Результат обучения:** Знает и применяет отношения между сторонами и углами треугольников.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы:** Ведутся дискуссии о равных сторонах и равных углах в многостороннем, равнобедренном или равностороннем треугольнике, выслушиваются мнения учащихся о сторонах, противоположных углам или углах, противоположных сторонам. Начертите любой треугольник на доске или компьютере (это может быть электронная доска) и измерьте длину его сторон и углы. Полученные числа располагаются в порядке возрастания или убывания (длины сторон и градусы углов отдельно). Здесь учащиеся определяют, лежит ли больший угол против большей стороны треугольника или меньший угол против меньшей стороны.

**Исследовательский вопрос:** *Каково соотношение между сторонами и углами треугольника и как это применимо для решения задач?*

**Объяснение учителя:** Учитель излагает и доказывает теорему о соотношении сторон и углов треугольника. Доказательство дано в учебнике с помощью QR-кода. Мнения учеников спрашивают во время доказательства.
**Теорема:** Отношения между сторонами и углами треугольника
**В треугольнике:** 1) напротив большей стороны стоит больший угол;
2) большая сторона находится напротив большего угла
**Условие теоремы:**1) В $\Delta ABC$ $AB > AC$.
**Заключение теоремы:**$\angle ACB > \angle ABC$.
**Доказательство теоремы.** Отметим на стороне AB треугольника точку D такую, что $AD = AC$. Получившийся треугольник ADC равносторонний, поэтому $\angle 1 = \angle 2$. Точка D находится между точками A и B. Следовательно, луч CD является внутренним лучом угла ACB. Тогда $\angle ACB > \angle 1$.
$\angle 2$ — внешний угол треугольника BCD, поэтому $\angle 2 > \angle ABC$. Таким образом, мы получаем $\angle ACB > \angle 1 = \angle 2 > \angle ABC$ и $\angle ACB > \angle ABC$.
Первая часть теоремы доказана.




Докажем вторую часть теоремы:
**Условие теоремы:** 2) $\angle ACB > \angle ABC$ в $\Delta ABC$.
**Заключение теоремы:** $AB > AC$.
**Доказательство теоремы.** Предположим противное: предположим, что $AB = AC$. Тогда треугольник ABC равносторонний и $\angle ACB = \angle ABC$. Это противоречит условию теоремы. Следовательно, AB не может быть = AC. Теперь

предположим, что AB < AC. Согласно первому условию теоремы в треугольнике против большей стороны лежит больший угол. То есть для AB < AC $\angle ACB < \angle ABC$. Это противоречит второму условию теоремы. Итак, AB > AC.

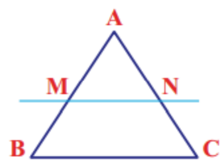
Вторая часть теоремы доказана.

В целях проведения исследования задания, данные в учебнике, можно выполнять в группах. Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 3**. a) Если MN < MK < NK, то углы, противоположные данным сторонам, нужно расположить в том же порядке: $\angle K < \angle N < \angle M$.

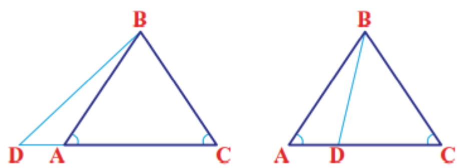
b) Если AB = 9 см, AC = 14 см, BC = 8 см в треугольнике ABC, то отношение между его углами равно: $\angle A < \angle C < \angle B$.

**Задание № 4.** В прямоугольном треугольнике наибольшей стороной является сторона, противолежащая углу 90°. Если один из его острых углов равен 34°, то другой острый угол равен 56°. Таким образом, наименьшая сторона этого треугольника — это сторона, лежащая против угла 34°.




**Задание № 6.** По условию известно, что MN || BC и $\angle B = \angle C$. По признаку параллельности прямых $\angle N = \angle C$ и $\angle B = \angle M$. Итак, $\angle M = \angle N$. Треугольник с двумя равными углами является равносторонним. $\Delta MAN$ – равносторонний треугольник.

**Задание № 7.** a) На первом рисунке $\angle BAC$ — острый угол в равностороннем треугольнике ABC. Тогда прилежащий к нему угол $\angle BAD$ является тупым углом, то есть треугольник $\Delta ABD$ является тупоугольным. Поскольку наибольший угол в этом треугольнике — тупой угол, наибольшая сторона — это сторона BD, противоположная тупому углу. Итак, BD > AB.




a) b)

b) По тому же правилу на втором рисунке треугольник ADB является тупоугольным. Следовательно, в $\Delta ABD$ наибольшим углом является $\angle ADB$, а противолежащая ему сторона AB является наибольшей стороной. AB >BD.

**Обобщение и вывод:** Учитель еше раз излагает соотношение между сторонами и углами треугольника, обобщает изученное о его применении.

**Оценивание** ● Применение

**Уровень I:** Не может излагать, доказывать и применять отношения между сторонами и углами треугольника.

**Уровень II:** Излагает отношения между сторонами и углами треугольника с небольшими трудностями в доказательстве и применении.

**Уровень III:** Излагает, свободно доказывает и применяет отношения между сторонами и углами треугольника.

**Уровень IV:** Излагает отношения между сторонами и углами треугольника, доказывает это рассуждениями и применяет в относительно сложных задачах.

## Отношения между сторонами и углами треугольника

**1.** Если один из острых углов прямоугольного треугольника равен 25°, определите наименьшую сторону этого треугольника.

A) гипотенуза; B) катет напротив угла 25°;

C) катет напротив угла 55°; D) оба катета.

**2**. Если в треугольнике ABD AB < AD < BD, запишите его наименьший угол.

A) ∠A; B) ∠B; C) ∠D; D) все три одинаковы.

**3**. Если в треугольнике MNK MN = 21 см, MK = 25 см, NK = 19 см, расположите его углы в порядке возрастания.

a) ∠M < ∠N < ∠K; b) ∠M < ∠K < ∠N;

c) ∠N < ∠M < ∠K; d) ∠K < ∠N < ∠M.

**4**. Если в треугольнике ABC AB = BC < AC, укажите тип этого треугольника.

A) равносторонний треугольник B) прямоугольный треугольник

C) тупоугольный треугольник D) равносторонний треугольник

**5**. В треугольнике ABC известно, что AB > BC > AC. Если один из углов этого треугольника равен 120°, а другой равен 40°, сколько градусов будет составлять B?

a) 20°; b) 40°; c) 120°; d) 60°.

**6**. В треугольнике ABC ∠C = 90°, а точка K — внутренняя точка отрезка AC. Каково правильное соотношение между длинами отрезков BK и BC?

A) BK ≅ BC B) BK > BC

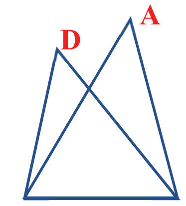
C) BK < BC D) BK ⊥ BC

**7**. В треугольнике ABC ∠C = 90°, а точка K — внутренняя точка отрезка AC. Каково правильное соотношение между длинами отрезков BC и AB?

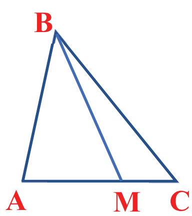
A) BK ≅ AB B) BK > AB C) BK < AB D) BK || AB

**8**. Отрезки AC и BD пересекаются (рис. 1) и известно, что AB > AC. Сравните длины отрезков BD и CD.

A) BD > CD B) BD < CD C) BD = CD D) BD || CD



Şəkil 1



Şəkil 2

**9**. В треугольнике ABC точка M лежит на стороне AC (рисунок 2). ∠AMB – острый угол. Сравните отрезки BC и BM.

A) BC < BM B) BC = BM C) BC > BM

D) BC ⊥ BM

**10**. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. Определите тип треугольника BDC, если ∠A=54°, ∠C=42°.

A) Равносторонний B) Прямоугольный

C) Острый D) Равнобедренный

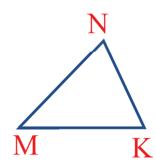
## Урок 5.5.–5.6. Неравенство треугольника. Угол: градусы, минуты, секунды (учебник стр. 121)

Четвертый и пятый уроки посвящены изучению неравенства треугольника и измерения угла в минутах и секундах.

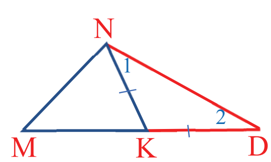
**Постановка проблемы**: учащимся предлагается нарисовать любой треугольник ABC и измерить линейкой длины его сторон. Затем каждый учащийся сравнивает на основе треугольника, который они нарисовали, значения:
a) $AB + AC$ и $BC$; b) $AB + BC$ и $AC$; c) $AC + BC$ и $AB$.
Конечно, при правильном проведении расчетов у всех учащихся должны быть получены следующие результаты:
a) $AB + AC > BC$; b) $AB + BC > AC$; c) $AC + BC > AB$.
Эти результаты записываются на доске, и учитель спрашивает мнение учащихся об этих неравенствах. Мнение учащихся выслушиваются. Они могут сказать, что сумма длин двух сторон больше третьей стороны во всех трех случаях. На следующем этапе требуется построить на столе треугольник из палочек длиной 6 см, 4 см, 3 см и 2 см. На опыте проверяется, в каком случае невозможно построить треугольник или в каком случае возможно построить треугольник.

**Исследовательский вопрос:** *Как соотносятся стороны треугольника?*

**Объяснение учителя**: При проведении исследования учитель дает информацию о неравенстве треугольника, теорема доказывается. В учебнике доказательство теоремы дано в QR-коде. Ученики могут просмотреть доказательство теоремы, используя его. Во время объяснения для визуализации также могут использоваться компьютерные программы.
**Теорема:** Неравенство треугольника.
Длина каждой стороны треугольника меньше суммы длин двух других сторон.
**Условие теоремы:** MNK— треугольник
**Заключение теоремы:** $MN < MK + NK$.




**Доказательство теоремы:** На противоположном луче MK отделим отрезок KD, длина которого равна стороне NK. Поскольку треугольник NKD равносторонний, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle MND > \angle 1$ и $\angle MND > \angle 2$. Здесь из неравенства $\angle MND > \angle 2$ следует, что $MN < MK + NK$, поскольку $MN < MD$ и $MD = MK + KD = MK + NK$.
**Вывод:** длина каждой стороны треугольника больше разности (или модуля разности) двух других сторон.
Действительно, из приведенных выше неравенств мы пишем: $MN - MK < NK$ или $MN - NK < MK$.



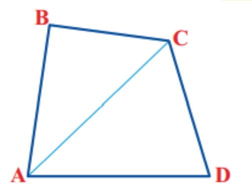

В продолжении исследования задания из учебника выполняются в группах.
Рекомендации для некоторых заданий:

**Задание № 5**. a) $\frac{1}{6}\cdot$ 180 = 30 (см), $\frac{1}{3}\cdot$ 180 = 60 (см), $\frac{1}{2}\cdot$ 180 = 90 (см). . Сумма двух сторон треугольника должна быть больше третьей. В этом случае получается 30+60=90. Следовательно, такой треугольник построить невозможно.
b) ) $\frac{1}{9}\cdot$ 180 = 20 (см), $\frac{1}{3}\cdot$ 180 = 60 (см), $\frac{5}{9}\cdot$ 180 = 100 (см). В этом случае, поскольку 20 + 60 < 100, построить треугольник все равно невозможно.
c) ) $\frac{2}{9}\cdot$ 180 = 40 (см), $\frac{1}{3}\cdot$ 180 = 60 (см), $\frac{4}{9}\cdot$ 180 = 80(см). В этом случае 40 + 60 > 80. Итак, у нас есть треугольник со сторонами 40 см, 60 см, 80 см. Треугольник, скорее всего, будет остроугольным. В дальнейшем, изучив теорему Пифагора, можно будет точно определить тип треугольника ($40^2 + 60^2 < 80^2$ острых угла). Здесь учащийся может определить тип треугольника, только угадывая (точно он может сказать, научившись строить треугольник по длине трех его сторон).

**Задание № 5.** а) Две стороны равностороннего треугольника должны иметь одинаковую длину. 3) Треугольник со сторонами 70 мм и 3 см 1 мм имеет стороны 70 мм, 70 мм и 31 мм (не может быть 31 мм, 31 мм и 70 мм) его периметр P = 70 + 70 + 31 = 171 мм.

**Задание № 8.** Согласно неравенству треугольника, $a + b > c$ должно быть. $a + b$ = 3,17 + 0,75 = 3,92 и $a - b$ = 3,17 - 0,75 = 2,42.
Значит, 2,42 < c < 3,92. По условию c — натуральное число, тогда c = 3.
Таким образом, P = $a + b + c$ = 3,17 + 0,75 + 3 = 6,92.

**Задание № 12.** По условию известно, что 8 < $a$ < 12 и 10 < $b$ < 15. Согласно правилу сложения неравенств. 8 + 10 < $a$ + b < 12 + 15, поэтому 18 < $a$ + b < 27. Если третья сторона треугольника равна c, должно выполняться условие c < $a$ + b. Так что должно быть c < 18. С другой стороны, третья сторона треугольника должна быть больше разности двух других сторон. c > 15 − 8 (разность верхнего и нижнего предела сторон a и b), следовательно c > 7. Следовательно, длина третьей стороны должна удовлетворять условию 7 < c < 18.
**Задание № 13.** По неравенству треугольника: AC < AB + BC и AC < AD + CD. Соберем эти неравенства сторона к стороне: 2AC < AB + BC + AD + BC и AC < (AB + BC + AD + BC): 2. Значит, отрезок AC меньше половины периметра четырехугольника.




**Задание № 14**. 3,1 < $a$ < 7,4; Известно, что 8,2 < $b$ < 13 и 11 < $c$ < 17,5. Сумма нижних границ длин сторон треугольника равна 3,1 + 8,2 + 11 = 22,3, а сумма верхних границ — 7,4 + 13 + 17,5 = 37,9.
Тогда периметр треугольника должен удовлетворять неравенству 22,3 < P < 37,9. Так что возможно P = 37.

**Важные моменты**: неравенство треугольника считается одним из важных свойств треугольника. Ученик должен сосредоточиться на проверке того, что это свойство выполняется в каждом треугольнике. Для проверки выполнения неравенства треугольника достаточно проверить, что его наибольшая сторона меньше суммы длин двух других сторон, или проверить, что модуль разности двух сторон больше длины третьей стороны. Это свойство широко используется в быту.

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает соотношение длин сторон треугольника, повторяя его еще раз. Здесь неравенство треугольника формулируется в терминах как суммы, так и разности.

На пятом занятии с небольшим усовершенствованием преподается тема неравенства треугольника, исследуются меры градусов, минут, секунд угла и их преобразование.

**Задание №1**. a) $12^\circ15'=735'$, $4{,}7^\circ= 282'$, $34^\circ42''= 2040{,}7'$;
b) $6^\circ22'= 22920''$, $59^\circ= 212400''$, , $39'= 2340''$;
c) $200'= (3{,}(3))^\circ$, $630' = 10{,}5^\circ$.

**Задание № 2**. a) 1) $73{,}4^\circ= 73^\circ24'$; 2) $66{,}2^\circ= 66^\circ12'$; 3) $125{,}1^\circ= 125^\circ6'$; 4) $41{,}93^\circ= 41^\circ55'48''$; 5) $12{,}5^\circ=12^\circ30'$;
b)1) $12^\circ36'= 12{,}6^\circ$; 2) $44^\circ16'25''\approx44{,}277^\circ$; 3) $54^\circ30''= 54{,}008^\circ$; 4) $135^\circ56'10''$ $\approx135{,}933^\circ$;
5) $49^\circ49''\approx49{,}014^\circ$.

**Задание №3.** a) $17^\circ15' + 16^\circ40'= 33^\circ55'$;
b) $79^\circ25' – 56^\circ57''= 22^\circ24'3''$;
c) $162^\circ13'25'' + 32^\circ19'51'' = 129^\circ53'34''$;
d) $42^\circ – 25^\circ10''= 16^\circ59'50''$; f) $98^\circ15'' – 53^\circ45'= 44^\circ15'15''$;
g) $46^\circ45' \cdot 3 = 140^\circ15'$; h) $78{,}5^\circ – 16^\circ7' + 23{,}6^\circ= 85^\circ59'$.

**Оценивание**● Применение

**Уровень I:** Затрудняется изложить неравенство треугольника, не может его применить; не может определить, могут ли данные числа быть сторонами треугольника.

**Уровень II:** Знает неравенство треугольника, допускает определенные ошибки в его применении; при применении неравенства треугольника возникают некоторые трудности при записи его в виде двойного неравенства; допускает ошибки при определении того, могут ли быть заданные числа сторонами треугольника.

**Уровень III:** Знает и свободно применяет неравенство треугольника.

**Уровень IV:** Творчески применяет неравенство треугольников по разности и сумме.

## Неравенство треугольника

**1.** Если в треугольнике ABC AB = 12 дм, AC = 15 дм, то между какими натуральными числами заключена длина стороны BC?

a) 3 и 27; b) 4 и 26; c) 3 и 26 ; d) 4 и 27;

**2.** Какое натуральное число является максимальной длиной третьей стороны треугольника, стороны которого равны 7,8 см и 9,6 см?

a) 16 см; b) 17 см; c) 15 см; d) 17,4 см

**3**. Какое целое число является минимальной длиной третьей стороны треугольника, стороны которого равны 90,2 дм и 728 см?

A) 16 дм; B) 17 дм; C) 19 дм; D) 18 дм.

**4**. Длины сторон a и b треугольника удовлетворяют условию $13 < a < 18$, $9 < b < 17$. Между какими числами лежит длина третьей стороны c этого треугольника?

a) $4 < c < 22$, b) $13 < c < 17$, c) $9 < c < 17$, d) $9 < c < 18$.

**5**. Стороны a, b, c треугольника удовлетворяют условиям $4{,}2 < a < 6{,}6$; $5{,}5 < b < 9{,}7$; $4.2 < c < 10.8$. Каким наименьшим натуральным числом может быть периметр этого треугольника?

A) 26 B) 25 C) 14 D) 28.

**6**. Существует ли треугольник со сторонами 6 дм, 80 см и 1200 мм? Если да, то сколько сантиметров составляет периметр?

A) Нет B) Да, P = 250 см, C) Да, P = 260 мм, D) Да, P = 260 см

**7**. Какое натуральное число может быть третьей стороной треугольника со сторонами 8дм и 15дм?

A) 23 дм B) 22 см C) 25 дм D) 22 дм

**8**. Если стороны a, b, c треугольника равны $3{,}5<a<5{,}4$ ; $4{,}3<b<9{,}8$ ; $5{,}7<c<11{,}9$ , какое натуральное число может быть максимальным периметром треугольника?

A) 27 B)26 C) 28 D) 25

**9**. Длины двух сторон треугольника равны 12,8 см и 7,5 см. Найдите периметр треугольника, зная, что длина третьей стороны — наибольшее натуральное число.

A) 41,3 см B) 40,3 дм C) 40,3 см D) 42,3 см

**10**. В треугольнике ABC (рисунок 1) AB = 8 см, BC = 12 см, AD = a см, DC = b см. Если a и b принимают целые значения, найдите наибольшее значение суммы a+b.

A) 19 B) 18 C)17 D)20

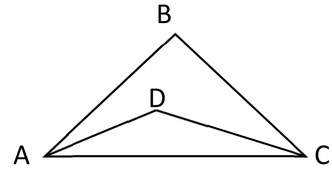


Рисунок 1

## Урок 5.7. Построение биссектрисы угла
(учебник стр. 126)

**Стандарт: 3.1.2.** Делит отрезок пополам, строит серединный перпендикуляр отрезка, биссектрису угла и треугольник по его сторонам.
**Результат обучения:** С помощью линейки и циркуля строит биссектрису угла.
**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы:** Каждый ученик индивидуально выполняет задание, данное в учебнике. С помощью транспортира строится любой угол и делится пополам внутренним лучом ОС. При выполнении этой операции учитель должен подходить к каждому ученику и проверять его работу. Это же задание учитель может выполнить на доске или на компьютере с заранее подготовленной программой. Таким образом, учащиеся, выполнявшие задание, построили биссектрису угла с помощью транспортира.
**Объяснение учителя:** Учитель дает информацию о биссектрисе и демонстрирует их на разных углах.

**Исследовательский вопрос:** *Как можно построить биссектрису угла с помощью циркуля и линейки?*
Для проведения исследования учащиеся выполняют алгоритм построения по учебнику. Учитель или любой учащийся может выполнять одно и то же действие на доске или на компьютере по указанию учителя. После выполнения построения проверяется работа каждого ученика и учитель оценивает, насколько точно он выполнил эти построения. Учащиеся должны уметь изложить алгоритм выполнения построения. В помощь учащимся процесс построения дан в учебнике с помощью QR-кода.
В качестве продолжения исследования выполняются задания из учебника. Учитель может назначать задания каждому ученику в соответствии с его уровнем, раздавая им рабочие листы. Используя интерактивную доску, вы также можете визуализировать построение биссектрисы угла.
**Дифференциальное обучение:** у учащихся с низкими результатами обучения могут возникнуть трудности с построением биссектрисы. Такого ученика можно использовать в паре (слабый+сильный) с учеником с высоким результатом обучения. При построении также необходимо обратить внимание на умение учащихся пользоваться циркулем.
**Обобщение и вывод:** Учитель делает обобщение, еще раз доводя до внимания учащихся построение посредством циркуля.
**Оценивание** ● Построение
**Уровень I:** Затрудняется построить биссектрису с помощью циркуля; навыки владения циркулем слабые; Отмечает точку пересечения окружностей при построении биссектрисы, но не завершает биссектрису.
**Уровень II:** Не может точно установить биссектрису с помощью циркуля; Хотя он неправильно построил биссектрису, признает, что построение неправильно из-за неравенства углов.
**Уровень III:** Точно строит биссектрису угла с помощью циркуля.
**Уровень IV:** Точно строит биссектрису угла и обосновывает мысль.

## Урок 5.8. Элементы треугольника: биссектриса
(учебник стр. 127)

**Стандарт: 3.1.1.** Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает.
**Результат обучения:** Знает соотношение между биссектрисами треугольника и геометрически их изображает.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы:** Каждый ученик индивидуально выполняет задание, данное в учебнике. Учащиеся уже знают, как построить биссектрису угла. По условию деятельности биссектриса всех трех углов треугольника строится циркулем или транспортиром. Определяется место точки пересечения биссектрисы (по треугольнику). Вниманию учащихся доводится определение биссектрисы.

**Вопрос исследования:** *Как расположены биссектрисы треугольника?*

Для проведения исследования выполняются задания, данные в учебнике. Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 4.** По рисункам, данным в задании, транспортиром измеряются углы ABK, BCM, CAN в каждом треугольнике. Определяется угол, равный каждому углу. Пишутся названия биссектрис: AN, BK, CM.
**Дифференциальное обучение:** учащемуся с низким результатом обучения целесообразно работать в паре с учащимся с высоким результатом обучения. В этом случае результат обучения слабого ученика может в определенной степени повышаться, а у учащихся формируются навыки сотрудничества.
**Важные моменты**: Возникает вопрос, в какой точке биссектриса треугольника пересекает противоположную сторону. Здесь важно указать учащимся не то, в какой точке биссектриса угла пересекает противоположную сторону, а описать деление угла пополам в вершине, из которой она выходит.
**Обобщение и вывод:** Учитель, обобщая изученное, еще раз обращает внимание учащихся на то, что треугольник имеет три биссектрисы, что они пересекаются в одной точке, и что эта точка находится внутри треугольника, независимо от вида треугольника.

**Оценивания** ● Описание
**Уровень I:** Не знает, как расположены биссектрисы треугольника, затрудняется их описать; неправильно изображает биссектрисы треугольника.
**Уровень II:** Знает, как расположены биссектрисы треугольника, допускает определенные ошибки при изображении.
**Уровень III:** Знает, как расположены биссектрисы треугольника, свободно изображает их.
**Уровень IV:** Свободно изображает и объясняет биссектрисы треугольника.

## Урок 5.9. Элементы треугольника: медиана
(учебник, стр. 128)

**Стандарт: 3.1.1.** Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает.
**Результат обучения:** Знает свойство медиан треугольника и геометрически их изображает.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы:** Перед объяснением учащимся понятия медианы треугольника выполняется процесс построения медианы. Длину стороны любого треугольника делят пополам линейкой, а середину отрезка соединяют с противоположной вершиной. Таким образом, проведены медианы треугольника.

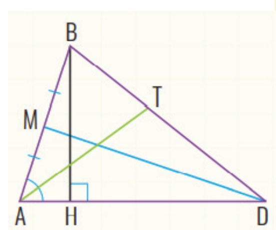
**Исследовательский вопрос:** *Какова связь между медианами треугольника и сторонами, к которым он нарисован?*
В целях проведения исследования данное в учебнике Задание №1 выполняется в группах. Каждая группа проводит медианы одного типа треугольника и объясняет, в каком отношении они делят противоположную сторону. Медианы треугольника можно построить более наглядно с помощью интерактивной доски.
**Задание № 4.** По условию периметр равностороннего треугольника MNK равен 56 дм. Если длина основания MN 18,4 дм, то каждая из сторон равна (56 – 18,4) : 2 = 18,8 дм. Тогда медианы, проведенные к сторонам, делят эту сторону на отрезки по 9,4 дм или 94 см.
**Задание № 5.** По условию задачи проводят медианы каждого треугольника и разрезают эти треугольники ножницами. Эти треугольники подвешены на нити от точки пересечения медиан. Видно, что треугольник находится в равновесии.
**Обобщение и вывод:** Учитель, обобщая изученное, еще раз обращает внимание учащихся на то, что медиан треугольника три, что они пересекаются в одной точке, и что эта точка находится внутри треугольника, независимо от вида треугольника.

**Оценивания** ● изображение
**Уровень I:** Не знает соотношения между медианами треугольника, затрудняется при изображении.
**Уровень II:** Знает соотношение между медианами треугольника, допускает определенные ошибки при изображении.
**Уровень III:** Знает соотношение между медианами треугольника, свободно изображает ее.
**Уровень IV:** Знает, свободно изображает и объясняет отношения между медианами треугольника.

## Урок 5.10.– 5.11. Элементы треугольника: высота
(учебник стр. 129)

**Стандарт: 3.1.1.** Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает
**Результат обучения:** Знает свойство высоты треугольника и геометрически изображает.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
Из всех трех вершин любого остроугольного треугольника проводится высота и отмечается, что эти высоты пересекаются в одной точке.
**Постановка проблемы:** Учащиеся индивидуально выполняют деятельность, данную в учебнике. Чтобы установить высоту треугольника, необходимо провести перпендикуляр из вершины на противоположную сторону. Ученики научились проводить перпендикуляр, используя угольник, в 6-м классе. По этой причине им не составит труда использовать угольник во время выполнения этой деятельности. Преподаватель должен контролировать работу каждого ученика и оказывать необходимую помощь. Для выполнения этого действия используется остроугольный треугольник.
**Исследовательский вопрос**: *где находится точка пересечения высот или прямых линий, на которых они расположены, в соответствии с типами треугольников?*
Для проведения исследования учащиеся класса делятся на 3 группы: I группа выполняет задание на построение высот остроугольного треугольника, II группа - высоты прямоугольного треугольника, III группа – задание на построение высот тупоугольного треугольника. После того, как группы выполнили задание, выслушиваются их мнения, и в каждом конкретном случае обсуждается место пересечения высот. Преподаватель должен постараться привлечь внимание учащихся к работе группы III путем более подробного ее обсуждения.
В качестве продолжения исследования выполняются задания учебника. Рекомендации для некоторых задач:
**Задание №2.** В треугольнике ABD проведены биссектриса AT, высота BH и медиана DM. Закончим предложения:




a) если AT биссектриса, то , $\angle BAT \cong \angle DAT$.
b) Если DM является медианой, $BM \cong AM$.
c) Если BH высота, то отрезки BH и AD перпендикулярны: $BH \perp AD$.
Если в каждом пункте поменять условие с выводом, то получится правильное выражение.
Поменяем местами условие с выводом и напишем:
a) Если $\angle BAT \cong \angle DAT$, то AT является биссектрисой.
b) если $BM \cong AM$, то CM является медианой.
c) Если $BH \perp AC$, то BH — высота. Каждое из этих предложений верно.
**Задание № 6.** При выполнении задания из вершины прямого угла прямоугольного треугольника проведены высота, медиана и гипотенуза. Эти элементы треугольника, проведенного из одной вершины,

расположены в определенном порядке. По построению учащиеся определяют, что высота короче, биссектриса немного длиннее высоты, а медиана длиннее обоих.

**Дифференциальное обучение:** в учебнике строятся высоты различных типов треугольников. Опыт показывает, что учащиеся затрудняются найти точку пересечения высот тупоугольного треугольника. По этой причине класс можно разделить на 3 группы по уровням результатов обучения. I группа - учащиеся с низкими результатами обучения строят высоты прямоугольного треугольника, II группа - учащиеся со средними результатами обучения строят остроугольный треугольник, и III группа - учащиеся с высокими результатами обучения строят высоты тупоугольного треугольника. Каждая группа подробно презентуют свою задачу перед классом. Преподаватель может не информировать учащихся о том, что группы разделены по результатам обучения.

**Обобщение и вывод:** Обобщая изученное, учитель обращает внимание учащихся на то, что треугольник имеет три высоты, что они пересекаются в одной точке и что эта точка находится внутри или вне треугольника в зависимости от вида треугольника. Это еще раз подчеркивает, что высоты острых углов в прямоугольном треугольнике проведены к продолжению противоположной стороны:

*ВЫВОД 1:* Точка пересечения высот остроугольного треугольника лежит внутри треугольника.

*ВЫВОД* 2: В прямоугольном треугольнике точка пересечения высот является вершиной прямого угла треугольника. Катеты прямоугольного треугольника также являются его высотами.

*ВЫВОД 3*: В тупоугольном треугольнике точка пересечения высот лежит вне треугольника.

**Оценивание** ● изображение

**Уровень I:** Не знает свойства высот треугольника, затрудняется его изобразить.

**Уровень II:** Знает свойство высот треугольника, допускает определенные ошибки при его изображении.

**Уровень III:** Знает свойство высот треугольника, свободно изображает его.

**Уровень IV:** Знает свойства высот треугольника, свободно изображает и объясняет.

## Урок 5.12. Обобщающие упражнения
(учебник, стр. 132)

Задания на обобщение, приведенные в конце раздела, выполняются учащимися самостоятельно в течение 1 занятия. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценивание и повторяют то, что они узнали на уроке.

## Треугольник. Обобщающие задания

**1**. В треугольнике ABD нарисована биссектриса BM.
Найдите ABM, если угол B равен 124 градусам.
A) 124º B) 62º C) 56º D) 60º

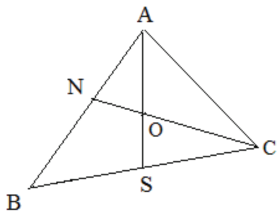


рисунок 1

**2**. В треугольнике ABC (рисунок 1) проведены биссектрисы AS и CN. Если B = 40°, найдите угол AOC.
A) 100º; B) 110º; C) 120º; D) 100º.

**3**. Биссектрисы треугольника делят каждый его угол на два угла по 60°, 20° и 10° соответственно. Найдите углы треугольника.
A) 120º; 40º; 20º B) 40º; 20º; 100º C) 120º; 10º;20º D) 110º; 40º; 10º

**4**. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. Если ABD=48°, найдите угол ABC.
A) 95º B) 24º C) 96º D) 48º.

**5**. Найдите угол между биссектрисами внутреннего и внешнего углов треугольника ABC при вершине A.
A) 60°; B) 80°; C) 180°; D) 90°.

**6**. Найдите угол между любой биссектрисой равностороннего треугольника и противолежащей стороной.
A) 90°; B) 60°; C) 120°; D) 30°.

**7**. В равностороннем треугольнике ABC проведена медиана AD. Найдите периметр треугольника ABC, если BD = 1,8 дм.
A) 10 дм; B) 10,8 дм; C) 11 дм; D) 10,8 см.

**8**. Треугольник ABC делится на два треугольника медианой BD. Периметр треугольника ABC равен 80 см, периметр треугольника ABD равен 48 см. Периметр треугольника DBC равен 66 см. Найдите длину медианы BD.
A) 17 см; B) 34 см; C) 20 см; D) 26 см.

**9**. В треугольнике ABC провели высоту AH, медиану BM и биссектрису CT (рис. 2). Если , AC=12,8 см, найдите ACT, AHB и длину AM.
A) $\angle ACT = 34°$, $\angle AHB = 56°$, AM=6,4 см
B) $\angle ACT = 28°$, $\angle AHB = 42°$, AM=6 см
C) $\angle ACT = 56°$, $\angle AHB = 90°$, AM=12,8 см
D) $\angle ACT = 28°$, $\angle AHB = 90°$, AM=6,4 см

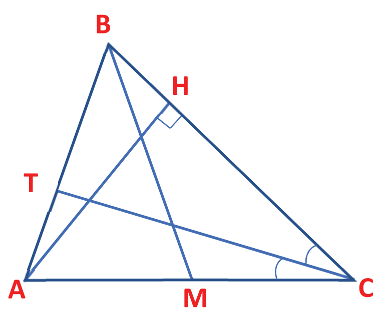


рисунок 2

**10**. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведены медианы AM и BN. Найдите периметр треугольника ABC, если AN = 6,8 см, а BM = 5,3 см.
A) 34,8 см; B) 21,6 см;
C) 13,6 см; D) 26 см;

**11**. AM, BN и CK — медианы треугольника ABC с периметром 48,12 см.
AN + BK + CM =?
A) 48,12 см; B) 24,6 см; C) 240,6 см; D) 2406 мм

**12.** Периметр равнобедренного треугольника ABC равен 98 см, а длина основания AC равна 36 см. Какова в дециметрах длина отрезков, на которые проведенные к сторонам медианы разделят эти стороны?

A) 1,55 дм; B) 16 дм; C) 2 дм; D) 15,5 дм;

**13**. В прямоугольном треугольнике ABC угол CN и высота CM проведены из прямоугольной вершины C. Определить углы BCN и AMC.

A) 45° и 60°; B) 90° и 60°; C) 45° и 30°; D) 45° и 90°.

**14**. В равностороннем треугольнике ABC основанием является AC, AM — гипотенуза, а BD — высота. Если ABD = 40° и отрезок DN является биссектрисой угла ADB, найти сумму BAM + ADN.

A) 25°; B) 70°; C) 50°; D) 80°

**15**. В равностороннем треугольнике ABC AM — гипотенуза, а BD — высота. Если отрезок DN является биссектрисой угла ADB, найдите разность ADN - BAM.

A) 25°; B) 70°; C) 22,5°; D) 10°.

## УРОК 5.13. МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №5

1. Два угла треугольника равны 52° и 75°. Сколько градусов составит его третий угол?

___

2. Если угол при вершине равнобедренного треугольника равен 115°, найдите другие его углы.

___

3. Внешний угол при вершине M треугольника MNK равен 63°, а внешний угол при вершине N равен 102°. Найдите его внутренний угол при вершине K.

___

4. Если MN = 42 см, MK = 36 см, NK = 32 см в треугольнике MNK, расположите его углы в порядке убывания.

___

5. Для сторон a, b и c треугольника выполнены условия 4,1 < a < 8,4; 9.2 < b < 16 и 13 < c < 18,7. Запишите значения, которые может принимать периметр этого треугольника в виде двойного неравенства. Какое натуральное число является максимальным периметром треугольника?

___

6. Биссектрисы треугольника делят каждый его угол на два угла по 55°, 18° и 17° соответственно. Найдите углы треугольника.

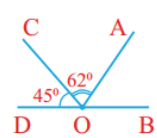
___

7. В равностороннем треугольнике ABC проведена медиана AD. Найдите периметр треугольника ABC, если BD = 2,3 см.

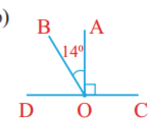
___

8. На основе рисунков определите градусную меру угла AOB.

a)




b)




___

9. a) Выразите 73,4° в виде градусов, минут и секунд. ________________

b) Выразите приблизительно в градусах значение 34°46′15″.______________

10. Выполните действия:

a) 57°15′ + 6°47′ = b) 9°25′ – 6°5″ =

c) 64° – 15°22″ = e) 36°5′ · 3 + 25,50° : 5 =

## РАЗДЕЛ VI. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

| Стандарт, подстандарт | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| ***1.2. Применяет математичес-кие действия, математическ ие процедуры и их взаимосвязи.*** **1.2.4.** Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений. | 1.2.4. | **Урок 6.1.** Возведение двучлена в квадрат | 1 | 134-136 |
| | 1.2.4. | **Урок 6.2.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.3** Разложение трехчлена на множители по формуле квадрата двучлена | 1 | 137-138 |
| | 1.2.4. | **Урок 6.4.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.5.** Разность квадратов двух выражений | | 139-142 |
| | 1.2.4. | **Урок 6.6.** Выполнение заданий | | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.7.** Выполнение заданий | | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.8.** Возведение двучлена в куб | 1 | 143-145 |
| | 1.2.4. | **Урок 6.9.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.10.** Сумма кубов и разность кубов двух выражений | | 146-148 |
| | 1.2.4. | **Урок 6.11.** Выполнение заданий | | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.12.** Применение формул сокращённого умножения | 1 | 149-150 |
| | 1.2.4. | **Урок 6.13.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.14.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.4. | **Урок 6.15.** Обобщающие задания | 1 | 151 |
| | | **Урок 6.16. Малое суммативная оценивание № 6** | **1** | |
| | **Итого** | | **16** | |

## Урок 6.1.–6.2. Возведение двучлена в квадрат
(учебник, стр.134)

**Стандарт: 1.2.4.** Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений.
**Результат обучения:** Применяет формулу квадрата суммы и разности двух выражений.

**Продолжительность урока**. На изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Из темы многочленов учащиеся узнали, как умножать двучлен на двучлен. Здесь напоминаются старые знания учащихся, начиная с нахождения произведения двух одинаковых двучленов. Этот процесс проводится на нескольких примерах, и о полученных результатах спрашивают мнения учеников.
**Объяснение учителя:** Полученное выражение из примеров приводится в виде формулы. Дается выражение квадрата двучлена и учащимся объясняется многочлен (трехчлен), полученный из действия возведения в квадрат. Здесь одновременно преподается возведение в квадрат суммы или разности двух выражений в рамках одной темы.

**Исследовательский вопрос:** *Как применяется формула квадрата суммы и разности двух выражений?*

В целях проведения исследования задания из учебника выполняются в группах, парах или индивидуально.
**Важные моменты:** При применении формулы суммы и разности двух выражений учащиеся должны обращать внимание на обозначение переменных разными буквами. Учитель должен обратить их внимание на то, что применение формулы не меняется в каждом конкретном случае.
Рекомендации для некоторых задач:
**Задание № 6**. Для выполнения задания применяются формулы квадрата суммы и разности двучлена.
d) $199^2 = (200 - 1)^2 = 200^2 + 1^2 - 2\cdot 200 \cdot 1 = 39601$;
g) $9{,}9^2 = (10 - 0{,}1)^2 = 100 + 0{,}01 - 2 = 98{,}01$;
*l*) $9{,}98^2 = (10 - 0{,}02)^2 = 100 + 0{,}0004 - 0{,}4 = 99{,}6004$.
**Задание № 7. a**) если поменять местами знаки x и y в выражении $(x - y)^2$, то полученное выражение будет равно заданному выражению $(x - y)^2$. $(x - y)^2 = (-x + y)^2 = (y - x)^2$.
Действительно, $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$ и $(y - x)^2 = y^2 + x^2 - 2xy$.
b) если поменять местами знаки x и y в выражении $(x + y)^2$, то полученное выражение будет равно заданному выражению $(x + y)^2$. $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ və $(-x - y)^2 = (-x)^2 + (-y)^2 + 2(-x)(-y) = x^2 + y^2 + 2xy$ .
**Задание № 8.** c) Чтобы преобразовать выражение $(a + b)^2$ в выражение $(a - b)^2$, необходимо к первому выражению добавить одночлен - 4ab. Действительно, $(a + b)^2 - 4ab = a^2 + b^2 + 2ab - 4ab = a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$
**Задание № 16.** c) $\frac{(2b-5)^2-(2b+5)^2}{(b^2-5b)-(b^2-7b)} = \frac{4b^2+25-20b-4b^2-25-20b}{b^2-5b-b^2+7b} = \frac{-40b}{2b}$ =-20.

**Дифференциальное обучение:** Моделирование квадрата разности двух выражений может быть немного сложным для ученика. Эта задача в основном ставится перед учениками с высокими результатами обучения.
**Важные моменты:** Иногда эти формулы записывают как «формулы суммы и разности двух членов» вместо «формулы суммы и разности двух выражений». В таких примерах, как $((2a – c) + b)^2$, выражение (2a – c) можно заменить термином одночлен, а затем применить формулу. Например: если $2a – c = m$, выражение $((2a –c) + b)^2$ записывается как $(m + b)^2$ и применяется формула квадрата суммы двух выражений: $m + b)^2 = m^2 + b^2 + 2bm$. Затем рассматривается выражение $m = 2a – c$.
$(2a - c)^2 + b^2 + 2b(2a - c) = 4a^2 + c2 – 4ac + b^2 + 4ab - 2bc = 4a^2 + b^2 +c^2 + 4ab - 4ac – 2bc$.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает полученные знания о сумме и разности двух выражений и их применении.
**Оценивание** ● Применение
**Уровень I**: Знает формулы суммы и разности двух выражений, но не может их применить.
**Уровень II**: Делает небольшие ошибки при применении формул суммы и разности двух выражений.
**Уровень III**: Свободно применяет формулы суммы и разности двух выражений.
**Уровень IV**: Применяет формулы суммы и разности двух выражений удобным способом.

## Возведение в квадрат двучленов

**1**. Возведите в квадрат двучлен: $(3x + 7)^2$ .
A) $9x^2 + 49 - 42x$ B) $9x^2 + 49 + 42x$
C) $9x^2 + 49x + 42$ D) $9x^2 - 49 + 42x$

**2**. Возведите в квадрат двучлен: $(6 - 2x)^2$ .
A) $4x^2 + 36 - 12x$ B) $4x^2 + 36 + 12x$
C) $4x^2 + 36x + 24$ D) $4x^2 – 24x + 36$

**3**. Запишите квадрат двучлена в виде трёхчлена:
$(0,3ab^2 – 1,1b^3)^2$.
A) $0,09a^2b^4 - 0,66ab^5 + 1,21b^6$ B) $0,09a^2b^4 + 0,66ab^5 + 1,21b^6$
C) $0,9a^2b^4 - 0,66ab^5 - 1,21b^6$ D) $0,9a^2b^4 - 0,66ab^4 + 1,21b^6$

**4**. Запишите на место * такой одночлен, чтобы полученное равенство было верным: $(* - *)^2 = 25x^2 - * + 64y^2$
A) $5x$; $8y$; $40xy$ B) $5x$; $64y$; $40xy$
C) $5x$; $8y$; $80xy$ D) $25x$; $8y$; $80xy$

**5**. При каком значении x квадрат двучлена 2x + 3 на 48 единиц больше, чем квадрат двучлена 2x – 5?
A) 2 B) 5 C) 16 D) 4

**6**. Запишите на месте троеточия нужное выражение:
$x^2 + 64y^2 = (x – 8y)^2 +$ ...
A) $16x$ B) $16y$ C) $16xy$ D) $32xy$

**7**. Упростите выражение: $(0{,}8m + 2)^2 – (2 – 0{,}4m)^2$.
A) $0{,}4m^2 + 0{,}4m$ B) $0{,}48m – 0{,}48m^2$ C) $0{,}48m^2 – 0{,}48m$ D) $0{,}48m^2 + 0{,}48m$

**8**. Запишите выражение в виде многочлена: $(7a^2 + 4b^5)^2$.
A) $49a^4 + 16b^{10} + 56a^2b^5$ B) $49a^4 + 16b^5 + 56ab^5$
C) $49a^4 – 16b^{10} + 56a^2b^5$ D) $49a^4 + 16b^{10} – 56a^2b^5$

**9**. Какой одночлен надо добавить к выражению. $(2x^2 – y)^2$ , чтобы превратить его в выражение $(2x^2 + y)^2$ ?

A) $-4x^2y$ B) $8x^2y$ C) $-8x^2y$ D) $4x^2y$

**10**. Найдите значение выражения $(3x – 2)^2 – (3x + 2)^2$ при $x = 0{,}5$ .
A) -12 B) 12 C) -10 D) 8

**11**. Найдите значение выражения $a^2 + b^2$ при $a + b = 4$ и $ab =8$ .
A) 2 B) -6 C) 4 D) -2

**12**. Найдите значение выражения $a^2 + b^2$ при $a + b = 4$ и $ab =8$
A) 6 B) 8 C) 0 D) -4

**13**. Решите уравнение: $(2x – 1)^2 – (2x + 3)^2 = 4x – 68$.
A) 3 B) 4 C) 5 D)6

**14**. Решите уравнение: $(1 – 4x)^2 = (2 – 4x)^2 + 3x – 7$.
A) 0,8 B) -0,8 C) 8 D) -4

**15**. Найдите наибольшее значение трёхчлена:
$(a + b – 2)^2 – (a – b)(a + b + 1) + (a + 3)^2$.
A) $a^2 + 2b^2 + 2ab + a – 3b + 13$ B) $a^2 + 2b^2 + 2ab + a – 3b + 9$
C) $a^2 + 2b^2 + 2ab – a – 3b + 13$ D) $a^2 + 2b^2 – 2ab + a – 3b + 4$.

## Урок 6.3.–6.4. Разложение трехчлена на множители с помощью формулы квадрата двучлена (учебник, стр.137)

**Стандарт: 1.2.4.** Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений.
**Результат обучения:** Делит трехчлен на множители, используя формулу квадрата суммы и разности двух выражений.

**Продолжительность урока**. На изучение темы отводится 2 часа.

**Постановка проблемы**: Записав второй член многочлена x2 + 4x + 4 в виде 4x = 2x + 2x, исследуется разделение многочлена путем группирования.
$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 2x+ 4 = x(x+2) + 2(x + 2) = (x + 2)(x + 2) = (x + 2)^2$ .
По тому же правилу $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = (x - 3)^2$ .
Таким образом, получаются формулы $a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$ və $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$.

**Исследовательский вопрос:** *Как разложить заданный трехчлен на множители, используя сумму и квадрат разности двух выражений*?

Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 4.** Ученики должны исследовать данные одночлены, чтобы написать правильный одночлен вместо точек.
a) В выражении ... + 49 + 56$a$ определяется, что 56$a$ = 2·7·4$a$ 56a = 2·7·4a. В этом случае для получения формулы квадрата суммы двух выражений вместо точек следует написать одночлен (4a)2 = 16a2:
$16a^2 + 49 + 56a = (4a + 7)^2$ . Таким же образом исследуются и другие многочлены.
Задание можно выполнить в группах:
b) $36 - 12x + ... = 36 - 12x + x^2 = (6 - x)^2$ ;
c) $0{,}01b^2 + ... + 100c^2 = 0{,}01b^2 + 2bc + 100c^2 = (0{,}1b + 10c)^2$;
e) $... - 6ab + \frac{1}{9}b^2 = 81a^2 - 6ab + \frac{1}{9}b^2 = (9a - \frac{1}{3}b)^2$;
f) $\frac{1}{16}y^2 - 2xy + ... = \frac{1}{16}y^2 - 2xy + 16x^2 = (\frac{1}{4}y - 4x)^2$.
**Задание № 9.** При решении задачи необходимо произвести преобразование заданного трехчлена таким образом, чтобы можно было записать квадрат любого двучлена.
a) $a^2 - 16a + 69 = a^2 - 16a + 64 + 5 = (a - 8)^2 + 5$. В полученном выражении наименьшее значение, которое может принимать выражение $(a - 8)^2$, равно 0. Значит, наименьшее значение, которое может принимать выражение $(a - 8)^2 + 5$, равно 5
b) $125 + 22x + x^2 = 121 + 2 \cdot 11x + x^2 + 4 = (11 + x)^2 + 4$, НЗВ = 4.
c) $-50 - 14b - b^2 = -1 - (49 + 14b + b^2) = -1 - (7 + b)^2$ ; НЗВ = -1.
d) $4y^2 - 4y + 6 = 4y^2 - 4y + 1 + 5 = (2y + 1)^2 + 5$; НЗВ = 5.
e) $a^2 + b^2 - 2ab + 2 = (a - b)^2 + 2$; НЗВ = 2.
f) $9x^2 + 4 - 12xy + 4y^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2 + 4 = (3x - 2y)^2 + 4$; НЗВ = 4.
**Задание № 11.** При разложении на множители следует учитывать, что общий множитель является двучленом. Это задание можно давать как задание на творческое применение.
a) $(a + b)^2 + 2(a + b)(a - b) + (a - b)^2 = ((a + b) + (a - b))^2 = (2a)^2 = 4a^2$;
d) $(m - 0{,}1n)^2 + (m - n)^2 - 2(m - 0{,}1n)(m - n) = (m - 0{,}1n - m + n)^2 = (0{,}9n)^2 = 0{,}81n^2$.
**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает изученное о квадрате суммы и разности двух выражений и особенностях его применения.

**Оценивание** ● Применение
**Уровень I**: Затрудняется разложить многочлен на множители, применяя формулы квадрата суммы и разности двух выражений

**Уровень II**: Нуждается в некоторой помощи в разложении многочлена на множители путем применения квадрата суммы и квадрата разности двух выражений.
**Уровень III**: Свободно раскладывает многочлен на множители, применяя квадрат суммы и разности двух выражений.
**Уровень IV**: Свободно раскладывает многочлен на множители, применяя квадрат суммы и разности двух выражений, и обосновывает.

## Разложение трехчлена на множители с помощью формул квадрата двучлена

**1**. Запишите трёхчлен в форме квадрата двучлена: $36a^2 + 12ab + b^2$.
A) $(6a - 2b)^2$ B) $(6a + b)^2$ C) $(6a + 2b)^2$ D) $(6a - b)^2$

**2**. Запишите трёхчлен в форме квадрата двучлена: $-x^2 - 8x - 16$.
A) $-(x + 4)^2$ B) $-(x + 2)^2$ C) $-(x - 4)^2$ D) $(x + 4)^2$

**3**. Найдите наименьшее значение трёхчлена: $a^2 - 12a + 46$
A) 36 B) 16 C) 10 D) 46

**4**. Найдите наименьшее значение трёхчлена: $13 - x^2 - 8x$
A) -3 B) 16 C) 8 D) 29

**5**. Вычислите: $43{,}9^2 + 56{,}9^2 - 2 \cdot 56{,}9 \cdot 43{,}9$.
A) 169 B) 13 C) 43 D) 56

**6**. Вычислите: $76^2 + 24^2 + 48 \cdot 76$.
A) 100 B) 10000 C) 1000 D) 10

**7**. Вычислите значение выражения: $6a^2 - 12ab + 6b^2$ при $a = 37$ и $b = 17$.
A) 400 B) 200 C) 2400 D) 240

**8**. Запишите вместо X такой одночлен, чтобы полученное выражение было квадратом одночлена. $X - 154a^4b^2c^2 + 49a^8$ .
A) $X = 121b^8c^4$ B) $X = 11b^4c^4$
C) $X = 121b^2c^2$ D) $X = 121b^4c^4$

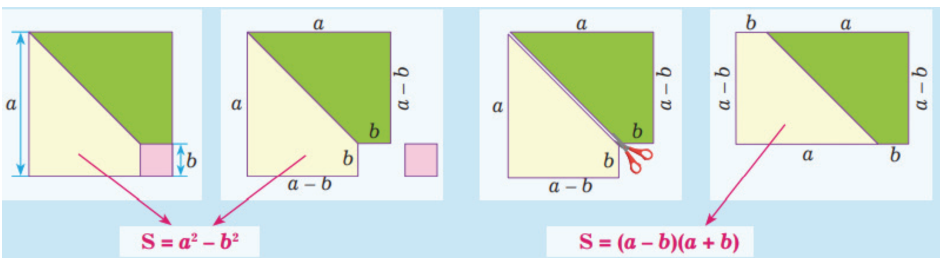
**9**. Решите уравнение: $100x^2 - 80x + 16 = 0$.
A) 0,4 B) 4 C) 16 D) 10

**10**. Найдите наибольшее значение трёхчлена: $-4x^2 + 12x - 1$
A) 12 B) 8 C) -8 D) 1

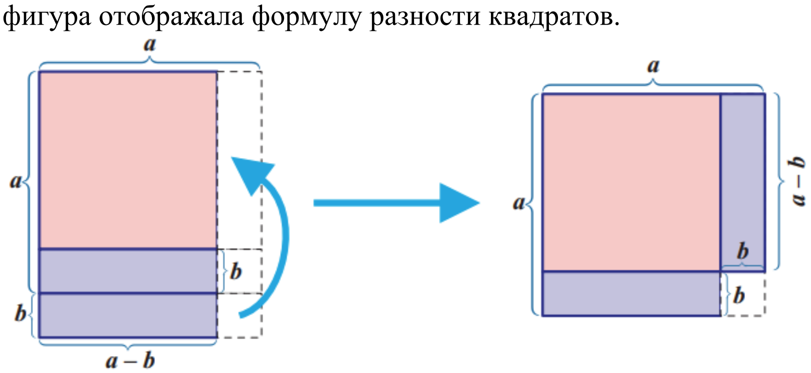
## Урок 6.5.–6.7. Разность квадратов двух выражений
(учебник, стр.139)

**Стандарт: 1.2.4.** Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений.
**Результат обучения:** Знает и применяет формулу разности квадратов двух выражений.

**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: Начертите на листе бумаги квадрат со стороной $a$ (например, возьмем $a$ = 3 см) и в одном его углу квадрат со стороной $b$ (возьмем b = 1 см). Вырежьте второй квадрат и разрежьте оставшуюся фигуру по диагонали, как показано на рисунке. Соедините полученные детали таким образом, чтобы получилась фигура прямоугольной формы. Учащиеся высказывают, что они думают о сторонах и площади этого прямоугольника.Таким образом, получается формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.




**Объяснение учителя:** Учитель дает информацию о формуле разности квадратов. Приводятся примеры применения формулы. При этом также приводится информация о тождестве, полученном при замене в формуле правой и левой частей уравнения, и пишется пример его применения.
**Исследовательский вопрос:** *Как применить формулу разности квадратов двух выражений?*
Для проведения исследования задания, данные в учебнике, можно выполнять в группах.
Рекомендации для некоторых задач:
**Задание № 2.** Данную фигуру необходимо сдвинуть так, чтобы полученная фигура отображала формулу разности квадратов.




**Задание № 4.** При выполнении этого задания учащиеся должны правильно расположить фигуры в соответствии с их цветом и формой:

a) $(3a + ▼)(■ – 6b) = 9a^2 – ▶$;    ▼$=6b$;    ■ $= 3a$;    ▶ $= 36b^2$ .
b) $(■ – 3x)(■ + 3x) = 25m^2 – ▶$;    ■ $= 5m$;    ■ $= 5m$;    ▶$= 9x^2$ .
c) $(1,1a + ■)(▶ – ▼) = ● – 1,44n^4$ ;    ■)(▶ $= 1,2n^2$ ;    ▶ $= 1,1a$;
▼$= 1,2n^2$ ;    ● $= 1,21a^2$ .
d) $m^4 – 324n^8 = (▼ – ▶)(▼ + ▼)$.    ▼$= m^2$ ; ▶$= 18n^4$ ; ▼$= m^2$ ; ▼$= 18n^4$ .

**Задание № 7.** Выполняя это задание, учащиеся могут выполнять важные операции, такие как вынесение знака минуса за скобки или помещение его в скобки.
d) $(x – y)(y – x)= –(x – y)(x – y)= –(x – y)^2$;
e) $(–b – c)(b – c)= –(b + c)(b – c) = (c + b)(c – b) = c^2 – b^2$ ;
f) $(–a – b)(–a – b)= (a + b)(a + b)= (a + b)^2$ .

**Задание № 9.**
a) Выражение $a^2 – b^2$ принимает наименьшее значение, когда $a^2 = 0$.
b) выражение $a^2 – b^2$ принимает наибольшее значение при $b^2 = 0$.

**Задание № 14.** Задачи решаются применением формулы разности квадратов двух выражений:
c) $\frac{53^2-27^2}{79^2-51^2} = \frac{(53-27)(53+27)}{(79-51)(79+51)} = \frac{26\cdot80}{28\cdot130} = \frac{4}{7}$; d) $\frac{67^2-17^2}{83^2-77^2} = \frac{(67-17)(67+17)}{(83-77)(83+77)} = \frac{50\cdot84}{6\cdot160} = 4\frac{3}{8}$

**Задание № 15.**
a) $(0,8x + 15)(0,8x – 15) + 0,36x^2 = x^2 - 225$;
b) $(3a – 1)(3a +1) – 17a^2 = -8a^2-1$ ;
c) $5b^2 + (3 – 2b)(3 + 2b) = b^2+9$;
d) $100x^2 – (5x – 4)(4 + 5x) = 75x^2+16$;
e) $2x^2 – (x – 1)(x + 1) = x^2+1$;
f) $6x^2 – (x – 0,5)(x + 0,5)= 5x^2+0,25$.

**Задание № 21.** Чтобы разложить данные числа на простые множители, необходимо записать это число как разность двух таких чисел, уменьшаемое и вычитаемое которого можно записать в виде квадрата любого натурального числа:
a) 119 = 144 – 25 = (12-5)(12+5);
b) 319= 400 – 81 = (20-9)(20+9);
c) 817= 961 – 144 = (31-12)(31+12);
d) 851= 900 – 49 = (30-7)(30+7);
e) 1431 = 1600 – 169 = (40-13)(40+13);
f) 2419 = 2500 – 81 = (50-9)(50+9).

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает изученное о формуле разности квадратов двух выражений и ее применении.
**Оценивание** ● Применение
**Уровень I**: Знает формулу разности квадратов двух выражений, но не может ее применить.
**Уровень II**: При применении формулы разности квадратов двух выражений допускает небольшие погрешности.
**Уровень III**: Свободно применяет формулу разности квадратов двух выражений.
**Уровень IV**: Применяет формулу разности квадратов двух выражений удобным способом.

## Разность квадратов двух выражений

**1**. Разложите двучлен на множители: $121 - x^2$.
A) $(11 - x)(11 - x)$ B) $(11+ x)(11+ x)$ C) $(11 - x)( x - 11)$ D) $(11 + x)(11 - x)$

**2**. Превратите произведение $(3a + 2)(2 - 3a)$ в многочлен.
A) $9a^2 - 4$ B) $4 - 9a^2$ C) $4 + 9a^2$ D) $9a^2 - 2$.

**3**. Превратите произведение $(-5x - 7y)(7y - 5x)$ в многочлен.
A) $49y^2 - 25x^2$ B) $25x^2 + 49y^2$ C) $25x^2 - 49y^2$ D) $49x^2 - 25y^2$.

**4**. Найдите значение выражения $(a + 8)^2 - (a - 11)(a + 11)$ при $a = -2$.
A) 153 B) 185 C) – 32 D) -153

**5**. Превратите произведение $(x + 2y - 3)(x + 2y + 3)$ в многочлен.
A) $x^2 + 4xy + 4y^2 + 9$ B) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 9$
C) $x^2- 4xy + 4y^2 - 9$ D) $4x^2 + 4xy + y^2 - 9$

**6**. Найдите значение дроби: $\frac{7{,}4^2-2{,}6^2}{11{,}2^2-8{,}8^2}$ .
A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

**7**. Решите уравнение: $0{,}64 - 16a^2 = 0$.
A) -0,2 и 0,2 B) -0,6 и 0,8 C) 0,2 D) -0,4 и 0,4

**8**. Разложите на множители: $225a^6b^4 - 169a^8b^2$.
A) $(15a^3b^2 + 13a^4b)( 15a^3b^2 + 13a^4b)$ B) $(15a^5b^2 - 13a^6b)( 15a^3b^2 + 13a^4b)$
C) $(15a^3b^2 - 13a^4b)( 15a^3b^2 + 13a^4b)$ D) $(15a^6b^2 - 13a^4b^2 )(15a^3b^2 + 13a^4b)$

**9**. Разложите на множители: $(2a - 3)^2 - 49a^2$.
A) $(- 3 - 5a)(9a + 3)$ B) $(3 + 5a)(9a - 3)$
C) $(3 - 5a)(9a - 3)$ D) $(3 + 5a)(3 - 9a)$

**10.** Решите уравнение: $(2x - 5)(2x + 5) = 4x^2 + 5(x - 1)$.
A) -4 B) 4 C) 25 D) -5

**11**. Запишите выражение $(7a - 12)^2 - 4(3 - 5a)^2$ в виде произведения.
A) $3(17a - 18)(3a + 2)$ B)$-3(17a - 18)(a + 2)$
C) $(17a - 18)(3a + 6)$ D) $(17a - 18)(a + 2)$

**12**. Найдите значение выражения $(a + 4)^2 - (a - 3)(a + 3)$ при $a = -3$.

A) 1 B) -1 C) 3 D) -3

**13**. Упростите выражение: $(3m - 5n)(3m + 5n) - (-2m + 3n)(-2m - 3n)$.
A) $25m^2 - 16n^2$ B) $m^2 - 16n^2$ C) $5m^2 - 16n^2$ D) $5m^2 + 16n^2$

**14**. Решите уравнение: $(5x-2)^2-36x^2=0$.

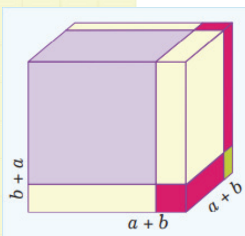
A) 2; $\frac{2}{11}$ B) -2; 11 C) -2; 2 D) -2; $\frac{2}{11}$

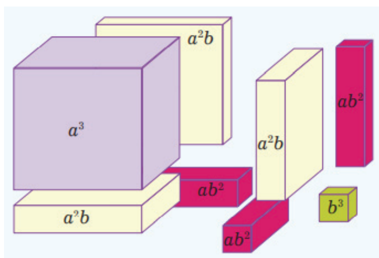
**15**. Вычислите: $\frac{48^2-33^2}{63^2-2\cdot78\cdot63+78^2}$ .

A) 5,4 B) 15 C) 81 D) 27

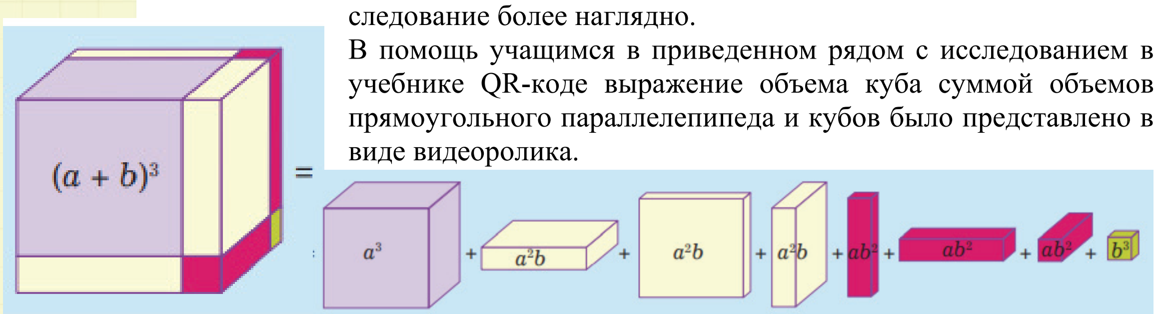
## Урок 6.8.–6.9. Возведение двучлена в куб
(учебник, стр.143)

**Стандарт: 1.2.4.** Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений.
**Результат обучения:** Знает и применяет формулу куба суммы и разности двух выражений.




**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Исследуется объем куба, длина которого равна $a+b$. Здесь описано деление куба на части. Преподаватель может использовать возможности компьютерных программ, чтобы провести это исследование более наглядно.




В помощь учащимся в приведенном рядом с исследованием в учебнике QR-коде выражение объема куба суммой объемов прямоугольного параллелепипеда и кубов было представлено в виде видеоролика.

При выполнении исследования учащиеся определяют формулу куба суммы двух слагаемых. $(a+b)^3=a^3+3a^2\text{b}+3ab^2+b^3$

В следующем задании выражение $(a+b)^3$ выражается как произведение двучленов. Формула определяется путем применения $(a+b)(a+b)^2$ и метода нахождения произведения многочленов. При поиске результата вы также можете использовать умножение в столбик, как указано в учебнике.

По этому же правилу определяется и формула куба разности двух выражений.

$(a-b)^3=a^3-3a^2\text{b}+3ab^2-\text{b}^3$

**Исследовательский вопрос**: *Как применяются формулы куба суммы и куба разности двух членов*?

Для проведения исследования задания, приведенные в учебнике, могут быть распределены по группам на рабочих листах.

**Задание № 10**. Проведем приблизительный расчет по формуле $(1 \pm a)^3 \approx 1 \pm 3a$ $(0 < a < 1)$, в соответствии с формулой: a) $(1 + 0{,}01)^3 \approx 1 + 3 \cdot 0{,}01 = 1{,}03$;
b) $1{,}04^3 = (1 + 0{,}04)^3 \approx 1 + 3 \cdot 0{,}04 = 1{,}12$;
c) $0{,}99^3 = (1 - 0{,}01)^3 \approx 1 - 3 \cdot 0{,}01 = 0{,}97$ ;
d) $1{,}1^3 = (1 + 0{,}1)^3 \approx 1 + 0{,}3 = 1{,}3$
e) $0{,}996^3 = (1 - 0{,}004)^3 \approx 1 - 0{,}012 = 0{,}988$

**Задание № 11.** a) При выполнении задания выбираются значения a и b методом подбора $a + b = 9$, $ab = 8$, затем $a = 8$, $b = 1$ или $a = 1$, $b = 8$.– натуральное число, но $a^3 - b^3 = 8^3 - 1^3 = 511$ — целое число.
c) Дано $a - b = 52$, $ab = 1260$, известно, что a и b – натуральные числа. Из тождества $a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3$ следует $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = 52^3 + 3 \cdot 1260 \cdot 52 = 337168$.
Таким образом, $2(a^3 - b^3) = 2 \cdot 337168 = 674336$.

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о формулах куба суммы двух членов и куба разности двух членов и их применении.

**Оценивание** ● Применение
**Уровень I**: Знает формулы куба суммы двух выражений и куба разности, но не может их применить.
**Уровень II**: Делает небольшие ошибки при применении формул куба суммы двух выражений и куба разности.
**Уровень III**: Свободно применяет формулы куба суммы двух выражений и куба разности.
**Уровень IV**: Применяет формулы куба суммы двух выражений и куба разности двух выражений удобным способом.

## Возведение двучлена в куб

**1**. Возведите в куб двучлен: $2x + 1$.

A) $8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$ B) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$
C) $8x^3 + 4x^2 + x + 1$ D) $4x^3 + 12x^2 + 6x - 1$

**2**. Запишите выражение $(4a - 3)^3$ в виде многочлена.

A) $64a^3 + 144a^2 + 108a + 27$ B) $16a^3 - 144a^2 + 36a - 27$
C) $64a^3 - 36a^2 + 108a - 27$ D) $64a^3 - 144a^2 + 108a - 27$

**3**. Запишите выражение $(-3x - 2y^2)^3$ в виде многочлена.

A) $-27x^3 - 54x^2y^2 - 36xy^4 - 8y^6$ B) $-27x^3 + 54x^2y^2 - 36xy^4 + 8y^6$
C) $27x^3 + 54x^2y^2 + 36xy^4 + 8y^6$ D) $27x^3 - 54x^2y^2 - 36xy^4 + 8y^6$

**4**. Упростите выражение: $(a + 2b)^3 + (a - 2b)^3$.

A) $a^3 + 24ab^2$ B) $2a^3 + 24ab^2$ C) $a^3 + 12ab^2$ D) $a^3 - 24ab^2$

**5**. Упростите выражение: $(3x - 2y)^3 + 18xy(3x - 2y)$ .

A) $27x^3 + 8y^3$ B) $27x^2 - 8y^2$ C) $27x^3 - 8y^3$ D) $54x^2y - 36xy^2$

**6**. Решите уравнение: $(x - 2)^3 + (2 - x)^3 = 6x - 18$.

A) 3 B) 2 C) 6 D) 0

**7**. Найдите значение выражения $a^3 - 8b^3 - 6ab(a - 2b)$ при $a = 9$, $b = 7$

A) 125 B) -125 C) -15 D) 15

**8**. Упростите выражение: $\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}\right)^3$.

A) $\frac{16}{27}x^3 + 0{,}5x$ B) $\frac{16}{27}x^3 - 0{,}5x$ C) $\frac{16}{27}x^3$ D) $\frac{16}{27}x^3 + x$

**9**. Найдите значение выражения $a^3 + \frac{1}{a^3}$ при $a + \frac{1}{a} = 2$

A) 2 B) 4 C) 2 D) 6

**10**. При делении натурального числа на 5 в остатке получается 2. Сколько будет в остатке при делении куба этого числа на 5?

A) 3 B) 2 C) 0 D) 4

## Урок 6.10.–6.11. Сумма и разность кубов двух выражений
(учебник стр.146)

**Стандарт: 1.2.4.** Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений.
**Результат обучения:** Знает и применяет формулу суммы кубов двух выражений.

**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Преобразования производятся в формуле, изученной в предыдущей теме:
$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$ və $a^3 + b^3 = (a + b)^3 – 3ab(a + b)$.
Вынесем произведение $(a + b)$ за скобки из правой части уравнения:
$a^3 + b^3 = (a + b)((a + b)^2 – 3ab)$.
Упростим выражение во второй скобке: $(a + b)^2 – 3ab = a^2 –ab + b^2$ .
Значит, $a^3 + b^3 = (a + b)( a^2 – ab + b^2 )$.
**Объяснение учителя:** Учитель объясняет формулу суммы кубов двух выражений и понятие неполного квадрата.

**Исследовательский вопрос:** *Как применить формулу суммы кубов и разности кубов двух выражений?*
С целью проведения исследования задания, приведенные в учебнике, могут быть распределены по группам на рабочих листах.

**Задание № 12**. Чтобы определить, делится ли выражение на заданное число, применим к выражениям формулу суммы кубов двух выражений. Здесь можно составить мнение на основании числа, полученного в первой скобке.
a) $(11– q)^3 + q^3 = (11 – q + q)((11– q)^2 – (11– q)\cdot q + q^2 )$.
Поскольку первый множитель в этом выражении равен $(11 – q + q) = 11$, произведение в точности делится на 11.
b) $(4 – 2q)^3 + 8q^3 = (4 – 2q + 2q)((4 – 2q)^2 – (4 – 2q)\cdot 2q + 4q^2 )$.
Так как первое произведение в точности делится на 4, то и произведение в точности делится на 4.
d) $3q^3 + 3(4 – q)^3 = 3(q^3 + (4 – q)^3 ) = 3(q + 4 – q)(q^2 – q(4 – q) + (4 – q)^2 )= = 12(q^2 – q(4 – q) + (4 – q)^2$.
Так как в выражении есть множитель 12, данное выражение точно делится на 12.

**Задание № 13**. Это задание может быть поставлено перед учащимися с высокими результатами обучения с целью творческого применения. Если число делится на 4, а остаток равен 1, это число записывается как $4x + 1$. Если число делится на 4 и в остатке 3, то это число записывается как $4y + 3$.
$(4x + 1)^3 + (4y + 3)^3 = (4x + 1 + 4y +3)((4x + 1)^2 – (4x + 1)(4y + 3) + (4y + 3)^2 )$.
Упростим первую скобку в этом выражении: $4x + 1 + 4y + 3 = 4x + 4y + 4 = 4(x + y + 1)$. Таким образом, сумма кубов этих чисел точно делится на 4.
**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает полученные знания о формуле суммы кубов двух выражений и ее применении.

**Оценивание** ● Применение
**Уровень I**: Знает формулу суммы кубов двух выражений, но не может ее применить.
**Уровень II**: Допускает небольшие ошибки при применении формулы суммы кубы из двух выражений.
**Уровень III**: Свободно применяет формулу суммы кубов двух выражений.
**Уровень IV**: Применяет формулу суммы кубов двух выражений удобным способом.

## Урок 6.12.–6.14. Применение формул сокращённого умножения (учебник, стр.149)

**Стандарт: 1.2.4.** Применяет формулы сокращённого умножения при нахождении значения числовых выражений.
**Результат обучения:** Знает и применяет формулы сокращённого умножения.

**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 3 часа.
Задания, данные в учебнике, можно решать индивидуально в группах или парах. Здесь формируется умение учащихся применять полученные знания.
Рекомендации для некоторых задач, данных в учебнике:

**Задание № 1**. Здесь применяется формула разности квадратов:
a) $108 \cdot 92 = (100 + 8)(100\text{-}8) = 100^2 - 8^2 = 10000 - 64 = 9936$;
c) $1{,}09 \cdot 0{,}91 = (1 + 0{,}09)(1\text{-}0{,}09) = 1 - 0{,}0081 = 0{,}9919$.
**Задание № 2**. d) $(a^4 - 5)(a^4 + 5)(a^8 + 25) = (a^8 - 25)\ (a^8 + 25) = a^{16} - 625$.
**Задание № 3**. b) $(y + 7)(y - 7) + (y - 5)(5 + y) = y^2 - 49 + y^2 - 25 = 2y^2 - 74$.
**Задание № 4**. b) $\left(y - \frac{3}{8}\right)\left(y + \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{3}{4} - y\right)\left(y + \frac{3}{4}\right) = y^2 - \frac{9}{64} + \frac{9}{16} - y^2 = \frac{27}{64}$.
**Задание № 6**. b) $(5x - 1)^2 - 1(1 - 3x)^2 = 16x(x - 3)$
$25x^2 - 10x + 1 - 1 + 6x - 9x^2 = 16x^2 - 48x$
$16x^2 - 4x = 16x^2 - 48x$
$44x = 0$
$x = 0$.
**Задание № 8**. c) $\frac{39{,}5^2 - 3{,}5^2}{57{,}5^2 - 14{,}5^2} = \frac{(39{,}5 - 3{,}5)(39{,}5 + 3{,}5)}{(57{,}5 - 14.5)(57{,}5 + 14{,}5)} = \frac{36 \cdot 43}{43 \cdot 72} = 0{,}5$.
d) $\frac{52^2 - 48^2}{92^2 + 88^2 - 2 \cdot 92 \cdot 88} = \frac{(52 - 48)(52 + 48)}{(92 - 88)^2} = \frac{4 \cdot 100}{16} = 25$.

**Задание № 9**.
b) $(2x - 1)^2 - (5x + 2)^2 = (2x - 1 - 5x - 2)(2x - 1 + 5x + 2) = (-3x - 3)(7x + 1)$;
c) $81 - (a + 4)^2 = (9 - a - 4)(9 + a + 4) = (5 - a)(13 + a)$;
d) $9(b + 1)^2 - 4 = (3(b + 1) - 2)\ (3(b + 1) + 2) = (3b + 1)(3b + 5)$.

**Задание № 11.** a) выражение $(a + 1)^2 - (a - 1)^2 = (a + 1 - a + 1)(a + 1 + a - 1) = 4a$ полностью делится на 4;
b) выражение $(5x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = (5x + 1 - 2x + 1)\ (5x + 1 + 2x - 1)$

$= 7x(3x + 2)$ полностью делится на 7.

**Задание №15**. Преобразуем произведение $(x^2 – 10x + 6)(2x + \mathrm{b})$ в многочлен стандартной формы:

$(x^2 – 10x + 6)(2x + \mathrm{b}) = 2x^3 + bx^2 – 20x^2 – 10bx + 12x + 6b = 2x^3 + (b – 20)x^2 – (10b – 12)x + 6b$.

a) $b – 20 = 0$ и $b = 20$, так что член $x^2$ не участвует в этом многочлене.

b) Чтобы коэффициенты при $x^2$ и $x$ были равны, $b – 20 = -10b + 12$. Отсюда получается $b = 2\frac{10}{11}$

**Задание №20**. Преобразуем многочлены в произведения:

a) $2x^8 – 12x^4 + 18 = 2(x^8 – 6x^4 + 9) = 2(x^4 – 3)^2$; b) $2x^6 + 8y^2 + 8x^3y = 2(x^3 + 2y)^2$;

c) $4x + 4xy^6 – xy = x(4 + 4y^6 – y^{12}) = x(2 – y^6)^2$; d) $– x^4 y – 6x^2y^3 – 9y^5 = -y(x^2 + 3y^2)^2$.

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает полученные знания о формулах сокращенного умножения и их применении.

**Оценивание** ● Применение

**Уровень I**: Знает формулы сокращенного умножения, но не может их применить.

**Уровень II**: Делает небольшие ошибки при применении формул сокращенного умножения.

**Уровень III**: Свободно применяет формулы сокращенного умножения.

**Уровень IV**: Применяет формулы сокращенного умножения удобным способом.

## Урок 6.15. Обобщающие задания (учебник стр.151)

Задания на обобщение, приведенные в конце раздела, выполняются учащимися самостоятельно в течение 1 занятия. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценивание и повторяют то, что они узнали на уроке.
На странице 151 учебника даны в QR-коде задания для самопроверки учащихся.

### Применение формул сокращенного умножения

**1**. Разложите на множители двучлен: $2x^3 + 8x^2$
A) $2x^2(x - 4)$ B) $2x(x^2 + 4)$ C) $2x(x + 4)$ D) $2x^2(x + 4)$

**2**. Упростите выражение: $(2m + 3)(2m - 3) - (2m - 1)^2$.
A) $4m - 10$ B) $4m + 10$ C) $10 - 2m$ D) $8m^2 + 4m$

**3**. Разложите на множители многочлен: $36a^4 - 49b^6$.
A) $(6a^2 - 7b^3)(6a^2 - 7b^3)$ B) $(6a^2 - 7b^3)(6a^2 + 7b^3)$
C) $(6a^2 + 7b^3)(6a^2 + 7b^3)$ D) $(6a - 7b^3)(6a + 7b^3)$

**4**. Преобразите выражение $5xy(x - y) - 3y^2(x - 2)$ в многочлен.
A) $5x^2y - xy^2 + 6y^2$ B) $5xy - 8xy^2 + y^2$
C) $5x^2y - 8xy^2 + 6y^2$ D) $5x^2y + 8xy^2 + 6y^2$

**5**. Запишите в виде произведения: $6a^3 - 12a^2 + 6a$.
A) $6a(a - 1)^2$ B) $a(6a - 1)^2$ C) $6(a - 1)^2$ D) $6a(a + 1)^2$

**6**. Разложите на множители: $a^4 - b^4$ .
A) $(a - b)(a + b)(a^2 - b^2)$ A) $(a + b)(a + b)(a^2 + b^2)$
A) $(a - b)(a - b)(a^2 + b^2)$ D) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$

**7**. Решите уравнение: $(x - 5)^2 - 121 = 0$.
A) 6; 16 B) -6; 16 C) 6; - 16 D) -6; -16

**8**. Найдите значение выражения $a^4 - 3a^3b + 3a^2b^2 - ab^3$
при $a = 1{,}3$ и $b = -1{,}7$ .
A) 35,1 B) 0,083 C) -35 D) 0

**9**. Вычислите: $\frac{25^4-16^4}{(25^2+16^2)\cdot 45}$ .
A) 41 B) 8 C) 8,2 D) 16

**10**. Найдите значение выражения: $\frac{73^3-12^3}{73^2+73\cdot 24+12^2}$ .
A) 73 B) 12 C) 85 D) 61

**11.** При делении натурального числа на 12 в остатке получается 4. Сколько будет в остатке при делении куба этого числа на 12?

A) 4 B) 2 C) 10 D) 0

**12.** Разложите на множители многочлен: $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$.

A) $(a^2 + b^2 - 2a^2b^2)(a^2 + b^2 + 2a^2b^2)$ B) $(a + b)^2\,(a - b)^2$

C) $(a + 2b)^2\,(a - 2b)^2$ D) $(2a + b)^2\,(2a - b)^2$

**13**. Найдите значение выражения $a^2b^3 + a^3b^2$ при $a + b = 4,\ ab = 2$ .

A) 16 B) 12 C) 10 D) 8

**14**. Решите уравнение: $(3x - 1)^3 - (3x + 1)^3 = -6(3x + 2)^2 + 4$.

A) 0,25 B) -0,25 C) 0,75 D) 0,5

## УРОК 6.16. МАЛОЕ СУММАТИВ ОЦЕНИВАНИЕ № 6

**1.** Напишите формулы квадрата суммы и разности для k и p.

______________________________________________________________

**2.** Запишите следующие выражения в виде многочлена:

$(3x - 2)^2 =$ _______________

$(0{,}6 + a)^2 =$ ______________

$\left(\frac{3}{4}x - 1\right)^2 =$ ________________________

$(a + 2b)^3 =$______________________

$(1 \quad - y)^3 =$____________________

**3.** Разложите на множители выражения:

a) $y^2 - 14y + 49 =$________________________________

b) $4b(b + 1) - (b + 1) =$ _________________________________

**4.** При каком значении x значение двучлена (x-18) будет на 10 единиц больше, чем значение двучлена (-2+3x)?

______________________________________________________________

**5.** Вычислите удобным способом значение выражения: $2{,}11^2 - 4{,}89 \cdot 2{,}11 \cdot 2 + 4{,}89^2$ .

______________________________________________________________

**6.** Решите уравнение: $(x + 1)(x^2 - x + 1) - x(x - 3)(x + 3) = 62$.

______________________________________________________________

**7.** Найдите значение выражения $a^3 + b^3$ если $a + b = 12$, $ab = -8$.

______________________________________________________________

**8.** Запишите на месте точек такой одночлен, чтобы полученный трёхчлен можно было бы записать в виде квадрата двучлена: $0{,}09b^2 + ... + 225a^2$.

______________________________________________________________

**9.** Вычислите значение выражения: $\frac{69^2-75^2}{44^2-38^2}$.

______________________________________________________________

**10.** Разложите на множители выражения:

a) $25a^2 - 64x^4 =$ ___________________________________

b) $0{,}064 + 27a^3 =$ ___________________________________

**c)** $8x^3 - 27 =$ ___________________________________

## РАЗДЕЛ VII. ФУНКЦИЯ

<table>
<tr><th colspan="2">Стандарт, подстандарт</th><th>Тема</th><th>Часы</th><th>Страница (учебник)</th></tr>
<tr><td rowspan="11">2.1.3. Определяет наличие/отсутствие линейной зависимости между парами коорди-нат, данных во множестве рациональных чисел.<br><br>3.2.3. Строит график прямой, заданной уравнением y = kx + b, определяет точки пере-сечения этой прямой с координатными осями.</td><td>2.1.3.</td><td>Урок 7.1. Задание функции</td><td>1</td><td rowspan="2">153-155</td></tr>
<tr><td>2.1.3.</td><td>Урок 7.2. Выполнение заданий</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.2.3.</td><td>Урок 7.3. Линейная функция</td><td>1</td><td rowspan="2">156-159</td></tr>
<tr><td>3.2.3.</td><td>Урок 7.4. Выполнение заданий</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.2.3.<br>2.1.3.</td><td>Урок 7.5. Взаимное расположение графиков линейных функций</td><td>1</td><td>160-161</td></tr>
<tr><td>3.2.3.<br>2.1.3.</td><td>Урок 7.6. Линейное уравнение с двумя переменными и его график</td><td>1</td><td rowspan="3">162-165</td></tr>
<tr><td>3.2.3.<br>2.1.3.</td><td>Урок 7.7. Выполнение заданий</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.2.3.<br>2.1.3.</td><td>Урок 7.8. Выполнение заданий</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.2.3.<br>2.1.3.</td><td>Урок 7.9. Обобщающие задания</td><td>1</td><td>166</td></tr>
<tr><td></td><td>Урок 7.10.<br>Малое суммативное оценивание № 7</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Итого</td><td></td><td></td></tr>
</table>

## Урок7.1.–7.2. Задание функции
(учебник, стр. 153)

**Стандарт: 2.1.3.** Определяет наличие/отсутствие линейной зависимости между парами коорди-
нат, данных во множестве рациональных чисел.
**Результат обучения:** Знает и представляет способы задания функции.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы:** Выполняется задание, данное в учебнике. Спрашиваются мнения учащихся о постоянных и переменных величинах. Исследуется задание функции формулой, графическое описание изменения температуры во времени. Определяются зависимые и независимые переменные.
**Объяснение учителя:** Учитель информирует учащихся о функции и способах ее задания. Объясняет область определения функции и множество значений на примерах. При объяснении уместно использовать возможности ИКТ.
«Функция» — одно из основных понятий математики. Если между двумя переменными существует некоторая зависимость, эти переменные образуют функцию. Одно значение любой переменной заставляет другую переменную принимать любое соответствующее значение в соответствии с определенным правилом. Тогда вторая переменная зависит от первой. Первая переменная свободна (независима), вторая переменная является зависимой, а связь между ними называется функциональной зависимостью (функцией). Например, автомобиль со скоростью 70 км/ч проедет 70 км за 1 час, 140 км за 2 часа, 350 км за 5 часов и т. д. То есть каждому расстоянию соответствует время. Здесь закономерность отношения между временем и расстоянием задается правилом s = v · t. Функция — это соответствие (правило), которое ставит в соответствие каждому элементу x множества X единственный элемент y множества Y.

**Исследовательский вопрос:** *Какой из способов задания функции удобнее?*

Для проведения исследования задания, данные в учебнике, выполняются в группах и индивидуально. Выполняя каждое задание, учащиеся делятся своими мыслями о том, как функция дана в задании.
Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 1**. a) является функцией; b) является функцией; c) является функцией;

**Задание № 2**. a) f(-5) = -1 при x = -5; f(0) = 0, когда x = 0; f(10) = 2, когда x = 10;
b) $f(\frac{1}{2}) = 2$; $f(\frac{1}{2}) = 2,5$; $f(\frac{3}{4}) = 3,25$.

**Задание № 4** a) f(t) = 50 $t$; b) $y = x$; c) $y = \frac{1}{2}x$; d) $f(x) = x – 0,5$;

**Задание № 5.** Связь между калориями жира и содержанием жира в любом продукте определяется функцией $f(x) = 9x$. Здесь x - количество жира в граммах. Определите калорийность продуктов, приведенных ниже.

a) если хлеб 0,5 г, $f(0,5) = 9 \cdot 0,5 = 4,5$ г;

b) макароны с сыром 2 г, $f(2) = 18$ г;

c) пицца 17 г, $f(2) = 153$ г;

**Задание №6.** В магазине бытовых товаров работникам заработная плата за неделю и надбавки к ней рассчитываются с помощью следующих функций Здесь x – полученная от продаж сумма денег в манатах.

$f(x) = 200 + 0,5x$, если $x < 2000$ манатов, $f(x) = 1000 + 0,1x$, если $x \geq 2000$ манатов.

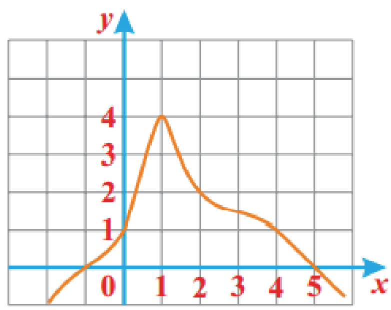
По данным формулам определите выплаченную работникам сумму денег за последнюю неделю, если выручка от продаж составляла:

a) $f(x) = 100 + 0,1x = 1000 + 0,1 \cdot 2600 = 360$ AZN;

b) $f(x) = 200 + 0,5x = 200 + 0,5 \cdot 1890 = 1145$ AZN;

c) $f(x) = 100 + 0,1x = 1000 + 0,1 \cdot 2000 = 300$ AZN;

d) $f(x) = 100 + 0,1x = 1000 + 0,1 \cdot 3420 = 442$ AZN;




**Задание № 11**. Чтобы определить заданное значение функции по графику, необходимо рассмотреть график.

a) $y(0) = 1$ (т.е. $y = 1$, когда $x = 0$), $y(2) = 2$, $y(4) = 1$, $y(-1) = 0$.

b) при $y = 1$, $x_1 = 0$ и $x_2 = 4$;

при $y = 2$, $x_1 = 2$ и $x_2 = 0,3$;

при $y = 0$, $x_1 = 5$ и $x_2 = -1$.

c) Назовите несколько таких значений **x**, что при этих значениях **y** имеет положительный знак.

d) Например: при ***x*** = –1; 4; 2,5; 3,4 и т. д. значения ***y*** имеют отрицательный знак: $y<0$.

e) Например: при ***x*** = –1, ***x*** = 5, ***y*** = 0.

f) Точки, относящиеся к графику: (4;1); (0;1); (–1;0). Эти точки считаются принадлежащими графику, потому что они находятся на графике. Точки, не принадлежащие графику: (2;0); (0;–1).

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о способах задания функции и их применении, когда и каким способом удобно задавать функцию.

**Оценивание** ● применение

**Уровень I:** Знает, способы задания функции, но испытывает трудности с ее применением.

**Уровень II:** Знает способы задания функции, но допускает определенные ошибки при ее применении.

**Уровень III:** Знает и свободно применяет способы задания функций.

**Уровень IV:** Применяя способы задания функций, обосновывает их.

## Урок 7.3.-7.4. Линейная функция
(учебник, стр. 156)

**Стандарты: 3.2.3.** Строит график прямой, заданной уравнением y = kx + b, определяет точки пересечения этой прямой с координатными осями.
**2.1.3.** Определяет наличие/отсутствие линейной зависимости между парами координат, данных во множестве рациональных чисел.
**Результаты обучения**: 1) Строит график линейной функции, определяет его точки пересечения с осями координат. 2) Определяет, существует ли линейная зависимость между координатами заданных пар.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Для формирования представления о линейной функции совместно с учащимися составляется таблица значений линейной функции, заданной формулой, и строится график функции в прямоугольной системе координат. Выслушиваются мнения учащихся о графике.
**Объяснение учителя**: Учитель сообщает учащимся определение, формулу и график линейной функции. Исследуется область определения линейной функции и множество значений. Учитель поясняет угловой коэффициент прямой *a*.

**Исследовательский вопрос**: *Какой фигурой является график линейной функции и как определяются точки пересечения этого графика с осями координат?*
Линейная функция — это функция, заданная формулой y = ax + b (где a и b — числа). a — угловой коэффициент, b — свободный коэффициент. График линейной функции представляет собой прямую линию.
В прямоугольной системе координат прямая, являющаяся графиком функции y = ax + b, пересекает оси абсцисс и ординат. Для определения координат точек пересечения прямой с осями OX и OY:
1) Чтобы найти точку пересечения с осью OX, пишем в уравнении y = 0 и находим x: (x, 0).
2) Чтобы найти точку пересечения с осью OY, запишем в уравнении x = 0 и найдем y: (0, y).

При a = 0 в уравнении y = ax + b получается постоянная функция вида y = b. График функции y = b представляет собой прямую, проходящую через точку (0, b) и параллельную оси OX в прямоугольной системе координат.

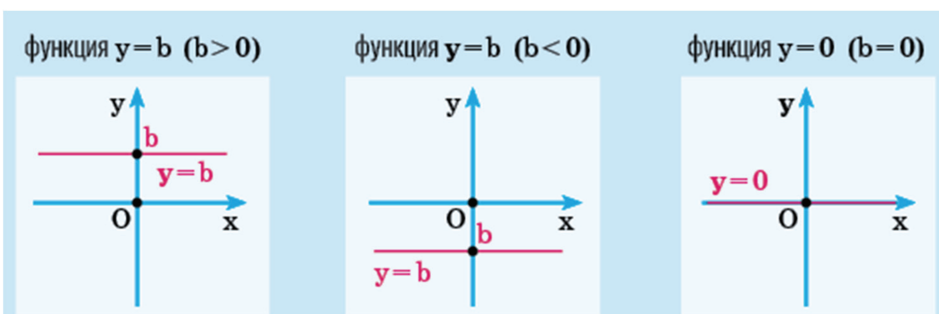
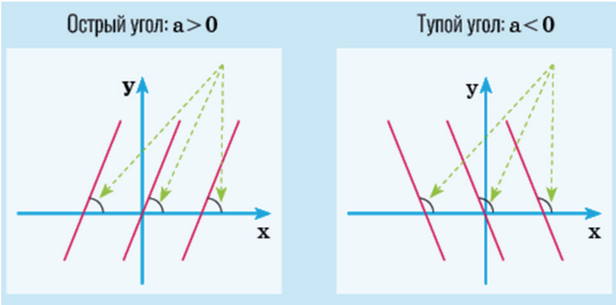


График функции y = ax + b образует острый (при a > 0) или тупой (при a < 0) угол с положительным направлением оси OX в зависимости от знака числа *a*. По примерам, приведенным на рисунке 9 в учебнике, исследуется знак коэффициента a и вид угла, образуемого графиком с осью OX.




Для проведения исследования задания, данные в учебнике, выполняются в группах.
Рекомендации для некоторых задач:

**Задание 1.** Функции, приведенные в следующих пунктах, являются линейными:
a) y = x – 3; b) y = -7x; c) y = 10; d) y = x/5-1;

**Задание №2.** a) В прямоугольной системе координат точки, абсцисса которых равна 5, образуют прямую линию. Эта прямая параллельна оси абсцисс: x = 5.
b) Точки, принадлежащие графику постоянной функции y = – 2, образуют прямую.

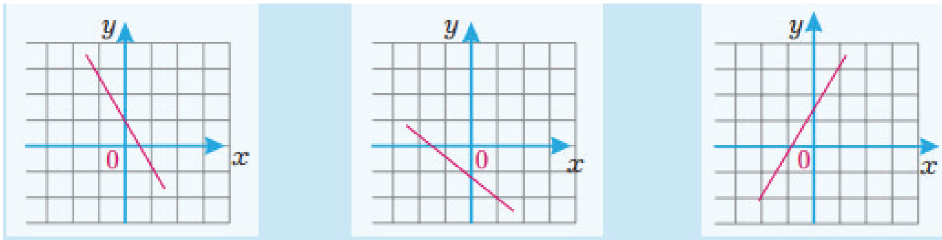
**Задание №3**. a) точки M, N, A, B принадлежат графику;
b) Не строя графика, можно определить, принадлежат ли эти точки графику функции y = x + 2, написав их вместо координат в формуле.

**Задание №6**. На основании приведенных в учебнике графиков составляется таблица значений переменных x и y, и для каждого случая определяется, образуют ли графики острый или тупой угол с положительным направлением оси OX.
a) y = x + 1;   b) y = -2;   c) y = -x + 1;   d) y = -2x;   e) y = x;

**Задание №8**. Функция y = kx является частным случаем функции y = kx + l, где l = 0:
a) Всегда ли начало координат, т. е. точка (0; 0), находится на графике функции y = kx независимо от значения k?
b) Достаточно знать начало координат и координату любой точки, чтобы построить график прямо пропорциональной зависимости.

**Задание №11**. Если график функции y = kx + 2 проходит через: a) точку M (–2; 4), то из уравнения 4 = -2k + 2 вычисляется k = -1. По тому же правилу, если известно, что график проходит через точку b) N(5; 2), то из уравнения $2 = 5k + 2$ получается $k = 0$.

**Задание №13**. При определении знака k и l для линейных функций $y = kx + l$, описанных в учебнике, k считается по типу угла, образованного этой прямой с осью OX, а знак l считается по знаку ординаты точки пересечения с осью OY.




При выполнении этого задания определяются творческие прикладные навыки учащихся. Ученики уже знают, как определить знак k. При определении знака l учащиеся должны опираться на свои наблюдения при выполнении предыдущих заданий. Таким образом, они должны определить знак l по знаку ординаты точки пересечения графика линейной функции с осью OY.

a) в первом случае $k < 0$ и $b > 0$. Потому что угол, образованный прямой линией с положительным направлением оси OX, является тупым углом и пересекает ось OY выше начала координат.

b) во втором случае $k < 0$ и $b < 0$. Потому что угол, образованный прямой линией с положительным направлением оси OX, является тупым углом и пересекает ось OY ниже начала координат.

c) в третьем случае $k > 0$ и $b > 0$. Потому что угол, образованный прямой линией с положительным направлением оси OX, является острым углом и пересекает ось OY выше начала координат.

**Важные моменты**: Учитель обсуждает формулы осей абсцисс и ординат, линейные функции с постоянной абсциссой или постоянной ординатой, дает информацию о формулах $y = a$, $x = b$ и их графиках.

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает полученные знания о графике линейной функции и определении точки пересечения с ее осями координат. Еще раз обращает внимание учащихся на определение линейной зависимости между координатами точки.

**Оценивание** ● построение ● определение

**Уровень I:** С трудом строит график линейной функции; затрудняется определить, существует ли линейная зависимость между координатами точки.

**Уровень II:** Строит график линейной функции, с трудом определяет ее пересечение с осями координат; допускает небольшие ошибки при определении наличия линейной зависимости между координатами точки.

**Уровень III:** Строит график линейной функции, свободно определяет ее пересечение с осями координат; свободно определяет, существует ли линейная зависимость между координатами точки.

**Уровень IV:** Строит график линейной функции, определяет пересечение с осями координат, обосновывает свои идеи; свободно определяет и обосновывает наличие линейной зависимости между координатами точки.

## Линейная функция

**1**. Какая из данных функций линейная?
A) $y = 5x^2 - 1$ B) $y = -0{,}45x^3 + a$ C) $y = 2{,}4 - 3x$ D) $y = 5 : x + 3$

**2**. Линейная функция задана формулой $f(x) = -6x - 2$. Найдите значение $f(-3)$.
A) -18 B) 16 C) 0 D) -2

**3**. Линейная функция задана формулой $f(x) = 1{,}2 - 0{,}24x$. Найдите значение x, если $f(x) = 6$.
A) 8 B) 2 C) 3 D) -2

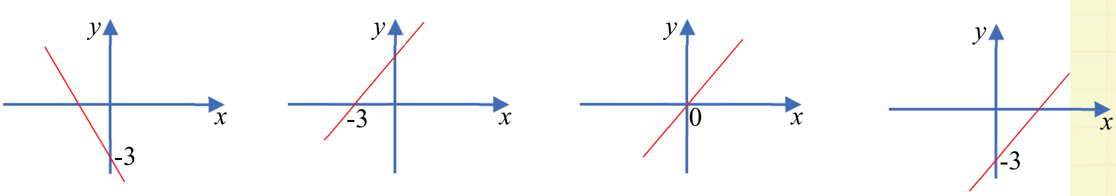
**4**. Линейная функция задана формулой $f(x) = 2x + 5a$. Найдите значение a, если $f(-1) = 10$.
A) 9 B)1 C) 2,4 D) -1

**5**. Линейная функция задана формулой $y = - x + 1{,}1$. Какие из следующих точек принадлежат графику этой функции?
A) (-3; 2) B) (0; 1,2) C) (1; 0,1) D) (4; -7)

**6**. График функции $y = kx + 3$ проходит через точку $M(-2; 9)$. Найдите k.
A) -3 B) 3 C) 2 D) 5

**7**. График функции $y = -3x + b$ проходит через точку $N(3; -6)$. Найдите b.
A) -5 B) 3 C) 0 D) 1

**8**. Какой из данных графиков является графиком функции $y = 2x - 3$?
A) B) C) D)




**9**. По данным в таблице значениям напишите функцию, заданную формулой $y = kx + b$ .

| $x$ | -3 | -2 | 0 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | -5 | -3 | 1 | 11 | 13 |

A) $y = 3x - 1$ B) $y = 5x - 2$ C) $y = 4x$ D) $y = 2x + 1$

**10.** В какой точке пересекает ось ОУ график функции $y = 6x + 3$?
A) (3; 0) B) (0; 3) C) (0; -3) D) (-3; 0)

**11.** График функции $y = kx + b$ пересекает ось ОХ в точке (2;0), а ось ОУ в точке (0; -1). Найдите значения $k$ и $b$.
A) $b = -1$, $k = 0,5$ B) $b = -1$, $k = 0,5$
C) $b = -1$, $k = 0,5$ D) $b = -1$, $k = 0,5$

**12**. В какой точке пересекает ось ОХ график функции $y = 6,4 - 0,8x$ ?
A) (3; 0) B) (6; 0) C) (0; 8) D) (8; 0)

## **Урок 7.5. Взаимное расположение графиков линейных функций** (учебник, стр. 160)

**Стандарты: 3.2.3.** Строит график прямой, заданной уравнением y = kx + b, определяет точки пересечения этой прямой с координатными осями.
**2.1.3.** Определяет наличие/отсутствие линейной зависимости между парами координат, данных во множестве рациональных чисел.
**Результат обучения**: Определяет взаимное состояние графиков линейных функций

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы**: исследуются 3 взаимных положения прямых, приведенных в учебнике. Класс делится на 3 группы. Каждая группа выполняет поставленную перед ней задачу. Задачи состоят в построении в прямоугольной системе координат прямых, заданных формулой, и исследовании их взаимного положения. Группы представляют решение, и каждый случай обсуждается. Исследуются параллельные, пересекающиеся и совпадающие прямые.
**Объяснение учителя**: Учитель дает информацию об особенностях определения взаимного положения графиков линейных функций y = kx + b на основе чисел k и b. Все три случая доводятся до сведения учащихся.

**Исследовательский вопрос**: *Как определяется взаимное расположение графиков линейных функций?*

Для проведения исследования задания, данные в учебнике, могут быть представлены учащимся на рабочих листах.
Рекомендации для некоторых задач:
**Задание № 2**. Для того чтобы графики заданных прямых были параллельны, угловые коэффициенты k должны быть равны.
a) $y = \frac{15}{3}x + 2$ и $y = 5x - 2$ Здесь $k_1 = \frac{15}{3} = 5 = k_2$ $b_1 \neq b_2$ , то графики данных функций параллельны.
b) Угловые коэффициенты графиков функций $y = \frac{10}{15}x - 1$ и $y = \frac{2}{3}x - 3$ одинаковы, поэтому графики параллельны.

c) Функции $y = x + 4$ и $y - x = 4$ задаются одной и той же формулой. Эти прямые пересекаются.

d) Угловые коэффициенты графиков функций $y = \frac{5}{6}x + 7$ и $y = \frac{6}{5}x + 7$ различны. Следовательно, прямые пересекаются.

**Задание № 6**. а) для прямых y = *x и y = *x + 5: 1) чтобы они были параллельными, можно, например, написать y = 3x и y = 3x + 5; 2) чтобы они пересекались, можно, например, написать y = –2x и y = 9x + 5.

3) Прямые y = *x и y = *x + 5 не могут совпадать, так как b = 0 в первой формуле и b = 5 во второй формуле.

c) прямые y = *x + 0,4 и y = –*x + 0,4: 1) эти прямые не могут быть параллельны, так как значение b в обеих одинаково.

2) чтобы они пересекались, например, можно написать y = 8x + 0,4 и y = –9x + 0,4.

3) Для совпадения прямых y = *x + 0,4 и y = –*x + 0,4 можно, например, записать y = –3x + 0,4 и y = –3x + 0,4.

**Обобщение и заключение:** Учитель обобщает изученное об определении взаимных состояний графиков линейных функций.

**Оценивание** ● определение

**Уровень I:** С трудом определяет взаимосвязь между графиками линейных функций.

**Уровень II:** Допускает определенные ошибки при определении взаимного положения графиков линейных функций.

**Уровень III:** Свободно определяет взаимное расположение графиков линейных функций.

**Уровень IV:** Свободно определяет взаимосвязь между графиками линейных функций и обосновывает ответ.

## Урок 7.6.–7.8. Линейное уравнение с двумя переменными и его график
(учебник, стр. 162)

**Стандарты: 2.1.1.** Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.
**3.2.3.** Строит график прямой, заданной уравнением $y = kx + b$, определяет точки пересечения этой прямой с координатными осями.
**Результаты обучения**: 1) Составляет линейное уравнение с двумя переменными и определяет пару его решений.
2) Строит графики линейного уравнения с двумя переменными.


**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа. Первые 2 часа посвящены знакомству с понятием линейного уравнения с двумя переменными и применению его в исследованиях, а 3-й час посвящен построению графика линейного уравнения с двумя перемен-ными.
**Постановка проблемы**: Учитель на доске или на экране компьютера приводит примеры различных типов уравнений, которые учащиеся уже узнали (относящиеся к нахождению неизвестного слагаемого, вычитае-мого, уменьшаемого, множителя, делимого и делителя, уравнений с переменной в модуле и так далее.). Выслушиваются мнения учащихся о каждом уравнении, ведутся дискуссии о том, как эти уравнения решаются и сколько переменных в них участвует. В задании, приведенном в учебнике, линейная функция задается в виде формулы. В результате деятельности ученик получает линейное уравнение из формулы линейной функции. Отмечается, сколько переменных в этом уравнении. Дается понятие линейного уравнения с двумя переменными.
**Исследовательский вопрос**: *Как сформулировать, линейное уравнение с двумя переменными, найти его решение и построить график?*
**Объяснение учителя**: Учитель дает информацию о линейном уравнении, его решении, записывает его в виде общей формулы. Объясняются однородные уравнения и их свойства. Учитель также может предоставить информацию о знаке тождественности ⇔.
Уравнение, заданное в виде $ax + by = c$, называется линейным уравнением с двумя переменными. Пара значений, которые преобразуют линейное уравнение с двумя переменными в истинное уравнение, является корнем этого уравнения. Здесь $a$ и $b$ — коэффициенты переменных, $c$ — свободный коэффициент, $x$ и $y$ — переменные. Например, $2x - 3y = 5$ – это линейное уравнение с двумя переменными: $a=2$, $b=-3$, $c=5$.
Корень двумерного линейного уравнения $ax + by = c$ записывается в виде пары $(x, y)$. Линейное уравнение с двумя переменными имеет бесконечное число корней.
На следующем этапе выполняются примеры, приведенные в учебнике. Выражение одной переменной через другую довольно широко обсуждается.
Для проведения исследования задания, данные в учебнике, выполняются в группах или в парах.
Рекомендации для некоторых задач:

**Задание № 3.** Из пар (3;–10); (– 3; 12); (0,1; 11); (1; 2); (2; 1) пары (0,1; 11), (1; 2)являются корнями уравнения 10x + y = 12. Чтобы это проверить, достаточно вместо уравнения записать значения x и y и проверить, что полученное уравнение совпадает: Например:

10 · 0,1 + 11 = 12 — тождество.

**Задание № 5.** В данных уравнениях выразим переменную **y** через **x**.

a) 4x + 2y = 7; $y = \frac{7-4x}{2}$ ;

b) –5x + y = –12; $y = 5x - 12$;

c) x + 15y = –30; $y = \frac{-x-30}{15}$ ;

d) 3y –14x = 21; $y = 7 + \frac{14x}{3}$ ;

e) 4x – 5y = 20; $y = \frac{4x}{5} - 4$ ;

f) –x – y = 0; $y = -x$;

Чтобы записать любой корень любого уравнения, вы можете написать произвольное число вместо x и найти значение y.

**Задание № 6.** В данных уравнениях выразите переменную x через y. Выпишите любые корни каждого уравнения.

a) 4x + 2y = 7; $x = \frac{7-2y}{4}$ ;

b) – 5x + y = – 12; $x = \frac{y+12}{5}$;

c) x + 15y = – 30; $x = -15y - 30$;

d) 3y – 14x = 21; $x = \frac{3y-21}{14}$ ;

e) 4x – 5y = 20; $x = \frac{5y}{4} + 5$ ;

f) –x – y = 0; $x = -y$;

**Задание №7.** Корнем уравнения x + 2y = 11, состоящим из двух одинаковых чисел, является пара $(\frac{11}{3}; \frac{11}{3})$.

Это можно определить, написав x = y в уравнении.

**Задание №8.** Если одним из корней уравнения ax + 2y = 8 является пара (2; 1), то из уравнения 2a + 2·1 = 8 получается a = 3. Рассчитаем значение **y** при x = 5 в полученном уравнении 3x + 2y = 8: y = -3,5.

**Задание №**9. 250 пассажиров разместились в двухместных и трехместных каютах корабля таким образом, что известно, что пустого места не осталось. В этом случае линейное уравнение с двумя переменными, построенное по условию задачи, будет иметь вид 2x + 3y = 250. Очевидно, что **x** и **y** здесь натуральные числа. По выбору можно сказать, что есть 20 двухместных и 70 трехместных. Можно найти и другие ответы, соответствующие условиям этого уравнения.

На третьем уроке рассматривается график линейного уравнения с двумя переменными. Учитель объясняет график линейного уравнения и положение его графика в различных ситуациях.

Прямая линия, образованная множеством точек, координаты которых являются корнями уравнения ax + by = c на координатной плоскости, называется графиком этого уравнения.

Для того чтобы график линейного уравнения с двумя переменными ax + by = c представлял собой прямую линию, хотя бы один из коэффициентов a и b должен быть отличен от нуля. В линейном уравнении с двумя переменными ax + by = c, когда мы выражаем переменную y через x, мы получаем уравнение:

$y = \frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ Если мы напишем здесь $k = \frac{a}{b}$ и $l = \frac{c}{b}$, мы получим линейную функцию y = kx + l.

Таким образом, график линейного уравнения с двумя переменными ax + by = c является графиком функции y = kx + l.

- Если a = b = 0, c ≠ 0, то в двумерном линейном уравнении ax + by = c получается c = 0, и в этом случае уравнение не имеет корня. Его множество решений — это пустое множество.
- Если a = b = c = 0, координаты любой точки координатной плоскости удовлетворяют линейному уравнению с двумя переменными ax + by = c. В этом случае уравнение имеет бесконечное число корней.

**Задание №1.** Среди заданных точек графику уравнения 3x + 4y = 12 принадлежат точки C(0; 3) и E(–6; 7,5).

**Задание №2**. Координаты точки могут быть корнями нескольких уравнений. При этом графики этих уравнений пересекаются.

a) График всех трех уравнений 3x – y = –5; –x + 10y = 21; 11x + 21y = 31 проходит через точку A(–1; 2):

Потому что координаты этой точки являются корнями всех трех уравнений.

b)Существует ли точка, соответствующая графику всех трех уравнений 0,2x + 3y = 4,5; –x + 4y = 6; 5x – 2y = –3? Если да, укажите эту точку.

**Задание № 4.** a) Если известно, что график уравнения 24x – 15y = 42 проходит через точку A(3; 2a), то, записав в уравнении x = 3, y = 2a, получим уравнение, зависящее от a, и решим его, чтобы найти значение a) $24 \cdot 3 - 15 \cdot 2a = 42$;

a = 2.

График уравнения 6x + 9y = – 21 проходит через точку B(a; – 5). Тогда

b) 6 · a + 9 · (-5) = – 21 и a = 4.

**Задание № 5**. В саду есть несколько кроликов и куропаток. У них 24 ноги. Учитывая, что у кролика 4 ноги, а у куропатки 2 ноги, соответствующее линейное уравнение с двумя переменными имеет вид 2x + 4y = 24.

Пары чисел, удовлетворяющих условию задачи,

(10;1); (2;5); (4; 4); (6; 3); (8; 2).

**Обобщение и вывод**: Учитель подводит итоги, вновь подчеркивая то, что было изучено о составлении линейного уравнения с двумя переменными и определении его решения. Повторите, что вы изучили о построении графиков и линейных уравнений.

**Оценивание** ● составление ● построение графика

**Уровень I:** Определяет линейное уравнение с двумя переменными, но с трудом находит решение; затрудняется при построении графика линейного уравнения с двумя переменными.

**Уровень II:** Определяет и составляет линейное уравнение с двумя переменными, с трудом выражает одну переменную через другую; может построить график простого линейного уравнения с двумя переменными.

**Уровень III:** Свободно определяет линейное уравнение с двумя переменными и его решение, выражает одну из переменных через другую; свободно строит график линейного уравнения с двумя переменными.

**Уровень IV:** Определяет линейное уравнение с двумя переменными и его решения, выражает одну из переменных, опираясь на другую; строит график линейного уравнение с двумя переменными и объясняет взаимосвязь между линейными уравнениями.

## Урок 7.9. Обобщающие задания
(учебник, стр. 166)

Задания на обобщение, приведенные в конце раздела, выполняются учащимися самостоятельно в течение 1 занятия. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценивание и повторяют то, что они узнали на уроке.

**Задание №4.** Если ученик потратил 2 маната 10 копеек на 5 тетрадей и 6 ручек, уравнение, соответствующее условиям, будет 5x + 6y = 210. Если x = 30 гяпиков, то y = 10 гяпиков.

**Задание №6.** Постройте в прямоугольной системе координат графики уравнений x + y = 1, x – y = 1, y – x = 1 и –x – y = 1. Расскажите, что вы думаете о фигуре, ограниченной этими графиками.

**Задание №7.** Чтобы изобразить уравнения x + y = 3 и x – 2y = –3 в прямоугольной системе координат, запишем первое уравнение как y = -x + 3, а второе уравнение как y = 0,5x + 3. В полученных формулах присваиваем значения x и определяем y, а полученные точки размещаем в прямоугольной системе координат, и таким образом строятся графики. Координаты точки пересечения полученных прямых равны (1; 2).

**Задание №8.** Мастер работал 3 дня, а ученик 2 дня, и вместе они подготовили 400 деталей. a) Линейное уравнение с двумя переменными для решения задачи: 3x + 2y = 400.

b) Дано: 1) Какой из данных корней (100; 50); 2) (30; 155); 3) (270; 130); 4) (90; 65) является корнем задачи? (90; 65).

**Задание №9.** Давайте решим уравнение 8x + 14y = 32, зная, что корни – целые числа. Поскольку корень — целое число, выражение y $y = \frac{-4x+16}{7}$ принимает y = 4n ($n \in$N).). Тогда x = 4 – 7n; (4-7n; 4n).

## Функция. Линейное уравнение с двумя переменными

**1**. Какое из данных уравнений линейное уравнение с двумя переменными?
A) s + 3t = –2 B) $xy + x = -8$ C) $4x^2 - 3y = 5$ D) $x^2 + y^2 = 1$

**2**. В таблице даны значения переменных $x$ и $y$.

| $x$ | -5 | -4 | -3 | -2 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 9 | 6 | 0 | -2 | -8 |

Какая из этих пар чисел является корнями уравнения $-2x + y = -8$ ?
A) (-5; 9) B) (-2; -2) C) (0; -8) D) (-4: 6)

**3**. В уравнении $3x - y = 12$ выразите переменную **y** через **x**.
A) $y = 12 - 3x$ B) $y = 3x - 12$ C) $y = x - 12$ D) $y = 3x + 12$

**4**. Если одним из корней уравнения $kx + 3y = 10$ будет пара чисел $(2; -1)$, определите коэффициент k.
A) 6,5 B) 6 C) -3 D) 13

**5**. Данное равенство запишите в виде линейного уравнения с двумя переменными ($ax + by$ = c). $x = \frac{y}{5} - \frac{3}{10}$.
A) $10x - 2y = -3$ B) $10x - y = 3$ C) $15x - 2y = -3$ D) $2x - 10y = -3$

**6**. Если известно, что график уравнения $-9x - 5y = 28$ проходит через точку A (-2; a), найдите a.
A) 2 B) -2 C) -1 D) 0

**7**. Укажите функцию, график которой параллелен графику функции $y = 7x - 13$.
A) $y = -7x + 13$ B) $y = 7 + 13x$ C) $y = -3 + 7x$ D) $y = 13 - x$

**8**. Укажите функцию, график которой пересекается с графиком функции $y = -0{,}25x - 1$.

A) $y = -0{,}25x + 1$ B) $y = -1 - 0{,}25x$ C) $y = \frac{1}{4}x + 3$ D) $y = 2 - 0{,}25x$

**9**. Укажите функцию, график которой совпадает с графиком функции $y = 2x - 8$.

A) $y = x - 4$ B) $y = \frac{4x-16}{2}$ C) $y = -3 + 7x$ D) $y = 1 - 2x$

**10.** В уравнении $4x + 2y = 5$ выразите переменную **x** через **y**.

A) $x = 5 - 2y$ B) $x = y - 5$ C) $x = y - 1{,}25$ D) $x = -0{,}5y + 1{,}25$

**11.** Запишите формулу функции $y = kx + b$, которая проходит через точку пересечения функции $y = 3x - 2$ с осью ординат и параллельна графику функции $y = 4x - 5$.

A) $y = 4x + 2$ B) $y = 4x - 2$ C) $y = -4x - 2$ D) $y = 4x - 3$

**12**. Какая функция пересекает ось абсцисс в той же точке, что и график функции $y = -2x + 9$?

A) $y = 3x - 13{,}5$ B) $y = 3x + 13{,}5$ C) $y = -3x - 13{,}5$ D) $y = -2x + 4{,}5$

**13**. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -2x + 9$ и $y = 5x - 5$.

A) (-5; 5) B) (2; 9) C) (-2; 5) D) (2; 5)

**14**. График какой функции пересекает график функции $y = -0{,}4x + 1$ в точке $(-1; 1{,}4)$?

A) $y = 8x - 3$ B) $y = -2x + 1$ C) $y = -1 - 2{,}4x$ D) $y = (-0{,}8x + 2) : 2$.

## УРОК 7.10. МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №7

1. Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = -x + 13$ и $y = 3x - 5$.

______________________________

2. Если известно, что график уравнения $6x - 2y = -56$ проходит через точку A(-a; a), найдите a.

______________________________

3. В уравнении $x - 5y = 18$ выразите переменную **y** через **x**.

______________________________

4. В каких точках график функции $y = -4{,}5x + 3{,}2$ пересекает оси OX и OY?

______________________________

5. График функции $y = kx + b$ пересекает ось OX в точке (1; 0), а ось OY в точке (0; 1). Найдите значение k и b.

______________________________

6. Дана функция $f(x) = 12 - 3x$. Найдите сумму $f(-3) + f(0{,}5)$.

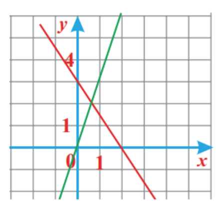
______________________________

7. Дана функция $y = \frac{5}{8}x + 1{,}6$. Если $y(x) = 5{,}6$, определите значение x.

______________________________

8. Запишите формулы прямых, данных в прямоугольной системе координат.

______________________________



# РАЗДЕЛ VIII. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

| Стандарт, подстандарт | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| **2.1. Выражает в алгебраической форме и исследует проблемы, возникающие при разных ситуациях.** ***2.1.1. Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.*** | 2.1.1. | **Урок 8.1.** Система линейных уравнений с двумя переменными | 1 | 168-170 |
| | 2.1.1. | **Урок 8.2.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.3.** Графический способ решения системы линейных уравнений с двумя переменными | 1 | 171-173 |
| | 2.1.1. | **Урок 8.4.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.5.** Решение системы линейных уравнений с двумя переменными способом подстановки | 1 | 174-176 |
| | 2.1.1. | **Урок 8.6.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.7.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.8.** Решение системы линейных уравнений с двумя переменными способом сложения | 1 | 177-179 |
| | 2.1.1. | **Урок 8.9.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.10.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.11.** Решение задач составлением систем линейных уравнений с двумя переменными | 1 | 180-184 |
| | 2.1.1. | **Урок 8.12.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.13.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.14.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 2.1.1. | **Урок 8.15.** Обобщающие задания | 1 | 185 |
| | 2.1.1. | **Урок 8.16. Малое суммативное оценивание № 8** | 1 | |
| | | **Итого** | **16** | |

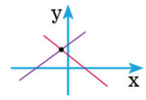
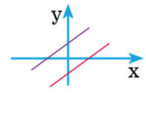
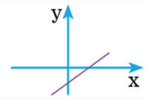
## Урок 8.1–8.2. Система линейных уравнений с двумя переменными (учебник, стр. 168)

**Стандарт: 2.1.1.** Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.
**Результат обучения**: исследует систему линейных уравнений с двумя переменными с помощью коэффициентов.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: вспоминаются 3 взаимных положения прямых. Указывается, какими характеристиками они обладают. Обращается внимание на запись системы линейных уравнений с двумя переменными.

**Исследовательский вопрос**: *Каковы свойства коэффициентов системы линейных уравнений с двумя переменными и как они связаны с графиками уравнений?*

**Объяснение учителя:** Учитель вводит понятие системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение системы и взаимодействие графиков линейных уравнений с двумя переменными, входящих в систему, исследуются вместе с учениками. Для каждого случая объясняется соотношение коэффициентов линейных уравнений с двумя переменными. Во время объяснения можно использовать возможности компьютера.
Комбинация двух или более линейных уравнений с двумя переменными образует систему линейных уравнений с двумя переменными.
В общем случае система линейных уравнений с двумя переменными записывается как $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$
Здесь числа $a_1$ , $b_1$ , $a_2$ , $b_2$ – коэффициенты, $c_1$ и $c_2$ – свободные члены (коэффициенты), x и y – переменные. Пара (x; y), превращающая оба уравнения системы линейных уравнений в верное равенство, называется корнем системы линейных уравнений с двумя переменными.
Решить систему уравнений означает найти все ее корни или показать, что она не имеет корней. Известно, что две прямые на плоскости параллельны, пересекаются или совпадают.
$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ Поскольку график уравнений, входящих в систему линейных уравнений, представляет собой прямую линию, то их графики также могут находиться в 3-х взаимных положениях: пересекаться, быть параллельными и совпадать.
Взаимное положение графиков уравнений, входящих в систему линейных уравнений, связано с соотношением их коэффициентов. По таблице, приведенной в учебнике, совместно с учащимися исследуется взаимное расположение коэффициентов и графиков.

| | Соотношение коэф. | Число корней | Объяснение | Взаиморасположение графиков |
|---|---|---|---|---|
| Отношения соответствующих коэффициентов различны | $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ | У системы уравнений есть только один корень. | Графики уравнений системы пересекаются в одной точке. |  |
| Отношения соответствующих коэффициентов равны, но отличаются от отношения свободных коэффициентов | $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ | У системы уравнений нет корня. | Графики уравнений системы параллельны. |  |
| Отношения соответствующих коэффициентов и свободных коэффициентов равны | $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ | У системы уравнений есть бесконечное множество корней. | Графики уравнений системы совпадают. |  |

Затем объясняются примеры, приведенные в учебнике.
В целях исследования задания, данные в учебнике, выполняются в группах или парах.
Рекомендации для некоторых задач:

**Задание №3**. $\begin{cases} 3x - 4y = -9 \\ 5x + 2y = 17 \end{cases}$ Для того, чтобы определить, превращает ли пара (1; 3) оба уравнения системы уравнений в истинные равенства, нужно вписать значения **x** и **y** в систему уравнений и проверить верны ли уравнения или не верны. $\begin{cases} 3x - 4y = -9 \\ 5x + 2y = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 3 \cdot 1 - 4 \cdot 3 = -9 \\ 5 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 17 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} -9 = -9 \\ 11 = 17 \end{matrix}$

Как видно, во втором уравнении правильного равенства не получилось. Следовательно, пара (1; 3) не удовлетворяет заданной системе уравнений.

**Важные моменты**: иногда учащиеся проверяют, удовлетворяет ли заданная пара чисел одному уравнению системы линейных уравнений с двумя переменными, и говорят, что эта пара является решением системы. Преподаватель должен обратить внимание учащихся на то, что для того, чтобы данная пара чисел была решением системы уравнений, необходимо, чтобы эта пара удовлетворяла обоим уравнениям.

**Задание № 5**. a) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -0{,}5x \\ y = 3x - 5 \end{cases}$ графики уравнений этой системы пересекаются.

a) $\begin{cases} 1{,}5x + 4{,}2y = -1 \\ 10x - y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{5}{14}x - \frac{5}{21} \\ y = 10x - 10 \end{cases}$ графики уравнений этой системы пересекаются.

h) $\begin{cases} 0{,}6x - y = 3 \\ \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0{,}6x - 3 \\ y = -1\frac{1}{3}x + 8 \end{cases}$ графики уравнений этой системы пересекаются.

m) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 8 \\ \frac{3x}{7} = 1 + \frac{5y}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 80 \\ 12x = 28 + 35y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -0{,}4x + 16 \\ y = \frac{12}{35}x - \frac{4}{5} \end{cases}$ графики уравнений этой системы пересекаются.

**Примечание.** Это задание также можно выполнить, выяснив соотношение между соответствующими коэффициентами.

**Важные моменты**: Учитель дает учащимся сведения о знаке ⇒ (импликация). Импликация - это направление, показанное к полученному результату (стрелка со стороны знака ⇒ указывает на результат).

**Задание № 8.** Чтобы система уравнений не имела корня графики уравнений должны быть параллельны. То есть отношение коэффициентов переменной **x** должно быть равно отношению коэффициентов переменной **y**: $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}$. Для каждой системы уравнений необходимо найти значение a, удовлетворяющее этому условию.

c) $\begin{cases}5x+ay=-5\\4x-12y=15\end{cases} \Rightarrow \frac{5}{4}=\frac{a}{-12} \Rightarrow a=-15.$

f) $\begin{cases}\frac{x}{7}+y=0{,}8\\2x-\frac{ay}{2}=1{,}2\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{7}:2=1:\frac{-a}{2} \Rightarrow a=-28.$

**Задание № 9**. Чтобы система уравнений имела бесконечное число корней, графики уравнений должны совпадать. То есть отношение коэффициентов переменной x, отношение коэффициентов переменной y и отношение свободных членов должны быть равны: $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$. Для каждой системы уравнений необходимо найти значение b, удовлетворяющее этому условию.

e) $\begin{cases}0{,}4x+\frac{2}{5}y=-8\\x-by=-20\end{cases} \Rightarrow 0{,}4:1=\frac{2}{5}:(-b)=-8:(-20) \Rightarrow b=-1.$

f) $\begin{cases}\frac{2}{5}x+\frac{1}{7}y=3\\bx+\frac{y}{28}=0{,}75\end{cases} \Rightarrow \frac{2}{5}:b=\frac{1}{7}:\frac{1}{28}=3:0{,}75 \Rightarrow b=0{,}1.$

**Задание № 10**. Чтобы система уравнений имела единственный корень, графики уравнений должны пересекаться. То есть отношение коэффициентов переменной **x** не должно быть равно отношению коэффициентов переменной **y**: $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$. Для каждой системы уравнений необходимо найти значение m, удовлетворяющее этому условию.

e) $\begin{cases}mx+(m-1)y=3\\2x-3y=4\end{cases} \Rightarrow \frac{m}{2}\neq\frac{m-1}{-3} \Rightarrow m\neq 0{,}4.$

f) $\begin{cases}\frac{7}{15}x+\frac{4}{5}y=12\\mx-\frac{3}{8}y=1\frac{4}{5}\end{cases} \Rightarrow \frac{7}{15}:m\neq\frac{4}{5}:\left(-\frac{3}{8}\right) \Rightarrow m\neq-\frac{7}{24}.$

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает полученные знания о системе линейных уравнений с двумя переменными и свойствах ее коэффициентов.

**Оценивание** ● анализ ●

**Уровень I:** Затрудняется анализировать систему линейных уравнений с двумя переменными по ее коэффициентам.

**Уровень II:** Делает незначительные ошибки при анализе системы линейных уравнений с двумя переменными по ее коэффициентам.

**Уровень III:** Анализирует системы линейных уравнений с двумя переменными по их коэффициентам.

**Уровень IV:** Творчески анализирует систему линейных уравнений с двумя переменными по их коэффициентам.

## Система линейных уравнений с двумя переменными

**1**. Что из нижеследующего является корнем системы уравнений? $\begin{cases}3x-2y=5\\2x-5y=7\end{cases}$

A) (-0,2; -2,2) B) (0,2; 2,2) C) (0,2; -2,2) D) (-2,2; 0,2)

**2.** Если пара чисел x = -3 и y = 3 является корнем системы уравнений $\begin{cases}ax+2y=15\\7x-by=27\end{cases}$, найдите a и b.

A) $a$ =-3, $b$ = 16 B) $a$ =-3, $b$ = -16 C) $a$ =3, $b$ = -16 D) $a$ =3, $b$ = 16

**3.** При каком значении ***a*** система уравнений $\begin{cases}ax+y=5\\4x-5y=-9\end{cases}$ не имеет корня?

A) -0,8 B) 0,8 C) -5 D) 4

**4**. При каком значении ***b*** система уравнений $\begin{cases}3x+by=1{,}5\\5x-3y=2{,}5\end{cases}$ имеет бесконечное множество корней?

A) 1,8 B) -1,8 C) 2 D) -1

**5**. При каком значении ***m*** система уравнений $\begin{cases}mx+7y=1\\11x-y=-2\end{cases}$ имеет единственный корень?

A) $m \neq 77$ B) $m \neq 11$ C) $m \neq 7$ D) $m \neq -77$

**6**. Сколько корней имеет система уравнений $\begin{cases}9x+3y=-4{,}5\\-6x-2y=3\end{cases}$ ?

A) один B) бесконечное множество B) нет корней D) три

**7**. При каком значении ***a*** система уравнений $\begin{cases}(a-8)x+ay=4\\2x+3y=-1\end{cases}$ не имеет корня?

A) 24 B) 12 C) 8 D) 2

**8** При каком значении ***a*** система уравнений $\begin{cases}.\begin{cases}3x+(a+2)y=5\\(a+2)x+3y=5\end{cases}\end{cases}$ имеет бесконечное множество корней?

A) 5 B) 3 C) 1 D) -2

**9**. Пара чисел, являющихся корнем системы уравнений $\begin{cases}bx+(b+1)y=10\\(b-1)x-by=-8\end{cases}$, расположена на оси ординат. Найдите ***b.***

A) -4 B) 4 C) 0 D) 2

**10.** Пара чисел, являющихся корнем системы уравнений $\begin{cases}mx+(m+1)y=9\\(m+2)x-(m-1)y=15\end{cases}$, расположена на оси абсцисс. Найдите ***m.***

A) 3 B) 0 C) 2 D) -3

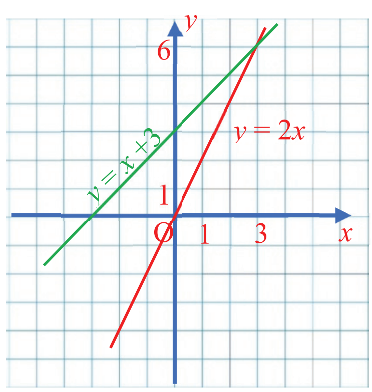
# Урок 8.3.–8.4. Графический способ решения системы линейных уравнений с двумя переменными (учебник, стр. 171)

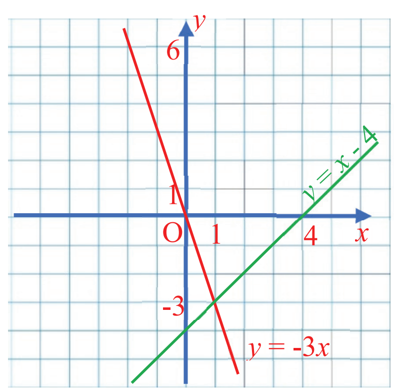
**Стандарт: 2.1.1.** Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.
**Результат обучения**: составляет систему линейных уравнений с двумя переменными и находит ее решение графически.

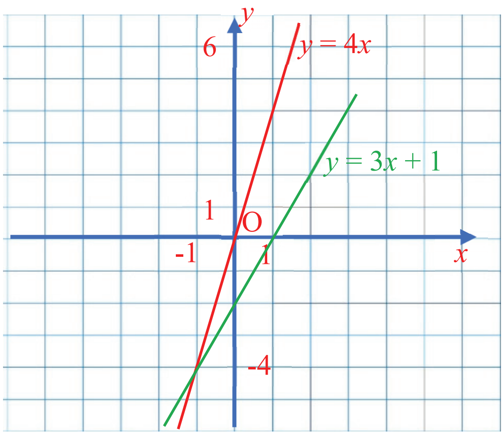
**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: На основании задания, приведенного в учебнике, строится график линейных уравнений с двумя переменными и определяются координаты точки их пересечения. Обратите внимание, что эта точка принадлежит обеим прямым.

**Исследовательский вопрос**: *Как графически решается система линейных уравнений с двумя переменными?*

**Объяснение учителя**: для решения системы линейных уравнений
$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$
графически выразим переменную **y** через **x** в каждом линейном уравнении, участвующем в системе уравнений, и построим графики полученных линейных функций. В это время обращают внимание на следующие условия:
♦ Если полученные графики пересекаются, то координаты точки пересечения являются корнями системы уравнений;
♦ Если графики параллельны, то система уравнений не имеет корней;
♦ Если графики совпадают, система уравнений имеет бесконечное число корней.
Приведенные в учебнике примеры решаются и исследуются вместе с учащимися.
**Важные моменты**: Приведенная в примере система линейных уравнений с двумя переменными решалась графически. Решить систему уравнений графически не всегда удобно. Потому что иногда бывает сложно точно определить координаты точки пересечения по графику.
**Задание № 5**. Решим данную систему уравнений графически.

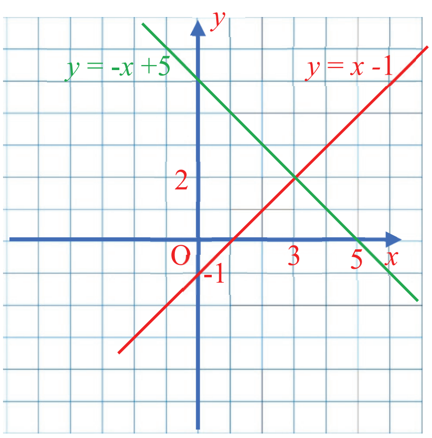


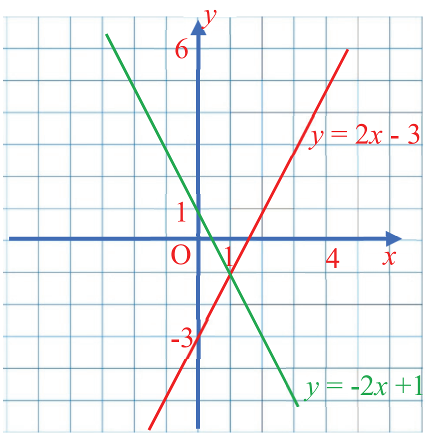



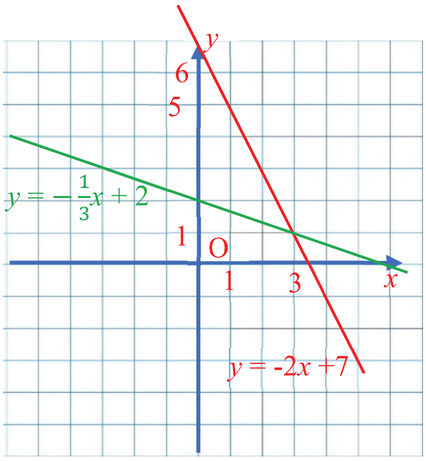



a) ($x$; $y$) = (3; 6).   b) ($x$; $y$) = (1; –3).   c) ($x$; $y$) = (–1; –4).

**Задание №6**. x = 0 и y = 0 берутся для определения точек пересечения графика каждого уравнения, входящего в систему, с осями OX и OY.




a) (3;2);   b) (1;–1);   c) (3;1).

**Задание №7.** Координатами точки пересечения графика уравнения 5x + y = 2 с осью OX является пара (0,4; 0). Например, корень системы уравнений

$\begin{cases} 5x + y = 2 \\ 3x - y = 1{,}2 \end{cases}$ равен (0,4; 0). Следовательно, 3x – y = 1,2 – искомое уравнение.

**Задание №8**. Составьте линейное уравнение с двумя переменными, одним из корней которого являются координаты точки пересечения графика уравнения с осью OY.

Координатами точки пересечения графика уравнения 4x – y = 5 с осью OY является пара (0;-5). Например, корень системы уравнений $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 5x - 2y = 10 \end{cases}$ равен (0; -5). Следовательно, 5x - 2y= 10 – искомое уравнение.

**Задание №9.** В этом задании рассматривается отношения коэффициентов для формирования требуемого уравнения.

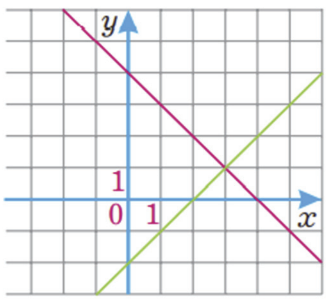
Пример для того, чтобы система, образованная построенным линейным уравнением с двумя переменными совместно с уравнением –x – 2y = 6:

a) имела один корень: x + 4y = 5;

b) имела бесконечное число корней: x + 2y = -6;

c) не имела корня: -3x – 6y = 18.

**Задание №12**. Для определения уравнений графиков, приведенных в учебнике, посмотрим на точки, через которые проходят графики:



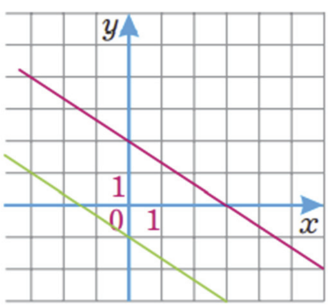

a) Прямая, изображенная красной линией, проходит через точку (3; 1) и пересекает ось OY в точке (0; 4). Составим линейное уравнение с двумя переменными, имеющее пары корней (0; 4) и (3; 1). k и b определяются с помощью уравнения прямой y = kx + b.

Например: y = -x + 4.

Зеленая прямая также проходит через точки (3; 1) и (2; 0).

Например: y = x - 2.

Данные графики являются графиками системы уравнений $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$

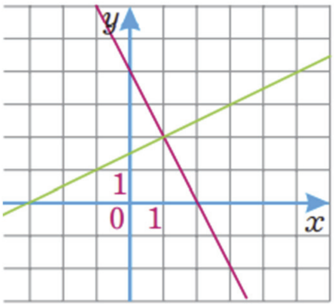



b) Прямая, обозначенная красной линией, пересекает ось OY в точке (0; 2) и ось OX в точке (3; 0). Сформулируем линейное уравнение с двумя переменными, имеющими корни (0; 2) и (3; 0). k и b определяются с помощью уравнения прямой

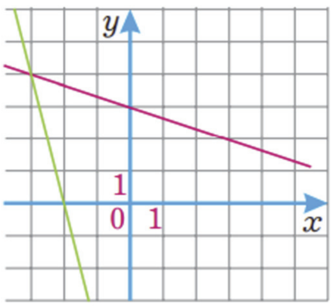
y = kx + b. y = -2/3x + 2.

Зеленая прямая также проходит через точки (3; 1) и (2; 0). y = -2/3x -1.

Данные графики являются графиками системы уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$




c) Прямая, заданная красной линией, пересекает ось OX в точке (-3; 0) и проходит через точку (1; 2). Напишем линейное уравнение с двумя переменными, которое имеет корни (-3; 0) и (1; 2). k и b определяются с помощью уравнения прямой y = kx + b. y = 0,5x + 1,5.
Зеленая прямая также проходит через точки (0; 4) и (2; 0). y = -2x + 4.
Данные графики являются графиками системы уравнений $\begin{cases} 0{,}5x - y = 1{,}5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$




f) Прямая линия, обозначенная красной линией, пересекает ось OX в точке (-1; 0) и ось OY в точке (0; 3). Напишем линейное уравнение с двумя переменными, которое имеет корни (-1; 0) и (0; 3). k и b определяются с помощью уравнения прямой y = kx + b. Известно, что b = 3. k = 3 получается из уравнения 0 = -k + 3. Тогда y = 3x + 3.
Зеленая прямая также проходит через точки (4;0) и (0;-2). Известно, что b = -2. k = 0,5. Тогда уравнение y = 0,5x – 2.
Таким образом, данные графики являются графиками системы уравнений
$\begin{cases} 3x - y = -3 \\ 0{,}5x - y = 2 \end{cases}$

**Важные моменты**: Решая систему уравнений графически, учащиеся должны строить график преимущественно на миллиметровых листах, чтобы они могли точно определить решение. Учитель должен обратить их внимание на то, что графический метод не всегда удобен.
**Обобщение и вывод**: Учитель подводит итог, еще раз подчеркивая, как графически решить систему линейных уравнений с двумя переменными и как определить, когда и сколько решений имеет система.

**Оценивание** ● решение с помощью графика
**Уровень I:** С трудом решает систему линейных уравнений с двумя переменными графически.
**Уровень II:** Решает систему линейных уравнений с двумя переменными графически, но затрудняется определить, сколько решений имеет эта система.
**Уровень III:** Графически решает систему линейных уравнений с двумя переменными, свободно исследует, сколько решений имеет система уравнений.
**Уровень IV:** Решает систему линейных уравнений с двумя переменными графически, определяет количество решений, обосновывая.

## Урок 8.5.–8.7. Решение системы линейных уравнений с двумя переменными способом подстановки (учебник, стр. 174)

**Стандарт: 2.1.1.** Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.
**Результат обучения**: Решает систему линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: Обсуждается вопрос о выражении одной переменной через другую в линейном уравнении с двумя переменными и подстановке этой переменной в другое уравнение.
**Объяснение учителя**: Учитель предлагает вниманию учащихся алгоритм решения системы линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки.

**Исследовательский вопрос**: *как решить систему линейных уравнений с двумя переменными с помощью подстановки?*

Рекомендации для некоторых задач:

**Задание №3**

f) $\begin{cases} p+12q=11 \\ 5p-3q=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=-12q+11 \\ 5\cdot(-12q+11)-3q=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=-12q+11 \\ -63q=-52 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} p=-12\cdot\frac{52}{63}+11 \\ q=\frac{52}{63} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} p=1\frac{2}{21} \\ q=\frac{52}{63} \end{cases} \Rightarrow \left(1\frac{2}{21};\frac{52}{63}\right).$

h) $\begin{cases} 2k=t+0,5 \\ 3k-5t=12 \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} 2k-0,5=t \\ 3k-5\cdot(2k-0,5)=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k-0,5=t \\ 3k-5\cdot(2k-0,5)=12 \end{cases} \Leftrightarrow (k;t)=$
$\left(-1\frac{5}{14};-3\frac{3}{14}\right).$

m) $\begin{cases} 25-x=-4y \\ 3x-2y=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25+4y \\ 3\cdot(25+4y)-2y=30 \end{cases} \Rightarrow$ (7; -4,5);

**Задание №4**. После упрощения уравнений в системе уравнений применяется метод подстановки.

a) $\begin{cases} 3(x-5)-1=6-2x \\ 3(x-y)-7y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-15-1=6-2x \\ 3x-3y-7y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=22 \\ 3x-10y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} x=4,4 \\ 3\cdot 4,4-10y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} x=4,4 \\ y=1,72 \end{cases} \Rightarrow$ (4,4; 1,72).

b) $\begin{cases} 6(m+n)-n=-1 \\ 7(n+1)-(n+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m+5n=-1 \\ 7n+7-n-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{19}{36} \\ n=-\frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\left(\frac{19}{36}\ ;-\frac{5}{6}\right)$.

c) $\begin{cases} -2(a-b)+16=3(b+7) \\ 6a-(a-5)=-8-(b+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b+16=3b+21 \\ 6a-a+5=-8-b-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a-b=5 \\ 5a+b=-14 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=-2a-5 \\ 5a-2a-5=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2a-5 \\ 3a=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2\cdot(-3)-5 \\ a=-3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} b=\ 1 \\ a=-3 \end{cases} \Rightarrow$ (-3; 1).

d) $\begin{cases} 5y+8(x-3y)=7x-12 \\ 9x+3(x-9y)=11y+46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y+8x-24y=7x-12 \\ 9x+3x-27y=11y+46 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x-19y=-12 \\ 6x-19y=23 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=19y-12 \\ 6\cdot(19y-12)-19y=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=19y-12 \\ 95y=95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow$ (7; 1).

**Задание № 5**. После упрощения уравнений применяется способ подстановки.

a) $\begin{cases} \frac{5x-y}{3}=2 \\ \frac{x+10y}{2}=-1\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-y=6 \\ x+10y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5x-6 \\ x+10\cdot(5x-6)=-3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{7}{17} \\ x=\frac{19}{17} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{19}{17};-\ \frac{7}{17}\right)$;

b) $\begin{cases} \frac{2a+b}{4}=2 \\ \frac{3b+a}{4}=\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=8 \\ 3b+a=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2a+8 \\ 3\cdot(-2a+8)+a=14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow$ (2; 4).

c) $\begin{cases} \frac{5m+2n}{5}=1{,}4 \\ \frac{3m+n}{4}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m+2n=7 \\ 3m+n=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m+2\cdot(-3m+4)=7 \\ n=-3m+4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow$ (1; 1).

**Задание №6**. Упростим данные в системе уравнений, освободив их от дробей, и решим полученную систему уравнений способом подстановки.

a) $\begin{cases}\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-4\\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3y=-24\\ 2x+3y=-12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1{,}5y-12\\ 2\cdot(1{,}5y-12)+3y=-12\end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases}x=-9\\ y=2\end{cases} \Rightarrow$ (-9; 2).

b) $\begin{cases}\frac{a}{6}-2b=6\\ -3a+\frac{b}{2}=-37\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a-12b=36\\ -6a+b=-74\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=12b+36\\ -6\cdot(12b+36)+b=-74\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}a=12\\ b=-2\end{cases} \Rightarrow$ (12; -2).

c) $\begin{cases}\frac{n}{4}-\frac{m}{5}=6\\ \frac{m}{15}+\frac{n}{12}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5n-4m=120\\ 4m+5n=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}5n-4\cdot(-1{,}25n)=120\\ m=-1{,}25n\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=12\\ m=-15\end{cases} \Rightarrow$(-15; 12);

d) $\begin{cases}\frac{5x}{4}-\frac{2y}{3}=3\\ \frac{x}{6}+\frac{7y}{9}=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}15x-8y=36\\ 3x+14y=54\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1{,}875x-4{,}5\\ 3x+14\cdot(1{,}875x-4{,}5)=54\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=3\\ x=4\end{cases} \Rightarrow$ (4; 3);

e) $\begin{cases}\frac{3k}{5}-2t=5\\ k-\frac{3t}{2}=6{,}5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3k-10t=25\\ 2k-3t=13\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=0{,}3k-2{,}5\\ 2k-3\cdot(0{,}3k-2{,}5)=13\end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases}t=-1\\ k=5\end{cases} \Leftrightarrow$ (5; -1);

f) $\begin{cases}\frac{6c}{5}+\frac{d}{15}=2{,}5\\ \frac{c}{10}-\frac{2d}{3}=1{,}2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}18c+d=37{,}5\\ 3c-20d=36\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}d=-18c+37{,}5\\ 3c-20\cdot(-18c+37{,}5)=36\end{cases}$

$\begin{cases}d=-1{,}5\\ c=2\end{cases} \Rightarrow$ (2; -1,5).

**Задание № 7**. Применим метод подстановки, упростив систему уравнений. Здесь учащиеся должны продемонстрировать умение пользоваться более удобными способами удаления дробей из знаменателя:

a) $\begin{cases} \frac{x+y}{3} = \frac{y-x}{2} \\ \frac{x-y}{2} = \frac{y-x}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 3y - 3x \\ 5x - 5y = 2y - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = y \\ 7x = 7y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - x = 0 \\ x = y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$ (0; 0).

b) $\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 8 \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y - 2x + 2y = 48 \\ 4x + 4y + 3x - 3y = 132 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x + 5y = 48 \\ 7x + y = 132 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5y + 48 \\ 7 \cdot (-5y + 48) + y = 132 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow$ (18; 6);

c) $\begin{cases} \frac{m+n}{9} - \frac{m-n}{3} = 2 \\ \frac{2m-n}{6} - \frac{3m+2n}{3} = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + n - 3m + 3n = 18 \\ 2m - n - 6m - 4n = -120 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2n - 9 \\ 4(2n - 9) + 5n = 120 \end{cases} \Leftrightarrow$( (15; 12).

**Задание №8**. Если точка, являющаяся корнем данной системы линейных уравнений, расположена на оси абсцисс, то принимается y = 0. Тогда:

a) $\begin{cases} (2 - m)x + 4my = 6 \\ 3mx + (4m - 1)y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2 - m)x + 0 = 6 \\ 3mx + 0 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} (2 - m)x = 6 \\ 3mx = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{2-m} \\ 3m \cdot \frac{6}{2-m} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{2-m} \\ 9m = -2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\frac{2}{3} \\ m = -0{,}25 \end{cases} \Rightarrow$ -0,25; ($2\frac{2}{3}$ ; 0) ;

b) $\begin{cases} mx - (m + 1)y - 9 = 0 \\ (m - 1)y + (m + 2)x = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx = 9 \\ (m + 2)x = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{m} \\ x = \frac{15}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \frac{9}{m} = \frac{15}{m+2} \\ x = \frac{9}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow$ 3;(3; 0).

**Важные моменты**: Применяя способ подстановки, учащийся должен понимать, что переменную, коэффициент которой равен 1 или –1, удобнее выразить через другую. Потому что в этом случае заменяемое выражение дается не дробью, а более простым написанием. Если коэффициент линейных уравнений, входящих в систему уравнений, отличен от 1 или -1, то произвольная переменная может быть выражена через другую.

**Примечание**: Дополнительные задания, приведенные в учебнике с QR-кодом, могут быть представлены учащимся с более высокими достижениями.

Обобщение и заключение: Учитель обобщает полученные знания о решении системы линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки, еще раз подчеркивая.

**Оценивание** ● решение способом подстановки

**Уровень I:** Затрудняется решать систему линейных уравнений с двумя переменными способом подстановки.

**Уровень II:** Решает системы линейных уравнений с двумя переменными способом подстановки, но с трудом решает системы уравнений с дробными числами.

**Уровень III:** Свободно решает систему линейных уравнений с двумя переменными способом подстановки.

**Уровень IV:** Использует удобные методы при решении системы линейных уравнений с двумя переменными способом подстановки.

## Решение системы линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки

**1**. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x - 5y = -3 \end{cases}$ методом подстановки:.

A) (1; 2) B) (2; 1) C) (-1; 2) D) (2; -1)

**2.** Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 6x + 11y = 12 \\ 7x - 9y = 14 \end{cases}$ методом подстановки:.

A) (2; 0) B) (0; 2) C) (0; -2) D) (-2; 0)

**3**. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 6x = 5y \\ 48x + 15y = 1 \end{cases}$ методом подстановки:.

A) $\left(\frac{1}{55}; \frac{1}{66}\right)$ B) $\left(\frac{1}{55}; -\frac{1}{66}\right)$ C) $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{6}\right)$ D) $\left(\frac{1}{66}; \frac{1}{55}\right)$

**4**. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} \frac{5x}{4} - \frac{2y}{3} = 3 \\ \frac{x}{6} + \frac{7y}{9} = 3 \end{cases}$ методом подстановки:

A) (-3; 4) B) (3; 4) C) (4; 3) D) (4; -3)

**5**. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} \frac{5x+2y}{5} = \frac{7}{5} \\ \frac{3x+y}{4} = 1 \end{cases}$ методом подстановки:

A) (1; 1) B) (1; 0,5) C) (-1; 1) D) (-1,5; 1)

**6**. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 4(x + 2y) + 2 = 5x + 8 \\ 24y + 12 = 3(2x - y) + 6 \end{cases}$ методом подстановки:

A) (-10; 2) B) (10; 2) C) (10; -2) D) (2; 10)

**7**. Упростите систему линейных уравнений и решите методом подстановки: $\begin{cases} (x + 1)(y - 4) = (x - 2)(y - 10) \\ (5y + 4)(2x - 1) - 3 = (5x - 1)(2y + 2) - 17 \end{cases}$

A) (2; 3) B) (-2; 3) C) (2; -1,5) D) (3; 2)

**8**. Упростите систему линейных уравнений и решите методом подстановки: $\begin{cases} (x + y)^2 - (x - y)^2 = 5x - 2y + 4xy - 7 \\ 2y - 5 = -x \end{cases}$

A) (2; 1,5) B) (-2; 1,5) C) (2; -1,5) D) (-2; -1,5)

## Урок 8.8.–8.10. Решение системы линейных уравнений с двумя переменными способом сложения (учебник, стр. 177)

**Стандарт: 2.1.1.** Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.
**Результат обучения**: Решает систему линейных уравнений с двумя переменными способом сложения.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 3 часа.
**Постановка проблемы**: Проводится операция идентификации коэффициентов нескольких линейных уравнений с двумя переменными. Учащиеся умножают или делят каждую часть уравнения на одно и то же число. Отмечается, что полученные уравнения идентичны.
**Объяснение учителя**: Учитель представляет алгоритм решения системы линейных уравнений с двумя переменными способом почленного сложения уравнений (левые стороны отдельно, правые – отдельно). Алгоритм обсуждается с учениками.
При решении системы линейных уравнений с двумя переменными также используется способ почленного сложения уравнений (левые стороны отдельно, правые – отдельно). Здесь также цель состоит в том, чтобы решить систему уравнений, получив из линейного уравнения с двумя переменными линейное уравнение с одной переменной. Для использования способа сложения коэффициенты при одних и тех же переменных, входящих в систему уравнений, должны быть противоположными числами. Если коэффициенты при одних и тех же переменных, входящих в систему линейных уравнений, не являются противоположными числами, необходимо преобразовать коэффициенты любой из переменных в противоположные числа. Для этого каждая часть обоих или любого из уравнений умножается на такое число, чтобы коэффициенты одной из переменных были противоположными числами. Приводятся примеры.
**Исследовательский вопрос**: *как метод алгебраического сложения используется для решения системы линейных уравнений с двумя переменными?*
Для проведения исследования задания в учебнике выполняются группами или парами на рабочих листах.
Рекомендации для некоторых задач:
**Задание № 3.** Решим заданную систему линейных уравнений способом почленного сложения уравнений.

f) $\begin{cases} 2p-5q=1 & \text{| каждую сторону умножим на } (-1). \\ 4p-5q=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2p+5q=-1 \\ 4p-5q=7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2p=6 \\ 4p-5q=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=3 \\ q=1 \end{cases} \Rightarrow (3;1);$

m) $\begin{cases} 4x+3y=-4 & \text{| каждую сторону умножим на 3} \\ 6x+5y=-7 & \text{| каждую сторону умножим на } (-2) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x+9y=-12 \\ -12x-10y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y=2 \\ 4x+3y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ x=0{,}5 \end{cases} \Rightarrow (0{,}5; -2);$

n) $\begin{cases} 5y - 4x = 22 & | \text{умножьте на } 3 \\ 3x + 2y = 18 & | \text{умножьте на } 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15y - 12x = 66 \\ 12x + 8y = 72 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 23y = 138 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow (2; 6);$

k) $\begin{cases} 7c = 9d \\ 5c + 3d = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7c - 9d = 0 \\ 5c + 3d = 66 & | \text{ умножьте на } 3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 7c - 9d = 0 \\ 15c + 9d = 198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22c = 198 \\ 7c - 9d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 \\ d = 7 \end{cases} \Rightarrow (9; 7);$

**Задание № 4.** Если график уравнения, заданного в виде y = kx + b, проходит через заданные точки, то значение k и b можно определить, построив систему линейных уравнений с двумя переменными и применив способ подстановки:

a) A(5; 5) и B(–2; –2); Здесь $\begin{cases} 5 = 5k + b \\ -2 = -2k + b \end{cases} \Leftrightarrow y = x$ ;

b) M(8; –1) и B(–4; 17); Здесь $\begin{cases} 8k + b = -1 \\ -4k + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow y = -1{,}5x + 11$;

c) K(4; 1) и B(3; –5); Здесь $\begin{cases} 4k + b = 1 \\ 3k + b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow y = 6x - 23$;

d) C(–19; 31) и B(1; –9); Здесь $\begin{cases} -19k + b = 31 \\ k + b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow y = -2x - 7$.

**Задание № 6**. Если график линейной функции пересекает ось OX в точке, абсцисса которой равна «6», и ось OY в точке, где ордината равна «–2», то этот график проходит через точки (6;0) и (0;-2). Уравнение y = kx +b используется для записи уравнения этой прямой.

**Задание № 7**. Для записи уравнений прямых на данных графиках для точек пересечения осей координат используется уравнение y = kx +b.

**Задание № 8**. Упростим систему уравнений и решим их методом сложения:

a) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 6 \ | \\ 3x + 8y = 96 \end{cases} \Leftrightarrow$ умножьте на 4

$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 8y = 24 \\ 3x + 8y = 96 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x = 120 \\ 3x + 8y = 96 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 9 \end{cases} \Rightarrow (8; 9).$

c) $\begin{cases} 2a + \frac{a-b}{4} = 11 \\ 3b - \frac{a+b}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + a - b = 44 \\ 9b - a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a - b = 44 \\ -a + 8b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow (5; 1).$

d) $\begin{cases} 2x+3y=-12 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{6}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=-12 \\ 3x+2y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=-24 \\ -9x-6y=-36 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x=-60 \\ 2x+3y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=-12 \end{cases} \Rightarrow$ (12; -12).

e) $\begin{cases} \frac{1}{3}c-\frac{1}{12}d=4 \\ 6c+5d=150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4c-d=48 \\ 6c+5d=150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20c-5d=240 \\ 6c+5d=150 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 26c=390 \\ 6c+5d=150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=15 \\ d=12 \end{cases} \Leftrightarrow$ (15; 12).

f) $\begin{cases} \frac{p}{3}-\frac{q}{8}=3 \\ 7p+9q=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8p-3q=72 \\ 7p+9q=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24p-9q=216 \\ 7p+9q=1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 31p=217 \\ 7p+9q=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=7 \\ q=-5\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$ (7; $-5\frac{1}{3}$).

**Задание № 9**

a) $\begin{cases} (x+3)(y+5)=(x+1)(y+8) \\ (2x-3)(5y+7)=2(5x-6)(y+1) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} xy+5x+3y+15=xy+8x+y+8 \\ 10xy+14x-15y-21=10xy+10x-12y-12 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=7 \\ 4x-3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x-6y=21 \\ -8x+6y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow$ (3; 1).

b) $\begin{cases} (a+5)(b-2)=(a+2)(b-1) \\ (a-4)(b+7)=(a-3)(b+4) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} ab-2a+5b-10=ab-a+2b-2 \\ ab+7a-4b-28=ab+4a-3b-12 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-3b=-8 \\ 3a-b=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a+9b=24 \\ 3a-b=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8b=40 \\ 3a-b=16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=5 \\ a=7 \end{cases} \Leftrightarrow$ (7; 5).

c) $\begin{cases} (m+4)(6-n)=(m+2)(9-n) \\ (2m-1)(12-5n)=2(5m-1)(2-n) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 6m-mn+24-4n=9m-mn+18-2n \\ 24m-10mn-12+5n=10m-10mn-4+2n \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2n = 6 \\ 14m + 3n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9m - 6n = -18 \\ 28m + 6n = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19m = -2 \\ 3m + 2n = 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{19} \\ n = 3\frac{3}{19} \end{cases} \Leftrightarrow \left(-\frac{2}{19}; 3\frac{3}{19}\right).$$

d) $\begin{cases} (p-2)(q+2) = (p-1)(q-3) \\ (p-4)(2q-1) = 2(p-5)(q+1) \end{cases} \Leftrightarrow$

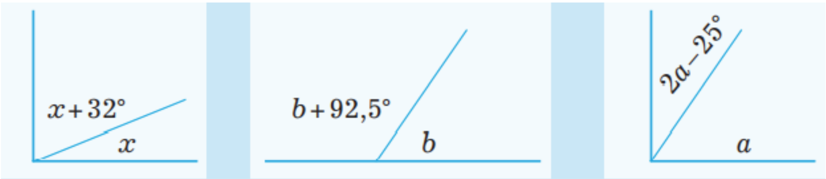
$$\Leftrightarrow \begin{cases} pq + 2p - 2q - 4 = pq - 3p - q + 3 \\ 2pq - p - 8q + 4 = 2pq + 2p - 10q - 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5p - q = 7 \\ 3p - 2q = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10p + 2q = -14 \\ 3p - 2q = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7p = 0 \\ 3p - 2q = 14 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} p = 0 \\ q = -7 \end{cases} \Leftrightarrow$ (0; -7).

**Задание № 10**. По данным рисункам строится система уравнений.

a) $\begin{cases} x + y = 90 \\ x - y = 32 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 180 \\ x - y = 92{,}5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 90 \\ 2x - y = 25 \end{cases}$




a) 61° и 29°; b) 136,25° и 43,75°; c) ≈38,3° и ≈51,7°;

**Дифференциальное обучение**: учащиеся с низкими результатами обучения должны быть в состоянии выполнять задания, данные в упражнении № 1-3. Ученики с высокими результатами обучения должны уметь решать более сложные системы уравнений. Учитель может добавлять аналогичные задания в рабочие листы.

**Важные моменты**: Может возникнуть вопрос, когда каким способом выполнять систему уравнений. Учащийся должен понимать, что как бы он ни решал систему, результат должен быть один. При решении системы уравнений учащийся должен ориентироваться на применение того метода, который ему удобен.

**Обобщение и вывод**: Учитель подводит итоги, вновь подчеркивая полученные знания о решении системы линейных уравнений с двумя переменными путем сложения.

**Оценивание** ● Решение методом сложения

**Уровень I:** Затрудняется решать систему линейных уравнений с двумя переменными с помощью алгебраического сложения.

**Уровень II:** Решает системы линейных уравнений с двумя переменными с помощью алгебраического сложения, но с трудом решает системы уравнений с дробными числами.
**Уровень III:** Свободно решает систему линейных уравнений с двумя переменными путем алгебраического сложения.
**Уровень IV:** Использует удобные методы при решении системы линейных уравнений с двумя переменными методом алгебраического сложения.

## Решение системы линейных уравнений с двумя переменными методом сложения

**1**. Решите методом сложения систему уравнений: $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 5x + y = -2 \end{cases}$

A) (0,5; 4,5) B) (0,5; -4,5) C) (-4,5; 0,5) D) (4; -5)

**2**. Решите методом сложения систему уравнений: $\begin{cases} 7x - 5y = 21 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

A) (2,8; 5) B) (-5; 2,8) C) (5; 2,8) D) (0; 1)

**3**. Решите методом сложения систему уравнений: $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$

A) (-48; -42) B) (-48; 42) C) (48; -42) D) (-42; -48)

**4**. Решите методом сложения систему уравнений: $\begin{cases} 4(x-2) = -2 + 3y \\ 4y + 13 = 5(x+1) \end{cases}$

A) (0; 2) B) (-2; 0) C) (0; 1) D) (0; -2)

**5**. Решите методом сложения систему уравнений: $\begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 2 \\ \frac{x-3y}{3} - \frac{x-y}{4} = \frac{5}{3} \end{cases}$

A) (-2; 2) B) (2; -2) C) (2; 0) D) (-2; -2)

**6**. Упростите систему уравнений и решите методом сложения:
$\begin{cases} 8(2x - y) = 5(3x - y) - 5 \\ 2(x + 4y) = 3(2x + y) + 13 \end{cases}$

A) (-2; -1) B) (-1; 2) C) (2; 1) D) (-2; 1)

**7**. Решите методом сложения систему уравнений: $\begin{cases} 5u - 7v = 24 \\ 7u + 6v = 2 \end{cases}$

A) A) (-2; -2) B) (2; -2) C) (2; 2) D) (-2; 2)

**8**. Решите методом сложения систему уравнений: $\begin{cases} 6y - 5x = 1 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{3y-x}{4} = -4\frac{3}{4} \end{cases}$

A) (-5; -4) B) (-5; 4) C) (5; -4) D) (4; -5)

**9**. Решите методом сложения систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(x+y)-3(x-y)=4 \\ 5(x+y)-7(x-y)=2 \end{cases}$$

A) (-3; -19)   B) (-19; 3)   C) (19; -3)   D) (-19; -3)

**10.** При каком значении p график уравнения y + px = 0 проходит через пересечение графиков функций $y=\frac{5}{9}x-16$ и $y=\frac{3}{4}x+5$?

A) $\frac{9}{27}$   B)- $\frac{19}{27}$   C) $\frac{19}{27}$   D) $\frac{1}{9}$

## **Урок 8.11.–8.14.** Решение задач составлением систем линейных уравнений с двумя переменными (учебник, стр. 180)

**Стандарт: 2.1.1.** Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или систему двух линейных уравнений с двумя переменными.
**Результат обучения**: Составляет систему линейных уравнений с двумя переменными по условию задачи.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 4 часа.
**Постановка проблемы**: учитель ставит на компьютере различные задачи, соответствующие реальным жизненным ситуациям, и вместе с учащимися изучаются способы построения линейного уравнения с двумя переменными по условию задачи. Условие любой задачи преподносится учащимся в виде мотивации через компьютерные программы. Учащиеся знакомы с задачами на построение уравнения по условию из предыдущих классов. Введение здесь двух переменных может вызвать некоторые трудности. Учитель должен научить учеников обращать пристальное внимание на условие, чтобы выработать навыки выявления в условии задачи неизвестных.

**Исследовательский вопрос**: *Как сформулировать систему линейных уравнений с двумя неизвестными по условию задачи?*

Для проведения исследования задания в учебнике выполняются в группах на рабочих листах.
Рекомендации для некоторых задач:
**Задание № 4**.
a) Примем длину ткани мужского пальто за **x** метров, а длину ткани детского пальто за **y** метров. Тогда по условию: $\begin{cases} 4x+2y=14 \\ 2x+6y=15 \end{cases}$ x = 2,7 м, y =1,6 м.
c) Обозначим возраст сестры через x, а возраст брата через y. 2 года назад сестре было x – 2 года, а брату y – 2 года, и по условию y – 2 = 2(x – 2). По тому же правилу 8 лет назад сестре было x – 8 лет, а брату y – 8 лет, и по условию y – 8= 5(x – 8). Решением системы уравнений $\begin{cases} y-8=5(x-8) \\ y-2=2(x-2) \end{cases}$ является x = 10 (лет), y = 18 (лет).

**Задание № 9.** Примем массу золотого слитка за **x** и массу серебряного слитка за **y**. Поскольку весы находятся в равновесии, 9x = 11y в начале. По условию, если мы заменим один золотой слиток одним серебряным, то левая чаша весов будет на 13 г легче, поэтому второе уравнение будет
8x + y + 13 = 10y + x.
Если решить систему уравнений

$$\begin{cases} 9x = 11y \\ 8x + y + 13 = 10y + x \end{cases}$$

методом подстановки, то получим x = 35,75(г), y = 29,25(г).

**Задание № 10.** Обозначим дневную заработную плату первого рабочего через ***a***, а второго рабочего через ***b***. По условию 15a + 14b = 234. С другой стороны, известно, что деньги, полученные первым рабочим за 4 дня, на 22 маната больше, чем деньги, полученные вторым рабочим за 3 дня. Итак, 4a – 3б = 22.

Если решить систему уравнений $\begin{cases} 15a + 14b = 234 \\ 4a - 3b = 22 \end{cases}$ то получим
*a* = 10, b = 6.

**Задание № 15**. а) Обозначим скорость первого пешехода как **x** км/ч, а скорость второго пешехода как **y** км/ч. По условию каждый из них находился в пути 2 часа до встречи. Тогда первое уравнение 2x + 2y = 20. Известно, что путь, пройденный первым пешеходом за 4 часа, на 16 км больше пути, пройденного вторым пешеходом за 3 часа. Тогда второе уравнение будет 4x – 3y = 16. Таким образом, система линейных уравнений с двумя переменными, соответствующая условию задачи $\begin{matrix} 2x + 2y = 20 \\ 4x - 3y = 16 \end{matrix}$

Решая систему уравнений, получаем $x = 3\frac{3}{7}$ км/ч и $y = 6\frac{4}{7}$ км/ч.

**Задание №16**. Обозначим скорость моторной лодки через x км/ч, а скорость реки через y км/ч. Если лодка проходит расстояние между двумя мостами в направлении течения реки за 4 часа, а возвращается за 5 часов, запишем уравнение 4(x + y) = 5(x – y). Если моторная лодка проходит 70 км по течению за 3,5 часа, то мы можем записать 70: (x + y) = 3,5 или x + y = 20. Таким образом, из системы уравнений

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4(x + y) = 5(x - y) \end{cases}$$

получится x = 18 км/ч, y = 2 км/ч. Собственная скорость моторной лодки, то есть скорость в стоячей воде, равна 18 км/ч.

**Задание № 17**. Обозначим количество девочек в 7 классе через x, а количество мальчиков через y. По условию количество девочек в понедельник равно (x – 1), а количество мальчиков равно (y – 5), а так как девочек в два раза больше, чем мальчиков:
x – 1 = 2 (y – 5) можно записать. В среду число девочек равно (x – 9), а число мальчиков (y – 1), а так как мальчиков в 1,5 раза больше, чем девочек: y – 1 = 1,5(x – 9). Упростим каждое уравнение системы:

$$\begin{cases} x - 1 = 2(y - 5) \\ y - 1 = 1{,}5(x - 9) \end{cases}$$

Таким образом, решение системы: x = 17, y = 13, то есть на тренировке в пятницу было 17 девочек и 13 мальчиков. Итак, всего 17 + 13 = 30 учеников.

**Задание № 20**. Обозначим количество дней через x. За день первая бригада ремонтирует 25 метров дороги, вторая бригада ремонтирует 40 метров.

Тогда дорога, которую ремонтирует первая бригада, будет уменьшаться на 25 км каждый день: 160 – 25 x, а дорога, которую ремонтирует вторая бригада, будет уменьшаться на 40 км каждый день: 180 – 40 x.
Таким образом, чтобы длина дороги, ремонтируемой второй бригадой, была в 3 раза меньше длины дороги, ремонтируемой первой, должно быть выполнено уравнение 160-25x = (180 – 40x) · 3. Отсюда получится x = 4 дня.
**Задание № 21.** Обозначим массу макарон в первом мешке через x кг, а массу макарон во втором мешке через y кг. По условию в первом мешке макарон в 3 раза больше, чем во втором, т.е. x = 3y.
После использования 8 кг макарон из первого мешка и добавления 12 кг макарон во второй мешок масса макарон, оставшихся в каждом мешке, была одинаковой. Тогда мы пишем x – 8 = y + 12.
Таким образом, из системы уравнений $\begin{cases} x = 3y \\ x - 8 = y + 12 \end{cases}$
получается x = 30 кг, y = 10 кг

**Задание № 22.** а) Предположим, что в маленьком ящике находится x кг яблок, а в большом ящике - y кг яблок. Тогда мы можем написать 8x + 6y=232. Известно, что масса яблока в каждом маленьком ящике в 6 раз меньше массы яблока в каждом большом ящике. Тогда наше второе уравнение будет y = 6x.
Таким образом, из системы уравнений $\begin{cases} y = 6x \\ 8x + 6y = 232 \end{cases}$ получится $x = 5\frac{3}{11}$ кг и $y = 31\frac{7}{11}$ кг .

**Обобщение и вывод**: Учитель повторяет полученные знания о решении задач с помощью построения системы линейных уравнений с двумя переменными.
**Оценивание** ● Составление и решение задач
**Уровень I**: Испытывает трудности с построением системы линейных уравнений с двумя переменными, соответствующей задаче.
**Уровень II:** Строит систему линейных уравнений с двумя переменными по условию задачи, но допускает ошибки при ее решении.
**Уровень III:** Строит и свободно решает систему линейных уравнений с двумя переменными в соответствии с условием задачи.
**Уровень IV:** Строит систему линейных уравнений с двумя переменными по условию задачи, решает ее с объяснением.

## Решение задач методом составления систем уравнений с двумя переменными

**1.** Найдите пару чисел, являющихся корнем уравнения
7x – 9y = 128, при условии, что это пара противоположных чисел
A) (9; -9) B) (8; -8) C) (7; -7) D) (-5; 5)**2**. За 5 кг огурцов и 4 кг помидоров заплатили 3,9 маната. Если 4 кг помидоров стоят на 2,1 маната больше, чем 1 кг огурцов, найдите цену 1 кг огурцов и помидоров.
A) 0,8 ман. и 0,5 ман. B) 1,5 ман. и 0,5 ман.
C) 0,5 ман. и 0,6 ман. D) 0,3 ман. и 0,6 ман.

**3**. Два пешехода отправились одновременно в путь навстречу друг другу из двух сел на расстоянии 20 км и встретились через 2 часа после начала движения. Найдите скорость каждого пешехода, если расстояние, пройденное первым пешеходом за 4 часа, на 12 км больше, чем расстояние, пройденное вторым пешеходом за 3 часа.

A) 6 км/ч и 4 км/ч  B) 3 км/ч и 5 км/ч
C) 6 км/ч и 8 км/ч  D) 10 км/ч и 8 км/ч

**4** Найдите два числа, сумма которых равна 48, а разность – 22.

A) 48 и 22  B) 35 и 13  C) 38 и 10  D) 27 и 21

**5**. Сумма цифр двузначного числа равна 10. Если поменять местами цифры, то полученное число будет на 36 единиц меньше заданного числа. Найдите двузначное число.

A) 73  B) 37  C) 28  D) 82

**6**. Первая бригада должна была отремонтировать 180 м дороги, а вторая бригада – 160 м. Первая бригада ежедневно ремонтирует 40 метров дороги, а вторая бригада ремонтирует 25 метров. Через сколько дней длина дороги, которую должна отремонтировать первая бригада, станет в 3 раза меньше длины дороги, которую должна отремонтировать вторая бригада?

A) 10 дней  B) 9 дней  C) 7 дней  D) 4 дня

**7**. Велосипедист проехал по лесной дороге 2 часа, по шоссе 1 час и проехал в общей сложности 40 км. Если его скорость на шоссе на 4 км больше скорости на лесной дороге, то какова скорость велосипедиста на шоссе?

A) 12 км/ч  B) 16 км/ч  C) 10 км/ч  D) 14 км/ч

**8**. 7 досок и 3 кирпича вместе составляют 71 кг. Если известно, что 3 доски весят на 14 кг больше, чем 2 кирпича, то сколько килограммов весит один кирпич?

A) 5 кг  B) 8 кг  C) 14 кг  D) 10 кг

**9**. Вокруг прямоугольного участка построен забор длиной 82 м. Если длина этого участка земли на 5 м больше его ширины, найдите ширину участка.

A) 22 м  B) 15 м  C) 18 м  D) 23 м

**10**. Разность двух чисел 65, а разность квадратов этих чисел 8255. Найдите сумму этих чисел.

A) 120  B) 127  C) 130  D) 255

## Урок 8.15. Обобщающие задания
(учебник, стр. 185)

**Задание № 5.** Чтобы решить систему уравнений, необходимо сначала упростить уравнения.

a) $\begin{cases} \frac{5x-3+9y}{3} = \frac{2x+3y-2}{2} \\ \frac{x-3y}{2} = \frac{2x-3y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 6 + 18y = 6x + 9y - 6 \\ 3x - 9y = 4x - 6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 9y = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\cdot(-3y) - 9y = 0 \\ x = -3y \end{cases} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow (0; 0).$

b) $\begin{cases} \frac{2x-y}{6} + \frac{2x+y}{9} = 3 \\ \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y + 4x + 2y = 54 \\ 4x + 4y - 3x + 3y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x - y = 54 \\ x + 7y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10\cdot(48 - 7y) - y = 54 \\ x = 48 - 7y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow (6; 6).$

c) $\begin{cases} \frac{x+3-5y}{2} = \frac{3x-4y+3}{3} \\ \frac{6+3x-y}{3} = \frac{12x-y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 9 - 15y = 6x - 8y + 6 \\ 24 + 12x - 4y = 36x - 3y \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 7y = 3 \\ 24x + y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 7\cdot(24 - 24x) = 3 \\ y = 24 - 24x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow (1; 0).$

**Задание № 6.** Пусть количество однокомнатных квартир в доме равно x, количество двухкомнатных квартир y, количество трехкомнатных квартир z. Тогда x + y + z = 160. По условию количество однокомнатных квартир в 2 раза меньше количества двухкомнатных и в 24 раза меньше количества трехкомнатных квартир. Тогда y = 2x и z = x + 24.

Таким образом, из системы $\begin{cases} x + y + z = 160 \\ y = 2x \\ z = x + 24 \end{cases}$

получим $x = 34$, $y = 68$, $z = 58$.

**Задание № 7**. Пусть x — количество мешков, которые несет верблюд, а y — количество мешков, которые несет лошадь.

По условию x + 1 = 2(y –1) и x –1 = y + 1. Таким образом, если мы решим систему уравнений

$\begin{cases} x + 1 = 2(y-1) \\ x - 1 = y + 1 \end{cases}$ получим x = 7, y = 5.

## УРОК 8.16. МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №8

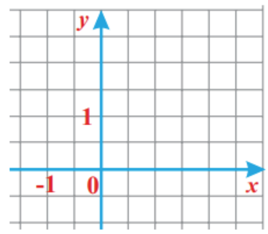
1. Решите методом подстановки систему линейных уравнений с двумя переменными:
   $\begin{cases} x - y = -10 \\ 2x + y = 34 \end{cases}$

   ______________________________

2. Решите методом сложения систему линейных уравнений с двумя переменными:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x + y = 21 \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений методом построения графиков: $\begin{cases} y = -x \\ y = 2x + 1 \end{cases}$




4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{5} = \frac{11}{40} \\ \frac{y}{7} - \frac{2x}{5} = \frac{24}{35} \end{cases}$$

5. При каком значении ***a*** система уравнений $\begin{cases} (a-8)x + ay = 8 \\ 2x + 3y = -10 \end{cases}$ имеет единственный корень?

6. При каком значении ***b*** система уравнений $\begin{cases} 7x + (b-2)y = 5 \\ (b-2)x + 7y = 5 \end{cases}$ имеет бесконечное множество корней?

7. При каком значении ***m*** система уравнений $\begin{cases} mx + 11y = 2 \\ 7x - y = -1 \end{cases}$ не имеет корней?

8. Если корнем системы уравнений $\begin{cases} bx + 2y = 13 \\ 7x - ay = 2 \end{cases}$ является пара чисел x=5 и y=-1, найдите ***a*** и ***b***.

9. Найдите два числа, сумма которых равна 56, а разность – 34?

10. У кроликов и уток на ферме 58 голов и 168 ног. Сколько кроликов и сколько уток на ферме?

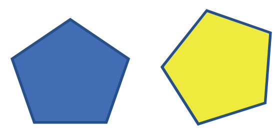
## РАЗДЕЛ IX. КОНГРУЭНТНОСТЬ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

| Стандарт подстандарт | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| **3.1.1. Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает.**<br><br>**3.2.2. Знает и применяет признаки конгруэнтности треугольника.** | 3.2.2. | **Урок 9.1.** Конгруэнтные треугольники | 1 | 187-188 |
| | 3.2.2. | **Урок 9.2.** Первый признак конгруэнтности треугольников | 1 | 189-191 |
| | 3.2.2. | **Урок 9.3.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.2.2. | **Урок 9.4.** Второй признак конгруэнтности треугольников | 1 | 192-194 |
| | 3.2.2. | **Урок 9.5.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.2.2. | **Урок 9.6.** Третий признак конгруэнтности треугольников | 1 | 195-197 |
| | 3.2.2 | **Урок 9.7.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.1.<br>3.2.2. | **Урок 9.8.** Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников | 1 | 198-199 |
| | 3.1.1. | **Урок 9.9.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 3.1.1.<br>3.2.2. | **Урок 9.10.** Обобщающие задания | 1 | 200 |
| | | **Урок 9.11. Малое суммативное оценивание № 9** | 1 | |
| | | **Итого** | **11** | |

## Урок 9.1. Конгруэнтные треугольники
(учебник, стр. 187)

**Стандарт 3.2.2.** Знает и применяет признаки конгруэнтности треугольника.
**Результат обучения**: определяет свойства конгруэнтных треугольников.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы**: учащиеся имеют представление о конгруэнтных (равных) фигурах из курса математики для младших классов. После некоторых вопросов и ответов о таких фигурах учащиеся могут выполнить следующее задание. Любой треугольник, нарисованный на листе бумаги, сложенном пополам (или более частей), вырезается ножницами. Исследуются, треугольники, полученные в каждом слое. Поместив один из этих треугольников поверх другого, учащиеся говорят, что они думают о соответствующих сторонах и углах. Таким образом, возникает понятие конгруэнтных треугольников.
**Объяснение учителя**: Вниманию учащихся предлагается определение, наименование, обозначение конгруэнтных треугольников. Учитель указывает, что особое внимание следует обращать на последовательность букв при наименовании конгруэнтных треугольников.
**Важные моменты**: В математике, когда мы говорим о равенстве чисел, мы имеем в виду разные варианты написания одного и того же числа. Например, написать $0{,}5 = \frac{1}{2}$ Две равные фигуры кажутся на первый взгляд совершенно одинаковыми фигурами. Например, как фигуры, данные на рисунке справа: если в результате движения (перемещения, поворота, вращения) эти фигуры можно наложить друг на друга так, что все соответствующие точки совпадут, то эти фигуры равны. Но эти фигуры не одинаковы, каждая — это самостоятельная фигура. Поэтому конгруэнтность фигур также дается как понятие равенства. Необходимо обратить внимание учащихся на этот момент (братья-близнецы – разные люди, хотя и полностью похожи друг на друга).



**Исследовательский вопрос**: *Какими свойствами обладают конгруэнтные треугольники?*

Для проведения исследования выполняются задания, данные в учебнике.
Рекомендации для некоторых задач:

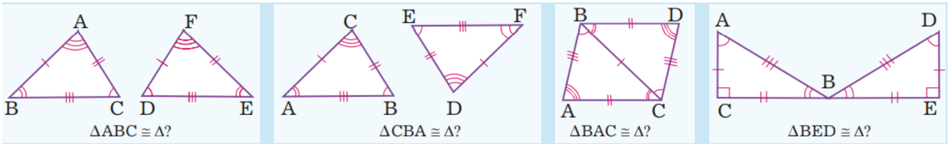
**Задание № 1**. Определенная последовательность соблюдается и в наименовании конгруэнтных треугольников. В треугольниках, приведенных на рисунке в учебнике, равные углы отмечены одинаковым количеством дуг. Называя треугольники, учащиеся должны уметь определять последовательность букв по количеству дуг, образующих равные углы.

a) $\Delta ABC \cong \Delta FED$, çünki $\angle A = \angle F$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle D$.

b) $\Delta CBA \cong \Delta DEF$, çünki $\angle C = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle A = \angle F$.

c) $\Delta BAC \cong \Delta CDB$, çünki $\angle ABC = \angle BCD$, $\angle BAC = \angle BDC$, $\angle ACB = \angle CBD$.

d) $\Delta BED \cong \Delta BCA$, çünki $\angle DBE = \angle ABC$, $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle E$.




**Задание № 4.** При рисовании треугольника ABC, конгруэнтного треугольнику MON, количество клеток и расположение вершин должны быть такими, как показано в учебнике.

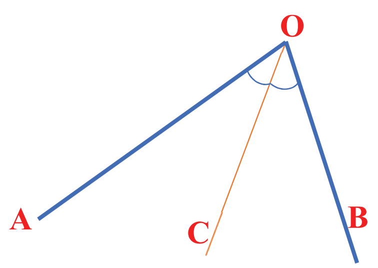
**Задание № 6.** Известно, что четырехугольники ABCD и MNPK конгруэнтны (равны). Здесь получаются конгруэнтные треугольники: $\Delta ABC \cong \Delta MNP$, $\Delta ADC \cong \Delta MKP$.

**Задание №7.** Проведите биссектрису OC угла AOB. В этом случае получаются 2 конгруэнтных угла.

a) $\angle AOC$ □ $\angle BOC$, так как эти углы имеют одинаковую величину;

b) углы $\angle AOC$ и $\angle AOB$ не конгруэнтны, так как $\angle AOB = 2\angle AOC$;

c) Углы $\angle AOB$ и $\angle COB$ не конгруэнтны, так как $\angle AOB = 2\angle COB$.




**Дифференциальное обучение**: учащиеся с низкими результатами обучения испытывают трудности с называнием конгруэнтных треугольников или указанием равных сторон и углов. Чтобы преодолеть этот недостаток, учитель может подготовить рабочие листы с дополнительными заданиями для этих учеников. Успешные ученики могут описывать конгруэнтные треугольники в более сложных ситуациях в заданиях.

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает полученные знания о конгруэнтных треугольниках.

**Оценивание** ● определение

**Уровень I:** Затрудняется определять признаки конгруэнтности треугольников; Показывает конгруэнтные треугольники, но не может правильно определить равные стороны и углы; Не может определить соответствующие стороны и углы.

**Уровень II:** Допускает ошибки при определении признаков конгруэнтности треугольников; Определяет конгруэнтные треугольники и определяет равные стороны и углы под руководством учителя.

**Уровень III:** свободно определяет равные стороны и углы конгруэнтных треугольников.

**Уровень IV:** Определяет признаки конгруэнтности треугольников в более сложных случаях.

## Урок 9.2.-9.3. Первый признак конгруэнтности треугольников (учебник, стр. 189)

**Стандарт 3.2.2.** Знает и применяет признаки конгруэнтности треугольника.
**Результат обучения**: Знает и применяет первый признак конгруэнтности треугольников.

**Продолжительность урока:** на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Задаются вопросы о сторонах какого-либо треугольника и углах между этими его сторонами. Выслушиваются мнения учащихся. На предыдущем уроке из бумаги были вырезаны конгруэнтные треугольники. Назовем эти треугольники ABC и A1B1C1. Накладывая эти треугольники друг на друга, учащиеся определяют, что вершины B и C первого треугольника совпадают с вершинами B1 и C1 другого треугольника соответственно. То есть, если две стороны одного треугольника и угол между ними совпадают с двумя сторонами другого треугольника и углом между ними в результате передвижения, то это наглядно свидетельствует о том, что эти треугольники полностью совпадают. Учитель просит учащихся объяснить результаты исследования. Выслушиваются мнения учащихся и учитель объясняет первый признак конгруэнтности треугольников. (Стороны треугольника и угол между ними можно отобразить на треугольнике, изображенном в компьютерной презентации или на доске.)
**Объяснение учителя**: Для проверки конгруэнтности треугольников не обязательно класть их друг на друга или проверять соответствие всех шести основных элементов (трех сторон и трех углов). Для этого достаточно проверить конгруэнтность нескольких основных элементов треугольников. Признаки конгруэнтности треугольников доказывают это.
*Признак конгруэнтности треугольников по двум сторонам и углу между ними*: Если две стороны одного треугольника и угол между ними равны двум сторонам другого треугольника и углу между ними, то эти треугольники конгруэнтны.
Обратите внимание, что два прямоугольных треугольника с конгруэнтными катетами конгруэнтны.

**Исследовательский вопрос**: *Как применяется первый признак конгруэнтности треугольников?*

Для проведения исследования можно выполнять задания из учебника в группах или парах.

Рекомендации для некоторых задач:

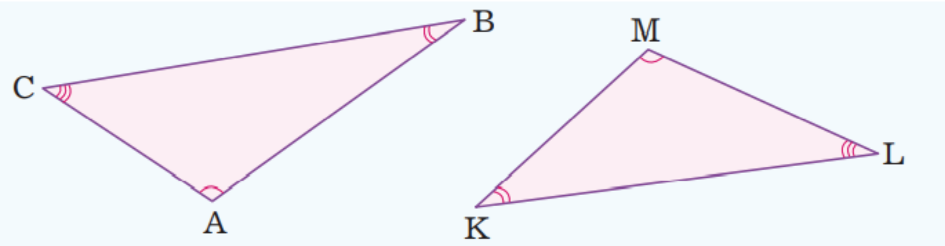
**Задание № 3**. Известно, что ΔABC ≅ ΔKLM ≅ ΔDEF. В таком случае: AB = KL = DE, AC = KM = DF, BC = LM = EF, ∠A = ∠K=∠D, ∠B = ∠L = ∠E, ∠C = ∠M = ∠F.

Таким образом, таблица должна быть заполнена следующим образом:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **ΔABC** | **AB = 6 см,<br>BC=12 см,<br>∠B = 105°** | **CB = 7,5 мм,<br>AC=5,4 мм,<br>∠C = 153°** | **AB = 1,5 дм,<br>CA=1,8 дм,<br>∠A = 25,6°** |
| **ΔKLM** | KL = 6 см,<br>LM = 12 см,<br>∠L = 105° | **ML = 7,5** мм,<br>**KM=5,4** мм,<br>**∠M = 53°** | KL = 1,5 дм,<br>MK=1,8 дм,<br>∠K = 25,6° |
| **ΔDEF** | DE = 6 см,<br>EF=12 см,<br>∠E = 105° | FE = 7,5 мм,<br>DF=5,4 мм,<br>∠F = 153° | **DE = 1,5** дм,<br>**FD=1,8** дм,<br>**∠D = 25,6°** |

**Задание №4.** Если мы продолжим стороны AB и AC треугольника ABC на длину этих сторон от точки A в противоположную сторону, мы получим треугольник, конгруэнтный этому треугольнику. Обосновывается I признаком конгруэнтности треугольников ABC ≅ AED

**Задание № 5.** По рисунку можно записать ΔABC ≅ ΔMKL. Чтобы ΔABC ≅ ΔKLM, вершину M нужно заменить на K, а вершину K — на M.




**Задание №10.** Начертите диаметры AB и CD окружности с центром O. Полученные треугольники AOC и BOD конгруэнтны. Конгруэнтность этих треугольников обосновывается учащимися по I признаку конгруэнтности.

Если сумма хорд BD и AC равна 24,6 см, то длина каждой хорды равна: 24,6 : 2 = 12,3 см = 123 мм

**Обобщение и вывод**: Учитель повторяет первый признак конгруэнтности треугольников и обобщает изученное о его применении.

**Оценивание** ● применение

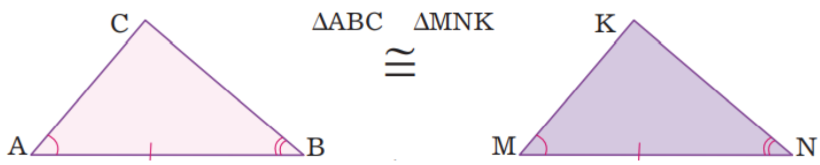
**Уровень I:** Знает первый признак конгруэнтности треугольников, с трудом его применяет; не может переключаться с одной единицы длины на другую.

**Уровень II:** Знает I признак конгруэнтности треугольников, допускает незначительные ошибки при его применении; переходит от одной единицы длины к другой, допуская небольшие погрешности.
**Уровень III:** Знает и свободно применяет I признак конгруэнтности треугольников; свободно переходит от одной единицы длины к другой.
**Уровень IV:** Знает и творчески применяет I признак конгруэнтности треугольников; Обосновывает при переходе от одной единицы длины к другой.

## Урок 9.4.–9.5. Второй признак конгруэнтности треугольников (учебник, стр. 192)

**Стандарт 3.2.2.** Знает и применяет признаки конгруэнтности треугольника.
**Результат обучения**: Знает и применяет второй признак конгруэнтности треугольников.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Для изучения темы учащиеся выполняют практическую работу, приведенную в учебнике. Два треугольника построены по длине одной стороны и двум углам. Один из полученных треугольников вырезается ножницами и кладется поверх другого. Наблюдая за положением этих треугольников, учащиеся высказывают свое мнение о полученных треугольниках.




**Важные моменты**: Обсудите с учащимися, верно ли, что точка C совпадает с другой точкой F, а не с K. В этом случае в помощь учащимся рисуется отрезок MФ. Спрашиваются мнения учащихся об углах KMN и FMN (по условию оба эти угла не могут быть равны углу A 60°). Выслушиваются мнения учащихся и учитель объясняет второй признак конгруэнтности треугольников. Противоположные, смежные стороны и углы отображаются через компьютер или на треугольнике.

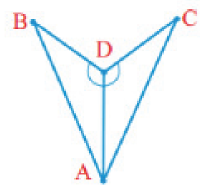
**Объяснение учителя**: Если одна сторона и два прилежащих к ней угла треугольника равны одной стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то эти треугольники конгруэнтны.

**Исследовательский вопрос**: *Как применяется второй признак конгруэнтности треугольников?*

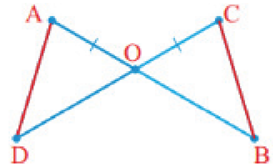
В целях проведения исследования задания в учебнике выполняются в группах.

Рекомендации к некоторым заданиям.

**Задание № 6**. Если луч AD является биссектрисой ∠CAB, то ∠DAB = ∠DAC. Следовательно, сторона AD и два прилежащих к ней угла треугольника ABD равны стороне AD (общей стороне) и двум прилежащим к ней углам треугольника ACD соответственно. Итак, ΔADB ≅ ΔADC.



**Задание** № 8. Необходимо нарисовать рисунок по условию задачи. Известно, что отрезки AB и CD равной длины пересекаются в точке O и AO = OC.

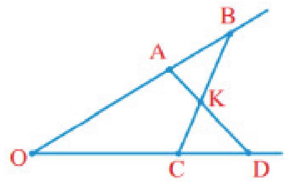



а) Углы AOD и COB равны, потому что они вертикальные. Поскольку AB = CD и AO = OC, OD = OB. Следовательно, две стороны треугольников AOD и COB и углы между ними равны (признак СУС), то есть $\Delta BOC \cong \Delta DOA$.

b) Поскольку $\Delta BOC \cong \Delta DOA$, соответствующие углы равны, т.е.

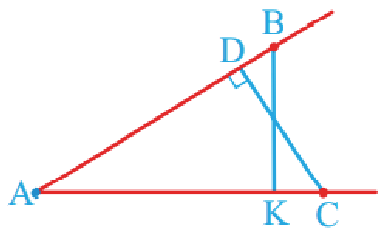
c) $\angle ABC = \angle ADC$

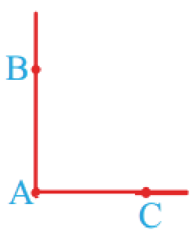
**Задание № 9.** а) По условию OA = OC и OB = OD. Следовательно, $\Delta AOD \cong \Delta COB$. Тогда соответствующие стороны этих треугольников равны, в частном случае AD = BC. b) Поскольку $\Delta AOD \cong \Delta COB$, $\angle OAD = \angle OCB$. Тогда углы, которые являются смежными углами этих углов $\angle DAB = \angle BCD$ .




**Задание № 10.** По заданным условиям рисуется рисунок для острых, прямых и тупых углов.

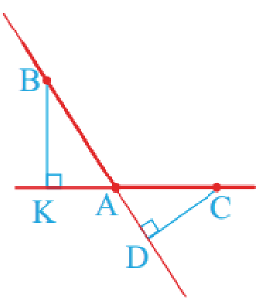
1) По условию $AB \cong AC$ и $\angle ADC \cong \angle AKB$. Угол A является углом обоих треугольников, тогда $\angle ABK \cong \angle ACD$. Таким образом, все три угла треугольников ABK и ACD равны, то есть эти треугольники конгруэнтны. Тогда сторона BK $\Delta ABK$ соответственно конгруэнтна стороне CD $\Delta ACD$.

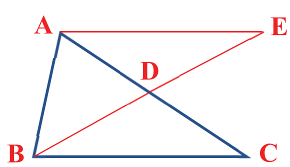



2) При $\angle BAC=90°$ эти перпендикуляры совпадают с отрезками AB и AC. В условии дается, что они равны.

3) В тупом угле перпендикуляры, проведенные из точек B и C, проведены к прямым AC и AB. В этом случае углы BAK и CAD являются вертикальными углами: $\angle BAK = \angle CAD$. Тогда и в этом случае треугольники ABK и ACD конгруэнтны. То есть BK = CD




**Задание № 12.** Проведем медиану BD из вершины B треугольника ABC, проведем ее из полученной точки D в точку E на противоположной стороне и отделим отрезок $DE \cong BD$. Полученные треугольники ADE и CDB конгруэнтны по I признаку кон-

груэнтности. Тогда углы BCA и EAC конгруэнтны (эти углы также являются внутренними накрест лежащими углами между параллелями и секущими).
Известно, что $\angle BAD = 48°$ и $\angle BCD = 50°$. По свойству равных треугольников $\angle EAC = \angle BCD = 50°$. Тогда $\angle BAE = 50° + 48° = 98°$

**Обобщение и вывод**: Учитель повторяет второй признак конгруэнтности треугольников и обобщает изученное о его применении.

**Оценивание** ● применение
**Уровень I:** Знает второй признак конгруэнтности треугольников, затрудняется его применить.
**Уровень II:** Знает второй признак конгруэнтности треугольников, допускает механические ошибки при его применении.
**Уровень III:** Знает и свободно применяет второй признак конгруэнтности треугольников.
**Уровень IV:** Знает и творчески применяет второй признак конгруэнтности треугольников.

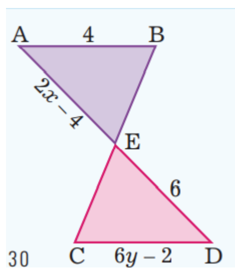
## Урок 9.6.-9.7. Третий признак конгруэнтности треугольников (учебник, стр. 195)

**Стандарт 3.2.2.** Знает и применяет признаки конгруэнтности треугольника.
**Результат обучения**: Знает и применяет третий признак конгруэнтности треугольников.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Выполняется деятельность, описанная в учебнике. При этом одинаковые треугольники, нарисованные в тетради в клетку, размещаются как на рисунке 2. В результате выполненной деятельности, используя предыдущие признаки конгруэнтности треугольников, определяется, что треугольники, у которых все три стороны соответственно равны, также конгруэнтны.
**Объяснение учителя**: Учитель выражает признак конгруэнтности треугольников по трем сторонам в виде утверждения.
Если три стороны одного треугольника равны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники конгруэнтны.
Доказательство этого утверждения можно поручить учащимся. Учитель также может задать определенное направление учащимся, использующим указания для доказательства и рисунок 3.

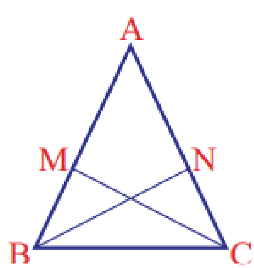
**Исследовательский вопрос**: *Как применяется третий признак конгруэнтности треугольников?*

Для проведения исследования выполняются задания в учебнике.
Рекомендации к некоторым заданиям:




**Задание № 5.** Треугольники ABE и DCE, изображенные на рисунке, равны. Тогда длины соответствующих сторон равны: из уравнений $2x - 4 = 6$ и $6y - 2 = 4$ получается $x = 5$ и $y = 1$.

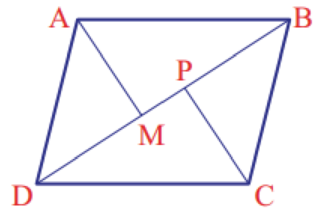
***Примечание:*** учащихся можно попросить указать равные стороны и углы в данных треугольниках.




**Задание № 7**. Известно, что $BN \cong CM$ и $BM \cong CN$. Тогда треугольники $\Delta BMC$ и $\Delta CNB$ конгруэнтны (по третьему признаку конгруэнтности треугольников). Тогда $\angle ABC \cong \angle ACB$, значит, $\Delta ABC$ равносторонний. То есть $AB \cong AC$.

**Задание № 8.** Так как $AD \cong BC$, $AB \cong CD$ и BD является общей стороной, то $\Delta ABD \cong \Delta CDB$. Тогда соответствующие углы равны $\angle DAB \cong \angle DCB$, $\angle DBC \cong \angle BDA$, $\angle ABD \cong \angle BDC$. Следовательно, $\angle BDC = 25°$. AM и CP являются биссектрисами, а

AM ≅CP, ∠DAM ≅ ∠MAB и ∠DCP ≅ ∠BCP. Так как ∠DAB ≅ ∠DCB,
∠DAM ≅ ∠BCP. Отсюда ΔADM ≅ ΔCBP, т.е. DM ≅ BP = 3 см.




**Задание № 11.** В этом задании выполняется практическая работа. Два куска доски прибиваются одним концом к неподвижной доске (если в классе нет такого оборудования, это задание можно выполнить в технологической комнате или показать в Power Point). Другие концы досок остаются свободными. В этом случае деревянные части могут быть передвинуты. Когда третья доска прикрепляется к свободным концам предыдущих, то их нельзя сдвинуть. Выслушиваются мнения учащихся о практическом использовании свойства прочности треугольника и приводятся примеры.
Видео, демонстрирующее это действие, размещено в учебнике в QR-коде.
**Важные моменты**: Изучая третий признак конгруэнтности треугольников, учащиеся выявляют его свойство устойчивости и его широкое применение в повседневной жизни. Учитель показывает учащимся инструменты, приспособления и т. д., изготовленные с использованием этого свойства треугольника. может поручить им подготовить презентацию об этом.
**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о третьем признаке конгруэнтности треугольников и его применении.

**Оценивание** ● применение
**Уровень I:** Знает III признак конгруэнтности треугольников, затрудняется его применить.
**Уровень II:** Знает III признак конгруэнтности треугольников, допускает небольшие ошибки при его применении.
**Уровень III:** Знает и свободно применяет III признак конгруэнтности треугольников.
**Уровень IV:** Знает III признак конгруэнтности треугольников и обосновывает при применении.

## Признаки конгруэнтности треугольников

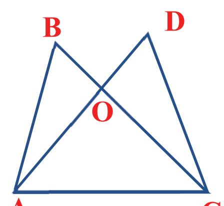


рисунок 1

**1.** Если ΔABC ≅ ΔMNP, ∠M= 45°, ∠B=53°, ∠C = 82°, вычислите ∠A + 2∠N - ∠P.

A) 60°  B) 69°  C) 70°  D) 45°

**2**. ΔABC ≅ ΔCDA, BO = DO = 5 см и 3AO = 2AC (рисунок 1). Найдите периметр треугольника AOC, если периметр треугольника ABC равен 45 см.

A) 35 см  B) 20 см  C) 45 см  D) 21 см

**3**. Если AB ≅ AC, ∠ BAD ≅ ∠ CAD и ∠ABD=42°, найдите ∠ACD (рис.2).

A) 38° B) 40° C) 42° D) 22°


рисунок 2

**4**. Если AB ≅ EF, CF ≅ AD, BC ≅ ED и ∠BCF = 85°, найдите ∠ADB (рис.3).

A) 95° B) 75° C) 90° D) 85°

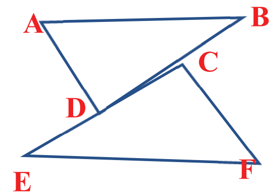



рисунок 3

**5**. Если AC=32 см, BC=18см и AC:BD=2:1, найдите периметр треугольника ADO (рис.4).

A) 20 см B) 42 см C) 30 см D) 18 см

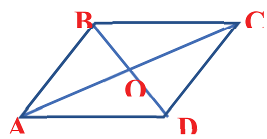



рисунок 4

**6**.Треугольники ABC и MNP конгруэнтны. Если AB=3,8 дм, BC=15 дм и AC=17,4 дм, найдите удвоенный периметр треугольника MNP.

A) 92,4 дм; B) 94 дм; C) 46,2 дм; D) 46,2 дм

**7**. Если ΔABD ≅ ΔCBD и ∠EAB = 142° (рис. 5), найдите градусную меру угла BCD.
A) 142°; B) 50°; C)38°; D) 30°.

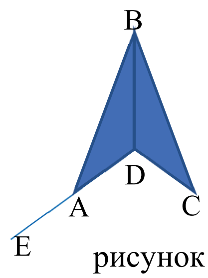



рисунок 5

**8**. Если ∠BAC ≅∠DAC (рис. 6), AB ≅ AD, ∠ACB = 73°, ∠ABC = 98°, CD = 15 см, найдите ∠ADC, ∠ACD и длину стороны BC.

A) 98°, 73° и 15 см; B) 146°, 98° и 15 дм;

C) 98°, 73° и 15 мм; D) 98°, 73° и 12 см

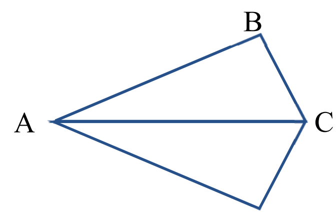



рисунок 6

**9**. Если ∠CAB ≅ ∠MNK, ∠ABC ≅ ∠NKM, AB ≅ NK, ∠ACB = 45°, ∠ABC = 72°, AB = 3 дм (рис. 7), найдите ∠NMK, ∠NKM и длину стороны NK.

A) 73°, 44° и 3 см; B) 90°, 98° и 5 дм;

C) 45°, 72° и 3 дм; D) 69°, 72° и 2 см.

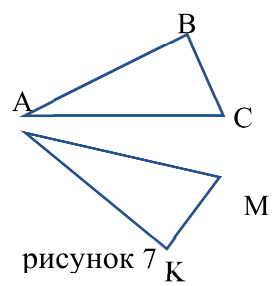


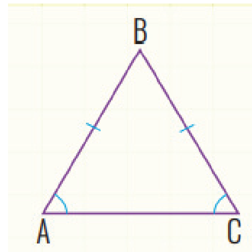

рисунок 7

## Урок 9.8.–9.9. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников (учебник, стр. 198)

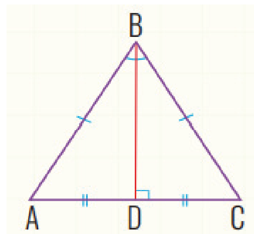
**Стандарт: 3.1.1.** Знает основные элементы треугольника и отношения между ними, геометрически их изображает.
**Результат обучения**: Знает и применяет свойства равнобедренного треугольника.

**Продолжительность урока**: на изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: В начале изучения темы в компьютерной презентации (или на доске) изображают равносторонний треугольник, его стороны и основание, вершину и углы, прилегающие к основанию. Затем учащиеся проводят биссектрису угла при вершине равностороннего треугольника и высказывают свое мнение о полученных треугольниках ABD и CBD. По первому признаку конгруэнтности треугольников утверждают, что эти треугольники конгруэнтны. Учитель обсуждает с учащимися конгруэнтность этих треугольников, какие другие элементы этих треугольников равны. Учащиеся озвучивают мысль о том, что углы, примыкающие к основанию, также равны. Таким образом, достигается свойство равенства углов, прилежащих к основанию равностороннего треугольника.
**Объяснение учителя**: Свойство равенства углов, прилежащих к основанию равностороннего треугольника, учитель выражает в виде утверждения. Условия и вывод утверждения уточняются. Доказательство утверждения (или теоремы) поручается ученикам. На следующем шаге определяется, что медиана равностороннего треугольника, проведенного из вершины, делит его на два равных треугольника (по признаку СУС). По конгруэнтности этих треугольников учащиеся определили, что углы ABD и CBD также равны, то есть медиана BD также является биссектрисой. Затем снова из сравнения этих треугольников определяется, что углы ADB и CDB являются смежными и равными углами, то есть $\angle ADB$ □ $\angle CDB = 90°$. Следовательно, медиана BD также является высотой. Таким образом, определяется то свойство, что медиана равностороннего треугольника является одновременно и биссектрисой, и высотой.
**Примечание**: конгруэнтные стороны равнобедренного треугольника являются его боковыми сторонами, а третья сторона является основанием этого треугольника. Любые остроугольные, прямоугольные и тупоугольные треугольники с двумя конгруэнтными сторонами являются равносторонними.

**Исследовательский вопрос**: *Как применяются свойства равнобедренных и равносторонних треугольников?*
Для проведения исследования выполняются задания из учебника.
С теми же рассуждениями изучается и свойство равностороннего треугольника. Доказательство этих свойств приведено в учебнике в QR-кодах.




СВОЙСТВО 1: Свойство углов, прилегающих к основанию равнобедрен-ного треугольника: углы, прилегающие к основанию равнобедренного треугольника, конгрээнтны. Поскольку AB ≅ CB в ΔABC, углы A и C, прилегающие к основанию, также равны: ∠A ≅ ∠C.




СВОЙСТВО 2: Свойство медианы, гипотенузы и высоты равностороннего треугольника: Медиана, гипотенуза и высота равностороннего треугольника совпадают.

В ΔABC AB ≅ CB, BD — медиана:

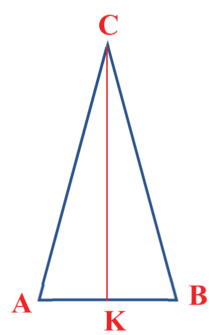
AD ≅ CD, BD —биссектриса: ∠ABD ≅ ∠CBD,

BD — высота: BD ⊥ AC.

Равносторонний треугольник – это треугольник, у которого все стороны конгрүэнтны.

СВОЙСТВО 3: Свойства медианы, биссектрисы и высоты в равностороннем треугольнике. В равностороннем треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведенные из каждой вершины, совпадают.

Рекомендации для некоторых задач:




**Задание №3.** Проведем биссектрису CK к основанию AB равнобедренного треугольника ABC. Поскольку биссектриса CK также является медианой, исполь-зуется свойство медианы:

a) 1) AB = 12 см;  AK = 6 см,  BK = 6 см.

2) AB = 25 мм; AK = 12,5 мм,  BK = 12,5 мм.

3) AB = 14,4 см,  AK = 7,2 см,  BK = 7,2 см.

b) 1) BK = 3,4 см; AB = 6,8 см,

2) BK = 5 мм;  AB = 10 мм,

3) BK = 4,45 см AB = 8,9 см.

**Задание №10.** Для определения углов каждого треугольника по рисунку учащиеся вспоминают свойства смежных, вертикальных углов и определяют углы, применяя свойства углов, прилежащих к основанию равностороннего треугольника.

a) По свойству смежных углов в ΔABC, ∠ACB = 180° – 125° = 55°,

∠ACB ≅ ∠BAC = 55° (так как они смежные углы),

∠B = 180° – (55° + 55°) = 70° (по сумме внутренних углов треугольника).

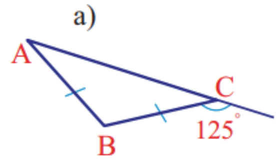
b) По свойству вертикальных углов в ΔDKC, ∠CDK = 44°,

∠CKD ≅ ∠CDK = 44° (они смежные углы), ∠C = 180° – (44° + 44°) = 92° .

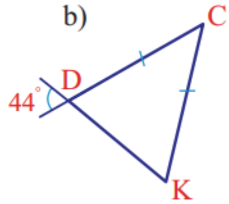
c) По свойству вертикальных углов в ΔTMP, ∠TMP = 32°,

∠MTP ≅ ∠MPT = (180° – 32°) : 2 = 74°.

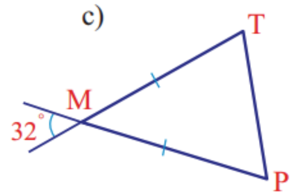
a)




b)



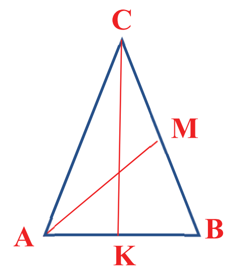

c)



**Задание № 11**. В равностороннем треугольнике ABD AB ≅ DB длина стороны равна 13 см, BC биссектриса, а AC = 4,2 см. Найдите периметр треугольника MNK.

**Задание №12.** По условию $P_{ABC}$ = 54 см, $P_{ABK}$ = 42 см, AB ≅ AC. Известно, что если AK — медиана, то BC ≅ KC.
Следовательно, P = AB + BC + AC = 2AB + BK + KC = 2AB + 2BK,
2 (AB + BK) = 54.
Следовательно, AB + BC = 27 см. Тогда
ΔABK к AK = PABK – (AB + BK) = 42 – 27 = 15 см.

**Задание №13**. Медиана равнобедренного треугольника ABC (AC ≅ BC) делит его периметр на части по 33 см и 42 см. Найдем длины сторон этого треугольника.




Мы рассматриваем два случая:
1) Медиана CK проведена из вершинного угла. При этом разделяемые части должны иметь одинаковый размер. Однако это невозможно, так как периметр разделен на части по 33 см и 42 см.
2) Медиана AM проведена к боковой стороне. В таком случае
AC + CM = 33 и AB + MБ = 42 или может быть
AC + CM = 42 и AB + MB = 33.

- ✓ Если AC + CM = 33 и AB + MB = 42, то в этих двух уравнениях, учитывая, что AC = 2· CM и CM = BM, мы можем записать CM = 33 : 3 = 11 см и AB = 42 – 11 = 31 см. В этом случае стороны треугольника ABC равны 22 см, 22 см и 31 см.
- ✓ Если AC + CM = 42 и AB + MB = 33, то в этих двух уравнениях по аналогичному правилу можно записать CM = 42 : 3 = 14 см и AB = 33 – 14 = 19 см. В этом случае стороны треугольника ABC равны
- ✓ 28 см, 28 см и 19 см.

**Дифференциальное обучение**: учащиеся с низкими результатами обучения должны уметь применять свойства равнобедренного треугольника в простом случае, даже если они не могут их доказать. Эти свойства равнобедренного треугольника наиболее часто применяются при решении задач. По этой причине их необходимо знать каждому ученику.

**Обобщение и выводы**: Учитель обобщает изученное о свойствах равнобедренных и равносторонних треугольников и их применении.

**Оценивание** ● применение

**Уровень I:** Знает свойства равнобедренных и равносторонних треугольников, не умеет их применять.

**Уровень II:** Знает свойства равнобедренных и равносторонних треугольников, допускает определенные ошибки при их применении.

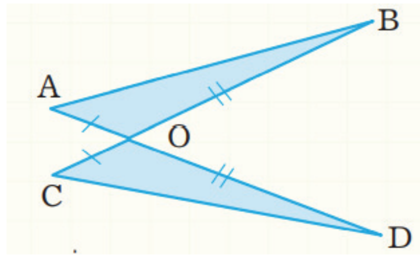
**Уровень III:** Знает свойства равнобедренных и равносторонних треугольников и свободно их применяет.

**Уровень IV:** Знает, применяет и обосновывает свойства равнобедренных и равносторонних треугольников.

## Урок 9.10. Обобщающие задания
(учебник, стр. 200)

Обобщающие задания, данные в конце раздела, выполняются учащимися в течение 1 занятия. Когда учащиеся решают эти задачи, они выполняют самооценивание и повторяют то, что они узнали на уроке.

**Задание №1**. На основе рисунка показать, что ΔAOB ≅ ΔCOD.
Как видно, AO ≅ CO и БO ≅ DO заданы. По свойству противоположных углов можно написать ∠AOB ≅ ∠COD. Тогда по признаку СУС конгруэнтности треугольников ΔAOB ≅ ΔCOD.




**Задание №2**. По данным рисунка показать, что ΔABD ≅ ΔACD.
Судя по обозначению,
∠BAD ≅ ∠CAD и ∠ADB ≅ ∠ADC. AD - общая сторона обоих треугольников. Тогда, согласно признаку конгруэнтности треугольников УСУ,
ΔABD ≅ ΔACD.

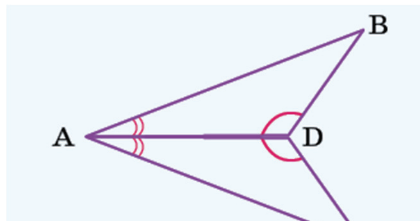


РИСУНОК 46

**Задание №3**. Если известно, что точка O является серединой отрезка AB, докажем, что ∠ACO ≅ ∠BDO. Как видно из рисунка, треугольники CAO и DBO являются прямоуголь-ными. Здесь дано, что ∠BOD ≅∠AOC и AO ≅ BO. Затем по знаку УСУ или признаку конгруэнтности прямоугольных треугольников ΔCAO ≅Δ DBO. Следовательно, ∠ACO ≅ ∠BDO.

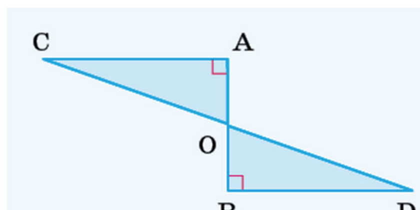
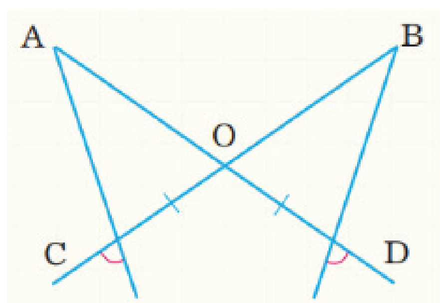


РИСУНОК 47

**Задание №4.** Докажем по данным на рисунке, что AO ≅ BO.
Очевидно, что CO ≅ DO и
∠ACO ≅∠BDO. Также по свойству вертикальных углов можно записать, что ∠AOC ≅ ∠BOD.
Отсюда по свойству УСУ
ΔAOC ≅ ΔBOD и AO ≅ BO.



## Равнобедренный треугольник. Обобщающие задания

**1.** Если известно, что один из углов, прилежащих к основанию равнобедренного треугольника, равен 70°, определите угол при вершине треугольника.
A) 140° B) 70° C) 40° D) 35°

**2.** Если длина медианы, проведенной из вершины A равностороннего треугольника ABD, равна 20,8 см, найдите его высоту, проведенную из вершины C.
A) 20,8 см B) 10,4 см C) 20 см D) 22 см

**3.** К основанию AB равнобедренного треугольника ABC проведена биссектриса CK. Если известно, что длина BK равна 12,5 см, определите длину основания AB.
A) 12,5 см B) 25 мм C) 12,5 дм D) 25 см

**4.** Известно, что в треугольнике ABC с периметром 78 см AB ≅ AC. AK является медианой. Найдите длину AK, если периметр треугольника ABK равен 49 см.
A) 10 см B) 29 см C) 20 см D) 39 см

**5.** Одна из сторон равнобедренного треугольника равна 13 см, а другая – 6 см. Найдите периметр этого треугольника.
A) 25 см B) 32 см C) 19 см D) 39 см

**6.** Периметр равнобедренного треугольника с основанием 15 см на 28 см больше боковой стороны. Найдите периметр этого треугольника.
A) 43 см B) 58 см C) 41 см D) 56 см

**7.** В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана BD = 16 см. Найдите периметр треугольника ABD, если периметр треугольника ABC равен 52 см.
A) 42 см B) 26 см C) 32 см D) 40 см

**8.** Найдите длину основания равнобедренного треугольника, боковая сторона которого больше основания на 3 см, а периметр больше основания на 37 см.
A) 20 см B) 17 см C) 18 см D) 22 см

**9.** Длина основания равнобедренного треугольника равна 16 см, а отношение боковой стороны к основанию равно 5 : 4. Найдите периметр этого треугольника.

A) 50 см B) 32 см C) 46 см D) 56 см

**10.** Медиана равнобедренного треугольника делит его периметр на части по 36 см и 48 см. Найдите длину большей стороны этого треугольника.

A) 20 см или 36 см B) 12 см или 20 см
C) 18 см или 24 см D) 20 см или 18 см

## УРОК 9.11. МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ №9

**1.** Если $\Delta BDK \cong \Delta AMP$, запишите равные стороны и равные углы.

---

**2.** Известно, что $\Delta ABC \cong \Delta DEK$. Если AB = 42 мм, AC = 6 см, EK = 0,08 м, найдите периметр каждого треугольника.

---

**3.** Известно, что $\Delta ABD \cong \Delta MNP$. Если AB = 145 мм, MP = 11,3 см, BD = 3,8 см, найдите сумму периметров этих треугольников.

---

**4.** Даны $\Delta MKP$ и $\Delta ABD$. Что можно сказать об этих треугольниках, если AB = 34 дм, MK = 3,4 м, $\angle M = 78°$ и $\angle A = 78°$, MP = 190 мм, AD = 19 дм?

---

**5.** ABC — равнобедренный треугольник. Если угол, прилежащий к его основанию, равен 54°, определите два других угла треугольника.

---

**6.** Длина высоты AD, проведенной из вершины A равнобедренного треугольника ABC, равна 2,2 см, длина основания BC равна 5,6 см. Найдите периметр треугольника ABC, если периметр треугольника ABD равен 8,4 см.

---

**7.** В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана BD длиной 24 см. Найдите периметр треугольника ABD, если периметр треугольника ABC равен 68 см.

---

## РАЗДЕЛ X. СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

| Стандарт и подстандарт | | Тема | Часы | Страница (учебник) |
|---|---|---|---|---|
| **1.1.4. Применяет в решении задач свойства объединения и пересечения множеств. 1.2.5. Применяет в решении простых задач формулы простого процентного роста и сложного процентного роста. 1.3.1. Проводит приблизительные расчёты в решении практических задач и проверяет достоверность полученных результатов. 4.1.1. Переводит единицы измерения одноименной величины из одной в другую. 4.2.1. Находит абсолютную и относительную погрешность результатов измерения.** | 4.2.1. | **Урок 10.1.** Задачи на погрешность. Абсолютная погрешность | 1 | 202-205 |
| | 4.2.1. | **Урок 10.2.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 4.2.1. | **Урок 10.3.** Относительная погрешность | 1 | 206-207 |
| | 4.2.1. | **Урок 10.4.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.5. | **Урок 10.5.** Задачи на проценты | 1 | 208-212 |
| | 1.2.5.<br>4.1.1. | **Урок 10.6.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.2.5.<br>4.1.1. | **Урок 10.7.** Задачи на проценты | 1 | |
| | 1.1.4. | **Урок 10.8.** Действия над множествами | 1 | 213-214 |
| | 1.1.4. | **Урок 10.9.** Выполнение заданий | 1 | |
| | 1.3.1.<br>2.3.1.<br>4.3.1. | **Урок 10.10.** Задачи на исследование | 1 | 215-217 |
| | | **Урок 10.11.** Выполнение заданий | 1 | |
| | | **Урок 10.12.** Выполнение заданий | 1 | |
| | | **Урок 10.13.** Выполнение заданий | 1 | |
| | | **Урок 10.14.** Выполнение заданий | 1 | |
| | | **Урок 10.15. Малое суммативная оценивание № 10** | 1 | |
| | | **Итого** | **15** | |

## Урок 10.1.– 10.2. Задачи на погрешность. Абсолютная погрешность (Учебник, стр.202)

**Стандарты: 4.2.1.** Находит абсолютную и относительную погрешность результатов измерения.
**4.1.1.** Переводит единицы измерения одноименной величины из одной в другую.
**Результат обучения** Применяет поиск абсолютной погрешности для решения задач.
**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Ставится вопрос о том, является ли измерение, произведенное с помощью различных измерительных приборов, точным или приблизительным. Используются измерительные инструменты учащихся (линейка, транспортир, термометр, весы, манометр и др.). Исследуется зависимость значения точности измерения от числа делений измерительного прибора.
**Ход урока**: Учитель демонстрирует такие инструменты, как линейка, транспортир, термометр, и с их помощью производятся измерения. Сравниваются результаты разных учеников. Исследуется степень точности средств измерений
**Вопрос исследования:** *Как определить абсолютную погрешность приблизительного значения?*
**Объяснение учителя**: В результате измерений могут быть получены различные приблизительные значения величины $a$. Каждое определенное приблизительное значение имеет свою абсолютную погрешность.
Модуль разницы между точным значением $a$ величины и приближенным значением $x$ называется абсолютной погрешностью приближенного значения: $|a - x|$.
Если обозначить наибольшую из этих абсолютных погрешностей через b, то в общем случае $|a - x| \leq$ b верно. В этом случае $a - b \leq x \leq a + b$. Наименьшее число b, удовлетворяющее этому неравенству, является наибольшей погрешностью. В результате $a = x \pm b$. Абсолютная погрешность показывает, насколько приближенное значение, полученное в результате измерений, отличается от истинного значения величины.
Примеры, приведенные в учебнике, объясняются, а задания выполняются в течение 2 уроков. В конце темы даны QR-коды для работы учащихся. Рекомендация для некоторых задач, данных в учебнике.
**Задание №3**. a) Если любое число от 6,5 до 7,5 на числовой прямой приблизительно равно 7, то наибольшая погрешность равна
0,5: $|7 - 6{,}5| = |7 - 7{,}5| = 0{,}5$.
b) Любое число от 7 до 9 считается приблизительно равным 8. В этом случае наибольшая абсолютная погрешность равна 1: $|8 - 7| = |8 - 9| = 1$.

Ответ: a) 0,5; b) 1.

**Задание № 4.** Если длина забора равна 12,5 м с точностью до 0,1 метра, число, обозначающее длину забора, лежит между числами 12,5 - 0,1 = 12,4 и 12,5 + 0,1 = 12,6:12,5± 0,1.

Ответ: 12,5 м и 12.6 м

**Важные моменты**: В задании №4 мы использовали написание 12,5 ± 0,1. Учитель дает информацию о знаке «±» и обращает внимание учащихся на то, что сумма и разность двух чисел записываются кратко с помощью этого знака.

**Задание № 5.** Ширина прямоугольника 600 ± 1 см с точностью до 1 см, то есть 599 < a < 600 см, а его длина 800 ± 1 см, то есть 799 < b < 800 см.
Тогда площадь прямоугольника равна:
599·799<S<600·800. 478601 < С < 481401

Ответ: 478601 (см2) < S < 481401 (см2).

**Задание № 6.** Пусть ширина прямоугольного параллелепипеда равна *a*, длина *b* и высота *c*.
Тогда a = 23 ± 2 см, b = 24 ± 2 см, c = 27 ± 2 см. 21 < a < 25, 22 < b < 26, 25 < c < 29. Тогда объем прямоугольного параллелепипеда равен
21 · 22 · 25 < V < 25 · 26 · 29. 11550 < В < 18850.

Ответ: 11550 (см$^3$) < V < 18850 (см$^3$).

**Задание № 7.** Поскольку значение деления термометра равно 0,2°, температура считается заданной с точностью до 0,1. Точное значение температуры воздуха может быть 18,6 ± 0,1, то есть между 18,5°C и 18,7°C.

Ответ: 18,5°C и 18,7°C.

**Задача № 9.** Известно, что $\frac{2}{3}$ = 0,666... Округлим это число до десятых, сотых и тысячных: 0,666... ≈ 0,7;  0,666... ≈ 0,67;  0,666... ≈ 0,667.
Абсолютная погрешность в первом случае:
$|\frac{2}{3} - 0{,}7| = |\frac{2}{3} - \frac{7}{10}| = |\frac{20}{30} - \frac{21}{30}| = |-\frac{1}{30}| = \frac{1}{30}$
Абсолютная погрешность во втором случае:
$|\frac{2}{3} - 0{,}67| = |\frac{2}{3} - \frac{67}{100}| = |\frac{200}{300} - \frac{201}{300}| = |-\frac{1}{300}| = \frac{1}{300}$ .
Абсолютная погрешность в третьем случае:
$|\frac{2}{3} - 0{,}667| = |\frac{2}{3} - \frac{667}{1000}| = |\frac{2000}{3000} - \frac{2001}{3000}| = |-\frac{1}{3000}| = \frac{1}{3000}$ .
Таким образом, абсолютная погрешность округления до тысячных была меньше.

**Задание № 10**. При выполнении задания учащийся должен уметь обосновать, что абсолютная погрешность, допускаемая для длины стола, больше. Итак, расстояние между городами в ближайшем случае 1 км = 1000 м. Погрешность в 1 м на этом расстоянии считается меньшей, чем, например, погрешность в 1 см в длине стола 2 м = 200 см: $\frac{1}{1000} < \frac{1}{200}$ .
Ответ: Измерение расстояния между городами более точно.
Практические задания, приведенные в учебнике в конце второго урока, выполняются в группах. С помощью штангенциркуля производятся различные измерения, и результаты обсуждаются. С помощью компьютера могут быть продемонстрированы другие инструменты, используемые для точных измерений.

**Важные моменты**: При округлении, например, запись 0,75 ≈ 0,8 всегда заинтересовывала учащихся. Подсчитав абсолютную погрешность, ученик понимает, почему берется 0,8, а не 0,7 при округлении 0,75 до десятых. Учитель должен обратить на это внимание учащихся.

*Дополнительные задачи, данные QR-кодом:*

**1.** На весах взвесили масло с точностью до 5 грамм и сахар с точностью до 3 грамм. Рассчитайте абсолютную погрешность массы продукта.


**2.** Числа, данные в таблице, запишите в виде десятичных дробей. Округлите полученные числа до сотых. Рассчитайте абсолютную погрешность с помощью калькулятора (округлите результаты до десятых).

| Число | Десятичная дробь (округлению) | Годовой процентный рост |
|---|---|---|
| $4\frac{3}{6}$ | | |
| $7\frac{1}{9}$ | | |
| $10\frac{3}{16}$ | | |

**3.** Сабина определила высоту окна 1,8 м с точностью до 5 мм, а Наргиз определила высоту двери 2,7 м с точностью до 1 см. У какой девочки измерения были более точными?

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о методах нахождения абсолютной погрешности, еще раз подчеркивает способы проверки результата приблизительных вычислений.

**Оценивание** ● Вычисление

**Уровень I**: Затрудняется делать приблизительные вычисления. Затрудняется в нахождении абсолютной погрешности.

**Уровень II**: Выполняет приблизительные вычисления, но допускает ошибки при проверке результата. Понимает понятие абсолютной погрешности, допускает небольшие ошибки при расчетах.

**Уровень III**: Свободно производит приблизительные вычисления и проверяет результат. Свободно вычисляет абсолютную погрешность.

**Уровень IV**: Вычисляет абсолютную погрешность и логически обосновывает свое мнение.

## Задачи на погрешность. Абсолютная погрешность

**1.** Округлите 19, 816 до десятых и рассчитайте абсолютную погрешность приближенного значения.

A) 0,016 B) 0,0016 C) 0,16 D) 19

**2.** Округлите 7, 4672 до сотых и рассчитайте абсолютную погрешность приближенного значения.

A) 0,028 B) 0,0028 C) 0,28 D) 2,8

**3.** Запишите $\frac{5}{6}$ в виде десятичной дроби и округлите полученное число до тысячных. Найдите абсолютную погрешность приближенного значения.

A) 0,00333 B) 0,3 C) 0,000333... D) 0,00333...

**4.** При расчете дробь $3\frac{7}{9}$ заменили десятичной дробью 3,78. Найдите абсолютную погрешность полученного числа.

A) 0,0223 B) 0,002 C) 0,02 D) 0,00222...

5. Для определения массы пачки чая отбирают и взвешивают несколько пачек. Полученные результаты: 245 г, 256 г, 254 г, 257 г, 250 г, 254 г, 256 г. Какая масса будет написана на пачке?
   A) 251 ± 6  B) 251 ± 3  C) 251 ± 4  D) 250 ± 3
6. Масса коробки конфет записана как 224 ± 3 г. Какова максимальная масса такой коробки?
   A) 225 г  B) 226 г  C) 227 г  D) 226 г

## Урок 10.3.– 10.4. Относительная погрешность
(учебник, стр.206)

**Стандарты: 4.2.1.** Находит абсолютную и относительную погрешность результатов измерения.
**4.1.1.** Переводит единицы измерения одноименной величины из одной в другую.
**Результат обучения:** Применяет вычисление относительной погрешности к решению задач.

**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: В заданиях об абсолютной погрешности, изучаемых на первом уроке, ставится задача нахождения относительной погрешности приближенного значения величины, т. е. отношения абсолютной погрешности к приближенному значению. Здесь обсуждается вопрос о качестве приближенного вычисления
**Объяснение учителя**: Относительная погрешность используется для определения качества измерения или приблизительного расчёта, округления. Относительная погрешность приближенного значения величины равна отношению значения абсолютной погрешности величины к модулю ее приближенного значения.
Относительная погрешность $= \frac{\text{абсолютная погрешность}}{|\text{приближенное знчение}|}$, т. е. $N = \frac{|a-x|}{|x|}$.
Относительная погрешность переводится в проценты: $N = \frac{|a-x|}{|x|} \cdot 100\%$.
В примере, приведенном в учебнике, вычисляются и сравниваются толщина человеческого волоса и допустимые относительные погрешности измерения расстояния от Земли до Луны. На основе этого примера (или других примеров) можно показать презентацию, сделанную учениками или учителем с помощью компьютерных программ.

**Исследовательский вопрос:** *Как определяется относительная погрешность приблизительной величины?*

Задачи, данные в учебнике, выполняются в течение 2-х уроков.
Рекомендации, данные для некоторых заданий в учебнике:

**Задание №1**. а) Округлим число 26, 345 до единиц: 26,345 ≈ 26.
Абсолютная погрешность в этом случае:|26,345 – 26| = 0,345, тогда относительная погрешность будет 0,345 : 26 ≈ 0,00007 = 0,007%.

b) Округлим число 26, 345 до сотых: 26,345 ≈ 26,35.
Абсолютная погрешность в этом случае: |26,345 – 26,35| = 0,005, относительная погрешность составляет 0,005 : 26,35 ≈ 0,0002 = 0,02%.
В этом случае абсолютная погрешность составляет: |26,345 – 26,35| = 0,005, а относительная погрешность: 0,005 : 26,35 ≈ 0,0002 = 0,02%.
Во втором случае относительная погрешность больше.
**Задание №2**. При округлении 3,65 до десятых правильнее записывать второе из равенств 3,65 ≈ 3,6 и 3,65 ≈ 3,7. Потому что в обоих случаях абсолютная погрешность одинакова, а во втором случае относительная погрешность меньше.
b) $N_1 = \frac{|3{,}65-3{,}6|}{|3{,}6|} \approx 0{,}139 > N_2 = \frac{|3{,}65-3{,}7|}{|3{,}7|} \approx 0{,}135$.

**Задание №3**. Заполним таблицу в соответствии с условиями:

| Количество | Десятичная дробь | Абсолютная погрешность | Относительная погрешность |
|---|---|---|---|
| $7\frac{5}{8}$ | 7,63 | 0,005 | 0,0007 = 0,07% |
| $\frac{37}{15}$ | 2,47 | 0,003 | 0,001 = 0,1% |
| $15\frac{9}{11}$ | 15,82 | 0,002 | 0,0001 = 0,01% |

**Задание №5**. Обозначим точное значение числа через *a*. Тогда по формуле нахождения относительной погрешности выйдет:
$N = \frac{|a-4{,}89|}{|4{,}89|} \cdot 100\% = 1\%$ və $\frac{|a-4{,}89|}{|4{,}89|} = 0{,}01$. Отсюда абсолютная погрешность: $|a - 4{,}89| = 0{,}0489 \approx 0{,}049$.

Ответ: 0,049.

**Задание №6**. Модуль разницы между показателем прибора 0,35 мм и точной толщиной конского волоса составляет 0,005 мм.
$|0{,}35-a| = 0{,}005$. В этом случае $a = 0{,}35 \pm 0{,}005$. а) поэтому результат измерения записывается как $a = 0{,}35 \pm 0{,}005$. б) Найдем относительную погрешность: N=0,005 : 0,35 ≈ 0,014 = 1,4%.
Ответ: а) $a = 0{,}35 \pm 0{,}005$; b) 1,4%.
**Задание №7**. Для заполнения таблицы применяются правила нахождения абсолютных и относительных погрешностей.
Дом Нармин: найдем относительную погрешность
$N = 0{,}1 : 12 = \frac{1}{120} \approx 0{,}008 = 0{,}8\%$.
Дом Угура: найдем абсолютную погрешность. $|a - 5| = 0{,}03$ и $a = 5 \pm 0{,}03$.
Дом Нигяр: найдем относительную погрешность.
$N = 0{,}02 : 8 = \frac{1}{400} \approx 0{,}0025 = 0{,}25\%$.
Дом Инаята: $N = 0{,}1 : 7 = \frac{1}{70} \approx 0{,}014 = 1{,}4\%$.
**Задание №8**. а) Масса грузовика 3 тонны = 3000 кг, а абсолютная погрешность этого измерения 100 кг. В этом случае относительная погрешность будет $N = 100 : 3000 = \frac{1}{30} \approx 0{,}03 = 3\%$

b) Если при измерении массы 5 г лекарства возникает абсолютная погрешность в 0,01 г., то N= 0,01 : 5 = $\frac{1}{500}$ ≈ 0,002 = 0,2%.

Таким образом, прибор, измеряющий массу препарата, более точен и чувствителен.

**Задание №9**. Скорость света в вакууме 299792,5 ± 0,4 км/сек = 299792500 ± 400 м/сек. В этом случае относительная погрешность будет

N = 400 : 299792500 ≈0,0000013 = 0,00013%.

Скорость звука в воздухе 331,63 ± 0,04 м/с. Тогда относительная погрешность будет N = 0,04 : 331,63 ≈0,00012 = 0,012%.

Как видим, в первом случае относительная погрешность меньше.

**Обобщение и вывод**: Учитель обобщает изученное о методах нахождения относительной погрешности, еще раз подчеркивает способы проверки результата приблизительных вычислений.

**Оценивание** ● Применение

**Уровень I**: Затрудняется делать приблизительные вычисления. Затрудняется найти относительную погрешность.

**Уровень II**: Выполняет приблизительные расчеты, но допускает ошибки при проверке результата. Понимает понятие относительной погрешности, допускает небольшие ошибки при вычислениях.

**Уровень III**: Свободно производит приблизательные вычисления и проверяет результат. Свободно вычисляет относительную погрешность.

**Уровень IV**: Вычисляет относительную погрешность, на основании которой дает представление о точности расчета.

## Урок 10.5.– 10.6. Задачи на проценты
(учебник, стр.208)

**Стандарт:** 1.2.5. Применяет в решении простых задач формулы простого процентного роста и сложного процентного роста

**Результат обучения.** Применяет формулу простого процентного роста для решения простых задач.

**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 2 часа.

**Постановка проблемы**: В курсе математики 6 класса учащиеся занимались решением задач, связанных с процентами. Задачи, приведенные в учебнике, связаны с поиском процента. По заданным условиям ученики сравнивают и определяют последнюю сумму, полученную Ахмедом и Сабиной из банка. Строится выражение, соответствующее условию задания, и записываются результаты $S = 10000\ (1 + \frac{20\cdot 1}{100}) = 12000$ или $S = 10000\ (1 + \frac{15\cdot 2}{100}) = 13000$.

В этих выписках начальная сумма $S_0 = 10000$, годовой процент роста r = 20% и 15%, n = 1 и n = 2 — периоды времени, в течение которых деньги находятся в банке.

**Объяснение учителя**: В исследованных случаях сумма, изъятая в конечном счете из банка, увеличивается на какой-то процент от первоначальной суммы, вложенной в банк. Такой тип задач считается задачами на простой процентный рост и выражаются следующей формулой.

Формулы расчета увеличения (уменьшения) простых процентов:

$$S_n = S_0\left(1 + \frac{r \cdot n}{100}\right) \left(S_n = S_0\left(1 - \frac{r \cdot n}{100}\right)\right)$$

Здесь $S_0$ — начальная сумма, $S_n$ — конечная сумма, $r$ — число, обозначающее годовую процентную ставку, $n$ — время.
Важно вывести эту формулу в результате совместных исследований с учениками. В этом случае учащиеся лучше понимают суть формулы.
**Важные моменты**: В некоторых случаях стартовая сумма со временем уменьшается. В этом случае приведенная выше формула записывается как $S_n = S_0\left(1 - \frac{r \cdot n}{100}\right)$. Например: любая сумма, положенная на счет за обслуживание клиентов, со временем уменьшается в обмен на оказанную услугу. В этом случае первоначальная сумма больше последующей суммы.
С применением формул объясняются задачи в объяснении темы в учебнике.

**Исследовательский вопрос:** *Как применяется формула простого процентного роста?*

Для проведения исследования задания, данные в учебнике, выполняются в группах.
**Рекомендации для некоторых задач**:
**Задание № 1**. По условию начальная сумма $S_0 = 300$ манатов, $r = 30\%$, $n = 5$. Согласно формуле простого процентного роста, $S_5 = S_0\left(1 + \frac{r \cdot n}{100}\right) = 300\left(1 + \frac{30 \cdot 5}{100}\right) = 750$ манатов. Итак, утверждение Илахи верно.

Ответ:750 манатов.

**Задание № 2**. В данной задаче для расчета суммы на счету вкладчика через 5, 8 и 10 лет необходимо применить формулу $S_n = S_0\left(1 + \frac{r \cdot n}{100}\right)$. Здесь $S_0 = 100\,000$ манатов, $r = 3\% = 0{,}03$ и $n = 5, 8, 10$ лет.

1) $S_5 = 100000(1+0{,}03 \cdot 5) = 115000$ манатов.
2) $S_8 = 100000(1+0{,}03 \cdot 8) = 124000$ манатов.
3) $S_{10} = 100000(1+0{,}03 \cdot 10) = 130000$ манатов.

Ответ: 115000 манатов, 124000 манатов, 130000 манатов.

**Задание № 3**. Эту задачу можно разделить на группы для определения $n$, $r$ и $S_0$ по формулам $S_n = S_0\left(1 + \frac{r \cdot n}{100}\right)$ и $S_n = S_0\left(1 - \frac{r \cdot n}{100}\right)$.

1-я группа: определяет $n$ из обеих формул
2-я группа: определяет $r$ из обеих формул
3-я группа: определяет $S_0$ из обеих формул

При преобразовании формул учитель может давать ученикам направление.

**I группа**: В каждой формуле определяет $n$.

a) $S = S_0(1 + \frac{rn}{100})$; $S = S_0 + S_0\frac{rn}{100}$; $S - S_0 = \frac{S_0 rn}{100}$; $n = \frac{100(S - S_0)}{S_0 r}$;

b) $S = S_0(1 - \frac{rn}{100})$; $S = S_0 - S_0\frac{rn}{100}$; $S_0 - S = \frac{S_0 rn}{100}$. $n = \frac{100(S_0 - S)}{S_0 r}$.

**II группа**: В каждой формуле определяет $r$.

a) $S = S_0(1 + \frac{rn}{100})$; $S = S_0 + S_0\frac{rn}{100}$; $S - S_0 = \frac{S_0 rn}{100}$; $r = \frac{100(S - S_0)}{S_0 n}$.

b) $S = S_0(1 - \frac{rn}{100})$; $S = S_0 - S_0\frac{rn}{100}$; $S_0 - S = \frac{S_0 rn}{100}$. $r = \frac{100(S_0 - S)}{S_0 n}$.

**III группа:** В каждой формуле определяет $S_0$.

a) $S = S_0(1 + \frac{rn}{100})$; $S_0 = S : (1 + \frac{rn}{100})$; $S_0 = S : \frac{100 + rn}{100}$; $S_0 = S \times \frac{100}{100 + rn}$; $S_0 = \frac{100S}{100 + rn}$.

b) $S = S_0(1 - \frac{rn}{100})$; $S_0 = S : (1 - \frac{rn}{100})$; $S_0 = S : \frac{100 - rn}{100}$; $S_0 = S \times \frac{100}{100 - rn}$; $S_0 = \frac{100S}{100 - rn}$;

**Задание № 4.** a) Известно, что n = 8 лет, S = 2000 манатов, S0 = 1000 манатов. r = ?

Определим r по формуле $S_n = S_0\,(1 + \frac{r\cdot n}{100})$: $S_n = S_0 + S_0\frac{rn}{100}$ и $S_n - S_0 = S_0\frac{rn}{100}$.

Отсюда, получаем уравнение $r = \frac{100(S-S_0)}{S_0 n}$. $r = \frac{100(2000-1000)}{1000\cdot 8} = 12{,}5\%$.

b) По условию известно, что r = 18%, S = 7316 манатов, $n$ = 1 год.
Определим $S_0$ из формулы простого процентного роста: $S_0$ = 100S/(100+rn) = (100·7316)/(100+1·18) = 6200 манатов.

Если в банк положить деньги в размере 6200 манатов с годовым увеличением на 20%, то через 2 года будет получена следующая сумма:
S2 = S0(1+ рн/100 ) = 6200(1+ (20·2)/100 ) = 8680 манатов.

Ответ: a) 12,5%,
b) 8680
c) **Задание № 5.**

1) **I банк**: $S_0 = 3000$ (ман.), $n = 2$ (года), $S = 3840$ (ман.), $r = ?$

$$r = \frac{100(S-S_0)}{S_0\cdot n} = \frac{100(3840-3000)}{3000\cdot 2} = 14\%$$

2) **II банк**: $r = 25\%$, $n = 4$ (года), $S = 4000$ (ман.), $S_0 = ?$

$$S_0 = \frac{100S}{100+rn} = \frac{100\cdot 4000}{100+25\cdot 4} = 2000 \text{ (ман.)}$$

3) **III банк**: $r = 15{,}3\%$, $S_0 = 5000$ (ман.), $S = 7295$ (ман.), $n = ?$

$$n = \frac{100(S-S_0)}{S_0 n} = \frac{100(7295-5000)}{5000\cdot 15{,}3} = \frac{229500}{76500} = 3 \text{ года}$$

4) **IV банк**: $r = 11{,}5\%$, $S_0 = 7000$ (ман.), $n = 10$ (лет), $S = ?$

$$S = S_0(1+\frac{rn}{100}) = 7000(1+\frac{11{,}5\cdot 10}{100}) = 15050 \text{ (ман.)}$$

Основываясь на таблицу, рассмотрим следующие вопросы:

a) Сумма в 3000 манатов, вложенная в I банк на 1 год, увеличится до 3420 манатов.

$$S = S_0(1+\frac{rn}{100}) = 3000(1+\frac{1\cdot 14}{100}) = 3420 \text{ (ман.)}$$

b) Определим, сколько процентов на сумму в 7000 манатов должен выдать III банк за 6 месяцев:
Согласно условию: $S_0 = 7000$ (ман.), $n = 6$ (месяцев) $= 0{,}5$ (года), $r = 15{,}3\%$.

$$S = S_0(1+\frac{rn}{100}) = 7000(1+\frac{15{,}3\cdot 0{,}5}{100}) = 7535{,}5 \text{ (ман.)}$$

c) Определим, какую сумму должен будет выплатить II банк за начальную сумму, указанную в таблице, через четыре года с 20% ростом каждый год:

$$S = S_0\left(1+\frac{rn}{100}\right) = 2000\left(1+\frac{20\cdot 4}{100}\right) = 3600 \text{ (ман.)}$$

**Ответ**: a) 3420 манатов; б) 7535,5 манатов; 3600 манатов

**Задание № 8.** a) Согласно условию $S_0$ = 1000 (манатов), r% = 5% = 0,05, S = 800 (манатов), n = ? Воспользуемся формулой S = S0 (1 – r% · n):

$n = \frac{S_0-S}{S_0\cdot r} = \frac{1000-800}{1000\cdot 0{,}05} = 4$ (месяца).

b) $S_0$ = 1000 ман. $r$ = 5% = 0,05, S = 700 ман., $n$ = ?

$$n = \frac{S_0-S}{S_0\cdot r} = \frac{1000-700}{1000\cdot 0{,}05} = 6 \text{ (месяцев)}.$$

c) $S_0 = 1000$ ман. $r = 5\% = 0{,}05$, $S = 400$ ман., $n = ?$

$$n = \frac{S_0 - S}{S_0 \cdot r} = \frac{1000 - 400}{1000 \cdot 0{,}05} = 12 \text{ (месяцев).}$$

d) $S_0 = 1000$ ман. $r = 5\% = 0{,}05$, $S = 100$ ман., $n = ?$

$$n = \frac{S_0 - S}{S_0 \cdot r} = \frac{1000 - 100}{1000 \cdot 0{,}05} = 18 \text{ (месяцев).}$$

Ответ: a) 4 месяца, b) 6 месяцев, c) 12 месяцев, d) 18 месяцев.

**Задание № 9.** Поскольку процентная ставка указывается ежегодно, формула записывается как n = 8 месяцев = $\frac{2}{3}$ года.

$S = 800(1+0{,}01 \cdot 8)=864$ манатов.

Ответ: 864 маната.

**Задание № 10.** В данной задаче $S_0 = 6500$ манатов, $S_n = 50000$ манатов, $r = 6\% = 0{,}06$, $n = 10$ лет.

$S = 32000(1 + 0{,}06 \square 10) = 51200$ манатов.

Ответ: родители получат необходимую сумму

**Задание № 11.** . $S = 7000$ манатов,

$S_0 = 4500$ манатов, $n = 5$лет, $r = ?$

$$r = \frac{100(S - S_0)}{S_0 n} = \frac{100(7000 - 4500)}{4500 \cdot 5} \approx 11{,}11\% \approx 12\%.$$

Ответ : ≈ 12%.

**Задачи QR-кода:**

1. Какая первоначальная сумма была вложена в банк, если эта сумма, вложенная в банк, который дает 9% годовой простой рост, составляет через 4 месяца 5000 манатов?
2. Через сколько лет 8000 манатов, вложенные в банк, составят 20000 манатов при простом ежегодном росте в 15%?
3. Сколько денег нужно положить в банк, дающий 0,5% дохода в месяц при простом росте, чтобы через 3 года на счету было 59 000 манатов?
4. Через сколько лет 50 000 манатов, вложенные в банк, который дает годовой простой рост 8%, вырастут в два раза?

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает изученное, повторяя простую формулу процентного роста и задачи, в которых она применяется.

**Оценивание** ● Применение

**Уровень I**: Затрудняется применить простую формулу процентного роста для решения простых задач.

**Уровень II**: Делает определенные ошибки, применяя формулу простого процентного роста для решения простых задач.

**Уровень III**: Свободно применяет формулу сложных процентов для решения простых задач.

**Уровень IV**: Применяет формулу сложных процентов удобным способом для решения простых задач.

## Простой процентный рост

**1**. Сабир взял в банке кредит в размере 5000 манатов с простой процентной ставкой 15% годовых. Сколько денег Сабир должен вернуть банку через 2 года?

A) 5500 ман. B) 6500 ман.
C) 6000 ман. D) 6300 ман.

**2.** Вклад в размере 4300 манатов в банке увеличивается на 12% в год при простом росте. Какой будет эта сумма через 3 года?

A) 5848 ман. B) 5500 ман. C) 5800 ман. D) 5284 ман.

**3.** Какая сумма, вложенная в банк, дающий 8% годовых при простом процентном росте, через 2 года составит 4640 манатов?

A) 3500 ман. B) 4500 ман. C) 4000 ман. D) 4200 ман.

**4.** Наргиз положила на свой счет 2000 манатов для оказания определенной услуги. В обмен на предоставленную услугу эта сумма уменьшается на 6% каждый месяц. Через сколько месяцев сумма на счету будет 800 манатов?

A) 8 месяцев B) 6 месяцев D) 10 месяцев C) 12 месяцев

**5.** Теймур положил в банк определенную сумму денег. Этот банк дает 7% простого процентного роста каждый год. Через год Теймур снял со своего счета 500 манатов, а половина денег осталась у него в банке. Сколько денег будет на счету Теймура через 2 года?

A) 1140 ман. B) 1200 ман. C) 1000 ман. D) 1250 ман.

**6.** Хозяин дачи взял в кредит в банке, который дает годовую прибавку 8% простого процентного роста, 140 000 манатов на строительство дома. Какую сумму он должен вернуть банку через 2 года?

A) 150000 ман. B) 162400 ман. C) 160000 ман. D) 155000 ман.

**7.** Сумма, вложенная в банк, увеличивается на 10% каждый год с простыми процентами. Через сколько лет первоначальная вложенная сумма увеличится в 3 раза?

A) 20 лет B) 15 лет C) 10 лет D) 12 лет

## Урок 10.7. Задачи на проценты
(учебник, стр. 211)

**Стандарт:** 1.2.5. Применяет в решении простых задач формулы простого процентного роста и сложного процентного роста.
**Результат обучения.** Применяет формулы сложного процентного роста для решения простых задач.

**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 1 час.
**Постановка проблемы**: Выполняя задачу, приведенную в учебнике, учащиеся, в отличие от простой процентной формулы, определяют окончательную сумму, находя ежегодное увеличение на определенный процент суммы за предыдущий год. Выслушиваются мнения учащихся о том, чем этот расчет отличается от простой формулы процентного роста.

**Исследовательский вопрос:** *Как применяется формула сложного процентного роста?*

**Объяснение учителя**:
В исследованных случаях сумма, изъятая из банка, увеличивается на какой-то процент от суммы предыдущего года, а не от первоначальной суммы, вложенной в банк. Задачи такого типа считаются процентными задачами на сложный процентный рост и выражаются следующей формулой.
Формулы для расчета сложного процентного роста:

$$S_n = S_0\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \text{ или } S_n = S_0\left(1 + r\%\right)^n$$

Здесь $S_0$— начальная сумма, $S_n$ — конечная сумма, $r$ — число, обозначающее годовую процентную ставку, $n$ — время.
Для проведения исследования задания, данные в учебнике, выполняются в группах.

**Рекомендации для некоторых задач:**

**Задание № 1**. Определим, используя формулу $S_n = S_0\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$:
$S_2 = 700\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = 847$ манатов.

**Задание № 2.** По простой формуле процентного роста: если $S_0 = 50000$ (манатов), r = 7%, n = 3,
$S_n = S_0\left(1 + \frac{r \cdot n}{100}\right) = 50000\left(1 + \frac{7 \cdot 3}{100}\right) = 69500$ манатов.
Согласно формуле сложного процентного роста: если $S_0 = 50000$ (манатов), r = 10%, n = 2, то $S_2 = 50000\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = 60500$ манатов.
Судя по всему, суммы были одинаковыми. Так как коммерческий банк выдает эту сумму на более короткий срок, этот банк приносит больший доход клиенту.

**Задание № 3.** Согласно условию $S_3 = 100$ млн., $n = 3$ года, $r = 25\% = 0{,}25$.
$S_0 = ?$

$S_3 = S_0(1 + 0{,}25)^3$ Отсюда $S_0 = \frac{100000000}{1{,}25^3} \frac{100000000}{1{,}953125} = 51200000.$

Ответ: 51200000.

**Задание № 4.** Согласно условию $r\% = 12{,}5\%$, $S_0 = 5000$ (манатов).
a) Если будет $n = 6$ (месяцам) = 0,5 (года), то $S = 5000\ (1 + 0{,}125 \cdot 0{,}5) =$ 5312,5 (манатов)
b) Если будет $n = 15$ (месяцев) = 1,25 (года) , то $S = 5000\ (1 + 0{,}125 \cdot 1{,}25) =$ 5781,25 (манатов).

Ответ: a) 5312,5 манатов, b) 5781,25 манатов.

задание QR-кода:
Ситуационная задача: На основе таблицы исследуйте следующие вопросы:

| No | Банк | Годовой процентный рост | Сумма (манат) | Срок | Тип процентной формулы |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | I банк | 15% | 3 000 | 1 мес. | простая |
| 2 | II банк | 11,5% | 3 000 | 12 года | простая |
| 3 | III банк | 12,3% | 5 000 | 2 года | сложная |
| 4 | IV банк | 14% | 10 000 | 3 года | сложная |

Сделайте расчет с помощью калькулятора.

a. Какой суммой при данных условиях станет сумма, вложенная в банки I и II с простой процентной ставкой, в конце периода, указанного в таблице?
b. Какой суммой при данных условиях станет сумма, вложенная под сложные проценты в банки III и IV, в конце периода, указанного в таблице?
c. Если сумму в 4000 манатов вложить в банк, дающий как простые, так и сложные проценты с годовой прибавкой 15%, в какую сумму она превратится через 2 года? Какое из этих увеличений более прибыльно?
d. Какой суммой через 3 года станут 5000 манатов, вложенных в банк, дающий прирост в размере 10% от вложенной суммы каждый год?

**Важные моменты**: Формулы простого и сложного процентного роста чаще всего применяются в банковских делах. Ученики должны быть в состоянии определить, какую формулу применить, исходя из условия задачи. Преподаватель должен обратить их внимание на то, что банки обычно предлагают простую формулу роста процентов при принятии вкладов и формулу сложного процентного роста при выдаче кредитов. Формулы простого и сложного процентного роста несколько сложны для учащихся с низкими результатами обучения. Учитель может составлять более простые вопросы в соответствии с их уровнем.
**Обобщение и вывод**: Учитель резюмирует изученное, повторяя формулу сложного процентного роста и задачи, в которых она применяется.

**Оценивание** ● Применение

**Уровень I**: С трудом применяет формулу сложного процентного роста к решению простых задач.
**Уровень II**: Делает определенные ошибки при применении формулы сложного процентного роста к решению простых задач.
**Уровень III**: Свободно применяет формулу сложного процентного роста для решения простых задач.
**Уровень IV**: Применяет формулу сложного процентного роста для решения задач удобным способом.

## Сложный процентный рост

**1.** Сколько манатов составит 7000 манатов, вложенных в банк, который дает 10% сложного процентного роста каждый год, через 3 года?
A) 9000 ман. B) 9317 ман. C) 9500 ман. D) 8624 ман.

**2.** Население города растет в среднем на 2% в год. Если население города через 3 года составит 1061208 человек, то сколько человек составляло население города вначале?
A) 1000000 B) 100000 C) 1002000 D) 900000

**3.** Сумма, размещенная в банке, увеличивается на 10% ежегодно с начислением сложных процентов. Через сколько лет первоначальная вложенная сумма увеличится в 1,21 раза?
A) 3 года B) 4 года C) 2 года D) 1 год

**4.** Увеличили число 51,2 три раза на тот же процент, а затем уменьшили полученное число три раза на тот же процент. В итоге получилось 21,6. Найдите процент увеличения и уменьшения.
A) 40% B) 20% C) 30% D) 50%

**5.** Определенная сумма, вложенная в банк, дающий 20% годовых по сложным процентам, через 2 года превратилась в 7200 манатов. Сколько манатов было первоначально внесено в банк?
A) 5000 ман. B) 5500 ман. C) 6000 ман. D) 4800 ман.

**6.** Площадь, отведенная под пастбища, составляет 35 га и ежегодно увеличивается в среднем на 3%. Через 3 года сколько гектаров будет отведено под пастбища? Округлите ответ до целого числа.
A) 39 га B) 38 га C) 40 га D) 37 га

## Урок 10.8.–10.9. Действия над множествами
(учебник стр.213)

**Стандарт:** 1.1.4. Применяет в решении задач свойства объединения и пересечения множеств.
**Результат обучения.** Знает и применяет свойства объединения и пересечения множеств.

**Продолжительность урока:** На изучение предмета отводится 2 часа.
**Постановка проблемы**: Задание, данное в упражнении, выполняется учащимися. Учитель контролирует их работу. Условия деятельности могут быть реализованы на доске. Выполняя задание, учащиеся вспоминают объединение, пересечение множеств, диаграммы Эйлера, определение количества элементов объединения.

**Исследовательский вопрос:** *Какими свойствами обладают действия над множествами?*
На доске записываются множества A = {a, b, m, k, l}; B = { b, c, d, k, n};
C = {a, c, m, k}. Учитель делит учащихся на 4 группы.
Проверяют, что уравнения удовлетворяются -I группа: $A \cup B = B \cup A$.
II группа: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$. III группа: $A \cap B = B \cap A$. IV группа: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$. Группы представляют свои работы, проводятся обсуждения.
**Объяснение учителя:** Чтобы найти количество элементов объединения двух конечных множеств, он обращает внимание учеников на формулу $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ и дает сведения о свойствах операций над множествами.
В качестве продолжения исследования выполняются задания из учебника.
Рекомендации для некоторых задач:
**Задание № 5.** Обозначим подписчиков газет через A, а подписчиков журналов через B. По условию $n(A) = 75$; $n(B) = 26$; $n(A \cap B) = 18$. Количество всех семей, проживающих в здании, равно количеству объединения множеств A и B. $n(A \cup B) = n(A) + n$
$(B) - n(A \cap B) = 75 + 26 - 18 = 83$.

Ответ: 83 семьи.

**Задание № 6.** Учащиеся, сдающие норматив по бегу, относятся к группе A, учащиеся, сдающие норматив по прыжкам, относятся к группе B.
a) По условию 7 человек сдали и то, и другое, а 11 человек сдали только норматив по бегу. Таким образом, общее количество людей, сдающих нормативы, составляет 11 + 7 = 18 человек.
b) Общее количество сдающих норматив по прыжкам в высоту составляет 25 – 11 = 14 человек.
c) Чтобы найти количество людей, сдавших только норматив по прыжкам в высоту, вычтите из общего числа количество людей, сдавших оба норматива: 14 – 7 = 7 (человек).

Ответ: a) 18 человек; b) 14 человек; c) 7 человек.

**Задание № 7.** По условию $n(A) = 27$; $n(B) = 35$ и $n(A \cap B) = 6$. Тогда $n(A \cup B) = 27 + 35 - 6 = 56$ Итак, 61 – 56 = 5 учащихся не коллекционируют медали и марки.

Ответ: 5 человек.

**Дифференциальное обучение:** При решении задач класс делится на группы со слабыми и высокими результатами обучения. Задания, соответствующие уровню каждой группы, сгруппированы и даны им на рабочих листах. Ученики с высокими результатами обучения, помимо выполнения своего задания, также проверяют работу других групп и дают им необходимые указания. Учитель контролирует их работу. Диаграммы

Эйлера-Венна можно более наглядно проиллюстрировать на интерактивной доске.

**Обобщение и вывод:** Учитель обобщает свойства операций над множествами, повторяя формулы нахождения объединения элементов множеств.

**Оценивание** ● Применение

**Уровень I**: Не знает свойств объединения и пересечений множеств; затрудняется применять свойства объединения и пересечения множеств для решения задач.

**Уровень II**: Нуждается в помощи при применении свойств объединения и пересечения множеств для решения задач; применяет свойство пересиавления объединения и пересечения множеств, испытывает затруднения при применении свойства группирования.

**Уровень III**: Свободно применяет свойства объединения и пересечения множеств для решения задач.

**Уровень IV**: Применяет свойства объединения и пересечения множеств для решения задач различными способами.

## Операции над множествами

**1.** Учитывая данные на рисунке 1, запишите элементы множества A ∩ C.

A) {9, m, k, 11}  B) {3, m, k, s}

C) {n, d}  D) {m, s}

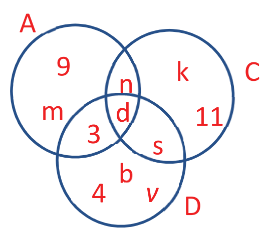



Рисунок 1

**2**. Учитывая данные на рисунке 1, запишите элементы множества A ∪ C.

A) {9, m, k, d, 11}  B) {3, m, k, a}

C) {n, d, m}  D) {9, m, 3, n, d, s, k, 11}

**3**. Учитывая данные на рисунке 1, запишите элементы множества A ∪ D.

A) {9, m, 3, n, d, 4, b, y, s}  B) {3, m, k, s, d}

C) {n, d, m, y, 4}  D) {9, m, 3, f, d, s, k, 11}

**4**. Учитывая данные на рисунке 1, запишите элементы множества C ∩ D.

A) {d, 4, b, y, s}  B) {d, s}

C) {n, d, m, y, 4, 11}  D) {9, m, 3, k, 11}

**5**. Учитывая данные на рисунке 1, запишите элементы множества A ∩ C ∩ D.

A) {4, b, y, s}  B) {d}

C) {n, d, m, 9, 11}  D) {2, n, d, s}

**6**. Учитывая данные на рисунке 1, запишите элементы множества A / D.

A) {9, m, n}  B) {4, b, y}

C) {n, d, m, s, 4}  D) {9, d, s, k, 11}

**7**. Учитывая данные на рисунке 1, напишите количество элементов множества n(A∪D∪C).
A) 10 B) 6 C) 5 D) 11

**8**. Если n(A) = 15, n(B) = 33 и n(A ∩ B) = 12, то n(A ∪ B) = ?
A) 48 B) 36 C) 30 D) 12

**9**. Если n(M ∪ K) = 54, n(M) = 38, n(K) = 43, n(M ∩ K) = ?
A) 81 B) 20 C) 27 D) 54

**10**. Из 61 ученика 27 занимаются коллекционированием медалей, 35 - коллекционированием марок. 6 учеников собирают и медали, и марки. Сколько учеников не собирают ничего из этого?

A) 5 B) 7 C) 6 D) 8

## Урок 10.10.– 10.14. Задачи на исследование
(учебник, стр.215)

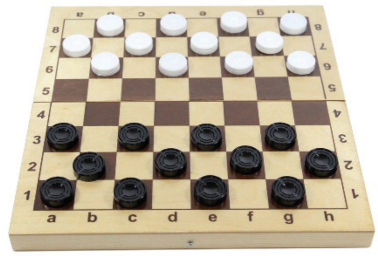
**Стандарты:** 1.3.1. Проводит приблизительные расчёты в решении практических задач и проверяетдостоверность полученных результатов.
2.1.1. Составляет в соответствии с бытовой ситуацией линейное уравнение или системудвух линейных уравнений с двумя переменными.
2.3.1. Выражает в виде линейной функции зависимость между длиной пройденного путии временем при прямолинейном равномерном движении и зависимость междутемпературой по Цельсию и температурой по Фаренгейту.
4.1.1. Переводит единицы измерения одноименной величины из одной в другую.
**Результат обучения.** Исследовательские вопросы посвящены различным темам. Решая эти задачи, учащийся приобретет навыки проведения приблизительных вычислений, составления и решения уравнения по условию задачи, определения зависимости от времени пути, пройденного при равномерном прямолинейном движении, и умение переводить из одной единицы измерения одноименных величин в другую.

**Продолжительность урока:** На изучение темы отводится 5 часов.

**Задание № 2**. a) $10! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10$, наибольшее натуральное число, отличное от самого числа, на которое нацело делится это число, составляет половину этого числа: $10! : 2 = 9!\cdot 5 = 1814400$.
b) Все натуральные числа от 1 до 10 участвуют в разделении на множители *n*. Следующий 11 множитель — это наименьшее натуральное число, на которое не делится *n*.

Ответ: a) 1814400, b) 11.

**Задание № 5**. a) Мы знаем, что в шашках 64 клетки. 32 из них белые и 32 черные. Игра ведется в черных клетках. У двух игроков по 12 камней: 12 белых и 12 черных. По условию через некоторое время после начала игры количество пустых черных клеток на шахматной доске в 3 раза больше, чем количество клеток с камнями.




В начале 8 из 32 черных клеток на доске пусты, а 24 заполнены. Если предположить, что черная клетка $x$ пуста, то $8 + x = 3(24 - x)$. Отсюда получается $x = 16$.
По другому условию в этом случае у одного из мальчиков было на 2 камня больше, чем у другого: количество белых камней обозначим через $a$, а количество черных камней через $q$. Тогда $x = 16 = a + q + 2$ и $a = q + 2$.
Отсюда получается $q = 7$, $a = 9$.

Ответ: 7 черных, 9 белых шашек осталось.

b) Каждый день девочка ткет 3 аршина ткани, а мать – 5 аршинов ткани. Соткав 12 аршинов, они работали вместе $x$ дней и прекратили работу, когда аршины сотканных кусков стали одинаковыми. В этом случае напишите уравнение: $12 + 3x = 5x$. Отсюда получаем $x = 6$ дней. Мать и дочь вместе соткали $12 + 3{\cdot}6 + 5 \cdot 6 = 60$ аршинов ткани.

Ответ: 60 аршинов.

c) Предположим, что мама раздала всем детям x орехов. После того, как четверо детей съедят по 12 орехов, останется $4(x - 12)$ орехов. Это число равно количеству орехов, которое мать дала каждому ребенку, т. е. равно $x$.
Тогда получается $x = 16$ орехов в уравнении $4(x - 12) = x$.

Ответ: 16.

**Задание № 6.** После покупок у мужчины осталось $(10 - x)$ манат денег. По условию, если бы у него были дополнительные деньги, равные четверти оставшихся денег, у него было бы 75 гяпиков, т.е. $\frac{3}{4}$ маната.
Тогда получается следующее уравнение:

$$10 - x + \frac{1}{4}\,(10 - x) = \frac{3}{4}$$

Отсюда получается $x = 9\frac{2}{5}$ манатов. Итак, после совершения покупок у человека осталось $10 - 9\frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ ман. = 60 гяпиков.

Ответ: 60 гяпиков.

**Задание № 8.** Каждая из 200 акций стоит 100 манатов. При увеличении p% цена каждой акции составит (100+p) манатов. Предприниматель продал 100 акций. Он получил прибыль в размере 100p манатов от этих 100 акций.
Когда цена оставшейся половины увеличилась на q%, цена каждой акции стала $(100 + p) + (100 + p)\frac{q}{100} = 100 + p + q + \frac{pq}{100}$ манатов. В этом случае предприниматель зарабатывает $100(p + q + \frac{pq}{100}) = 100p + 100q + pq$ манатов.
Таким образом, общий доход предпринимателя составил $200p + 100q + pq$ манатов с 200 акций.

Ответ: (200p + 100q + pq)  манатов.

**Задание № 10**. a) Пусть данное двузначное натуральное число равно $\overline{ab}$, если слева от него написано 2, оно становится $\overline{2ab}$ , а если 2 написано справа, оно становится $\overline{ab2}$. По условию эти числа равны: $\overline{2ab} = \overline{ab2}$ . Запишем трехзначные числа в правой и левой частях уравнения в виде суммы разрядных слагаемых: $200 + 10a + b = 100a + 10b + 2$.

Отсюда получаем $10a + b = 22$ и $\overline{ab} = 22$.

Ответ: 22.

b) Пусть задано пятизначное натуральное число $\overline{abcde}$. Если мы напишем 2 справа от него, $\overline{abcde2}$, и если мы напишем 2 слева, мы получим $\overline{2abcde}$ Согласно условию: $\overline{abcde2} : \overline{2abcde} = 3$. Разобьем шестизначные числа, данные в этом уравнении, на разрядные слагаемые: $10\ \overline{abcde} + 2 = 3\ (200000 + \overline{abcde})$. Отсюда $\overline{abcde} = 85714$

Ответ: 85714.

**Задание № 13**.Примем сумму денег, которую Илаха положила в банк, за $x$ манатов. Если бы было больше на 1000 манатов, то учитывая, что тогда через год доход составит 720 манатов, запишем уравнение

$(x + 1000)\cdot 0{,}12 = 720$ . Отсюда получаем $x = 5000$ манатов.

Ответ: 5000 ман.

**Задание № 15**.  Длина леса 800 м = 0,8 км, а длина поезда $x$ км. Тогда поезд проедет расстояние (0,8 + x) км со скоростью 90 км/ч за 1 мин = $\frac{1}{60}$ часа. Таким образом, мы можем написать уравнение $0{,}8 + x = 90 \cdot \frac{1}{60}$.

Отсюда $x = 0{,}7$ км = 700 м.

Ответ: 700 м.

## УРОК 10.15.  МАЛОЕ СУММАТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ № 10

1. Округлите 234, 468 до десятых и рассчитайте абсолютную погрешность приближенного значения.

______________________________

2. Запишите 1/6 в виде десятичной дроби и округлите полученное число до тысячных. Найдите абсолютную погрешность приближенного значения.

______________________________

3. Округлите 6,354 до сотых, рассчитайте абсолютную и относительную погрешность.

______________________________

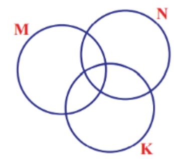
4. Самир вложил 1500 манатов в банк, который дает прирост в размере 15% от суммы вклада каждый год. Сколько денег банк должен вернуть Самиру через 5 лет?

______________________________

5. Если 4000 манатов вложить в банк, который каждый год дает 10% сложного процентого прироста, в какую сумму это превратится через 2 года?

6. Даны множества A = {a, b, m, k, l}; B = {b, c, d, k, n}; C = {a, c, m, k}. Найдите количество элементов множества $A \cup (B \cap C)$.

7. Укажите место множества $(M \cap N) \setminus K$ в данных диаграммах Эйлера-Венна.




8. В классе 25 учеников. Девочек на 3 больше, чем мальчиков. Найдите 2% от числа мальчиков в классе.

9. Два автомобиля отправились в путь одновременно из двух городов на расстоянии друг от друга 560 км. Если скорости этих автомобилей 65 км/ч и 75 км/ч, через сколько часов они встретятся?

10. Поезд, движущийся с постоянной скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 с. Сколько метров длина поезда?

11. Расстояние, пройденное катером со скоростью 30 км/ч в стоячей воде за 7 часов в направлении течения реки, равно расстоянию, пройденному против направления течения реки за 8 часов. Найдите скорость реки.

12. Цена карандаша 30 копеек. Если цена увеличится на 25%, сколько таких карандашей можно купить на 50 манатов?

13. Программист должен был печатать по 80 страниц каждый день. Но он печатал каждый день на 20 страниц больше и закончил работу на 4 дня раньше. Сколько страниц должен был напечатать программист?

14. Банк дает прибавку 8% в год. Сколько манатов положил в банк клиент, который получил через год 5940 манатов?