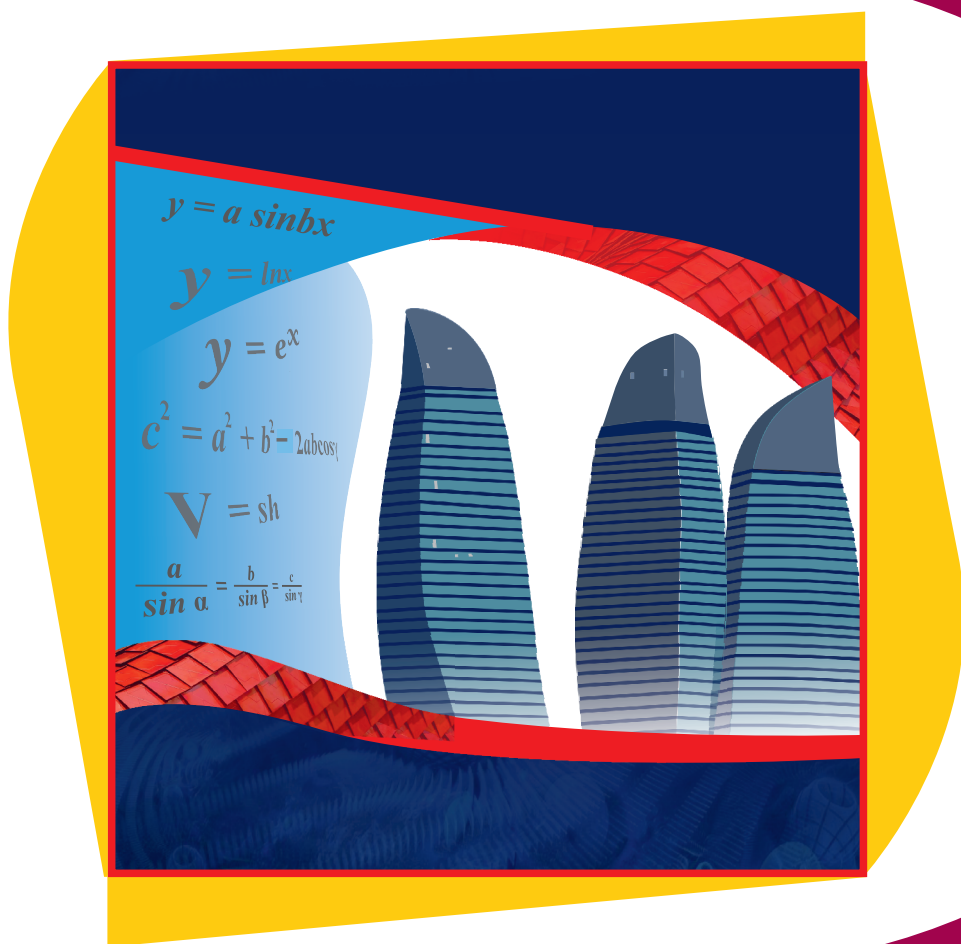


RİYAZİYYAT

METODİK VƏSAİT 10





Azərbaycan Respublikasının Dövlət Himni

Musiqisi *Üzeyir Hacıbəylinin*,
sözləri *Əhməd Cavadındır*.

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadیرiz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!
Minlərlə can qurban oldu!
Sinən hər bə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştəqdir!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!

Nayma Qəhrəmanova
Məhəmməd Kərimov
İlham Hüseynov

RİYAZİYYAT 10

Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə dərsliyin
METODİK VƏSƏİTİ

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi radius_n@hotmail.com və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur.
Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!



Radius
Bakı - 2017

Mündəricat

1. Funksiyalar

İstifadə edilən şərti işarələr.....	4
Dərsləyin strukturu	4
Dərsin təşkili üçün metodik tövsiyələr	7
Funksiya və onun verilmə üsulları. Bəzi funksiyaların təyin oblası və qiymətlər çoxluğu	9
Funksiyaların xassələri. Cüt funksiya, tək funksiya	17
Hissə-hissə verilmiş funksiyalar	23
$y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) qüvvət funksiyaları	27
Funksiyaların təsnifatı	30
Qrafiklərin çevrilməsi	33
Funksiyalar üzərində əməllər.....	39
Mürəkkəb funksiya	41
Tərs funksiya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	43
Funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə	48

2. Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi

Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvi	51
Fəzada düz xətlərin və müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti	54
Düz xətlə müstəvinin paralelliyi. Düz xətlə müstəvinin perpendikulyarlığı.....	56
Üç perpendikulyar teoremi.	59
Düz xətt və müstəvi arasındakı bucaq. İki müstəvi arasındakı bucaq. İkiüzlü bucaqlar. Perpendikulyar müstəvilər.	59
Paralel müstəvilər. Proyeksiyalar və məsələ həlli. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	61
Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvi. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	65

3. Bucağın triqonometrik funksiyaları

Dönmə bucaqları. Bucağın radian və dərəcə ölçüsü.....	68
Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi. Xətti sürət, bucaq sürəti	71

Triqonometrik funksiyalar. İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları	74
Vahid çevrə və istənilən bucağın triqonometrik funksiyaları	79
Çevirmə düsturları	84
Triqonometrik eyniliklər.....	86
Toplama düsturları	88
Toplama düsturlarından alınan nəticələr.	89
Triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.	91
İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	94

4. Sinuslar, kosinuslar teoremi

Sinuslar teoremi. Sinuslar teoremi və üçbucağın sahəsi. Sinuslar teoreminin tətbiqi ilə məsələ həlli.....	95
Kosinuslar teoremi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	99
Sinuslar və kosinuslar teoremi. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	104

5. Triqonometrik funksiyalar

Dövri funksiyalar. $y = \sin x$ funksiyasının qrafiki. $y = \cos x$ funksiyasının qrafiki.....	107
$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərinin çevrilmələri. $y = a \sin bx$ $y = a \cos bx$ funksiyasının dövrü və amplitudu.....	112
5 əsas nöqtəsinə görə sinusoidin qurulması. Triqonometrik funksiyalar və periodik hadisələr.....	118
$y = \tan x$ və $y = \cot x$ funksiyaları və qrafikləri	124
Tərs triqonometrik funksiyalar. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	127
Triqonometrik funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	129
Yarımillik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	130

6. Çoxüzlülər

Çoxüzlülər. Prizmalar. Çoxüzlülər və onların müxtəlif tərəfdən görünüşləri.....	133
Prizmanın səthinin sahəsi	141
Prizmanın müstəvi kəsikləri	145
Piramida. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsi.....	150
Piramidanın kəsikləri. Kəsik piramida. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	153
Çoxüzlülər. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	156

7. Triqonometrik tənliklər

Sadə triqonometrik tənliklərin həlli	159
Triqonometrik tənliklərin həll üsulları. Triqonometrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli.....	163
Triqonometrik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	169
Triqonometrik tənliklər və bərabərsizliklər. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	173

8. Fiqurların həcmi

Prizmanın həcmi.....	176
Piramidanın həcmi.....	181
Fəza fiqurlarının oxşarlığı. Oxşar fəza fiqurlarının səthləri və həcmi. Kəsik piramidanın həcmi. Müstəvi kəsiklərinə aid məsələlər	184
Fəzada simmetriya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	187
Fəza fiqurlarının həcmi.Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	189

9. Üstlü və loqarifmik funksiyalar

Bölmə üzrə nümunəvi dərs. Üstlü funksiya. $y=a^x$	192
Həqiqi üstlü qüvvət. Üstlü funksiya	194
Üstlü funksiyanın qrafikinin çevrilmələri.....	196
Üstlü funksiya. e ədədi	201
Ədədin loqarifmi	202
Loqarifmik funksiya. Loqarifmik şkala və məsələ həlli	204
Loqarifmin xassələri.....	209
Üstlü tənliklər. Loqarifmik tənliklər	209
Üstlü bərabərsizliklər. Loqarifmik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.	213
Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları ..	219

10. Kompleks ədədlər

Kompleks ədədlər. Kompleks ədədlər üzərində əməllər	221
Kompleks ədədin həndəsi təsviri Kompleks ədədin modulu və argumenti. Kompleks ədədin triqonometrik şəkli	222
Triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində əməllər	223
Kompleks ədədin n -ci dərəcədə kökləri. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	224
Kompleks ədədlər. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	227

11. Məlumatlar, proqnozlar

Külliyyat və seçim. Təsadüfi seçim və növləri. Məlumatın təqdimi	230
Binomial açılışlar	232
Bernulli sınaqları. Binomial sınaqlar. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	233
Məlumatlar proqnozlar.Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	235
İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	237

İstifadə edilən şərti işarələr



Məzmun standartı



Diqqət edilməli məqamlar



Əldə edilən şagird bacarıqları



Refleksiya sualları



Lazımi nəzəri material



Ev tapşırıqları



Lazımi ön biliklər



Qiymətləndirmə tapşırıqları



Öyrənmə üçün nümunə tapşırıqlar



Dərslərdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli



Əlavə resurslar



Lüğət

Dərslərin strukturu

Dərslərdə Ədədlər və əməllər, Cəbr və funksiyalar və Ölçmə məzmun xətti standartları üzrə bacarıqların

- Funksiyalar
- Üstlü və loqarifmik funksiya,
- İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları,
- Triqonometrik funksiyalar,
- Triqonometrik tənlik və bərabərsizliklər
- Kompleks ədədlər

başlıqları ilə 6 bölmədə verilmiş dərslərdə reallaşdırılması nəzərdə tutulur.

Həndəsə və Ölçmə məzmun xətti üzrə standartların reallaşdırılması

- Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi
- Çoxüzlülər
- Fəza fiqurlarının həcmi
- Sinuslar və kosinuslar teoremi

başlıqları ilə verilmiş 4 bölmədə,

Statistika və ehtimal məzmun xətti üzrə nəzərdə tutulmuş standartlar üzrə bacarıqların

- Məlumatlar proqnozlar

başlığı altında birləşdirilmiş dərslərlə reallaşdırılması nəzərdə tutulur.

Ölçmə məzmun xətti üzrə standartlar həmçinin bütün dərslərin boyu çalışmalarda və tətbiq məsələlərində reallaşdırılır.

Məzmun xətləri arasında üfüqi integrasiya gözlənilmişdir. Məsələn, funksiyalar və ya triqonometrik funksiyalar bölməsində verilmiş məsələlər həm Statistika və ehtimal, həm də Ölçmə və Həndəsə məzmun xətləri ilə sıx əlaqədə verilmişdir.

Yeni yanaşma prinsipləri. Yeni anlayışın daxil edildiyi hər bir dərş əsasən aşağıdakı strukturla qurulmuşdur.

1. Anlayışın hansı ön riyazi bilikləri əhatə etdiyini göstərən araşdırma tapşırıqları, praktik məşğələlər

2. Riyazi anlayışın tərifi, düsturu

3. Tərifin, düsturun tətbiqinə aid öyrənmə tapşırıqları

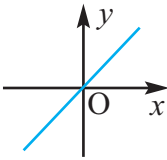
4. Tərifin, düsturun tətbiqini nəzərdə tutan sadə tətbiq tapşırıqları

5. Anlayışın tətbiqini nəzərdə tutan yaradıcı tapşırıqlar, real həyati situasiya məsələlərinin riyazi modelini müəyyənləşdirən düsturların yazılması.

Hər bir məzmun standartının reallaşdırılmasına kurikulumun bacarıqlara əsaslanan tələblərinə uyğun yanaşılmışdır. Odur ki, eyni anlayış üzrə dərşlərə yanaşma yaddaşa əsaslanan mövcud dərşliklərdəki yanaşmadan köklü surətdə fərqlənir. Məsələn, öyrənilməsi bir qədər çətin olan qrafiklərin çevrilməsi mövzusu “funksiyalar ailəsi” anlayışı daxil edilməklə sadələşmiş və maraqlı hala gəlmişdir. Belə ki, ən çox işlənən funksiyalar bir ailədə - bir qrupda birləşdirilmiş və əsas funksiyanın qrafiki, xassələri ümumi şəkildə verilmişdir. (Dərşlik səh. 23). Eyni ailəyə aid hər bir ($y = x^2 + 1$ funksiyası $y = x^2$ ailəsinə daxildir) funksiyanın ana funksiya görə çevrilməsi sözlə, düsturla, qrafik olaraq izah edilmişdir.

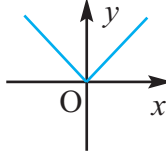
Eynilik funksiyası

$$f(x) = x$$



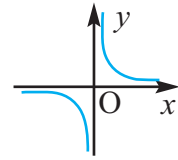
Modul funksiyası

$$f(x) = |x|$$



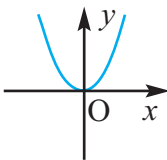
Rasional funksiya

$$f(x) = \frac{1}{x}$$



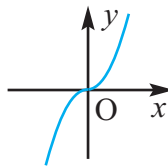
Kvadrat funksiyası

$$f(x) = x^2$$



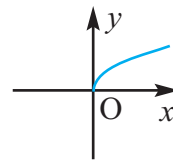
Kub funksiyası

$$f(x) = x^3$$



Kvadrat kök funksiyası

$$f(x) = \sqrt{x}$$



Üfüqi və şaquli sürüşdürmələrə, həmçinin əksətmə, dartılma və sıxılmalara uyğun çevrilmələr qrafiklə, düsturla və sözlə ifadə edilir. Bu cür yanaşma şagirdin fəza təsəvvürlərini, yaradıcı düşünmə bacarıqlarını inkişaf etdirməklə funksiyaların çevrilməsi anlayışını dərinədən başa düşməyə imkan verir. Eyni mövzu triqonometrik funksiyalara aid edildikdə şagirdin artıq dərinədən tanış olduğu çevrilmələri necə yerinə yetirməsi diqqətdə saxlanılır. Artıq burada çevrilmələri yaradan hər bir həddin real həyati situasiya məsələlərində hadisələrə təsiri, situasiyaya uyğun real mənasının izah edilməsi dərşin məqsədinə çevrilir.

Triqonometrik funksiyalar üzrə dərslər də yaddaşa əsaslanan yanaşmalardan köklü surətdə fərqlənir. Belə ki, istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını hesablamaq üçün yadda saxlanması tələb edilən çevirmə düsturları elə ilk dərslərdə vahid çevrə üzərində uyğun iti bucaq anlayışı daxil edilməklə istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını hesablama imkanı yaradılmışdır. Şagird başa düşür ki, birinci rübdə olan 0° - 90° bucaqların triqonometrik nisbətlərinin qiymətini bilməklə istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını tapa bilər. Bu dərslərdə şagird triqonometrik funksiyaları düsturlarla deyil, həndəsi təsvirlə yerinə yetirir, daha geniş biliklərini əlaqələndirmə vərdislərinə yiyələnir.

Triqonometrik funksiyaların, üstlü funksiyaların, loqarifmik funksiyaların tədrisində bu funksiyalarla modelləşdirilən real həyatı situasiyalar qruplaşdırılmış və uyğun məsələlər verilmişdir. Əsasında dövrü mexaniki hərəkətlərin dayandığı situasiyaları triqonometrik funksiyalarla modelləşdirmənin mümkün olduğu göstərilir. Məsələn, parklardakı dairəvi karuselin bir vahid dairə modeli olduğunu asanlıqla görmək olar. Karuselin oturacağındakı şəxsin müəyyən zaman anında yerdən məsafəsini (y oxu, $\sin$) triqonometrik funksiyanın köməyi ilə modelləşdirmək olar. Həmçinin radian və dərəcə ölçüsü arasındakı əlaqənin daha aydın dərk edilməsi üçün xətti sürət, bucaq sürətinin hesablanması kimi fiziki hadisələrə aid məsələlər daxil edilmişdir. Şagird təbiətdəki nisbi sabitliyin bir çox dövrü hadisələrin baş verməsi ilə əlaqəli olduğunu başa düşür. Yırtıcılar və qurbanlarının çoxalmasındakı asılılığın triqonometrik funksiyalarla modelləşdirilməsinə aid məsələlər verilmişdir.

Üstlü funksiyalara aid məsələlər, eksponensial artan və azalan situasiyalara aid olmaqla şagirdin dünyagörüşünü inkişaf etdirən ekologiya, arxeologiya kimi maraqlı elm sahələrinə aid məsələlər daxil edilmişdir. Eksponensial azalma məsələlərinin mətni və həlli radioaktiv maddənin parçalanma müddətinə aid ətraf ələmə zərər verən, həmişə insanları dəhşətli nüvə müharibəsi qorxusu altında saxlayan radiodiaktiv (polonium və s.) izotopların parçalanması, həmçinin kəşfinə görə Nobel mükafatı alınmış Karbon-14 atomunun parçalanmasına görə qalığın yaşının müəyyən edilməsi kimi bəşəriyyətə lazım olan problemlərlə şagirdləri tanış edir. Şagirdlər mətnə görə uyğun eksponensial düsturu yazmalıdır. Bu məsələlərlə yanaşı, suyun temperaturunun dəyişməsi və s. kimi şagirdə tanış situasiyalar da nəzərdən keçirilmişdir. Eksponensial artım daha çox iqtisadi məsələlər üzərində, mürəkkəb faiz artımı üzərində nəzərdən keçirilmişdir.

Loqarifmik funksiyalara aid məsələlər mayenin pH, səsın gurluğu, zəlzələnin amplitudu məsələləri üzərində nümunə məsələlərlə ətraflı şəkildə izah edilmişdir.

Şagirdin situasiyaya uyğun riyazi modeli yazma bacarığı əlaqələndirmə, yaradıcı düşünmə, eyni fikri müxtəlif formalarda ifadə etmə kimi koqnitiv bacarıqların formalaşmasında mühüm rol oynayır.

Həndəsə məzmunu xətti üzrə dərslər də hər bir həndəsi anlayışı yaş səviyyəsinə uyğun olaraq rahatlıqla anılması və uyğun tapşırıqları yerinə yetirməsi baxımından hazırlanmışdır. Həndəsi təsəvvürlərin formalaşdırılması üçün tapşırıqlar əsasən hazır təsvirlər üzərində verilmişdir. Həndəsi tərifin, düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan kifayət qədər tapşırıqın olmasına diqqət edilmişdir.

Müəllim üçün vəsaitdə bir çox dərslər üzrə əlavə işçi vəərəqlər verilmişdir.

Dərsin təşkili üçün metodik tövsiyələr.

Hər bir dərs saati üçün verilmiş tapşırıqlar əvvəlcədən nəzərdən keçirilir və qruplaşdırılır.

Anlayışın, düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan sadə tapşırıqlar.

Anlayışın, düsturun birbaşa tətbiqinə aid fənn daxili integrasiya ilə genişləndirilmiş bir qədər mürəkkəb tapşırıqlar.

Real həyati situasiyaya verilən düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan sadə mətnli məsələlər

Real həyati situasiyaya verilən düsturun birbaşa tətbiqini nəzərdə tutan bir neçə etaplı məsələlər - problem həlli.

Tapşırıqların dərsin gedişi üçün necə istifadə edilməsi planlaşdırılır.

Motivasiya mərhələsi: Real həyati situasiyaya aid məsələlərdən biri motivasiya olaraq - problem situasiya olaraq müzakirə edilir. Verilənlər, tələb olunan məlumatlar müəyyən edilir, həlli yolları haqqında fikir yürüdülür.

Məsələnin həlli anlayış izah edildikdən sonra həmin dərsdə və ya sonrakı dərsdə yeri gəldikcə yerinə yetirilir.

Öyrənmə (yeni dərsin izahı): təriflər, düsturlar, izahlar

Tərfi, düsturu öyrənmə: tərif və düsturun birbaşa tətbiqi ilə çalışmalar

Bilik və bacarıqların genişləndirilməsi: Sadə tətbiq məsələləri

Tətbiq və yaradıcı: Real situasiyaların riyazi modeli

Qiymətləndirmə: deklarativ biliklər, prosedural biliklər, koqnitiv bacarıqlar

Dərsin təşkilinə aid iki nümunə dərs verilmişdir.

1. **MMV. səh.193 Üstlü funksiya.** $y = a^x$,

2. Həndəsə məzmun xətti üzrə **MMV. 146 səh. Prizmanın müstəvi kəsikləri.**

Müəllim üçün vəsaitdə hər bir məzmun standartı üzrə verilmiş şagird bacarıqlarına xüsusi diqqət yetirilir. Hər yeni mövzuya hazırlıq məqsədilə ön bilik və bacarıqların diaqnostik qiymətləndirilməsi üçün əlavə ev tapşırıqlarının verilməsi faydalıdır.

Hər bölmənin sonunda kiçik summativ qiymətləndirmə üçün tapşırıq nümunələri verilmişdir. Bu tapşırıqların sayı bölmələr üçün tələb ediləndən çox sayda və cavabsız verilmişdir, müəyyən dəyişikliklər etməklə çox variantda tapşırıqlar tərtib etmək mümkündür. İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıq nümunələri də çox sayda verilmişdir ki, bu da sualların komplektləşdirilməsi işini asanlaşdırır.

Virtual qrafkalkulyatorlar.

<https://www.desmos.com/calculator>

<http://www.meta-calculator.com/online/>

http://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html

<https://mathway.com/graph>

1. Funksiyalar

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir. 2.2.1. Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür. 2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövriliyini, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır. 2.2.3. Mürəkkəb funksiya, tərs funksiya anlayışlarını bilir və bəzi funksiyaların tərs funksiyalarını tapır. 2.2.5 Qüvvət funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur	1,2	Funksiya və onun verilmə üsulları	2	7-11
	3	Bəzi funksiyaların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu	1	12-13
	4,5	Funksiyaların xassələri. Cüt funksiya, tək funksiya	2	14-19
	6	Hissə-hissə verilmiş funksiyalar	1	20-21
	7	$y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) qüvvət funksiyaları	1	22
	8	Funksiyaların təsnifatı	1	23, 24
	9-11	Qrafiklərin çevrilməsi	3	25-31
	12	Funksiyalar üzərində əməllər	1	32, 33
	13, 14	Mürəkkəb funksiya	2	34-36
	15- 17	Tərs funksiya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	3	37-42
	18	Funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə	1	
Cəmi			18	

Dərs 1-3. Dərslik səh. 7-13 Funksiya və onun verilmə üsulları. Bəzi funksiyaların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu. 3 saat



Məzmun standartı

2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir.

2.2.1. Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütliyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *iki dəyişən arasındakı asılılığın funksiya olub olmadığını müxtəlif üsullarla müəyyən edir*
- *funksiyanın müxtəlif verilmə üsullarını bilir və məsələ həllinə tətbiq edir*
- *funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edir*
- *funksiyanın təyin oblastının və qiymətlər çoxluğunun tapılmasının bəzi üsullarını analitik şəkildə verilmiş funksiyalara tətbiq edir.*



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər



Riyazi lüğət

- funksiya
- təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu
- qiymətlər cütü
- asılılıq xəritəsi
- qiymətlər cədvəli
- funksiyanın qrafiki

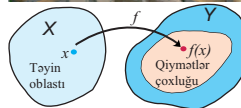


Funksiyadır, funksiya deyil. 1-ci saatda əsas diqqət iki dəyişən arasındakı asılılığın funksiya olub-olmadığını müəyyən etmə bacarığının formalaşdırılmasına verilir. Şagirdlərin funksiya haqqında bilikləri ümumiləşdirilir. Funksiya uyğunluq yaratma, qarşıqoyma qaydası kimi təyin edilir. “ X çoxluğunun hər bir x elementinə Y çoxluğunun müəyyən bir y elementini qarşı qoyan qaydaya x çoxluğunda təyin olunmuş funksiya deyilir” tərif müzakirə edilir. $D(f)$ və $E(f)$ işarələmələri daxil edilir.

Təsəvvür edin ki, sinifdə 25 stul və 20 şagird var. Hər bir şagird bir yer seçib oturur. Hər şagirdə qarşı bir yer var. Bir şagird eyni zamanda iki yerdə otura bilməz.

Bu nümunə funksiyaaya aid ən sadə və real həyati situasiya nümunəsidir.

x -in hər bir qiymətinə y -in yeganə qiyməti uyğun gəlir. Şagirdlər X çoxluğunu təşkil edir və bu funksiyanın təyin oblastıdır, Y isə stullar çoxluğu olub funksiyanın qiymətlər çoxluğunu təşkil edir.



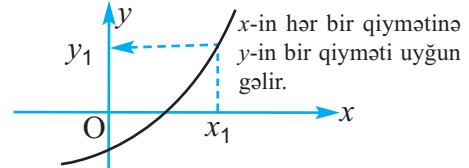
İki kəmiyyət arasındakı asılılığın funksiya olub olmadığını asılılıq xəritəsinə, qiymətlər cədvəlinə və funksiyanın qrafikinə görə müəyyən etmək mümkündür. Dərslərdə verilən tapşırıqlardan və əlavə olaraq verilən işçi vərəqdən istifadə etməklə bacarıqlar formalaşdırılır və inkişaf etdirilir.



4 kateqoriyada qruplaşdırılmış aşağıdakı asılılıqlar nəzərdən keçirilir.

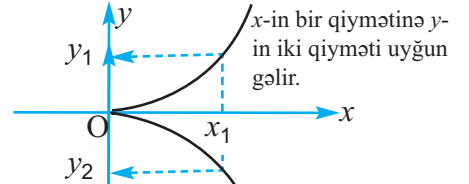
Birə-bir qarşıqoyma.

Bu halda x -in hər bir qiymətinə y -in bir qiyməti qarşı qoyulur.



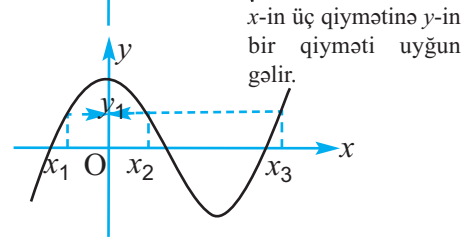
Bir qiymətə bir neçə qiyməti qarşı-qoyma

Bu halda x -in bir qiymətinə y -in birdən çox qiyməti qarşı qoyulur.



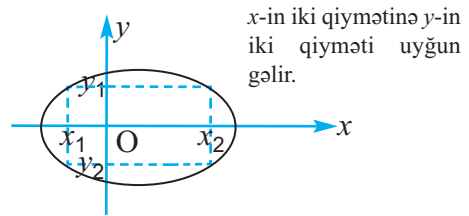
Bir neçə qiymətə bir qiymət qarşı-qoyulur

Bu halda x -in ən azı iki qiymətinə y -in bir qiyməti qarşı qoyulur.



Bir neçə qiymətə bir neçə qiyməti qarşıqoyma

Bu halda x -in ən azı iki qiymətinə y -in ən azı iki qiyməti qarşı qoyulur.



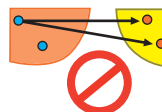
Bu asılılıqlardan hansına funksiya demək olar, hansına funksiya demək olmaz. Müzakirələr aparılır. Göstərilən məlumatlar slayd şəklində və ya plakat şəklində hazırlana bilər.



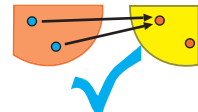
Diqqət edin!

Bir qiymətə bir neçə qiyməti qarşıqoyma və ya bir neçə qiymətə bir neçə qiyməti qarşıqoyma halları funksiya deyil.

Funksiya deyil!

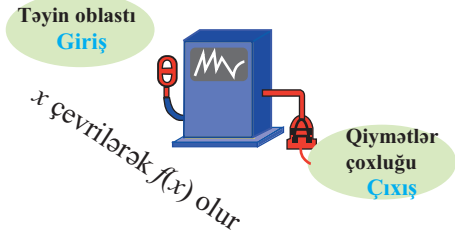


Funksiyadır!



Funksiyanı bir maşın-qurğu kimi təsəvvür etsək, onun girişinə verilən hər bir qiymətə (təyin oblastı), qurğunun çıxışında bir qiymət alınır. Yəni f funksiyası x -in hər bir qiymətini (qurğunun işlədiyi) müəyyən qayda ilə $f(x)$ -in qiymətlərinə çevirir (qiymətlər çoxluğu yaranır)

$$f: x \rightarrow f(x)$$



✓ Məsələn, $f: x \rightarrow 3x + 2$ funksiyası x -i onun “üç mislindən iki vahid çox” qiymətlərə çevirir. Biz təyin oblastını məhdudlaşdırmaqla bu çevirmələri hesablaya bilərik.

Məsələn, $1 \leq x \leq 4$, $x \in \mathbb{Z}$ qiymətlərində $f(x)$ -in qiymətləri

$$f(1) = 3 + 2 = 5$$

$$f(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 8$$

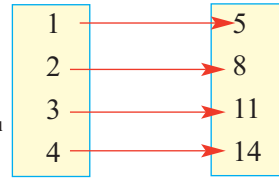
$$f(3) = 3 \cdot 3 + 2 = 11$$

$$f(4) = 3 \cdot 4 + 2 = 14$$

Uyğun asılılıq diaqramını quraq.

Təyin oblastı

$$f: x \rightarrow 3x + 2$$

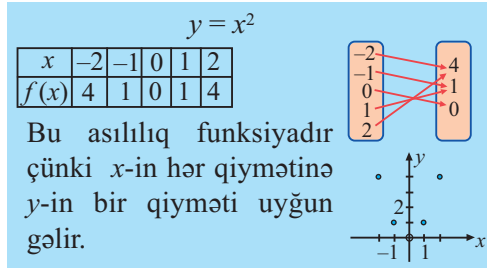


Qiymətlər çoxluğu



Funksiyanın verilmə üsulları. Müəyyən bir formada verilmiş funksiyanı digər formalara keçirmə bacarıqlarına diqqət edilir. Qrafik formada verilmiş funksiyanın qiymətlər cədvəlini tərtib etmək, asılılıq xəritəsini qurmaq, analitik şəkildə ifadə etmək, sözlə yazmaq kimi bacarıqların formalaşdırılması tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir

Məsələn, şagird $y = x^2$ funksiyasının $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ təyin oblastında qiymətlər cədvəlini, asılılıq xəritəsini və koordinat müstəvisi üzərində uyğun nöqtələri qeyd etmə bacarığını nümayiş etdirməyi bacarmalıdır.



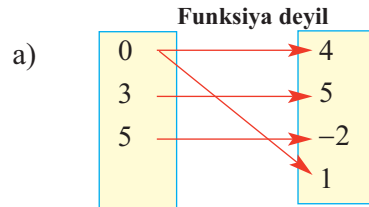
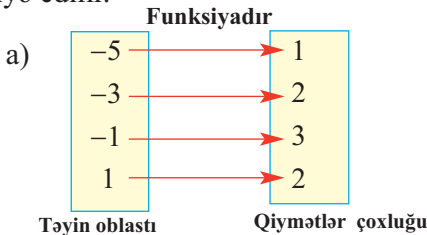
Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.2. Nöqtələr çoxluğu ilə verilmiş asılılıqların funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.

a) $\{(-5; 1), (-3; 2), (-1; 3), (1; 2)\}$

b) $\{(0; 4), (3; 5), (5; -2), (0; 1)\}$

Bu tip tapşırıqları yerinə yetirərkən şagirdlərə verilmiş nöqtələr cütünü asılılıq xəritəsi ilə və koordinat müstəvisi üzərində nöqtələr şəklində qeyd etmələri tövsiyə edilir.



İşçi vərəq N 1

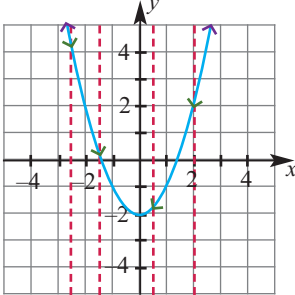
Adı _____

Soyadı _____

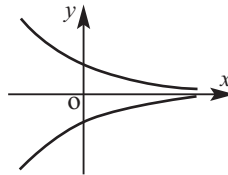
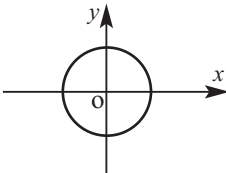
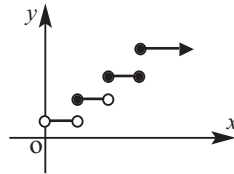
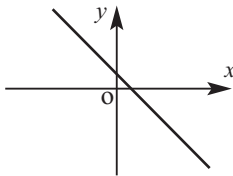
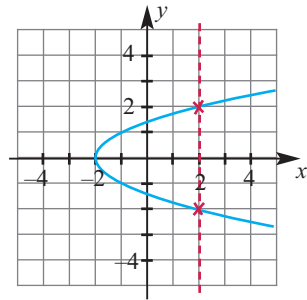
Tarix _____

1) “Şaquli xəttin köməyiylə verilən təsvirin funksiyanın qrafiki olub olmadığını müəyyən etmək olar.” a) Bu fikri izah edin: _____

Funksiyaadır



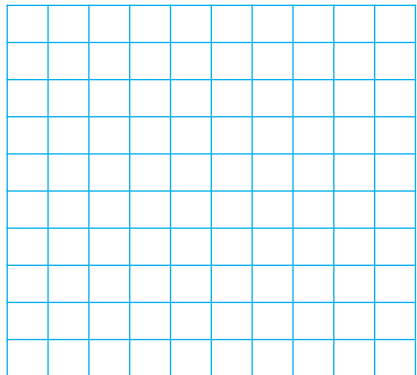
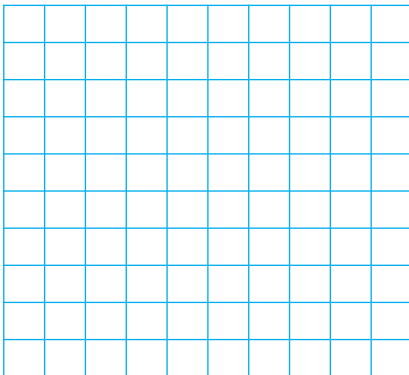
Funksiya deyil



2) Nöqtələri koordinat müstəvisində qeyd edin, verilmiş asılılığın funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.

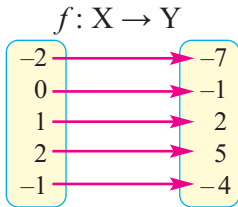
a) $\{(3; 1), (1; 2), (2; 3), (1; 4)\}$

b) $\{(2; 2), (1; 1), (3; 3), (4; 5)\}$



Asılılıq xəritələrinə görə, cədvələ görə funksiyanın düsturunu müəyyən etmə tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Aşağıdakı nümunə üzərində nəzərdən keçirək.

- ✓ **Asılılıq xəritəsinə görə** a) Funksiyanın təyin oblastını, qiymətlər çoxluğunu yazın; b) Nöqtələri koordinat müstəvisi üzərində qeyd edin; c) Funksiyanın düsturunu müəyyən edin.

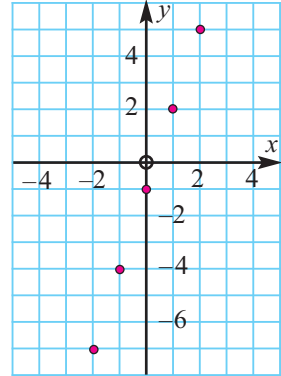


Təyin oblastı:

$\{-2; -1; 0; 1; 2\}$

Qiymətlər çoxluğu:

$\{-7; -4; -1; 2; 5\}$



Verilənləri koordinat müstəvisində qeyd etsək, bu nöqtələrin düz xətt üzərində olduğu aydın görünür. Deməli, funksiyanın düsturu $y = kx + b$ şəklindədir.

$$k = \frac{5 - 2}{2 - 1} = 3$$

y oxunu kəsmə nöqtəsi $(0; -1)$ olduğundan $b = -1$.

Funksiyanın düsturu: $f(x) = 3x - 1$, $-2 \leq x \leq 2$, $x \in \mathbb{Z}$

İşçi vərəq N 2

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

f funksiyanın asılılıq xəritəsinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

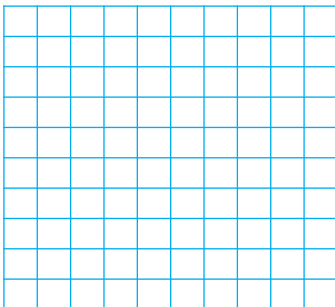
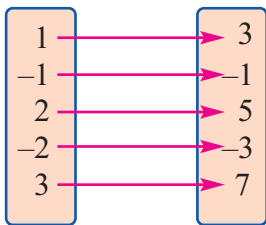
a) f funksiyanın təyin oblastını yazın.

c) f funksiyanın qrafikini qurun.

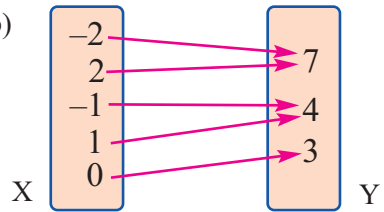
b) f funksiyanın qiymətlər çoxluğunu yazın.

d) f funksiyanın düsturunu yazın.

a)

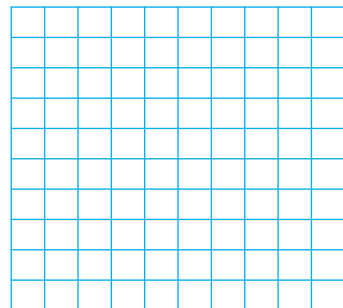


b)

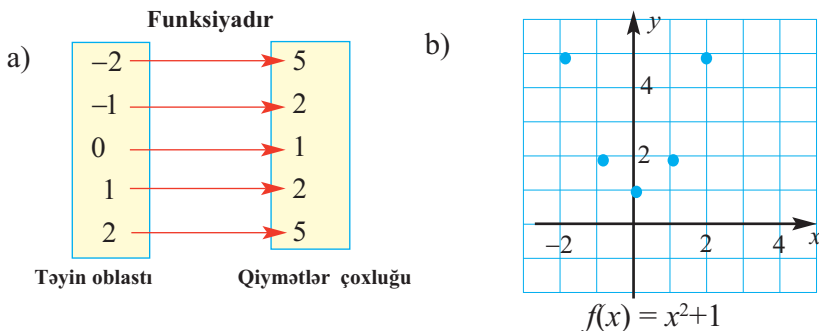


X

Y



✓ **Verilən düsturuna görə** $y = x^2 + 1$ funksiyasını argumentin $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ qiymətlərində: a) asılılıq xəritəsi ilə verin; b) qiymətlər cütlərini sadalayın və koordinat müstəvisində göstərin.

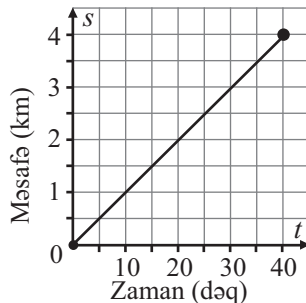


Hər bir şagirdin verilən asılılığın funksiya olub-olmadığını müəyyən etmə, funksiyaları müxtəlif üsullarla ifadə etmə bacarıqları diqqətdə saxlanılır. Dərslərdə verilmiş tapşırıqlarla yanaşı işçi vərəqlərdən istifadə edilməsi tövsiyə edilir. Şagirdin real həyatı situasiyaya aid verilmiş funksiyalarda təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən etmə bacarıqlarını formalaşdıran tapşırıqlar yerinə yetirilir. Dərslərdə verilmiş D.22 tapşırığı bu bacarıqların formalaşmasına xidmət edir.

? Dərslərdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.22 1) Dilarə hər 10 dəqiqədə 1 km olmaqla 40 dəqiqə qaçdı.

Dilarə dəqiqədə 0,1 km qaçmışdır. Bu sürəti zamanla vurmaqla verilən zaman kəsiyinin istənilən anında onun qaçdığı yolun uzunluğunu tapmaq olar. Dilarənin qaçdığı yolun uzunluğunu s (km-lə), sərf etdiyi vaxtı t (dəqiqə) ilə işarə etsək, situasiyanı $s(t) = 0,1t$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar. Funksiyanın təyin oblastı $[0; 40]$ və ya $0 \leq t \leq 40$ intervalıdır. Qiymətlər çoxluğu $0 \leq s \leq 4$



Şagirdlər həyatı situasiyaya aid qrafiklərin verilən intervalda məhdudlaşdırılaraq çəkildiyini başa düşür.

Rəngli kiçik dairə  bu nöqtənin situasiyaya uyğun olduğunu, qrafikə aid olduğunu göstərir.

Rəngsiz kiçik dairə  bu nöqtənin situasiyaya uyğun olmadığını, qrafikə aid olmadığını göstərir.

Qrafikin uclarında qoyulmuş  ox qrafikin həmin istiqamətdə sonsuz davam etdiyini göstərir.

Mühakimətmə bacarıqlarına yönəldilmiş müzakirələr aparılır.

Müzakirədə əsas diqqət real həyati situasiyaları modelləşdirən funksiyaların təyin oblastını məntiqli seçmə bacarıqlarına yönəldilir. Məsələn, elə situasiya seçin ki, təyin oblastı həm mənfə, həm müsbət ədədlər olsun. Temperaturun dəyişməsi.

Yuxarıdakı məsələdə zamanı 40 dəqiqə deyil, 30 dəqiqə, 50 dəqiqə götürsək, funksiyanın təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu, qrafiki necə dəyişəcək?

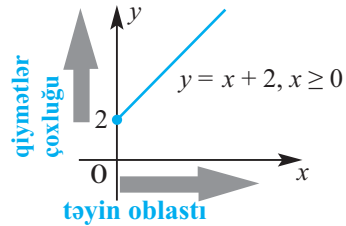
Şagirdlər müstəqil olaraq hər hansı funksional asılılığı əks etdirən üç situasiyanı, onun təyin oblastını, qiymətlər çoxluğunu, düsturunu yazma və qrafikini qurma tapşırığını yerinə yetirirlər.



Funksiyanın təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu. Şagirdlər analitik və ya qrafik şəkildə verilmiş funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən etmə tapşırıqlarını yerinə yetirirlər.

Funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu daha aydın görmək üçün onun qrafikinin çəkilməsi tövsiyə edilir. Bir neçə nümunə nəzərdən keçirilir.

1) $y = 2 + x, x \geq 0$ funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin. Funksiyanın təyin oblastı 0-dan kiçik olmayan bütün həqiqi ədədlər, yəni $[0; +\infty)$ çoxluğudur.



Qrafikdən görüldüyü kimi, funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[2; +\infty)$ aralığıdır.

2) $y = 4 - x, -1 \leq x \leq 2$ funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin.

Verilmiş $y = 4 - x, -1 \leq x \leq 2$ funksiyanın qrafiki düz xətt parçasıdır. Funksiyanın təyin oblastı: $[-1; 2]$.

$x = -1$ olduqda $y = 5$, $x = 2$ olduqda $y = 2$ olur

$-1 \leq x \leq 2$ olduqda $4 - x$ ifadəsini qiymətləndirməklə funksiyanın qiymətlər çoxluğunu tapmaq olar:

$1 \geq -x \geq -2$ bərabərsizliyinin hər tərəfinə 4 əlavə etsək, $4 + 1 \geq 4 - x \geq 4 - 2$,

$5 \geq 4 - x \geq 2$, yəni $2 \leq y \leq 5$ olur.

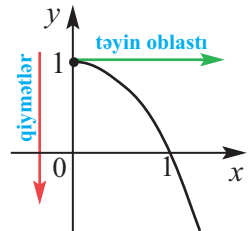
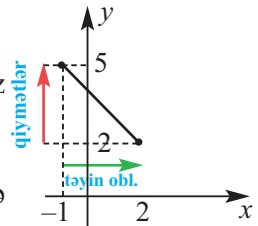
Qrafikdən də görünür ki, funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[2; 5]$ parçasıdır.

3) $y = 1 - x^2, x \leq 0$ funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin.

Təyin oblastı $x \leq 0$, yəni $[0; +\infty)$ olduğundan funksiyanın qrafiki yalnız bu qiymətlərdə qurulmalıdır.

Qrafikdən görünür ki, funksiyanın qiymətlər çoxluğu

$(-\infty; 1]$ aralığıdır. Doğrudan da, x -in $[0; +\infty)$ aralığından götürülmüş istənilən qiymətində $x^2 \geq 0$ olur. Buradan $-x^2 \leq 0$, $1 - x^2 \leq 1$, yəni $y \leq 1$.





Bəzi funksiyaların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu

Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, funksiya verilərkən təyin oblastı müəyyən qiymətlər intervalında məhdudlanmış ola bilər. Bu məhdudlaşdırma situasiyaya görə dəyişə bilər. Məsələn, $y = 2x - 1$ funksiyasının təyin oblastı situasiyaya görə $x \geq 2$, $-1 \leq x \leq 2$ kimi məhdudlaşdırıla bilər. Lakin bu funksiya ümumi şəkildə baxılsa, arqument $-\infty$ -dan $+\infty$ -a qədər istənilən həqiqi qiymətləri ala bilər. Lakin bir çox funksiyalar da var ki, onlar arqumentin müəyyən qiymətlərində təyin olunmamışdır, yəni bu qiymətlər onun təyin oblastına daxil deyil. Bu halda verilən analitik düstura görə bu qiymətləri müəyyən etmək lazım gəlir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.4. c) $h(x) = \sqrt{2-x}$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın.

Həlli: Təyin oblastı x -in $2 - x \geq 0$, yəni $x \leq 2$ şərtini ödəyən qiymətləridir:

$D(h) = (-\infty; 2]$. $2 - x \geq 0$ olduqda $\sqrt{2-x} \geq 0$, yəni $h(x) \geq 0$. Deməli, verilmiş funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[0; +\infty)$ aralığıdır.

D.6. Həlli: $y = \sqrt{x^2 - mx} + 8$ funksiyasının qrafiki $M(2; 2)$ nöqtəsindən keçirsə,

$2 = \sqrt{2^2 - m \cdot 2} + 8$ olmalıdır. Buradan $m = 4$. Onda $y = \sqrt{x^2 - 4x} + 8$ düsturunu

alırıq və onu $y = \sqrt{(x-2)^2 + 4}$ şəklində yazmaq olar. $(x-2)^2 + 4 \geq 4 > 0$

olduğundan aydındır ki, funksiya x -in istənilən qiymətində təyin

olunmuşdur, yəni $D(y) = (-\infty; +\infty)$

Digər tərəfdən $\sqrt{(x-2)^2 + 4} \geq \sqrt{4} = 2$, yəni $y \geq 2$. Başqa sözlə, funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[2; +\infty)$ aralığıdır.

Sinifin bilik səviyyəsindən asılı olaraq, aşağıdakı nümunənin araşdırılması da tövsiyə olunur.

Nümunə. $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın.

Həlli: Arqumentin $x^2 - 1 = 0$ bərabərliyini ödəyən qiymətləri təyin oblastına daxil ola bilməz. Deməli, $x \neq -1$ və $x \neq 1$ olmalıdır.

Təyin oblastı: $(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

İndi isə qiymətlər çoxluğunu tapaq. $\frac{1}{x^2 - 1} = y$ olduğundan $x^2 = \frac{1}{y} + 1$ olur.

$x^2 \geq 0$ olduğuna görə $\frac{1}{y} + 1 \geq 0$ olmalıdır. Bu bərabərsizliyi həll edərək alırıq ki, verilmiş funksiyanın qiymətlər çoxluğu $(-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$ olur.



Funksiya qrafiklə verilmişdirsə, qrafikin üzərindəki nöqtələri x oxu və y oxu üzərinə proyeksiyalamaqla funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər oblastını tapmaq olar. Verilən təyin oblastına görə qrafikin uc nöqtələrinin qeyd olunmasına diqqət yetirilməlidir.

İşçi vərəq N 3

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Funksiyanın təyin oblastını tapın.

a) $y = x^2 - 7x + 10$

b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

c) $y = x^2 + x^{-2}$

d) $y = \frac{x+4}{x-2}$

e) $f(x) = \frac{3x-9}{x^2-x-2}$

f) $f(x) = \sqrt{4-x}$

g) $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x-1}$

h) $y = \frac{\sqrt{3x-x^2}}{\sqrt{x-1}}$

i) $y = \sqrt{\frac{3x-x^2}{x-1}}$

2) Funksiyanın qiymətlər çoxluğunu göstərin.

a) $y = 4 - x^2$

b) $y = \sqrt{16 - x^2}$

c) $y = \sqrt{16 + x^2}$

d) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$

Dərs 4, 5. Dərslik səh. 14-19. Funksiyaların xassələri. Cüt funksiya, tək funksiya. 2 saat



Məzmun standartı

2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir.

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- funksiyanın sıfırlarını müəyyən edir
- funksiyanın artma və azalma intervallarını müəyyən edir
- funksiyanın ekstremumlarını müəyyən edir
- funksiyanın tək, cüt olduğunu və ya nə tək, nə də cüt olduğunu müəyyən edir



Riyazi lüğət

- funksiyanın sıfırları
- funksiyanın artması və azalması
- funksiyanın ekstremumları
- funksiyanın maksimumu və minimumu
- tək funksiya, cüt funksiya
- funksiyanın qrafikinin simmetriklili



Funksiyanın sıfırlarını müəyyən edir

Hər hansı funksiyanın qrafikinə y və x oxları ilə kəsişmə nöqtələri üzərində müzakirə aparılır. f funksiyanın sıfırları dedikdə qrafik üzərində koordinatları $(a; 0)$ olan nöqtələr nəzərdə tutulur. Yəni funksiyanın sıfırları argumentin funksiyanın qiymətini sıfıra çevirən qiymətləridir. Bu mövzu ilə şagirdlər əvvəlki siniflərdən tanışdırlar. Xüsusilə kvadratik funksiyanın araşdırılması zamanı bu mövzuya geniş yer ayrılmışdır. Qrafik olaraq funksiyanın sıfırlarının bir və ya daha çox, bəzən isə heç olmadığını müşahidə etmək olar. Bu funksiyanın verildiyi ifadəni “0”-a bərabər etməklə alınan tənliyin köklərinin sayına uyğundur.

$$f(x) = 3x^2 + x - 10$$

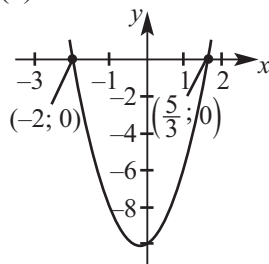
$$3x^2 + x - 10 = 0$$

$$(3x - 5)(x + 2) = 0$$

$$3x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$f(x) = 3x^2 + x - 10$$



$f(x) = 3x^2 + x - 10$ funksiyanın sıfırlarına görə qrafikin x oxunu $(\frac{5}{3}; 0)$ və $(-2; 0)$ nöqtələrində kəsdiyini söyləmək olar.

Bir neçə nümunə üzərində sıfırların tapılması izah edilir.

a) $g(x) = \sqrt{10 - x^2}$

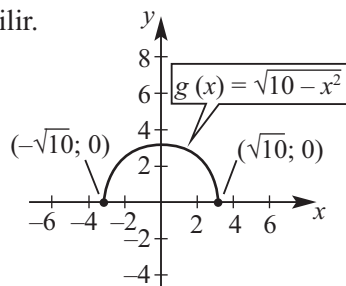
$$\sqrt{10 - x^2} = 0$$

$$10 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \pm\sqrt{10}$$

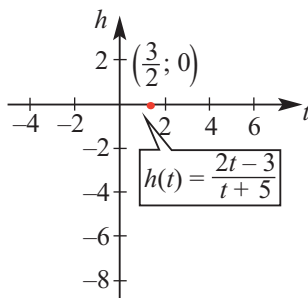
$(\sqrt{10}; 0)$ və $(-\sqrt{10}; 0)$ nöqtələri qrafikin x oxu üzərindəki nöqtələridir.



b) $h(t) = \frac{2t - 3}{t + 5} \quad t \neq -5$

$$\frac{2t - 3}{t + 5} = 0 \quad 2t - 3 = 0 \quad t = \frac{3}{2}$$

$(\frac{3}{2}; 0)$ nöqtəsi qrafikin x oxunu kəsdiyi nöqtədir.

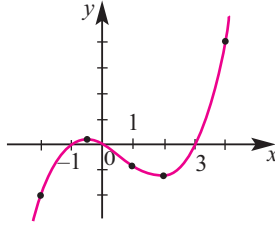


c) $p(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$

$$x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 2x - 3) = x(x - 3)(x + 1)$$

$x = 0, x = 3, x = -1$ nöqtələri funksiyanın sıfırlarıdır.



x	$p(x)$
-2	-10
-1	0
$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$
0	0
1	-4
2	-6
3	0
4	20

Koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrinə və bir neçə əlavə nöqtələrə görə funksiyanın qrafikini sxematik olaraq təsvir etmək olar. Həmçinin şagirdlərin müstəqil olaraq qrafikalkulyatorlarla müxtəlif funksiyaların qrafiklərini qurmağa təşviq edilmələri tövsiyə edilir.

Funksiyanın sıfırları onun təyin oblastını bir neçə aralığa bölür və bu aralıqlarda funksiya öz işarəsini sabit saxlayır. Qurulmuş qrafikə görə funksiyanın işarə sabitliyi aralıqlarını şagirdlər müstəqil olaraq müəyyən edirlər.



• Funksiyanın artma və azalma intervallarını müəyyən etmə.

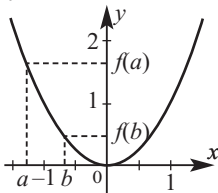
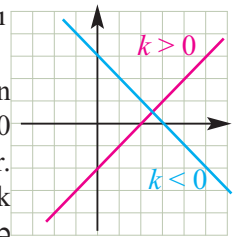
Funksiyanın artma və azalma intervallarını qrafikə görə müəyyən etmə tapşırıqları nümunələr üzərində müzakirələrlə yerinə yetirilir.

Artan və ya azalan funksiya. Funksiya verilən intervalda o vaxt artan olur ki, argumentin bu intervaldan götürülmüş $x_2 > x_1$ şərtini ödəyən istənilən qiymətlərində funksiyanın uyğun qiymətləri $f(x_2) > f(x_1)$ şərtini ödəsin. Əgər argumentin verilən intervaldan götürülmüş x_1 və x_2 qiymətlərində $x_2 > x_1$ olduqda $f(x_2) < f(x_1)$ olarsa, $f(x)$ -ə bu aralıqda azalan funksiya deyilir.

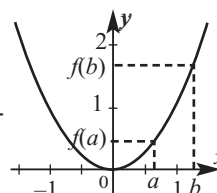
Xətti, kvadratik funksiyaların artma və azalmasını qrafikə görə müəyyən etmə tapşırıqları yerinə yetirilir.

$y = kx + b$ xətti funksiyanın artma və azalmasına k bucaq əmsali necə təsir edir?

Şagirdlər $k > 0$ olduqda funksiyanın artan olduğunu, yəni x -in qiyməti artdıqca funksiyanın da qiymətinin artdığını, $k < 0$ olduqda isə azaldığını qrafiklər üzərində təqdim edirlər. Funksiyanın artan və ya azalan olduğunu şagirdlərin qrafik üzərində x -in artma istiqamətini barmaqları ilə cizmaqla və həmçinin bu halda y -in qiymətlərinin necə dəyişdiyini də cızaraq göstərmələri tövsiyə edilir.

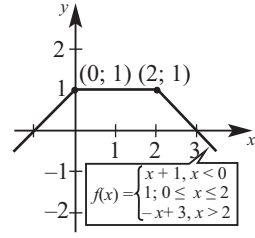
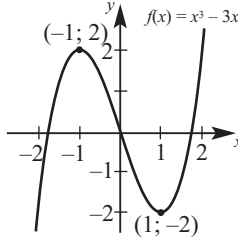
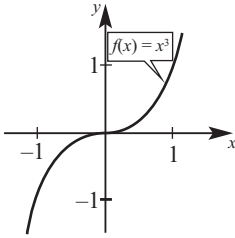


$f(b) < f(a)$
Funksiya $x < 0$ qiymətlərində azalır



$f(b) > f(a)$
Funksiya $x > 0$ qiymətlərində artır

Aşağıdakı kimi üç funksiya üzərində funksiyanın artma və azalmaları müzakirə edilir.



a) $(-\infty; \infty)$ aralığında x -in qiymətləri artdıqca y də artır. Yəni funksiya bütün ədəd oxunda artandır.

b) bu funksiyanın qrafiki üzərində artmanın azalma ilə (və tərsinə) əvəz olunduğu “dönmə” nöqtələri var: $(-1; 2)$ və $(1; -2)$. Bu dönmə nöqtələrinin yaratdıqları intervallarda funksiyanın “özünü necə apardığını” araşdıraraq. $(-1; 2)$ nöqtəsinə görə $(-\infty; -1)$ intervalında funksiyanın artdığını, ikinci “dönüş” nöqtəsinə çatana qədər $(-1; 1)$ intervalında azaldığını, bu nöqtədən başlayaraq $(1; +\infty)$ intervalında yenidən artdığını müşahidə etmək olar.

c) bu funksiya isə digərlərindən fərqlənir. Onun həm artma, həm azalma, həm də bunların heç birinin müşahidə edilmədiyi, qiymətlərin sabit qaldığı intervalı görmək olar.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.6. $y = f(x)$ funksiyası $(-\infty; +\infty)$ aralığında təyin olunmuş və azalan funksiyaadır.

Aşağıdakı qiymətləri artan sırada düzün: a) $f(0), f(-4), f(2)$

Həlli: Əvvəlcə arqumentin qiymətlərini artan sırada düzək: $-4 < 0 < 2$. Şərtə görə funksiya azalan olduğundan arqumentin böyük qiymətinə funksiyanın kiçik qiyməti uyğun gəlməlidir: $f(-4) > f(0) > f(2)$. Buradan $f(2) < f(0) < f(-4)$



• **Funksiyanın maksimum və minimumunu müəyyən etmə.**

Şagirdlər dönüş nöqtələrinin funksiyanın maksimum və minimumuna uyğun gədiyini başa düşürlər. Əgər dönüş nöqtəsində artma azalmaya keçirsə, bu nöqtə funksiyanın maksimumu, əksinə azalma artmaya keçirsə, bu nöqtə funksiyanın minimumudur.

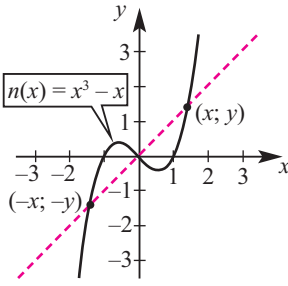


• **Funksiyanın tək və ya cüt olduğunu müəyyən etmə.**

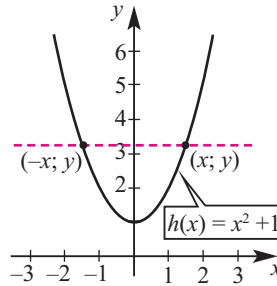
funksiyanın tək və cüt olduğunu müəyyən etmənin yolları həm qrafik olaraq, həm də analitik olaraq izah edilir.

Cüt funksiyaların qrafikləri y oxuna nəzərən simmetrikdir.

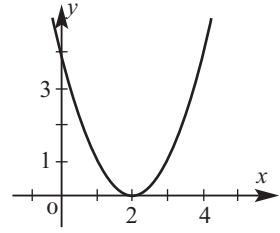
Tək funksiyaların qrafikləri koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.



Koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir. Tək funksiya.



y oxuna nəzərən simmetrikdir. Cüt funksiya.

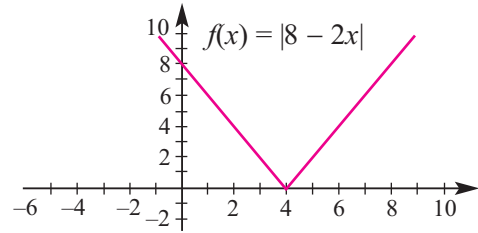


Nə y oxuna, nə də koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik deyil. Nə tək, nə də cüt funksiya.

Qrafikindən görüldüyü kimi, verilmiş $f(x) = |8 - 2x|$ funksiyası nə tək, nə də cüt funksiya deyil. Bunu analitik üsulla da yoxlamaq olar.

$$f(-x) = |8 - 2(-x)| = |8 + 2x|$$

$$f(-x) \neq f(x) \text{ və } f(-x) \neq -f(x)$$



Şagirdlər $f(x) \equiv 0$ funksiyanın həm cüt, həm də tək funksiya olduğunu başa düşür. Çünki $f(x) \equiv 0$ funksiyanın qrafiki həm y oxuna, həm də koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

$f(x) = x^{2k}$ şəklində funksiyların $f(-x) = f(x)$ şərtini ödədiyini və cüt funksiya olduğunu, $f(x) = x^{2k+1}$ şəklində olan funksiyların $f(-x) = -f(x)$ şərtini ödədiyini və tək funksiya olduğunu başa düşürlər.

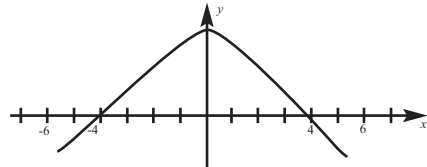
Diqqət edin! Əgər funksiyanın düsturunda həm cüt dərəcədən, həm də tək dərəcədən hədd varsa, və ya düsturda tək dərəcədən ən azı bir hədd və sabit hədd varsa, funksiylar əksərən nə tək, nə də cüt funksiya olurlar.

Cüt funksiyanın qrafiki y oxuna nəzərən simmetrikdir. Xüsusi halda $y = x^2 - 4$, $y = -x^2 + 3$ parabolalarının sxematik təsvirləri üzərində izah edilir ki, əgər cüt funksiya simmetriya oxundan solda artandırırsa (azalandırırsa), onda simmetriya oxundan sağda azalan (artan) olur. Bu nəticəyə gəldikdən sonra D.8 tapşırığı həll edilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.8 Həlli təyin oblastı $[-6; 6]$ olan və $[-6; 0]$ aralığında artan hər hansı cüt funksiyanın qrafiki təsvir edilir. Xüsusi halda, $f(4)=0$ olduqda, $f(-4)=0$ olduğu nəticəsinə gəlik (bunun səbəbini şagirdlər izah edirlər). Bu şərti də nəzərə almaqla funksiyanın qrafikinə eskizində dəqiqləşmə aparılaraq yenidən çəkilir və qrafik təsvirə görə $f(x) > 0$ bərabərsizliyinin həlli araşdırılır. Görüldüyü kimi, $-4 < x < 4$ olduqda $f(x) > 0$ olur.



İşçi vərəq N 4

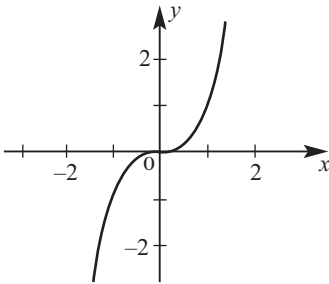
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

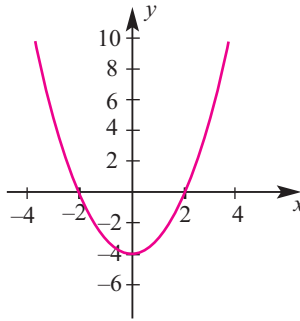
Funksiyalar qrafiklə və düsturla verilmişdir. Funksiyanın tək-cütlüyünü:

a) qrafikinə görə araşdırın. b) analitik üsulla, cüt funksiya üçün $f(-x) = f(x)$, tək funksiya üçün $f(-x) = -f(x)$, nə tək, nə də cüt funksiya üçün $f(x) \neq f(x)$ və $f(-x) \neq -f(x)$ olduğunu yoxlamaqla müəyyən edin.

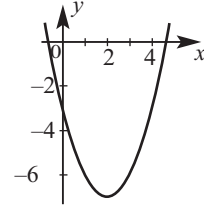
1) $f(x) = x^3$



2) $f(x) = x^2 - 4$



3) $f(x) = x^2 - 4x - 3$



Analitik üsulla cüt funksiya, tək funksiya və ya nə tək, nə də cüt funksiya olduğunu müəyyən edin:

1) $f(x) = -x^5$

2) $f(x) = x^3 + 1$

3) $f(x) = x^{-2}$

4) $f(x) = -3x - 7$

5) $f(x) \equiv 0$

6) $f(x) = 6x^4 - 7x^2$

7) $f(x) = 2x^3 - 5x$

8) $f(x) = x(x^3 + 2x)$

9) $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$

Dərs 6. Dərslik səh. 20, 21. Hissə-hissə verilmiş funksiyalar.



Məzmun standartı

2.2. Funksiya anlayışını bilir, həyati problemlərin riyazi modellərini qurur və funksiyaların xassələrinin köməyi ilə bu problemləri həll edir.



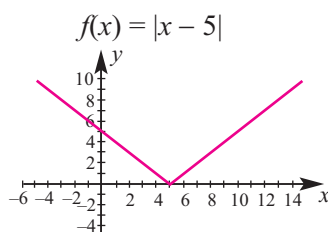
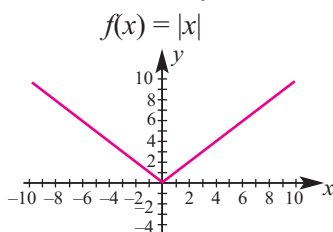
Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- hissə-hissə verilmiş funksiyanın qiymətlərini hesablayır
 - hissə-hissə verilmiş funksiyanın düsturunu yazır, qrafikini qurur
 - tam hissə funksiyanın qrafikini qurur
 - real həyati situasiyaya aid məsələləri hissə-hissə verilmiş funksiya ilə modelləşdirir
-  **Riyazi lüğət**
- hissə-hissə verilmiş funksiya
 - tam hissə funksiyası, pilləvari qrafik

Şagirdlər $f(x) = |x|$ funksiyanın qrafiki ilə tanışdılar. Modullu funksiya aid bir neçə qrafik nəzərdən keçirilir.



$f(x) = |x|$ funksiyanın qrafiki müxtəlif təyin oblastına malik iki xətti funksiyanın qrafikindən ibarətdir. $f_1(x) = -x; x < 0$ və $f_2(x) = x; x \geq 0$

Əslində $f(x) = \begin{cases} -x; & x < 0 \\ x; & x \geq 0 \end{cases}$ yazılışı $f(x) = |x|$ funksiyanı ifadə edir.

Modul funksiyası hissə-hissə verilmiş funksiya bir nümunədir.

Təyin oblastının müxtəlif aralıqlarında müxtəlif düsturlarla verilən funksiyalara **hissə-hissə verilmiş funksiyalar** deyilir.



Dərslikdə verilən məsələ ilə və ya aşağıdakı məsələ ilə hissə-hissə verilmiş funksiyaları araşdırmaq olar.

Ev heyvanları saxlayanlara xidmət göstərən şirkət, sahibinin müəyyən müddətə onlara təhvil verdikləri heyvanlara qulluq edir. Xidmət haqqı aşağıdakı kimi müəyyən edilmişdir.

1. Əgər heyvana 1 saat və 1 saatdan az olan istənilən vaxtda qulluq göstərilirsə, 5 ₼
2. 1 saatdan çox olmaqla 2 saata qədər olan vaxtda qulluq 12,50 ₼.
3. 2 saatdan çox vaxt üçün 13 ₼ sabit və hər əlavə saat üçün 3 ₼ xidmət haqqı alınır

Məsələdə verilən situasiyaya uyğun funksiyaları analitik şəkildə, qiymətlər cədvəli ilə və qrafik üsulla təsvir etmə tapşırıqları yerinə yetirilir.

Şirkətin xidmət şərtlərini qrafik təsvir edin.



•• hissə-hissə verilmiş funksiyanın düsturunu yazır

Şirkətin xidmət şərtlərini analitik üsulla ifadə edək.

$$y = \begin{cases} 0 & \text{əgər } x = 0 \\ 5 & \text{əgər } 0 < x \leq 1 \\ 12,5 & \text{əgər } 1 < x \leq 2 \\ 13 + 3(x-2) & \text{əgər } x > 2 \end{cases}$$



• hissə-hissə verilmiş funksiyanın qiymətlərini hesablayır

Şirkətin xidmət şərtlərini əks etdirən qiymətlər cədvəli tərtib edilir.

Hissə-hissə funksiyanın hər bir hissəsini ifadə edən funksiyanın verilən təyin oblastında üç qiyməti hesablanır.

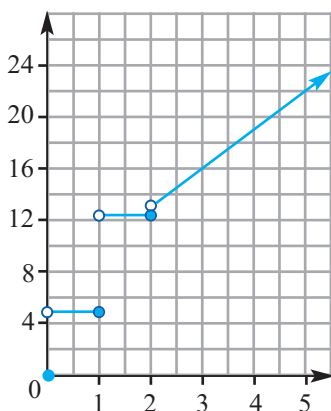
Şirkətin xidmət şərtlərini cədvəllə təqdim edək.

Vaxt (saatla)	Xidmət haqqı (₼)
0	0
0,25	5,00
0,50	5,00
1,00	5,00
1,25	12,50
1,50	12,50
2,00	12,50
2,50	14,50
3,00	16,00
4,00	19,00



• hissə-hissə verilmiş funksiyanı qrafik təsvir edir.

Şirkətin xidmət şərtlərini ifadə edən hissə-hissə funksiyanı qrafik təsvir edək.



Cədvəldə verilən nöqtələr koordinat müstəvisi üzərində qeyd edilir.

Təyin oblastına daxil olan nöqtələr ($\leq$) üçün rəngli kiçik dairə, daxil olmayanlar üçün isə rəngsiz kiçik dairədən istifadə edilir.

Məsələn, (1; 5) nöqtəsi rəngli, (1; 12,50) nöqtəsi isə rəngsiz olmalıdır.

Qrafikin son hissəsi şüadan ibarət olacaq, çünki 2 saatdan sonrakı dəyişmə eyni asılılıqla verilir:

Hər saatda 2 ₼

Funksiyanın təyin oblastı $x \geq 0$ çoxluğudur.

Qrafik $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ qiymətlərində kəsildir.

Şagirdlər hissə-hissə verilmiş funksiya eyni zamanda xətti, kvadratik və s. müxtəlif ifadələrin daxil ola biləcəyini başa düşürlər.

Məsələn, $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 2x + 3, & x \geq 2 \end{cases}$ funksiyasının qiymətlər cədvəlini və qrafikini quraq.

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = 2x + 3$$

x	$f(x)$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

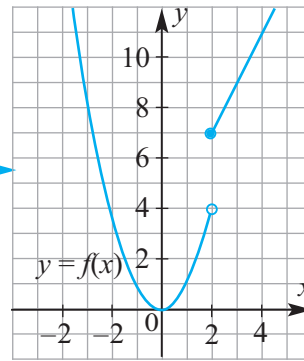
x	$f(x)$
2	7
3	9
4	11
5	13
6	15

Funksiyanın düsturundan görünür ki, onun qrafiki qolları yuxarıya yönəlmiş paraboladan və soldan sağa yönələn şüadan ibarətdir.

Arqumentin $x = 2$ qiymətindən başlayaraq dəyişmə baş verir, kvadratik funksiya şəklində olan asılılıq xətti funksiya şəklinə keçir.

f funksiyasının qrafiki:

Qiymətlər cədvəlindəki nöqtələr koordinat müstəvisi üzərində yerləşdirilir. (2; 7) nöqtəsi rənglidir, çünki bu nöqtə $f(x) = 2x + 3$ qrafikinə aiddir, (2; 4) nöqtəsi qrafikə aid olmadığı üçün rəngsiz dairelərlə göstərilir.



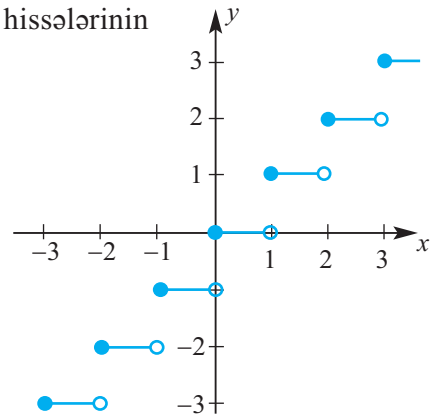
Hissə-hissə funksiya sabit funksiyalardan ibarət ola bilər, məsələn $y = 2$, $y = 3$ və s. Bu halda funksiyanın qrafiki pillələrdən ibarət olur.

Tam hissə funksiyası izah edilir.

Tam hissə funksiyası $f(x) = [x]$ kimi yazılır.

Tam hissə funksiyası analitik şəkildə aşağıdakı kimi verilə bilər, bütün ədəd oxunda onun hissələrinin (pillələrinin) sayı sonsuz sayda olur.

$$[x] = \begin{cases} \vdots & \\ -2 & -2 \leq x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 3 \\ \vdots & \end{cases}$$





• *real həyati situasiyaya aid məsələləri hissə-hissə verilmiş funksiya ilə modelləşdirir*

Pilləvari qrafikdə başlanğıc nöqtənin rəngli və rəngsiz olmasına diqqət edilir. Situasidan asılı olaraq bu nöqtələr yerini dəyişə bilər.

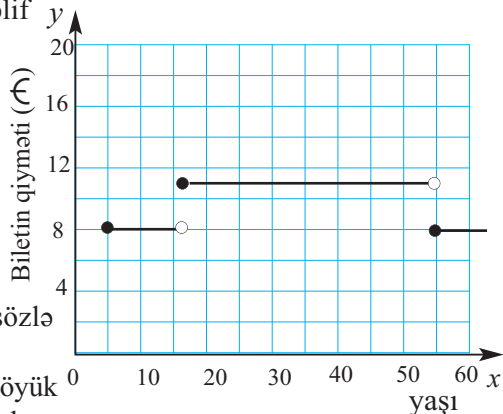
Hissə-hissə verilmiş funksiyalarla müxtəlif həyati situasiyaları modelləşdirmək olar.

Məsələn, aşağıdakı funksiya şəxsin yaşından asılı olaraq konsertə biletin qiymətini əks etdirir.

$$p(x) = \begin{cases} 8 & \text{əgər } 5 \leq x < 16 \\ 11 & \text{əgər } 16 \leq x < 55 \\ 8 & \text{əgər } x \geq 55 \end{cases}$$

Şagirdlər funksiyanı hər bir hissədə sözlə təqdim edirlər.

Məsələn, yaşı 16-dan kiçik, 5 və ya 5-dən böyük bütün şəxslər üçün biletin qiyməti 8 manatdır.



! Nə üçün (16; 8) nöqtəsi rəngsiz dairəciklə göstərilib? Çünki 16 yaşı tamam olmuşlara bilet 8 manata deyil, 11 manata satılır. Ona görə də bu nöqtə bu hissənin qrafikinə aid deyil.

İşçi vərəq N 5

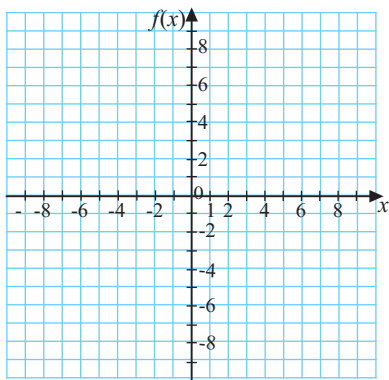
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

Hissə-hissə funksiyanın qiymətlər cədvəlini doldurun. Qrafikini qurun.

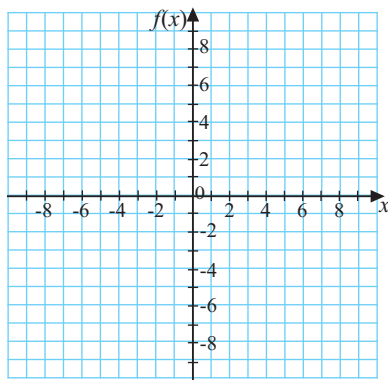
$$f(x) = \begin{cases} -2x - 9; & x < -3 \\ \frac{1}{3}x - 4; & x \geq -3 \end{cases}$$

x					
$f(x)$					
x					
$f(x)$					



$$f(x) = \begin{cases} -2x; & x \leq 2 \\ -(x-2)^2 + 6; & x > 2 \end{cases}$$

x					
$f(x)$					
x					
$f(x)$					



Dərs 7. Dərslik səh. 22. **$y = x^n$, $n \in \mathbb{N}$, qüvvət funksiyaları****Məzmun standartı**

2.2.5. Qüvvət funksiyasının tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.

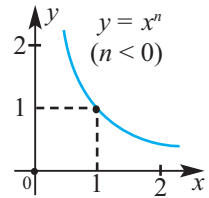
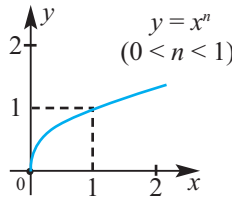
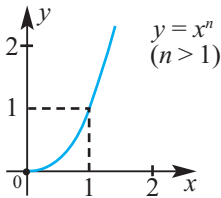
**Formalaşdırılan şagird bacarıqları**

- Cüt və tək dərəcədən qüvvət funksiyalarının qrafiklərini qurur
- Cüt və tək dərəcədən qüvvət funksiyalarının xassələrini tətbiq edir.

**Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər****Riazi lüğət**

- n -tərtibli parabola

Qüvvət funksiyasının ümumi şəkli şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) şəklindəki qüvvət funksiyaları nəzərdən keçirilir. Lakin sinfin səviyyəsi və dərs saatları imkan verirsə, funksiyanı daha ümumi şəkildə $n > 1$, $0 < n < 1$, $n < 0$ qiymətlərində nəzərdən keçirmək olar. Bu halda n -in (burada $n \in \mathbb{Q}$) qiymətindən asılı olaraq qrafiklər aşağıdakı kimi olacaq.



$n = 2k$ olduqda $y = x^n$ $n \in \mathbb{N}$ funksiyasının xassələrinin şagirdlərə tanış olan $y = x^2$ funksiyası üzərində təqdim edilməsi əlverişlidir.

Təyin oblası: $\mathbb{R}$, bütün həqiqi ədədlər çoxluğu

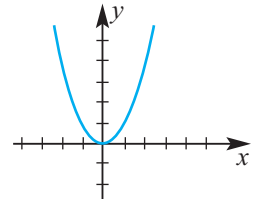
Qiymətlər oblası: $[0; +\infty)$

Azalandır: $(-\infty; 0]$ intervalında

Artandır: $[0; +\infty)$ intervalında

Cüt funksiyadır

$x = 0$ nöqtəsində minimum qiymətini alır: $y_{\min} = 0$



Tək dərəcədən $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) funksiyasının xassələri $y = x^3$ funksiyası üzərində nəzərdən keçirilir.

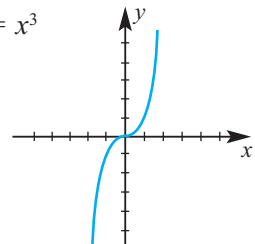
Təyin oblası: $\mathbb{R}$, bütün həqiqi ədədlər çoxluğu

Qiymətlər oblası: $\mathbb{R}$, bütün həqiqi ədədlər çoxluğu

Artandır

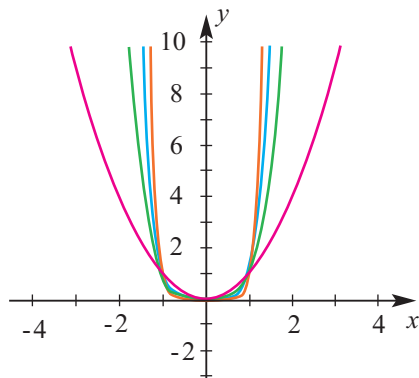
Tək funksiyadır

Maksimumu, minimumu yoxdur.

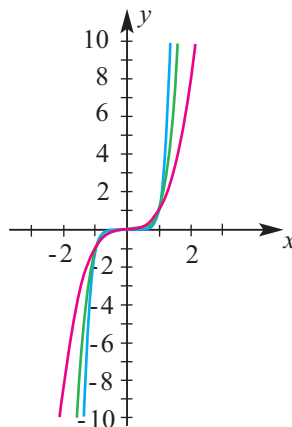


Cüt və tək dərəcədən qüvvət funksiyalarının qrafiklərinin bir neçə nöqtəsinə görə sxematik olaraq və qarqalkulyatorla qurulması tövsiyə edilir.

Cüt dərəcədən $y = x^n \quad n \in \mathbb{N}$



Tək dərəcədən $y = x^n \quad n \in \mathbb{N}$



Qüvvət funksiyaları mövzusuna aid məsələlər funksiyaların təsnifatı, çevrilməsi, funksiyalar üzərində əməllər, mürəkkəb funksiya mövzularında yeri gəldikcə müxtəlif yanaşmalarla yenidən nəzərdən keçiriləcəkdir.

! Şagirdlər $y = x^n$ qüvvət funksiyasını, $y = a^x$ funksiyası ilə qarışdırma bilərlər. Bu iki funksiyadan birincisində argumentin qüvvətin əsası, digərində isə üstü olduğu diqqətə çatdırılır. Qrafiklərinin də fərqli olduğu diqqətə çatdırılır.

Şagirdlərin nəzərinə çatdırılır ki, qüvvət funksiyalarının qrafiki və xassələri n -ci dərəcədən kökün hesablanmasında və $x^n = a$ tənliklərinin həllində istifadə edilir. Belə ki: tək dərəcəli tənliyin a -nın bütün qiymətlərində həqiqi kökü var, cüt dərəcəli tənliyin isə $a < 0$ olduqda həqiqi kökü yoxdur.

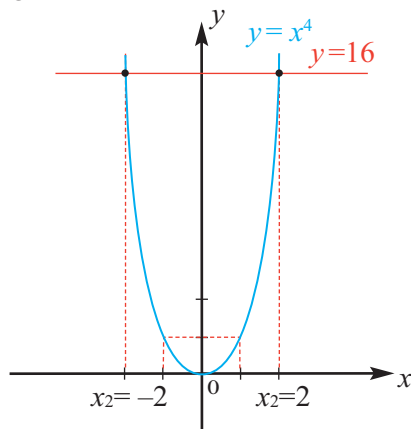


Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5 Həlli: $y = x^4$ və $y = 16$ funksiyalarının qrafikləri eyni koordinat müstəvisində qurulur. Sxematik təsvirə görə kəsişmə nöqtələrinin sayı haqqında mülahizələr söylənilir.

$x^4 = 16$ tənliyinin həllindən kəsişmə nöqtələrinin absisləri tapılır: $x = \pm \sqrt[4]{16}$, $x_1 = -2$ və $x_2 = 2$. Qrafik təsvirdən göründüyü kimi, argumentin $(-2; 2)$ aralığından olan qiymətlərində $y = x^4$ funksiyasının qrafiki üzərindəki nöqtənin ordinatı 16- dan kiçikdir, yəni $x^4 < 16$ bərabərsizliyinin həlli

$(-2; 2)$ aralığı olur. $x < -2$ və ya $x > 2$ olduqda isə $x^4 > 16$ bərabərsizliyi ödənilir.



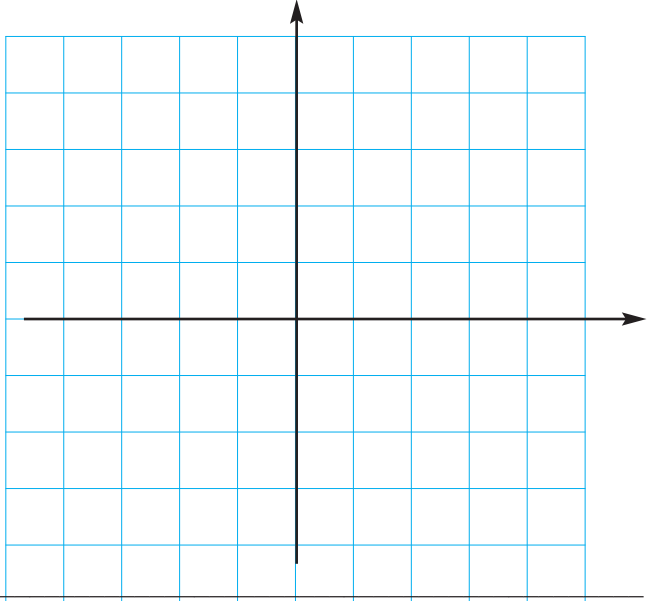
İşçi vərəq N 6

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

$y = x$, $y = x^3$, $y = x^5$ funksiyalarının qiymətlər cədvəlini doldurun, qrafiklərini qurun.
Qrafikləri müqayisə edin.

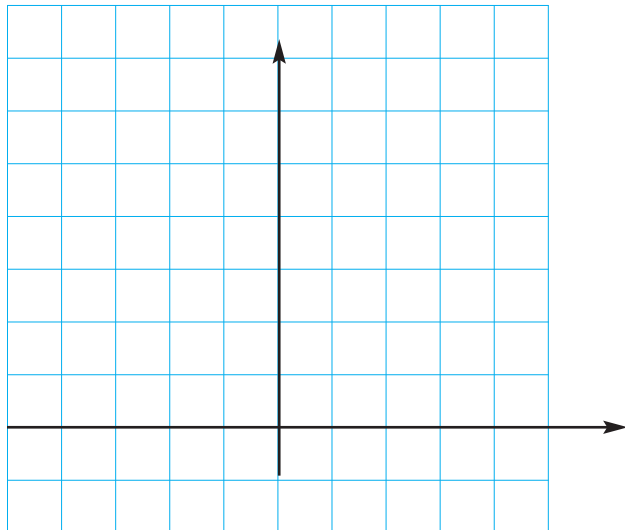
x	$y=x$	$y=x^3$	$y=x^5$
-1,5			
-1			
-0,5			
0			
0,5			
1			
1,5			



Qrafiklərin müqayisəsi _____

$y = x^2$, $y = x^4$, $y = x^6$ funksiyalarının qiymətlər cədvəlini doldurun, qrafiklərini qurun.
Qrafikləri müqayisə edin.

x	$y=x^2$	$y=x^4$	$y=x^6$
-1,5			
-1			
-0,5			
0			
0,5			
1			
1,5			



Qrafiklərin müqayisəsi _____

Dərs 8. Dərslik səh. 23, 24. Funksiyaların təsnifatı



Məzmun standartı

2.2.1.Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblası, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütliyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- *funksiyalar ailəsinin əsas funksiyanın (ana funksiyanın) qrafikini qurur, xassələrini göstərir.*
- *Verilmiş funksiyanın aid olduğu ailəni müəyyən edir, xassələrini göstərir.*
- *Real həyati situasiyanı funksiya ilə modelləşdirir və funksiyanın aid olduğu ailəyə görə xassələrini təqdim edir.*



Riyazi lüğət

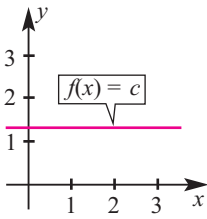
- *funksiyaların ailəsi*
- *əsas funksiya*
- *asimptot*

Şagirdlərlə müzakirə aparılır: Biz indiyə qədər hansı funksiyaları öyrənmişik? Funksiyaların adları və ümumi şəkilləri söylənir və ardıcıl olaraq lövhəyə qeyd edilir.

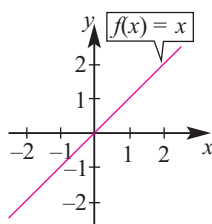
1. Xəttili funksiya, $y = kx + b$; 2. Sabit funksiya: $y = c$; 3. Kvadrat funksiya $y = x^2$

4. Modul funksiya $y = |x|$; 5. Qüvvət funksiya $y = x^n$;

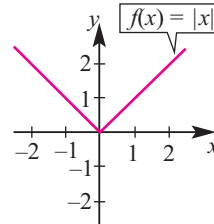
6. Rəşional funksiya $y = \frac{1}{x}$ 7. Hissə-hissə verilmiş funksiya $y = [x]$



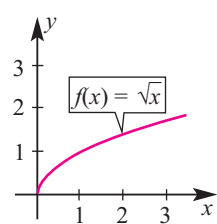
Sabit funksiya



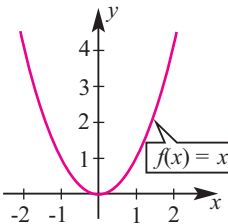
Eynilik funksiya



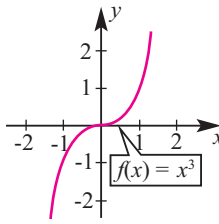
Modul funksiya



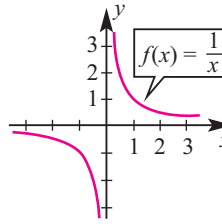
Kvadrat kök funksiya



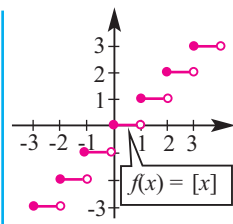
Kvadrat funksiya



Kub funksiya



Rəşional funksiya



Tam hissə funksiya



Aşağıdakı kimi ən çox rast gəlinən əsas funksiyalar cədvəlini tərtib etmə tapşırığının ev tapşırığı kimi verilməsi tövsiyə edilir.

Funksiyanın adı	Əsas funksiya	Qrafiki	Xassələri
Sabit funksiya	$f(x) = c$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $\{c\}$
Eynilik funksiyası	$f(x) = x$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $(-\infty; +\infty)$ Sıfırı: $x = 0$ Artan funksiya Ekstremumu yoxdur
Kvadrat funksiyası	$f(x) = x^2$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $[0; +\infty)$ Sıfırı: $x = 0$ $(-\infty; 0] \downarrow$, $[0; +\infty) \uparrow$ $(0; 0)$ nöqtəsində min.
Kvadrat kök funksiyası	$f(x) = \sqrt{x}$		Təy.obl: $[0; +\infty)$ Qiym. çox: $[0; +\infty)$ Sıfırı: $x = 0$ $[0; +\infty) \uparrow$ Ekstremumu yoxdur
Modul funksiyası	$f(x) = x $		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $[0; +\infty)$ Sıfırı: $x = 0$ $(-\infty; 0] \downarrow$, $[0; +\infty) \uparrow$ $(0; 0)$ nöqtəsində minimum
Rasional funksiya	$f(x) = \frac{1}{x}$		Təy.obl: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ Qiym. çox: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ Sıfırı yoxdur $(-\infty; 0) \downarrow$, $(0; +\infty) \downarrow$ Ekstremumu yoxdur
Kub funksiyası	$f(x) = x^3$		Təy.obl: $(-\infty; +\infty)$ Qiym. çox: $(-\infty; +\infty)$ Sıfırı: $x = 0$ Artan funksiya Ekstremumu yoxdur

Eyni ailəyə daxil olan funksiyaların əsas funksiyanın müxtəlif çevrilmələri ilə alındığı diqqətə çatdırılır. Bu dərs saatında əsas diqqəti verilmiş situasiyaya uyğun funksiyanın düsturunu yazmaq və onun əsas funksiyanı müəyyən etmək, qrafikə görə funksiyanın hansı ailəyə daxil olduğunu müəyyən etmək, verilmiş qiymətlər cədvəlinə görə qrafiki qurmaq və ailənin əsas funksiyanı müəyyən etmək kimi bacarıqlar formalaşdıran tapşırıqlar yerinə yetirilir.



funksiyalar ailəsinin əsas funksiyanın (ana funksiyanın) qrafikini qurur, xassələrini göstərir.

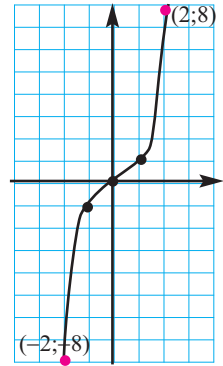
Dərslikdə verilmiş öyrənmə tapşırığını sinifdə müzakirə etməklə və müəllim üçün vəsaitdə verilmiş cədvəlin şagird tərəfindən ev tapşırığı olaraq yerinə yetirilməsi bu bacarığın formalaşdırılması üçün əhəmiyyətlidir. D1 və D2 tapşırıqları da bu bacarığın formalaşdırılmasına xidmət etməklə yanaşı • *Real həyati situasiyanı funksiya ilə modelləşdirir və funksiyanın aid olduğu ailəyə görə xassələrini təqdim edir.* bacarığının da formalaşdırılması üçün əhəmiyyət daşıyır.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

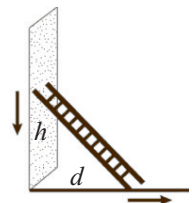
D.2 tapşırığı koordinat müstəvisi üzərində verilən nöqtələri qeyd etməklə yerinə yetirilir. c) bəndinə görə $(-1; -1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$ nöqtələrinə $(-2; -8)$ və $(2; 8)$ nöqtələri əlavə edilmişdir. Bu halda qeyd edilən nöqtələri birləşdirməklə funksiyanın qrafikinin kub parabola olduğunu asanlıqla görmək olar.

Şagird nöqtələrin koordinatlarına görə də bunu müəyyən edə bilərdi. -1 , -2 və 2 -nin kubları uyğun olaraq -1 ; -8 ; 8 ədədləridir. Verilən nöqtələrə görə şagirdin funksiyanın hansı sinfə aid olduğunu hansı etapda müəyyən etdiyi diqqət mərkəzində saxlanılır. Əsas funksiyanı nöqtələr cütünə görə müəyyən etməsini şagirdin artıq bu funksiyanı yaxşı tanıması kimi qiymətləndirmək olar. Lakin nöqtələrin koordinat müstəvisi üzərində qeyd edərək qrafikin çəkilməsi də şagirdin əlaqələndirmə bacarıqlarının inkişafı, fəza təsəvvürlərinin formalaşması baxımından vacibdir.



Funksiyaların təsnifatı, əsas funksiyanı müəyyən etmə bacarıqları növbəti dərstdə funksiya qrafiklərinin çevrilmələrini daha yaxşı başa düşməyə kömək edir. Həmçinin real həyati situasiyaları qrafiklərin çevrilmələrinə tətbiq bacarıqlarını yaradır.

D.5 Həlli: a) Pifaqor teoreminə görə $h^2 + d^2 = 3^2$, buradan isə $h = \sqrt{9 - d^2}$ alırıq. b) Real həyati situasiyaya uyğun funksiyanın təyin oblastı $0 \leq d \leq 3$, qiymətlər oblastı $0 \leq h \leq 3$ şərtindən tapılır.



Dərs 9-11. Dərslik səh. 25-31. Qrafiklərin çevrilməsi. 3 saat



Məzmun standartı

2.2.1. Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblası, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrüliyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- *funksiyaların qrafiklərinin paralel köçürülməsini qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir;*
- *funksiyaların qrafiklərinin əksətməsini qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir*
- *funksiyaların qrafiklərinin dartılma və sıxılmasını qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir.*



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər



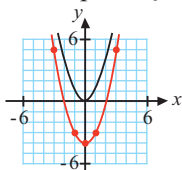
Riyazi lüğət

- *qrafiklərin paralel köçürülməsi*
- *qrafiklərin əksətməsi*
- *qrafiklərin dartılması və sıxılması*

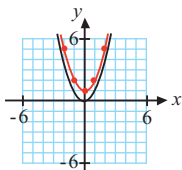
1-ci saat paralelköçürmə. Funksiyalar ailəsi üçün əsas funksiyanı müəyyən etmə bacarıqları ilə şagirdlər qrafiklərin çevrilmələrinə aid tapşırıqları sözlə, funksiyanın qrafiki üzərində yerinə yetirirlər. Bu tapşırıqlar analitik ifadəsi ilə verilmiş funksiyaadakı çevrilmələri əsas funksiya görə sözlə, qrafik şəkildə ifadə etmə bacarıqlarını və ya əksinə, qrafik şəkildə verilmiş funksiyaadakı çevrilməni analitik yazılışla və sözlə ifadə etmə bacarıqlarını əhatə edir.

Qrafiklərin çevrilmələri xüsusən, paralelköçürmə, dartılma və sıxılma kvadratik funksiya üzərində 9-cu sinifdə ətraflı nəzərdən keçirilmişdir. Odur ki, dərsin izahının və ilk tapşırıqların kvadratik funksiya üzərində yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir.

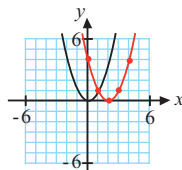
$y = x^2$ əsas funksiya görə paralelköçürməni tanıma müzakirəsi aparılır. Nümunə olaraq aşağıdakı qrafiklərdən istifadə etmək olar. Şagirdlərə hər bir nümunəyə uyğun dəftərlərində qrafik çəkmək üçün vaxt verilir.



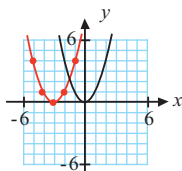
$$y = x^2 - 4$$



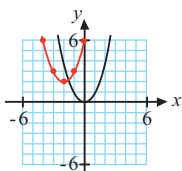
$$y = x^2 + 1$$



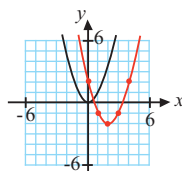
$$y = (x - 2)^2$$



$$y = (x + 3)^2$$



$$y = (x + 2)^2 + 2$$



$$y = (x - 2)^2 - 2$$

Şagirdlər hər bir parabolunu $y = x^2$ parabolasına görə təqdim edir və çevrilmə nəticəsində parabolunun təpə nöqtəsinin koordinatlarının üfiqi və şaquli sürüşmənin qiymətinə uyğun gəldiyinə diqqət edirlər. Daha asan yadda saxlamaq üçün diqqət edilir: Sola sürüşmədə x -in qiymətinə əlavə edilir, sağa sürüşmədə x -in qiymətindən çıxılır. Yuxarı sürüşmə zamanı verilən funksiyanın (və ya y -in) qiymətinə əlavə edilir, aşağı sürüşmədə isə verilən funksiyanın qiymətindən (və ya y -dən) çıxılır. Bu bütün funksiyaların paralelköçürülməsi zamanı doğrudur. Paralelköçürmə zamanı qrafikin bütün nöqtələrinin eyni vahid qədər yerini dəyişdiyini şagird başa düşür. Ana funksiyanın bir neçə nöqtəsinin koordinatlarını müəyyən edib, verilən vahid qədər dəyişməklə paralel köçürməni yerinə yetirir, qrafikin yeni vəziyyətini çəkir.

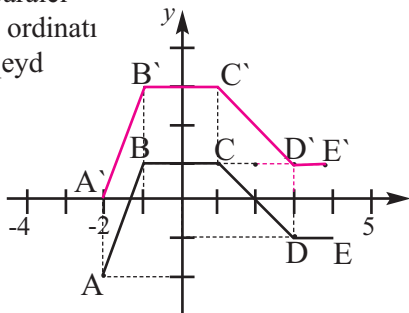


Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.6 a) $g(x) = f(x) + 2$

Həlli: $f(x)$ funksiyanının qrafikini şaquli istiqamətdə 2 vahid yuxarı paralel köçürməklə $g(x)$ funksiyanının qrafiki alınır. Bu paralel köçürmədə hər bir nöqtənin absisi eyni qalmaqla, ordinatı 2 vahid artır: $(x; y) \rightarrow (x; y + 2)$. Qrafik üzərində qeyd olunmuş nöqtələr üçün bunları nəzərə alaq.

$A(-2; -2) \rightarrow A'(-2; 0)$ $D(3; -1) \rightarrow D'(3; 1)$
 $B(-1; 1) \rightarrow B'(-1; 3)$ $E(4; -1) \rightarrow E'(4; 1)$
 $C(1; 1) \rightarrow C'(1; 3)$



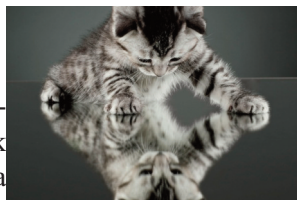
Verilmiş nöqtələrin paralel köçürmədə çevrildikləri nöqtələri ardıcıl birləşdirməklə $y(x) = f(x) + 2$ funksiyanının qrafikini alırıq.

Ətraf aləmdə, təbiətdə, binaların və küçələrin dizaynında çoxlu sayda funksiyaları və onların çevrilmələrini vizual olaraq görmək, təsəvvür etmək mümkündür. Şagirdlərin bu cür situasiyaları əks etdirən fotoşəkillər, rəsmlər çəkmələri “Biz funksiyaları görürük”, “Funksiyalar təbiətdə” kimi riyazi təqdimatlar, tədbirlər keçirilməsi faydalı olardı. Bu cür tədbirlər şagirdlərin sosial, kommunikasiya bacarıqları ilə yanaşı yaradıcı təfəkkürlərinin də formalaşmasında mühüm rol oynayır.



funksiyaların qrafiklərinin əksətməsini qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir.

Funksiyalar üzərində əksətmə hərəkətinə yğun çevrilməni ən yaxşı nümayiş etdirən funksiya kvadrat kök funksiyasıdır. $y = \sqrt{x}$ funksiyası da kvadratik funksiya kimi bir çox fiziki hadisələri modelləşdirməyə imkan verir.



Bu barədə şagirdlərlə müzakirələr aparılır. Nümunələr söylənilir.

Yuxarıdan atılan cismin hərəkəti kvadrat kök funksiyasına ən uyğun nümunədir.

$h = -4,9t^2 + h_0$ düsturunda h verildikdə zamanın hündürlükdən asılılığı (cismnin Yer səthinə çatma müddəti) kvadrat kök funksiyası ilə ifadə edilir.

Şagirdlər real həyati situasiyalar üzərində funksiyanın əksətməsini modelləşdirir, nümunələr göstərilir.

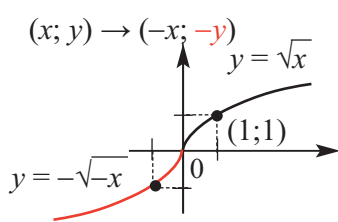
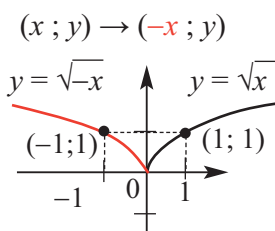
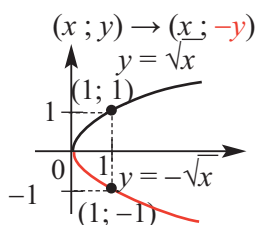
Hər bir əksətmə halı, x oxuna nəzərən, y oxuna nəzərən və koordinat başlanğıcına nəzərən əksətmədə koordinatların dəyişməsinə diqqət edilir. Qrafikin yeni vəziyyəti uyğun nöqtənin yeni koordinatını müəyyən edilməklə çəkilir.



$$f(x) \rightarrow -f(x)$$

$$f(x) \rightarrow f(-x)$$

$$f(x) \rightarrow -f(-x)$$



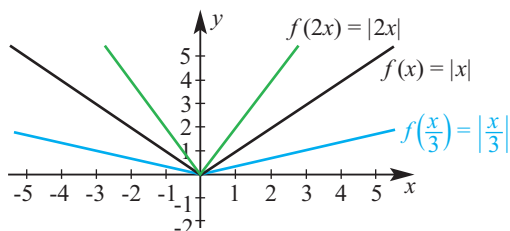
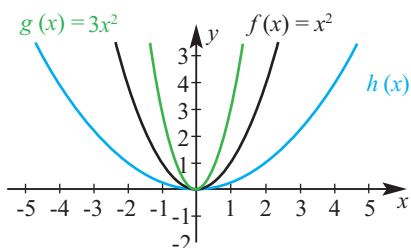
Şagirdlərə aşağıdakı kimi suallar verilir.

- 1) Cüt funksiyanın y oxuna nəzərən əksətməsində nə baş verir?
- 2) Tək funksiyanın y oxuna nəzərən əksətməsində nə baş verir?
- 3) Cüt funksiyanın x oxuna görə əksətməsini necə təqdim edərdiniz?
- 3) Tək funksiyanın x oxuna görə əksətməsini necə təqdim edərdiniz?



• *funksiyaların qrafiklərinin dartılma və sıxılmasını qrafik olaraq, analitik düsturla, sözlə təqdim edir*

Funksiya qrafiklərinin dartılma və sıxılma hərəkətlərinə uyğun çevrilmələri kvadrat funksiyası və modul funksiyası ilə təqdim etmək əlverişlidir.



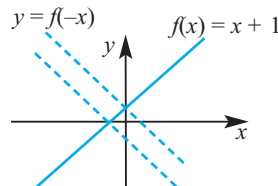
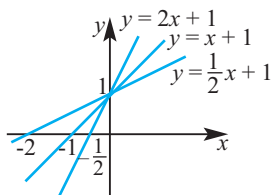
Dərslikdə verilmiş mövzunun izahı şagirdlərlə birlikdə araşdırılır. Şagirdlərin seçilən nöqtənin çevrilmə nəticəsində koordinatlarının dəyişməsinə müəyyən etmələri və yeni vəziyyətdə yerləşdirmələri üçün vaxt verilir. Əsas diqqət üfiqi və şaquli dartılma və sıxılmanın funksiyanın düsturu ilə əlaqəsinə verilir. $F(x)$ funksiyanın qrafikinə y oxuna k dəfə sıxılması qiymətlərinin əsas funksiya görə k dəfə tez (sürətlə) artması

deməkdir. $y=2f(x)$ dəyişməsində koordinatı (1;2) olan nöqtənin koordinatı (1;4) olacaq, yəni x oxundan uzaqlaşacaq. $0 < k < 1$ olduqda isə qrafik x oxuna sıxılmış olacaq. Funksiyaların qrafiklərinin çevrilmələrini ümumi şəkildə ifadə edən aşağıdakı məlumatın plakat və ya slayd şəklində hazırlanması tövsiyə edilir.

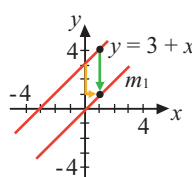
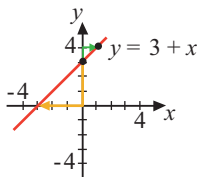
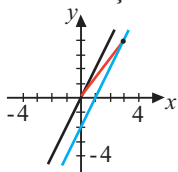
$f(x)$ funksiyasının çevrilmələri

Yeni funksiya	Çevrilmə sözlə	Koordinatların dəyişməsi
$h(x) = f(x) + c$	c vahid şaquli yuxarı sürüşmə	$(x; y) \rightarrow (x; y + c)$
$h(x) = f(x) - c$	c vahid şaquli aşağı sürüşmə	$(x; y) \rightarrow (x; y - c)$
$h(x) = f(x + c)$	c vahid üfüqi sola sürüşmə	$(x; y) \rightarrow (x - c; y)$
$h(x) = f(x - c)$	c vahid üfüqi sağa sürüşmə	$(x; y) \rightarrow (x + c; y)$
$h(x) = -f(x)$	x oxuna nəzərən əksətmə	$(x; y) \rightarrow (x; -y)$
$h(x) = f(-x)$	y oxuna nəzərən əksətmə	$(x; y) \rightarrow (-x; y)$
$h(x) = cf(x)$	c dəfə şaquli sıxılma və dartılma $c > 1$; $0 < c < 1$ olduqda	$(x; y) \rightarrow (x; cy)$
$h(x) = f(cx)$	c dəfə üfüqi sıxılma və dartılma $c > 1$; $0 < c < 1$ olduqda	$(x; y) \rightarrow (cx; y)$

Sıxılma və dartılmanın xətti funksiyalar üzərində də nəzərdən keçirilməsi tövsiyə edilir. Burada da kordinat oxlarından uzaqlaşma və yaxınlaşma aydın görünür.



Həmçinin paralelköçürmənin və əksətmə hərəkətlərinin də xətti funksiyanın qrafiki üzərində araşdırılması vacibdir.



Məsələn, $f(x) = 2(x - 3) + 4$

$m(x) = x \rightarrow h(x) = 2x \rightarrow g(x) = 2(x - 3) \rightarrow f(x) = 2(x - 3) + 4$



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.26 Həlli a) $f(x) = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikini absis oxundan 2 dəfə dartdıqda, $(x; y) \rightarrow (x; 2y)$ olduğundan $g(x) = 2f(x)$, yəni $g(x) = 2\sqrt{x}$ funksiyasının qrafiki alınar.

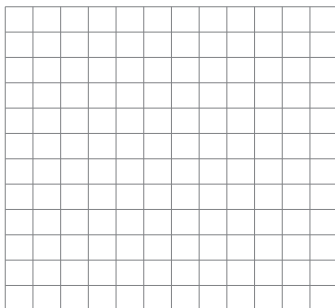
İşçi vərəq N 7

Adı _____ Soyadı _____

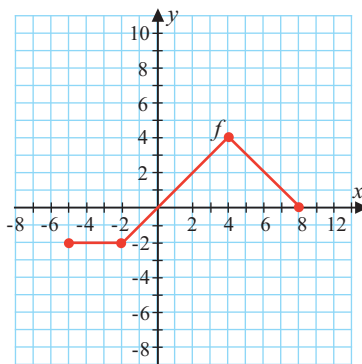
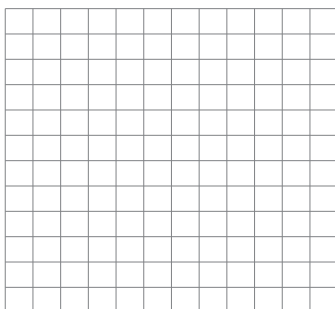
Tarix _____

1) Verilən qrafikə görə verilən çevrilmələrin qrafikini çəkin.

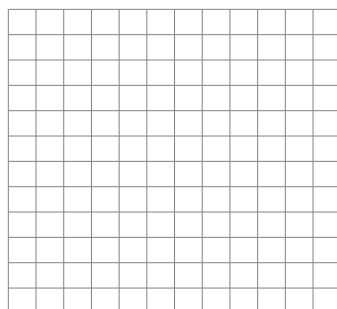
$$y = f(x - 2) + 3$$



$$y = f(-x)$$



$$y = 2f(x + 1)$$

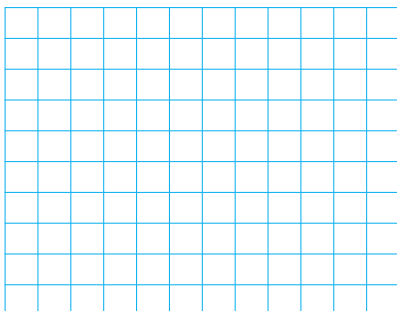


2) Əsas funksiya və çevrilmələri yazın, qrafiki qurun.

$$f(x) = -\sqrt{x-1} + 2$$

Əsas funksiya _____

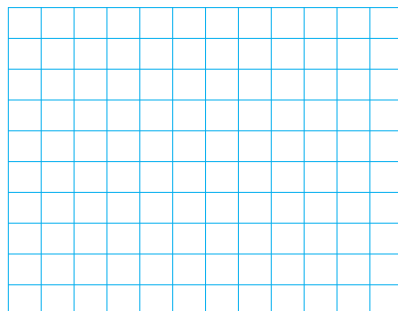
Çevrilmə _____



$$f(x) = |x - 1| + 2$$

Əsas funksiya _____

Çevrilmə _____



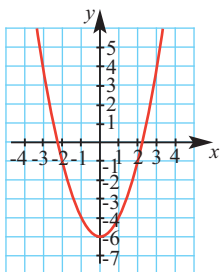
İşçi vərəq N 8

Adı _____ Soyadı _____

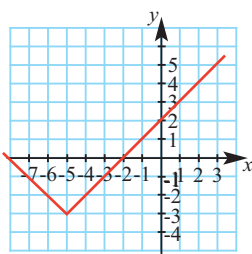
Tarix _____

Qrafiklərə görə əsas funksiya üzərində hansı çevrilmələrin aparıldığını müəyyən etməklə funksiyanın düsturunu yazın.

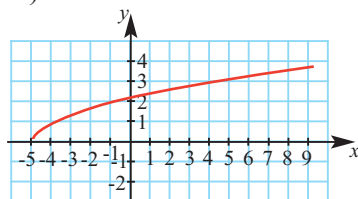
a)



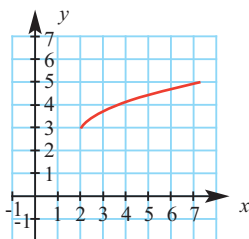
b)



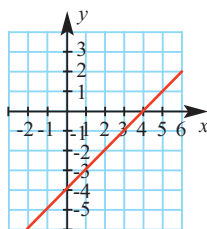
c)



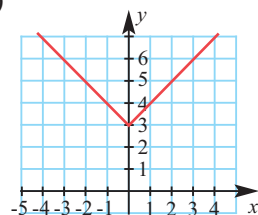
d)



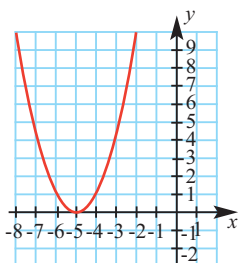
e)



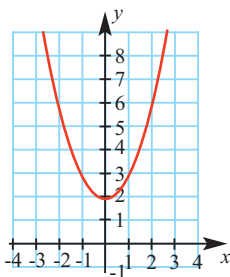
f)



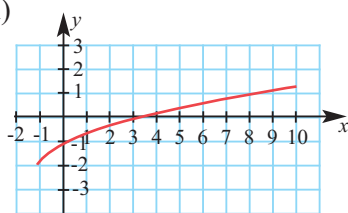
g)



h)



i)



Dərs 12. Dərslik səh. 32, 33. Funksiyalar üzərində əməllər



Məzmun standartı

2.2.1. Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütliyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- verilmiş funksiyalar üzərində əməlləri yerinə yetirərək yeni funksiya yazır
- Yeni funksiyanın xassələrini müəyyən edir



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər



Riyazi lüğət

- funksiyaların toplanması, çıxılması, vurulması və bölünməsi

Funksiyalar üzərində əməllərdən real həyati situasiyada və riyazi problemlərin həllində tez-tez istifadə edilir.

Verilən iki funksiya üzərində hesab əməlləri aparmaqla yeni funksiya almaq olar. $f(x)$ və $g(x)$ funksiyaları üzərində aparılmış hesab əməlləri nəticəsində alınan funksiyanın təyin oblastı bu funksiyaların hər ikisinin təyin olunduğu həqiqi ədədlər çoxluğudur. Başqa sözlə, yeni funksiyanın təyin oblastı $f(x)$ və $g(x)$ funksiyalarının təyin oblastlarının kəsişməsidir: $D = D(f) \cap D(g)$. Funksiyaların nisbəti argumentin D çoxluğundan olan və məxrəcdəki funksiyanı sıfırdan fərqli edən qiymətləri üçün təyin edilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

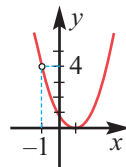
D2. d) $f(x) = x^2 - 1$ və $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

$D(f) = (-\infty; +\infty)$, $D(g) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ olduğundan f və g funksiyalarının cəmi, fərqi, hasili bu çoxluqların kəsişməsi olan $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ çoxluğunda təyin olunmuşdur.

$$(f+g)(x) = x^2 - 1 + \frac{x-1}{x+1}, \quad (f-g)(x) = x^2 - 1 - \frac{x-1}{x+1},$$

$$(f \cdot g)(x) = (x^2 - 1) \cdot \frac{x-1}{x+1} = (x-1)^2.$$

! Burada $x \neq -1$ olduğu bir daha diqqətə çatdırılmalıdır. $(f \cdot g)(x)$ funksiyasının qrafik təsviri və parabola üzərindəki $(-1; 4)$ nöqtəsinin kənarlaşdırılması qeyd edilməlidir.



$(\frac{f}{g})(x)$ nisbəti isə həm də $g(x) = 0$ olan nöqtədə, yəni $x = 1$ nöqtəsində təyin olunmayıb. $(\frac{f}{g})(x) = (x^2 - 1) : \frac{x-1}{x+1} = (x^2 - 1) \cdot \frac{x+1}{x-1} = (x+1)^2$

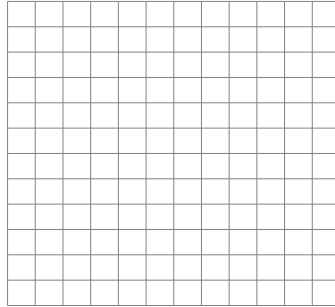
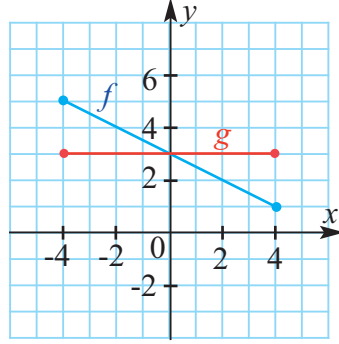
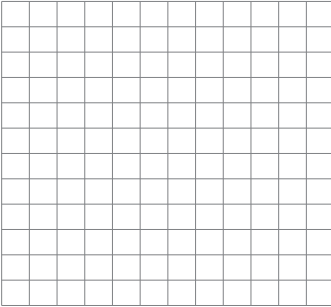
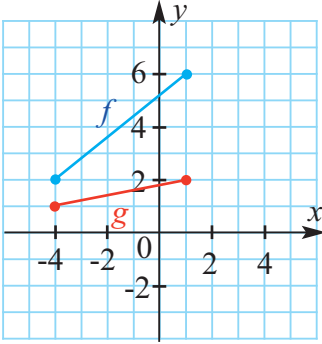
Burada $x \neq -1$ və $x \neq 1$ olmalıdır.

İşçi vərəq N 9

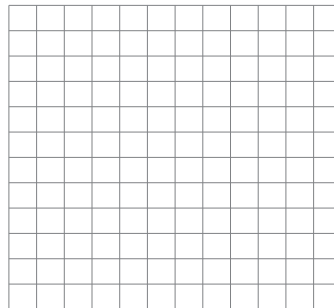
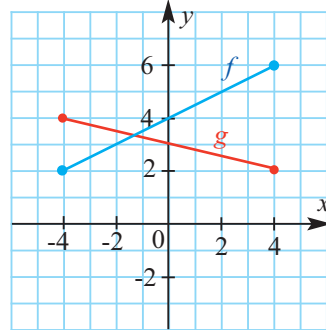
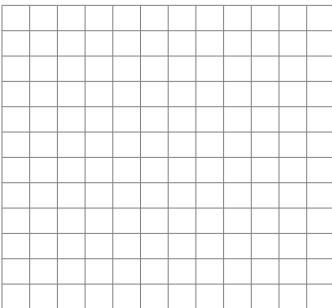
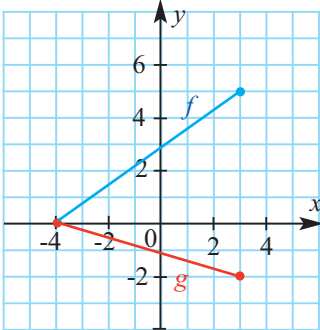
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

f və g funksiyalarının qrafikinə görə $f + g$ funksiyasının qrafikini qurun.



f və g funksiyalarının qrafikinə görə $f - g$ funksiyasının qrafikini qurun.



Dərs 13,14. Dərslik səh. 34-36. Mürəkkəb funksiya. 2 saat



Məzmun standartı

2.2.1. Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblası, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütliyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- verilmiş iki funksiya görə funksiya kompozisiyasını yazır;
- verilən funksiylərə görə mürəkkəb funksiyanın düsturunu yazır;
- mürəkkəb funksiyanın qiymətlərini hesablayır.



Riyazi lüğət

- mürəkkəb funksiya
- funksiya kompozisiyası



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

Funksiyalar üzərində əməllərlə yeni funksiya alınır. Yeni funksiya almağın başqa bir yolu da verilən funksiya kompozisiyasının (mürəkkəb funksiya) qurulmasıdır. Real həyati situasiyalarda, riyazi problemlərin həllində mürəkkəb funksiya geniş tətbiq edilir. Məsələn, hovuzun su ilə dolması vahid zamanda hovuz axıdılan suyun həcmindən və hovuzun ölçülərindən asılıdır. Tutaq ki, hovuz axıdılan suyun həcmi $V = 0,5t$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada V suyun həcmi m^3 -la, t isə zamanı dəqiqə ilə göstərir. Hovuzun ölçüləri $20m \times 5m \times 2m$ kimidir. Rəşad hovuzun dolmasını gözləyir və suyun dərinliyi $1,5$ m olanda hovuz girməyi planlaşdırır. Hovuz dolmağa başlayandan nə qədər sonra Rəşad hovuz girə bilər? Hovuz vurulan suyun həcmi $V = 20 \times 5 \times d$ kimi yazsaq, $V = 100d$ olar. $V = 0,5t$ düsturundan isə $t = 2V = 200d$ alırıq. $d = 1,5$ qiymətində $t = 200 \cdot 1,5 = 300$ dəq olar. Bu isə o deməkdir ki, hovuz bu sürətlə dolarsa, Rəşad 5 saat sonra hovuz girə bilər. Göründüyü kimi, real həyatda hadisələr bir-birindən qarşılıqlı asılı olaraq baş verir. Verilmiş iki funksiya üzərində $(f \circ g)(x)$ və $(g \circ f)(x)$ yazılışları izah edilir. İki funksiyanın mürəkkəb funksiyası yalnız o zaman mümkündür ki, birinci funksiyanın qiymətlər oblası ikinci funksiyanın təyin oblastına daxil olsun. $f \circ g$ kompozisiyasının təyin oblası g funksiyanın təyin oblastının alt çoxluğu, $f \circ g$ kompozisiyasının qiymətlər oblası f funksiyanın qiymətlər çoxluğunun alt çoxluğudur. Mürəkkəb funksiylərə aid ən sadə nümunələr ölçü vahidləri arasındakı asılılıqlardır. Məsələn, 1 dollar = 1,60 manat; 1 avro = 1,20 dollar olarsa, manatın neçə avro olduğunu tapmaq üçün biz avro ilə dolların asılılığından istifadə etməliyik, manat dollar $m(d)$ və avro dollar $d(a)$ asılılıqlarını yazmalıyıq.

$d = 1,60m$, $m = \frac{5}{8}d$, $d = \frac{5}{6}a$, $m = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{6}a = \frac{25}{48}a$ və ya funksiya şəklində manat avro asılılığını $m(a) = \frac{25}{48}a$ kimi yazmaqla.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.6 c) $f(x) = \sqrt{x-1}$, $g(x) = x^2 + 2$ funksiyaları verilmişdir.

$D(f) = [1; +\infty)$, $E(f) = [0; +\infty)$, $D(g) = (-\infty; +\infty)$, $E(g) = [2; +\infty)$ olduğundan, $E(f) \subset D(g)$, deməli, $g(f(x))$ kompozisiyası qurula bilər:

$g(f(x)) = (\sqrt{x-1})^2 + 2 = x + 1$. Bu funksiya $[1; +\infty)$ aralığında təyin olunmuşdur.

$E(g) \subset D(f)$ olduğu üçün $f(g(x))$ kompozisiyasını da qura bilərik:

$f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 2 - 1} = \sqrt{x^2 + 1}$. Bu funksiya bütün ədəd oxunda təyin olunmuşdur.

İşçi vərəq N 10

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

$f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 3x$, və $h(x) = x^2 + 1$ olduğuna görə tələb olunan funksiyaların qiymətlərini hesablayın.

1. $f(g(-3))$

2. $f(h(7))$

3. $f(h(-4))$

4. $h(f(9))$

5. $g(f(0))$

6. $h(g(-4))$

7. $f(g(h(2)))$

8. $h(g(f(3)))$

9. $g(f(h(-2)))$

Verilən funksiyalara görə mürəkkəb funksiyaların düsturlarını yazın.

a) Verilir $f(x) = 2x - 5$ və $g(x) = x + 2$

Tapın: $(f \circ g)(x)$

b) Verilir $f(x) = x^2 + 7$ və $g(x) = x - 3$

Tapın: $(f \circ g)(x)$

c) Verilir $f(x) = 4x + 3$ və $g(x) = x^2$

Tapın: $(f \circ g)(x)$

d) Verilir $f(x) = x - 1$ və $g(x) = x^2 + 2x - 8$

Tapın: $(g \circ f)(x)$

Dərs 15-17. Dərslik səh. 37-42. Tərs funksiya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar



Məzmun standartı

2.2.1. Ədədi funksiyanın tərifini və verilmə üsullarını bilir, onun təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu anlayışlarını başa düşür.

2.2.3. Mürəkkəb funksiya, tərs funksiya anlayışlarını bilir və bəzi funksiyaların tərs funksiyalarını tapır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- qarşılıqlı tərs əməllərdən istifadə etməklə verilən f funksiyanın tərsi olan f^{-1} funksiyanın düsturunu yazır
- funksiyanın verilmiş qiymətlər cədvəlinə, qrafikinə görə onun tərs funksiyası olub olmadığını yoxlayır
- verilən iki funksiyanın düsturlarına görə onların qarşılıqlı tərs funksiya olub olmadığını müəyyən edir
- tərs funksiyanın təyin oblastını müəyyən edir
- tərs funksiyanın qrafikini çəkir



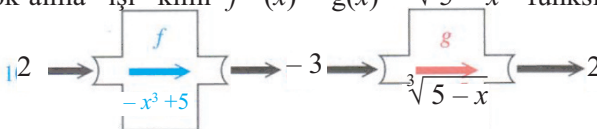
Riyazi lüğət

- dönmə funksiya
- tərs funksiya
- qarşılıqlı tərs funksiyalar

f funksiyanın tərsi olan f^{-1} funksiyanın düsturunu yazma. Dörd hesab əməlləri arasında qarşılıqlı tərs əməllər haqqında müzakirə aparılır. Toplama və çıxma, vurma və bölmə əməlləri qarşılıqlı tərs əməllərdir. Verilən funksiyanın tərsi olan funksiyanı cəbri olaraq müəyyən etmək üçün əməllərin qarşılıqlı əlaqəsindən istifadə edilir. Məsələn, $f(x) = 4x$ funksiyanın tərsi $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x$ funksiyaşdır. Başqa bir misalı nəzərdən keçirək: $f(x) = 3x + 2$ bu funksiya dəyişəni 3-ə vurub üzərinə 2 əlavə edir.

x	$f(x)$ funksiyaşından	x -ə	$(x-2)/3$	
$\downarrow \times 3$	geri dönmək üçün verilən	$\uparrow$	$x-2$	$: 3$
$3x$	əməlləri tərsinə icra etmək	$\uparrow$	$x-2$	
$\downarrow + 2$	lazım gəlir.	$\uparrow - 2$	x	
$3x + 2$				

f funksiyanın yerinə yetirdiyi əməlləri tərsinə icra etməklə bu funksiyanın tərsi olan funksiyanın analitik şəklini almaq olar. Məsələn, $f(x) = 5 - x^3$ funksiyanın tərsi olan funksiyanı tapmaq üçün verilən f funksiyanın “gördüyü əməlləri tərsinə çevirmək lazımdır” x -i kuba yüksəldib nəticəni -1 -ə vurub üzərinə 5 əlavə etmə işini x -dən 5 çıxıb, kub kök alma “iş” kimi $f^{-1}(x) = g(x) = \sqrt[3]{5-x}$ funksiyaş ilə əvəz etmək lazımdır.



Qarşılıqlı tərs funksiyalar təyin oblastı və qiymətlər çoxluğuna görə də qarşılıqlı tərs olurlar. Yəni f funksiyanın təyin oblastı bu funksiyanın tərsi olan g funksiyanın qiymətlər oblastı olur və tərsinə.

Məsələn, $f(x) = 4x$ funksiyası üçün $f(3) = 12$, bu funksiyanın tərsi olan funksiya üçün $g(12) = 3$ olmalıdır. Doğrudan da $x = 12$ olduqda $g(x) = \frac{1}{4}x$ funksiyasının qiyməti 3-dür.

Verilən iki funksiyanın qarşılıqlı tərs funksiya olub-olmaması.

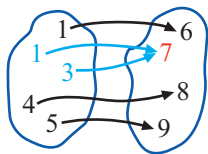
$f(x) = 2x - 1$ funksiyası ilə $g(x) = \frac{1}{2}(x + 1)$ funksiyasının qarşılıqlı tərs funksiyalar olduğunu aşağıdakı kimi yoxlamaq olar. Bunun üçün $f(f^{-1}(x)) = x$ və $f^{-1}(f(x)) = x$ olduğunu göstərməliyik. $f(\frac{1}{2}(x + 1)) = 2(\frac{1}{2}(x + 1)) - 1 = x + 1 - 1 = x$

$f(x) = 2x - 1$ funksiyanın tərs funksiyanın düsturunu $y = 2x - 1$ şəklində yazmaqla y -in x -dən asılılığını x -in y -dən asılılığı kimi ifadə etməklə yazmaq olar. Bu funksiya $x = \frac{1}{2}(y + 1)$ kimi yazılır. Sadəcə olaraq işarələmələrdə x argument, y funksiya kimi qəbul edildiyindən tərs funksiya $y = \frac{1}{2}(x + 1)$ şəklində yazılır.

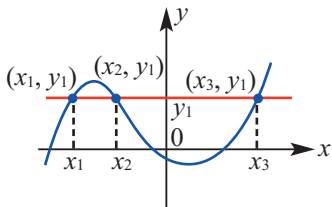
f funksiyanın tərsi olan funksiyanın varlığı şərtləri.

f funksiyanın tərsi olan funksiyanın mövcud olması üçün onun təyin oblastındakı hər bir qiymətə qiymətlər oblastından bir qiymət uyğun gəlməlidir, bu cür funksiyalar dönən funksiya adlanır. Əks halda, yəni x -in bir qiymətinə funksiyanın birdən çox qiyməti uyğun gələrsə, (məsələn, $y = x^2$ funksiyanında olduğu kimi) bu dönən funksiya deyil və onun tərsi olan funksiya yoxdur. Funksiyanın dönən funksiya olub olmadığını onun qrafikinə görə üfiqi xəttin köməyiylə test etmək olar. Əgər üfiqi xətt qrafiki birdən çox sayda nöqtədə kəsərsə, bu funksiya dönən funksiya deyil və tərs funksiya yoxdur.

təyin qiymətlər

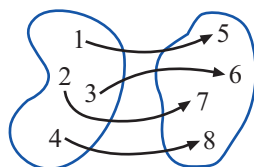


Dönən funksiya deyil

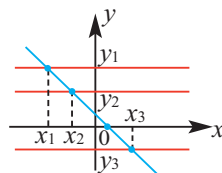


Dönən funksiya deyil

təyin qiymətlər



Dönən funksiya deyil

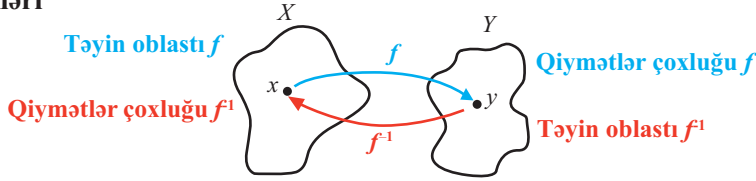


Dönən funksiya deyil

Ümumiyyətlə, təyin oblastında yalnız artan və ya yalnız azalan funksiyalar dönən funksiyalardır. Məsələn, $f(x) = -x$, $f(x) = x^3$, və $g(x) = \sqrt{x}$ funksiyaları dönən funksiyalardır.

Tərs funksiya mövzusu istər funksiyanın düsturuna görə tərs funksiyanı müəyyən etmə, istər nöqtələr çoxluğu ilə verilən funksiyanın tərs funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən etmə, istərsə də qrafik şəklində verilmiş funksiyanın tərsi olan funksiyanın varlığını müəyyən etmə bacarıqlarını və istər cəbr, istərsə də funksiyalar mövzuları üzrə geniş bilikləri əhatə edir.

Funksiyanın və tərs funksiyanın təyin oblası, qiymətlər çoxluğu və onların qrafikləri

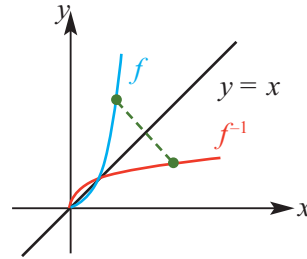
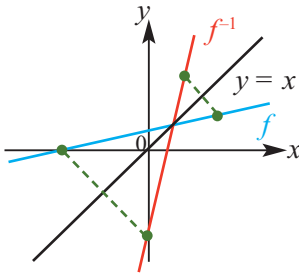


$$f = \{(-2; 2), (-1; 1), (0; 0), (1; 3), (2; 5)\}.$$

$$g = \{(2; -2); (1; -1); (0; 0); (3; 1); (5; 2)\}.$$

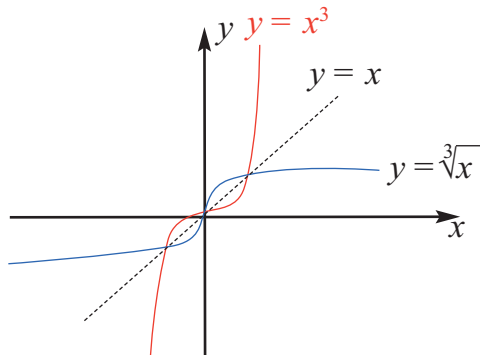
Sxematik təsvirdən də görüldüyü kimi, funksiya və onun tərs funksiyanın təyin oblası və qiymətlər çoxluğu yerlərini tərsinə dəyişirlər. Deməli, onların qrafikləri də, bir-birinin əksi olmalıdırlar. Funksiya və tərs funksiyanın qrafikləri $y = x$ oxuna nəzərən bir-birinin güzgü əksidir, yəni bu oxla nəzərən simmetrikdirlər.

f funksiyanın qrafiki verilmişsə, onun tərsi olan funksiyanın qrafikini $y = x$ düz xəttinə simmetrik çevirmək ilə almaq olar.

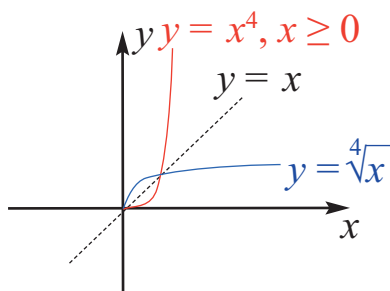


Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.9 Həlli: a) $f(x) = x^3$ funksiyanın həm təyin oblası, həm də qiymətlər çoxluğu $(-\infty; +\infty)$ aralığıdır. İstənilən $x_1 < x_2$ üçün $x_1^3 < x_2^3$ olduğundan funksiya artandır. $y = x^3$ yazıb, $x = \sqrt[3]{y}$ alırıq. Burada x ilə y -in yerlərini dəyişməklə tərs funksiyanı $y = \sqrt[3]{x}$ şəklində yazaq. $y = x^3$ kub parabolasının $y = x$ düz xəttinə nəzərən əksətməsi ilə $y = \sqrt[3]{x}$ funksiyanın qrafiki alınır. $y = \sqrt[3]{x}$ funksiyanın təyin oblası $D(f) = (-\infty; +\infty)$, qiymətlər çoxluğu $E(f) = (-\infty; +\infty)$. $y = \sqrt[3]{x}$ funksiyanın qrafikinin qiymətlər cədvəli tərtib etməklə qurulması da tövsiyə edilir.



b) $y = x^4, x \geq 0$ funksiyası üçün $D(f) = [0; +\infty)$;
 $E(f) = [0; +\infty)$, $0 \leq x_1 < x_2$ olduqda $x_1^4 < x_2^4$ olduğundan verilən funksiya artandır. Deməli, tərsi var və tərs funksiya da artandır. $x = \sqrt[4]{y}$ bərabərliyində x -lə y -in yerini dəyişməklə alırıq:
 $y = \sqrt[4]{x}$ $D(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty)$, $E(\sqrt[4]{x}) = [0; +\infty)$
 $y = x^4, x \geq 0$ və $y = \sqrt[4]{x}$ funksiyaların qrafikləri $y = x$ düz xəttinə nəzərən simmetrikdirlər.



Ümumiləşdirici tapşırıqlar özünüqiymətləndirmə, eləcə də bölmə üzrə summativ qiymətləndirməyə hazırlıq məqsədilə yerinə yetirilir.

D.7. $f(x) = x \cdot f(x-1) + 2$ olduğu məlumdur. $f(2)$ -ni tapın

Həlli: Verilmiş münasibətdə $x=0$; $x=1$; $x=2$ qiymətlərini ardıcıl olaraq yazaq və nəticəni hər sonrakı mərhələdə nəzərə alaq:

$$x=0 \text{ olduqda, } f(0) = 0 \cdot f(-1) + 2 = 0 + 2 = 2$$

$$x=1 \text{ olduqda, } f(1) = 1 \cdot f(0) + 2 = 1 \cdot 2 + 2 = 4$$

$$x=2 \text{ olduqda, } f(2) = 2 \cdot f(1) + 2 = 2 \cdot 4 + 2 = 10$$

D.13. a) $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ funksiyasının təyin oblastı $x-1 \neq 0$ şərtindən tapılır.

Buradan alırıq ki, funksiya $x \neq 1$ olduqda təyin olunmuşdur. $D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ düsturunda $x = t-4$ yazaq.

$$f(t-4) = \frac{t-4+2}{t-4-1} = \frac{t-2}{t-5}$$

Buradan $f(x-4) = \frac{x-2}{x-5}$ alırıq.

$f(x-4) < 0$ münasibətini ödəyən x -ləri tapmaq üçün $\frac{x-2}{x-5} < 0$ bərabərsizliyini həll etməliyik. İntervallar üsulunu tətbiq edərək tapırıq ki, bu bərabərsizliyin həllər çoxluğu $(2; 5)$ aralığıdır.

İşçi vərəq N 11

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

Verilən funksiyanın tərsi olan funksiyanın düsturunu yazın.

1) $h(x) = \sqrt[3]{x} - 3$

2) $g(x) = \frac{1}{x} - 2$

3) $g(x) = -4x + 1$

Verilən funksiyaların qarşılıqlı tərs funksiya olub-olmadığını yoxlayın.

1) $f(n) = \frac{-16 + n}{4}$

2) $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

3) $f(n) = \sqrt[3]{n - 3}$

$g(n) = 4n + 16$

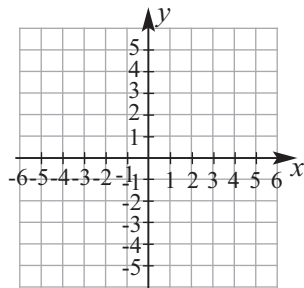
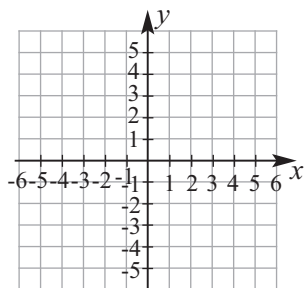
$g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

$g(n) = 3 + n^3$

Verilən funksiyanın tərs funksiyanı müəyyən edin və qrafikini çəkin.

1) $f(x) = -1 - \frac{1}{5}x$

2) $g(x) = \frac{1}{x - 1}$

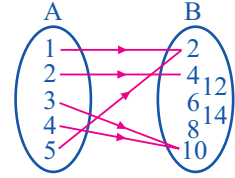


Funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Asılılığın funksiya olub olmadığını müəyyən edir	
2	Funksiyanın xassələrini müəyyən edir (təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu, sıfırlarını, artma və azalma intervallarını, ekstremumlarını, tək və ya cüt olduğunu)	
3	Hissə-hissə verilmiş funksiyanın düsturunu yazır, qrafikini qurur, qiymətlərini hesablayır	
4	Cüt və ya tək dərəcədə qüvvət funksiyalarının qrafiklərini qurur	
5	Funksiyaların çevrilmələrini əsas funksiya görə qrafik olaraq, analitik düsturla. sözlə təqdim edir	
6	Funksiyanın verilmiş qiymətlər cədvəlinə, qrafikinə görə onun tərs funksiyanın olub-olmadığını yoxlayır, düsturunu analitik yolla müəyyən edir	
7	Verilmiş funksiyalar üzərində əməlləri yerinə yetirərək yeni funksiya yazır	
8	Verilən funksiyalara görə mürəkkəb funksiyanın düsturunu yazır, qiymətlərini hesablayır	

Dərs 18. Funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Asılılıq xəritəsinə görə A və B çoxluqları arasındakı uyğunluğa funksiya demək olarmı? Fikrinizi əsaslandırın.



2) $f(x) = -\sqrt{-4x+5}$ funksiyasının təyin oblastı hansıdır?

- a) bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
- b) $x \leq -1,25$ şərtini ödəyən bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
- c) $x \geq 1,25$ şərtini ödəyən bütün həqiqi ədədlər çoxluğu
- d) $x \leq 1,25$ şərtini ödəyən bütün həqiqi ədədlər çoxluğu

3) Hər bir funksiya üçün uyğun əsas funksiyanı yazın. Uyğun çevrilmələri sözlə yazın.

- a) $f(x) = 4x - 1$
- b) $h(x) = 2(x - 4)^2 + 3$
- c) $g(x) = |x - 2| + 4$
- d) $m(x) = \sqrt{x+2} - 1$

4) Hansı funksiya $y = x^3$ funksiyasının x oxuna görə əksətməsindən 4 vahid aşağı sürüşdürülməsini ifadə edir?

- a) $f(x) = -(x - 4)^3$
- b) $f(x) = -x^3 - 4$
- c) $f(x) = -x^3 + 4$
- d) $f(x) = -(x + 4)^3$

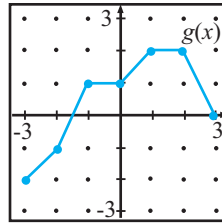
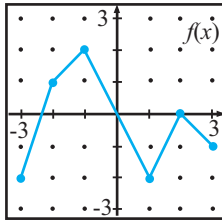
5) Verilən funksiyaların təyin oblastlarını aralıq şəklində yazın.

- a) $f(x) = \sqrt{x - 3}$
- b) $f(x) = -x^2 - 3$
- c) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$

6) $y = -0,5(x + 3)^2 + 4,5$ funksiyası hansı aralıqda artandır?

- a) $(4, 5; \infty)$
- b) $(-3; 4, 5)$
- c) $[-3; +\infty)$
- d) $(-\infty; -3]$

7) Verilən qrafiklərə görə mürəkkəb funksiyaların qiymətlərini müəyyən edin.

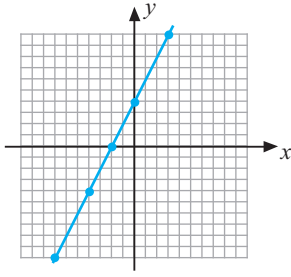


- a) $(f \circ g)(1)$
- b) $(f \circ f)(1)$
- c) $(g \circ f)(1)$
- d) $(g \circ g)(0)$

8) $f(x) = x^2 - 3$ və $g(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ olduqda $f(g(x)) \leq 0$ bərabərsizliyini həll edin.

9) $y = 2x + 4$ funksiyanın qrafiki verilmişdir.

a) Tərs funksiyanın qrafikini çəkin.



b) Koordinatların dəyişməsinə yazın. $(x; y) \rightarrow (y; x)$

$(-7; -10) \rightarrow$

$(-4; 4) \rightarrow$

$(-2; 0) \rightarrow$

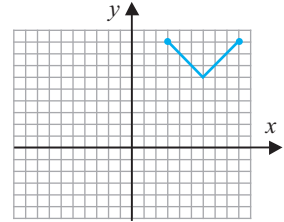
$(0; 4) \rightarrow$

$(3; 10) \rightarrow$

c) Tərs funksiyanın düsturunu cəbri üsulla tapın.

10) $f(x) = \sqrt{x}$ olarsa, $g(x) = 2 \cdot f(x+4) + 1$ çevrilməsinə uyğun qrafiki çəkin.

11) Funksiyanın qrafikinə x oxuna nəzərən əks etməsinə görə qeyd olunmuş üç nöqtənin yeni koordinatlarını yazın.



12) Hissə-hissə verilmiş funksiyanın qrafikini qurun.

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{əgər } -1 \leq x < 2 \\ 5, & \text{əgər } 2 \leq x < 4 \\ 8, & \text{əgər } 4 \leq x < 9 \\ 10, & \text{əgər } 9 \leq x < 12 \end{cases}$$

13) $f(x) = 4x + 6$ və $g(x) = x - 9$ funksiylarına görə $(f \circ g)(x)$ düsturu hansıdır?

a) $4x - 54$

b) $4x - 3$

c) $4x - 30$

d) $4x^2 - 30x - 54$

14) $N(-2; 1)$ nöqtəsi $f(x) = x^3 - x + m$ funksiyanın qrafiki üzərindədir. $f(-1)$ -i tapın.

15) $f(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2$ funksiyanın tək-cütlüyünü araşdırın.

16) $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x + 2$ olarsa, tapın:

a) $f(0)$

b) $f(1)$

c) $f(x)$

2. Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir. 3.1.3. Fəzada düz xətlə müstəvi arasındakı bucağın, iki müstəvi arasındakı bucağın necə təyin olunduğunu bilir və məsələlər həllində onlardan istifadə edir. 3.1.4. Üç perpendikulyar haqqında teoremi və tərs teoremi tətbiq edir.	19	Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvi	1	44-45
	20	Fəzada düz xətlərin və müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti	1	46-47
	21-23	Düz xətlə müstəvinin paralelliyi. Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlığı. Düz xətt və müstəvi arasındakı bucaq.	3	48-51
	24	Üç perpendikulyar teoremi.	1	52-53
	25-26	İki müstəvi arasındakı bucaq. İkiüzlü bucaqlar Perpendikulyar müstəvilər.	2	54-58
	27-29	Paralel müstəvilər. Proyeksiyalar və məsələ həlli. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	3	59-65
	30	Fəzada düz xətt və müstəvi. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		12	

Dərs 19. Dərslik səh. 44-45. Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvi



Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.



Riyazi lüğət fəza, müstəvi, nöqtə, düz xətt, komplanar nöqtələr, kollinear nöqtələr



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



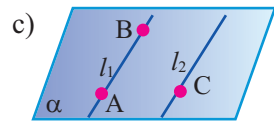
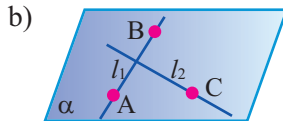
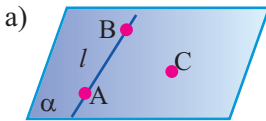
Əlavə resurslar İşçi vəərəqlər

- fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi anlayışını real situasiya üzərində modelləşdirir;
- fəzada müstəvi anlayışını uyğun teoremi isbat etməklə və həndəsi təsvirli məsələlər həll etməklə göstərir;
- fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətini həndəsi təsvir edir.

Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvinin modelinə aid nümunələr söylənilir. Fəzada nöqtə modeli olaraq, göyə atılmış topu (tennis topu, voleybol topu və s.), səmadakı quşu, təyyarəni və s. kimi misallar göstərilir. Söylənilənləri Yerə nəzərən nöqtə kimi qəbul etmək olar. Masa üzərində qum dənəsi (duz, şəkər tozu və s. dənələri), göldə üzən qazlar, göydə uçan quş, səmada ulduz müstəvi üzərində nöqtə modeli ola bilər. Boru xətləri, elektrik naqilləri fəzada düz xəttin modeli ola bilər. Fəza fiqurlarının tilləri fəzada düz xətt modelidir. Fəza fiqurlarının üzləri fəzada müstəvi modelləridir. Binaın müxtəlif tərəflərdən görünüşlərinin hər biri bir müstəvi modelidir.

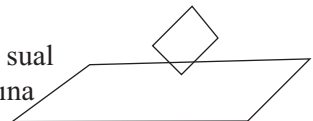
Əyanliyin əsasında fəzanı aydın təsəvvür etmə vərdisləri yaradılır. Dərs üçün lazım olan modelləri müəyyən mənada həmişə sinifdə olan əşyalardan düzəltmək olar. Məsələn, karandaşdan düz xətt modeli kimi, yazı lövhəsindən, divarın, döşəmənin, tavanın səthindən müstəvi modeli kimi istifadə edilə bilər.

Şagird müstəvinin mövcudluğu üçün bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtənin zəruri olduğunu başa düşür. Aksiomun mənasını izah edən misalları şagirdlərin özləri göstərsələr daha yaxşı olar. Məsələn, iki “nöqtəsi” bərkidilmiş (həncəmə ilə) qapı sərbəst fırlanır, yəni açılır və bağlanır, lakin qapını üçüncü bir “nöqtə” ilə bərkitsək, (cəftə ilə bağlamaq) qapı fırlanmır, yəni qapı divarın müstəvisi üzərində “yerləşir”. Nəticə olaraq isə bir düz xətt və onun xaricində götürülmüş nöqtədən, iki kəsişən düz xətdən bir müstəvinin keçirilməsinin mümkün olduğu araşdırılır.



Bir düz xətt üzərində yerləşən nöqtələrə kollinear nöqtələr deyilir.
Bir müstəvi üzərində yerləşən nöqtələrə komplanar nöqtələr deyilir.

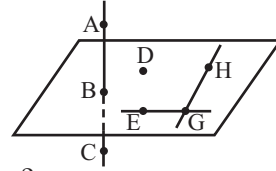
Kartondan kəsilmiş paraleloqramın iki modelini iki müxtəlif müstəvidə elə yerləşdirmək olarki, onların yalnız bir ortaq nöqtəsi (paraleloqramlardan birinin təpə nöqtəsi) olar. Belə sual qoyulur: “Bu iki müstəvinin yalnız bir ortaq nöqtəsi olacağına misal ola bilərmi?”



Şagirdlər başa düşürlər ki, verilmiş modeldə baxılan müstəvilərin ortaq nöqtəsindən keçən düz xətt göstərilməmişdir.

✓ Fəzada nöqtə, düz xətt və müstəvilər həndəsi olaraq hər hansı fəza fiquru üzərində və ya aşağıdakı kimi tapşırıq üzərində təsvir edilə və göstərilə bilər.

- 1) Müstəvini 3 hərflə adlandırın _____
- 2) AC düz xətti müstəvini hansı nöqtədə kəsir? _____
- 3) HG və GE düz xətləri hansı nöqtədə kəsişirlər? _____
- 4) Üç kollinear nöqtəni yazın: _____
- 5) Müstəvi üzərində olmayan nöqtəni göstərin: _____
- 6) H, D, E və B nöqtələrinə komplanar nöqtə demək olarmı? _____
- 7) Çəkin və işarələyin:
 - a) ABC müstəvisini
 - b) α müstəvisini
- 8) ABC müstəvisini M nöqtəsində kəsən PR düz xəttini
- e) α müstəvisi üzərində olmayan M nöqtəsini
- f) Kollinear olmayan L, P, T nöqtələrini

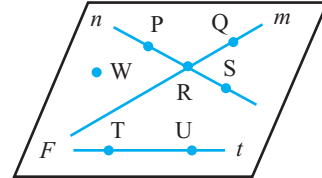


Sadə həndəsi anlayışları izah etmə bacarıqlarının qiymətləndirilməsi

İzahların qarşısında uyğun hərfləri yazın və bir nümunənin həndəsi təsvirini çəkin.

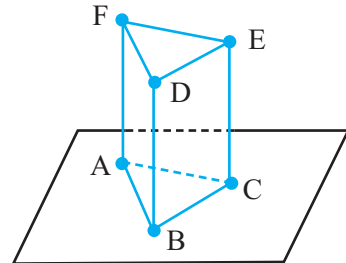
Tapşırıqları şəklə görə yerinə yetirin.

- a) Müstəvini müxtəlif şəkildə olmaqla 4 adla yazın.
- b) Kollinear olmayan üç nöqtənin adlarını yazın.
- c) Üç kollinear nöqtənin adlarını yazın



Tapşırıqları şəklə görə yerinə yetirin.

- a) Şəkildə neçə müstəvi var?
- b) Müstəvilərin adlarını yazın.
- c) B nöqtəsi ilə komplanar olan üç nöqtənin adını yazın.
- d) B nöqtəsi hansı müstəvilərə aiddir, adlarını yazın.



İşçi vərəq №1

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) “Verilən nöqtələrdən yalnız bir müstəvi keçirmək olar” fikrinə uyğun “hə” və “yox” cavabını haşiyəyə alın. Fikrinizi həndəsi təsvirlə də əsaslandırın.

a) A • • C
 • B
 hə yox

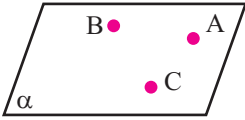
b) L •
D •
K •
 hə yox

c) • E
 • F
 hə yox

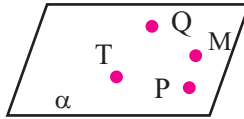
d) P • • Q
 • R • T
 hə yox

2) Verilən nöqtələrin komplanar olub-olmadığına görə “hə” və “yox” cavablarını seçin. Əsasınızı yazın.

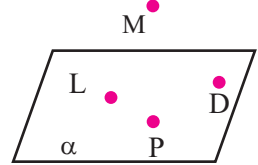
a) hə yox



b) hə yox



c) hə yox



3) Aşağıdakıları çəkin və adlandırın.

a) α müstəvisi üzərində R, S, T, E komplanar nöqtələrini

b) α müstəvisi üzərində A, B, C, D kollinear nöqtələrini

4) Şəklə görə yerinə yetirin.

a) Şəkildə neçə müstəvi var? _____

b) H nöqtəsi hansı müstəvilərin üzərindədir? _____

c) Üç kollinear nöqtənin adını yazın: _____

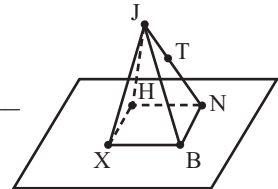
d) XBN müstəvisi üzərində olmayan iki nöqtəni yazın: _____

e) Komplanar 4 nöqtəni yazın: _____

f) J nöqtəsinin üzərində olmadığı

düz xəttin adını yazın _____

g) Kollinear olmayan üç nöqtənin adını yazın _____



Dərs 20. Dərslik səh. 46, 47. Fəzada düz xətlərin və müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti



Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

• düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətlərinə görə həndəsi xassələrini sözlə ifadə edir, həndəsi olaraq təsvir edir;

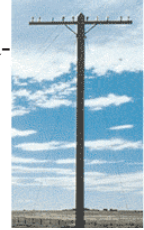
• düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətlərinə görə həndəsi xassələrini sözlə ifadə edir, həndəsi olaraq təsvir edir.

Fəzada düz xətlərin, düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətləri real situasiyalar üzərində modelləşdirilir.

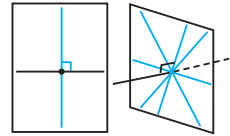
Düz xətt və müstəvinin kəsişmə modeli



Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti və düz xətlə müstəvinin kəsişmə modeli ola bilər.

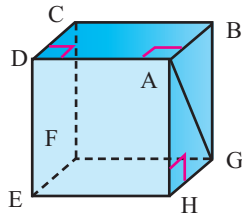
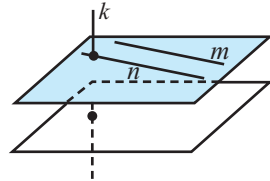


Şagird müstəvi üzərində verilən nöqtədən verilən düz xəttə bir perpendikulyar çəkməyin, fəzada isə bir nöqtədən düz xəttə sonsuz sayda perpendikulyar çəkməyin mümkün olduğunu başa düşür.



Dərslikdə verilmiş hər bir teoremin sözlə ifadəsini, həndəsi təsvirini, isbatını sinifdə müzakirə ilə izah edildikdən sonra şagirdlərə ev tapşırığı olaraq bir daha yerinə yetirmələri tövsiyə edilir. Həmçinin teoremi başa düşdüyünü tətbiqi nümunələrlə izah etmələri çox vacibdir.

Fəzada düz xətlər paralel ola bilər, kəsişə bilər, üst-üstə düşə bilər və çarpaz ola bilər. Paralel düz xətlərin heç bir ortaq nöqtəsi yoxdur, kəsişən xətlərin bir ortaq nöqtəsi var, üst-üstə düşən xətlərin birdən çox ortaq nöqtəsi var. Şəkildəki m və n xətləri paralel, m və k xətləri çarpaz, n və k xətləri kəsişən düz xətlərdir. Paralel düz xətlər eyni müstəvi üzərində yerləşən düz xətlərdir. Lakin çarpaz düz xətlər müxtəlif müstəvilər üzərində yerləşirlər. Bu məsələlərə hökmən modellərin göstərilməsi ilə baxılmalıdır. Bu xassələri təqdim etmək üçün ən uyğun model kub modelidir. Kubun düz xətt parçası olan tıllarını özündə saxlayan düz xətlər paralel, kəsişən və çarpaz düz xətlərə nümunə kimi göstərilir. Şagirdin çarpaz xətləri nümunədə çəkib göstərmə bacarıqlarına diqqət edilir. Şagirdlərlə aşağıdakı kimi şifahi müzakirələr aparılır.



- A nöqtəsini üzərində saxlayan və CD-yə paralel olan xətt (lər)
- A nöqtəsini üzərində saxlayan və CD-yə çarpaz xətt (lər)
- A nöqtəsini üzərində saxlayan və CD-yə perpendikulyar olan xətt (lər).



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

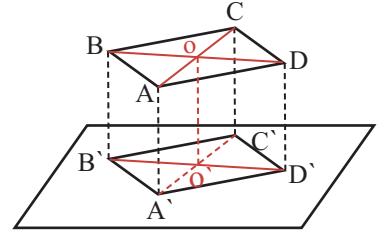
D.12 Həlli: $AA' \parallel BB' \parallel DD' \parallel CC'$ olduğundan $ACC'A'$ dördbucaqlısı trapesiyadır və OO' onun orta xəttidir.

$$OO' = \frac{AA' + CC'}{2} = \frac{3+7}{2} = 5$$

Digər tərəfdən OO' həm də $BDD'B'$ trapesiyasının orta xəttidir.

$$OO' = \frac{BB' + DD'}{2} \text{ olduğundan } 5 = \frac{4 + DD'}{2}.$$

Buradan $DD' = 6$ sm



İşçi vərəq №2

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) **Sadə həndəsi anlayışları izah etmə bacarığı.** Ötürülmüş sözlərin yerinə uyğun gələnı yazın.

Düz xətt _____ nöqtədən ibarətdir.

- a) iki b) üç c) sonsuz sayda d) bir

İki müxtəlif düz xəttin kəsişməsi _____.

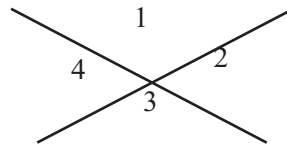
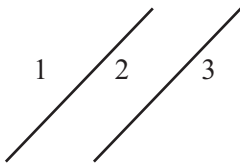
- a) nöqtədir b) parçadır c) şüadır d) müstəvidir

Düz xətlə müstəvi _____ kəsişir.

- a) parça üzrə b) yarımdüz xətt üzrə c) müstəvi üzrə d) bir nöqtədə

2) Düz xətlər qarşılıqlı vəziyyətlərindən asılı olaraq müstəvini müxtəlif sayda hissələrə bölür. Məsələn, iki paralel düz xətt müstəvini 3 hissəyə, iki kəsişən düz xətt müstəvini 4 hissəyə bölür. Bunu nəzərə alaraq düz xətlərin sayına görə müstəvinin ən çoxu neçə hissəyə bölünməsinı göstərən cədvəli doldurun.

Hissələrin dəyişmə qaydasını yazın.



Müstəvi üzərində düz xətlərin sayı	0	1	2	3	4
Müstəvi üzərindəki hissələrin sayı ən çox olmaqla					

Dərs 21-23. Dərslik səh. 48-51. Düz xətlə müstəvinin paralelliyi. Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlığı. Düz xətt və müstəvi arasındakı bucaq.



Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- düz xətlə müstəvi arasındakı bucağı həndəsi olaraq təsvir edir



Riyazi lüğət • proyeksiya

1-ci saatda düz xəttin müstəviyə paralellik əlaməti haqqında teoremin isbatı və alınan nəticələr müzakirə edilir.

D2.tapşırığının ümumsinif müzakirəsi mövzunun daha dərinədən öyrənilməsinə zəmin yaradır.

Şagirdlər düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətlərini aydın təsəvvür etməli, teoremləri ifadə etməyi və onların mənasını uyğun model üzərində izah etməyi bacarmalıdırlar.

Düz xətlə müstəvi arasındakı bucağı müxtəlif ölçülərdə bucaqlar çəkməklə nümayiş etdirirlər. Bu zaman mailin proyeksiyasının çəkilməsi bacarıqlarına diqqət edilir. Şagird düz xətlə müstəvi arasında qalan bucağa aid məsələlərin verilən hipotenuza görə düzbucaqlı üçbucağı çəkmə və onu həll etmə məsələlərinə gətirildiyini başa düşür.

Sual verilir:

Hər hansı müstəvi üzərində düz xəttin verildiyini fərz edək. Verilmiş düz xətti kəsib, ona perpendikulyar olan və verilmiş müstəvi üzərində yerləşməyən düz xətt varmı? Şagirdlər belə nəticəyə gəlirlər ki, verilmiş düz xətin ixtiyari nöqtəsindən sonsuz sayda belə düz xətt keçir.

Qurulmuş düz xəttin müstəvi üzərində bir deyil, iki kəsişən düz xəttə perpendikulyar olması halı mümkündürmü? Belə halın mümkünlüyünü göstərən misallar müxtəlif modellərdə illüstrasiya edilir.

Şagirdlər düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətinə aid həndəsi izahları yazılı və şifahi olaraq ifadə etməyi bacarmalıdırlar. Verilən nöqtədən müstəviyə çəkilmiş perpendikulyara görə aşağıdakı nəticələri ümumiləşdirmək olar:

- verilmiş nöqtədən müstəviyə çəkilmiş perpendikulyar bu nöqtədən çəkilmiş maillərdən qısadır;
- bir nöqtədən müstəviyə qədər olan məsafə bu nöqtədən müstəviyə çəkilmiş perpendikulyarın uzunluğuna bərabərdir;
- müstəviyə paralel olan düz xətdən müstəviyə qədər məsafə düz xətt üzərində götürülmüş nöqtədən müstəviyə qədər məsafəyə bərabərdir.

2-ci saatda düz xətlə müstəvinin perpendikulyarlığı öyrənilir. Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlıq əlaməti haqqında teoremin dərslikdə verilmiş isbatı mərhələlərlə müzakirə edilərək yerinə yetirilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.9 Həlli:

Verilir:

$$AD \perp \alpha$$

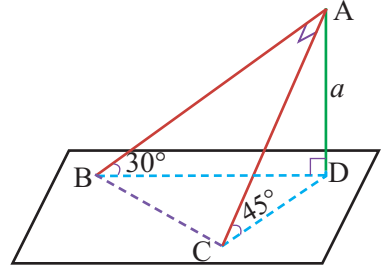
$$\angle ABD = 30^\circ$$

$$\angle ACD = 45^\circ$$

$$\angle BAC = 90^\circ$$

$$AD = a$$

Tapın: $BC = ?$



Həlli

$\triangle ABD$ -də 30° -li bucaq qarşısındakı katetin uzunluğu a olduğundan hipotenuz $2a$ -ya bərabərdir: $AB = 2a$

$\triangle ACD$ -də iti bucaq 45° olduğundan katetlərin uzunluqları eynidir:

$$CD = AD = a. \text{ Buradan } AC = \sqrt{2}a$$

$$\triangle BAC \text{ -dən } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}$$

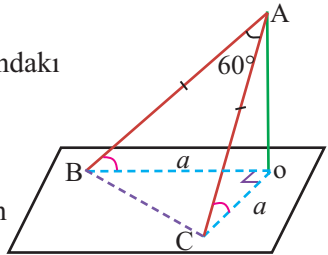
D.10 Maillərin proyeksiyaları a olarsa, oturacaqları arasındakı məsafə Pifaqor teoreminə görə $BC = a\sqrt{2}$ olar.

Şərtə görə $\triangle ABC$ bərabərtərəfli üçbucaqdır:

$$AB = AC = BC = a\sqrt{2}$$

$$\triangle AOB \text{ -dən } \cos \angle ABO = \frac{BO}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ olduğundan}$$

alırıq ki, hər bir mailin öz proyeksiyası ilə arasındakı bucaq 45° dir.



D.11 b)

Verilir:

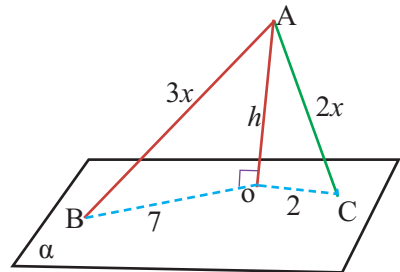
$$AO \perp \alpha$$

$$AC:AB=2:3$$

$$OC = 2 \text{ sm}$$

$$OB = 7 \text{ sm}$$

Tapın: AC və AB



Həlli: $AC=2x$; $AB=3x$; $AO=h$ işarə edək.

Pifaqor teoreminə görə $\triangle AOC$ -dən $h^2=4x^2-4$,

$\triangle AOB$ -dən isə $h^2=9x^2-49$ alırıq. Buradan $9x^2-49=4x^2-4$, $5x^2=45$, $x=\pm 3$ tapılır.

Məsələnin həndəsi mənasına görə $x=3$ olmalıdır. Deməli, $AC=2 \cdot 3=6$ sm;

$$AB=3 \cdot 3=9 \text{ sm}$$

İşçi vərəq № 3

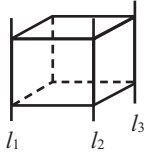
Adı _____

Soyadı _____

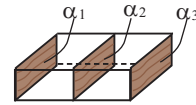
Tarix _____

Aşağıda fikirlərdən hansının doğru, hansının səhv olduğunu verilən şəkillərə görə müəyyən edin. Şəkilləri dəftərinizdə çəkin və cavabınızı yazın.

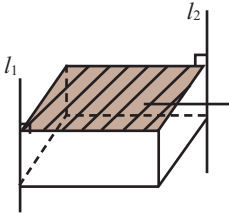
1. İki düz xətt üçüncü düz xəttə paraleldirsə, bu düz xətlər paraleldir.



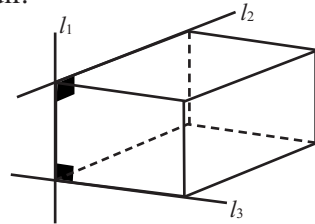
2. İki müstəvi üçüncü müstəviyə paraleldirsə, bu müstəvilər paraleldir.



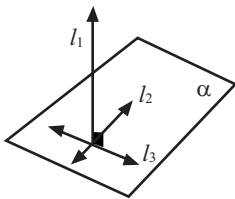
3. İki düz xətt eyni müstəviyə perpendikulyardırsa, onlar paraleldir.



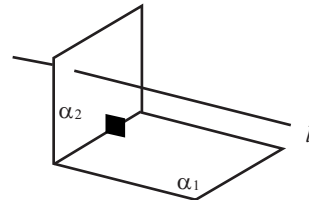
4. İki düz xətt eyni düz xəttə perpendikulyardırsa, onlar paraleldir.



5. Düz xətt müstəvi üzərində yerləşən iki kəsişən düz xəttə perpendikulyardırsa, düz xətt müstəviyə də perpendikulyardır.



6. Düz xətt iki perpendikulyar müstəvidən birinə paraleldirsə, digərinə də paraleldir.



Dərs 24. Dərslik səh. 52, 53. Üç perpendikulyar teoremi. 1 saat



Məzmun standartı

3.1.4. Üç perpendikulyar haqqında teoremi və tərs teoremi tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

• *fəzanın verilmiş nöqtəsindən müstəvi üzərində yerləşən çoxbucaqlıların təpələrinə və tərəflərinə qədər məsafəni tapır.*

Üç perpendikulyar haqqında teoremi hər bir şagird real əşyalarla modelləşdirməyi, teoremin mətnini şifahi və yazılı olaraq həndəsi təsvirlə ifadə etməyi bacarmalıdır.

Dərsin müəyyən hissəsi nöqtədən müstəviyə qədər məsafə anlayışının formalaşmasına ayrılır. Nöqtədən düz xəttə qədər və iki paralel düz xətt arasındakı məsafəni tapmağa aid məsələlər həll edilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli.

D.3 Həlli: $\triangle ABC$ -də $\angle C=90^\circ$

$AC=6$, $BC=8$ olarsa, Pifaqor teoreminə görə $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\triangle ABC$ -nin xaricinə çəkilmiş çevrənin O mərkəzi AB

hipotenuzunun orta nöqtəsidir: $AO=OB=5$

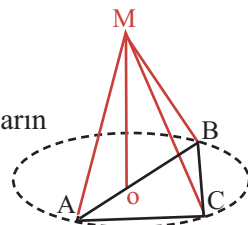
O nöqtəsindən üçbucaq müstəvisinə qaldırılmış perpendikulyarın

üzərindəki ixtiyari nöqtə üçbucağın təpə nöqtələrindən eyni

məsafədə yerləşir. Şərtə görə $MA=MB=MC=13$ olduğundan

$\triangle AOM$ -dən tapırıq.

$$MO = \sqrt{MA^2 - AO^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ sm}$$



Dərs 25-26. Dərslik səh. 54-58. İki müstəvi arasındakı bucaq. İkiüzlü bucaqlar. Perpendikulyar müstəvilər. 2 saat



Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- *müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətlərini real situasiyalar üzərində modelləşdirir*
- *müstəvilərin perpendikulyarlığı haqqında təklifləri sözlə ifadə edir və teoremləri isbat edir, vəziyyətlərini real situasiyalar üzərində modelləşdirir*

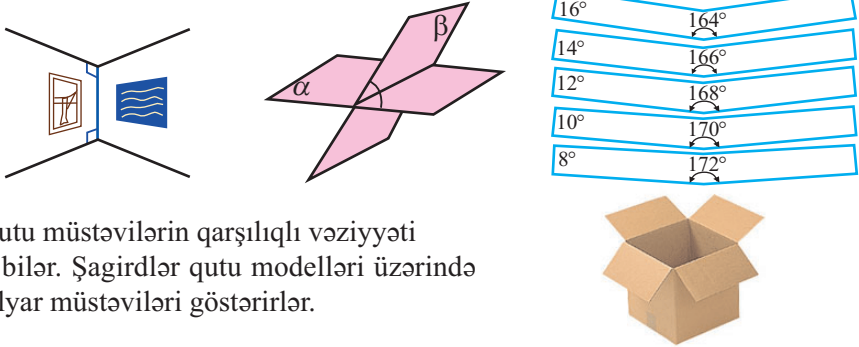
- *iki müstəvi arasındakı bucağın ikiüzrlü bucaq olduğunu həndəsi təsvirlərlə göstərir, ölçüsünü uyğun xətti bucaqla müəyyən edir*



Riyazi lüğət

- ikiüzrlü bucaq
- xətti bucaq

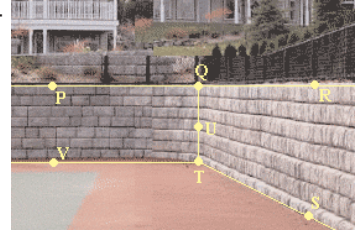
İkiüzrlü bucaqları fəzada real olaraq modelləşdirmə və həndəsi təsvir etmə bacarıqlarına diqqət edilir. İkiüzrlü bucaqların xətti bucaqlarının ölçüsündən asılı olaraq müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətləri müəyyən olunur. Şagirdlər iki müstəvi modeli ilə (iki vərəq) onlar arasında qalan bucağın 0° -dən 180° -yə qədər dəyişməsinə nümayiş etdirirlər. Hər bir şagirdin bu tapşırığı yerinə yetirdiyinə diqqət edilir.



Şəkildəki qutu müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyəti modeli ola bilər. Şagirdlər qutu modelləri üzərində perpendikulyar müstəviləri göstərirlər.

Verilən şəkil müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətlərinin modeli ola bilər.

Şagird STV, PQT, RQT müstəvilərinin perpendikulyar olduqlarını təqdim edir.

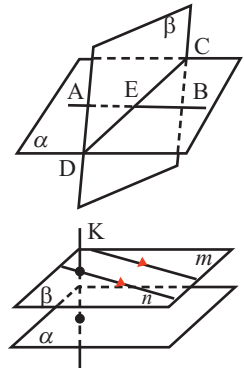


Şagirdlər verilən şərtlərə görə müstəviləri həndəsi olaraq təsvir etməyi bacarmalıdırlar.

Məsələn, verilən aşağıdakı şərtə görə şagird həndəsi təsviri aşağıdakı kimi çəkə bilər.

1) α və β müstəviləri CD xətti boyunca kəşir. E nöqtəsi AB düz xətti ilə CD-nin kəsişmə nöqtəsidir. A,B,C,D,E nöqtələri komplanardır və α müstəvisi üzərindədirlər.

Şagirdlərlə bəzi təkliflərin həmişə, bəzən, heç vaxt doğru olub-olmadığı haqqında müzakirələr aparılır. Məsələn, “iki kəsişən düz xətt müxtəlif müstəvilər üzərindədir” təklifinin bəzən doğru olduğunu şagirdlər həndəsi təsvirlər çəkməklə göstərirlər. n və k düz xətləri kəsişirlər, lakin verilmiş müxtəlif müstəvilərin üzərindədirlər.



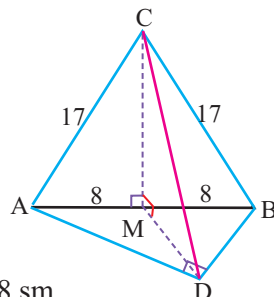
Şagirdlərə düz xətt və müstəvinin, həmçinin müstəvilərin perpendikulyarlıq şərtlərini əks etdirən ümumiləşmiş təqdimat hazırlamaları tövsiyə edilir. (İşçi vərəq №4)



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D16. AB oturacağı ortaq olan ABC və ABD bərabəryanlı üçbucaqların müstəviləri perpendikulyardır. $AB = 16$ sm, $AC = BC = 17$ sm, $AD \perp BD$ olarsa, CD məsafəsini tapın.

Həlli: Bərabəryanlı üçbucaqda təpədən çəkilən hündürlük həm də mediandır.



$CM \perp AB$ olduqda $AM = MB = 8$ sm.

$\triangle ACM$ -dən Pifaqor teoreminə görə

$$CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ sm}$$

$\triangle ADB$ bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucağında $DM = \frac{AB}{2} = 8$ sm

Üçbucaqların müstəviləri perpendikulyar olduğundan $CM \perp MD$ olduğu aydındır.

$\triangle CMD$ -dən Pifaqor teoreminə görə alırıq: $CD = \sqrt{CM^2 + MD^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ sm

Dərs 27-29. Dərslik səh. 59-65. Paralel müstəvilər. Proyeksiyalar və məsələ həlli. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3 saat



Məzmun standartı

3.1.2. Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətinə və fəzada müstəvilərin qarşılıqlı vəziyyətinə aid məsələləri həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- müstəvilərin paralelliyini real həyati situasiyalardan nümunələrlə izah edir, real əşyalarla modelləşdirir
- müstəvilərin perpendikulyarlığı haqqında təklifləri sözlə ifadə edir və teoremləri həndəsi təsvirlə isbat edir, vəziyyətlərini real situasiyalar üzərində modelləşdirir

Parçanı düz xətt və ya müstəvi üzərinə proyeksiyalayan zaman parçanın müstəvinə kəsdiyi və parçanın müstəvinə kəsmədiyi hallara (modeli göstərməklə) baxmaq lazımdır. Kabinetdə parçanın və bəzi fiqurların ortoqonal proyeksiyasını göstərən plakatların olması zəruridir.

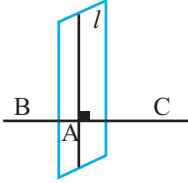
İşçi vərəq № 4

Adı _____

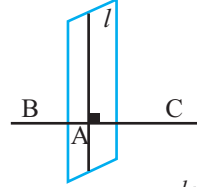
Soyadı _____

Tarix _____

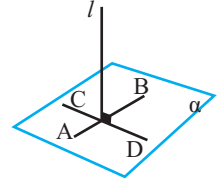
1. Müstəvi xaricində götürülmüş nöqtədən bu müstəviyə yalnız və yalnız bir perpendikulyar çəkmək olar.



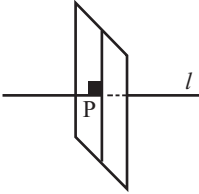
2. Düz xətt üzərində verilmiş nöqtədən bu düz xəttə perpendikulyar olan yalnız və yalnız bir müstəvi var.



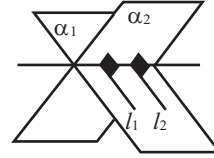
3. Düz xətt müstəvi üzərindəki iki kəsişən düz xəttin hər birinə kəsişmə nöqtəsində perpendikulyar olarsa, düz xətt bu müstəviyə də perpendikulyardır.



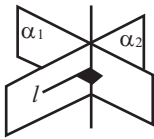
4. Verilən nöqtədən verilən düz xəttə yalnız və yalnız bir perpendikulyar müstəvi keçirmək olar.



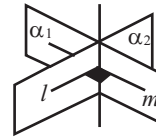
5. Eyni müstəviyə perpendikulyar olan iki düz xətt bir müstəvi üzərində yerləşir.



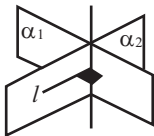
6. İki müstəvi yalnız və yalnız o zaman bir-birinə perpendikulyar olur ki, onlardan biri digərinə perpendikulyar olan düz xətdən keçir.



7. Düz xətt müstəviyə perpendikulyardırsa, müstəvi ilə düz xəttin kəsişmə nöqtəsindən keçən və verilən düz xəttə perpendikulyar olan istənilən düz xətt bu müstəvi üzərindədir.



8. Əgər düz xətt müstəviyə perpendikulyardırsa, bu düz xətdən keçən istənilən müstəvi də bu müstəviyə perpendikulyardır.



9. İki paralel müstəvinin üçüncü müstəvi ilə kəsikdə, onların kəsişmə xətləri bir-birinə paraleldir.



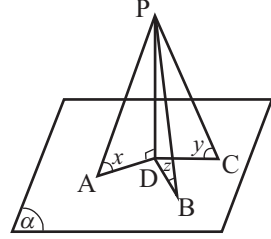
İşçi vərəq № 5

Adı _____

Soyadı _____

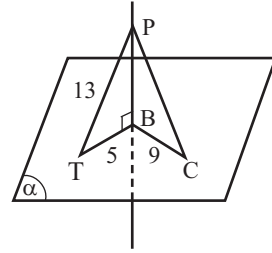
Tarix _____

$PD \perp \alpha$ $\angle PAD = x$, $\angle PCD = y$, $\angle PBD = z$ və $x < z < y$
 $PA = 10$ sm, $PC = 6$ sm olduğuna görə PB -nin
 uzunluğu tam ədədlərlə hansılar ola bilər?



A

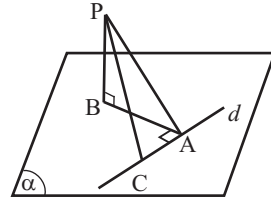
Şəkilə verilənləri yazın və PC -ni tapın.



- a) 15 b) 16 c) 18 d) 20 e) 25

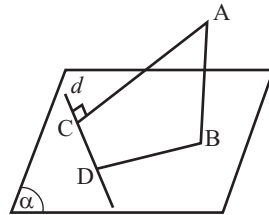
$PB \perp \alpha$
 $BA \perp d$
 $PB = 12$ sm
 $BA = 16$ sm
 $AC = 4$ sm

 $S_{\triangle PAC} = ?$



$AB \perp \alpha$
 $AC \perp d$
 $AC = 6$ sm
 $AB = 2\sqrt{3}$ sm
 $CD = 3$ sm

 $BD = ?$





- eyni müstəviyə paralel olan iki düz xətt bir-birinə paraleldir

Tapın: $MN=?$

$$MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = 3 \text{ sm}$$

- Bu düsturu tətbiq etdikdə, ϕ bucağının düzgün təyin edilməsi xüsusi vurğulanır.

$$\varphi = 30^\circ \text{ olduqda } S_p = \frac{3a^2}{8}; \quad \varphi = 45^\circ \text{ olduqda } S_p = \frac{a^2\sqrt{6}}{8}; \quad \varphi = 60^\circ \text{ olduqda } S_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi.

Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Müstəvini müəyyən edən təklifləri sözlə və həndəsi olaraq təqdim edir	
2	Fəzada nöqtələrin, düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətini sözlə, həndəsi olaraq və məsələ həlli ilə təqdim edir	
3	Düz xətt və müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətini sözlə və həndəsi olaraq təsvir edir	
4	Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlığına aid tərif və teoremləri sözlə və həndəsi olaraq təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir	
5	İki müstəvinin perpendikulyarlığı haqqındakı teorem və təklifləri məsələ həllinə tətbiq edir	
6	İki müstəvinin paralelliyi haqqındakı teorem və təklifləri məsələ həllinə tətbiq edir	
7	Fiqurların müstəvi üzərində ortoqonal proyeksiyalarını çəkir və məsələləri həll edir	

Dərs 30. Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi.

Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Şəklə görə hansı fikrin doğru, hansının yanlış olduğunu müəyyən edin.

- ağac evin döşəməsi yerə paraleldir.
- pilləkənin konstruksiyasındakı sürəhi üzrə AB və CD xətləri çarpaz xətlərdir
- pilləkən konstruksiyasındakı bütün şaquli borular həm yerə, həm də evin döşəməsinə perpendikulyardır.

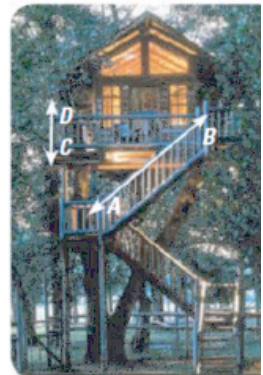
2) Uyğun təsvirləri çəkin.

a) Üç düz xətt eyni müstəvi üzərində yerləşirlər və bir nöqtədə kəsişirlər

b) A,B,C,D,E nöqtələri α müstəvisi üzərində olan komplanar nöqtələrdir. AD düz xətti CE-ni B nöqtəsində kəsir. MA və ME α müstəvisini kəsir. MB α müstəvisinə perpendikulyardır.

3) Hər iki təklifdə qeyri dəqiqliklər var. Onları müəyyən edin və düzgün təklifi yazın.

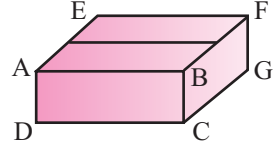
- a) İstənilən üç nöqtədən bir müstəvi keçirmək olar.
- b) İki müstəvi kəsişirsə, onların kəsişməsi müstəvidir.



4) Kollinear olmayan M, K, L nöqtələrini qeyd edin. M və K nöqtələrini birləşdirin və bu parçanın üzərində P nöqtəsi qeyd edin, bu nöqtə ilə L nöqtəsini birləşdirin.

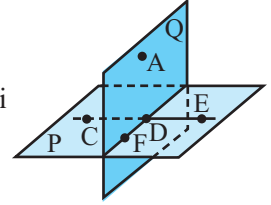
5) Şəklə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

- B nöqtəsinin üzərində olduğu müstəvilərin adlarını yazın.
- BAD və FGC müstəvilərinin kəsişdiyi xətti yazın
- iki cüt çarpaz xətti yazın
- iki paralel müstəvinin və onlara perpendikulyar olan bir düz xəttin adını yazın



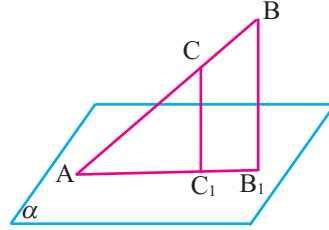
6) Aşağıdakı təklifləri verilən şəkildəki təsvirlərə görə yazın.

- iki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçirmək olar
- bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtədən yalnız bir müstəvi keçirmək olar.



7) Verilir:

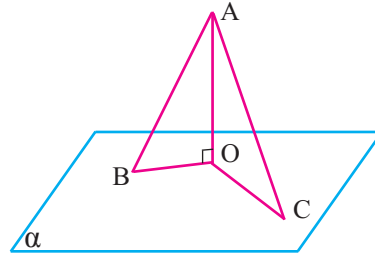
- $A \in \alpha$
- $C \in AB$
- $BB_1 \parallel CC_1$
- $AC:CB=2:3$
- $BB_1=15 \text{ sm}$



Tapın: $CC_1=?$

8) Verilir:

- $AO \perp \alpha$
- $AB=10 \text{ sm}$
- $BO=6 \text{ sm}$
- $CO=15 \text{ sm}$



Tapın: $AC=?$

9) Katetləri 6 sm və 8 sm olan düzbucaqlı üçbucağın düz bucaq təpəsindən üçbucaq müstəvisinə 1 sm uzunluqda perpendikulyar qaldırılmışdır. Perpendikulyarın ucundan bu üçbucağın hipotenuzuna qədər məsafəni tapın.

10) İkiüzlü bucağın daxilində yerləşən nöqtə üzlərdən 3 sm, tildən 6 sm məsafədədir. İkiüzlü bucağın xətti bucağını tapın.

11) Müstəvinə kəsməyən parçanın ucları müstəvidən 15 sm və 7sm məsafədədir. Parçanın ortasının müstəvidən məsafəsini tapın.

3. İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları.

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
1.2.3 Əsas triqonometrik eynilikləri bilir və onları triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir 2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir. 2.1.2. Triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə düsturlarını bilir və tətbiq edir. 2.1.3. Triqonometrik funksiyalar üçün toplama düsturlarını, onlardan alınan nəticələri bilir və tətbiq edir.	31,32	Dönmə bucaqları. Bucağın radian və dərəcə ölçüsü	2	67-71
	33-35	Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi. Xətti sürət, bucaq sürəti.	3	72-75
	36-38	Triqonometrik funksiyalar. İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları.	3	76-82
	39, 40	Vahid çevrə və istənilən bucağın triqonometrik funksiyaları	2	83-85
	41, 42	Çevirmə düsturları	2	86-89
	43, 44	Triqonometrik eyniliklər	2	90-92
	45-47	Toplama düsturları	3	93-96
	48-50	Toplama düsturlarından alınan nəticələr	3	97-101
	51-53	Triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.	3	102-105
	54	İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
Cəmi			24	

Dərs 31,32. Dərslik səh. 67-71. Dönmə bucaqları. Bucağın radian və dərəcə ölçüsü. 2 saat



Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- bucağı şüanın təpə nöqtəsi ətrafında dönməsi kimi modelləşdirir.
- bir tam dönmənin 2π və ya 360° olduğunu bilir və istənilən ölçülü mənfi və müsbət işarəli bucaqları həndəsi və analitik şəkildə təqdim edir.
- bucağın radian ölçüsünü başa düşür
- bucağın dərəcə və radian ölçüləri arasındakı əlaqəni tətbiq edir



Riyazi lüğət

- dönmə bucağı
- bucağın son tərəfi
- mənfi bucaq, müsbət bucaq
- dərəcə, radian
- qövs
- sektor



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

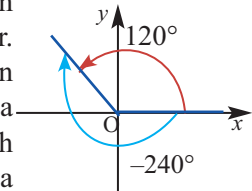
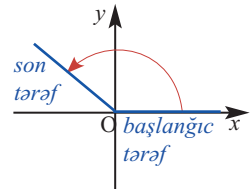
1-ci saat. Dönmə bucağının tərfi şüanın başlanğıc nöqtəsi ətrafında fırlanması kimi sözlə, həndəsi olaraq, real situasiya üzərində izah edilir. Sınıfdəki hər bir şagirdin bu modelləşdirmələrdə iştirakını təmin etmək vacibdir.

Şagird dönmə bucağını tərəfinin biri sabit qalmaqla x oxu istiqamətində olan şüa, digərinin isə koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində və ya əksi istiqamətində dönmə şüa kimi təsvir edir və modelləşdirir.

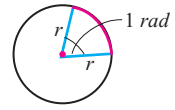
Son tərəfi üst-üstə düşən bucaqların həndəsi təsvirinə diqqət edilir. Şagird 120° -li müsbət işarəli bucaqla -240° -li bucağın son tərəflərinin üst-üstə düşdüyünü həndəsi təsvirlə təqdim edir. Bu iki bucağın dərəcə ölçülərinin mütləq qiymətlərinin cəminin 360° olduğu görünür. Həmçinin, son tərəfi verilən iti bucaqla üst-üstə düşən sonsuz sayda dönmə bucaqlarının olduğu izah edilir. Məsələn, 45° -li bucaqla üst-üstə düşən sonsuz sayda bucaq vardır.

Bucaqların işarəsinə görə son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyinin müəyyən edilməsinə diqqət edilir. Nümunə olaraq -75° , 114° , -240° bucaqların son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyi həndəsi təsvirlə təqdim edilir. Məsələn, -75° -li bucaq 4-cü rübdə yerləşir.

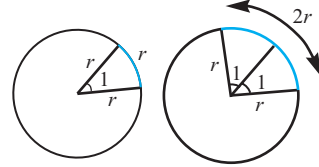
$0, \pm 90, \pm 180, \pm 270, \pm 360^\circ$ bucaqları sərhəd bucaqlarıdır. Şagird 380° -li bucağın son tərəfinin birinci rübdə yerləşdiyini və 20° -li bucaqla üst-üstə düşdüyünü başa düşür. Dərəcə ölçüsü 360° -dən böyük olan və 2-ci rübdə yerləşən bucaqlara aid nümunə göstər sualına şagird məsələn, dərəcə ölçüsü 450° - 540° arasında olan istənilən bucaq bu rübdə yerləşir cavabını verir.



2-ci saat. Bucağın radian ölçüsü izah edilir. Bucağın son tərəfinin dönməsi zamanı müəyyən ölçüdə qövs cızılır. Bucağın dərəcə ölçüsü ilə yanaşı son tərəfin cızdığı qövsün uzunluğu ilə əlaqəli ölçüsünün - radian ölçüsünün də olduğu izah edilir. Bucağın son tərəfini r radiuslu çevrə üzrə hərəkətdə təsvir etsək, uzunluğu r radiusuna bərabər olan qövsə uyğun mərkəzi bucağın ölçüsü 1 radian qəbul edilir.



Deməli, dönmə zamanı uzunluğu 2 radiusun uzunluğuna bərabər qövs cızılmışsa, uyğun mərkəzi bucaq 2 radian olacaq.



Radianin tərifinə görə r radiuslu çevrədə l uzunluqlu qövsə uyğun mərkəzi bucaq α radianıdırsa, $\frac{l}{r} = \alpha$ olduğu izah edilir

Məsələn, 8 sm radiuslu çevrənin 16 sm-lik qövsü 2 radian mərkəzi bucağa uyğundur. Dərslikdə çevrənin radiusu və qövsün uzunluğu verildikdə uyğun bucağın radian ölçüsünün tapılmasına aid nümunə və tapşırıqlar verilmişdir. <https://www.geogebra.org/m/nC98H4NH> internet ünvanında mənfi və müsbət işarəli dönmə bucaqlarını dinamik olaraq müşahidə etmək olar.

Bucağın radian ölçüsü ilə dərəcə ölçüsü arasındakı əlaqə izah edilir.

Tam çevrənin 2π radian olduğu izah edilir. Çevrənin uzunluğu $2\pi r$ olarsa, bir radiana uyğun qövsün uzunluğu r olduğundan, deməli, tam dönmə (çevrə) $2\pi r / r = 2\pi$ radianıdır.

$$2\pi \text{ radian} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ radian} = 180^\circ$$

$$1 \text{ radian} \approx 57^\circ$$

$$180^\circ = \pi \text{ radian}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ radian}$$

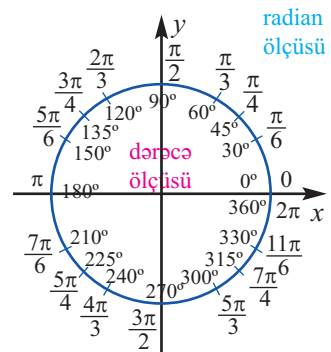
Açar bilik: Dərəcəni radiana çevirdikdə $\frac{\pi}{180}$ -yə vurun.
Radianı dərəcəyə çevirdikdə $\frac{180}{\pi}$ -yə vurun.

$\pi \text{ rad} = 180^\circ$ olduğu həm yadda qalandır, həm də bu bərabərliyin köməyiylə bucağın radian ölçüsü π -nin hissələri olduqda, dərəcə ölçüsünə asanlıqla çevirmək üçün əlverişlidir.

Məsələn, $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$, $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$, $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$ və s.

Çevrə üzərində müəyyən dönmələrə uyğun bucaqlar radianla ifadə edilir. Məsələn, $1/4$ dönmə, yarım dönmə, $3/4$ dönmə, tam dönmənin radian və dərəcə ölçüləri araşdırılır. Şagirdlərə ev tapşırığı olaraq daha böyük ölçüdə çevrə üzərində dönmələrə uyğun bucaqların dərəcə və radian ölçülərini yazmaqları tapşırılır. Bu tapşırıq bucaqları təxmin etmə, vizual ölçmə bacarıqlarının formalaşdırılması üçün əhəmiyyətlidir.

İşçi vərəqlərdən formativ qiymətləndirmə vasitəsi kimi istifadə edilməsi tövsiyə edilir.



Şagirdlər bucağın radian ölçülərini daha dolğun təsəvvür etmələri üçün radian ölçüsü ilə verilmiş bucaqlar çəkir və verilmiş bucaqların radian ölçüsünü təxmin etmə tapşırıqlarını yerinə yetirirlər. Məsələn, ölçüsü 1,5 radian, 3 radian və s. olan bucaqlar çəkin. Şagirdlər $180^\circ \approx 3,14$ radian olduğunu bilərək, bu bucaqları təxmini olaraq çəkə bilirlər. Şagird dərəcə ölçüsündən fərqli olaraq radian ölçüsünün kiçik ədədlərlə ifadə olunduğunu, tam çevrənin təxminən 6 radian olduğunu başa düşür.

İşçi vərəq N1

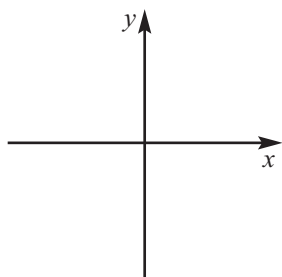
Adı _____

Soyadı _____

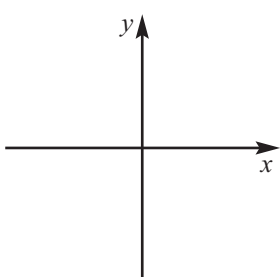
Tarix _____

1) Dönmə bucaqlarını çəkin.

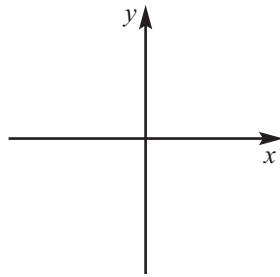
1) -10°



2) -175°



3) 290°



Bucaqların son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyini müəyyən edin.

1) -75°

2) -110°

3) -264°

4) 654°

Son tərəfi verilən bucaqlarla üst-üstə düşən və dərəcə ölçüsü 0° - 360° arasında olan bucaqları müəyyən edin.

1) 420°

2) -310°

3) 550°

4) -460°

5) 470°

6) -175°

Dərəcə ilə verilmiş bucağı radianla, radianla verilmiş bucağı dərəcə ilə ifadə edin.

1) $-\frac{7\pi}{6}$

2) $-\frac{5\pi}{6}$

3) -45°

4) 225°

5) 15°

6) $\frac{5\pi}{3}$

Son tərəfi verilən bucaqla üst-üstə düşən bir mənfi, bir müsbət bucaq göstərin.

1) 120°

2) 380°

3) -410°

4) -45°

5) $-\frac{\pi}{3}$

6) $\frac{11\pi}{6}$

Dərs 33-35. Dərslik səh. 72-75. Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi. Xətti sürət, bucaq sürəti. 3 saat



Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- qövsün uzunluğunu hesablama düsturunu məsələ həllinə tətbiq edir
- sektorun sahəsini hesablama düsturunu məsələ həllinə tətbiq edir



Riyazi lüğət

- qövsün uzunluğu
- xətti sürət
- sektorun sahəsi
- bucaq sürəti



Əlavə resurslar

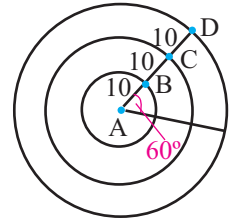
İşçi vərəqlər

1-ci saat. Qövsün uzunluğu. Çevrə qövsünün uzunluğunu hesablamaq üçün düsturun şagirdlərin özləri tərəfindən müəyyən edilməsi üçün şagirdə sual verilir. Siz qövsün uzunluğu dedikdə nəyi başa düşürsünüz? Qövsü hansı ölçü alətləri ilə ölçmək olar? Xətkeşlə yoxsa, transportirlə? Sizə xətkəş verilsəydi, çevrə qövsünün uzunluğunu necə müəyyən edərdiniz? Transportirlə necə müəyyən edərdiniz? Şagird çevrə qövsünün çevrə uzunluğunun müəyyən hissəsi olduğunu başa düşür. Əgər çevrə 360° -dirsə, verilən mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu çevrə uzunluğunun ($2\pi r$) hissəsi kimi hesablanmalıdır. Məsələn, 60° -li qövsün uzunluğu çevrənin $\frac{1}{6}$ ($60^\circ/360^\circ$) hissəsi qədər olacaq. Yəni, $\frac{1}{6} \cdot 2\pi r$, əgər çevrənin radiusu 12 sm olarsa, 60° -li qövsün uzunluğu $\frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot 12 = 4\pi$ sm olacaq. r radiuslu çevrənin x° -li qövsünün uzunluğunu $l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r = \frac{\pi x^\circ r}{180^\circ}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Mərkəzi eyni nöqtədə olan konsentrik çevrələr üzərində görmək olar ki, mərkəzi bucaq sabit qalıb, çevrənin radiusu dəyişdikcə qövsün uzunluğu da dəyişir. Eyni mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu çevrənin radiusu ilə düz mütənasib olaraq dəyişir.

Bəs mütənasiblik əmsalı nədir?

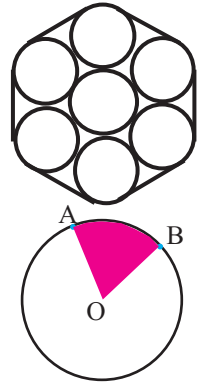
$\frac{\pi x^\circ}{180^\circ}$ ifadəsində x bucağın dərəcə ölçüsüdür, dəyişir, $\frac{\pi}{180}$ isə sabit əmsaldır, deməli mütənasiblik əmsalıdır. Buradan radianla dərəcə arasındakı əlaqəni bir daha görmək olar.

r radiuslu çevrədə l uzunluqlu qövsə uyğun mərkəzi bucaq α radian olarsa, $\frac{l}{r} = \alpha$. Buradan qövsün uzunluğu üçün $l = \alpha \cdot r$ düsturu alınır.



Qövsün uzunluğunu hesablamağa aid aşağıdakı məsələnin həlli sinifdə müzakirə edilir. Hər birinin diametri 1,8 sm olan 7 dairədən təşkil edilmiş dairəvi metal konstruksiyanın ən kəsiyi şəkildə göstərildiyi kimidir.

Konstruksiya kənarları boyu plastik kəmərlə qurşanmışdır. Kəmərin uclarını bir-birinə bağlamaq üçün əlavə olaraq 2,5 sm material işlənmişdir. Kəmərin uzunluğu neçə santimetrdir?



2-ci saat. Sektorun sahəsi. Çevrə qövsünün uzunluğu çevrə uzunluğunun hissəsi kimi tapılır. Bəs sektorun sahəsini necə hesablaya bilərik? Müzakirə üçün şagirdlərə vaxt verilir. Sektorun sahəsini dairənin sahəsinin hissəsi kimi hesablamaq olar.

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

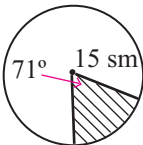
$\frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \alpha$ işarə edib və onun bucağın radianla ölçüsü olduğunu nəzərə alsaq, sektorun sahəsini radianla

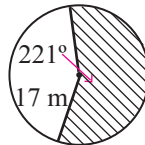
$$S = \frac{1}{2} \alpha r^2 \text{ kimi yazmaq olar.}$$

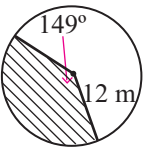
Şagirdlərə qövsün uzunluğunu, sektorun sahəsini hesablama dərslərində müəyyən tapşırıqları transportir və pərgarla işləməklə dəqiq ölçmələr aparmaları tövsiyə edilir. Məsələn, radiusu 5 sm olan 40° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu (sektorun sahəsini) hesablayın tapşırığını şagird aşağıdakı ardıcılıqla yerinə yetirir.

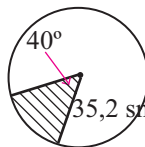
1. Pərgarla radiusu 5 sm olan çevrə çəkir.
2. Dərəcə ölçüsü 40° olan mərkəzi bucaq qurur.
3. Bu bucağa uyğun qövsün uc nöqtələrini qeyd edir və adlandırır.
4. Qövsün uzunluğu düsturunu $l = \alpha r$ (və ya sektorun sahəsi düsturunu) tətbiq edir.

✓ Verilənlərə görə qövsün uzunluğunu Verilənlərə görə sektorun sahəsini tapın.

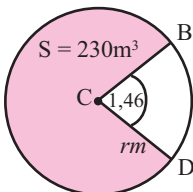




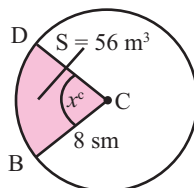




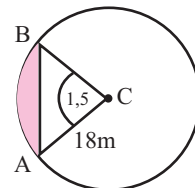
Verilənlərə görə radiusu tapın



Verilənlərə görə mərkəzi bucağı tapın



Verilənlərə görə segmentin sahəsini tapın



3-cü saat. Xətti sürət. Bucaq sürəti. Xətti sürət və bucaq sürəti qövsün uzunluğunu hesablama və dönmə bucağını qiymətləndirmənin tətbiq sahəsidir. Odur ki, bu mövzunun öyrədilməsi istər digər fənlərlə (fizika) ilə inteqrasiya, istərsə də fənn daxili inteqrasiya baxımından əlverişlidir.



$$\text{xətti sürət} = \frac{\text{gedilən yol}}{\text{zaman}} \quad \text{bucaq sürəti} = \frac{\text{dönmə bucağı}}{\text{zaman}}$$

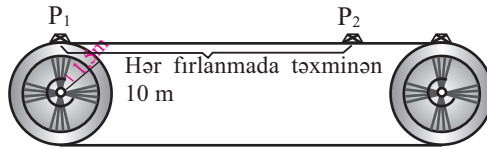
$$v_x = \frac{\alpha r}{t} \quad \omega = \frac{\alpha}{t}$$

Burada, α (radianla) t zamandakı dönmə (fırlanma) bucağıdır.

Xətti sürətlə bucaq sürəti arasındakı əlaqəni aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

$$\text{xətti sürət} = r \cdot \text{bucaq sürəti} \quad v_x = r \cdot \omega$$

Xətti sürətlə bucaq sürəti arasındakı əlaqəni aşağıdakı kimi sənaye konveyeri modeli üzərində izah etmək olar. Tutaq ki, konveyer kəmərinin fırladan disklərin hər birinin diametri 1,5 m-dir. Disklərin çevrəsinin uzunluğu $C = 2\pi r \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \approx 10$ m. Bu o deməkdir ki, disklər bir tam dövr etdikdə kəmərin üzərindəki P cismi təxminən 10 m yol getmiş olacaq.



Dərslikdə verilmiş məsələlərin uyğun sxematik təsvirin çəkilməsi ilə həll edilməsi tövsiyə edilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D. 6. Həlli: a) $R = 40$ sm olduğundan təkərin çevrəsinin uzunluğu

$$2\pi \cdot 40 = 80\pi \text{ sm} = 0,8\pi \text{ m-dir.}$$

100 m məsafədə avtomobilin təkəri 100: $(0,8\pi)$ dəfə tam dövr edir. Hər tam dövr 2π radian olduğundan yaranan bucaq 100: $(0,8\pi) \cdot 2\pi = 200$ radian olacaq.

D16. Həlli. Şərtə görə velosipedin sürəti $30 \frac{\text{km}}{\text{saat}}$ -dır. Bu sürəti $\frac{m}{d\text{əq}}$ ilə ifadə edək $30 \frac{\text{km}}{\text{saat}} = 500 \frac{m}{d\text{əq}}$

$65 \text{ sm} = 0,65 \text{ m}$ olduğundan bir dövr etdikdə $\pi \cdot 0,65 \approx 2,04 \text{ m}$ yol gedilir. Uzunluğu 500 m olan yolda təkər $500 : 2,04 \approx 245$ dəfə tam dövr edir.

D 20. Suçiləyicinin $R=400$ m məsafəyə su vurması ilə əhatə olunan ərazi sektor formasında olduğundan, sektorun sahə düsturuna və məsələnin şərtinə görə

$$\frac{\alpha R^2}{2} = 120\,000. \text{ Buradan } \alpha = 2 \cdot 120\,000 : 160\,000 = 1,5 \text{ radian} \approx 86^\circ, \text{ yəni göstərilən sahəni suvarmaq üçün çiləyici təxminən } 86^\circ \text{ bucaq qədər dönməlidir.}$$

Dərs 36-38. Dərslik səh. 76-82. Triqonometrik funksiyalar. İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları.



Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- triqonometrik funksiyaların tərifini istənilən dönmə bucağına görə təqdim edir;
- triqonometrik nisbətlərin müxtəlif rüblərdə işarəsini müəyyən edir.



Riyazi lüğət

- sekans
- kosekans

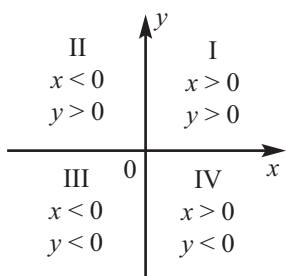


Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

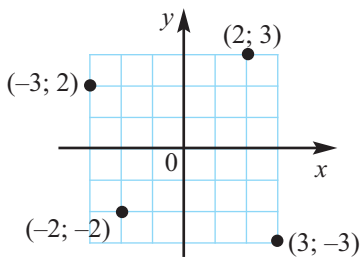
1-ci saat. Bu dərs saatında diqqətdə saxlanılan bacarıqlar:

- istənilən radiuslu çevrə üzrə dönmədə triqonometrik funksiyaların tərifini bilir
- triqonometrik funksiyaların rüblərdə işarələrini müəyyən edir
- verilən dönmə bucaqlarına görə triqonometrik funksiyaların işarələrini müəyyən edir
- triqonometrik nisbətlərin qiymətinin həqiqi ədədlər olduğunu başa düşür
- triqonometrik nisbətlərin dəyişmə intervalını qiymətləndirir

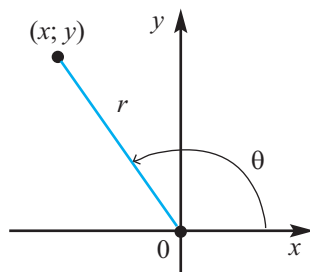
İndiyə qədər triqonometrik funksiyaların tərfi iti və kor bucaqlar üçün verilmişdir. İndi isə koordinat müstəvisi üzərində istənilən nöqtənin koordinatına görə triqonometrik funksiyaların tərfi verilir. Şagirdlərə ümumi şəkildə koordinat müstəvisinin müxtəlif rüblərində koordinatların işarələri, qeyd edilmiş nöqtə nümunələri ilə və dönmə bucağı ilə nümayiş etdirilir.



Rüblərdə koordinatların
işarələri



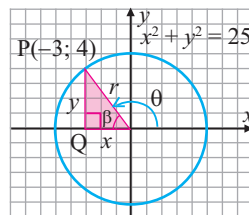
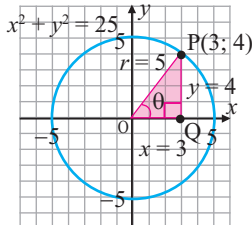
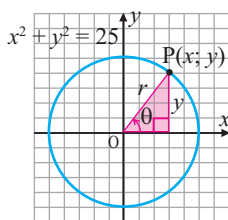
Koordinat müstəvisində
nöqtələrin koordinatı



Dönmə bucağı

İstənilən bucağın triqonometrik nisbətlərini düzbucaqlı üçbucaqdan istifadə edərək yazmağın mümkün olduğu izah edilir.

İstənilən dönmə bucağına görə yaranan düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri bütün hallarda dönmə bucağının son tərəfi üzərində götürülmüş istənilən nöqtənin x və y koordinatları və koordinat başlanğıcından nöqtəyə qədər olan məsafə (və ya çevrənin radiusu) ilə müəyyən edilir.



Altı triqonometrik funksiyanın tərifini vermək üçün istənilən α dönmə bucağının son tərəfi üzərində götürülmüş nöqtənin koordinatlarını $(x; y)$ kimi işarə edək. Koordinat başlanğıcından P nöqtəsinə qədər r məsafəsini iki nöqtə $O(0;0)$ və $P(x; y)$ arasındakı məsafə düsturuna görə tapa bilərik.

$$r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

r məsafə olduğundan həmişə müsbətdir.

POQ düzbucaqlı üçbucağına görə 6 triqonometrik funksiyanı müəyyən etmək olar.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \quad \cos \alpha = \frac{x}{r} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \quad x \neq 0$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \sec \alpha = \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$y \neq 0$$

$$x \neq 0$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{r}{y} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$y \neq 0$$

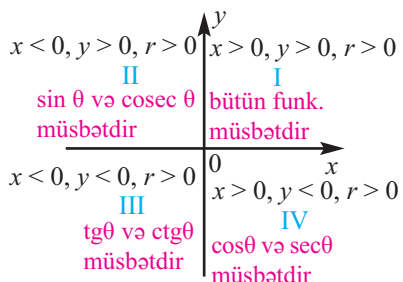


Triqonometrik funksiyların qiymətlərinin bucağın tərəfi üzərində hansı nöqtənin götürülməsindən asılı olmadığı xüsusi vurğulanır.

2-ci saat. Triqonometrik funksiyların rüblərdə işarələri və qiymətlərinin dəyişmə intervalı.

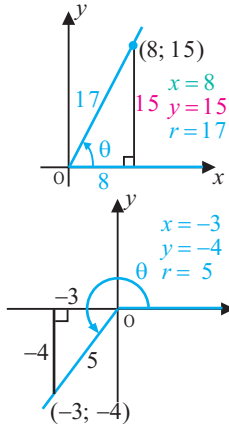
Triqonometrik funksiyların müxtəlif rüblərdəki işarələri nisbətlərə görə müəyyən edilir və aşağıdakı kimi ümumiləşdirmə aparılır.

θ -nın yerləşdiyi rüb	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\operatorname{tg} \theta$	$\operatorname{ctg} \theta$	$\sec \theta$	$\operatorname{cosec} \theta$
I	+	+	+	+	+	+
II	+	-	-	-	-	+
III	-	-	+	+	-	-
IV	-	+	-	-	+	-



Daha sonra funksiyların qiymətlərinin dəyişmə intervalları araşdırılır. Sərhəd bucaqlarının qiymətləri və müxtəlif rüblərə uyğun dönmə bucaqlarının triqonometrik funksiyları müəyyən edilir.

Müxtəlif rüblərin dönmə bucağına görə 6 triqonometrik funksiya müəyyən edilir.



$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{15}{17} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{8}{17} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{y}{x} = \frac{15}{8}$$

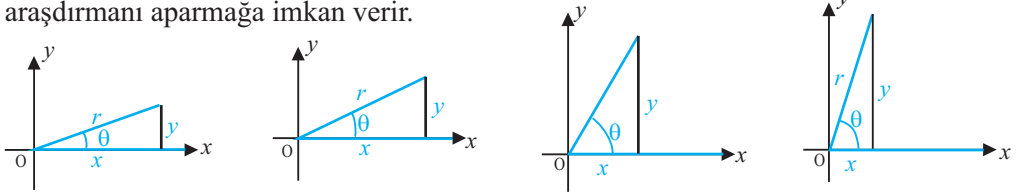
$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{r}{y} = \frac{17}{15} \quad \sec \theta = \frac{r}{x} = \frac{17}{8} \quad \operatorname{ctg} \theta = \frac{x}{y} = \frac{8}{15}$$

$$\sin \theta = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5} \quad \cos \theta = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4} \quad \sec \theta = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3} \quad \operatorname{ctg} \theta = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

Şagirdlərdən hesablanan nisbətlərə görə triqonometrik funksiyların aldığı qiymətlər haqqında fikirləri soruşulur. Hansılar 1-dən kiçik qiymət alır, hansılar 1-dən böyük qiymət ala bilər və s.

Şagirdlər triqonometrik funksiyların qiymətlərinin həqiqi ədədlər olduğunu başa düşürlər və hər birinin dəyişmə intervalını araşdırırlar. Aşağıdakı şəkillər bu araşdırmanı aparmağa imkan verir.



Göründüyü kimi, θ bucağının qiyməti 0° -dən 90° -yə qədər artır. Bu halda r həmişə sabit qalır, y böyüyür lakin heç vaxt r -dən böyük olmur və $y \leq r$ şərti ödənilir.

Deməli, $\frac{y}{r} \leq 1$ şərti ödənilir. Eyni yolla göstərə bilərik ki, IV rüb bucaqları üçün də $\frac{y}{r} \geq -1$. Buradan sinus funksiylasının qiymətinin $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ kimi dəyişdiyi nəticəsinə gəlmək olar. Analoji olaraq kosinus funksiylası üçün də $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ olduğunu yazmaq olar.

Tangens və cotangens funksiyları istənilən həqiqi qiyməti ala bilər. $-\infty < \operatorname{tg} \theta < +\infty$ $-\infty < \operatorname{ctg} \theta < +\infty$. Secans və cosecans funksiylarının qiymətləri kosinus və sinus funksiylarının tərsi olduqlarından $\operatorname{cosec} \theta \geq 1$ və ya $\operatorname{cosec} \theta \leq -1$, $\sec \theta \geq 1$ və ya $\sec \theta \leq -1$ qiymətlərini alır.

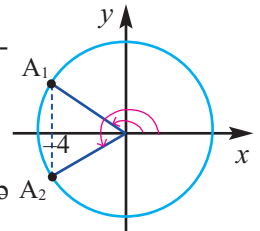
? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 7. d) Kosinusu $-\frac{4}{5}$ olan dönmə bucaqlarını təsvir edin.

Həlli: Damalı vərəqdə 1 damanı vahid qəbul edərək, mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən, 5 radiuslu çevrə çəkilir.

$x^2 + y^2 = R^2$ tənliyində $x = -4$, $R = 5$ yazmaqla $y = \pm 3$ tapılır.

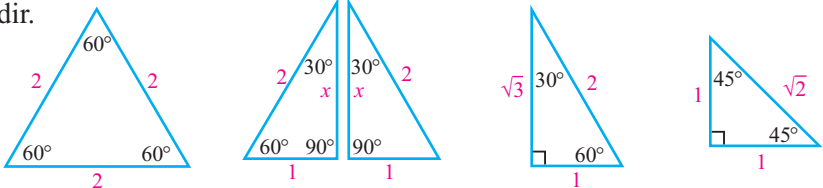
Çevrə üzərində $A_1(-4; 3)$ və $A_2(-4; -3)$ nöqtələri qeyd edilir və A_2 bu nöqtələrə uyğun dönmə bucaqları şəkil üzərində təsvir edilir.



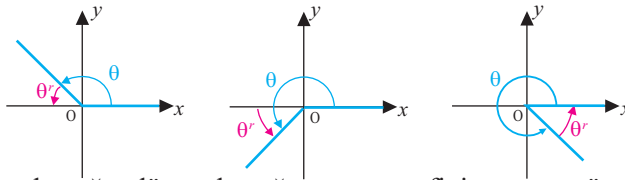
3-cü saat. İstənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının iti bucağa görə müəyyən edilməsi

Biz indiyə qədər iti bucağın triqonometrik funksiyalarının qiymətlərini düzbucaqlı üçbucağa görə tapmağı bilirik. Bəs istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının qiymətini iti bucaqdan istifadə etməklə tapmaq olarmı?

Əvvəlcə $30^\circ, 60^\circ$ kimi xüsusi bucaqların triqonometrik funksiyalarının qiymətlərini bərabərtərəfli üçbucaq üzərində tapılmasının mümkün olduğu təkrar edilir. 45° li bucağın triqonometrik funksiyalarının isə bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqdan tapmaq əlverişlidir.

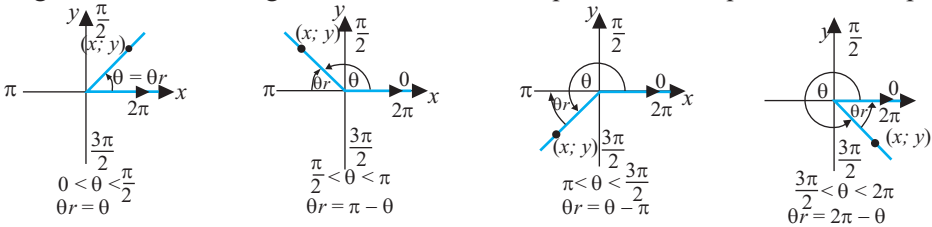


İstənilən bucağın triqonometrik funksiyalarını uyğun iti bucağın triqonometrik funksiyalarından istifadə etməklə tapmaq olar. Uyğun iti bucaq dedikdə verilən bucağın son tərəfinin x oxu ilə üst-üstə düşən düz xəttlə əmələ gətirdiyi bucaq nəzərdə tutulur. Ədəbiyyatlarda bu bucaq **referens** bucaq adlandırılır, anlayış üçün bu terminin işlədilməsi daha məqsəduyğun olardı. Bu məqsədlə müəllim üçün vəsaitdə referens bucaq termini işlədilmişdir.



! Burada referens bucağın dönmə bucağının son tərəfinin x oxunu üzərində saxlayan düz xətlə yaratdığı iti bucaq olduğu xüsusi diqqətə çatdırılır.

θ bucağının hansı rüb bucağı olmasından asılı olaraq referens bucaq müxtəlif cür tapılır.



Referens bucaqların tapılmasına aid tapşırıqların həm dərəcə ilə, həm də radianla verilməsi tövsiyə edilir. Mənfi bucaqlara uyğun iti bucaqlar, son tərəfi verilən bucaqla üst-üstə düşən müsbət bucağa görə tapılır. Məsələn -210° bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən bucaq $-210^\circ + 360^\circ = 120^\circ$ -dir. Uyğun iti bucaq $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ -dir. -210° II rüb bucağı olduğu üçün bu rübdəki triqonometrik funksiyaların işarələri nəzərə alınır. -45° -li bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən bucaq 315° -dir. Bu bucağa uyğun iti bucaq isə $360^\circ - 315^\circ = 45^\circ$ -dir.

Məsələn, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ və II rübdə kosinus mənfi qiymət aldığı üçün $\cos(-240^\circ) = -\frac{1}{2}$. Bu dərəcədə həmçinin triqonometrik funksiyaların qiymətlərinin dövrü olaraq dəyişməsi izah edilir.



İşçi vərəq N2

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Verilmiş nöqtələr dönmə bucağının son tərəfinin üzərindəki nöqtənin koordinatlarını göstərir. Hər bir nöqtəyə görə 6 triqonometrik funksiyanı yazın. Uyğun şəkilləri çəkin.

A) (3; 4)

$$\begin{aligned}\sin \theta &= & \operatorname{cosec} \theta &= \\ \cos \theta &= & \sec \theta &= \\ \operatorname{tg} \theta &= & \operatorname{ctg} \theta &= \end{aligned}$$

B) (2; -2)

$$\begin{aligned}\sin \theta &= & \operatorname{cosec} \theta &= \\ \cos \theta &= & \sec \theta &= \\ \operatorname{tg} \theta &= & \operatorname{ctg} \theta &= \end{aligned}$$

C) (-5; 12)

$$\begin{aligned}\sin \theta &= & \operatorname{cosec} \theta &= \\ \cos \theta &= & \sec \theta &= \\ \operatorname{tg} \theta &= & \operatorname{ctg} \theta &= \end{aligned}$$

D) (-3; -4)

$$\begin{aligned}\sin \theta &= & \operatorname{cosec} \theta &= \\ \cos \theta &= & \sec \theta &= \\ \operatorname{tg} \theta &= & \operatorname{ctg} \theta &= \end{aligned}$$

E) (1; -3)

$$\begin{aligned}\sin \theta &= & \operatorname{cosec} \theta &= \\ \cos \theta &= & \sec \theta &= \\ \operatorname{tg} \theta &= & \operatorname{ctg} \theta &= \end{aligned}$$

F) (-2; 1)

$$\begin{aligned}\sin \theta &= & \operatorname{cosec} \theta &= \\ \cos \theta &= & \sec \theta &= \\ \operatorname{tg} \theta &= & \operatorname{ctg} \theta &= \end{aligned}$$

2) Verilən bucağın rübünü müəyyən edin, uyğun iti bucağı çəkin göstərin və triqonometrik funksiyalarının qiymətlərini yazın.

a) 210°

b) -210°

c) 330°

Dərs 39,40. Dərslik səh. 83-85. Vahid çevrə və istənilən bucağın triqonometrik funksiyaları. 2 saat



Məzmun standartı

2.1.1. Bucağın radian ölçüsü anlayışını və istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının tərifini bilir, məsələlər həllində onlardan istifadə edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- Vahid çevrəyə görə istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarını nöqtənin koordinatları ilə ifadə edir.
- Vahid çevrə üzərində verilmiş nöqtənin koordinatlarına görə triqonometrik funksiyaları müəyyən edir.
- Vahid çevrə üzərində verilmiş dönmə bucağına görə triqonometrik funksiyaları müəyyən edir.



Riyazi lüğət

- vahid çevrə



Əlavə resurslar

Vahid çevrə üzərində istənilən dönmə bucağını və uyğun iti bucağı (referens bucağı) həndəsi olaraq təsvir etmək daha asandır və hər bir triqonometrik funksiyanı həqiqi ədədlərlə ifadə etmək daha sadədir. Çünki $r = 1$ və bucaq radianla olduqda uyğun qövsün uzunluğu qiymətə elə bucağın ölçüsünə bərabər olur. Deməli, istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını qövsün uzunluğundan asılı funksiya kimi ifadə etmək olar.

Vahid çevrə triqonometrik funksiyalarla nöqtənin koordinatları arasında əlaqə yaradır. Şagird nöqtənin koordinatını triqonometrik funksiyalarla ifadə etməyin mümkün olduğunu başa düşür. $\cos\theta = x$, $\sin\theta = y$ olduğundan

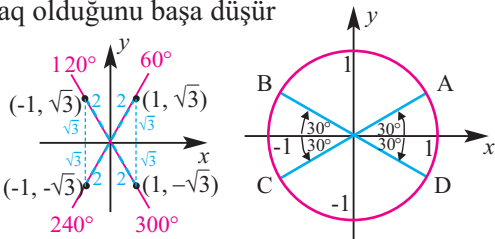
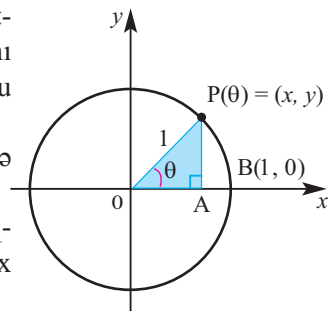
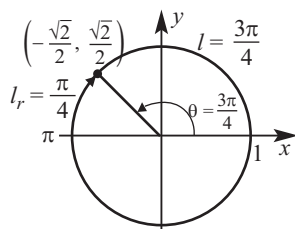
$P(x; y) = P(\cos; \sin\theta)$ kimi yazmaq olar. Bu vahid çevrə üzərində olan istənilən nöqtə üçün doğrudur.

Vahid çevrə üzərində ən çox istifadə edilən $30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ bucaqlara uyğun nöqtələr qeyd edilir. Bu bucaqlar həm də ən çox istifadə edilən referens bucaqlardır.

Şagird hər iti bucağın 4 bucaq üçün referens bucaq olduğunu başa düşür

($0^\circ < \theta < 360^\circ$ üçün) və bu bucaqlar üçün referens bucağın koordinatlarının qiymətləri və uyğun rübdə triqonometrik funksiyanın işarəsi nəzərə alınmaqla qeyd edilir. Dönmələrin və uyğun koordinatların vahid çevrə üzərində qeyd edilməsi şagirdə $0^\circ - 360^\circ$ intervalında dəyişən və

ən çox istifadə edilən bucaqları əyani təsəvvür etməyə, onların ən böyük və ən kiçik qiymətlərini görməyə, periodikliyi, tək və ya cüt olmasını müşahidə etməyə indidən imkan yaradır. Şagirdlər bu işi aşağıdakı addımlarla müxtəlif cür yerinə yetirə bilər-



lər. Məsələn, çevrəni 45° -lik qövsələrə bölməklə.

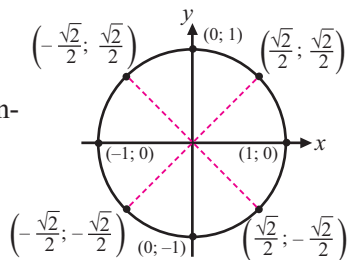
1. Vahid çevrə 8 konqruent qövsə ayrılmışdır.

$$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4} \text{ və } 2\pi$$

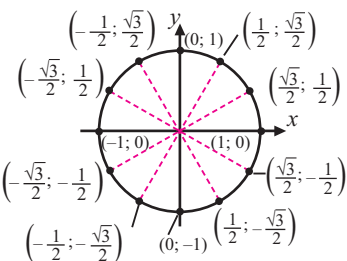
2. Vahid çevrəni 30° -lik qövsələrə bölməklə. Çevrə 12 konqruent qövsə ayrılmışdır.

$$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \pi,$$

$$\frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{6} \text{ və } 2\pi$$

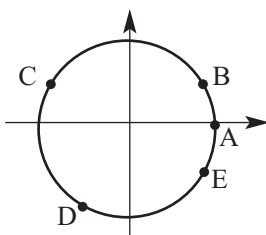
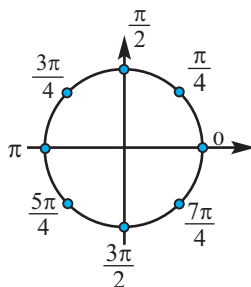


Şagird iti bucağa uyğun dönmədə çevrə üzərindəki nöqtənin koordinatlarını həm düzbucaqlı üçbucaqdan triqonometrik nisbətlərə görə, həm də aşağıdakı kimi tapa bilər. Çevrə üzərindəki 45° -li bucağa uyğun nöqtənin koordinatları $x^2 + y^2 = 1$ tənliyini ödəməlidir. Həmçinin bu nöqtə $y = x$ düz xətti üzərindədir. $y = x$ yerinə yazaq: $x^2 + x^2 = 1$; $2x^2 = 1$; $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. Bucaq birinci rübdə yerləşdiyindən x müsbət olmalıdır.



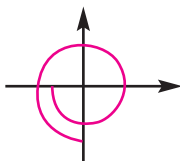
$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ qiymətini nəzərə alsaq, $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ və $\frac{\pi}{4}$ dönməyə uyğun nöqtənin koordinatları $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ olacaq. Bu nöqtənin

simmetrik çevrilməsi ümumilikdə 4 nöqtənin koordinatlarını, başqa sözlə 4 nöqtənin triqonometrik funksiyaları haqqında ədədi məlumatları müəyyən etmək olar. İti bucağı 30° ; 60° və ya 45° olan düzbucaqlı üçbucaqlardan və onların simmetrik çevrilmələrindən istifadə etməklə dönmə bucaqlarına uyğun nöqtələr çevrə üzərində yerləşdirilir. Həmçinin təxmini yerləşdirmə və ya verilmiş nöqtələrə uyğun və -2π və 2π intervalında olan ədədləri təxmini müəyyən etmə tapşırıqları yerinə yetirilir. A nöqtəsindən saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətdə hərəkət etdikdə təxmini olaraq $B \rightarrow \pi/6$, $C \rightarrow 5\pi/6$ ($\pi - \pi/6$), $D \rightarrow 4\pi/3$ ($3\pi/2 - \pi/6$), $E \rightarrow 11\pi/6$ ($2\pi - \pi/6$) kimi olacaq.

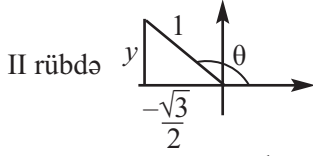


Məsələn, $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ və $-\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ olduğuna görə digər triqonometrik funksiyaları qiymətlərin tapılmasına aid tapşırıqlar yerinə yetirilir.

Şagird əvvəlcə bucağın dəyişmə intervalını əks etdirən həndəsi təsviri çəkir.

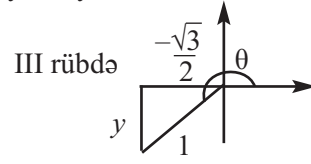


$\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ şərtinə görə dönmə bucağının hansı rüb bucağı olduğunu müəyyən edir. Dəyişmə oblastına görə bu bucağın son tərəfi ya II, ya da III rübdədir.



$$y = \frac{1}{2} \quad \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$y = -\frac{1}{2} \quad \sin \theta = -\frac{1}{2}$$

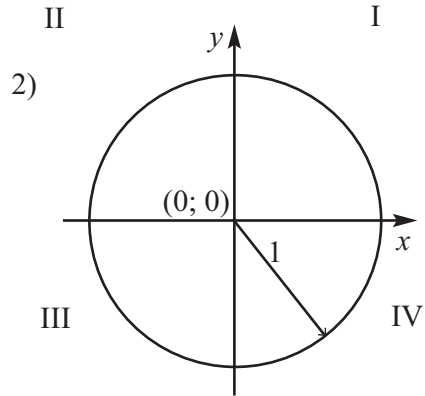
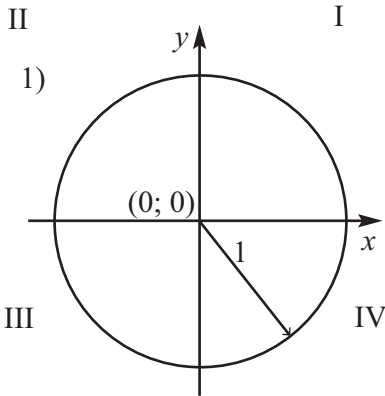
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

İşçi vərəq N3

Adı _____ Soyadı _____ Tarix _____

1) Verilən ədədləri vahid çevrə üzərində yerləşdirin.

- 1) a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{3\pi}{2}$ c) $\frac{3\pi}{4}$ d) π e) $\frac{11\pi}{4}$
- 2) a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{11\pi}{6}$ d) $\frac{13\pi}{6}$ e) $\frac{23\pi}{6}$



2) $[0; 2\pi)$ intervalında yerləşdiklərinə görə verilən şərtlərə uyğun bütün bucaqları yazın.

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\alpha =$

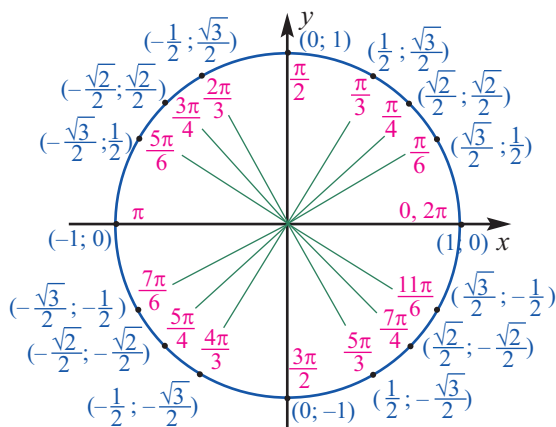
b) $\operatorname{tg} \alpha = -1$ $\alpha =$

İşçi vərəq N4

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____



Vahid çevrəyə görə verilən bucaqların altı triqonometrik funksiyasının qiymətini müəyyən edin.

A) $\frac{9\pi}{4}$

B) -480°

$\sin \theta =$ $\operatorname{cosec} \theta =$

$\sin \theta =$ $\operatorname{cosec} \theta =$

$\cos \theta =$ $\sec \theta =$

$\cos \theta =$ $\sec \theta =$

$\operatorname{tg} \theta =$ $\operatorname{ctg} \theta =$

$\operatorname{tg} \theta =$ $\operatorname{ctg} \theta =$

C) $\frac{22\pi}{3}$

D) $\frac{11\pi}{3}$

$\sin \theta =$ $\operatorname{cosec} \theta =$

$\sin \theta =$ $\operatorname{cosec} \theta =$

$\cos \theta =$ $\sec \theta =$

$\cos \theta =$ $\sec \theta =$

$\operatorname{tg} \theta =$ $\operatorname{ctg} \theta =$

$\operatorname{tg} \theta =$ $\operatorname{ctg} \theta =$

E) $-\frac{19\pi}{6}$

F) 600°

$\sin \theta =$ $\operatorname{cosec} \theta =$

$\sin \theta =$ $\operatorname{cosec} \theta =$

$\cos \theta =$ $\sec \theta =$

$\cos \theta =$ $\sec \theta =$

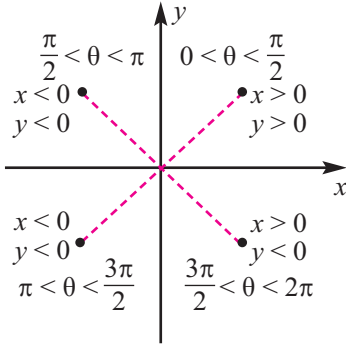
$\operatorname{tg} \theta =$ $\operatorname{ctg} \theta =$

$\operatorname{tg} \theta =$ $\operatorname{ctg} \theta =$

Bu dərş saatına qədər řagirdlärin näləri öyrəndikləri onlarla birlikdə müzakirə edilərək ümumiləşdirilir.

1. Triqonometrik funksiyaların tərifləri

2. Triqonometrik funksiyaların müxtəlif rüblərdəki işarələri.



II rüb	I rüb
$\sin \alpha, \operatorname{cosec} \alpha$ +	$\sin \alpha, \operatorname{cosec} \alpha$ +
$\cos \alpha, \sec \alpha$ -	$\cos \alpha, \sec \alpha$ +
$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ -	$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ +
III rüb	IV rüb
$\sin \alpha, \operatorname{cosec} \alpha$ -	$\sin \alpha, \operatorname{cosec} \alpha$ -
$\cos \alpha, \sec \alpha$ -	$\cos \alpha, \sec \alpha$ +
$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ +	$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ -

3. Triqonometrik funksiyaların qiymətlərinin hansı aralıqda dəyişdiyi

$$\begin{aligned}
 -1 \leq \sin \theta \leq 1 & \quad \operatorname{cosec} \theta \geq 1 \text{ və ya } \operatorname{cosec} \theta \leq -1, \\
 -1 \leq \cos \theta \leq 1 & \quad \sec \theta \geq 1 \text{ və ya } \sec \theta \leq -1 \\
 -\infty < \operatorname{tg} \theta < +\infty & \quad -\infty < \operatorname{ctg} \theta < +\infty
 \end{aligned}$$

4. Uyğun iti bucağı (referens bucağı)

I rüb bucağı üçün: $\alpha' = \alpha$

III rüb bucağı üçün: $\alpha' = \alpha - 180^\circ$

II rüb bucağı üçün: $\alpha' = 180 - \alpha$

IV rüb bucağı üçün: $\alpha' = 360 - \alpha$

5. İstənilən bucağın triqonometrik nisbətini tapma addımlarını

1-ci addım. Verilən bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən ən kiçik müsbət bucaq müəyyən edilir.

■ əgər bucaq $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ -dirsə, 2-ci addıma keçilir.

■ əgər bucaq $\alpha < 0^\circ$ -dirsə α bucağının üzərinə bucağın qiyməti $0^\circ < \alpha' < 360^\circ$ olana qədər 360° əlavə edilir.

■ əgər bucaq $\alpha > 360^\circ$ -dirsə, bucağın qiymətindən qiyməti $0^\circ < \alpha' < 360^\circ$ olana qədər 360° çıxılır.

2-ci addım. 1-ci addımda tapılan bucağın son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyi müəyyən edilir.

3-cü addım. 1-ci addımda tapılan bucağa uyğun referens bucaq müəyyən edilir

4-cü addım. Referens bucaq üçün triqonometrik nisbətlər müəyyən edilir

5-ci addım. 2-ci addıma görə triqonometrik funksiyaların qiymətlərinin işarələri müəyyən edilir

6-cı addım. 4-cü addımda tapılmış qiymətə və 2-ci addımda müəyyən edilmiş işarəyə görə verilən α bucağının triqonometrik nisbətləri yazılır.

Şagirdlərin bu addımları yerinə yetirmələrinə görə özünü qiymətləndirmə və formativ qiymətləndirmə aparıla bilər.

Dərs 41-42. Dərslik səh. 86-89. Çevirmə düsturları.2 saat



Məzmun standartı

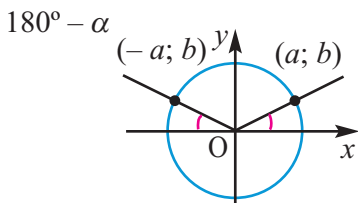
2.1.2.Triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə düsturlarını bilir və tətbiq edir.



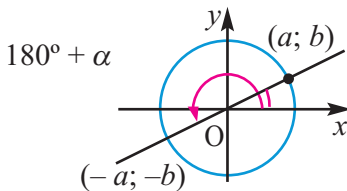
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- çevirmə düsturlarının alınmasını həndəsi olaraq təqdim edir;
- çevirmə düsturlarının alınmasını cəbri olaraq təqdim edir;
- çevirmə düsturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.

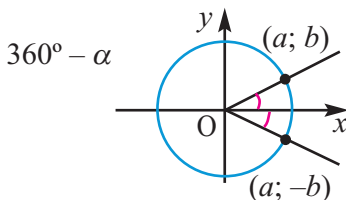
Şagirdlər çevirmə düsturlarını referens bucağa görə istənilən bucağın triqonometrik funksiyasını müəyyən etmə qaydalarından bilirlər. Verilən bucağın üzərinə 180° və ya 360° əlavə edilməsi ilə bucağın vəziyyətinin necə dəyişdiyi, hansı simmetrik çevrilmənin baş verdiyi araşdırılır. Bucağın ilkin və sonrakı vəziyyətinə uyğun son tərəfi üzərində götürülmüş nöqtələrin koordinatları izlənilir, simmetriklilər aşkar edilir. Aşağıda verilmiş sxematik təsvirdən istifadə edilir.



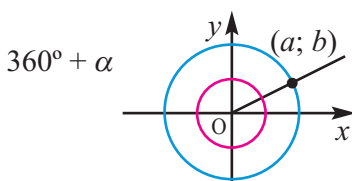
y oxuna nəzərən simmetrikdir:
 $(a; b) \rightarrow (-a; b)$, x işarəsini dəyişir,
 y eynilə qalır. Deməli, sinus eynilə qalır, kosinus işarəsini dəyişir



Koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir. $(a; b) \rightarrow (-a; -b)$.
Həm x , həm də y işarəsini dəyişir.
Deməli, həm sinus, həm də kosinus işarəsini dəyişir.



x oxuna nəzərən simmetrikdir.
 $(a; b) \rightarrow (a; -b)$.
kosinus işarəsini dəyişmir, sinus işarəsini dəyişir.



Son tərəfi verilən bucaqla üst-üstə düşür: $(a; b) \rightarrow (a; b)$.
Funksiyalar işarəsini dəyişmir.

Müzakirələrlə aşağıdakı düsturlar müəyyənləşdirilir. Müzakirələr zamanı şagirdlərin dəftərlərində uyğun şəkilləri çəkmələri, koordinatları izləmələri, düsturları qeyd etmələri üçün vaxt verilir.

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(180^\circ + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$$

$-\alpha$ və $360^\circ - \alpha$ dönmə bucaqlarının son tərəfləri üst-üstə düşür. Ona görə

$$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

Tamamlayıcı bucaqlara aid düsturları şagirdlərin özlərinin düzbucaqlı üçbucağa görə müəyyən etmələrinə imkan yaradılır. Bu qrup işi üçün əlverişlidir. Düsturların həm rədlə, həm də dərəcə ilə yazılması tövsiyyə edilir.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha \quad \operatorname{ctg}(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

Dərs saati və mənimsəmə səviyyəsi imkan verərsə, əlavə olaraq çevirmə düsturlarının daha ümumi şəklini və onlara aid tapşırıqları araşdırmaq olar. Yuxarıda verilmiş təsvirlərdən bu düsturları aydın görmək olar.

$$\sin(180^\circ(2k-1) - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ(2k-1) - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(180^\circ(2k-1) + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ(2k-1) + \alpha) = -\cos \alpha$$

burada k tam ədəddir və tək dövrlərdə düsturların doğru olduğu görsənir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.11. 0° - dən 90° - yə kimi bucağın triqonometrik funksiyasına çevirin.

Həlli:

a) $\sin(-170^\circ) = -\sin 170^\circ = -\sin(170^\circ - 10^\circ) = -\sin 10^\circ$

d) $\operatorname{ctg} 320^\circ = \operatorname{ctg}(360^\circ - 40^\circ) = -\operatorname{ctg} 40^\circ$



Aşağıdakı tapşırıqların həllini şagirdlərə təklif etmək olar.

1) $\sin 390^\circ$

2) $\operatorname{tg} \frac{19\pi}{6}$

3) $\sec(-1290^\circ)$

4) $\cos \frac{27\pi}{4}$

5) $\operatorname{cosec} \frac{10\pi}{3}$

6) $\sec(-660^\circ)$

Dərs 43-44. Dərslik səh. 90-92. Triqonometrik eyniliklər. 2 saat



Məzmun standartı

1.2.3 Əsas triqonometrik eynilikləri bilir və onları triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir

2.1.2. Triqonometrik funksiyalar üçün çevirmə düsturlarını bilir və tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- Əsas triqonometrik eyniliklərin alınmasını həndəsi olaraq təqdim edir;
- Əsas triqonometrik eyniliklərin alınmasını cəbri olaraq təqdim edir;
- Əsas triqonometrik eynilikləri məsələ həllinə tətbiq edir.

Əsas triqonometrik eyniliklər aşağıdakı kimi qruplaşdırılır.

Triqonometrik funksiyaların tərs qiymətlərinə aid eyniliklər:

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Tangens, kotangens eynilikləri:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \cos \alpha \neq 0 \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \sin \alpha \neq 0 \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

Pifaqor eynilikləri:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

Mənfi bucaq eynilikləri:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

Tamamlayıcı bucaq eynilikləri:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg} \alpha$$

Bu eyniliklərdən istifadə etməklə verilən triqonometrik ifadələri sadələşdirmə, triqonometrik eynilikləri isbat etmə tapşırıqları yerinə yetirilir.

Tapşırıqları dərslikdə verilmiş nümunələrdə qruplaşdırmaq olar.

1. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ və $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ olduğuna görə digər 5 triqonometrik funksiyaları tapın.

2. İfadəni sadələşdirin. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \alpha$ 3. İfadəni sadələşdirin. $\operatorname{tg}^2 \alpha \sec \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}$



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.10. Həlli: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{25}{16}$

Bu tip tapşırıqları müəllim əlavə olaraq tərtib edə bilər. Əsas triqonometrik eyniliklər asan yadda qalan olduqlarından onların tətbiqi ilə həll edilən eyniliklərin isbatı, ifadələrin sadələşdirilməsi tapşırıqları da nisbətən asandır. Bu tip tapşırıqlarla sinifdə mənimsəmə səviyyəsi aşağı olan şagirdlərə daha çox diqqət yetirmək mümkündür.

İşçi vərəq N5

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Əsas triqonometrik eynilikləri yazın.

a) $\operatorname{tg} \theta =$ _____

d) _____

b) $\operatorname{ctg} \theta =$ _____

e) _____

c) _____

f) _____

2) İfadələri əsas eyniliklərdən istifadə etməklə sadələşdirin.

a) $\operatorname{tg}^2 \theta - \operatorname{tg}^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$

b) $\sin^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

c) $\cos^2 \theta \cdot \sec^2 \theta - \cos^2 \theta$

d) $\cos^2 \beta + \cos^2 \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \beta$

e) $\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$

f) $\frac{\cos^2 \theta - 1}{\sin^2 \theta - 1}$

g) $\operatorname{tg}^4 \phi + 2 \operatorname{tg}^2 \phi + 1$

h) $1 - 2 \cos^2 \theta + \cos^4 \theta$

i) $\sin^4 x - \cos^4 x + 2 \cos^2 x$

3) Verilənlərə görə digər triqonometrik funksiyların qiymətlərini tapın.

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 < \alpha < 90^\circ$

b) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

c) $\sin \alpha = \frac{3}{5}, 90^\circ < \alpha < 180^\circ$

d) $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Dərs 45-47. Dərslik səh. 93-96. Toplama düsturları. 3 saat



Məzmun standartı

2.1.3. Triqonometrik funksiyalar üçün toplama düsturlarını, onlardan alınan nəticələri bilir və tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

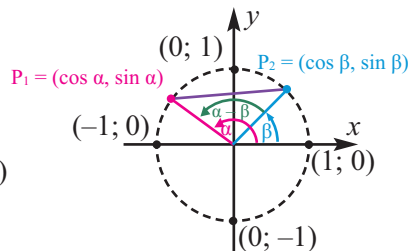
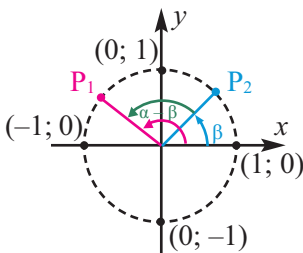
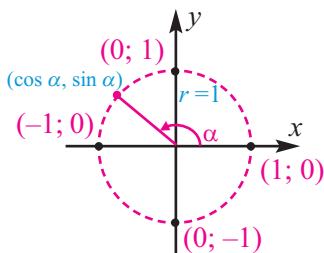
- toplama düsturlarının isbatını yerinə yetirir;
- toplama düsturunun tətbiqi ilə ifadələri sadələşdirir, eynilikləri isbat edir;
- toplama düsturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.

Toplama düsturları

Əvvəlcə $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ eyniliyi isbat edilir. İsbat aşağıdakı addımlarla yerinə yetirilir.

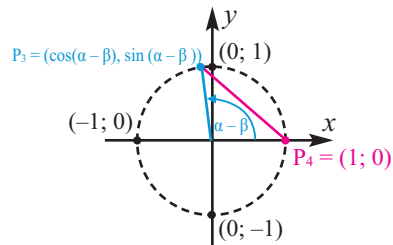
1. Vahid çevrə üzərində α bucağına uyğun nöqtənin koordinatları $P_1(\cos\alpha; \sin\alpha)$ kimi qeyd edilir.

2. Vahid çevrə üzərində son tərəfi α bucağı ilə $\alpha - \beta$ bucağı əmələ gətirən β bucağı çəkilir. Uyğun $P_2(\cos\beta; \sin\beta)$ nöqtəsi qeyd edilir.



3. P_1 və P_2 nöqtələri P_1P_2 parçası ilə birləşdirilir.

4. $\alpha - \beta$ bucağının başlanğıc tərəfi x oxunun üzərinə düşənə qədər, dönmə bucağının standart vəziyyətinə gələnə qədər onu saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində döndərək və bucağın yeni vəziyyətini çəkək. Bucağın son və başlanğıc tərəfinin çevrə üzərindəki nöqtələrinin koordinatları uyğun olaraq $P_3(\cos(\alpha - \beta); \sin(\alpha - \beta))$ və $P_4(1;0)$ kimi olacaq. P_1 və P_2 nöqtələri arasındakı məsafə, yəni P_1P_2 parçasının uzunluğu ilə P_3 və P_4 nöqtələri arasındakı məsafə, yəni P_3P_4 parçasının uzunluğu bərabərdir: $P_1P_2 = P_3P_4$. İki nöqtə arasındakı məsafə düsturundan istifadə edərək bu məsafələri triqonometrik funksiyalarla ifadə edək.



$$P_1P_2 = \sqrt{(\cos\alpha - \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2}$$

$$P_3P_4 = \sqrt{(\cos(\alpha - \beta) - 1)^2 + (\sin(\alpha - \beta) - 0)^2}$$

Bu bərabərliklərdən asanlıqla $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ olduğunu almaq olar.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 5. a) tapşırığını həll etdikdə $36^\circ + \alpha = x$, $24^\circ - \alpha = y$ işarələməsi etmək əlverişli olur.

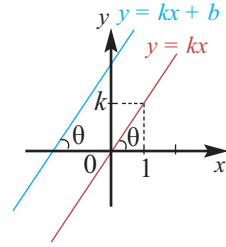
$$\begin{aligned} \cos(36^\circ + \alpha) \cdot \cos(24^\circ - \alpha) - \sin(36^\circ + \alpha) \cdot \sin(24^\circ - \alpha) &= \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y = \\ &= \cos(x + y) = \cos(36^\circ + \alpha + 24^\circ - \alpha) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

D.18. a) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = -1$, $\operatorname{tg}(2 - \beta) = \frac{1}{2}$ olarsa, $\operatorname{tg} 2\beta$ -ni tapın
Həlli. $2\beta = (\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)$ olduğunu nəzərə alaraq yazmaq olar:

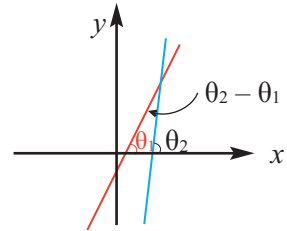
$$\operatorname{tg} 2\beta = \operatorname{tg} ((\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)) = \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \beta) - \operatorname{tg} (\alpha - \beta)}{1 + \operatorname{tg} (\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} (\alpha - \beta)} = \frac{-1 - \frac{1}{2}}{1 + (-1) \cdot \frac{1}{2}} = -3$$

D.20. Həlli: Əvvəlcə $y = kx$ düz xəttinin k bucaq əmsalının düz xəttin absis oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi θ bucağının tangensinə bərabər olduğu göstərilir: $\operatorname{tg} \theta = k$.

$y = kx$ funksiyasının qrafikini b vahid şaquli istiqamətdə paralel köçürülməsində göstərilən bucaq dəyişmir və bu halda da $k = \operatorname{tg} \theta$.



Əgər bucaq əmsalları k_1 və k_2 olan düz xəttlərin absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaqlar uyğun olaraq θ_1 və θ_2 olarsa, $k_1 = \operatorname{tg} \theta_1$, $k_2 = \operatorname{tg} \theta_2$
Bu düz xəttlər arasındakı $\theta_2 - \theta_1$ bucağı üçün



$$\operatorname{tg} (\theta_2 - \theta_1) = \frac{\operatorname{tg} \theta_2 - \operatorname{tg} \theta_1}{1 + \operatorname{tg} \theta_2 \cdot \operatorname{tg} \theta_1} = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \text{ olur.}$$

a) bucaq əmsalları 2 və $\frac{1}{2}$ olan düz xətlər arasındakı bucaq üçün

$$\operatorname{tg} (\theta_2 - \theta_1) = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{4} \quad \text{Buradan } \theta_2 - \theta_1 \approx 37^\circ \text{ tapılır.}$$

Dərs 48-50. Dərslik səh. 97-101. Toplama düsturlarından alınan nəticələr.
3 saat.



Məzmun standartı

2.1.3. Triqonometrik funksiyalar üçün toplama düsturlarını, onlardan alınan nəticələri bilir və tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- triqonometrik funksiyaların cəminin və fərqinin hasilə çevirmə düsturlarını əsaslandırır
- cəmin və fərqin hasilə çevirmə dusturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.
- toplama düsturlarından istifadə edərək ikiqat arqument və yarım arqumentin dusturlarını yazır
- ikiqat arqument və yarım arqumentin dusturlarını məsələ həllinə tətbiq edir.

Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, biz indiyə qədər $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ kimi bucaqların triqonometrik funksiyalarının qiymətini dəqiq hesablaya bilirdik. Toplama düsturlarından, eləcə də ikiqat və yarımqat arqument düsturlarından istifadə etməklə daha çox bucaqların triqonometrik funksiyaların dəqiq qiymətini tapmaq mümkündür.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 17. a) tapşırığında verilmiş $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$ ifadəsinin qiymətini müxtəlif üsullarla hesablamaq məqsəduyğundur. İkiqat bucaq düsturunu tətbiq etməklə:

$$2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin(2 \cdot 15^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

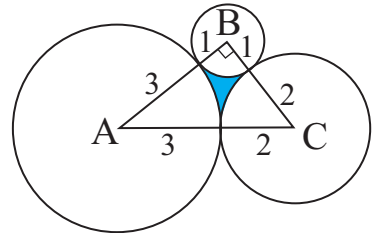
Hasilin cəmə çevrilməsi düsturlarını tətbiq etməklə:

$$2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} [\sin(15^\circ + 15^\circ) + \sin(15^\circ - 15^\circ)] = \sin 30^\circ + \sin 0^\circ = \frac{1}{2}$$

D.29. Radiusları 1; 2; 3 olan üç çevrə şəkildə göstərildiyi kimi xaricdən toxunur. Rəngli hissənin sahəsini tapın.

Həlli: Verilənlərə görə asanlıqla görmək olar ki, tərə nöqtələri çevrələrin mərkəzlərində yerləşən $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır (tərəfləri pifaqor ədədləridir) və

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ kv. vahid}$$



Rəngli sahəni hesablamaq üçün $\triangle ABC$ -nin sahəsindən hər bir dairədə uyğun sektorun sahələrini çıxmalıyıq. $\angle B = 90^\circ$ olduğundan radiusu 1 olan dairədə bu sektorun sahəsi $S_1 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 = \frac{\pi}{4}$ olur. A mərkəzli dairədə uyğun sektorun sahəsini tapmaq üçün əvvəlcə $\angle A$ -nı tapmalıyıq.

$$\sin \angle A = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ olduğundan } \angle A \approx 37^\circ$$

$$\text{Uyğun sektorun sahəsi } S_2 \approx \frac{37^\circ \cdot \pi \cdot 3^2}{360^\circ} = \frac{37}{40} \pi$$

$\angle C \approx 53^\circ$ olduğundan C mərkəzli dairədə sektoru sahəsi

$$S_3 \approx \frac{53^\circ \cdot \pi \cdot 2^2}{360^\circ} = \frac{53}{90} \pi$$

Rəngli hissənin sahəsi

$$S = S_{ABC} - (S_1 + S_2 + S_3) \approx 6 - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{37\pi}{40} + \frac{53\pi}{90} \right) \approx 0,46 \text{ kv. vahid}$$

Dərs 51-53. Dərslik səh. 102-105. Triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsi.**Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3saat**

Əsas triqonometrik eyniliklərin, toplama, ikiqat və yarımarqument, cəmi və fərqi hasilə çevirmə düsturlarının tətbiqini nəzərdə tutan tapşırıqlar yerinə yetirilir. Tapşırıqların bir neçəsi sinifdə müzakirə ilə yerinə yetirilə bilər. Ev tapşırıqları üçün daha çox nömrələr ayrılması nəzərdə tutulur.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D 11. (səh. 103) $\sin 18^\circ \cos 36^\circ$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

Həlli: Verilən ifadəni $2 \cos 18^\circ$ -yə vurub, bölək və ikiqat bucaq düsturunu tətbiq edək:

$$\begin{aligned} \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ &= \frac{2 \cos 18^\circ \cdot \sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{2 \cos 18^\circ} = \frac{\sin 36^\circ \cdot \cos 36^\circ}{2 \cos 18^\circ} = \frac{\sin 72^\circ}{4 \cos 18^\circ} = \\ &= \frac{\cos 18^\circ}{4 \cos 18^\circ} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar üçün dərs saati bucağın radian və dərəcə ölçüsü, dönmə bucaqları, uyğun iti bucaqdan istifadə edərək istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının müəyyən edilməsi, vahid çevrə üzərində triqonometrik funksiyaların tərfi, əsas triqonometrik eyniliklər və onların tətbiqi, toplama düsturları və onlardan çıxan nəticələri əhatə edən tapşırıqların yerinə yetirilməsi üçün nəzərdə tutulmuşdur:

D.17. a) $\frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

Həlli: verilmiş ifadəni sadələşdirmək üçün ortaq məxrəcə gətirək və hasilə cəmə çevirmə düsturunu tətbiq edək.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ &= \frac{1 - 4 \sin 70^\circ \cdot \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \\ &= \frac{1 - 4 \cdot \frac{1}{2} [\cos 70^\circ - 10^\circ] - \cos (70^\circ + 10^\circ)}{2 \sin 10^\circ} = \frac{1 - 2 (\cos 60^\circ - \cos 80^\circ)}{2 \sin 10^\circ} = \\ &= \frac{1 - 1 + 2 \cos 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{2 \cos 80^\circ}{2 \sin 10^\circ} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D.20. a) } \frac{6 \cos 64^\circ}{\sqrt{3} \cos 34^\circ - \sin 34^\circ} &= \frac{6 \cos 64^\circ}{\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \cos 34^\circ - \sin 34^\circ} = \\ &= \frac{6 \cos 64^\circ}{\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \cdot \cos 34^\circ - \sin 34^\circ} = \frac{6 \cos 64^\circ}{\frac{\sin 60^\circ \cdot \cos 34^\circ - \sin 34^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\cos 60^\circ}} = \\ &= \frac{6 \cos 64^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\sin (60^\circ - 34^\circ)} = \frac{6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 64^\circ}{\sin 26^\circ} = 3 \end{aligned}$$

İşçi vərəq N6

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Eynilikləri isbat edin

$$\frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\cos\alpha + \cos\beta} = \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$\frac{\cos\alpha - \cos\beta}{\sin\alpha - \sin\beta} = -\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$\sin\alpha = \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları.
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Bucağın radian və dərəcə ölçüsü arasında qarşılıqlı çevirmələri aparır	
2	Dönmə bucaqlarını həndəsi olaraq təsvir edir.	
3	Verilən bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən dönmə bucaqlarını müəyyən edir	
4	Qövsün uzunluğunun və sektorün sahəsinin tapılmasına aid məsələləri həll edir	
5	Xətti sürət və bucaq sürətini qövsün uzunluğunun və dönmə bucağının tapılması ilə əlaqələndirir.	
6	Triqonometrik funksiyalar və onların tərifini bucağın son tərəfi üzərində yerləşən nöqtənin koordinatları ilə əlaqələndirir.	
7	Müxtəlif rüb dönmə bucaqlarının son tərəfi üzərində olan nöqtənin koordinatlarını düzbucaqlı üçbucaqdan istifadə etməklə müəyyən edir.	
8	Verilən bucağın hansı rüb bucağı olduğunu müəyyən edir	
9	Uyğun iti bucaqdan istifadə edərək istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarını müəyyən edir	
10	Vahid çevrə üzərindəki nöqtənin koordinatları ilə dönmə bucağının triqonometrik funksiyalarının qiymətləri arasında əlaqə yaradır.	
11	Vahid çevrə üzərində I rüb bucaqlarından - iti bucaqlardan istifadə etməklə istənilən bucağın triqonometrik funksiyalarının qiymətini tapır	
12	Əsas triqonometrik eynilikləri triqonometrik ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir	
13	Toplama düsturlarını tətbiq edir	
14	İki bucağın triqonometrik funksiyalarının cəmini hasilə çevirmə düsturlarını tətbiq edir	
15	Yarımbucaq və ikiqat bucağın düsturlarını tətbiq edir	

Dərs 54. İstənilən bucağın triqonometrik funksiyaları.

Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) 60° ; -60° ; 300° ; -405° dönmə bucaqlarının hər birini ayrı koordinat müstəvisi çəkməklə təsvir edin.

2) a) 172° ; b) -315° ; c) $-\frac{5\pi}{6}$; d) -415° dönmə bucaqlarının son tərəfinin hansı rübdə yerləşdiyini müəyyən edin.

3) 105° -ni radianla ifadə edin.

4) $\frac{11\pi}{6}$ -ni dərəcə ölçüsü ilə ifadə edin.

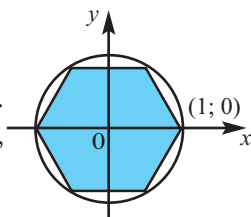
5) Verilən bucaqlarla son tərəfləri üst-üstə düşən və $(0; 2\pi)$ intervalında yerləşən bucağı radianla ifadə edin.

a) -60°

b) $-\frac{7\pi}{5}$

6) Çevrə daxilinə düzgün altıbucaqlı çəkilmişdir.

Altıbucaqlının təpələrindən biri $(1; 0)$ nöqtəsindədirsə, digər təpələrinin koordinatlarını tapın.



7) Radiusu 3 sm olan çevrənin 15 sm uzunluğundakı qövsünə uyğun mərkəzi bucağı radian və dərəcə ilə ifadə edin.

8) $\cos \frac{7\pi}{18} \approx 0,3420$ olduğunu bilərək $\sin \frac{\pi}{9}$ və $\sin \frac{8\pi}{9}$ ifadələrinin qiymətlərini hesablayın.

9) İsbat edin ki, $2 \cos x \cos y = \cos(x + y) + \cos(x - y)$.

10) Bir əks argument gətirməklə $\cos 2x + \sin 2y = 2 \sin(x + y) \cos(x - y)$ bərabərliyinin eynilik olmadığını göstərin.

11) a) $\sin 16^\circ = \cos 74^\circ$ b) $\operatorname{tg} 63^\circ = \operatorname{ctg} 27^\circ$ olduğunu göstərin.

12) İfadələrin qiymətlərini tapın.

a) $\sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}$

b) $\cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{5\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}$

13) Radiusu 4 sm olan dairənin $\frac{\pi}{6}$ mərkəzi bucağına uyğun sektorün sahəsini tapın. Bu dairənin sahəsinin hansı hissəsini təşkil edir?

14) Çevrə üzrə hərəkət edən cisim bir tam dövrü 9 dəqiqəyə başa vurur. Bu cismin 1,5 dəqiqədə neçə dərəcə döndüyünü və neçə metr yol getdiyini tapın. Sxematik təsvirini çəkin. Çevrənin radiusu $R = 6$ m.

15) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ olarsa, $\sin(\alpha - \beta)$ -ni tapın.

4. Sinuslar Kosinuslar teoremi

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
3.1.1. Sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiq ilə üçbucaqları həll edir.	55-58	Sinuslar teoremi. Sinuslar teoremi və üçbucağın sahəsi. Sinuslar teoreminin tətbiqi ilə məsələ həlli	4	107-113
	59-62	Kosinuslar teoremi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	4	114-120
	63	Sinuslar və kosinuslar teoremi. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
Cəmi			9	

Dərs 55-58. Dərslik səh. 107-113 Sinuslar teoremi. Sinuslar teoremi və üçbucağın sahəsi. Sinuslar teoreminin tətbiqi ilə məsələ həlli. 4 saat



Məzmun standartı

3.1.1. Sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiqi ilə üçbucaqları həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- *sinuslar teoremini tətbiq etməyin mümkün hallarını təqdim edir (BTB, BBT və TTB);*
- *sinuslar teoremini tətbiq edir;*
- *sinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir.*

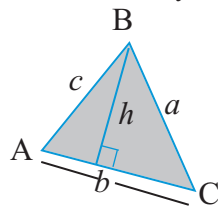
Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, indiyə qədər düzbucaqlı üçbucaqları Pifaqor teoreminin və triqonometrik nisbətlərin köməyi ilə həll edirdik. Lakin bir çox həyati situasiyalarda tələb olunan məsafə və bucağın tapılması düzbucaqlı üçbucaqla deyil, istənilən üçbucaqla əlaqəli ola bilər. Bu halda üçbucağın həll edilməsi üçün sinuslar teoremi kömək edə bilər.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Sinuslar teoremini analitik olaraq isbat etməzdən əvvəl şagirdlərə qruplarla iş olaraq sinuslar teoreminin praktik ölçmələrlə yoxlanılması məşğələsinin aparılması tövsiyə edilir. Qruplarla iş aşağıdakı addımlarla yerinə yetirilir.

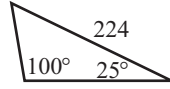
Qruplarla iş. “İstənilən üçbucağın hər hansı bucağının sinusunun bu bucağın qarşısında duran tərəfə nisbətləri sabit qalır”, bu fikri ölçmələrlə yoxlayın.

1. İxtiyari üçbucaq çəkin. Təpələrini A, B, C, tərəflərini a, b, c kimi işarə edin. B təpəsindən AC tərəfinə h hündürlüyünü çəkin.
2. Alınan iki düzbucaqlı üçbucaqdan $\sin \angle A$ və $\sin \angle C$ triqonometrik nisbətlərini yazın.
3. Nisbətlərdən h dəyişənini tapın.
4. Uyğun bərabərliyi yazın.
5. Bərabərliyin hər iki tərəfini ac -yə bölün.
6. Alınan bərabərlik sinuslar teoreminin bir hissəsidir.
7. B bucağı üçün də bu nisbəti yazın.
8. Sinuslar teoremində üçbucağın hansı ölçüləri iştirak edir?



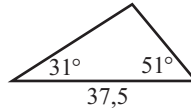
Verilən üçbucaq düzbucaqlı üçbucaq olmadıqda üçbucağı həll etmək üçün biri mütləq tərəf, qalan ikisi isə tərəf və ya bucaq olmaqla daha iki elementin verilməsi ilə (bütünlükdə 3 element) üçbucaqları həll etmək olar. Bu halları aşağıdakı kimi 5 vəziyyətdə qruplaşdırmaq olar.

İki bucağı və bucaqlardan birinin qarşısında duran tərəf



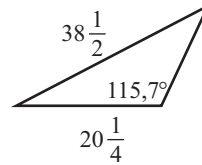
BBT

İki bucağı və bucaqlara bitişik tərəfi



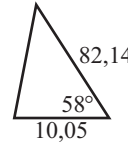
BTB

İki tərəfi və bu tərəflərdən birinin qarşısındakı bucağı



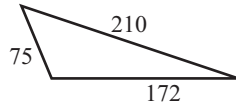
TTB

İki tərəfi və bu tərəflər arasında qalan bucaq



TBT

Üç tərəfi

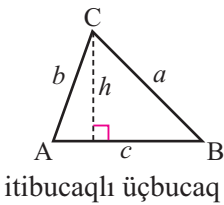


TTT

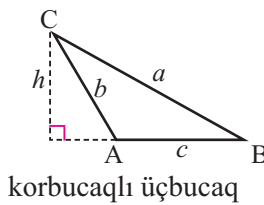
Son iki halda (TBT və TTT) üçbucaqların həlli kosinuslar teoremi ilə yerinə yetirilir.

Hər bir şagirdin sinuslar teoremini sözlə, analitik şəkildə, həndəsi təsvirlə səliqəli şəkildə təqdiminə diqqət edilir.

Sinuslar teoremi. Üçbucağın tərəfləri qarşı bucaqların sinusları ilə mütənasibdir.



itibucaqlı üçbucaq



korbucaqlı üçbucaq

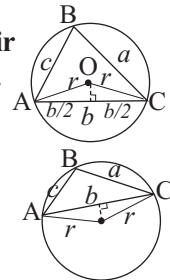
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Üçbucağın tərəfinin qarşısındakı bucağın sinusuna nisbəti sabitdir və bu sabit üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin diametridir.

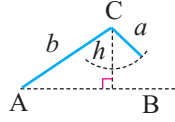
$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = 2R$$

Teoremin isbatının D.10 tapşırığı ilə də yerinə yetirilməsinə diqqət edilir.

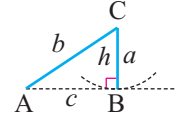


Üçbucağın TTB halında mümkün hallar nəzərdən keçirilir. Tutaq ki, ABC üçbucağında a, b tərəfləri və A bucağı verilmişdir. A bucağının iti bucaq olduğu halda 5 hal, kor bucaq olduqda üç hal mümkündür.

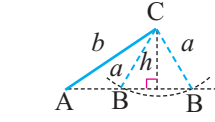
A iti bucaqdır



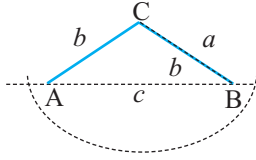
a) $a < b$ və $a < h$
həlli yoxdur



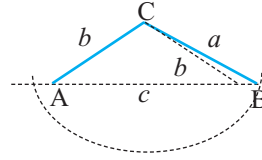
b) $a < b$ lakin $a = h$
bir həlli var



c) $h < a < b$ iki həlli var

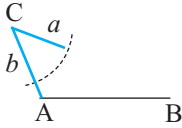


d) $a = b$ bir həlli var

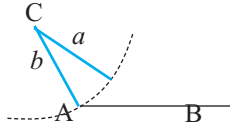


d) $a > b$ bir həlli var

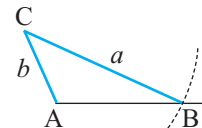
$\angle A$ kor bucaqdır



a) $a < b$ həlli yoxdur



a) $a = b$ həlli yoxdur



b) $a > b$ bir həlli var

Üçbucaqların konqruyentliyi haqqında teoremlər yada salınır. Bu teoremlər də TBT, BTB, TTT şərtlərini əhatə edir. TTB şərtinə uyğun 0; 1 və ya 2 üçbucağın mümkünlüyü bu halda konqruyentlik haqqında teoremi isbat etməyə imkan vermir. Sinuslar teoreminin tətbiqi üçün TTB halında verilən bucaq verilən tərəflərin qarşısındakı bucaq olmadığından qeyri müəyyən hallar yaranır.

Üç bucağın verildiyi BBB halı isə konqruyentliyin deyil, oxşarlığın şərtidir. Ona görə də bu halda da üçbucağı həll etmək mümkün deyil. Bu hala uyğun sonsuz sayda üçbucaq var.

Sinuslar teoreminin tətbiqi ilə dərslikdə çoxlu sayda tapşırıqlar verilmişdir. Hər bir şagirdin müxtəlif tip tapşırıqları yerinə yetirmə səviyyəsi izlənilməlidir.

1. Üçbucağın şəkli üzərində qeyd edilmiş ölçülərlə

2. Ölçülər sözlə verilmiş, üçbucağın çəkilməsi tələb edilir.

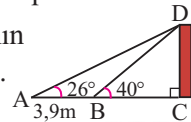
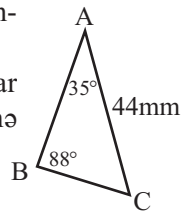
ΔABC -də $\angle A = 57^\circ$, $\angle B = 73^\circ$ və $AB = 24$ sm. AC-nin uzunluğunu tapın.

3. Verilən ölçülərə görə neçə üçbucağın mümkün olması, həllər sayının müəyyən edilməsi. ΔABC -də, $\angle A = 123^\circ$, $a = 23$ sm və $b = 12$ sm.

4. Real həyati situasiyaya aid məsələlər.

Hündürlüyün müəyyən edilməsi:

5. Üçbucağın sahəsinin hesablanmasına aid məsələlər. Üçbucağın sahəsini hesablamaq üçün müxtəlif düsturları tətbiq edirlər: tərəf və bu tərəfə çəkilmiş hündürlükdən istifadə etməklə, Heron düsturu, iki tərəf və onlar arasında qalan bucağın sinusundan istifadə etməklə.





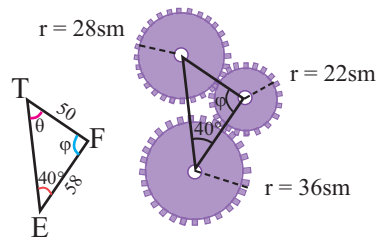
Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.21. Şəkildə verilən dişli çarx konstruksiyasına görə φ bucağını tapın.

Həlli: Əvvəlcə $\triangle ETF$ -dən sinuslar teoreminə görə θ bucağını tapaq.

$$\frac{58}{\sin \theta} = \frac{50}{\sin 40^\circ} \quad \sin \theta = \frac{58 \cdot \sin 40^\circ}{50} \approx 0,7456$$

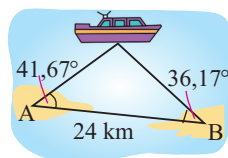
Buradan $\theta \approx 48^\circ$ (verilənlərə görə $EF < ET$ olduğundan θ kor bucaq ola bilməz). Onda $\varphi \approx 180^\circ - (40^\circ + 48^\circ) = 92^\circ$



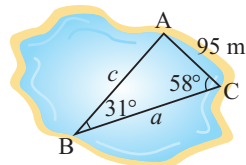
İşçi vərəq N 1

Adı _____ Soyadı _____ Tarix _____

1) Gəmi A obyektindən $41^\circ 57'$, B obyektindən $36^\circ 17'$ bucaq altında müşahidə edilir. A obyektindən gəmiyə qədər məsafənin təqribi qiymətini tapın.



2) Gölün üzərində aparılan ölçmələrin nəticələri planda qeyd edilmişdir. Plana görə a və c məsafələri təqribən neçə metrdir?



3) Hansı verilənlərə görə üçbucağın olmadığını, bir üçbucağın və ya 2 üçbucağın olduğunu demək olar?

1) $a = 10$, $c = 4$ və $\angle C = 148^\circ$

3) $b = 2$, $c = 8$ və $\angle C = 120^\circ$

2) $a = 2,4$, $b = 3,1$ və $\angle A = 24^\circ$

4) $c = 10$, $a = 6$ və $\angle A = 28^\circ$

4) Sinuslar teoremini tətbiq etmədən $A = 112^\circ$, $b = 12$ sm, $a = 8$ sm şərtinə uyğun üçbucağın olmadığını izah edin.

Dərs 59-62. Dərslik səh. 114-118 Kosinuslar teoremi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat



Məzmun standartı

3.1.1. Sinuslar və kosinuslar teoremlərinin tətbiqi ilə üçbucaqları həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- *kosinuslar teoremini tətbiq etməyin mümkün hallarını təqdim edir (TBT və TTT);*
- *kosinuslar teoremini tətbiq edir;*
- *kosinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir.*

Dərslikdə verilən araşdırma tapşırığı yerinə yetirilir. Şagirdlər dəftərlərində düzbucaqlı, itibucaqlı, korbucaqlı üçbucaqlar çəkir (eyni işarələmələr aparmaqla) tərəflərini ölçür və aşağıdakı şərtlərin hansının hansı üçbucaqda ödənildiyini yoxlayırlar. Bu cür empirik yanaşmalar şagirdə anlayışın mahiyyətini daha yaxşı anlamağa kömək edir.

- $a^2 + b^2 = c^2$
- $a^2 + b^2 > c^2$
- $a^2 + b^2 < c^2$

Şagird kosinuslar teoreminin bütün üçbucaqlar üçün doğru olduğunu başa düşür və teoremin sözlə, düsturla ifadəsini yazılı və şifahi şəkildə təqdim etməyi bacarmalıdır.

Tərəfləri a , b və c olan istənilən ABC üçbucağında

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$$

Üçbucağın hər hansı tərəfinin kvadratı bərabərdir:

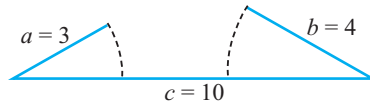
digər iki tərəfin kvadratları cəmi, minus bu tərəflər və onlar arasındakı bucağın kosinusunun hasilinin 2 misli.

Pifaqor teoremi kosinuslar teoreminin xüsusi halı kimi təqdim edilir. $\angle C = 90^\circ$ olduqda

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos 90^\circ = b^2 + a^2$$

Sinuslar və kosinuslar teoremi ilə məsələ həlli zamanı uyğun həndəsi təsvirlərin müəyyən miqyasla verilən ölçü ilə çəkilməsinə çalışılır. Bu həlli yoxlamağa imkan verməklə bərabər düsturun da düzgün olduğuna şagirdləri inandırır, riyaziyyatın abstrakt deyil, real elm olduğunu anlamağa kömək edir.

! Kosinuslar teoreminin tətbiqi zamanı üçbucaq bərabərsizliyini diqqətdə saxlamağın vacib olduğu qeyd edilir. Üçbucağın iki tərəfinin uzunluqları cəmi üçüncü tərəfin uzunluğundan böyük olmalıdır. Əks halda üçbucaq qurmaq mümkün deyil.



Dərslikdə verilmiş nümunə tapşırığının həlli müzakirələrlə yerinə yetirilir. Kosinuslar teoremi ilə üçbucağın üçüncü tərəfi də müəyyən edildikdən sonra böyük tərəf qarşısında böyük bucaq durur şərtinə görə qeyri müəyyən hal aradan qalxır və üçbucağın digər bucaqlarını birqiymətli olaraq tapmaq mümkün olur. Şagirdlərin işçi vərəqlərlə verilmiş təqdimatları yerinə yetirmələri vacibdir.



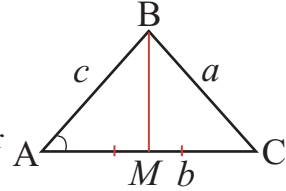
Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5. c) tərəfləri 10 sm, 12sm, 14sm olan üçbucağın medianlarını tapın.

Həlli: Məsələni ümumi halda həll edərək üçbucağın medianları üçün düstur yazaq. Kosinuslar teoreminə görə ΔABC -dən $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \angle A$

$$\text{Buradan } \cos \angle A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

ΔABC - də BM medianı çəkək və ΔABM -dən kosinuslar teoreminə görə BM medianının uzunluğunu tapaq.



$$\begin{aligned} BM^2 &= AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos \angle A = c^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 2 \cdot c \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \\ &= c^2 + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} = \frac{4c^2 + b^2 - 2b^2 - 2c^2 + 2a^2}{4} = \frac{2c^2 + 2a^2 - b^2}{4} \end{aligned}$$

BM medianının uzunluğunu m_b ilə (b tərəfinə çəkilmiş median) işarə etsək alırıq.

$$m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$\text{Oxşar qayda ilə alırıq: } m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \quad m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

Burada m_a - a tərəfinə çəkilən median m_c - c tərəfinə çəkilən mediandır.

Şərtə görə $a = 10$, $b = 12$, $c = 14$ olduğunu nəzərə alsaq:

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 12^2 + 2 \cdot 14^2 - 10^2} = \frac{1}{2} \sqrt{580} = \sqrt{145}$$

$$m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 14^2 - 12^2} = \frac{1}{2} \sqrt{448} = \sqrt{112}$$

$$m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 12^2 - 14^2} = \frac{1}{2} \sqrt{292} = \sqrt{73}$$

D.8. c) həlli: ΔADB -dən Pifaqor teoreminə görə

$$AB = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 \text{ və}$$

$$\Delta ADC - \text{dən } AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\Delta ABC - \text{dən } BC = \sqrt{15^2 + 6^2} = \sqrt{261}$$

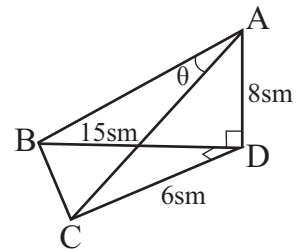
ΔABC -dən kosinuslar teoreminə görə alırıq.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos \theta$$

Buradan:

$$\cos \theta = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{17^2 + 10^2 - 261}{2 \cdot 17 \cdot 10} = \frac{128}{340} \approx 0,38$$

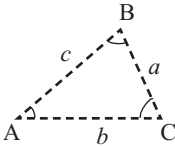
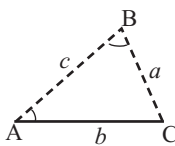
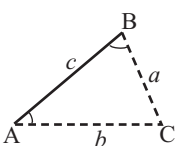
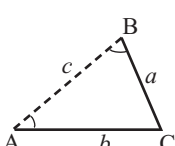
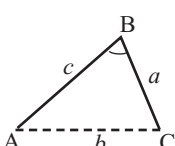
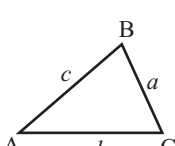
$$\text{və } \theta \approx 68^\circ$$



İşçi vərəq N 2
Təqdimat
Üçbucağın həlli

Adı _____ Soyadı _____ Tarix _____

Cədvəli dəftərinizdə yenidən çəkin. Mümkün hallara uyğun nümunə yazın.

Verilən hal	Sözlə ifadəsi	Üçbucağın mümkünlüyünün əsas şərti	Üçbucaqların sayı	Təsviri	Şərh
BBB	Üç bucağı	Bucaqları cəmi 180° -dir	∞		Həll etmək mümkün deyil
BBT	İki bucağı və bu bucaqlardan birinin qarşısındakı tərəfi	İki bucağının cəmi 180° -dən kiçikdir	1		Sinuslar teoremi ilə həll edilir
BTB	İki bucağı və bu bucaqlara bitişik tərəfi	İki bucağının cəmi 180° -dən kiçikdir	1		Sinuslar teoremi ilə həll edilir
TTB	İki tərəfi və bu tərəflərdən birinin qarşısındakı bucağı		0,1,2		Qeyri müəyyən hal
TBT	İki tərəfi və bu tərəflər arasında qalan bucaq		1		Kosinuslar teoremi ilə həll edilir
TTT	Üç tərəfi	İki tərəfinin cəmi üçüncü tərəfdən böyükdür	1		Kosinuslar teoremi ilə həll edilir

İşçi vərəq N 3

Təqdimat

Üçbucağın həlli

Adı _____ Soyadı _____ Tarix _____

Hal 1. Bir tərəf və iki bucaq məlumdur.
(TBB və ya BTB)

Addım 1. Üçbucağın daxili bucaqlarının cəminə görə qalan bucaqlar tapılır.
Addım 2. Qalan tərəfləri sinuslar teoreminə görə tapılır.

Hal 2: İki tərəfi və bir bucaq verilir (tərəflər arasında olmayan) (TTB)

Bu qeyri müəyyən haldır: 0;1,2 sayda üçbucaq ola bilər
Addım 1. Sinuslar teoreminə görə bucağı tapılır.
Addım 2. Üçbucağın bucaqları cəminə görə digər bucağı tapılır.
Addım 3. Sinuslar teoreminə görə tərəflər tapılır.
Əgər 2 üçbucaq varsa, 2-ci və 3-cü addımı təkrar edin.

Hal 3: İki tərəf və onlar arasında qalan bucaq verilir.
(TBT)

Addım 1. Üçüncü tərəfi kosinuslar teoreminə görə tapılır.
Addım 2. Sinuslar teoreminə görə digər iki bucaqdan kiçik olanı tapılır.
Addım 3. Üçbucağın bucaqları cəminə görə digər bucağı tapılır.

Hal 4: Üç tərəf verilir. (TTT)

Addım 1. Kosinuslar teoreminə görə böyük bucağı tapılır.
Addım 2. Sinuslar teoreminə görə qalan iki bucaqdan biri tapılır.
Addım 3. Üçbucağın bucaqları cəminə görə digər bucağı tapılır.

Təqdimatı hər hal üçün nümunələr əlavə etməklə tamamlayın və təqdim edin.

İşçi vərəq N 4

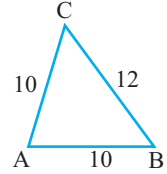
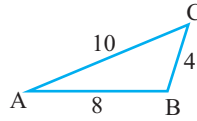
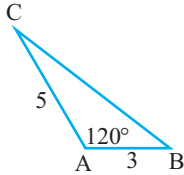
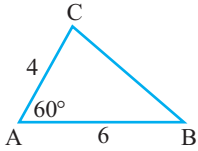
Kosinuslar teoreminin tətbiqi

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Üçbucaqları həll edin.



$$\angle A = 67,3^\circ; b = 37,9 \text{ km}, c = 40,8 \text{ km}$$

$$a = 9,3 \text{ sm}; b = 5,7 \text{ sm}, c = 8,2 \text{ sm}$$

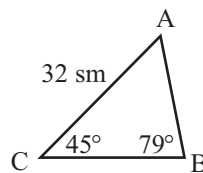
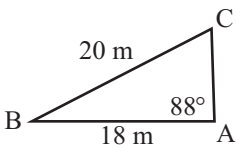
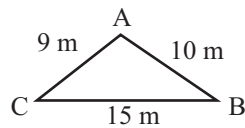
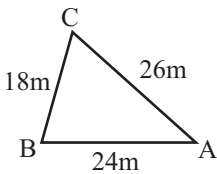
$$a = 8 \text{ m}; b = 14 \text{ m}, c = 17 \text{ m}$$

$$\angle C = 72^\circ 40'; a = 99 \text{ m}, c = 76 \text{ m}$$

$$\angle B = 74^\circ; a = 22 \text{ sm}, c = 16 \text{ sm}$$

$$\angle C = 59,70^\circ; a = 5 \text{ km}, b = 7 \text{ km}$$

$$\angle A = 112,8^\circ; b = 6,28 \text{ m}, c = 12,2 \text{ sm}$$



Sinuslar və kosinuslar teoremi.

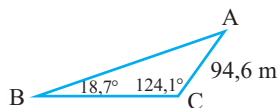
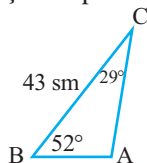
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Sinuslar teoremini sadə situasiyalarda tətbiq edir	
2	Sinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir	
3	Kosinuslar teoremini sadə situasiyalarda tətbiq edir	
4	Kosinuslar teoreminin tətbiqi ilə real situasiyaya aid məsələləri həll edir	

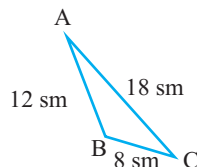
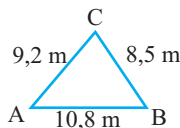
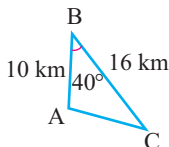
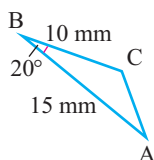
Dərs 63. Sinuslar və kosinuslar teoremi.

Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Üçbucaqları həll edin.



2) Üçbucaqları həll edin.



3) Üçbucaqları həll edin.

a) $a = 6, b = 8, c = 12$

b) $\angle A = 50^\circ, b = 3, c = 11$

4) Üçbucaqları həll edin.

a) $\angle A = 60^\circ, a = 9, c = 10$

b) $\angle A = 36^\circ, a = 8, b = 5$

5) Hansı halda qurulan üçbucaq yeganə deyil?

a) $\angle A = 40^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 80^\circ$

b) $a = 5, b = 12, c = 13$

c) $\angle A = 40^\circ, \angle B = 20^\circ, \angle C = 30^\circ$

d) $a = 2, b = 2, c = 2$

6) Hansı halda yeganə üçbucaq qurulur?

a) $\angle A = 50^\circ, \angle B = 50^\circ, \angle C = 80^\circ$

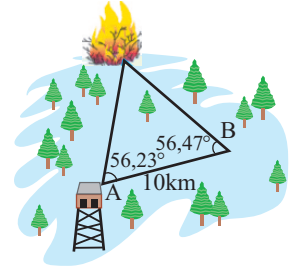
b) $a = 3, b = 5, c = 20$

c) $\angle A = 40^\circ, \angle B = 20^\circ, \angle C = 30^\circ$

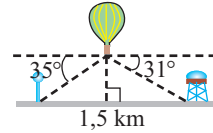
d) $a = 7, b = 24, c = 25$

7) $a = 5,2$ sm, $b = 7,5$ sm, $\angle A = 105^\circ$ verilənlərinə görə Sinuslar teoremindən istifadə etmədən belə bir üçbucağın mümkün olmadığını izah edin.

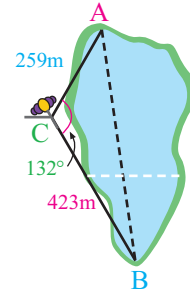
8) Meşədə yanğının baş verdiyi yer A və B məntəqələrinə görə şəkildə göstərildiyi kimidir. Yanğın ən yaxın məntəqədən təqribən nə qədər məsafədədir?



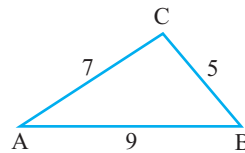
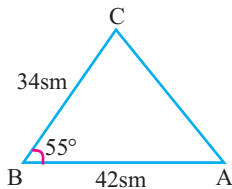
9) Hava şəraitində uçan şəxs eyni düz xətt üzərində yerləşən kəndlərdən birinə eniş bucağının 35° , digərinə isə 31° olduğunu müəyyən etdi. Bu şəhərlər arasındakı məsafə 1,5 km olarsa, şəx yerdən neçə metr hündürlükdədir?



10) Müşahidəçi birbaşa ölçülməsi mümkün olmayan iki nöqtə arasındakı məsafəni müəyyən etmək istəyir. Aparı bildiyi mümkün ölçüləri planda qeyd etmişdir. Bu məlumatlara görə A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.



11) Üçbucaqların sahələrini tapın.



5.Triqonometrik funksiyalar

Bölmə üzrə planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır. 2.2.3. Mürəkkəb funksiya, tərs funksiya anlayışlarını bilir və bəzi funksiyaların tərs funksiyalarını tapır. 2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.	64-66	Dövri funksiyalar. $y = \sin x$ funksiyasının qrafiki. $y = \cos x$ funksiyasının qrafiki	3	122-127
	67-70	$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərinin çevrilmələri. $y = a \sin bx$ $y = a \cos bx$ funksiyasının dövrü və amplitudu.	4	128-135
	71-74	5 əsas nöqtəsinə görə sinisoidin qurulması. Triqonometrik funksiyalar və periodik hadisələr	4	136-143
	75-77	Bucağın tangensinin dəyişməsi. $y = \operatorname{tg} x$ və $y = \operatorname{ctg} x$ funksiyaları və qrafikləri	3	144-149
	78-81	Tərs triqonometrik funksiyalar. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	4	150-156
	82	Triqonometrik funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	83	Yarımillik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	1	
Cəmi			20	

Dərs 64-66. Dərslik səh. 122-127. Dövri funksiyalar.

$y = \sin x$ funksiyasının qrafiki. $y = \cos x$ funksiyasının qrafiki. 3 saat



Məzmun standartı

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrüliyünü, təkliyi, cütliyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



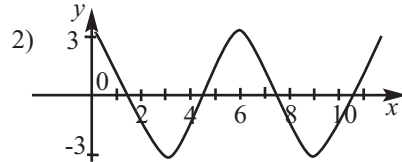
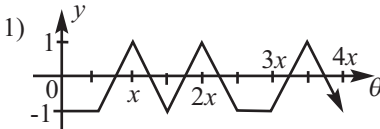
Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- dövri funksiyaları qiymətlər cədvəlinə, qrafikinə görə müəyyən edir;
- dövri funksiyaların dövrünü, ən böyük qiymətini, ən kiçik qiymətini, qiymətlər oblastını qrafikə görə müəyyən edir;
- $y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərini qurur;
- $y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının xassələrini nümunələr üzərində təqdim edir.

Riyazi lüğət dövri funksiya, dövr, amplitud

1-ci saat. Periodik dəyişən funksiyalara aid nümunələr təqdim edilir. Bir çox təbiət hadisələrinin periodik olaraq dəyişdiyi, istehsal sahələrində bir çox proseslərin periodik olaraq təkrarlandığı hamımıza məlumdur. Şagirdlər nümayiş etdirilən qrafiklərə görə onun periodik olub-olmadığını, periodunu, maksimum və minimum qiymətlərini, qiymətlər oblastını müəyyən edirlər.



Funksiyanın dövrüliyi şaquli dəyişmə ilə, yəni y -in qiymətlərinə görə müəyyən edilir. Məsələn 1-ci qrafikdən görünür ki, funksiyanın -1 qiyməti sabit qalır sonra isə -1 və 1 arasında dəyişir, nəhayət $\frac{5x}{2}$ -dən başlayaraq $3x$ -ə qədər yenidən sabit qalır və yenidən -1 və 1 arasında qiymətləri dəyişir. Funksiyanın dövrü isə üfüqi dəyişmə (məsafə) ilə, yəni x -in dəyişməsinə görə müəyyən edilir. Məsələn, 1-ci funksiya argumentin 0 -dan $\frac{5x}{2}$ -yə qədər qiymətlərində özünün bütün mümkün qiymətlərini alır. Funksiyanın sonrakı dəyişməsi qrafikin bu hissəsinin təkrarlanmasından ibarətdir. Deməli, funksiyanın dövrü $\frac{5x}{2}$ -dir. Funksiyanın maksimum qiyməti 1 , minimum qiyməti isə -1 -dir. 2-ci qrafikdən dövrü müəyyən etmək mümkündür. Funksiya 0 nöqtəsində 3 qiymətini alır, bu qiyməti funksiya yenidən 6 nöqtəsində alır, deməli, funksiyanın dövrü 6 -dır.

Verilmiş tapşırıqlar müzakirələrlə yerinə yetirilir. Məsələn, D.2. tapşırığında verilmiş səpələnmə diaqramını real situasiyaya uyğun şərh edirlər. Karusel müəyyən

bərabər hissələrə bölünmüş vahid çevrə modelidir. Müəyyən anda Yer səviyyəsində olan kabinə 2 dəqiqədən sonra maksimum hündürlükdə (50 m hündürlükdə) olur. Daha 2 dəqiqəyə isə yer səthinə çatır. Deməli, karusel bir dövrü 4 dəqiqəyə başa vurur. Diaqnostik qiymətləndirmə üçün “Mən nə öyrəndim?” başlığı ilə şagirdin sərbəst işini təqdim etməsi tövsiyə edilir. Aşağıda uyğun nümunə verilmişdir.

İşçi vərəq 1

Adı _____

Soyadı _____ Tarix _____

Riyazi yazı

1) Dövri funksiyalar haqqında siz nə öyrəndiniz?

1. _____

2. _____

2) Riyazi anlayışla izahını birləşdirin.

dövri funksiya

y -in qiymətləri müəyyən aralıqda təkrarlanır

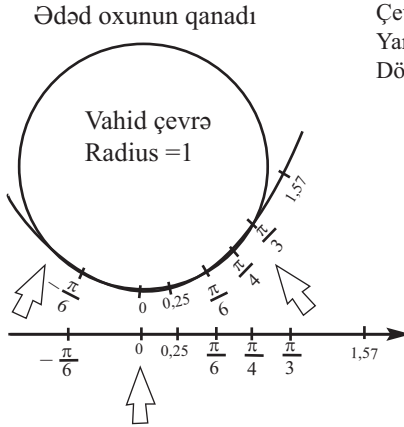
dövr

x -in elə ən kiçik intervalıdır ki, bu intervalda funksiya qiymətlər çoxluğuna daxil olan bütün qiymətləri alır.

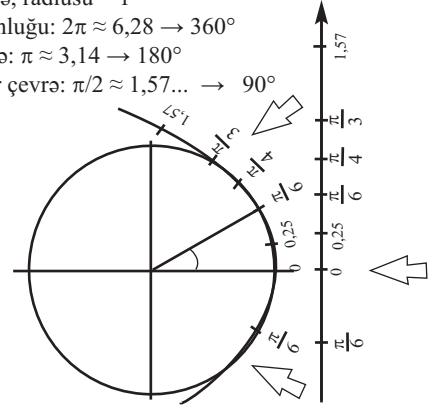
Siz velosipedin pedalının hərəkətini dövri funksiya olaraq necə təqdim edərdiniz?

3) Dövrü 10, qiymətlər oblastı $4 \leq y \leq 10$ olan funksiyanın qrafikinə bir nümunə çəkin.

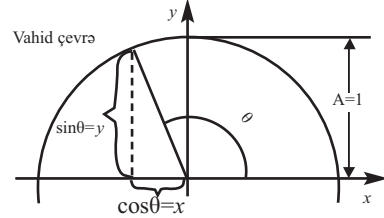
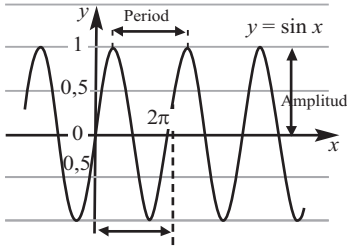
2-ci saat. $y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərini qurma addımları müzakirə edilməklə ümumsinif fəaliyyəti olaraq yerinə yetirilir. Vahid çevrə üzərində dönmələrin x oxu üzərində, çevrə üzərindəki hər bir nöqtənin x oxundan məsafəsinin isə y oxu üzərində qeyd edildiyini şagird başa düşür. Şagird triqonometrik funksiyaların qiymətinin vahid çevrə üzərində nöqtənin koordinatlarının $P(\cos\theta; \sin\theta)$ olduğunu və onların həqiqi ədədləri ifadə etdiyini başa düşür. Aşağıdakı şəkillər üzərində bu aydın görünür.



Vahid çevrə, radiusu = 1
 Çevrə uzunluğu: $2\pi \approx 6,28 \rightarrow 360^\circ$
 Yarımqevrə: $\pi \approx 3,14 \rightarrow 180^\circ$
 Dördü bir çevrə: $\pi/2 \approx 1,57... \rightarrow 90^\circ$



Şagird $y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının dövrü funksiya olduğunu onun qrafiki üzərində qiymətlərinin təkrarlanmasına görə təqdim edir, bir dövrdə maksimum, minimum qiymətini və funksiyanın dövriliyi ilə bu qiymətləri əlaqələndirməyi bacarmalıdır.

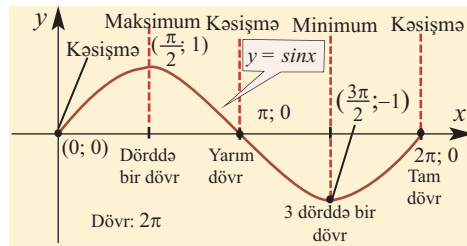


$(\theta + 2\pi)$ dönmə bucağı vahid çevrə üzərində θ -lə eyni nöqtə ilə göstərilir. Yəni, $\sin(\theta + 2\pi) = \sin\theta$

$y = \sin x$; $y = \cos x$ funksiyalarının $[0; 2\pi]$ parçasında 5 əsas nöqtəsinə görə qurulması yerinə yetirilir.

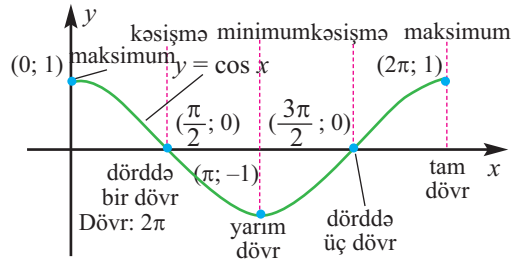
$y = \sin x$		
Nöqtələr	y	x
sıfır	0	0
maksimumu	1	$\frac{\pi}{2}$
sıfır	0	π
minimumu	-1	$\frac{3\pi}{2}$
sıfır	0	2π

$y = \sin x$ funksiyasının 5 əsas nöqtəsinə görə qrafiki.



$y = \cos x$		
Nöqtələr	y	x
maksimumu	1	0
sıfırı	0	$\frac{\pi}{2}$
minimumu	-1	π
sıfırı	0	$\frac{3\pi}{2}$
maksimumu	1	2π

$y = \cos x$ funksiyasının 5 əsas nöqtəsinə görə qrafiki.

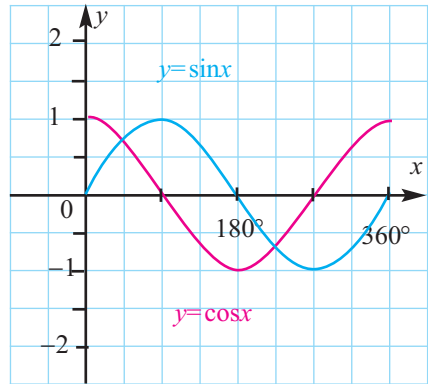


Dərslərdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5 tapşırığını şagirdin aşağıdakı məzmununda təqdimatla yerinə yetirməsi tövsiyə edilir.

$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının oxşar və fərqli cəhətləri

Oxşar cəhətləri. Dövrü 2π (360°)
Amplitudu 1-dir.
Qiymətlər çoxluğu $[-1; 1]$ parçasıdır.



- Fərqli cəhətləri:** 1. $y = \cos x$ funksiyası absis oxunu $\frac{\pi}{2} + \pi n$ nöqtələrində, $y = \sin x$ funksiyası absis oxunu $x = \pi n$ nöqtələrində ($n \in \mathbb{Z}$) kəsir.
2. $y = \sin x$ funksiyası maksimum qiymətini $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ nöqtələrində, $y = \cos x$ funksiyası $2\pi n$ nöqtələrində alır.
3. $[0; 2\pi]$ parçasında $y = \sin x$ funksiyası bir dəfə, $y = \cos x$ funksiyası isə iki dəfə maksimum qiymət alır.
4. $[0; 2\pi]$ parçasında $y = \sin x$ funksiyasının üç sıfırı, $y = \cos x$ funksiyasının iki sıfırı var.
5. $y = \cos x$ funksiyası maksimum qiymətini $y = \sin x$ funksiyasından $\frac{\pi}{2}$ qədər tez alır.

$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafikini müxtəlif intervallarda qurma tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Eyni qrafikin qrafikalkulyatorla da qurulması tövsiyə edilir.



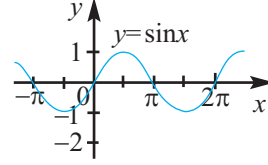
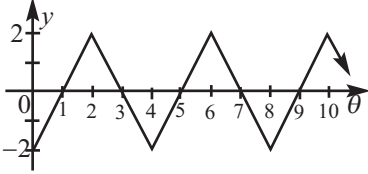
Sürətli diaqnostik qiymətləndirmə tapşırıqları

1) $y = \sin x$ funksiyası üçün verilmiş fikirlərdən neçəsi səhvdir?

- a) Qiymətlər oblastı -1 və 1 daxil olmaqla onların arasındadır.
- b) Təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.
- c) y oxunu $(0; 0)$ nöqtəsində kəsir.
- d) Əsas dövrü π -dir.

2) Verilən funksiya dövridirsə, əsas dövrünü yazın.

3) Funksiyanın qrafikinə görə $\sin 5\pi$ və $\sin(-600^\circ)$ -ni müəyyən edin.



4) $y = \cos x$ funksiyası üçün verilmiş fikirlərdən neçəsi səhvdir?

- a) x oxunu $\pi/2 + \pi n$ nöqtələrində (n tam ədəddir) kəsir
- b) y oxunu $(0; 1)$ nöqtəsində kəsir
- c) Maksimum qiymətini $\pi/2 + \pi n$ nöqtələrində alır (n tam ədəddir).
- d) Dövrü 2π -dir.

5) $y = \sin t$ funksiyasının xassələrinə görə uyğunluğu müəyyən edin.

a) $t = \frac{\pi}{6} + 10\pi$

b) $t = -\frac{\pi}{4}$

c) $t = -\frac{15\pi}{4}$

d) $t = 13\pi$

e) $t = \frac{21\pi}{2}$

1) $\sin t = 0$

2) $\sin t = \frac{1}{2}$

3) $\sin t = 1$

4) $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

5) $\sin t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

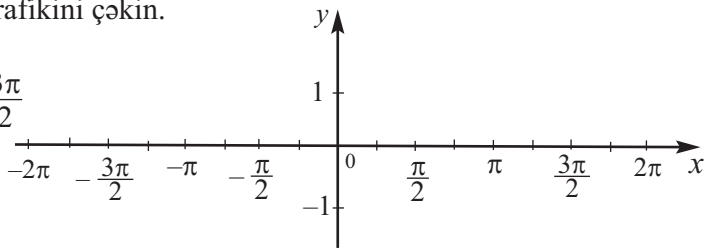
İşçi vərəq 2

Adı _____

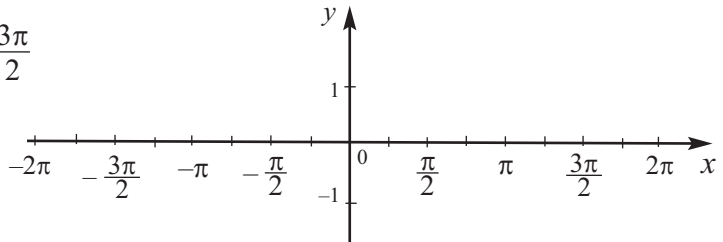
Soyadı _____ Tarix _____

Verilmiş funksiyanın qrafikini çəkin.

$$y = \sin x, -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



$$y = \cos x, -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$



Dərs 67-70. Dərslik səh. 126-133. $y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərinin çevrilmələri. $y = a \sin bx$ $y = a \cos bx$ funksiyasının dövrü və amplitudu. 4 saat

Məzmun standartı. 2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyalar və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

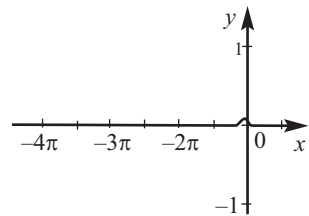
İşçi vərəqlər

http://www.analyzemath.com/trigonometry_worksheets.html

- $y = a \sin bx$ və $y = a \cos bx$ şəklindəki funksiyaların amplitudunu və periodunu müəyyən edir
- funksiyanın qrafikinə görə düsturunu yazır
- real həyati situasiyaları triqonometrik funksiyaların köməyiylə modelləşdirir
- $y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarına görə $y = a \sin bx$ və $y = a \cos bx$ funksiyalarının çevrilmələrini sözlə ifadə edir, qrafik olaraq təsvir edir;
- $y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyalarına görə $y = a \sin b(x - c) + d$ və $y = a \cos b(x - c) + d$ funksiyalarının çevrilmələrini sözlə ifadə edir, qrafik olaraq təsvir edir;

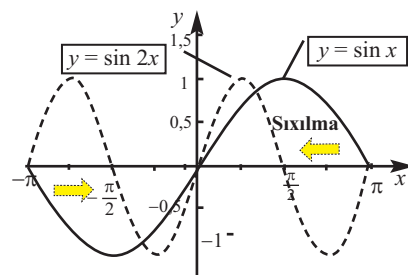
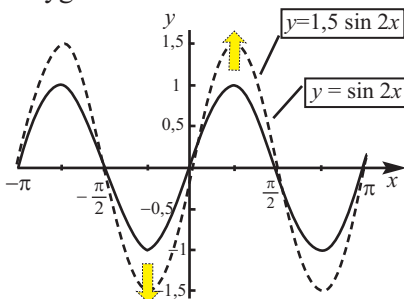
Riyazi lüğət dövri funksiya, dövr, amplitud

Göstərilən funksiyaların qrafikini istənilən intervalda qurmaq olar. Əgər verilən interval 0-dan uzaqda yerləşirsə, məsələn, $[-4\pi; -2\pi]$ olarsa, koordinat başlanğıcı kəsilmiş koordinat müstəvisindən istifadə edilməsi daha məqsədəuyğundur.

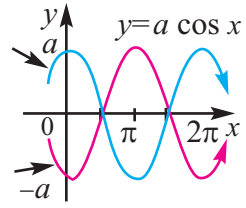
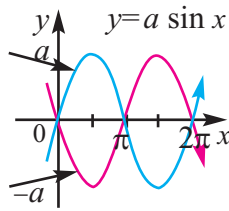


Dərslikdə verilmiş qrafik nümunələri üzərində şagirdlər a və b parametrlərinin $y = \sin x$ funksiyasına necə təsir etdiyini araşdırırlar. Şagirdlər a və b həddinin dəyişməsi ilə amplitudun və dövrün dəyişməsinə müşahidə edirlər.

1-ci saat. Şaquli və üfüqi sıxılma və dartılma (a və b həddi). Şagird $y = a \sin bx$ və $y = a \cos bx$ şəklindəki funksiyalarda a -nın və b -nin qiyməti 1-dən böyük, 1-dən kiçik müsbət ədəd və mənfi ədəd olduqda funksiya çevrilmələrini sözlə və qrafik təsvirlə təqdim etməyi bacarmalıdır. Bunun üçün əvvəlcədən şəkillərin, slaydların hazırlanması, şagirdin müstəqil olaraq qrafik kalkulyatorla müxtəlif qrafikləri qurması məqsədəuyğundur.



Şagird a -nın işarəsinin mənfi olması ilə ($a < 0$) funksiyanın qrafikinin x oxuna nəzərən simmetrik çevrildiyini (əksətmə) başa düşür. $b < 0$ olan halı sinusun tək, kosinusun cüt funksiya olmasına görə b parametrinin müsbət olduğu hala gətirməyi bilir.



2-ci saat. $y = a \sin bx$ və $y = a \cos bx$ funksiylarının dövrü və amplitudunun tapılmasına aid tapşırıqlar və tətbiq tapşırıqları yerinə yetirilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.10. Verilmiş $f(x)$ və $g(x)$ funksiylarının ortaq dövrünü tapın.

Həlli:

$$a) \quad f(x) = 2 \sin \frac{2x}{3} \quad g(x) = 3 \cos \frac{1}{2}x$$

$$f(x) \text{ funksiylasının əsas dövrü } T_1 = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi,$$

$$g(x) \text{ funksiylasının əsas dövrü } T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi\text{-dir}$$

Aydınır ki, nT_1 ($n \in \mathbb{Z}$) ədədləri $f(x)$ -in,

mT_2 ($m \in \mathbb{Z}$) ədədləri $g(x)$ - in dövrləridir.

Bu funksiyların ortaq dövrü T olarsa, elə n və m ədədləri tapmalıyıq ki,

$$T = nT_1 = mT_2 \text{ bərabərliyi ödənsin}$$

$$\text{Buradan } n \cdot 3\pi = m \cdot 4\pi$$

$$3n = 4m \text{ bərabərliyini ödəyən ən kiçik natural } n \text{ və } m \text{ ədədlərini tapaq.}$$

Aydınır ki, $n = 4$, $m = 3$ olmalıdır.

Onda ortaq dövr $T = 4 \cdot T_1 = 4 \cdot 3\pi = 12\pi$ olar

D 11. Həlli: Yaydan asılmış cismin hərəkəti $y = a \cos kt$ funksiylası ilə modelləşdirilir.

$a = 0,5$, $k = 5\pi$ olduqda alırıq ki,

$$y = 0,5 \cos 5\pi t$$

qanunu ilə verilən rəqsi hərəkətin dövrü $\frac{2}{5}$, amplitudu isə $0,5$ -dir.

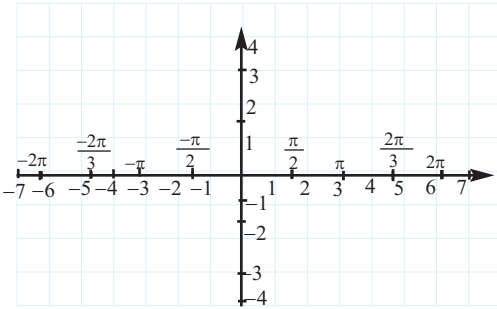
İşçi vərəq 3

Adı _____

Soyadı _____ Tarix _____

Funksiyaların amplitud və dövrünü müəyyən edin, qrafikini qurun.

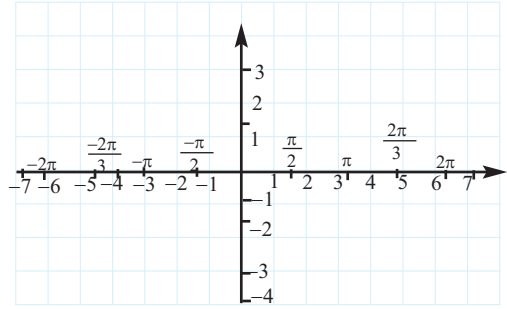
$$y = 3 \sin x$$



Amplitud _____

Dövr _____

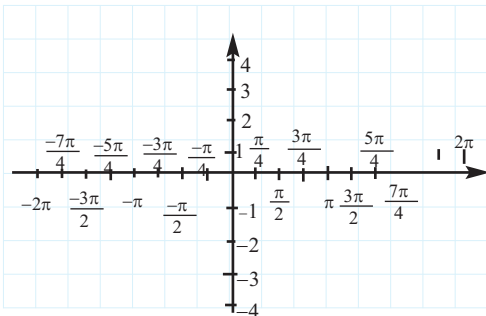
$$y = 2 \cos x$$



Amplitud _____

Dövr _____

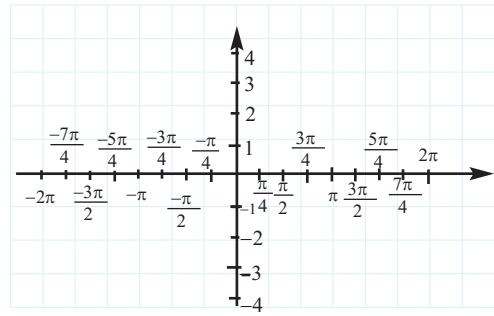
$$y = 3 \sin 2x$$



Amplitud _____

Dövr _____

$$y = 4 \cos 2x$$



Amplitud _____

Dövr _____

İşçi vərəq 4

Adı _____

Soyadı _____ Tarix _____

1) $y = \sin 4x$

Amplitud = _____

Dövr = _____

2) $y = \cos 5x$

Amplitud = _____

Dövr = _____

3) $y = \sin x$

Amplitud = _____

Dövr = _____

4) $y = 4 \cos x$

Amplitud = _____

Dövr = _____

5) $y = -5 \sin x$

Amplitud = _____

Dövr = _____

6) $y = 5 \sin(-4x)$

Amplitud = _____

Dövr = _____

7) $y = 3 \sin \frac{2}{3}x$

Amplitud = _____

Dövr = _____

8) $y = -4 \cos 5x$

Amplitud = _____

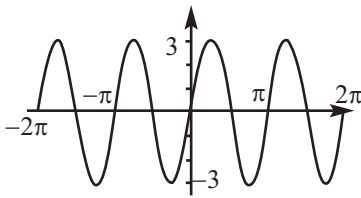
Dövr = _____

9) $y = 3 \cos(-2x)$

Amplitud = _____

Dövr = _____

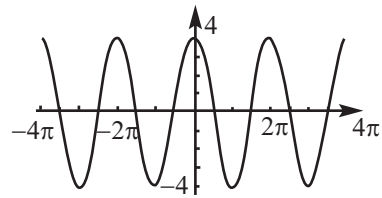
Aşağıdakı qrafiklərin amplitudlarını və əsas dövrünü yazın. Hər bir qrafikə uyğun düsturu yazın.



Amplitud = _____

Dövr = _____

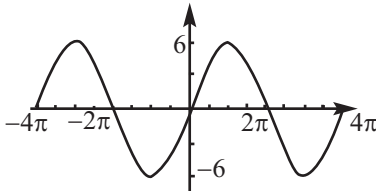
Düstur: _____



Amplitud = _____

Dövr = _____

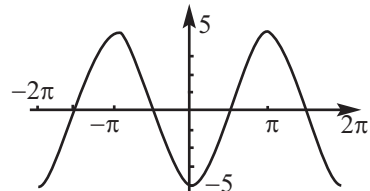
Düstur: _____



Amplitud = _____

Dövr = _____

Düstur: _____



Amplitud = _____

Dövr = _____

Düstur: _____

Verilən amplituda və dövrə görə kosinus funksiyanın düsturunu yazın

a) amplitudu 1, əsas dövrü 270°

Düsturu _____

b) amplitudu $\frac{3}{4}$, əsas dövrü π

Düsturu _____

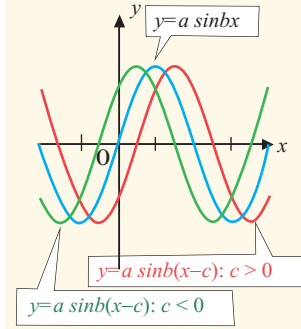
3-cü-4-cü saat. Üfüqi sürüşmə (c həddi). $y = asinb(x - c)$ və $y = acosb(x - c)$ şəklindəki funksiyalarda çevrilmələr nəzərdən keçirilir. c -nin işarəsindən asılı olaraq funksiyanın qrafiki sağa və ya sola sürüşmüş olur.

Dərslərdə verilmiş nümunələr müzakirələrlə nəzərdən keçirilir. Bu sürüşdürmənin faza sürüşdürməsi olduğu qeyd edilir. Nümunələrin həm dərəcə ilə, həm də radianla verilməsi tövsiyə edilir. Məsələn, şagird $y = 3\sin 2(x - 60^\circ)$, həmçinin $y = 3\cos 3(x + \frac{\pi}{4})$ kimi tapşırıqları yerinə yetirir.

Diqqət edilməli məqam:

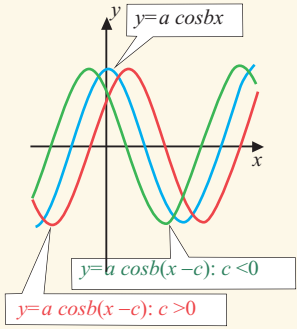
$c < 0$ olduqda sola

Sinus funksiyası



$c > 0$ olduqda sağa

Kosinus funksiyası



! Əgər funksiyanın düsturu $y = asin(bx - c)$ şəklində verilmişsə, fazanı müəyyən etmək üçün b mötərizə xaricinə çıxarılmalıdır. Bu halda faza mütləq qiymətcə $\frac{c}{b}$ -yə bərabər olacaq.

Qrafikin şaquli və ya üfüqi dartılma və ya sıxılmasına, şaquli və ya üfüqi sürüşməsinə, simmetrik çevrilməsinə hansı hədlərin necə təsir etdiyinə aid bilik və bacarıqlarını qiymətləndirmək üçün D.19 tipli tapşırıqlar əlverişlidir. Şagird sözlə verilmiş çevrilməni düsturla ifadə edir.

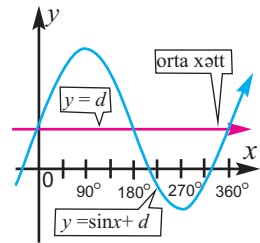
Şaquli sürüşmə. (d həddi) $y = asinb(x - c) + d$ və

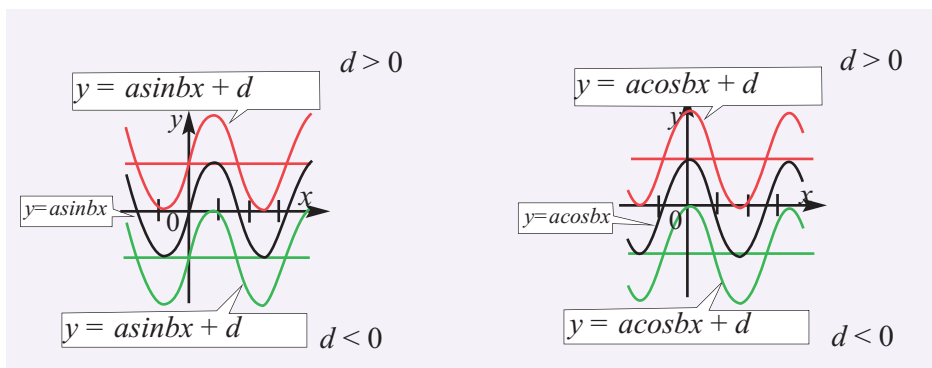
$y = acosb(x - c) + d$ şəklindəki funksiyalarda çevrilmələr nəzərdən keçirilir. d -nin işarəsindən asılı olaraq funksiyanın qrafiki yuxarı və ya aşağı sürüşmüş olur.

$y = \sin x$ və $y = \cos x$ funksiyasının qrafikləri üzərindəki nöqtələrin x oxundan məsafələrinin dəyişməsində müəyyən “simmetriklik” müşahidə olunur. x oxuna triqonometrik

funksiyanın horizontal (üfüqi) oxu da deyildir. Şaquli sürüşmə

zamanı horizontal ox yerini sürüşmə vahidi qədər dəyişir, məsələn $(x; y)$ $y = \sin x$ funksiyasının qrafiki üzərindədirsə, şaquli sürüşmə zamanı bu koordinatlar $(x; y + d)$ kimi dəyişəcək və horizontal ox $y = d$ düz xətti olacaq. Bu oxa qrafikin orta xətti də deyildir. Orta xətt qrafikinə görə funksiyanın düsturunun təyin edilməsi zamanı mühüm göstəricidir.





İşçi vərəq 5

Adı _____

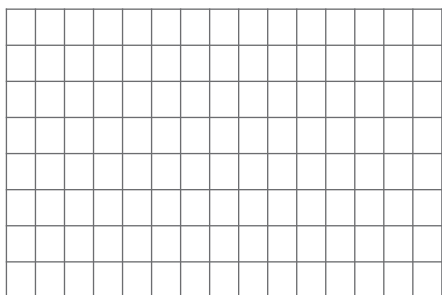
Soyadı _____ Tarix _____

Funksiyaların qrafiklərinin çevrilmələrini sözlə ifadə edin və qrafikləri çəkin.

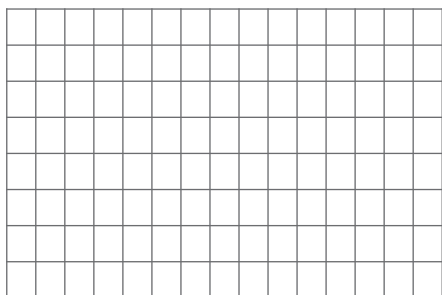
1) $y = 3 \cos(2(x - \frac{\pi}{2})) - 2$



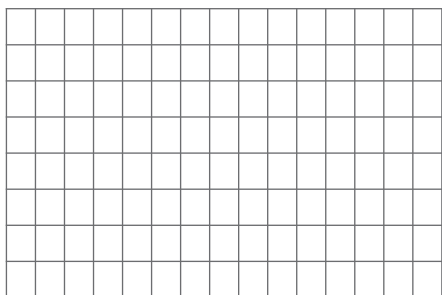
2) $y = 2 \sin(2(x + \frac{\pi}{3})) + 2$



3) $y = -\sin(\frac{\pi}{4}(x + 1)) + 1$



4) $y = \frac{1}{2} \cos(\frac{\pi}{4}(x - 2)) + 4$



Dərs 71-74. Dərslik səh. 136-143. 5 əsas nöqtəsinə görə sinusoidin qurulması. Triqonometrik funksiyalar və periodik hadisələr. 4 saat

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

• *real həyati situasiyalara uyğun məsələləri triqonometrik funksiyaların köməyi ilə modelləşdirir.*

• *funksiyanın beş əsas nöqtəsinə görə qrafikini qurur*

Beş əsas nöqtəsinə görə $y = a \cdot \sin bx$, $y = a \cdot \cos bx$ şəklində funksiyaların istənilən intervalda qrafikini qurmaq olar.

$y = a \sin b(x - c) + d$ və $y = a \cos b(x - c) + d$ şəklində funksiyaların qrafikinin 5 nöqtəyə görə qurulmasını ümumi şəkildə və bir nümunə üzərində nəzərdən keçirək.

1-ci addım. Funksiyanın düsturundan a , b , c , d sabitlərini müəyyən edin. $y = d$ xəttini koordinat müstəvisi üzərində qeyd edin. d -dən a -nın qiymətini çıxmaqla və əlavə etməklə funksiyanın maksimum və minimum qiymətlərini tapın və ona uyğun düz xətti çəkin.

2-ci addım. $T = \frac{2\pi}{b}$ düsturundan istifadə etməklə dövrünü tapın.

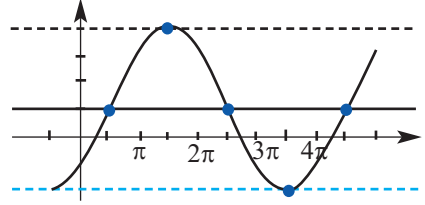
3-cü addım. Hər dövrdə 5 əsas nöqtəni qeyd etmək üçün x -in bir dövrü göstərən parçasını 5 bölgünün köməyi ilə 4 intervala ayırın.

4-cü addım. Birinci nöqtənin koordinatlarını müəyyən edin. Bu nöqtənin x koordinatı $0 + c$ vahiddir. Bu koordinata uyğun sinus funksiyası üçün $y = d$ xəttinin kəsişməsində, kosinus funksiyası üçün maksimumuna uyğun ilk nöqtəni qeyd edin.

5-ci addım. sinus (sıfır, maksimum, sıfır, minimum, sıfır) və kosinus (maksimum, sıfır, minimum, sıfır, maksimum) funksiyası üçün 5 nöqtənin müəyyən ardıcılığı ilə bu nöqtələr qeyd edilir. Birinci nöqtənin koordinatının üzərinə intervalın bölündüyü 4 hissənin (5 nöqtə ilə) ölçüsü əlavə edilir. Məsələn, dövr 4π olarsa, hər sonrakı nöqtənin absisi əvvəlkinin üzərinə π əlavə edilməklə tapılır.

Nümunə. $y = 3\sin \frac{1}{2} (x - \frac{\pi}{2}) + 1$

1. $a = 3, b = \frac{1}{2}, c = \frac{\pi}{2}, d = 1$
 $1 - 3 = -2$ minimum, $1 + 3 = 4$ maksimum
 qiymətləridir.



2. Periodu tapın.

$$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{1/2} = 4\pi$$

3. 0- 4π intervalı π addımlarla 4 bərabər hissəyə bölünür.

4. Birinci nöqtənin koordinatları $x = 0 + c = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}; y = d = 1$

5. Sinus funksiyası üçün növbəti 4 nöqtənin absisləri və funksiyanın uyğun qiymətləri:
 $\frac{\pi}{2} + \pi$ (maksimumu), $\frac{\pi}{2} + 2\pi$ ($y = d$ xətti üzərində), $\frac{\pi}{2} + 3\pi$ (minimumu),
 $\frac{\pi}{2} + 4\pi$ ($y = d$ xətti üzərində).

Bu nöqtələr qeyd edilir və qrafik qurulur.

Məsələ həllində əsas diqqəti mətdə funksiyanın əsas göstəricilərinin amplitud və dövr haqqında məlumat verən hissəsinin seçilməsidir.

Dərslərdə $y = asinb(x - c)$ şəklində funksiyanın qrafikinə qurulmasına aid nümunə verilmişdir. Qurma çevrilmələri müəyyən etməklə 5 nöqtəyə görə verilmişdir. Daha bir nümunə üzərində $y = acosb(x - c)$ funksiyasının qrafikinə qurulmasını daha qısa olaraq nəzərdən keçirmək olar.

Nümunə. $y = 4\cos(\frac{x}{2} + \pi) - 6$ funksiyasındakı bütün çevrilmələri müəyyən edərək aşağıdakı qrafikini qurmaq olar. Funksiyanı $y = 4\cos\frac{1}{2}(x + 2\pi) - 6$ şəklində yazaraq.

1. Amplitud: 4

2. Əsas dövr: $T = \frac{2\pi}{b} \quad b = \frac{1}{2} \quad T = 4\pi$

3. Faza sürüşməsi: -2π

4. Şaquli sürüşmə: -6

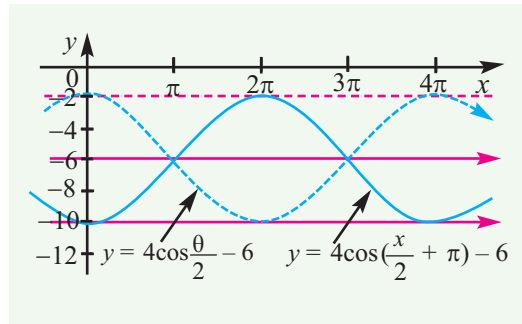
Qrafiki qurma addımları:

1. $y = -6$ orta xətti çəkilir.

2. Amplituda görə $y = -2$ və $y = -10$ xətləri qırıq xətlə çəkilir.

3. Dövrü 4π olan $y = 4\cos\frac{x}{2} - 6$ funksiyasının qrafiki çəkilir.

4. 2π qədər sola sürüşdürülməklə
 $y = 4\cos\frac{1}{2}(x + 2\pi) - 6$ funksiyasının qrafiki çəkilir.



Çevirmə düsturuna görə funksiyanı $y = -4\cos\frac{x}{2} - 6$ şəklində yazaraq qrafikinə qurulması da tövsiyə edilir.

Həm faza sürüşməsi (c), həm də şaquli sürüşmənin (d) parametrlərinin daxil olduğu funksiyaların qrafikini funksiyalar üzərində çevrilmələr dərslərindən sonra da verilə bilər. Lakin çevrilmələrə aid dərslərdə daha çox bu parametrlərin funksiyaya necə təsir etdiyi (dartılması, sıxılması və s.) real həyati situasiyaya uyğun təqdimi üzərində qurulacaqdır. Funksiyaların qrafikini qurma bacarıqlarının isə bu dərslər saatlarında daha geniş şəkildə formalaşdırılması faydalı olardı. Verilmiş işçi vərəqdən bu məqsədlə istifadə etmək olar.



Dərslərdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.2. $P = 100 - 20 \cos \frac{5\pi t}{2}$ funksiyası ilə sakit dayanmış şəxsin t (saniyə) zamanında qan təzyiqini müəyyən etmək olar.

a) Funksiyanın periodunu müəyyən edin.

b) Şəxsin ürək döyüntülərinin təyini müəyyən edin.

Həlli: a) $T = \frac{2\pi}{|b|}$ düsturuna görə $b = \frac{5\pi}{2}$ olduğundan

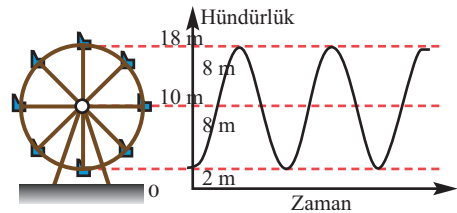
$$\text{alırıq: } T = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{2}} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ (san)}$$

b) 1 dəqiqədə şəxsin ürək döyüntülərinin sayı $60 : 0,8 = 75$ olur.

D.3. (səh.143)

Həlli:

a) Şəkildəki qrafik kosinus funksiyasına uyğundur. Şərtə görə karuselin diametri 16 m-dir və sənişinlər kabinə ön aşağıda, yerdən hündürlüyü 2 m olduqda əyləşirlər. Deməli, axtarılan kosinus funksiyasının minimum qiyməti 2, maksimum qiyməti 18-dir.



Bir tam dövr $T = 60$ san olduğundan

$$\frac{2\pi}{b} = 60 \quad b = \pi/30$$

Ən aşağıda olan kabinənin istənilən t saniyə anında yerdən hündürlüyü $y = 10 - 8 \cos \frac{\pi t}{30}$ şəklindəki düsturla ifadə etmək olar.

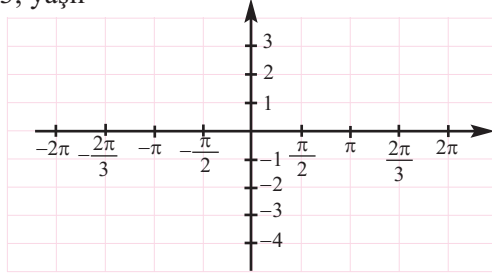
b) $t = 2,5$ dəq = 150 san anında kabinənin yerdən hündürlüyü $y = 10 - 8 \cos \frac{150\pi}{30} = 10 - 8\cos 5\pi = 18 \text{ m}$

İşçi vərəq 6

Adı _____

Soyadı _____ Tarix _____

Funksiyaların qrafiklərini göstərilən rənglərdə çəkin: $y = \sin x$, mavi; $y = \sin x + 3$ qırmızı; $y = \sin x - 3$; yaşıl

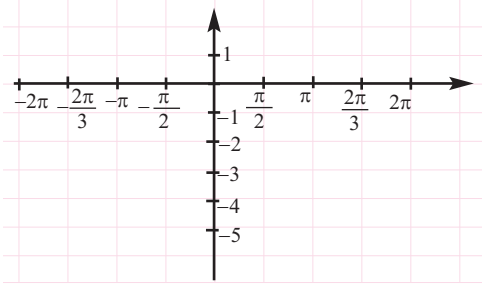


Sinus funksiyasının əsas (ana) düsturuna sabit əlavə edildikdə nə baş verir?

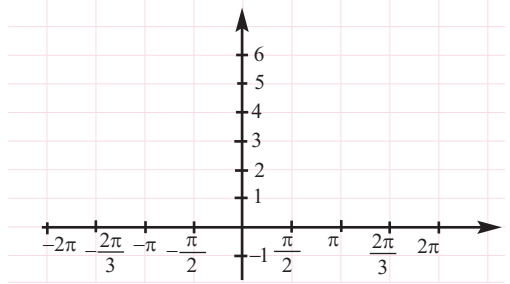
Sinus funksiyasının əsas (ana) düsturunda sabit ədəd çıxıldıqda nə baş verir?

Funksiyaların qrafiklərini qurun.

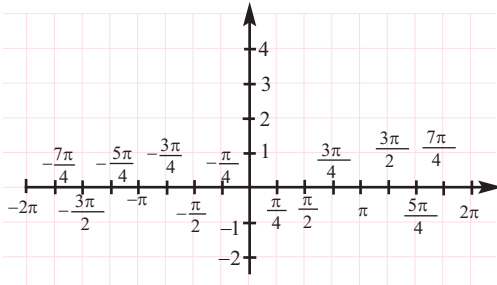
$$y = \sin x - 4$$



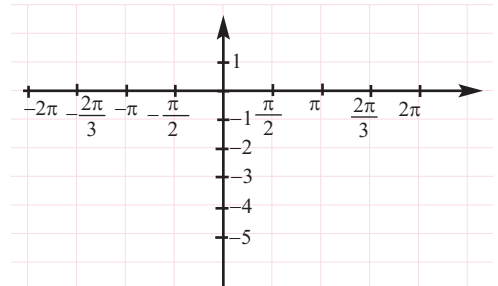
$$y = \cos x + 3$$



$$y = \sin x + 1$$



$$y = \cos x - 2$$



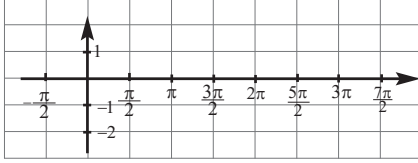
İşçi vərəq 7

Adı _____

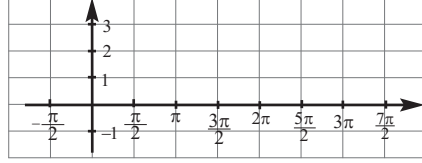
Soyadı _____ Tarix _____

Tapşırıqları yerinə yetirin.

$y = \sin(x - \frac{\pi}{2}) - 1$ funksiyasının qrafikini qurun

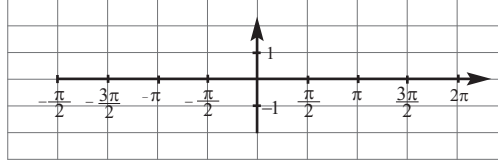


$y = \cos(x + \frac{\pi}{2}) + 2$ funksiyasının qrafikini qurun

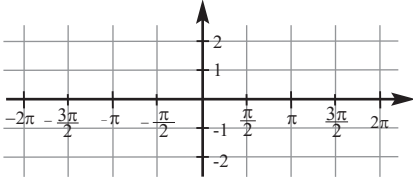


Çevrilmə

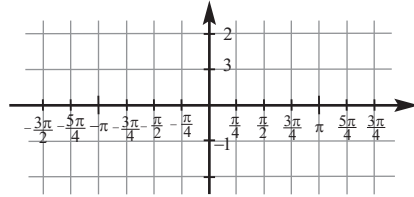
$y = \sin x$ (qırmızı), $y = -\sin x$ (göy) funksiyasının qrafikini qurun.



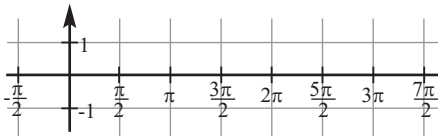
$y = 2 \sin x$ funksiyasının qrafikini qurun.



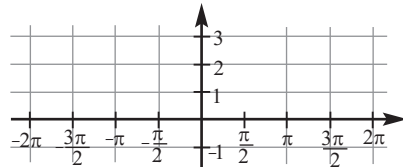
$y = -2 \sin x$ funksiyasının qrafikini qurun.



$y = -\sin(x - \frac{\pi}{2})$ funksiyasının qrafikini qurun.



$y = -\cos x + 2$ funksiyasının qrafikini qurun.



İşçi vərəq 8

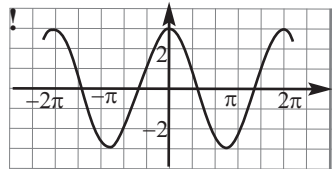
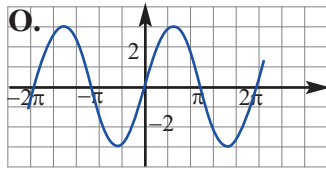
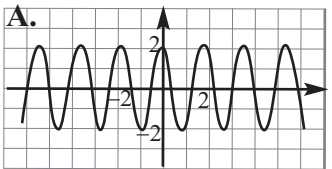
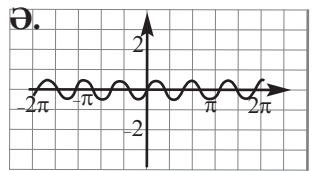
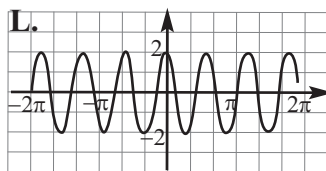
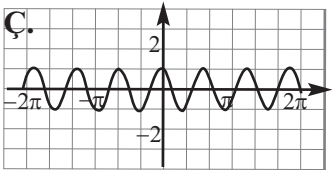
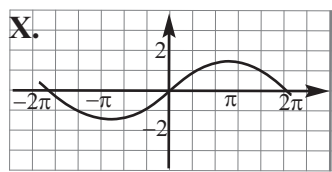
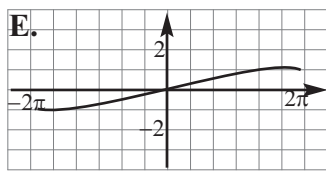
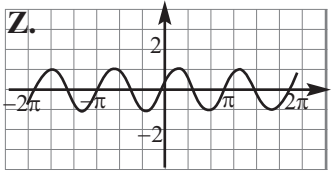
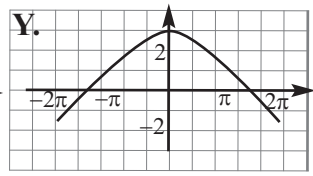
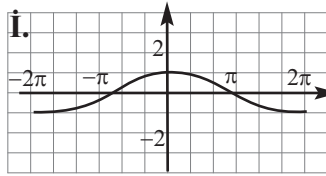
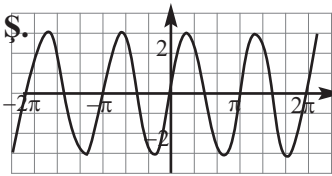
Adı _____

Soyadı _____ Tarix _____

Hərflərlə və durğu işarəsi ilə işarə edilmiş qrafiklərin ədədlərlə nömrələnmiş hansı funksiya uyğun olduğunu müəyyən edin. Hərfləri ədədlərin uyğun xanasında yazmaqla yazılan cümləni oxuyun.

1) $f(x)=3\sin x$	2) $f(x)=\sin(2x)$	3) $f(x)=\sin(\frac{1}{4}x)$	4) $f(x)=\cos(\frac{1}{2}x)$
5) $f(x)=\cos(3x)$	6) $f(x)=\frac{1}{2}\sin(3x)$	7) $f(x)=\frac{3}{2}\sin(\frac{1}{2}x)$	8) $f(x)=2\cos(\pi x)$
9) $f(x)=3\sin(2x)$	10) $f(x)=3\cos x$	11) $f(x)=3\cos(\frac{1}{3}x)$	12) $f(x)=2\cos(3x)$

Yuxarıdakı funksiyalara uyğun qrafikləri seçin



8	2	11	3	5	1	7	4	9	12	6	10

Dərs 75-77. Dərslik səh. 144-149. $y = \operatorname{tg} x$ və $y = \operatorname{ctg} x$ funksiyaları və qrafikləri.
3 saat

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrülüyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



**Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər**

http://www.analyzemath.com/trigonometry_worksheets.html

- $y = \operatorname{tg} x$ və $y = \operatorname{ctg} x$ funksiyalarının qrafiklərini qurur
- $y = \operatorname{tg} x$ və $y = \operatorname{ctg} x$ funksiyalarının xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.
- $y = \operatorname{tg} x$ və $y = \operatorname{ctg} x$ funksiyalarının çevrilmələrini təqdim edir.
- real həyati situasiyalara uyğun məsələləri $y = \operatorname{tg} x$ və $y = \operatorname{ctg} x$ funksiyalarının köməyi ilə modelləşdirir.

1-ci saat. Şagirdlərin araşdırma tapşırığını cədvəli doldurmaqla yerinə yetirmələri tövsiyə edilir. Bu zaman onlar funksiyanın təyin oblastını, x -in hansı qiymətlərində təyin olunmadığını başa düşürlər və qrafikin asimptotlarının tənliyini aydın görürlər. Qrafikin aşağıdakı addımlarla qurulması da tövsiyə edilir.

1. Funksiyanın qiymətlər cədvəli qurulur.

x	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{5\pi}{4}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\operatorname{tg} x$	təyin olunmayıb	-1	0	1	təyin olunmayıb	-1	0	1	təyin olunmayıb	-1	0	1	təyin olunmayıb

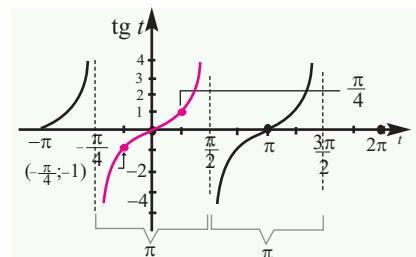
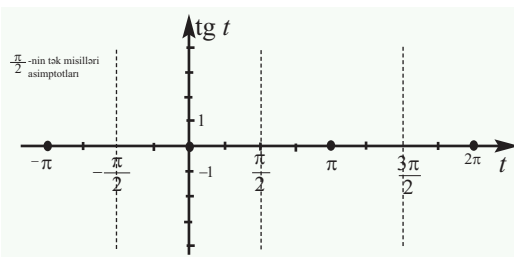
2. Funksiyanın asimptotları koordinat müstəvisi üzərində qeyd edilir.

3. Funksiyanın sıfırları koordinat müstəvisi üzərində qeyd edilir

Funksiyanın qrafikinin sıfırlardan keçərək asimptotlara yaxınlaşacağı bildirilir.

4. Qrafikin dəqiqliyini artırmaq üçün funksiyanın bir xüsusi əlverişli qiyməti qeyd edilir. Bu x -in $\pi/4$ qiymətidir: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$.

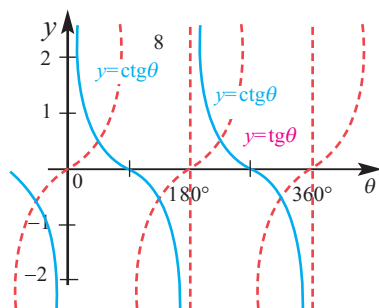
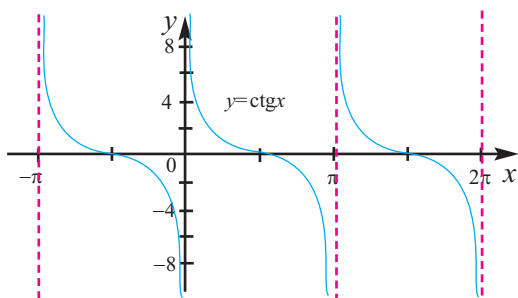
5. Funksiyanın artma və azalması qiymətlərinə görə analiz edilir. Məlumdur ki, vahid çevrədə I rübdə y -in qiyməti 0-dan başlayaraq artır və nəhayət 1-ə bərabər olur, bu zaman x -in qiyməti 1-dən 0-a qədər azalır. Bu o deməkdir ki, $\frac{y}{x}$ nisbəti artır, bununla $\operatorname{tg} x$ -in qiyməti də sonsuz olaraq artır. Bu xassəni nəzərə alaraq $y = \operatorname{tg} x$ funksiyasının qrafiki çəkilir.



Analoji qayda ilə $y = \text{ctgx}$ funksiyasının qrafikini çəkmək olar.

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$\text{ctg } x$	təyin olunmayıb	1	0	-1	təyin olunmayıb	1	0	-1	təyin olunmayıb	1	0	-1	təyin olunmayıb

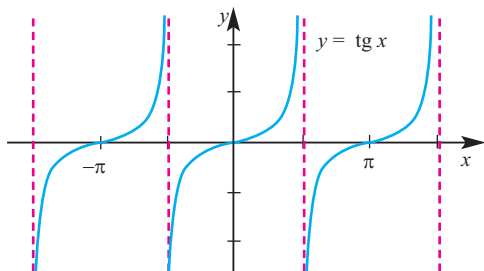
Lakin şagird kotangens funksiyasının qiymətlərinin tangens funksiyasının qiymətlərinin tərsi ($\text{ctgx} = 1/\text{tgx}$) olduğunu başa düşməli və qrafikini simmetrik çevrilmədən istifadə etməklə çəkməyi bacarmalıdır.



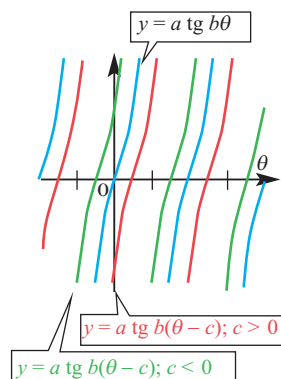
Şagirdlərin funksiyanın qiymətlər cədvəlini, qrafikini və dərslikdə verilmiş xassələri birlikdə əks etdirən təqdimat hazırlaması məqsədəuyğundur. Bu triqonometrik funksiyaların xassələrini ümumilikdə sistemləşdirmə bacarıqlarına müsbət təsir edəcəkdir.

2-ci saat. Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir.

3-cü saat. $y = \text{tgx}$ və analoji olaraq $y = \text{ctgx}$ funksiyalarının çevrilmələri nəzərdən keçirilir. Müxtəlif çevrilmələri əks etdirən funksiyaların qrafikləri qurulur.

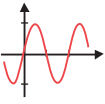
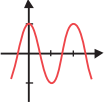
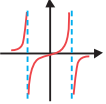
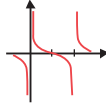


Tangens funksiyasının qrafikinin çevrilmələri



Şagirdlərin funksiyalar haqqında aşağıdakı kimi məlumatı əks etdirən təqdimat hazırlamaları tövsiyə edilir. Bu təqdimata funksiya haqqında daha çox məlumat əlavə etmələri tövsiyə edilir (təkliyi-cütlüyü, çevrilmələri və s. haqqında)

Triqonometrik funksiyaların qrafikləri

Funksiya	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$
Qrafiki				
Təyin oblastı	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$x \neq \frac{(2n+1)\pi}{2}$	$x \neq n\pi$
Qiy.çox	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
Amplitud	1	1	yoxdur	yoxdur
Dövr	2π	2π	π	π
x-i kəsmə	$(n\pi; 0)$	$\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}; 0\right)$	$(n\pi; 0)$	$\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}; 0\right)$
Asimptotu	yoxdur	yoxdur	$x = \frac{(2n+1)\pi}{2}$	$x = n\pi$

Həmçinin çevrilmələri əks etdirən cədvəlin tərtib edilməsi tövsiyə edilir. Bu tapşırıqlar məlumatı sistemləşdirmə, təqdim etmə kimi bacarıqların formalaşmasında əhəmiyyətlidir.

Triqonometrik funksiyaların qrafiklərinin çevrilmələri

$y =$	$a \sin b(x - c) + d$ $a \cos b(x - c) + d$	$a \operatorname{tg} b(x - c) + d$ $a \operatorname{ctg} b(x - c) + d$
Faza keçidi	$(x - c)$ sağa keçir $(x + c)$ sola keçir	$(x - c)$ sağa keçir $(x + c)$ sola keçir
Şaquli sürüşmə	$ d $ vahid yuxarı $ d $ vahid aşağı	$ d $ vahid yuxarı $ d $ vahid aşağı
Əksetmə	$a < 0$, x oxu üzrə əksetmə $b < 0$, y oxu üzrə əksetmə	$a < 0$, x oxu üzrə əksetmə $b < 0$, y oxu üzrə əksetmə
Şaquli dartılma və ya sıxılma	Amplitud $= a $	tangens funksiyasının qanadlarının dartılması və ya sıxılması
Üfüqi dartılma və ya sıxılma	Dövr $= \frac{2\pi}{ b }$	Dövr $= \frac{\pi}{ b }$

Dərs 79-81. Dərslik səh. 150-157. Tərs triqonometrik funksiyalar. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3 saat

2.2.2. Funksiyanın qrafiki anlayışını bilir, funksiyanın dövrüliyünü, təkliyini, cütlüyünü, monotonluğunu araşdırır, qrafikləri çevirməyi bacarır.

2.2.4. Əsas triqonometrik funksiyaları və tərs triqonometrik funksiyaları tanıyır, onların qrafiklərini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

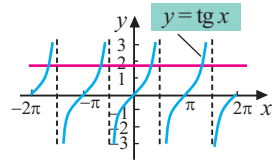
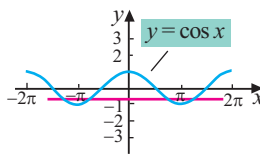
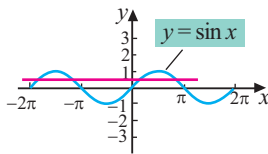


Əlavə resurslar

- $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctg x$ funksiyalarının $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tg x$ funksiyalarının tərs funksiyası olduğunu başa düşür və qrafikini qurur.
- qrafikləri tərs funksiyaların qrafiki kimi qurur.

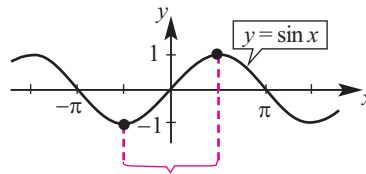
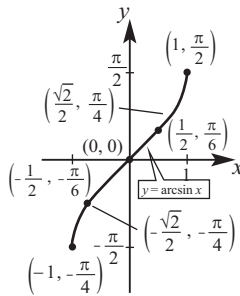
Tərs triqonometrik funksiyaların qrafiki uyğun əsas funksiyaların qrafikinə görə çəkilir.

Triqonometrik funksiyaların qrafikinə $y = x$ oxuna nəzərən əksətməsi ilə tərs triqonometrik funksiyaların qrafikinə qurulması araşdırılır. Bu funksiyaların dönən olmadığı üfüqi xəttin köməyi ilə müəyyən edilir.

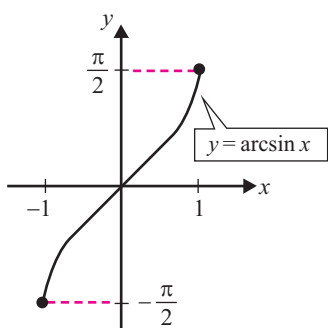


Lakin funksiyanın müəyyən aralıqda artan(azalan) olduğu və bu aralıqda da dönən olması mümkündür.

Birinci saatda tərs triqonometrik funksiya anlayışı verilir və tərs triqonometrik funksiyalar araşdırılır. 2-ci və 3-cü dərs saatında tapşırıqlar yerinə yetirilir.

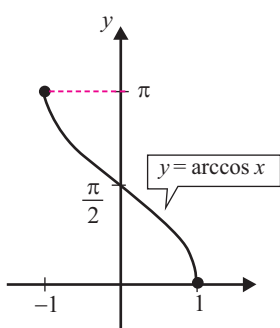


Funksiya	Təyin oblastı	Qiymətlər çoxluğu
$y = \arcsin x$	$-1 \leq x \leq 1$	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
$y = \arccos x$	$-1 \leq x \leq 1$	$0 \leq y \leq \pi$
$y = \arctg x$	$-\infty < x < +\infty$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
$y = \text{arctg} x$	$-\infty < x < +\infty$	$0 < y < \pi$



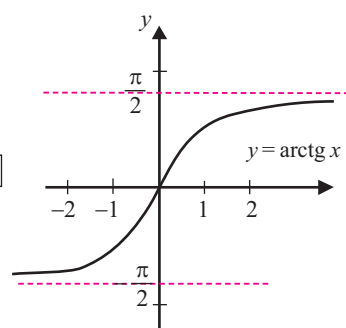
Təyin oblastı $[-1; 1]$

Qiymətlər çoxluğu $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$



Təyin oblastı: $[-1; 1]$

Qiymətlər çoxluğu: $[0; \pi]$



Təyin oblastı: $(-\infty; +\infty)$

Qiymətlər çoxluğu $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$

D.15. İfadənin qiymətini tapın. a) $\arcsin(\sin \frac{7\pi}{6})$

$y = \sin x$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ funksiyası və $y = \arcsin x$, $-1 \leq x \leq 1$ funksiyası qarşılıqlı tərs funksiyalardır. Ona görə də $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ olduqda $\arcsin(\sin x) = x$

Lakin verilən çalışmada $\frac{7\pi}{6} \notin [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ olduğundan həlli aşağıdakı ardıcılıqla yerinə yetirmək lazımdır.

$$1) \sin \frac{7\pi}{6} = \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6}$$

$$2) \arcsin(\sin \frac{7\pi}{6}) = \arcsin(-\sin \frac{\pi}{6}) = -\arcsin(\sin \frac{\pi}{6}) = -\frac{\pi}{6}$$

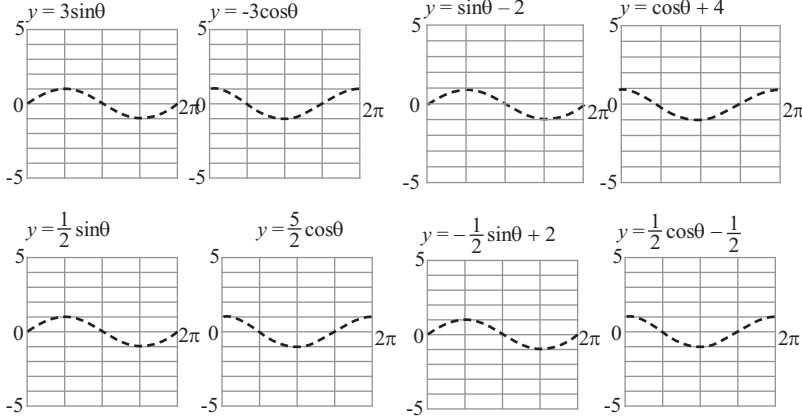
Triqonometrik funksiyalar

Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

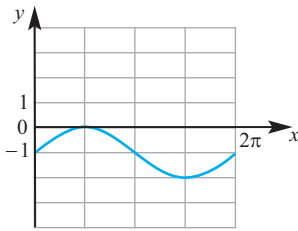
N	Meyarlar	Qeyd
1	Dövri funksiyaları nümunələr üzərində təqdim edir	
2	$y = \sin x$, $y = \cos x$, funksiyalarının qrafiklərini qurur	
3	$y = \tg x$, $y = \ctg x$ funksiyalarının qrafiklərini qurur	
4	$y = \sin x$, $y = \cos x$ funksiyalarının qrafiklərinin çevrilmələrini təqdim edir	
5	$y = \asin b(x - c)$ və $y = \acos b(x - c)$ funksiyalarındakı çevrilmələri qrafik olaraq təqdim edir	
6	$y = \asin b(x - c)$ və $y = \acos b(x - c)$ funksiyaları ilə real həyati situasiyaları modelləşdirir, çevrilmələri qrafik olaraq təqdim edir	
7	Tərs triqonometrik funksiya anlayışını başa düşdüyünü nümunələrlə təqdim edir, qrafiklərini qurur	

Dərs 82. Triqonometrik funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

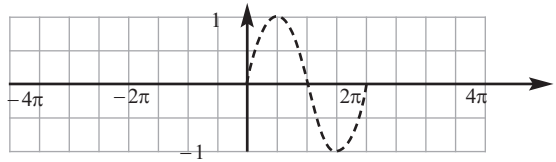
1) Əsas funksiyanın qrafikinə görə verilən funksiyaların qrafikini qurun.



2) Qrafikə görə sinus funksiyanın düsturunu yazın.



3) Əsas funksiyanın qrafikinə görə funksiyaların qrafikini verilən intervalda qurun.



$$y = \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \quad -4\pi \leq \theta \leq 4\pi$$

4) $y = 5\sin 3x$ funksiyanın amplitudunu və dövrünü yazın.

5) $y = 4\operatorname{tg} \frac{3}{2}x$ funksiyanın dövrünü tapın

6) $y = 5\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ funksiyanın çevrilmələrini $y = \cos x$ funksiyanına görə yazın.

7) Hər bir triqonometrik funksiyanın qiymətini yazın.

a) $\sin(-510^\circ)$

b) $\sin 495^\circ$

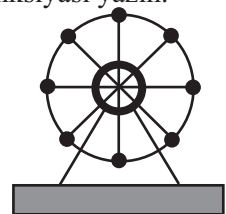
c) $\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$

8) $y = \sin 2x$ funksiyanın qrafikini 5 əsas nöqtəsinə görə qurun.

9) Amplitudu 5, dövrü $\frac{2\pi}{3}$ olan sinus funksiyası yazın.

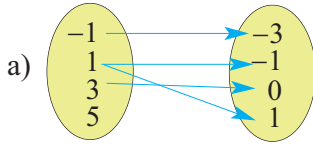
10) Amplitudu 5, dövrü 2π , faza sürüşməsi $\frac{\pi}{4}$ olan kosinus funksiyası yazın.

11) Radiusu 15 m olan karusel hər 100 saniyədə bir tam dövr edir. Vüsal karuselə hündürlüyü 1 m olan platformadan minir. Vüsalın yerdən hündürlüyünün zamandan asılılığını kosinus funksiyası ilə ifadə edin.



Dərs 83. Yarımillik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

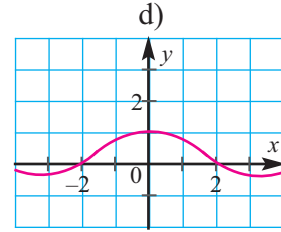
1) Hansı asılılıq funksiya deyil?



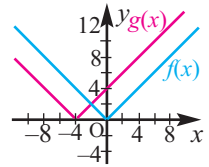
b) $\{(0; 4), (3; 5), (5; -2), (0; 1)\}$

c)

x	7	6	5	4	3
y	-1	2	-1	2	3



2) Şəkildə hansı funksiyanın çevrilməsi təsvir edilmişdir?



3) Bir düz xətt üzərində olmayan A, B, C nöqtələrini, A və C nöqtəsi ilə bir düz xətt üzərində olan D nöqtəsini qeyd edin. Yalnız bir müstəvi keçirilməsi mümkün olan nöqtələrin adını yazın.

4) Çevirmə düsturlarını tətbiq edərək, verilmiş ifadəni iti bucağın triqonometrik funksiyası ilə ifadə edin və qiymətini hesablayın.

a) $\cos 300^\circ$ b) $\sin \frac{7\pi}{6}$ c) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{3}$

5) Son tərəfi verilən nöqtələrdən keçən bucaqlar üçün triqonometrik nisbətlərin qiymətlərini hesablayın.

a) $(-1; 1)$

b) $(-1; 0)$

c) $(1; -1)$

6) Verilən mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu və sektorün sahəsini tapın.

$$r = 10 \text{ sm}; \alpha = \frac{\pi}{3}$$

7) Funksiyanın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu tapın:

$$y = \sqrt{4 - x^2}$$

8) Verilir: $AO \perp \alpha$

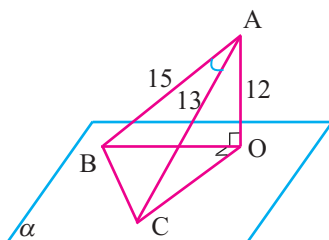
$$AB = 15$$

$$AC = 13$$

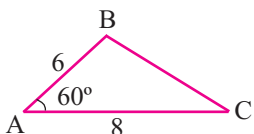
$$AO = 12$$

$$\angle BOC = 90^\circ$$

$$\angle BAC = ?$$

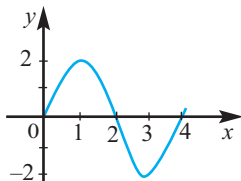


9) Verilənlərə görə üçbucağı həll edin.



10) $y = 3 \sin 2x$ funksiyasının amplitudunu, dövrünü tapın, qrafikini $[0; 2\pi]$ parçasında qurun.

11) Qrafiki verilmiş funksiyanın düsturunu yazın.



12) İfadənin qiymətini hesablayın:

$$\frac{\sin \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}}{\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8}}$$

13) Hesablayın:

$$\sin(4 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2})$$

14) Diametri 10 m olan karusel 5 dəqiqədə 2 dövr edir. Karuselin kabinəsi hansı xətti sürətlə hərəkət edir?

6. Çoxüzlülər

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
3.1.5. Çoxüzlülərin növlərini tanıyır 3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və həcmnin tapılmasına aid məsələləri həll edir 3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanın yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmələrinin tapılmasına aid məsələləri həll edir 3.2.5. Çoxüzlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur. 4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir. 4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir	84-86	Çoxüzlülər. Prizmalar. Çoxüzlülər və onların müxtəlif tərəfdən görünüşləri	3	158-165
	87, 88	Prizmanın səthinin sahəsi	2	166-170
	89, 90	Prizmanın müstəvi kəsikləri.	2	171-173
	91-93	Piramida. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsi	3	174-179
	94- 96	Piramidanın kəsikləri. Kəsik piramida.Ümumiləşdirici tapşırıqlar	3	180-183
	97	Çoxüzlülər. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		14	

Dərs 84-86. Dərslik səh. 158-166. Çoxüzvlülər. Prizmalar. Çoxüzvlülər və onların müxtəlif tərəfdən görünüşləri. 3 saat



Məzmun standartı

3.1.5. Çoxüzvlülərin növlərini tanıyır.



Riyazi lüğət çoxbucaqlı, çoxüzvlü, til, təpə, üz, düz prizma, mail prizma, prizmanın hündürlüyü, diaqonalı



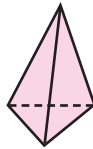
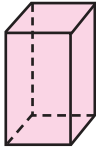
Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- çoxüzvlüləri həndəsi olaraq təsvir edir, tilini, təpəsini, üzlərini müəyyən edir
- çoxüzvlüləri tilinin, təpəsinin, üzlərinin sayına görə bir-birindən fərqləndirir
- müxtəlif prizmaların şəklini çəkir, həndəsi elementlərini və onların sayını göstərir
- prizmaların açılış şəkillərini çəkir
- çoxüzvlüləri (kub konstruksiyaları) izometrik nöqtəli vərəqdə təsvir edir
- çoxüzvlülərin müxtəlif tərəflərdən görünüşlərini çəkir

Çoxüzvlülərin üzləri çoxbucaqlılar olan fəza fiquru olduğu qeyd edilir. Fəza fiqurları müəyyən fəza hissəsini tutan fiqura deyilir. Yəni müstəvi fiqurdan fərqli olaraq fəza fiqurunun bütün nöqtələri eyni müstəvi üzərində deyil. Müxtəlif fiqurlar, əşyalar üzərində onun çoxüzvlü olub olmadığı araşdırılır. Məsələn, karandəşə çoxüzvlü demək olarmı? Yox, çünki onun çoxbucaqlı olmayan, dairə olan üzü var. Deməli, çoxüzvlü bütün üzləri çoxbucaqlı olan fəza fiqurlarına deyilir. Şagirdlərə sual verilir: Aşağıdakı fiqurlardan hansına çoxüzvlü demək olar?



Çoxüzvlülərin elementləri müzakirə edilir. Çoxüzvlülər bir-birindən til, təpə və üzlərinin sayına görə və formasına görə fərqlənilir. Şagirdlər müxtəlif prizmaları, piramidanı ibtidai siniflərdən tanıyır və til, təpə, üz anlayışlarını bilirlər. Şagirdlərə 2-3 dəqiqə vaxt verilir ki, bu anlayışların həndəsi mənasını yazsınlar və təsvirini çəksinlər.

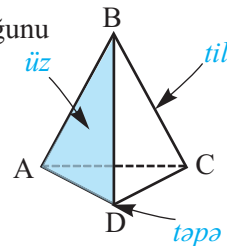
Şagird üçün müstəvi fiqur və onun daxili oblastı olduğunu

başə düşür. Məsələn, şəkiləki fiqurun üzləri

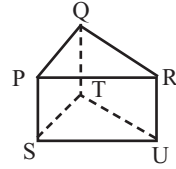
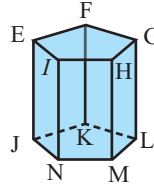
ABD, BDC, ABC və ADC üçbucaqlarıdır.

Til iki üzün kəsişmə xəttidir. BA, BD, BC yan tillər, AC, AD, DC oturacaq tilləridir.

Təpə üç və daha çox tilin kəsişmə nöqtəsidir.



Yoxlama sualları olaraq şagirdlərə aşağıdakı fiqurların uzlərinin, tillərinin və təpələrinin adlarını yazmaq tapşırılır.

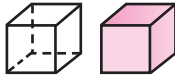


Qabarıq və çökük çoxüzlülər, bütün üzləri düzgün çoxbucaqlılar olan Platonik fiqurlar müzakirə edilir.

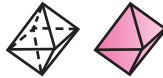
tetraedr



kub



oktaedr



dodekaedr



ikosaedr



Bu fiqurlardan üzləri üçbucaq olanlar, kvadrat olanlar və beşbucaqlı olan beş Platonik fiqur məlumdur. Eyni təpədə olan müstəvi bucaqların cəmi 360° -dən kiçik olmalıdır. Bu isə o deməkdir ki, bir təpədə 3,4,5 üçbucaq, 3 kvadrat, 3 beşbucaqlı ola bilər. Bu fiqurlar Yunan alimi və filosofu Platon (b.e.ə. 427–347) tərəfindən dərinlən öyrənilməyi üçün onun şərəfinə adlandırılmışdır. Platon tetraedri - od, kubu - torpaq, oktaedri - hava, ikosaedri - su simvolu adlandırmışdı. Dodekaedr isə bəşəriyyəti, dünyanı təmsil edirdi. Platonik fiqurlar düzgün çoxbucaqlılardan boşluq qalmadan səthin parketlənməsi ilə alınır. Burada yalnız bir fiqurun işlədilməsindən söhbət gedir. Şagirdlərə işçi vərəqlərdə verilmiş açılışları daha böyük ölçüdə çəkməklə bu fiqurların modelini quraşdırmaları tövsiyə edilir. Açılış üzərində müxtəlif şəkillər çəkməklə maraqlı kompozisiyalar yaratmaq olar. 10-cu sinif şagirdləri arasında müsabiqə təşkil edib tədbir keçirmək olar. Bu şagirdlərin yaradıcılıq qabiliyyətlərinə müsbət təsir edir, öyrəndiklərini dərinlən qavramağa kömək edir.

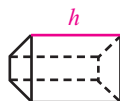
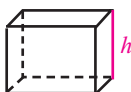
Prizmanın ümumi tərif şagirdlərlə birlikdə araşdırılır. Prizma dedikdə həndəsi olaraq nə başa düşülür? Prizma paralel müstəvilər üzərində yerləşən və paralel köçürmədə üst-üstə düşən iki paralel çoxbucaqlı və onların uyğun olaraq bütün nöqtələrini birləşdirən düz xətt parçalarından ibarət fəza fiqurudur.

1. Prizmaların elementləri müxtəlif prizmalar üzərində göstərilir. Düz prizma və mail prizmanın fərqləri araşdırılır.

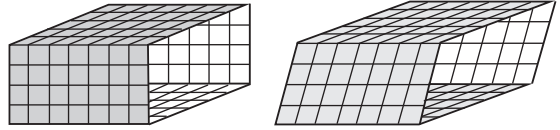


Şagirdlər düz prizma dedikdə səhv olaraq oturacağındakı fiqurda düz bucaq olduğunu düşünə bilərlər. Oturacağı üçbucaq, romb, trapesiya və s. çoxbucaqlılar olan prizmalar üzərində göstərilir ki, düz prizma dedikdə yan üzlərin oturacaq müstəvisi ilə yaratdığı ikiüzlü bucağın ölçüsünün 90° olduğu nəzərdə tutulur.

Düz və mail prizmanı modelləşdirmək üçün ip və kartondan istifadə etmək olar. Youtubedan götürülmüş şəkildə də bu cür model nümayiş etdirilir.



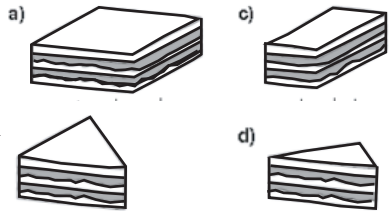
Prizmaların oturacağındakı fiqurlar müxtəlif ola bilər, lakin yan üzləri həmişə paraleloqramlardır. Düzbucaqlı paralelepiped prizmanın ən çox rast gəldiyimiz növüdür.



Düzbucaqlı paralelepipedin bütün üzləri düzbucaqlıdır. Şagirdlər damalı dəftərdən 7×5 ölçüdə olmaqla iki düzbucaqlı və 7×4 ölçüdə olmaqla iki düzbucaqlı kəsirlər. Eyniölçülü düzbucaqlıları qarşı üzlər olmaqla yapışqanlı lentlə bir-birinə bərkidirlər. Modelləri partanın üzərinə qoyaraq müzakirə edirlər. Bu prizma modelidir. İki üzü hələki yoxdur. Modeldəki prizmanın üzləri hansı çoxbucaqlıdır? Yapışdırılmamış üzlər hansı formada olacaqlar? Bu üzlər qarşılıqlı paraleldirmi, yan üzlər oturacağına perpendikulyardırımı? Bu prizma düz prizmadır. Daha sonra prizmanın üst üzünü elə dəyişin ki, yan üz oturacaq müstəvisinə perpendikulyar olmasın. Yenə sual verilir: Qarşı üzlər paraleldirmi? Yan üz oturacaq müstəvisinə perpendikulyardırımı? Bu artıq düz prizma deyil. Çatışmayan üzlər hansı müstəvi fiqurun formasında olmalıdır? İndi modeli elə çevirin ki, paraleloqramlar prizmanın oturacağı olsun. Şagirdlər paralelepipedin oturacağı konqruent paraleloqramlar olan prizma olduğunu başa düşürlər.

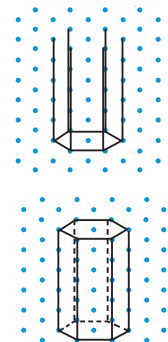
Həndəsi fiqurların izometrik nöqtəli vərəqdə şəkillərini çəkmə bacarıqlarının formalaşdırılması çox əhəmiyyətlidir. İzometrik ölçülü nöqtəli kağızlar şəklin 3D görüntüsünü yaratmaq üçün əlverişli vasitədir. Texnologiyanın inkişaf dövründə bu məşğələlər şagirdləri səbirli, səliqəli olmağa yönləndirməklə yanaşı fiqurların müxtəlif tərəflərdən görüntülərini çəkmə imkanlarını asanlaşdırır, şagirdə daha rahat təsvirlər çəkməyə imkan verir. Dərslikdə paralelepipedin, vəsaitdə isə düzgün altıbucaqlı prizmanın şəklini çəkmə addımları verilmişdir. Üçbucaqlı, beşbucaqlı və s. prizmaların da şəklinin çəkilməsi ev tapşırığı olaraq verilə bilər. İzometrik nöqtəli səhifələri şagirdlər dəftərlərində asanlıqla yarada bilərlər.

Prizmaların modellərinin yaradılması və şəkillərinin çəkilməsi şagirdlərə müstəqil iş kimi tapşırıqlıdır. Müxtəlif formalarda kəsilmiş tort dilimləri düz pizmalara model ola bilər. Şagirdlər oturacağındakı fiqurun dəyişməsi ilə üzlərin, tillərin və təpələrin sayını tapma suallarına cavab verirlər. Oturacaqdakı fiqur lövhədə çəkilir. Şagirdlər növbə ilə tillərinin, üzlərinin, təpələrinin sayını söyləyirlər.



Altıbucaqlı prizmanı aşağıdakı addımlarla çəkin.

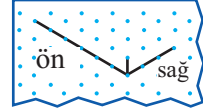
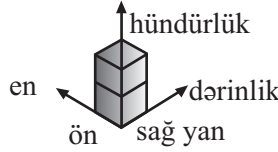
1. Altıbucaqlı çəkin.
2. Altıbucaqlının hər bir təpəsindən müəyyən uzunluqda, məsələn 5 vahid uzunluğunda parçalar çəkin.
3. Parçaların uc nöqtələrini ardıcıl birləşdirməklə prizmanı tamamlayın.
4. Baxış yönündən asılı olaraq prizmanın görünən tillərini bütöv, görünməyənləri isə qırıq xətlərlə çəkin.
5. İzometrik vərəqdə müxtəlif prizmalar çəkin.



Prizmaların yan səthinin, tam səthinin sahəsini hesablama dərslərini daha yaxşı başa düşmələri üçün fiqurların açılış şəkillərini çəkmə tapşırıqlarına ciddi fikir verilməlidir.

3-cü saat. Konstruksiyaların özlərinin və müxtəlif tərəflərdən görünüşlərinin çəkilməsi izometrik ölçülü nöqtəli kağızda yerinə yetirilir. İzometrik nöqtələr konstruksiyanın müxtəlif tərəflərdən görünüşünü asanlıqla müəyyən etməyə imkan verir.

Verilən konstruksiyanı izometrik kağızda çəkmə addımları.



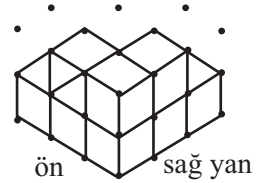
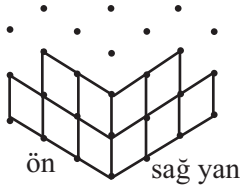
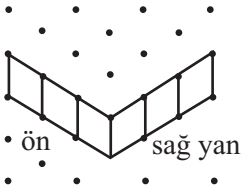
Konstruksiyanın görüntüdəki ən yaxın küncü qeyd edilir (*).

Üçbucaq yaradan nöqtələrlə konstruksiyanın qatları çəkilir.

1-ci qatda 3 dama ön görünüşə görə, 3 dama sağ görünüşə görə çəkilir.

2-ci qatda iki dama ön, 2 dama sağ görünüşə görə çəkilir

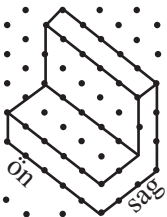
Üstdən görünüşə görə konstruksiyanın son qatı tamamlanır.



Şagirdlərin plançəkmə bacarıqlarının, həndəsi təsəvvürlərinin, sənət vərdislərinin formalaşması üçün bu cür tapşırıqların yerinə yetirilməsi çox faydalıdır. Real ölçü və plandakı ölçülərə görə hesablama tapşırıqları yerinə yetirilə bilər. Dərslərdəki 3 və 4 tapşırıqları (səh.164) bu tip tapşırıqlardır.

Kub konstruksiyaların plandakı görüntülərinin ədədlə göstərmə tapşırıqları da əhəmiyyətlidir. Şagirdlər bu tapşırıqları aşağı siniflərdə yerinə yetirmişlər, lakin indi daha mürəkkəb fiqurlar üzərində yerinə yetirmək əhəmiyyətlidir. Şagird konstruksiyanın 3x3x4 ölçüdə olduğunu başa düşür və hər cərgədəki kubların sayını arxadan önə doğru olmaqla yazır.

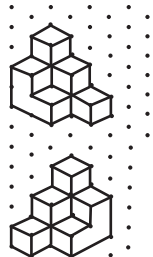
Konstruksiya verilir, izometrik plan ədədlərlə çəkilir.



5				
3	3	3	3	3
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

İzometrik plan ədədlərlə verilir, konstruksiya müəyyən edilir.

3	2	1
2	1	
1	2	3
1	1	2



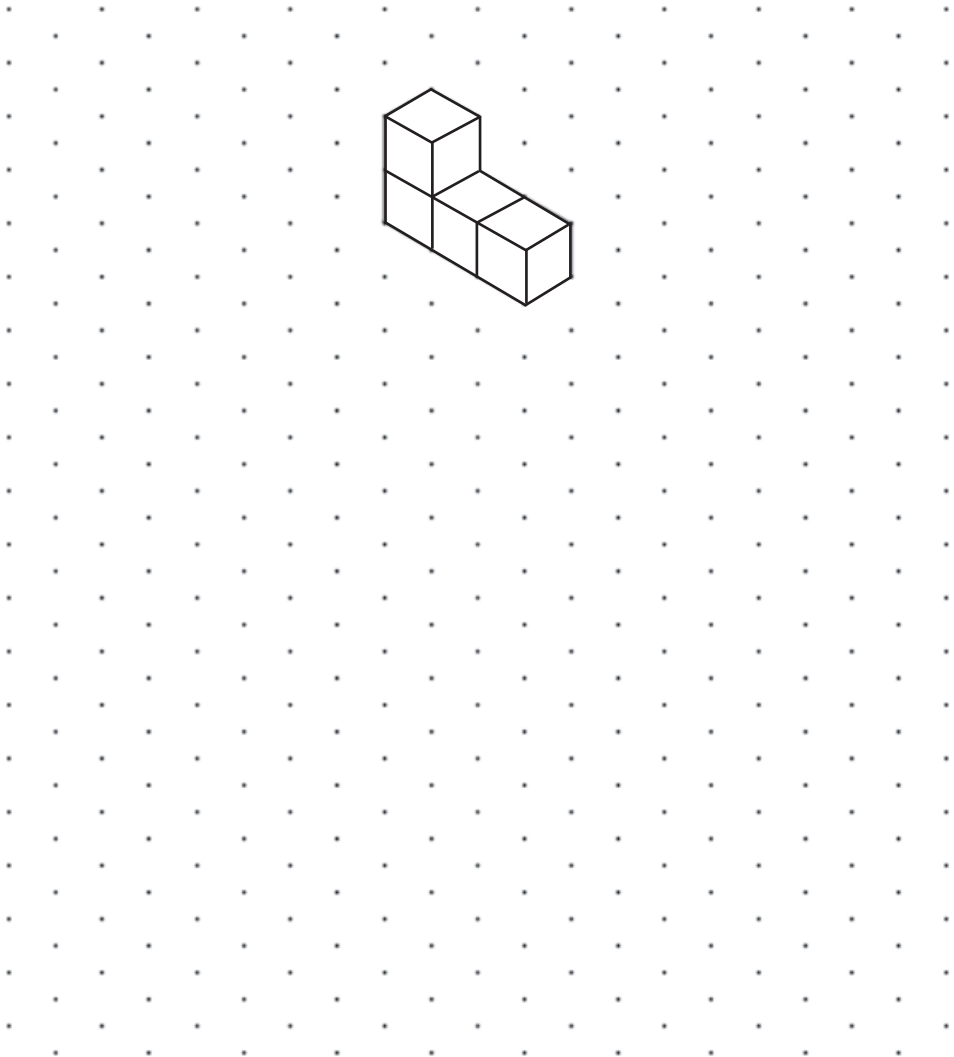
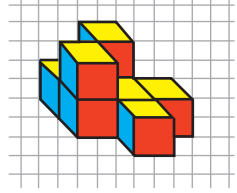
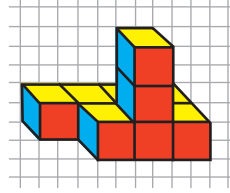
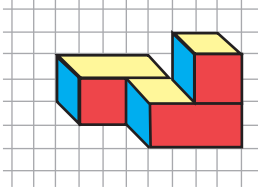
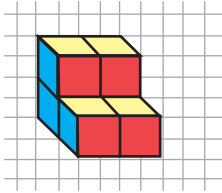
İşçi vərəq 1

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Konstruksiyaları çəkin.

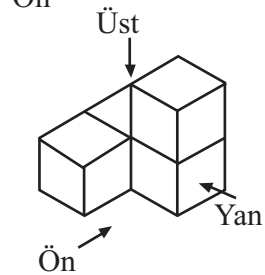
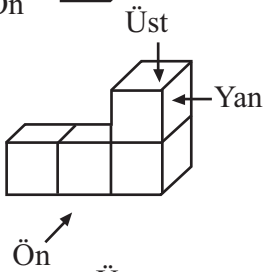
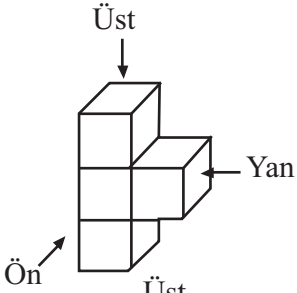
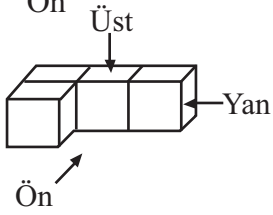
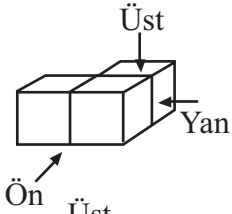
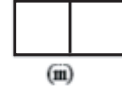
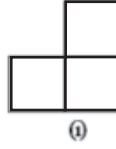
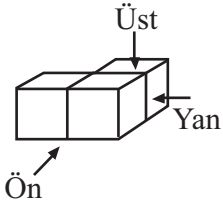


İşçi vərəq 2

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____



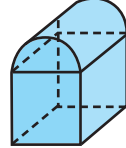
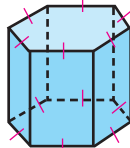
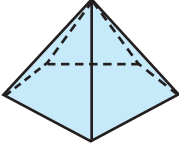
İşçi vərəq 3

Adı _____

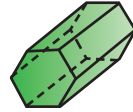
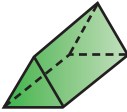
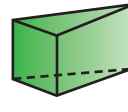
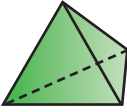
Soyadı _____

Tarix _____

1) Fiqurlardan hansına çoxüzlü demək olar? Çoxüzlülərin üzlərinin, tillərinin təpələrinin sayını yazın.



2) Çoxüzlülərin üzlərinin, tillərinin təpələrinin sayını tapın. Eyler düsturu ilə həllinizi yoxlayın. Üzlərinin, tillərinin sayı ən az olan çoxüzlü hansıdır?



3) Fiqurların şəklini çəkin: üçbucaqlı prizmanın, oturacağı kvadrat olan piramidanın.



İşçi vərəq 4

Adı _____

Soyadı _____

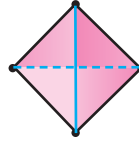
Tarix _____

Həm düzgün çoxbucaqlıların daxili bucaqlarının cəmini, həm də platonik fiqurların üzlərinin daxili bucaqlarının cəmini göstərən ədədin rəqəmləri cəmi eyni xassəyə malikdir. Nümunəyə uyğun digər fiqurlar üçün yerinə yetirin və bu xassəni yoxlayın.



düzgün üçbucaq $3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$

$$1 + 8 = ?$$

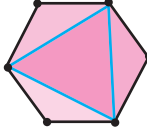


tetraedr $4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$

$$7 + 2 = ?$$



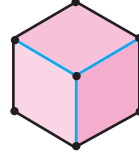
kvadrat



oktaedr



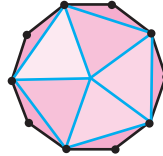
beşbucaqlı



kub



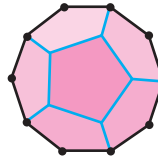
altıbucaqlı



ikosaedr



yeddibucaqlı



dodekaedr



səkkizbucaqlı

Dərs 87,88. Dərslik səh. 166-170 Prizmanın səthinin sahəsi. 2 saat



Məzmun standartı

3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və həcmnin tapılmasına aid məsələləri həll edir.

4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.

4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir.



Riyazi lüğət yan səthin sahəsi, tam səthin sahəsi



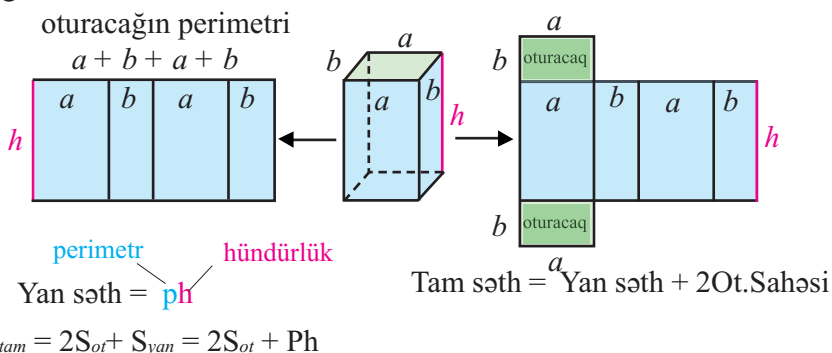
Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- prizmanın yan səthinin, tam səthinin sahəsini real situasiyalar və şəkillər üzərində modelləşdirir
- prizmanın açılış şəkillərini çəkir, ölçülərini üzərində qeyd edir.
- prizmanın yan səthinin, tam səthinin sahəsinin hesablanmasına aid məsələlər həll edir

Yan səth anlayışı real obyektlər üzərində araşdırılır. Məsələn, otağı paralelepiped kimi təsəvvür etsək, onun yan səthi hansı hissələrdən ibarət olur? Divarların sahəsinin yan səthi, divarların, döşəmə və tavanın sahəsi birlikdə tam səthi təşkil etdiyini başa düşürlər. Düzbucaqlı paralelepipedin açılış şəklində yan səthin sahəsinin oturacağın perimetri ilə hündürlüyü hasilinə bərabər olduğunu aşağıdakı kimi göstərmək olar.



Yan səthin və tam səthin tapılmasına aid dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin hesablanmasını düsturla deyil, verilmiş ölçülərini açılış şəkilləri üzərində yazmaq, ayrı-ayrı üzlərin sahələrini tapıb cəmləməklə onun yan səthinin, tam səthinin hesablanması tapşırıqlarına yer verilir. Bu tip tapşırıqlar şagirdin biliklərini əlaqələndirmə, alternativ həll üsullarını arama bacarıqlarını formalaşdırmağa müsbət təsir göstərir.

Həmçinin prizmanın bir hissənin çıxarılması ilə yan səthin necə dəyişdiyini araşdırırlar, bu tapşırıqlar yan səth anlayışının mahiyyətini düzgün qavramağa kömək edir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5. Düz paralelepipedin oturacağıının 6sm və 8sm olan tərəfləri 30° -li bucaq əmələ gətirir. Yan tilinin 5sm olduğunu bilərək, bu paralelepipedin tam səthini tapın.

Həlli: Paralelepipedin oturacaqları paraleloqramlardır.

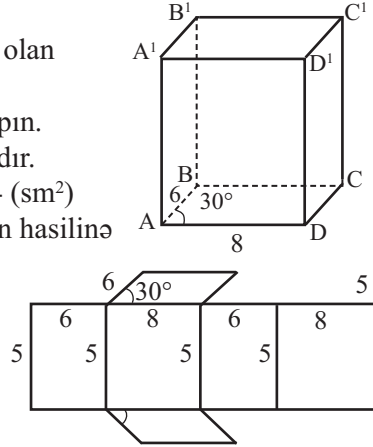
$$P_{ot} = 2 \cdot (8 + 6) = 28\text{sm} \quad S_{ot} = 8 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ = 24 (\text{sm}^2)$$

Yan səthin sahəsi oturacağın perimetri ilə yan tilinin hasilinə bərabər olduğundan alırıq:

$$S_{yan} = P_{ot} \cdot h = 28 \cdot 5 = 140(\text{sm}^2)$$

Onda

$$S_{tam} = S_{yan} + 2 \cdot S_{ot} = 140 + 2 \cdot 24 = 188(\text{sm}^2)$$



D.11. Düz prizmanın verilən ölçülərinə görə tapın.

- oturacaqların sahəsini
- yan səthinin sahəsini
- tam səthinin sahəsini

Həlli:

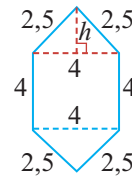
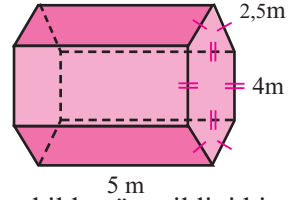
a) Köməkçi xətlər çəkməklə oturacaqlardakı altbucaqlını şəkildə göstərildiyi kimi kvadrata və bərabəryanlı üçbucaqlara ayırmaq. Kvadratin tərəfi 4m olduğundan sahəsi $S_{kv} = 4^2 = 16 \text{ m}^2$ -dir.

Ayrılmış bərabəryanlı üçbucaqda h hündürlüyü çəkək.

Aydın ki, $h = \sqrt{2,5^2 - 2^2} = 1,5\text{m}$ olur.

Onda üçbucağın sahəsi $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,5 = 3\text{m}^2$ olur

Deməli: $S_{ot} = S_{kv} + 2 \cdot S_{\Delta} = 16 + 2 \cdot 3 = 22\text{m}^2$

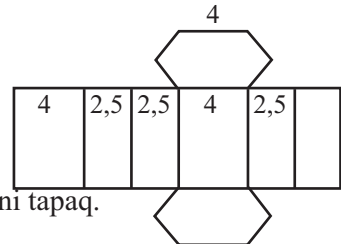


b) Düz prizmanın yan səthinin sahəsi oturacağın perimetri ilə hündürlüyün(yan tilinin) hasilinə

bətabərdir. $S_{yan} = P \cdot l = (2 \cdot 4 + 4 \cdot 2,5) \cdot 5 = 90 \text{ m}^2$

c) $S_{tam} = S_{yan} + 2S_{ot}$ düsturuna görə tam səthinin sahəsini tapıq.

$$S_{tam} = 90 + 2 \cdot 22 = 134\text{m}^2$$



İşçi vərəq 5

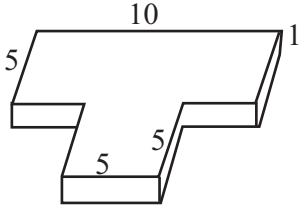
Adı _____

Soyadı _____

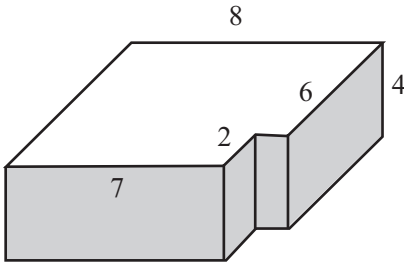
Tarix _____

- a) Düzbucaqlı paralelepipedlərdən kəsilməklə alınmış fiqurların yan səthlərinin və tam səthlərinin sahəsini tapın.
- b) Kəsikləri tamamlamaqla alınan “bütöv” prizmanın tam səthini tapın.
- c) “Kəsilmiş prizma” ilə “bütöv” prizmanın yan və tam səthləri fərqi tapın.

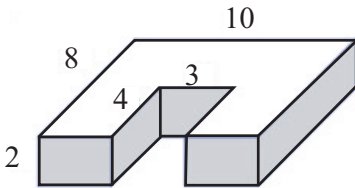
1)



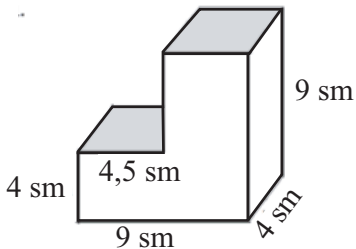
2)



3)



4)



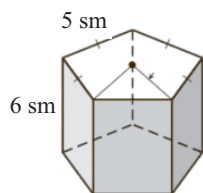
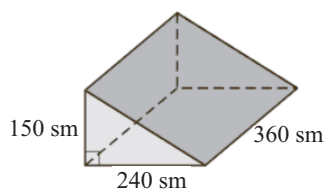
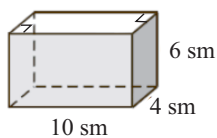
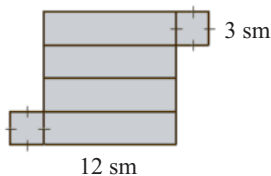
İşçi vərəq 6

Adı _____

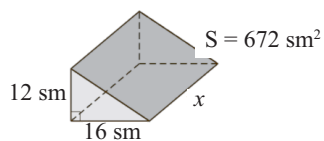
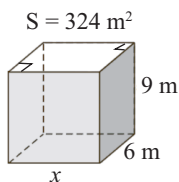
Soyadı _____

Tarix _____

1) Düz prizmaların yan səthinin və tam səthinin sahəsini tapın.



2) Düz prizmaların şəkli üzərində verilənlərə görə məchulu tapın.



Bölmə üzrə nümunəvi dərs

Dərs 89,90. Dərslik səh. 171-173. Prizmanın müstəvi kəsikləri. 2 saat



Məzmun standartı

3.2.5. Çoxüzvlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur.



Riyazi lüğət müstəvi kəsiyi



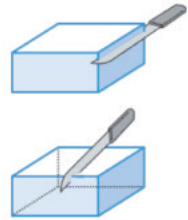
Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

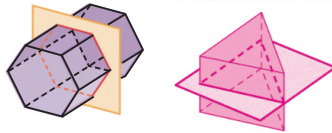
- prizmanın müxtəlif müstəvi kəsiklərini müəyyən edir;
- prizmanın müstəvi kəsiklərini həndəsi təsvir edir.

Şagirdlər prizmanın müstəvi kəsiklərini tortun, pendirin, müxtəlif formada dilimlənməsi kimi nəzərdən keçirə bilirlər. Müstəvi kəsinin həndəsi təsviri bir qədər mürəkkəb olsa da, onları real situasiyada modelləşdirmək bir o qədər asandır. Tərəvəz doğrayan bıçaqlarla müxtəlif formalarda dilimlər kəsilir. Bıçaq (müstəvi modelini xatırladan bıçaqlar var) kəsən müstəvi rolunu oynayır. Fiqurların plastilindən hazırlanmış modelləri üzərində məşğələnin aparılması əlverişlidir.

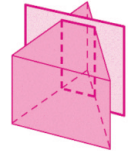


Motivasiya. Stolun üzərinə plastilindən və ya asan kəsilə bilən plastikdən hazırlanmış prizma qoyulur. Kub və ya paralelepipeddən başlamaq olar. Şagirdlərə müraciət edilir. Kubu elə kəsən ki, kəsik yerində alınan fiqur düzbucaqlı olsun. Kim elə kəsə bilər ki, kəsikdə üçbucaq alınsın. Kim oturacağa perpendikulyar (paralel) müstəvi kəsinini göstərə bilər? və s.

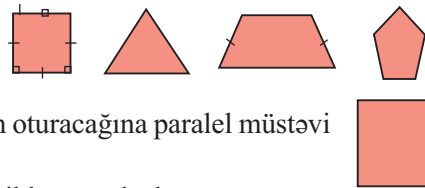
Oturacağa paralel müstəvi ilə kəsiyi



Oturacağa perpendikulyar müstəvi ilə kəsiyi



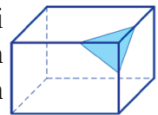
Öyrənmə. Araşdırma aparılır. Kəsiklərin formalarına paralelepipedin (kubun) tillərinin, üzlərinin sayının təsiri varmı?



Əvvəlcə dördbucaqlı kəsik araşdırılır. Prizmanın oturacağına paralel müstəvi ilə kəsiyi dördbucaqlıdır.

Daha sonra isə müəyyən bucaq altında olan kəsiklər araşdırılır.

Üçbucaq kəsiyi yaratma təsviri nümayiş etdirilir. Kəsən müstəvi prizmanın neçə tilini kəsir. Tillərlə kəsişmə nöqtələri üçbucağın təpələridir. Kəsin bərabəryanlı, bərabərtərəfli üçbucaq olmaları üçün hansı ölçmələri aparmaq lazımdır. Siz bunu necə edərdiniz. Bildirilir ki, biz bu tapşırıqları qruplarla iş kimi yerinə yetirəyik. Sizin fikirləşmək imkanlarınız var.

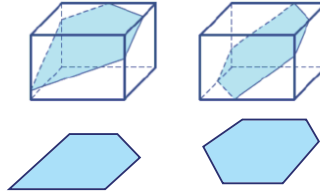
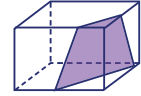
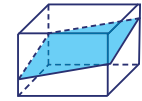
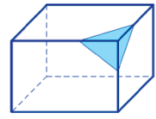


İndi isə istənilən **dördbucaqlı kəsiyinin** alınmasını təsvir edək. Kəsikdə alınan fiqur paraleloqram ola bilər.

Başqa bir dördbucaqlı kəsiyini - trapesiya kəsiyini isə şəkildə göstərilən qaydada müstəvinə keçirməklə almaq olar. Şagirdlər üçbucaq kəsiyində kəsən müstəvinin üç üzdən, dördbucaqlı kəsiyində isə dörd üzdən keçdiyinə diqqət edirlər.

Bəs, kəsikdə beşbucaqlı, altıbucaqlı almaq mümkündürmü?

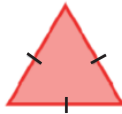
Mümkündür əgər müstəvi prizmanın 5 üzünü kəsərsə, kəsikdə beşbucaqlı, 6 tili kəsərsə, kəsikdə altıbucaqlı alınar. Bəs 7-bucaqlı, 8-bucaqlı alınması mümkündürmü? Mümkün deyil, çünki verilmiş prizmanın 6 üzü var.



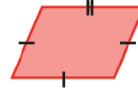
Qruplarla iş. Hər qrupa bir fiqur təqdim edilir. Qruplar kəsikdə bu fiqurun alınmasını təsvir etməlidirlər.



1. Bərabəryanlı üçbucaq.



2. Bərabərtərəfli üçbucaq.



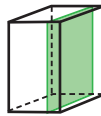
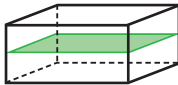
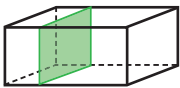
3. Paraleloqram



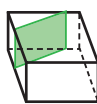
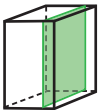
4. Beşbucaqlı

Qrup üzvləri müzakirələr apararaq kəsikdə bərabəryanlı, bərabərtərəfli üçbucaqları almaq üçün hansı ölçmələri aparmalı olduqlarını müəyyən edirlər. “Biz iki til üzərində bərabər parçalar ayıraraq, kəsiyin parçaları əhatə etməsini təmin etməliyik.” kimi fikirlər yürüdürlər və təqdimat zamanı da söyləyirlər. Paralelepipedin (kubun) diaqonal kəsiyinin araşdırılması da diqqətdə saxlanılır.

Oturacaq müstəvisinə paralel, perpendikulyar müstəvilərlə kəsmə, diaqonal kəsikləri və müəyyən bucaq altındakı müstəvi kəsikləri araşdırılır.



Paralelepipedin hər hansı üzünə paralel müstəvilərlə kəsikləri uyğun üzlə eyni olur.



Oturacaq müstəvisinə perpendikulyar müstəvi kəsiklərin ölçülərindən biri prizmanın hündürlüyünə bərabər düzbucaqlı olur.

Eyni işləri altıbucaqlı, üçbucaqlı prizmalar üzərində də aparmaq olar. Müstəvi kəsikləri müstəvi fiqurlar olduğundan onların perimetrini, sahəsini hesablamağa aid tapşırıqlar yerinə yetirmək olar. Kəsikləri qurma və üzərində ölçüsünü yazma tapşırıqları işçi vərəqdə verilmişdir.

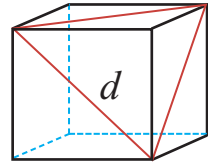


Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.3. 2) kub bir tərpdən çıxan 3 tilin uclarından keçən müstəvi ilə kəsişmişdir. Kəsikdə bərabərtərəfli üçbucaq alınır. Bu üçbucağın tərəfi kubun üzünün diaqonalına bərabərdir.

a) kubun tili 1 sm olarsa, $d = \sqrt{2}$ sm olur.

b) kubun tili $a = 3\sqrt{2}$ sm olarsa, $d = a\sqrt{2} = 6$ sm olduğundan, müstəvi kəsiyin perimetri $P = 3 \cdot 6 = 18$ sm olur.



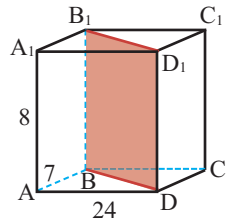
D.5. Düzbucaqlı paralelepipedin oturacağıının tərəfləri 7 sm və 24 sm, paralelepipedin hündürlüyü isə 8 sm - dir. Diaqonal kəsiyin sahəsini tapın.

Həlli:

Diaqonal kəsiyi BB_1D_1D düzbucaqlısıdır.

$$S_{\text{diaqonal kəsik}} = BD \cdot BB_1$$

Oturacağın BD diaqonalı $BD = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$ sm və $BB_1 = 8$ sm olduğundan $S_{\text{diaqonal kəsik}} = 25 \cdot 8 = 200$ sm²



D.7. Oturacağı romb olan düz prizmanın qiaqonal kəşiklərinin sahələri 42 sm² və 56 sm² - dir. Bu prizmanın yan səthini tapın.

Həlli: Prizmanın hündürlüyü h olsun.

$$\text{Səthə görə } S_{AA_1C_1C} = AC \cdot h = 56 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$S_{BB_1D_1D} = BD \cdot h = 42 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Buradan } AC = \frac{56}{h}, \quad BD = \frac{42}{h}$$

Rombun diaqonallarının xassəsinə əsasən

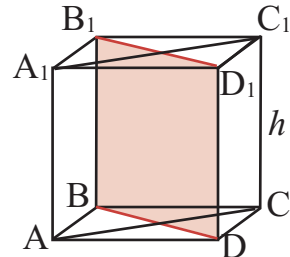
$$\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2 = AD^2 \text{ olduğundan alırıq:}$$

$$\left(\frac{28}{h}\right)^2 + \left(\frac{21}{h}\right)^2 = AD^2$$

$$AD^2 = \frac{784 + 441}{h^2} = \frac{1225}{h^2}, \quad AD = \frac{35}{h}$$

Prizmanın yan səthinin sahəsi:

$$S_{\text{yan}} = P_{\text{ot}} \cdot h = 4 \cdot AD \cdot h = 4 \cdot \frac{35}{h} \cdot h = 140 \text{ (sm}^2\text{)}$$



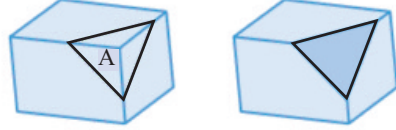
İşçi vərəq 7

Adı _____

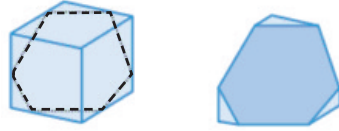
Soyadı _____

Tarix _____

Necə etmək olar ki, kəsikdə bərabərtərəfli üçbucaq alınsın? Fikirlərinizi yazın.



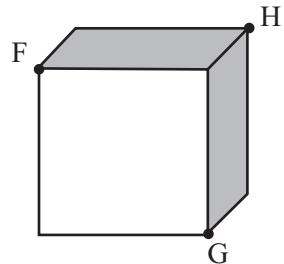
Necə etmək olar ki, kəsikdə beşbucaqlı alınsın? Fikirlərinizi yazın.



Paralelepipedin oturacağına paralel kəsiyi ilə ayrılan hissə hansı fəza fiquru olacaq. Bu fiqurla ilkin fiqurun hansı ölçüləri fərqli, hansı eyni olacaq? Yazın, çəkin, göstərin.

Düzbucaqlı paralelepipedin hansı kəsiyi onu iki konqruent üçbucaqlı prizmaya ayırır? Çəkin göstərin. İlkin paralelepipedə görə üçbucaqlı prizmanın ölçülərini müəyyən edin.

Kub F, G, H təpələrindən keçən müstəvi ilə kəsilsə, kəsikdə hansı müstəvi fiqur alınar?



İşçi vərəq 8

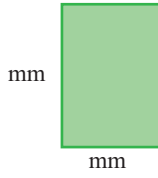
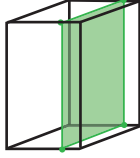
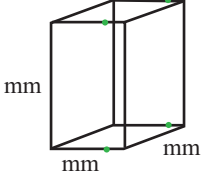
Adı _____

Soyadı _____

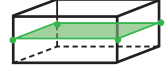
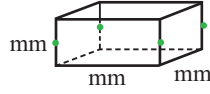
Tarix _____

Dəftərinizdə müxtəlif ölçüdə düzbucaqlı paralelepipedlər çəkin. Göstərilən kəsikləri onlar üzərində qurun. Müstəvi kəsiyin ölçülərini müəyyən edin və üzərində yazın.

Oturacağa perpendikulyar kəsik

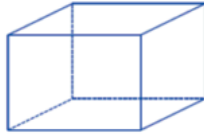


Oturacağa paralel kəsik.

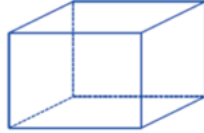


Düzbucaqlı paralelepiped üzərində göstərilən müstəvi kəsikləri çəkib göstərin.

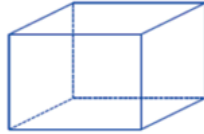
Üçbucaq



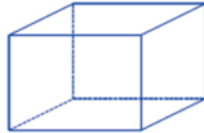
Dördbucaqlı



Beşbucaqlı



Altıbucaqlı



Dərs 91-93. Dərslik səh. 174-179. Piramida. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsi. 3 saat



Məzmun standartı

3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanın yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmələrinin tapılmasına aid məsələləri həll edir.

4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.

4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir.



Riyazi lüğət piramida, kəsik piramida, piramidanın apofemi



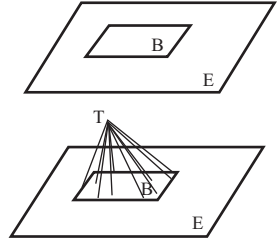
Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *piramidanın açılış şəkillərini çəkir, ölçülərini üzərində qeyd edir.*
- *piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsinə aid məsələləri həll edir.*

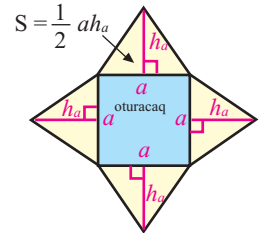
Şagird piramidanı müstəvi xaricində götürülmüş bir nöqə ilə müstəvi üzərindəki çoxbucaqlının bütün nöqtələrinin birləşdirilməsindən alınan cisim kimi başa düşür. Oturacağı düzgün çoxbucaqlı olan piramidanı qurma addımları müzakirə edilir və yerinə yetirilir.



Üzlərinin, tillərinin sayı haqqında müzakirələr aparılır. Şagird piramidanı müstəvi xaricində götürülmüş T nöqtəsindən (təpə nöqtəsindən) oturacaq müstəvisinə çəkilmiş parçalardan və oturacaq müstəvisindən ibarət olduğunu başa düşür.

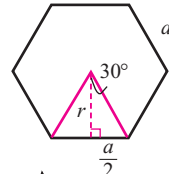
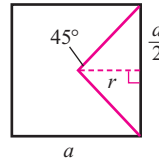
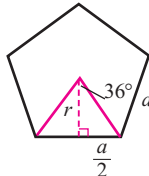
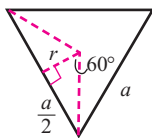
Piramidanın yan səthinin sahəsinin onun yan üzlərinin sahələri cəmi kimi müstəqil olaraq hesablaya bilərlər.

Düzgün çoxbucaqlıların sahəsini hesablama düsturları təkrar edilir.

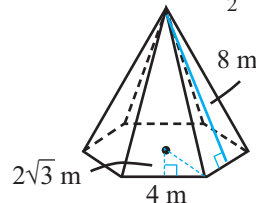


Hər bir hala uyğun məsələlər müzakirələrlə həll edilir. Düzgün çoxbucaqlının sahəsinin apofemi ilə perimetri hasilinin yarısına bərabər olduğu bir daha qeyd edilir.

$$S = \frac{1}{2} P \cdot r$$



Piramidanın yan səthinin və tam səthinin tapılmasını düsturla yanaşı üzlərinin sahələri cəmi kimi tapmaları tövsiyə edilir. Məsələn, oturacağı düzgün altıbucaqlı olan piramidanın yan səthinin sahəsi 6 üçbucağın sahələri cəmindən ibarətdir.



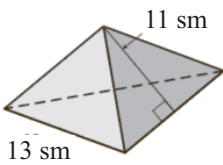
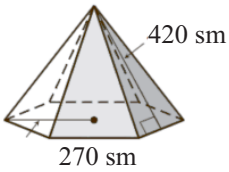
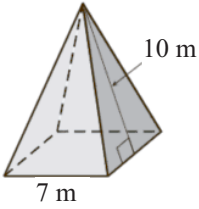
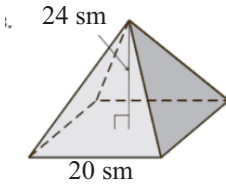
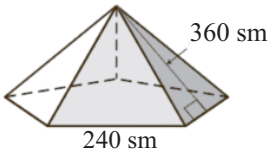
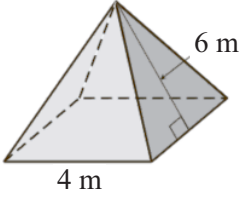
İşçi vərəq 9

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Düzgün piramidaların yan səthini və tam səthini hesablayın.

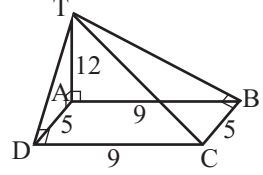




Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.10. Piramidanın oturacağı tərəfləri 9sm və 5sm olan düzbucaqlıdır. Yan tillərdən biri 12sm olub, oturacaq müstəvisinə perpendikulyardır. Bu piramidanın yan səthini tapın.

Həlli: Şərtə görə ABCD düzbucaqlı və AT yan tili oturacaq müstəvisinə perpendikulyar olsun. Üç perpendikulyar teoreminə görə $TD \perp DC$, $TB \perp BC$ alırıq. Deməli, yan üzlərdəki üçbucaqların dördü də düzbucaqlı üçbucaqlardır.



ΔTAB və ΔTAD -dən Pifaqor teoreminə görə tapırıq:

$$TD = \sqrt{TA^2 + AD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ sm}$$

$$TB = \sqrt{TA^2 + AB^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ sm}$$

$$\text{Onda } S_{TAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot TA = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54 \text{ sm}^2$$

$$S_{TAD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot TA = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30 \text{ sm}^2$$

$$S_{TDC} = \frac{1}{2} \cdot TD \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 9 = 58,5 \text{ sm}^2$$

$$S_{TBC} = \frac{1}{2} \cdot TB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 5 = 37,5 \text{ sm}^2$$

Yan səthinin sahəsi yan üzlərdəki üçbucaqların sahələri cəminə bərabərdir.

$$S_{\text{yan}} = 54 + 30 + 58,5 + 37,5 = 180 \text{ (sm}^2\text{)}$$

Dərs 94,95. Dərslik səh. 180-183. Piramidanın kəsikləri. Kəsik piramida. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 2 saat



Məzmun standartı

3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanın yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmələrinin tapılmasına aid məsələləri həll edir.

3.2.5. Çoxüzlülərin bəzi müstəvi kəsiklərini qurur.



Riyazi lüğət kəsik piramida



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- piramidanın müstəvi kəsiklərini həndəsi təsvir edir
- kəsik piramidanı qurur və tam səthinin sahəsini hesablayır



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

Piramidanın da müstəvi kəsikləri prizmada olduğu kimi müzakirə edilir. İlk olaraq şagirdlərə aşağıdakı kimi situasiyanı müzakirə etmələri təklif edilir. Piramida oturacağına paralel iki müstəvi ilə kəsilmişdir. Hansı kəsiyin sahəsi daha böyükdür? Sahəsi bu kəsiklərin sahələri cəminin yarısına bərabər olan kəsiyi almaq üçün kəsən müstəvinə necə keçirmək lazımdır?

Düzgün dördbucaqlı piramidanın kəsikləri araşdırılır.
Bərabəryanlı üçbucaq almaq üçün

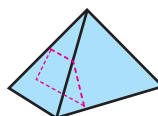
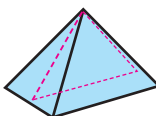
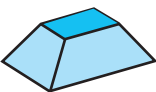
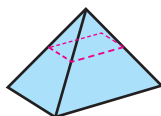
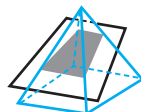
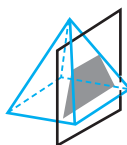
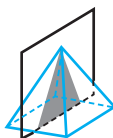
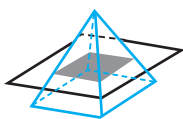


Oturacağa paralel müstəvi kəsiyi kvadratdır.

Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçən müstəvi kəsiyi üçbucaqdır

Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçməyən müstəvi kəsiyi trapesiyadır.

Oturacağa nə paralel nə də perpendikulyar olmayan müstəvi kəsiyi dördbucaqlıdır.



Piramidanın oturacağına paralel müstəvi ilə kəsilməsi ilə kəsik piramidaların alındığı müzakirə edilir. Piramidanın müxtəlif nisbətlərdə kəsilməsi üzərində qurulmuş məsələlər həll edilir. Təsəvvür edin ki, piramida hündürlüyünün orta nöqtəsində oturacağına paralel müstəvi ilə kəsilmişdir. Piramidanın yuxarı hissəsindən ayrılan piramidanın oturacağının ölçüləri necə olacaq?



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.4. a) Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağının tərəfi 14sm, yan tilinin uzunluğu 10sm - dir. Diaqonal kəsiyinin sahəsini tapın.

Həlli:

Verilir:

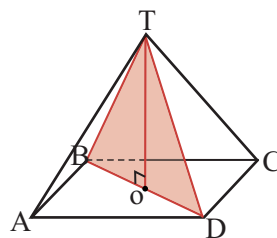
ABCD - kvadrat.

$AB = BC = CD = AD = 14 \text{ sm.}$

$TA = TB = TC = TD = 10 \text{ sm.}$

$S_{BTD} = ?$

Diaqonal kəsiyi bərabəryanlı üçbucaqdır.



$$S_{BTD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot TO$$

TO - piramidanın hündürlüyüdür. Oturacağın BD diaqonalını tapaq.

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{14^2 + 14^2} = 14\sqrt{2} \text{ sm onda } BO = OD = 7\sqrt{2} \text{ sm}$$

$$\Delta TOD\text{-dən } TO = \sqrt{TD^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{100 - 98} = \sqrt{2} \text{ sm}$$

olduğundan

$$S_{BTD} = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 14 \text{ sm}^2$$

D.8.

c) Düzgün dördbucaqlı kəsik piramidanın oturacaqlarının sahələri 36sm^2 və 64sm^2 - dir. Piramidanın yan tili alt oturacaq müstəvisi ilə 45° - li bucaq əmələ gətirir. Diaqonal kəsiyinin sahəsini tapın.

Həlli:

Şərtə görə

$$AD^2 = 64(\text{sm}^2)$$

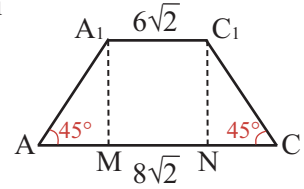
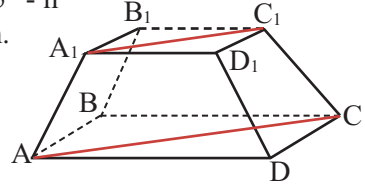
$A_1D_1^2 = 36(\text{sm}^2)$ olduğundan alırıq ki, $AD = 8\text{ sm}$,

$A_1D_1 = 6\text{ sm}$, yəni kəsik piramidanın oturacaqları tərəfləri

uyğun olaraq 8sm və 6sm olan kvadratlardır. $AA_1C_1C_1$

diaqonal kəsiyinin sahəsini tapaq. Alt və üst oturacaqda

kvadratların diaqonalları olduqları üçün tapırıq ki,



$$AC = 8\sqrt{2}\text{ sm}$$

$$A_1C_1 = 6\sqrt{2}\text{ sm}$$

Diaqonal kəsikdə A_1M və C_1N hündürlüklərini çəkək.

$AM = \sqrt{2}$, ΔAA_1M -dən isə $A_1M = \sqrt{2}$ tapılır. Diaqonal kəsiyi trapesiyadır.

$$S_{AA_1C_1C} = \frac{AC + A_1C_1}{2} \cdot A_1M = \frac{8\sqrt{2} + 6\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = 14\text{sm}^2$$

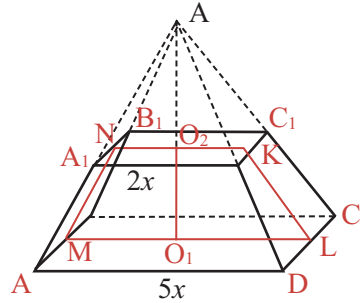
D.13. Düzgün dördbucaqlı kəsik piramidanın

hündürlüyü 28sm , apofemi 35sm -dir.

Oturacaqlarının tərəfləri nisbəti $5 : 2$ kimidir.

Piramidanın tam səthinin sahəsini tapın.

Həlli:



Oturacaqların iki qarşı tərəflərinin orta nöqtələrindən oturacaq

müstəvisinə perpendikulyar müstəvi ilə kəsiyində alınan

MNKL trapesiyasına baxaq. Verilənlərə görə $KL = 35$,

$$KF = NE = 28, NK = 2x, ML = 5x$$

olduğundan $FL = 1,5x$.

$$\Delta FKL\text{-dən alırıq: } 28^2 + (1,5x)^2 = 35^2$$

$$(1,5x)^2 = 35^2 - 28^2 = (35 - 28)(35 + 28) = 7 \cdot 63 = 7^2 \cdot 3^2$$

$$1,5x = 7 \cdot 3 \quad 1,5x = 21 \quad x = 14$$

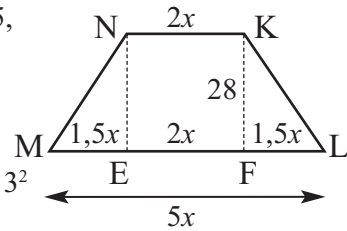
Alt oturacağı tərəfi $5x = 5 \cdot 14 = 70\text{ sm}$ olan kvadratdır: $S_{O_1} = 70^2 = 4900\text{sm}^2$.

Üst oturacaq tərəfi $2x = 2 \cdot 14 = 28\text{ sm}$ olan kvadratdır: $S_{O_2} = 28^2 = 784\text{sm}^2$.

Yan səthdəki trapesiyalardan birini sahəsini tapaq.

$$S_{DD_1C_1C} = \frac{70 + 28}{2} \cdot 35 = 1715\text{sm}^2 \quad \text{Onda } S_{\text{yan}} = 4 \cdot 1715 = 6860\text{sm}^2 \text{ olur}$$

$$S_{\text{tam}} = 6760 + 490 + 784 = 12544\text{sm}^2$$



İşçi vərəq 10

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Dördbucaqlı piramidanın müstəvi kəsiyi üçbucaq və piramidadan ayrılan hissə üçbucaqlı piramidadır. Kəsən müstəvi haqqında deyilmiş hansı fikir doğru deyil?

- a) müstəvi oturacağa paraleldir
- b) müstəvi oturacağa perpendikulyardır
- c) müstəvi piramidanın iki yan tilindən keçir

2) Düzgün düzbucaqlı piramidanın tələb olunan müstəvi kəsiklərini çəkin.

a) Oturacağa paralel müstəvi kəsiyini.



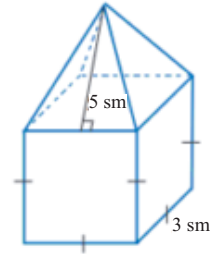
b) Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçən müstəvi kəsiyini.



c) Oturacağa perpendikulyar və təpədən keçməyən müstəvi kəsiyini.



3) Kubdan və düzgün dördbucaqlı piramidadan quraşdırılmış fiqurun tam səthinin sahəsini tapın.



Çoxüzlülər. Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli.

N	Meyarlar	Qeyd
1	Çoxüzlüləri tanıdığını açılış şəkillərini çəkməklə, üz, til və təpələrinin sayını müəyyən etməklə nümayiş etdirir.	
2	Prizmaların yan səthinin və tam səthinin sahəsini hesablayır	
3	Prizmaların müxtəlif müstəvi kəsiklərini çəkir və məsələlər həll edir	
4	Piramidaların yan səthinin və tam səthinin sahəsini hesablayır	
5	Piramidaların müxtəlif müstəvi kəsiklərini çəkir və məsələlər həll edir	

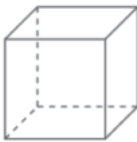
Dərs 97. Çoxüzlülər. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Hansı iki fiqurun üzlərinin sayı eynidir?

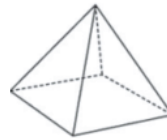
- a) Üçbucaqlı prizma və paralelepipedin
- b) Üçbucaqlı piramida və dördbucaqlı prizma
- c) Üçbucaqlı prizma və dördbucaqlı piramida
- d) Üçbucaqlı piramida və dördbucaqlı piramida

2) Verilən prizmalar üzərində tələb olunan müstəvi kəsiyini çəkin.

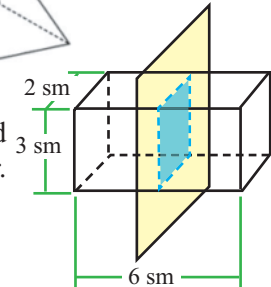
a) yan üzünə paralel kəsiyi



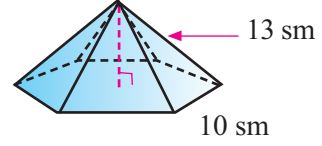
b) oturacağa perpendikulyar kəsiyi



3) Ölçüləri $2\text{ sm} \times 3\text{ sm} \times 6\text{ sm}$ olan düzbucaqlı paralelepiped şəkində göstərildiyi kimi konqruent prizmalara ayrılıbmışdır. Hər bir hissənin tam səthinin sahəsini tapın.



4) Düzgün piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsini tapın.

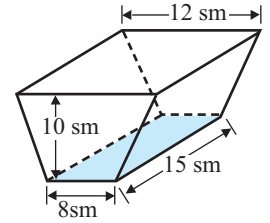


5) Düzgün piramidanın oturacağı tərəfinin uzunluğu 4 sm olan altıbucaqlıdır. Piramidanın apofemi 7 sm-dir. Piramidanın yan səthinin və tam səthinin sahəsini tapın.

6) Prizmanın ən azı neçə üzə ola bilər?

7) Prizmanın yan səthi üçbucaqlardan ibarət ola bilərmi?

8) Düz üçbucaqlı prizmanın yan səthinin sahəsi 120 sm^2 -dir. Oturacağın tərəfləri 4 sm, 5 sm, 6 sm olarsa, hündürlüyünü tapın.

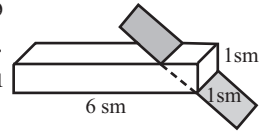


9) Şekildəki düz prizmanın tam səthinin sahəsini tapın.

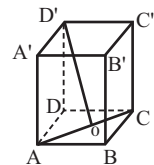
10) Oturacağının tərəfi 4 vahid, apofemi 6 vahid olan düzgün üçbucaqlı piramidanı çəkin və tam səthinin sahəsini hesablayın.

11) Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağının tərəfi 10 sm-dir. Piramidanın hündürlüyü 20 sm-dir. Təpədən 5 sm məsafədə oturacağa paralel müstəvi ilə kəsiyin sahəsini tapın.

12) Şekildə göstərilən düzbucaqlı paralelepipedin müstəvi ilə kəsiyi onun iki təpəsindən keçir və düzbucaqlı formasındadır. Müstəvi kəsiyi ilə ayrılan düz prizmanın oturacağı bərabəryanlı üçbucaqdır. Bu prizmanın tam səthinin sahəsini tapın.



12) Şekildəki düz prizmanın oturacağı kvadrattır. $AO = OC$, $AB = 4 \text{ sm}$, $AA' = 8 \text{ sm}$ olarsa, OD' -i tapın.



7. Triqonometrik tənliklər və bərabərsizliklər

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.	98-100	Sadə triqonometrik tənliklərin həlli.	3	185-192
	101-105	Triqonometrik tənliklərin həll üsulları. Triqonometrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli.	5	193-199
	106-109	Triqonometrik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	4	200-209
	110	Triqonometrik tənliklər və bərabərsizliklər. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		13	

Dərs 98-100. Dərslik səh. 186-193. Sadə triqonometrik tənliklər. 3 saat



Məzmun standartı

2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

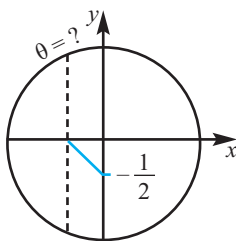
İşçi vərəqlər

- $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ şəklindəki tənliklərin həllini funksiyanın qrafiki üzərində, vahid çevrə üzərində və analitik şəkildə təqdim edir;
- sadə triqonometrik tənliklərin həllərini verilən intervalda müəyyən edir;
- sadə triqonometrik tənliklərin həllərini ümumi şəkildə ifadə edir.

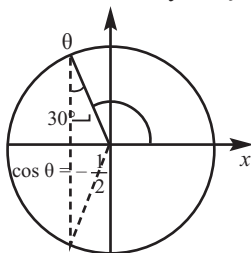
Dərsin gedişinə aid bəzi tövsiyələr

1-ci saat. Şagirdin triqonometrik tənliklərin həllini daha aydın başa düşməsi üçün sadə triqonometrik tənliklərin həllinin yalnız verilmiş intervalda axtarılması məqsədəuyğundur. Məsələn, $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ tənliyini $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ intervalında araşdırır. Həlli vahid çevrə üzərində və funksiyanın qrafiki üzərində araşdırmaq olar. Qrafik üzərində araşdırma dərslikdə verilmiş nümunədə geniş izah edilmişdir. Həllin çevrə üzərində təqdimini araşdırmaq.

Vahid çevrə üzərində kosinus x koordinatıdır. x oxu üzərində $-\frac{1}{2}$ nöqtəsi qeyd edilir və şaquli düz xətt çəkilir.

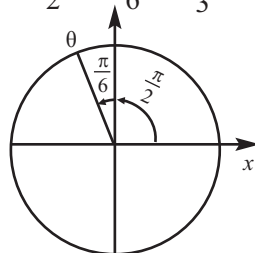


$x = -\frac{1}{2}$ düz xətti çevrəni 2 nöqtədə kəsir. Bu nöqtələrə uyğun dönmə bucaqlarından birinin son tərəfini bütöv, digərininkini qırıq xətlə çəkək. Bütöv xətlə çəkilən bucaq $\frac{\pi}{2}$ və π arasında yerləşir.



Son tərəfi bütöv xətlə çəkilən bucaq verilən şərti ödəyir. Bu şüanın başlanğıc tərəfindən $\frac{\pi}{2}$ -dən sonra daha $\frac{\pi}{6}$ qədər dönməyə uyğundur.

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$



Cavab: $\theta = \frac{2\pi}{3}$ şagirdlərə sual verilir: əgər argument $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ intervalında deyil $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ intervalında dəyişsəydi, tənliyin kökü necə dəyişəcəkdi?

Bu halda qırıq xətlə göstərilmiş bucaq cavaba uyğun olardı, yəni $\theta = \frac{4\pi}{3}$ olardı.

Triqonometrik tənliklərin həlli məşğələlərini verilmiş intervalda tənliyin kökünü müəyyən etmə bacarıqlarına yönəldilməsi məqsədəuyğundur. Bu cür yanaşma şagirdin əlaqələndirmə, araşdırma, mühakiməyürütmə bacarıqlarının formalaşdırılmasına müsbət təsir göstərir. Tənliklərin həllinin dərəcə ilə, radianla həqiqi ədəd şəklində göstərilməsinə diqqət edilir.

Nümunə. $\sqrt{3} \operatorname{tg}(3x - 30^\circ) + 2 = 1$ tənliyinin $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ intervalındakı köklərini tapın.

Həlli: $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ şərtinə görə $0^\circ \leq 3x \leq 540^\circ$ olduğu qeyd edilir.

$$\sqrt{3} \operatorname{tg}(3x - 30^\circ) + 2 = 1$$

$$\sqrt{3} \operatorname{tg}(3x - 30^\circ) = -1$$

$$\operatorname{tg}(3x - 30^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3x - 30^\circ = 150^\circ, 330^\circ, 360^\circ + 150^\circ, 360^\circ + 330^\circ$$

$$3x - 30^\circ = 150^\circ, 330^\circ, 510^\circ, 690^\circ \text{ (bu qiymət intervala daxil deyil)}$$

$$3x = 180^\circ, 360^\circ, 540^\circ$$

$$x = 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ$$

Nümunə. $2\cos^2 x - 1 = 0$ tənliyinin $0^\circ < x < 360^\circ$ intervalında həllini tapın.

$$2\cos^2 x = 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Kosinus 1-ci, 4-cü rüblərdə müsbətdir, $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

tənliyini $0^\circ < x < 360^\circ$ intervalında 45° və 315°

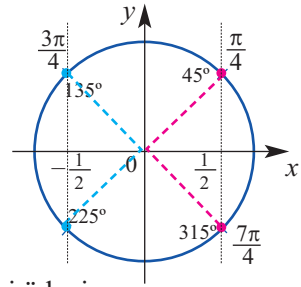
qiymətləri ödəyir.

Kosinus 2-ci, 3-cü rübdə mənfidir, $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

tənliyini $0^\circ < x < 360^\circ$ intervalında 135° və 225° qiymətləri ödəyir.

$2\cos^2 x - 1 = 0$ tənliyinin $0^\circ < x < 360^\circ$ intervalında həlləri

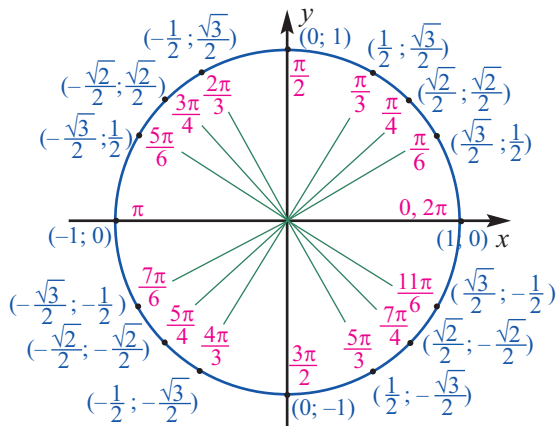
$45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ və 315° kimidir.



Qeyd edilir ki, bu tip tənliklərin ümumi həllində dərəcəni azaltma düsturlarının tətbiqi səmərəli olur. Çünki, bu halda iki triqonometrik tənliyi deyil, bir triqonometrik tənliyi həll etmək lazım gəlir.

Sadə triqonometrik tənliklərin

$[0^\circ; 360^\circ)$ aralığında köklərinin üzərində dönmə bucaqlarının və uyğun nöqtələrin koordinatlarının qeyd edildiyi vahid çevrəyə görə tapılması əlverişli olur. Bu diaqramın sinifdə lövhədən asılması, həmçinin şagirdlərin dəftərlərində çəkmələri tövsiyə edilir.



İşçi vərəq 1

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) $5 \sin \theta + 3 = 3$ tənliyinin həlli aşağıdakı bucaqlardan hansının misilləri ilə ifadə edilə bilər?

- a) 45° b) 90° c) 135° d) 180°

2) $2\cos x - 1 = 0$ tənliyinin ümumi həllini yazın.

3) $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ intervalında $2\sin \theta + 1 = 0$ tənliyinin həllər çoxluğunu yazın

4) $2\cos 2\theta - 1 = 0$ tənliyini ödəyən ən kiçik müsbət bucağı müəyyən edin.

5) $90^\circ < \theta < 270^\circ$ və $2\sin \theta + \sqrt{2} = 0$ olduğuna görə θ bucağının dərəcə ölçüsünü müəyyən edin.

6) $2\operatorname{tg} x + 1 = 3 \operatorname{tg} x + 2$ tənliyini $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ intervalında həll edin.

7) $-\sqrt{3} = 2\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ tənliyini $0^\circ \leq x \leq 270^\circ$ intervalında həll edin.

İşçi vərəq 2

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Tənlikləri $0 \leq \theta \leq 2\pi$ intervalında həll edin.

1. $\cos \theta + 1 = 0$

2. $\sin^2 \theta = 0$

3. $2\cos \theta - \sqrt{3} = 0$

4. $2\sin \theta + \sqrt{3} = 0$

5. $2 + \sec \theta = 0$

6. $\operatorname{tg} \theta (\cos \theta + 2) = 0$

7. $\cos \theta (\operatorname{tg} \theta - \sqrt{3}) = 0$

8. $2 \operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \theta = 0$

9. $\operatorname{tg}^2 \theta - 3 = 0$

10. $\sin^2 \theta = 1$

11. $2\sin \theta \sec \theta = \sec \theta$

12. $\cos 3\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Dərs 101-105. Dərslik səh. 193-199. Triqonometrik tənliklərin həll üsulları. Triqonometrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli. 5 saat



Məzmun standartı

2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



**Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər**

- müxtəlif cəbri üsullardan istifadə etməklə triqonometrik tənlikləri həll edir;
- triqonometrik tənliklərin köklərini verilmiş intervalda müəyyən edir.

Verilmiş triqonometrik tənliyin həlli müəyyən üsullarla sadə triqonometrik tənliklərin həllinə gətirilir. Əsas həll üsulları dərslikdə nümunələr üzərində göstərilmişdir.

Tənliklərin tipinə görə qruplaşdırması şagirdə özünü qiymətləndirmə vasitəsi olaraq istifadədə, müəllimə isə asan formativ qiymətləndirmə üçün əlverişlidir.

Arqumentin özünün və ikiqatının (və ya üçqatının və s.) daxil olduğu tənlikləri həll etdikdə tənliyə daxil olan funksiyaların eyni arqumentə gətirilməsi məqsəduyğundur.

Nümunə. $4\sin 2x - 2\cos x = 0$ tənliyinin $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ intervalındakı köklərini tapın
 $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ eyniliyindən istifadə etməklə tənliyə daxil olan funksiyaları eyni arqumentə gətirə bilərik.

$$4\sin 2x - 2\cos x = 0$$

$$4(2\sin x \cos x) - 2\cos x = 0$$

$$8\sin x \cos x - 2\cos x = 0 \quad \text{ortağ vurduğu mötərizə xaricinə çıxaraq}$$

$$2\cos x(4\sin x - 1) = 0 \quad \text{hasilin sıfıra bərabərliyi şərtinə görə}$$

$$2\cos x = 0 \quad \text{və ya} \quad 4\sin x - 1 = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = 90^\circ, 270^\circ$$

$$4\sin x = 1$$

$$x \approx 14,5^\circ; 165,5^\circ$$

$$\sin x = \frac{1}{4}$$

Tənliyə müxtəlif triqonometrik funksiyalar daxildirsə, triqonometrik eyniliklərin tətbiqi ilə eyni funksiya gətirilməsi əlverişli olur.

Nümunə. $2\sin^2 x - 3\cos x = 0$

$$2(1 - \cos^2 x) - 3\cos x = 0$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$2a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$a = -2$$

$$\cos x = -2$$

$$\emptyset$$

verilən tənlik

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ eyniliyinə görə

sadələşdirmə

$\cos x = a$ əvəzləməsi

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

əvəzləmə nəzərə alınır

D6. b) $6 \sin^2 x + 5 = 8$ tənliyinin $0 \leq x \leq 2\pi$ aralığında yerləşən köklərini tapaq.

$$6 \sin^2 x = 3 \quad \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

Dərəcəni azaltma düsturuna görə $\frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{2}$

Buradan $\cos 2x = 0$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in Z$$

Şərtə görə $0 \leq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \leq 2\pi$ bu bərabərsizliyi hədbəhəd $\frac{4}{\pi}$ -yə vuraq

$$0 \leq 1 + 2k \leq 8$$

$$-1 \leq 2k \leq 7$$

$$-0,5 \leq k \leq 3,5, \quad k \in Z$$

Deməli, $k = 0, 1, 2, 3$ ola bilər. k -nın bu qiymətlərinə uyğun x -lər tapılır.

$$x = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$$

! Şagirdlərin nəzərinə çatdırılır ki, tənliyin sağ və sol tərəflərində ortaq vuruq varsa, hər iki tərəfi bu vuruğa bölməklə tənliyin kökü itirilə bilər. Ona görə də bu tip tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll etmək lazımdır.

D7. (səh. 196) i) $\sin x + 1,5 \sin 2x = \sin^3 x$

$$\sin x + 3 \sin x \cdot \cos x = \sin^3 x \quad \text{hədləri sol tərəfə keçirək}$$

$$\sin x + 3 \sin x \cdot \cos x - \sin^3 x = 0 \quad \text{ortaq vuruq mötərizə}$$

$$\sin x \cdot (1 + 3 \cdot \cos x - \sin^2 x) = 0 \quad \text{xaricinə çıxarılır}$$

$$\sin x \cdot (\cos^2 x + 3 \cdot \cos x) = 0 \quad \text{sadələşdirmə}$$

$$\sin x \cdot \cos x \cdot (\cos x + 3) = 0 \quad \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\frac{1}{2} \sin 2x \cdot (\cos x + 3) = 0 \quad \text{eyniliyinə görə}$$

$$\cos x + 3 = 0 \quad \sin 2x = 0 \quad \text{hasilin "0"-a bərabərliyi şərti}$$

$$\text{kökü yoxdur} \quad 2x = \pi k$$

$$x = \frac{\pi k}{2}, \quad k \in Z$$

D7. d) $\sin 3x = 3 \sin x$ tənliyini həll edək.

$$\sin 3x - \sin x = 3 \sin x - \sin x \quad \text{hər iki tərəfdən } \sin x \text{ çıxılır}$$

$$2 \sin x \cdot \cos 2x = 2 \sin x \quad \text{fərqi hasilə gətirilməsi düsturu}$$

$$2 \sin x \cdot \cos 2x - 2 \sin x = 0 \quad \text{hədlər sol tərəfə keçirilir}$$

$$2 \sin x \cdot (\cos 2x - 1) = 0 \quad \text{ortaq vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır}$$

$$2 \sin x \cdot (\cos^2 x - \sin^2 x - 1) = 0 \quad \text{ikiqat bucaq düsturuna görə}$$

$$2 \sin x \cdot (-2 \sin^2 x) = 0 \quad \text{əsas eyniliyə görə}$$

$$-4 \sin^3 x = 0 \quad \text{sadələşdirmə}$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, \quad k \in Z$$

İşçi vərəq 3

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə nümunəyə uyğun həll edin.

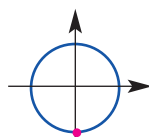
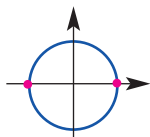
1) $\sin x = -\sin^2 x$

Həlli:

$$\sin^2 x + \sin x = 0 \quad \sin x (\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ və ya } \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = 0; x = n\pi, n \in \mathbb{Z} \quad \sin x + 1 = 0; \sin x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



1) $\sin x = -\sin^2 x$

2) $2 \cos^2 x - 5 \cos x = 0$

3) $3(1 - \sin x) = 1 + \cos 2x$

4) $2 \sin^2 x = \sqrt{3} \sin x$

5) $\operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg} x$

6) $\cos x \sin x = \cos x$

7) $\operatorname{tg} x (1 - \sin x) = 0$

8) $2 \cos x - \sin x + 2 \cos x \sin x = 1$

9) $\sin^2 x = 1 - \cos x$

10) $\sin 2x = 2 \cos x$

İşçi vərəq 4

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Tənliklərin $[0; 2\pi]$ aralığındakı köklərini tapın.

a) $2 \sin x = -1$ b) $2 \sin x = \sqrt{3}$ c) $2 \cos x = 1$ d) $2 \cos x = -\sqrt{2}$

2) Tənliklərin ümumi həllərini yazın

a) $2 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = 1$ b) $2 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) = \sqrt{2}$ c) $2 \cos(2t) = -\sqrt{3}$ d) $2 \cos(3t) = -1$
e) $3 \cos\left(\frac{\pi}{5}x\right) = 2$ f) $8 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) = 6$ g) $7 \sin(3t) = -2$ h) $4 \sin(4t) = 1$

3) Tənliklərin $[0; 2\pi]$ aralığındakı köklərini tapın.

1) $4 \sin^2 x + 4 \sin x + 1 = 0$ 2) $\sec 2x = 2$
3) $\operatorname{tg} x \cdot \sin x - \sin x = 0$ 4) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$
5) $3 \operatorname{cosec}^2 x = 4$ 6) $8 \sin^2 x + 6 \sin x + 1 = 0$
7) $8 \cos^2 x = 3 - 2 \cos x$ 8) $9 \sin x - 2 = 4 \sin^2 x$
9) $6 \cos^2 x + 7 \sin x - 8 = 0$ 10) $\sin^2 x = \cos x - 2$
11) $\cos^3 x = -\cos x$ 12) $\sec x \cdot \sin x - 2 \sin x = 0$
13) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ 14) $2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$
15) $2 \cos^2 x + \cos x = 1$ 16) $\operatorname{tg}^3 x = 3 \operatorname{tg} x$
17) $\operatorname{tg}^5 x = \operatorname{tg} x$

4) $\sin 11x - \sin 5x = 2$ tənliyinin həlli varmı? Varsa, həll edib göstərin.

İşçi vərəq 5

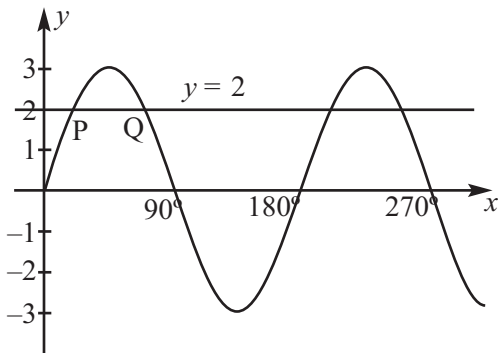
Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Şəkildə $y = a \sin bx$ funksiyanın qrafiki verilmişdi. a) Qarfiqdən a və b -nin qiymətlərini tapın.

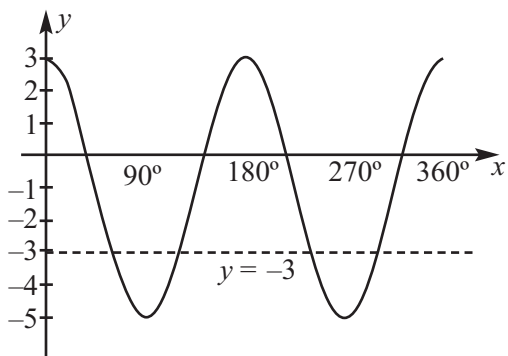
b) $y = 2$ düz xətti ilə kəsişdiyi P və Q nöqtələrinin koordinatlarını tapın.



Şəkildə $y = a \cos bx + d$ funksiyanın qrafiki verilmişdir.

a) a, b və d -nin qiymətlərini tapın.

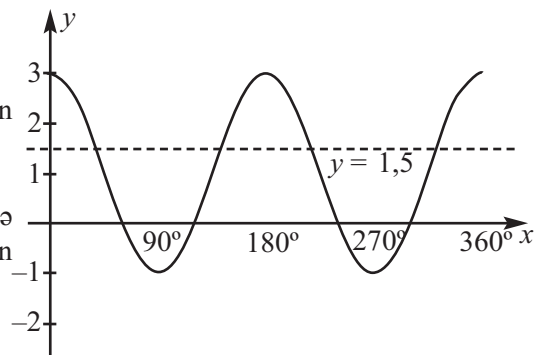
b) $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ intervalında $y = -3$ düz xətti ilə bu qrafikin kəsişdiyi nöqtələrin koordinatlarını tapın.



Şəkildə $y = a \cos bx + d$ funksiyanın qrafiki verilmişdir

a, b və d -nin qiymətlərini tapın.

(b) $0 \leq x \leq 360^\circ$, intervalında bu qrafiklə $y = 1,5$ düz xəttinin kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını tapın.



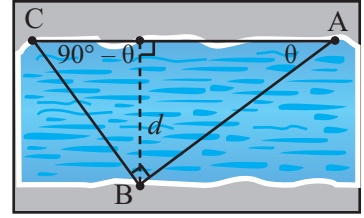
İşçi vərəq 6

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Nailə hovuzda A nöqtəsindən qarşıdakı B nöqtəsinə 90 m məsafəni üzərək gəldi. Bu nöqtədən düz bucaq altında dönərək 60 m üzməklə C nöqtəsinə çatdı. $\angle CAB = \theta$ olduğunu nəzərə alsaq, $\angle ACB = 90^\circ - \theta$ olar.



a) d məsafəsi B nöqtəsindən AC tərəfinə çəkilmiş perpendikulyardır və hovuzun enini göstərir.

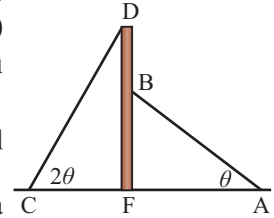
d məsafəsini $\sin\theta$ ilə ifadə edin.

b) d məsafəsini $\sin(90 - \theta)$ ilə ifadə edin.

c) a və b bəndlərində yazdığınız ifadələrlə tənlik qurun.

d) θ bucağını tapın.

2) Dirək eyni uzunluqlu iki məftilin köməyiylə yerə bərkidilmişdir. AB məftili yerlə θ bucağını, CD məftili isə 2θ bucağı yaradır. $FD = 1,5 FB$ olduğunu nəzərə alaraq θ bucağını tapın.



a) $AB = CD = x$, $FB = y$, $FD = 1,5y$ işarələmələrini nəzərə alaraq $\sin\theta$ və $\sin 2\theta$ hədlərini x və y dəyişənləri ilə ifadə edin.

b) $\sin\theta$ və $\sin 2\theta$ arasındakı əlaqəni tənliklə ifadə edin və θ -ya görə həll edin.

Dərs 106-109. Dərslik səh. 200-209. Triqonometrik bərabərsizliklər.
Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat



Məzmun standartı

2.3.1. Triqonometrik tənlik və bərabərsizlikləri həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- triqonometrik bərabərsizliklərin həllini funksiyanın qrafiki üzərində təsvir edir;
- triqonometrik bərabərsizliklərin həllini vahid çevrə üzərində təsvir edir;
- triqonometrik bərabərsizliklərin həllini analitik formada yazır.

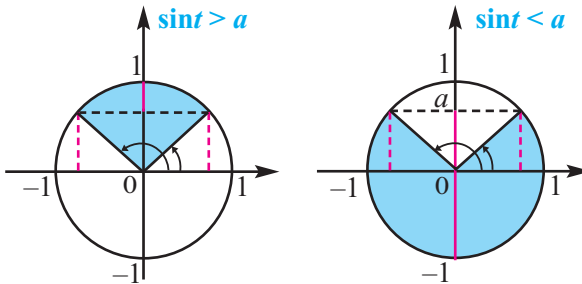
Sadə triqonometrik bərabərsizliklərin həllini triqonometrik funksiyanın qrafikinə və düz xəttin kəsişməsi kimi təsviri bacarıqlarına diqqət edilir. Şagird funksiyanın qrafikini sxematik olaraq qurmağı bacarmalıdır. Qrafikalkulyatordan istifadə bacarıqlarının formalaşdırılması üçün bu tapşırıqlar çox əlverişlidir. Sınıfdə internet bağlantısı mümkün olmadıqda şagirdlərə ev tapşırığı olaraq tənlik və bərabərsizliklərin qrafikalkulyatorla həllinin tapşırılması məqsədə uyğundur.

$$\sin x > a, \sin x \geq a, \sin x < a, \sin x \leq a \quad \cos x > a, \cos x \geq a, \cos x < a, \cos x \leq a,$$

$$\operatorname{tg} x > a, \operatorname{tg} x \geq a, \operatorname{tg} x < a, \operatorname{tg} x \leq a, \quad \operatorname{ctg} x > a, \operatorname{ctg} x \geq a, \operatorname{ctg} x < a, \operatorname{ctg} x \leq a,$$

(burada x dəyişən, a istənilən həqiqi ədəddir) şəklindəki sadə triqonometrik tənliklərin həlli nümunələrlə dərslikdə araşdırılmışdır.

$\sin t > a$, $\sin t < a$ bərabərsizliklərinin vahid çevrə üzərində təsviri.



$\sin t > a$ bərabərsizliyinin həllini aşağıdakı kimi təqdim etmək olar.

$a > 1$ olduqda $\sin t > a$ bərabərsizliyinin həlli yoxdur: $t \in \emptyset$

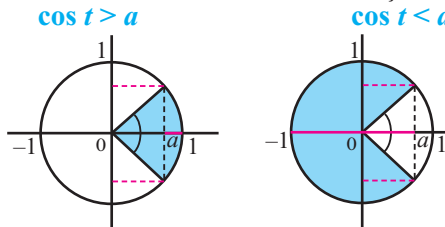
$a < -1$ olduqda $\sin t > a$ bərabərsizliyinin həlli istənilən həqiqi ədəd ola bilər: $t \in \mathbb{R}$

$-1 \leq a < 1$ olduqda $\sin t > a$ bərabərsizliyinin həlli

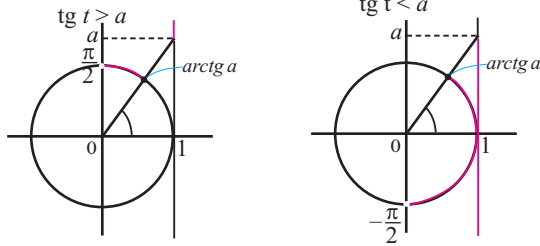
$$\arcsin a + 2\pi n < t < \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ kimi olacaq.}$$

Analoji qayda ilə $\sin t < a$ bərabərsizliyinin də həllini ümumi qaydada araşdırmaq olar.

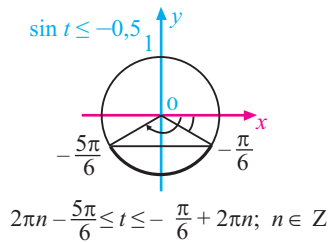
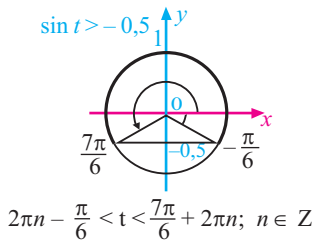
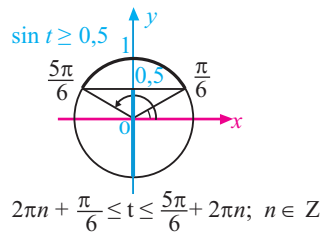
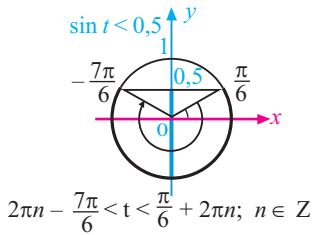
$\cos t > a$, $\cos t < a$ bərabərsizliklərinin vahid çevrə üzərində təsviri.



$\operatorname{tg} t > a$, $\operatorname{tg} t < a$ bərabərsizliklərinin vahid çevrə üzərində təsviri.



$\sin t > a$, $\sin t \geq a$, $\sin t < a$, $\sin t \leq a$ bərabərsizliklərinin vahid çevrə üzərində təsvirinə nümunə olaraq $|a| = 0,5$ halını göstərmək olar.



$\sin 3x$, $\cos 2x$ və s. kimi çoxqat arqumentin daxil olduğu triqonometrik bərabərsizliklərin həlli şagirdlərlə birlikdə araşdırılır.

Məsələn, $\cos 3x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ bərabərsizliyinin qrafik və cəbri həlli aşağıdakı kimi nəzərdən keçirilir. Əvvəlcə $3x = t$ qəbul etməklə $\cos t > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ bərabərsizliyinin həlli

$$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < t < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \text{ kimi yazılır, } t = 3x \text{ nəzərə alaraq}$$

$$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < 3x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \text{ bərabərsizliyi həll edilir.}$$

$$-\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} < x < \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} (n \in \mathbb{Z}) \text{ bərabərsizliyin ümumi həllini göstərir.}$$

İşçi vərəq 7

Adı _____

Soyadı _____ _Tarix _____

1) Bərabərsizliklərin həllini vahid çevrə üzərində təsvir edin.

a) $\sin t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sin t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\cos t \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\cos t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) Bərabərsizlikləri $(0; 2\pi)$ intervalında həll edin.

a) $\cos 3x > \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \geq \frac{1}{2}$

c) $\cos \frac{x}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\operatorname{tg} 2x \geq \sqrt{3}$

e) $\operatorname{tg} x > 1$

f) $\operatorname{ctg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) > -1$

g) $\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 0$

h) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) < \frac{1}{2}$

Triqonometrik tənliklər
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Sadə triqonometrik tənliklərin həllini funksiyanın qrafikindən istifadə etməklə təqdim edir.	
2	Sadə triqonometrik tənliklərin həllini vahid çevrə üzərində təqdim edir	
3	Sadə triqonometrik tənliklərin həllini cəbri qayda ilə ümumi şəkildə təqdim edir	
4	Sadə triqonometrik tənliklərin verilən intervalda həllini qrafik ilə, vahid çevrə ilə, cəbri yazılışla təqdim edir	
5	Triqonometrik tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir	
6	Triqonometrik tənliklərin tətbiqi ilə məsələləri həll edir	
7	Sadə triqonometrik bərabərsizlikləri həll edir	

Dərs 110. Triqonometrik tənliklər və bərabərsizliklər.**Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları**

1) $3\cos^2 x + \cos x = 2$ tənliyinin $[0; 2\pi)$ aralığında neçə kökü var?

- a) dörd b) yoxdur c) üç d) iki

2) Tənlikləri verilən intervallarda həll edin.

- a) $\sqrt{3} + 3\operatorname{tg} 2x = 0$; $[0; 2\pi)$ b) $\cos \pi x = 0,5$; $[0; 2)$ c) $\sin \frac{x}{2} = 1$; $[0; 8\pi)$

3) x -in hansı qiyməti $\sin 2x + \sin x = 0$ tənliyini ödəmir?

- a) $\frac{2\pi}{3}$ b) 2π c) $\frac{3\pi}{2}$ d) π

4) $0 \leq x \leq 2\pi$ intervalında $\sin^2 x = \sin x$ tənliyinin kökləri aşağıdakılardan hansıdır ?

- a) $0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi$ b) $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$
d) $\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}$ c) $0; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$

5) $\sin^2 \theta + 4\sin \theta = 0$ tənliyinin kökü hansıdır?

- a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) $\frac{3\pi}{2}$ d) π

6) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ intervalında θ -nin neçə qiyməti $3\sin^2 \theta + \sin \theta - 2 = 0$ tənliyini ödəyir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

7) $\cos t > \frac{\sqrt{2}}{2}$ bərabərsizliyinin $[0; 2\pi]$ parçasında yerləşən həllərini tapın.

8) $0^\circ \leq x < 360^\circ$ intervalında $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ tənliyinin həllini x -nin hansı qiymətləri ödəyir?

- a) $\{30^\circ; 270^\circ\}$ b) $\{30^\circ; 150^\circ; 270^\circ\}$
c) $\{90^\circ; 210^\circ; 330^\circ\}$ d) $\{90^\circ; 210^\circ; 270^\circ; 330^\circ\}$

9) $y = 2 \cos 2x$ funksiyasının qrafiki ilə $y = \sqrt{3}$ düz xəttinin kəsişmə nöqtələrinin absislərini tapın.

10) $1 + \cos 3x = 0$ tənliyinin $[0; \frac{\pi}{2}]$ aralığında yerləşən kökünü tapın.

11) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ intervalında θ -nin neçə qiyməti $\operatorname{tg}^2 \theta - 3 \operatorname{tg} \theta + 2 = 0$ tənliyini ödəyir?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

12) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ intervalında θ -nin neçə qiyməti $\sin^2 \theta = \frac{1}{4}$ tənliyini ödəyir?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

13) $\cos^2 2x - \sin^2 2x = 1$ tənliyinin $(-\pi; \pi]$ aralığında yerləşən köklərini tapın.

14) θ bucağı birinci rübdə yerləşir. $\operatorname{tg}^2 \theta - 4 = 0$ olarsa, θ -nin qiyməti təxminən neçə dərəcədir?

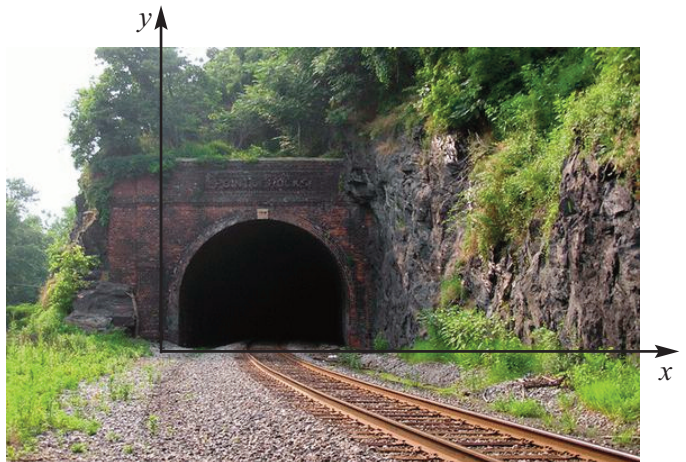
a) 10°

b) 20°

c) 63°

d) 75°

15) Dəmiryol tunelinin girişinin təqribi hissəsini şəkiləki kimi verilmiş koordinat müstəvisində $y = 4 \sin \frac{\pi x}{6} + 2$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar, x burada radianla göstərilmişdir. Girişin hündürlüyünün ən böyük qiymətini və eninin mümkün qiymətini tapın.



8.Fəza fiqurlarının həcmi

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
3.2.1. Simmetriyanın növlərini tanıyır. 3.2.2. Çoxüzlülərin simmetriya mərkəzini, simmetriya oxunu və simmetriya müstəvisini tanıyır, verilmiş fiqurla simmetrik olan fiquru qurur. 3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və <u>həcmnin</u> tapılmasına aid məsələləri həll edir. 3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanın yan səthlərinin, tam səthlərinin və <u>həcmələrinin</u> tapılmasına aid məsələləri həll edir. 3.2.6. Oxşar çoxüzlülərin səthlərinin sahələrinin və həcmələrinin hesablanmasına aid məsələləri həll edir. 4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir. 4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir	111-114	Prizmanın həcmi	4	211-217
	115-118	Piramidanın həcmi	4	218-221
	119-122	Fəza fiqurlarının oxşarlığı. Oxşar fəza fiqurlarının səthləri və həcmələri. Kəsik piramidanın həcmi. Müstəvi kəsiklərinə aid məsələlər.	4	222-228
	123-125	Fəzada simmetriya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.	3	229-232
	126	Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	16	

Dərs 111-114. Dərslik səh. 211-217 Prizmanın həcmi. 4 saat.



Məzmun standartı. 3.2.3. Prizmanın yan səthinin, tam səthinin və həcminin tapılmasına aid məsələləri həll edir.

4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.

4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir



Riyazi lüğət prizmanın həcmi



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

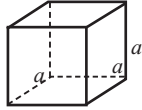
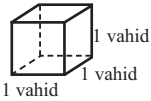


Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

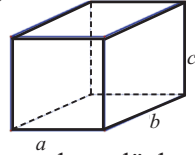
- prizmanın həcmi vahid kubların sayı ilə izah edir;
- prizmanın həcmi düsturunu məsələ həllinə tətbiq edir;
- eynihəcmli fiqurlar üçün Kavalieri prinsipini tətbiq edir.

Həcm dedikdə biz nəyi başa düşürük?

Ətrafımızda gördüyümüz hər bir əşya, obyekt fəzanın müəyyən hissəsini tutur və onlar müəyyən həcmə malikdirlər. Bu həcmi qiymətləndirmək üçün kub vahidlərdən istifadə edilir. Tili 1 sm, 1mm, 1m və s. olan kubun həcmi vahid kimi qəbul edilir. Prizmanın həcmi müəyyən etmək üçün onun vahid ölçülü neçə kub tutduğunu müəyyən etməliyik. Bunun üçün kublar cərgə-cərgə (qat-qat) yığılır. Kubların ümumi sayı cismin həcmi olacaq.

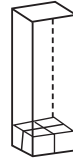
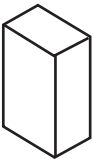


Tərəfi a olan kubun
həcmi $V = a^3$



Ölçüləri a, b, c olan düzbucaqlı
paralelepipedin həcmi $V = abc$ və
ya $V = (ab)c$ kimidir

Digər prizmaların da həcmi bu qayda ilə kub “qatlarının” sayını tapmaqla hesabla-
maq olar. Kubların sayını oturacağı sahəsinə hündürlüyünə vurmaqla tapa bilərik. Bu
istənilən prizma üçün doğrudur. $V = S_{\text{ot}} \cdot h$



Əşyaların, obyektlərin formasından asılı olaraq onların həcmələrini hesablamaq
üçün düsturlar müəyyən edilmişdir.

Prizmaların həcmi aşağıdakı ardıcılıqla araşdırılır

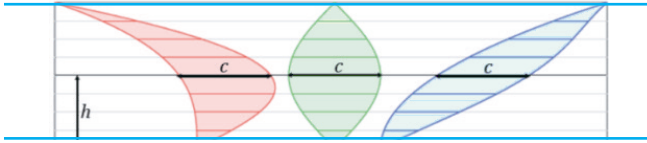
1. Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi
2. Oturacağı düzbucaqlı üçbucaq olan düz prizmanın həcmi
3. Oturacağı istənilən üçbucaq olan düz prizmanın həcmi
4. Oturacağı istənilən çoxbucaqlı olan düz prizmanın həcmi
5. Mail prizmanın həcmi.

İzahlar şagirdlərlə sual-cavab əsasında aparılır. Prizmanın həcmnin hesablanması geniş izahlarla ev tapşırığı olaraq yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir.

Eyni həcmli fiqurlara aid Kavalieri prinsipi izah edilir.

Kavalieri prinsipi həm müstəvi fiqurları üçün (sahə üçün), həm də fəza fiqurları üçün - həcm üçün istifadə edilir.

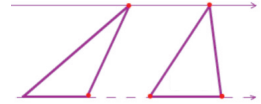
Müstəvidə Kavalieri prinsipi: Əgər iki müstəvi fiqur iki paralel düz xətt arasında yerləşirsə və bu xətlərə paralel olan digər xətlərin fiqura aid parçaları bərabər uzunluqdadırsa, bu fiqurların sahələri bərabərdir. Məsələn, şəkildəki yarpaqların sahələri bərabərdir, çünki iki paralel xətt arasındakı məsafə bütün fiqurlar üçün bərabərdir və paralel xətlərin fiqura aid olan parçaları bir-birinə bərabərdir.



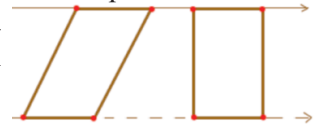
Kavalieri prinsipini müstəvi fiqurların sahələri üzərində izah edək.

Üçbucaqların sahələri üçün Kavalieri prinsipi:

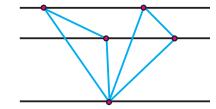
Üçbucaqlar iki paralel xətt arasında yerləşirsə və oturacaqları bərabərdirsə, bu üçbucaqların sahələri bərabərdir.



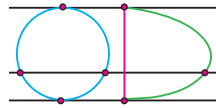
Paraleloqramlar üçün Kavalieri prinsipi. Paraleloqramlar iki paralel düz xətt arasında yerləşirsə və oturacaqları bərabərdirsə, bu paraleloqramların sahələri bərabərdir. Şəkildəki düzbucaqlı və paraleloqramın sahələri bərabərdir.



Fiqurların oturacaqları şəkildə göstəriləndiyi kimi bərabər olmaya bilər. Lakin iki paralel xəttə paralel olan hər bir xəttin fiqurlara aid uyğun parçaları bərabər olmalıdır. Bu halda Kavalieri prinsipi doğrudur. Kavalieri prinsipinə görə bu fiqurların sahələri paralel xətlərin bərabər parçalarından ibarətdir.



Başqa müstəvi fiqurlara baxaq. Şəkildəki iki fiqurun da sahələri bərabərdir.

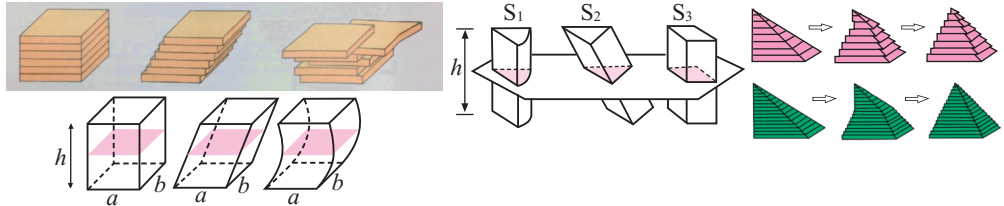


Kavalieri prinsipi müəyyən həndəsi formaya malik olmayan fiqurların sahəsini, həcmi dəqiq hesablamağa imkan verdiyindən geniş tətbiq edilir. Kavalieri prinsipi digər elm sahələrində də tətbiq edilir. Tibbdə bu prinsipdən insan bədəninin stereoloqikal analizini aparmaq üçün istifadə edilir. Məsələn, ağ ciyərin ölçülərini müəyyən etmək üçün Kavalieri prinsipindən istifadə edilir.

Fəza fiqurları üçün Kavalieri prinsipi: Fəza fiqurları iki paralel müstəvi arasında yerləşirsə (hündürlükləri bərabərdirsə) və bu fiqurların hər bir paralel kəsiyinin (istənilən səviyyədəki) sahəsi bərabərdirsə, bu fiqurların həcmli bərabərdir.



Kavaleri prinsipi müxtəlif fəza fiqurlarının həcmi hesablamq üçün istifadə edilir. Təsəvvür edin ki, eyni sayda eyni kitablar üst-üstə müəyyən qayda ilə və ya bir qədər səliqəsiz yığılmışdır. Hər iki halda kitabların fəzada tutduğu həcm eynidir.



Aşağıdakı kimi araşdırma aparmaq olar. Şirkətlər ərzaq qutularını dizayn edərkən çalışırlar ki, qutuya daha az material işlənmiş olsun. Məsələn, şirkət uşaq yeməkləri üçün tutumu 18 sm^3 olan qutulardan istifadə etməyi planlaşdırır. Hansı ölçülərdə qutunu seçmək əlverişlidir?

18 sm^3 üçün ölçülər: $1 \times 1 \times 18 = 18$, $1 \times 2 \times 9 = 18$, $1 \times 3 \times 6 = 18$, $2 \times 3 \times 3 = 18$ və s. kimi ola bilər.

İndi isə lazım olan materialı tam səthin sahəsini hesablamlaq tapaq.

1-ci seçim: $S = 2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 18 + 2 \cdot 1 \cdot 18 = 74 \text{ sm}^2$

2-ci seçim: $S = 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 9 + 2 \cdot 2 \cdot 9 = 58 \text{ sm}^2$

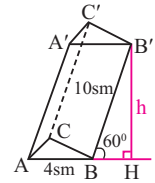
3-cü seçim: $S = 2 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \cdot 6 + 2 \cdot 3 \cdot 6 = 54 \text{ sm}^2$

4-cü seçim: $S = 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 3 = 42 \text{ sm}^2$

Göründüyü kimi, ən optimal ölçü $2 \times 3 \times 3$ ölçüləridir.

Şagirdlər bu araşdırmadan nəticə olaraq çıxarırlar ki, səhrlərinin sahələri müxtəlif olan fiqurların həcmi eyni ola bilər.

D.17. Mail prizmanın yan tili oturacaq müstəvisi ilə 60° bucaq əmələ gətirir. Prizmanın oturacağı tərəfi 4 sm olan bərabərtərəfli üçbucaq, yan tili isə 10 sm olarsa, onun həcmi tapın.

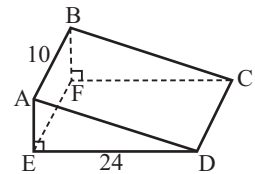


Həlli: Prizmanın həcm düsturu $V = S_0 h$. Prizmanın oturacağı

bərabərtərəfli üçbucaqdır. $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ düsturuna görə oturacağın sahəsi $S_0 = 4\sqrt{3}$ tapılır.

$h = l \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$ Prizmanın həcmi $V = 4\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = 60 \text{ sm}^3$.

D.19. Şəkiləki ABCD düzbucaqlısı formasında olan meyilli sahənin torpağı çıxarılaraq CDEF düzbucaqlısı şəklində düz sahəyə çevrilmişdir. $AB = 10 \text{ m}$, $ED = 24 \text{ m}$ -dir. Sahə 10 m^2 azalmışsa, bu ərazidən neçə kub metr torpaq çıxarılmışdır?



Həlli: AE tilinin uzunluğunu x qəbul edək, düz üçbucaqlı prizmanın həcmi yazaq:

$V = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot x \cdot 10 = 120x$ Məsələnin şərtinə görə, $S_{ABCD} = S_{CDEF} + 10$

ΔAED -dən $AD = \sqrt{x^2 + 24^2}$ $S_{ABCD} = 10 \cdot \sqrt{x^2 + 576}$, $S_{CDEF} = 10 \cdot 24 = 240$

Buradan $10 \cdot \sqrt{x^2 + 576} = 250$; $\sqrt{x^2 + 576} = 25$ tənliyin hər iki tərəfini kvadrata yüksəldək: $x^2 + 576 = 625$; $x^2 = 49$; $x = 7$

Ərazidən bu prizmanın həcmi qədər torpaq çıxarılmışdır:

$V = 120 \cdot 7 = 840 \text{ m}^3$

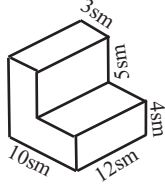
İşçi vərəq 1

Adı _____

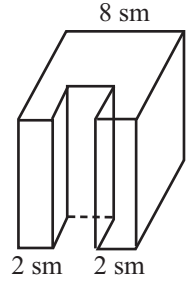
Soyadı _____

Tarix _____

1) Düzbucaqlı paralelepipeddən kəsilib çıxarılmaqla alınmış fiqurun həcmi tapın.



2) Düzgün dördbucaqlı prizmanın otucağının tərəfi 8 sm-dir. Bu prizmadan şəkildə göstərildiyi kimi oturacağı kvadrat olan paralelepiped kəsilib çıxarıldıqdan sonra qalan hissənin tam səthinin sahəsi 248 sm^2 olarsa, həcmi tapın.



3) Ölçüləri $18\text{sm} \times 12\text{sm} \times 10\text{sm}$ olan kərpiclərlə ölçüləri $12\text{m} \times 0,6\text{m} \times 4,5\text{m}$ olan divarın $\frac{1}{10}$ hissəsini tikmək üçün neçə belə kərpic lazımdır?

4) Dərinliyi 3 m, eni 40 m olan çayda su saatda 2 km sürətlə axır. Bu çaydan dənizə dəqiqədə nə qədər su tökülür?

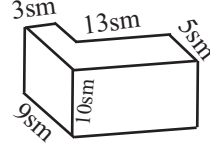
İşçi vərəq 2

Adı _____

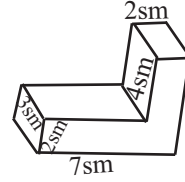
Soyadı _____

Tarix _____

1) Düzbucaqlı paralelepipeddən kəsilib çıxarılmaqla alınmış fiqurun tam səthini və həcmi hesablayın.



2) Fiqurun tam səthini və həcmi hesablayın.



3) Tərəfi 12 sm olan kub həcmi eyni olan 8 kuba bölünmüşdür. Yeni kubların tilini tapın.

4) Şirkət ölçüləri 15 sm $\times$ 6 sm $\times$ 22 sm olan yarma qutularının ölçüsünü 20 sm $\times$ 20 sm $\times$ 5 sm kimi dəyişdiyini planlaşdırır.

Hansı qutu daha çox yarma tutur?

Hansı qutuya daha çox karton işlədilər?

Dərs 115-118. Dərslik səh. 218-221 Piramidanın həcmi. 4 saat.



Məzmun standartı. 3.2.4. Piramidanın, kəsik piramidanın yan səthlərinin, tam səthlərinin və həcmələrinin tapılmasına aid məsələləri həll edir.

4.1.1. Fəza fiqurlarının xassələrini ölçməyə tətbiq edir.

4.1.2. Ölçmə və hesablama vasitələri ilə sahələri hesablayır və alınmış nəticələri müqaisə edərək xətanı müəyyən edir



Riyazi lüğət piramidanın həcmi



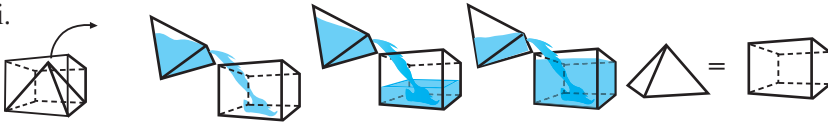
Formalaşdırılan şagird bacarıqları



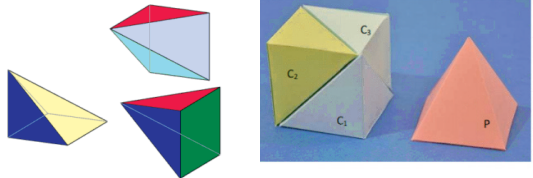
Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- *piramidanın həcmi düsturunu məsələ həllinə tətbiq edir.*
- *piramidanın həcmi hesablayarkən onun xassələrini tətbiq edir*

Kubun həcmi 3 konqruent piramidanın həcminə bərabər olduğunu göstərən aşağıdakı məzmununda slayd və ya plakatın hazırlanması tövsiyə edilir. Plakatlar, slaydlar şagirdlər tərəfindən informatika dərslərində də hazırlana bilər. Bu dərslərarası integrasiyanı artırmağa, kollektiv iş bacarıqlarının formalaşdırılmasına müsbət təsir göstərirdi.

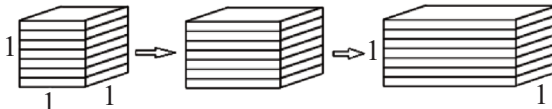


Məşğələ. Piramidanın həcmi müəyyən etmək üçün qədim çin məsələsi mövcuddur. Yanqma qədim çin dilində oturacağı kvadrat olan piramidadır. Bu piramidaların bir yan tili oturacaq müstəvisinə perpendikulyar olur. Oturacağının tərəfi a , hündürlüyü də a olan 3 Yanqmanın birləşməsi ilə kub yaratmaq olur.

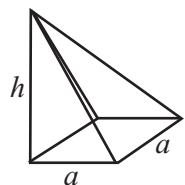


Kubun həcmi $a \times a \times a = a^3$ olduğundan piramidanın həcmi $\frac{a^3}{3}$ olacaq.

Daha sonra isə düzbucaqlı prizmadan istifadə etməklə piramida üçün ümumiləşmiş düstur alınır. Təsəvvür edin ki, ölçüləri $1 \times 1 \times 1$ olan kub üfüqi ölçüsü boyu genişləndirilir. Bu halda onun qatlarının sayı dəyişməz, hər qatın uzunluğu a dəfə artar həcmi isə $a \times 1 \times 1$ kimi olar.



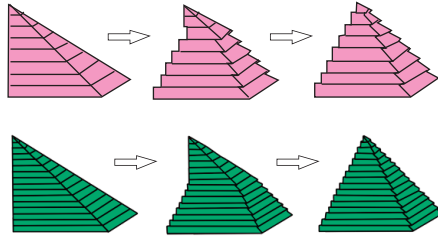
Əgər kubu perpendikulyar istiqamətdə böyütsək, həcmi $a \times b \times 1$ kimi, yəni kubun əvvəlki həcmindən b dəfə çox, 3-cü ölçüsünü perpendikulyar istiqamətində genişləndirsək, onun həcmi c əmsalına görə artacaq və $a \times b \times c$ olacaq ki, bu da paralelepipedin həcmi ifadəsidir. Deməli, 3 ölçülü fiqurun həcmi üç müxtəlif istiqamətdə olmaqla genişləndirmək olar. Bu zaman genişləndirmə əmsalını



istənilən bir istiqamət üzrə k qəbul etsək, hər genişlənmədə həcm əvvəlkindən k dəfə böyük olacaq. Bu prinsipi nəzərə alaraq yenidən Yanqmaya qayıdaq. İndi təsəvvür edin ki, piramidanın hündürlüyü a -ya bərabər deyil, h -a bərabərdir. Bu o deməkdir ki, şaquli istiqamətdə genişlənmə əmsalı $\frac{h}{a}$ kimidir. Yəni $V = \frac{a^3}{3}$ düsturunu

$$V = \frac{h}{a} \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{ha^2}{3} \text{ kimi yazmaq olar.}$$

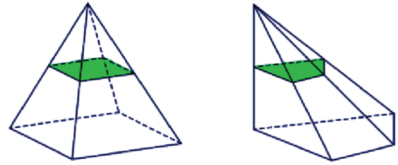
Yanqmadan oturacağı kvadrat olan istənilən piramidanın həcminə bizim Kavalieri prinsipi adlandırdığımız prinsipə keçilir.



Yanqma piramidasının dilimlərini istədiyimiz kimi sürüşdürməklə oturacağı kvadrat olan istənilən piramidanın həcmnin $V = \frac{ha^2}{3}$ düsturu ilə hesablaməğın mümkün olduğunu göstərmək olar. Piramidanın həcmnin düsturunun bu cür çıxarılışına <http://nrich.maths.org/1408&part=> saytında animasiya ilə baxmaq olar.

Piramidanın həcmni hesablamaq üçün başqa bir yanaşma isə dərslikdə verilmişdir.

Kavalieri prinsipi piramidalar üzərində də izah edilir. Şəkindəki hər iki piramida eyni hündürlükdədir (paralel müstəvilər arasında yerləşirlər).



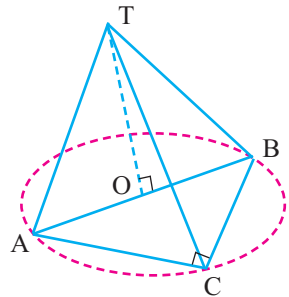
D 5. Yan tillərinin hər biri 13 sm olan piramidanın oturacağı, tərəfləri 6 sm, 8 sm və 10 sm olan üçbucaqdır. Piramidanın həcmni tapın.

Həlli: Oturacağın tərəflərinin uzunluqları Pifaqor ədədləridir, yəni piramidanın oturacağı düzbucaqlı üçbucaqdır. Yan tillər eyni uzunluqda olduqlarından piramidanın hündürlüyünün oturacağı bu üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzində yerləşməlidir. Düzbucaqlı üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi hipotenuzun orta nöqtəsi olduğundan $AO = OB = 5$.

$\triangle AOT$ -dən

$$TO = \sqrt{AT^2 - AO^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot 12 = 96 \text{ (sm}^3\text{)}$$



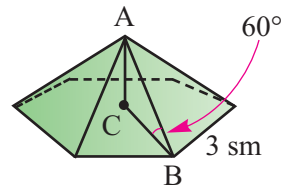
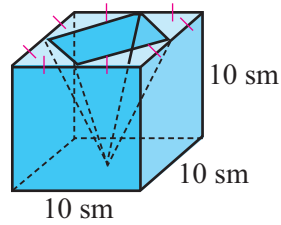
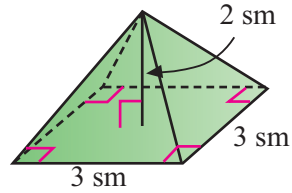
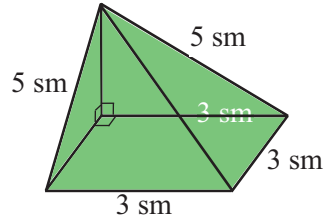
İşçi vərəq 3

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Piramidaların həcmələrini tapın.



Dərs 119-122. Dərslik səh.223-228. Fəza fiqurlarının oxşarlığı. Oxşar fəza fiqurlarının səthləri və həcmli. Kəsik piramidanın həcmi. Müstəvi kəsiklərinə aid məsələlər. 4 saat



Məzmun standartı

3.2.6. Oxşar çoxüzlülərin səthlərinin sahələrinin və həcmliərinin



hesablanmasına aid məsələləri həll edir.

Riyazi lüğət piramidanın həcmi



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- Oxşar fəza fiqurlarının həcmliərinin, səthlərinin sahələrinin, xətti ölçülərinin nisbətləri üzərində qurulmuş məsələləri həll edir.

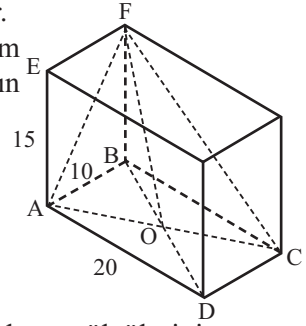
Lövheyə aşağıdakı kimi oxşar fəza fiqurları çəkilir və şagirdlərə onların həcmliərinin və səthlərinin sahələrini hesablamaq tapşırılır. Daha sonra xətti ölçülərin nisbətləri tapılır.

Oxşar fiqurlar	Tərəflərin nisbəti	Səthlərin nisbəti	Həcmliərin nisbəti
	$4 : 6$ $2 : 3$	$60 : 135$ $4 : 9$ $2^2 : 3^2$	$24 : 81$ $8 : 27$ $2^3 : 3^3$
	$3 : 15$ $1 : 5$	$22 : 550$ $1 : 25$ $1^2 : 5^2$	$6 : 750$ $1 : 125$ $1^3 : 5^3$

Şagird oxşar fəza fiqurlarının uyğun xətti ölçüləri nisbətlərinin sabit qaldığını başa düşür. Bu nisbət oxşarlıq əmsalı və ya nisbəti adlandırılır. Oxşarlıq əmsalını (nisbətini) böyütmə və ya kiçiltmə miqyası kimi başa düşür. Yəni iki oxşar fiqurdan böyüyünün bütün ölçüləri kiçiyə nəzərən verilən oxşarlıq əmsalı (nisbəti) dəfə böyüdülmüşdür. Şifahi suallar verilir: Oxşarlıq nisbəti 1:2 olan iki oxşar fiqurun sahələrinin nisbəti, həcmliərinin nisbəti necə olacaq? Sahələrinin nisbəti 1:4 (kvadratların nisbəti), həcmliərinin nisbəti 1:8 (kubların nisbəti).

Dərslikdə verilən məsələlər həll edilir. Şagirdlərə şifahi olaraq aşağıdakı məzmununda məsələnin həll edilməsi təklif edilir. Çay oxşar iki qutuda satılır. Qutulardan birinin hündürlüyü 8 sm, digərininki 10 sm-dir. Böyük qutuda 500 q çay varsa, kiçik qutuda neçə qram çay olmalıdır? Şagirdlər oxşarlıq əmsalının 4:5 və ya 0,8 olduğunu başa düşür. Kiçik qutuda $500 \times (0,8)^3 = 256$ q çay olmalıdır. Buradan belə nəticə çıxarmaq olar ki, oxşar qablardan (burada həndəsi oxşarlıq nəzərdə tutulur) birinin tutumunun digərinə nisbətən təxminən iki dəfə fərqlənməsi üçün uyğun ölçülərinin nisbəti təxminən 4:5 kimi olmalıdır. Bu praktik məlumat da şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Piramidanın oturacağına paralel müstəvi ilə kəşiməsi ilə oxşar piramidanın ayrıldığı araşdırılır. Kəsik piramidanın həcmi düsturu ümumsinif müzakirəsi ilə çıxarılır.

Növbəti saatda müstəvi kəsiklərinə aid məsələlər həll edilir.
D.6 tipli məsələlərin həllində çoxlu hesablama aparmaq lazım gəldiyindən sinifdə izahatla qismən həll edilə bilər. Tapşırığın həlli evdə şagirdlər tərəfindən müstəqil olaraq tamamlanır.



D.6. səh.227 Düzbucaqlı paralelepipedin ölçüləri
AD = 20 sm, AB = 10 sm, AE = 15 sm-dir.

a) $\angle AFB$, $\angle BFO$, $\angle AFO$, $\angle BOF$, $\angle AOF$, bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

$\angle AFB$ üçün:

$$\operatorname{tg} \angle AFB = \frac{AB}{BF} = \frac{10}{15} \quad \angle AFB \approx 33^\circ$$

$$\angle AFO \text{ üçün: } OA=OB=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2} \cdot \sqrt{AB^2+AD^2}=\frac{1}{2} \cdot \sqrt{20^2+10^2}=5\sqrt{5} \text{ sm}$$

$$OF^2=OB^2+BF^2=(5\sqrt{5})^2+15^2=350 \quad OF=5\sqrt{14} \text{ sm}$$

$$AF^2=AB^2+BF^2=10^2+15^2=325 \quad AF=5\sqrt{13} \text{ sm}$$

$$OA^2=AF^2+OF^2-2(AF)(OF)\cos\angle AFO$$

$$125=325+350-2(5\sqrt{13})(5\sqrt{14})\cos\angle AFO$$

$$\cos\angle AFO = \frac{325+350-125}{2(5\sqrt{13})(5\sqrt{14})}$$

$$\angle AFO \approx 35^\circ 23'$$

b) $\triangle ABO$, $\triangle BOF$, $\triangle AOF$ üçbucaqlarının sahələrini tapın.

$\triangle AOF$ üçün

$$S_{\triangle AOF} = \frac{1}{2} (AF)(OF)\sin\angle AFO = \frac{1}{2} (5\sqrt{13})(5\sqrt{14})\sin 35^\circ 23' \approx 97,4 \text{ sm}^2$$

c) B nöqtəsindən AOF müstəvisinə qədər ən qısa məsafəni tapın.

$$\triangle ABC \sim \triangle AGB$$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{BG}{AB}$$

$$\frac{20}{\sqrt{20^2+10^2}} = \frac{BG}{10}$$

$$BG=4\sqrt{5}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{BG}{BF}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{4\sqrt{5}}{15}$$

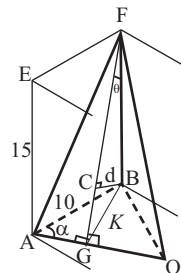
$$\theta \approx 30,81^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{d}{BF}$$

$$d=BF\sin\theta$$

$$d=15\sin 30,81^\circ$$

$$d \approx 7,682$$



İşçi vərəq 4

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) A prizması B prizmasına oxşardır. Oxşarlıq əmsalı, A fiqurunun səthinin sahəsi və həcmi verilmişdir. B fiqurunun səthinin sahəsini və həcmi tapın.

Oxşarlıq əmsalı: 1 : 4

$$S = 60 \text{ cm}^2$$

$$V = 30 \text{ cm}^3$$

Oxşarlıq əmsalı: 1 : 3

$$S = 144 \text{ m}^2$$

$$V = 288 \text{ m}^3$$

Oxşarlıq əmsalı: 2 : 5

$$S = 112 \text{ m}^2$$

$$V = 160 \text{ m}^3$$

2) İki oxşar piramidanın həcmələri nisbəti 3 : 375 kimidir. Tapın:

a) oturacaqlarının sahələrinin nisbətini

b) hündürlüklərinin nisbətini

c) tam səthlərinin nisbətini

3) İki oxşar piramidaya görə cədvəli doldurun

Oxşarlıq əmsalı	3 : 4	5 : 7	?	?	?	?
Tərəflərin nisbəti	?	?	2 : 1	?	?	?
Apofemlərin nisbəti	?	?	?	1 : 6	?	?
Səthlərin nisbəti	?	?	?	?	4 : 9	?
Tam səthlərin nisbəti	?	?	?	?	?	?
Həcmələrin nisbəti	?	?	?	?	?	8 : 125

Dərs 123-125. Dərslik səh. 229-232. Fəzada simmetriya. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3 saat.



Məzmun standartı

- 3.2.1. Simmetriyanın növlərini tanıyır;
3.2.2. Çoxüzlülərin simmetriya mərkəzini, simmetriya oxunu və simmetriya müstəvisini tanıyır, verilmiş fiqurla simmetrik olan fiquru qurur.



Riyazi lüğət müstəvi simmetriyası



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- Piramidanın müstəvi kəsiklərini qurur.
- Kəsik piramidanın tam səthinin sahəsini hesablayır.

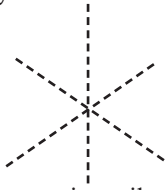


Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

Müstəvi fiqurlar düz xəttə və ya nöqtəyə görə simmetrik olurlar. Müstəvi simmetriyaları yada salınır. Əlverişli fiqur üçbucaqdır.

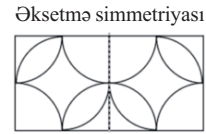
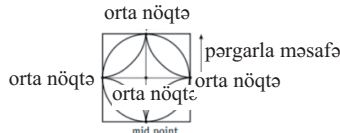
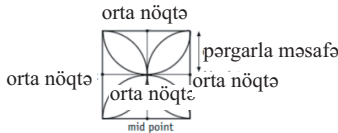
Bərabərtərəfli üçbucağın 3 simmetriya oxu var.

Bərabərtərəfli üçbucaq 3 tərtibli dönmə simmetriyasına malikdir. Yəni 360° dönmədə 3 dəfə öz-özü ilə üst-üstə düşür.



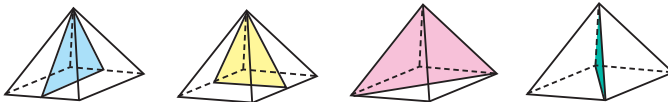
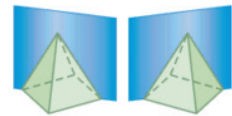
Bərabərtərəfli üçbucaq

Fırlanma simmetriyası ilə dizayn etməyin, naxışlar yaratma texnikası aşağıdakı nümunələr üzərində göstərilir. Şagirdlər qrupla işləməklə müxtəlif kompozisiyalar yarada bilərlər.



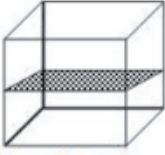
Fəza fiqurları isə müstəviyə nəzərən simmetrik ola bilər. Fəza fiqurları da müstəvi fiqurları kimi birdən çox əksətmə simmetriyasına malik olurlar.

Məsələn, oturacağı kvadrat olan (düzgün) piramidanın 4 simmetriya müstəvisi var. Onlardan ikisi piramidanın hündürlüyü və oturacağının təpələrindən, ikisi isə hündürlük və oturacağın tərəflərinin ortasından keçir.

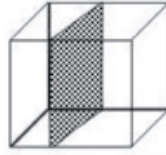


Oturacağı kvadrat olan düzbucaqlı paralelepiped, kub üçün onları iki konqruent hissəyə ayıran müstəvilərin simmetriya müstəvisi olduğunu başa düşürlər və bunu həndəsi olaraq təsvir edirlər.

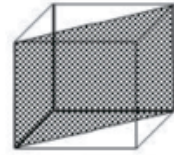
Bu fiqurlar oturacağa paralel perpendikulyar və diaqonal müstəvisinə nəzərən əksətmə simmetriyasına malik olurlar.



Oturacağa paralel müstəvi

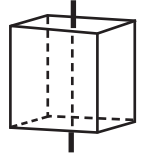


Oturacağa perpendikulyar müstəvi



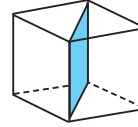
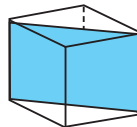
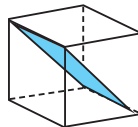
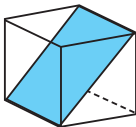
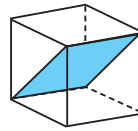
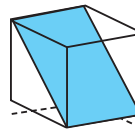
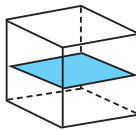
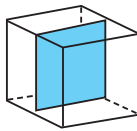
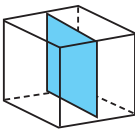
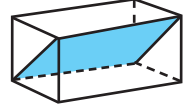
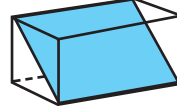
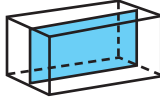
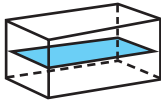
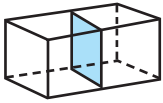
Diaqonal müstəvi

Fırlanma simmetriyasını şirə qutusu və içmə çubuğu ilə modelləşdirmək olar. Hər bir 90° dönmədə kubun öz-özü ilə üst-üstə düşdüyü müşahidə edilir.



Qruplarla iş. Piramidanın və kubun simmetriya müstəvilərini aşkar etmək üçün şagirdlər qruplarla işləyirlər. Hər qrup daha çox vəziyyəti təsvir etməyə çalışır. Məlum olmayan simmetriyalar tapmağa çalışırlar. Daha sonra birlikdə bu müstəvinin verilən fəza fiqurunu simmetrik iki yerə bölüb-bölmədiyi araşdırılır.

Şəkildə iki ölçüsü eyni olan düzbucaqlı paralelepipedin 5, kubun 9 simmetriya müstəvisi verilmişdir.



Fəza fiqurlarının həcmi

Bölmə üzrə qiymətləndirmə meyarları cədvəli

N	Meyarlar	Qeyd
1	Prizmanın həcminə aid məsələlər həll edilir.	
2	Piramidanın həcminə aid məsələlər həll edilir.	
3	Oxşar fəza fiqurlarının həcminə, səthlərinə aid məsələlər həll edilir.	
4	Müstəvi kəsiklərinə aid məsələləri həll edir.	
5	Fəzada simmetriyanı müxtəlif fəza fiqurları üzərində göstərir.	

Dərs 126. Fəza fiqurlarının həcmi

Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Hansı iki fiqurun üzlərinin sayı eynidir?

2) İki ölçüsü 2,5 m, 0,8 m olan düzbucaqlı paralelepiped şəkilli çənin həcmi 8 m^3 -dur. Çənin 3-cü ölçüsünü tapın.

3) Düzgün üçbucaqlı piramidanın yan tilləri 10 sm, hündürlüyü 8 sm-dir. Piramidanın həcmi və tam səthinin sahəsini tapın.

4) Pəri üçbucaqlı düz prizmanın üzlərinin şəklini çəkməlidir. O, hansı müstəvi fiqurları çəkməlidir?

a) 3 üçbucaq, 3 düzbucaqlı

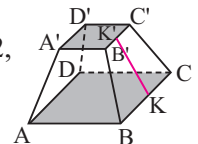
b) 3 üçbucaq, 2 düzbucaqlı

c) 2 üçbucaq, 3 düzbucaqlı

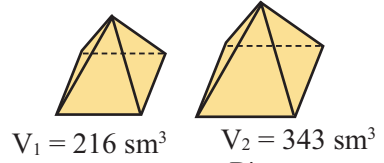
ç) 2 üçbucaq, 4 düzbucaqlı

5) Düzgün dördbucaqlı piramidanın hündürlüyü 125 sm, oturacağının tərəfi 85 sm-dir. Piramidanın həcmi tapın.

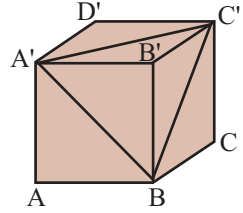
6) Oturacağı kvadrat olan düzgün kəsik piramidada $AB = 48$, $A'B' = 12$, K və K' nöqtələri oturacaqların tərəflərinin orta nöqtələri olmaqla $KK' = 30$ olduğuna görə kəsik piramidanın həcmi tapın.



7) İki oxşar piramidanın yan səthlərinin nisbətini tapın.

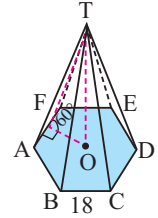


8) Tili 4 sm olan kubdan şəkildə göstərilən müstəvi kəsiyi ilə ayrılan düzgün piramidanın həcmi tapın.

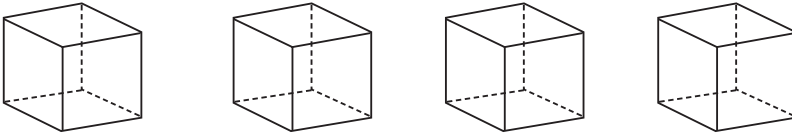


9) İki oxşar qutudan böyüyün tutumu 600 qramdır. Qutuların oxşarlıq nisbəti 3:4 kimidir. Böyük qutu hündürlüyü 12 sm olan düzbucaqlı paralelepiped şəklindədir. Kiçik qutunun hündürlüyünü və tutumunu tapın.

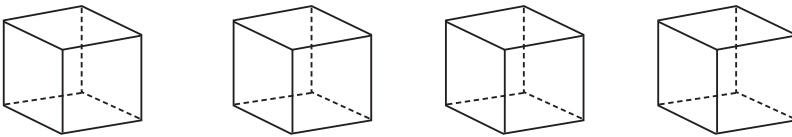
10) Düzgün altıbucaqlı piramidanın yan üzə oturacaq müstəvisi ilə 60-lı bucaq əmələ gətirir. Oturacağın tərəfi 18 sm olarsa, piramidanın həcmi tapın.



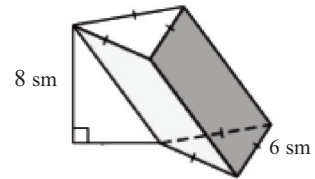
11) Kubun 4 müxtəlif simmetriya müstəvisini çəkin.



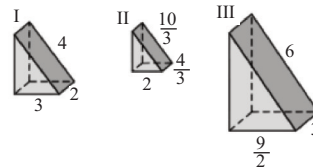
12) Kub üzərində 4 müxtəlif simmetriya oxunu çəkin.



13) Mail prizmanın həcmi tapın.



14) Fiqurlardan hansı ikisi oxşardır?



9. Üstlü və loqarifmik funksiyalar

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
1.1.3. Triqonometrik, üstlü, loqarifmik ifadələri sadələşdirərək qiymətini tapır. 2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur. 2.2.7. Ədədin loqarifminin tərifini, loqarifmləmə qaydalarını bilir və onları tətbiq edir. 2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur. 2.3.2. Üstlü və loqarifmik tənlikləri, bərabərsizlikləri həll edir.	127-129	İrrasional üstlü qüvvət. Üstlü funksiya	3	234-242
	130,131	Üstlü funksiyanın qrafikinin çevrilmələri	2	243-245
	132	Üstlü funksiya. e ədədi	1	246, 247
	133,134	Ədədin loqarifmi	2	248, 249
	135,136	Loqarifmik funksiya. Loqarifmik şkala və məsələ həlli	2	250-253
	137-138	Loqarifmin xassələri.	2	254-257
	139-141	Üstlü tənliklər. Loqarifmik tənliklər	3	258-264
	142-145	Üstlü və loqarifmik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	4	265-271
	146	Üstlü və loqarifmik funksiyalar. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
Cəmi			20	

Bölmə üzrə nümunəvi dərs modeli. Üstlü funksiya. $y = a^x$

Məzmun standartı. 2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.

- *Üstlü funksiyanın qrafikini qurur.*
- *Üstlü funksiyanın xassələrini tətbiq edir.*
- *Eksponensial artan və eksponensial azalan funksiyanı düsturuna, qrafikinə görə fərqləndirir.*
- *Eksponensial funksiyanın köməyiylə real həyati situasiyaya aid məsələləri modelləşdirir.*

Motivasiya olaraq üstlü funksiyanın tətbiqi ilə həll edilən məsələ araşdırıla bilər.

- əhalinin artımı
- bank hesabındakı pulun məbləği mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə hesablandıqda (kəsilən (faizin aylıq, rüblük hesablanması ilə) və kəsilməz illik)
- radioaktiv maddənin zamandan asılı olaraq parçalanması
- bakteriyaların çoxalması
- otaq temperaturunda qaynanmış suyun temperaturunun dəyişməsi

Bu məsələlərdən hər biri araşdırma məsələsi olaraq nəzərdən keçirilə bilər.

Lakin şagirdlərin hər hansı real situasiya üzərində üstlü funksiya ilə dəyişməni aşkar etmələri daha məqsəduyğun olardı.

Məsələn, kağızın qatlama sayı ilə alınan vərəq üzlərinin sayı.

Məşğələni qruplarla iş kimi təşkil etmək olar.

Motivasiya. Məşğələ. Hər qrupa bir vərəq verilir. Üzvlərdən biri vərəqi ortadan kəsir. Daha sonra kəsilmiş vərəqləri üst-üstə qoyub yenidən ortadan kəsir. Digərləri isə kəsmə sayını və kəsimdən alınan vərəqlərin sayını göstərən cədvəl qururlar. Hər kəsimdən sonra vərəqlər üst-üstə yığılır və yenidən yarıya kəsilir və bu kəsilməsi mümkün olmayan hala gələnə qədər davam etdirilir (8 kəsim kifayət edir) və hər dəfə yığılmış vərəqlərin sayı müəyyən edilərək cədvəle yazılır.

Kəsmə sayı (x)	Vərəq sayı (y)
0	1
1	
2	

Məlumatın analizi. 1. Kəsirlərin sayını x , vərəqlərin sayını y qəbul etməklə $(x; y)$ koordinat cütlərini yazın. Diqqət edin ki, ilk koordinat cütü $(0; 1)$ kimi olacaq ki, bu kəsilməmiş vərəqin bir vərəq olduğunu göstərir.

2. Koordinat cütlərini sonuncu kəsime bir addım qalana qədər yazmağa davam edin, yəni 7 koordinat cütü yazın. Koordinatların dəyişməsinə görə sonuncu kəsimdən sonra

üst-üstə yığılmış vərəqlərin sayı neçə dəfə olacaq?

3. Koordinat müstəvisi üzərində x və y koordinatlarını qeyd edin. Koordinat müstəvisini çəkərkən y -in qiymətlərinin yerləşməsinə, x -in qiymətlərinə görə y -in qiymətlərinin daha sürətlə dəyişməsinə diqqət edin.

Məlumatdan nəticə çıxarma, yeni məlumatlar əldə etmə.

1. y -in x -dən asılı dəyişməsini göstərən funksiyaları düsturla yazın.

2. $x = 9$, $x = 10$ olduqda y -in qiymətini tapın.

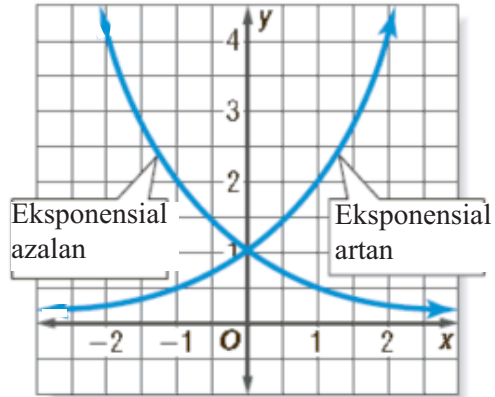
3. 500 dənəlik kağız yığınının hündürlüyü təxminən 2,5 sm-dir. Sizin vərəqlərin hündürlüyü təxminən neçə santimetr olar?

4. Hər qatı kəsməyə 5 saniyə vaxt sərf etsəniz, 30 kəsime nə qədər vaxt sərf edərsiniz? 30 kəsində alınan vərəq qatlarının hündürlüyünü 500 vərəq qatının hündürlüyünə görə müəyyən edin.

5. 1-ci etapda yazdığınız düsturu kəsirlərin sayı və vərəq qatının qalınlığı arasındakı asılılığa tətbiq etməklə 30-cu kəsindəki vərəq qatlarının hündürlüyünü tapın. (8-12 dəq)

Öyrənmə. $y = a^x$ funksiyasının qrafikləri qiymətlər cədvəlinə görə qurulur.

$a > 1$ və $0 < a < 1$ halları nəzərdən keçirilir. Eksponensial artma və azalmanın a -nın qiymətindən asılı olduğu müəyyən edilir. Eyni koordinat sistemində qurulmuş funksiyaların qrafikləri nümayiş etdirilir. Qrafiklərin oxşar və fərqli cəhətləri müzakirə edilir. Şagirdlərə qrafikləri dəftərlərində qurmaları üçün vaxt verilir. (10 dəq)



$y = a^x$ funksiyasının xassələri müzakirə edilir. Qrafikə görə təyin oblastının bütün həqiqi ədədlər çoxluğu, qiymətlər oblastının isə müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu olduğu qeyd edilir. Ordinat oxunu kəsmə nöqtəsi müəyyən edilir. Qrafikin asimptotunun x oxu olduğu müəyyən edilir. Dərslikdə verilmiş 1-17 tapşırıqları yerinə yetirilir. (10 dəq.)

Formativ qiymətləndirmə. Şagirdin şifahi cavablandırması üçün yoxlama sualları verilir:

1) Eksponensial asılılığı (dəyişməni) siz necə izah edərdiniz?

2) Nə üçün $a = 1$ ola bilməz?

3) $y = 2^x$ və $y = (\frac{1}{2})^x$ qrafiklərinin fərqli və oxşar cəhətləri hansılardır?

4) $y = x^2$ və 2^x funksiyaları eyni funksiyalardır demək olarmı? (3-5 dəq)

Ev tapşırığı. 1-17 tapşırıqlarından qalanları ev tapşırığı olaraq verilir.

Dərsin gedişinə aid ümumi göstərişlərdən də (dərs № 128, səh №.195) istifadə edilməsi faydalı olardı.

Dərs 127-129. Dərslik səh. 234-242. Həqiqi üstlü qüvvət. Üstlü funksiya.



3 saat

Məzmun standartı

2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- Həqiqi üstlü qüvvət daxil olan ifadələri sadələşdirir.
- Üstlü funksiyanın qrafikini qurur.
- Üstlü funksiyanın xassələrini tətbiq edir.
- Eksponensial artan və eksponensial azalan funksiyanı düsturuna, qrafikinə görə fərqləndirir.
- Eksponensial funksiyanın köməyiylə real həyati situasiyaya aid məsələləri modelləşdirir.



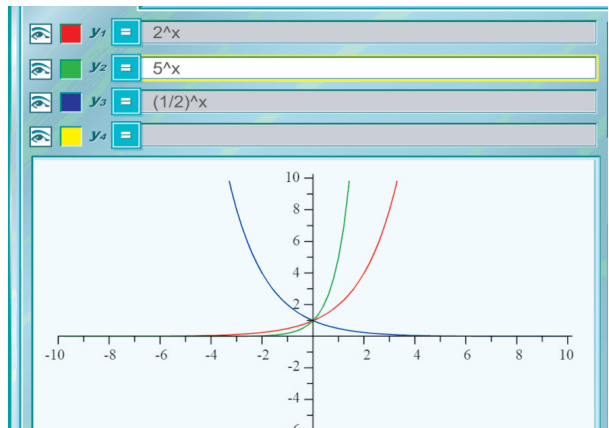
Riyazi lüğət

üstlü funksiya, üstlü funksiyanın əsası, üstü, eksponensial artan, eksponensial azalan

1-ci saat. İrrasional üstlü qüvvətin də bir ədəd olduğunu yəni, a^t -nin t irrasional olduqda mənasının olduğunu dərslikdə verilmiş araşdırma tapşırığı ilə müzakirə edilir. Eyni tapşırığı müxtəlif ədədlər üzərində yerinə yetirmək olar. Məsələn, $10^{\sqrt{2}}$ üzərində araşdıraraq $10^{1,4142} \approx 25,9537$, $10^{1,41421} \approx 25,9543$, $10^{1,414213} \approx 25,9545$ ardıcılığından görünür ki, 10 nun qüvvəti $\sqrt{2}$ -yə daha çox yaxınlaşdıqca $10^{\sqrt{2}}$ -də, vergüldən sonrakı ədədi 25,9545 ədədinə daha çox yaxınlaşır. Deməli, $10^{\sqrt{2}}$ ədədi də bir həqiqi ədəddir. Rasional üstlü qüvvətin bütün xassələrinin irrasional üstlü qüvvətə də aid olduğu qeyd edilir. Şagirdlərə bu xassələri ümumi şəkildə yazmaq və hər birinə aid bir nümunə yazmaq üçün vaxt verilir.

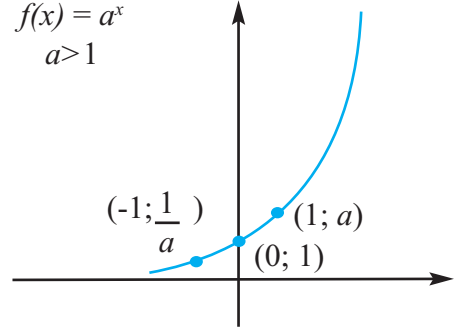
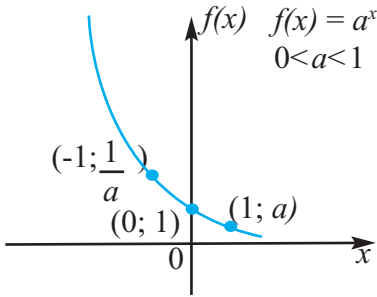
Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir. Həmçinin işçi vərəqlərdə də əlavə tapşırıqlar verilmişdir.

2-ci saat. $y = a^x$ funksiyanının qrafikinin qurulması araşdırılır. $y = 5^x$, $y = 0,5^x$, $y = a^x$ şəklindəki funksiyalar üstlü funksiyalardır. a müsbət ($a \neq 1$) ədəddir. Sinfə müxtəlif üstlü funksiyaların qrafikləri nümayiş etdirilir. Bu qrafiklər formaca oxşardılar, x oxundan yuxarıda yerləşirlər. Üstlü funksiyanın xassələri qrafiklər üzərində göstərilməklə müzakirə edilir. Sual verilir: Sizcə, nə üçün bu qrafiklər eyni nöqtədə kəsişirlər? Sıfır nöqtəsində $a^0 = 1$ olduğundan qrafiklər eyni nöqtədə kəsişirlər.



Qiymətlər cədvəlinə görə funksiyaların qrafikləri qurulur.

$a > 1$ olduqda funksiyanın eksponensial artan, $0 < a < 1$ olduqda eksponensial azalan olduğu qeyd edilir.



Verilmiş qiymətlər cədvəlinə görə üstlü funksiyanın düsturunu müəyyənlətmə tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Bu tapşırıqlar üstlü funksiya anlayışını, onun xassələrini daha yaxşı başa düşməyə imkan verir.

Şagird cədvəldən əlverişli qiyməti seçir. Bu $x = 0$ qiymətində y -in qiymətidir. $x = 0$ olduqda funksiyanın qiyməti -1 -dir. Deməli, funksiyanın düsturunda qarşıda mənfi işarəsi var (bu funksiyanın simmetrik çevrilməsidir). Digər cədvəllərə uyğun tənlikləri yazmaları üçün onlara vaxt verilir.

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	-16

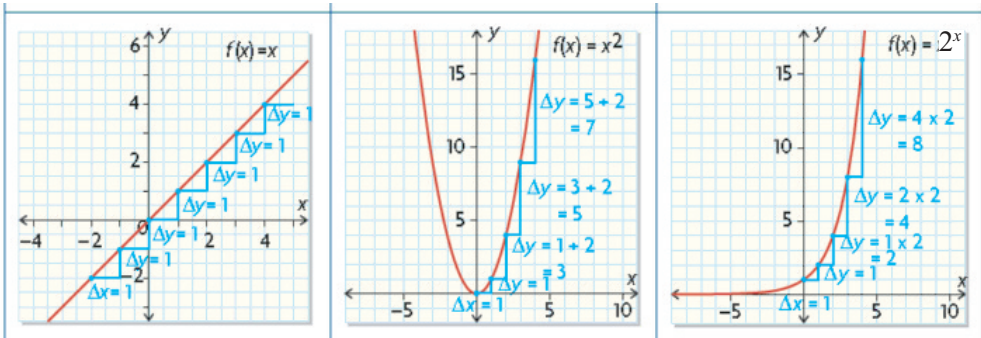
$y = -1 \cdot 4^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	25	5	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$

x	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{5}{2}$	5	10	20	40

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{100}{81}$	$\frac{10}{9}$	1	$\frac{9}{10}$	$\frac{81}{100}$

Eksponensial funksiyların çox sürətlə artdığı və azaldığı qeyd edilir və qrafiklər üzərində müqayisəli şəkildə təqdim edilməsi tövsiyyə edilir.



3-cü saat. Eksponensial artma və azalmanı əks etdirən real həyati situasiyaları üstlü funksiyalarla modelləşdirməyə aid məsələlər həll edilir. Bu məsələlər arasında radioaktiv maddənin parçalanma müddətinin müəyyən edilməsi, yarımparçalanma müddətində baş verən kimyəvi dəyişiklik və yeni izotopların yaranması kimi situasiyalar istər elmi, istərsə də həyati situasiyalar baxımından maraqlıdır.

Bütün dünyada atom silahlarına qarşı olan mübarizə radioaktiv maddənin yarada biləcəyi insani və ekoloji fəlakətlərin çox dəhşətli olması ilə bağlıdır. Radioaktiv maddələrin parçalanma müddəti o qədər uzundur ki, ətrafda yaratdığı ekoloji fəlakət Yer üzündə yaşayan yalnız bir nəsil insana deyil, uzun illər boyu təsir edir. Çernobl hadisəsi buna acı bir misaldır.

Dərslərdə verilmiş nümunə məsələ araşdırılır. Qrafikdə x oxu üzrə hansı məlumatın, y oxu üzrə hansı məlumatın yerləşdirildiyi müzakirə edilir. Hər bir koordinat cütü vaxt (gün) və maddə miqdarı (qram) olaraq təqdim edilir.

Üstlü funksiyalarla modelləşdirilən ən çox istifadə olunan situasiyalara aid məsələlər dərslərdə verilmişdir.

- əhalinin artımı
- bank hesabındakı pulun məbləği mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə hesablandıqda (kəsilən (faizin aylıq, rüblük hesablanması ilə) və kəsilməz illik)
- radioaktiv maddənin zamandan asılı olaraq parçalanması
- bakteriyaların çoxalması
- qaynanmış suyun temperaturunun otaq temperaturunda dəyişməsi

Mürəkkəb faiz artımı düsturu ödəmə şərtindən asılı olaraq müxtəlif cür ifadə edilir. Məsələn, faizin hesablanması bir dəfə ilin sonunda ödənilirsə, düstur ənənəvi olaraq $A = P(1 + r)^n$ kimi qəbul edilir. Faiz hər rübdə $\frac{r}{4}$ ya hər ayda hesablanmaqla yeni məbləğin faizi hesablanırsa, düstur $A = P(1 + \frac{r}{t})^{nt}$ şəklində yazılır: r gəlir faizini, t hesablama zamanını göstərir, bu 4 (rüblük), 12 (aylıq) və s. ola bilər.

Dərs 130,131. Dərslər səh. 243-245. Üstlü funksiyanın qrafikinə



çevrilmələri. 2 saat

Məzmun standartı

2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



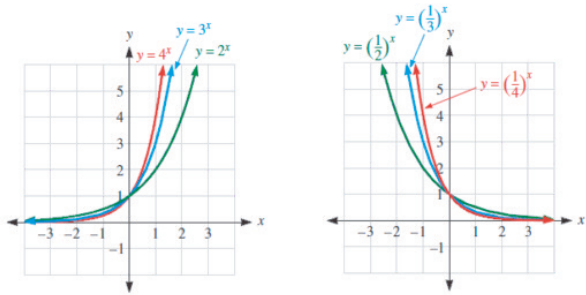
Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- $f(x) = l \cdot a^x$, $f(x) = l \cdot a^{x-n}$, $f(x) = l \cdot a^{x-m} + n$ şəklində üstlü funksiyaların $y = a^x$ əsas funksiyasına görə çevrilməsini müəyyən edir.
- $f(x) = l \cdot a^{x-m} + n$ şəklində verilmiş funksiyanın hər bir həddini (parametrini) verilən situasiyaya uyğun izah edir.
- Real həyati situasiyanı $f(x) = l \cdot a^{x-m} + n$ şəklində düsturla modelləşdirir.
- Üstlü funksiyanın qrafikinə görə onun düsturunu yazır.

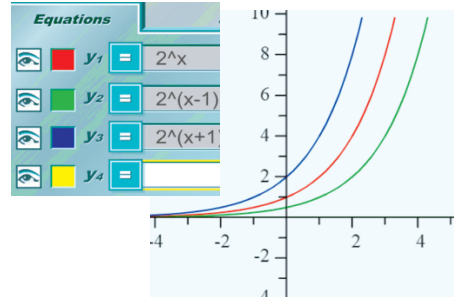
Şagirdlərə aşağıdakı kimi işçi vərəq paylamaq və ya lövhədə işçi vərəqdə əks olunanları yazmaqla şagirdlərin tapşırığı yerinə yetirmələri üçün vaxt verilir.

Əvvəlcə üstlü funksiyalar ailəsində əsas funksiya a -nın dəyişməsi ilə qrafikdəki dəyişmələr müzakirə edilir.

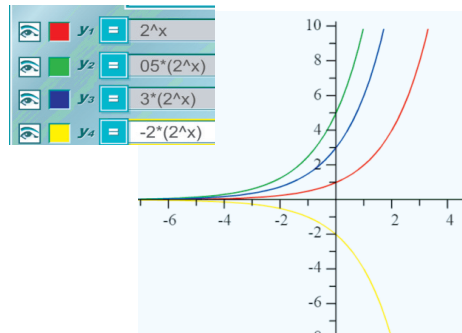
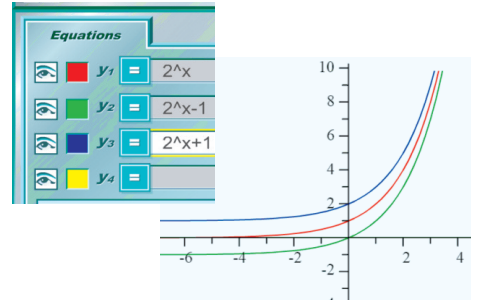


Funksiya	Qrafiki	Qiymətlər cədvəli	Çevrilmənin sözlə ifadəsi												
$y = 2^x + 1$		<table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^x + 1$</th></tr><tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$y = 2^x$	$y = 2^x + 1$	-1			0			1			
x	$y = 2^x$	$y = 2^x + 1$													
-1															
0															
1															
$y = 2^x - 1$		<table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^x - 1$</th></tr><tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$y = 2^x$	$y = 2^x - 1$	-1			0			1			
x	$y = 2^x$	$y = 2^x - 1$													
-1															
0															
1															
$y = 2^{x+1}$		<table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^{x+1}$</th></tr><tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$y = 2^x$	$y = 2^{x+1}$	-1			0			1			
x	$y = 2^x$	$y = 2^{x+1}$													
-1															
0															
1															
$y = 2^{x-1}$		<table><tr><th>x</th><th>$y = 2^x$</th><th>$y = 2^{x-1}$</th></tr><tr><td>-1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$y = 2^x$	$y = 2^{x-1}$	-1			0			1			
x	$y = 2^x$	$y = 2^{x-1}$													
-1															
0															
1															

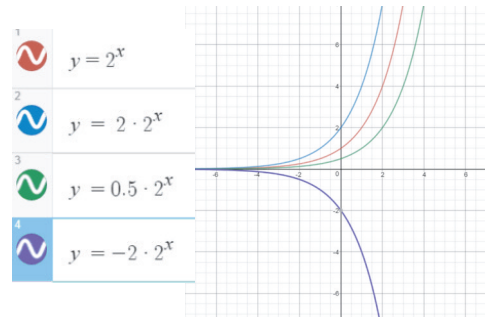
Şagird $y = 2^{x+1}$ və $y = 2^{x-1}$ şəklində funksiyanın (m -in təsiri) əsas funksiya görə çevrilməsinin (x -in qiymətinin üzərinə əlavə etmə və çıxma olduğu üçün) üfüqi sürüşmə olduğunu başa düşür və m -in işarəsindən asılı olaraq sürüşməni təsvir edir. $m > 0$ olduqda qrafik sağa, $m < 0$ olduqda sola sürüşür.



Şagird $y = 2^x + 1$ və $y = 2^x - 1$ şəklində funksiyanın (n -in təsiri) əsas funksiya görə çevrilməsinin (y -in qiymətinin üzərinə əlavə etmə və çıxma olduğu üçün) şaquli sürüşmə olduğunu başa düşür və n -in işarəsindən asılı olaraq sürüşməni təsvir edir. $n > 0$ olduqda qrafik yuxarı, $n < 0$ olduqda aşağı sürüşür.



Şagird $f(x) = l \cdot a^x$ şəklində funksiyanın (a -nın təsiri) əsas funksiya görə çevrilməsinin şaquli dartılma və sıxılma kimi təqdim edir. l -in işarəsindən və qiymətindən asılı olaraq çevrilməni təsvir edir. $l > 1$ olduqda qrafik şaquli olaraq dartılır. $0 < l < 1$ şaquli sıxılma, $l < 0$ olduqda x oxuna nəzərən simmetrik çevrilmə - əksətmə baş verir.



İşçi vərəq 1

Adı _____

Soyadı _____

Tarix ____

Dəyişənlərin müsbət qiymətlər aldığını bilərək sadələşdirin.

$$\sqrt{16a^8b^{-2}}$$

$$\sqrt{24x^6y^{-4}}$$

$$\sqrt[9]{(4x+2y)^{18}}$$

$$\sqrt{x^7 \cdot x^{\frac{5}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}}}$$

$$(a^{x^y})^{\frac{1}{x}}$$

$$(c^{\frac{5}{2}} \cdot d^{\frac{2}{3}})(c^6 \cdot d^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$\left(\frac{r^{\frac{2}{3}}}{r^{\frac{1}{5}}}\right)^{\frac{15}{9}}$$

$$\frac{\sqrt{c^3d^6}}{\sqrt{4c^3d^4}}$$

$$\frac{\sqrt{a^{-10}b^{-12}}}{\sqrt{a^{14}b^{-4}}}$$

Kəsr üstlü qüvvət şəklində yazın.

$$\sqrt[4]{\sqrt[4]{a^3}}$$

$$\sqrt[5]{t} \cdot \sqrt{16t^{-5}}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{a^3b^4}}$$

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3}$$

Sadələşdirin.

$$y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{1}{3}})$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})$$

$$(c^{\frac{5}{6}} - c^{\frac{6}{5}})^2$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}})$$

Ədədləri artan sıra ilə düzün:

$$8^{-200}, 9^{-150}, 125^{-100}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{2}{3}}; \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{4}{3}}; \left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$$

İfadənin qiymətini hesablayın:

$$2^{\sqrt{2}} \cdot 4^{\sqrt{2}+1} : 8^{\sqrt{2}};$$

$$\sqrt[3]{3^{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot 9^{-\sqrt{3}}}$$

İşçi vərəq 2

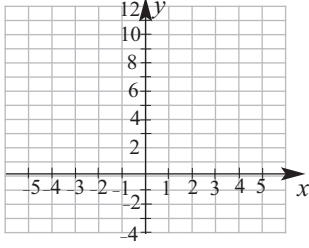
Adı _____

Soyadı _____

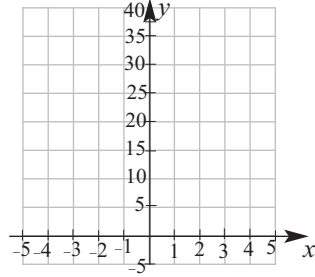
Tarix _____

Funksiyaların qrafiklərini qurun.

$$y=1,5^x$$



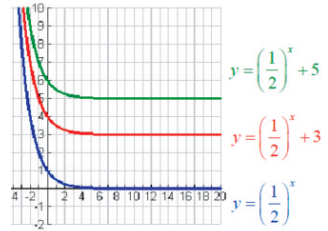
$$y=3 \cdot 3^x$$



Qrafikini qurmada aşağıdakı funksiyaların eksponensial artan və ya azalan olduğunu müəyyən edin.

1) $y=200 \cdot 4^x$ 2) $y=3,05(0,87)^x$ 3) $y= \frac{4}{3} \left(\frac{1}{5} \right)^x$ 4) $y= \frac{1}{5} \cdot 3^x$

Şəkildəki qrafiklərin üfüqi asimptotlarını yazın.



Situasiyalara uyğun eksponensial funksiyaları yazın.

a) Hündürlüyü 0,2 m olan ağac ildə 8% böyüyür. 10 il sonra ağacın hündürlüyü nə qədər olacaq?

b) Evin qiyməti 100000 manatdır və qiyməti hər il 2% artır. 10 il sonra bu evin qiyməti neçə manat olacaq?

c) Yeni avtomobilin qiyməti 35000 manatdır. Avtomobilin qiyməti ildə 5% əvvəlki qiymətindən aşağı düşür. 5 ildən sonra bu avtomobilin qiyməti neçə manat olar?

Dərs 132. Dərslik səh. 246, 247. Üstlü funksiya. e ədədi. 1 saat



Məzmun standartı

2.2.6. Üstlü funksiyanın tərifini və xassələrini bilir, qrafikini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- e ədədini mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə izah edir
- $y = e^x$ funksiyanın qrafikini qrafikalkulyatorla qurur
- $y = e^x$ funksiyanın tətbiqi ilə məsələlər həll edir.



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər



Riyazi lüğət

e ədədi

Dərslikdə verilmiş mürəkkəb faiz artımı ilə pul məbləğinin dəyişməsi araşdırılır. Müəyyən andan sonra faiz artımının daha kiçik zaman intervallarına bölünməsinin əhəmiyyəti olmur. Bunu cədvəldə verilmiş məbləğlər də göstərir. Ona görə də mürəkkəb faiz artımını kəsilməz olaraq $S = S_0 e^{rt}$ kimi hesablamaq olar. Bunu aydın görmək üçün bir neçə məsələ ev tapşırığı kimi həll edilə bilər.

Bir ildə faiz n dəfə hesablandıqda (aylıq, rüblük və s.) düstur: $S = S_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

Kəsilməz faizlə, ilin sonunda bir dəfəlik hesablama düsturu: $S = S_0 e^{rt}$

$P = 1000^\text{A}$, $r = 4\%$, $t = 10$ ildə bankdakı pul məbləğini hər iki düstura görə hesablayın.

İntervallarla hesablama: $S = 1000 \left(1 + \frac{0,04}{n}\right)^{10n}$

Kəsilməz olaraq: $S = 1000 e^{0,04 \cdot 10}$

n	1	2	4	12	365	kəsilməz
A	3200,21	3205,09	3207,57	3209,23	3210,04	3210,06

Bu qayda ilə aşağıdakı kimi şərtlərə uyğun məbləğləri hesablayırlar. Hesablamalar e düyməsi olan mühəndis kalkulyatorları ilə aparılır.

a) $P = 2000^\text{A}$, $r = 3\%$, $t = 20$ il

b) $P = 1000^\text{A}$, $r = 6\%$, $t = 30$ il

e ədədi bir çox fiziki hadisələrin öyrənilməsində, mühəndis layihələrinin işlənilməsində tətbiq edilir.

e ədədi aşağıdakı kimi sonsuz ardıcılığın hədləri cəminə bərabərdir:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} + \dots$$

Bu ardıcılığın aşağıdakı hədlərinin cəmi e ədədinin vergüldən sonra üç doğru rəqəm dəqiqliyi ilə ifadə edilir.

$$e \approx 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} =$$

$$= 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} + \frac{1}{5040} =$$

$$= 1 + 1 + 0,5 + 0,16667 + 0,04167 + 0,00833 + 0,00139 + 0,000198 = 2,718$$

Dərs 133,134. Dərslik səh. 248, 249. Ədədin loqarifmi. 2 saat



Məzmun standartı

2.2.7. Ədədin loqarifminin tərifini, loqarifmləmə qaydalarını bilir və onları tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Riyyati lüğət

loqarifma, loqarifmin əsası, loqarifmik funksiya



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- Loqarifmin mənasını nümunələr üzərində izah edir, ümumi loqarifma, onluq loqarifma, natural loqarifma yazılışlarını fərqləndirir.
- Loqarifmik şkalanı real həyati situasiyalar üzərində izah edir və məsələləri həll edir.
- Loqarifmik funksiyanın qrafikini qurur və xassələrini tətbiq edir.
- Loqarifmin xassələrini hesablamalara tətbiq edir.
- Real həyati situasiyada məsələləri loqarifmik funksiya ilə modelləşdirir.

1-ci saat. Şagirdlərə indiyə qədər öyrəndikləri əməllər haqqında sual verilir. Toplam-çıxma, vurma-bölmə, qüvvətə yüksəltmə-kökəlmə.

Dəyişən üstlü qüvvət daxil olan ($5^x = 5$, $x = 1$; $5^x = 25$, $x = 2$; $5^x = 125$, $x = 3$) bərabərliklərindən üstün tapılması üçün loqarifma anlayışı daxil edilmişdir.

Loqarifmin tərifinə görə $x > 0$ və $a > 0$, $a \neq 1$, $x = \log_a y$ ifadəsi $y = a^x$ ifadəsinə ekvivalentdir. İfadələrin loqarifmik formadan üstlü formaya (eksponensial formaya) və əksinə yazılışlarına aid tapşırıqlar yerinə yetirilir. İlk tapşırıqlarda eksponensial və loqarifmik yazılışlar arasında hədlərin yer dəyişməsinə oxla göstərmələri tövsiyə edilir. Bu anlayışı daha uzunmüddətli yadda saxlamağa kömək edir.

$$\begin{array}{ccc} & \text{üst} & \\ & \longleftrightarrow & \\ 5^2 = 25 & \longleftrightarrow & 2 = \log_5 25 \\ & \text{əsas} & \end{array}$$

Deməli, əsasın (ədədin) qüvvətə yüksəldilməsi ilə bu əsasdən ədədin loqarifminin tapılması qarşılıqlı tərs əməllərdir.

Loqarifmi hesablamaq üçün kalkulyatorların uyğun düyməsindən istifadə edilir. Lakin loqarifma şotland riyaziyyatçısı Neper tərəfindən ilk dəfə işlənilirdi. 1600-1990-cı illərə qədər loqarifma xətkəsi adlanan alətdən istifadə edilirdi. İndi bu alətlər bir çox elm muzeylərinin eksponatlarına çevrilmişdir.



Şəkildəki loqarifma xətkəsi HP muzeyinin eksponatıdır. www.hpmuseum.org

Loqarifm xətkəsindən istifadə edilməməsinə baxmayaraq bir sıra loqarifmik şkalalar var ki, onlardan bu gün də istifadə edilir.

İşçi vərəq 3

Ad_____

Soyad_____

Tarix_____

1) Hər bir bərabərliyi eksponental formada yenidən yazın.

$$\log_6 36=2$$

$$\log_{14} \frac{1}{196} = -2$$

$$\log_{289} 17 = \frac{1}{2}$$

$$\log_3 81=4$$

2) Hər bir bərabərliyi loqarifmik formada yenidən yazın.

$$64^{\frac{1}{2}} = 8$$

$$12^2 = 144$$

$$9^{-2} = \frac{1}{81}$$

$$\left(\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{144}$$

3) Hər bir bərabərliyi eksponensial formada yenidən yazın.

$$\log_u \frac{15}{16} = v$$

$$\log_v u = 4$$

$$\log_{\frac{7}{4}} x = y$$

$$\log_2 v = u$$

4) Hər bir bərabərliyi loqarifmik formada yenidən yazın.

$$u^{-14} = v$$

$$8^b = a$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = y$$

$$6^y = x$$

5) Hesablayın.

$$\log_6 216$$

$$\log_{343} 7$$

$$\log_3 \frac{1}{243}$$

$$\log_4 16$$

$$\log_6 \frac{1}{216}$$

$$\log_{64} 4$$

6) Sadələşdirin.

$$12^{\log_{12} 144}$$

$$5^{\log_5 17}$$

$$5^{\log_5 7}$$

$$9^{\log_3 20}$$

Dərs 135,136. Dərslik səh. 250-253. Loqarifmik funksiya. Loqarifmik şkala və məsələ həlli. 2 saat



Məzmun standartı

2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

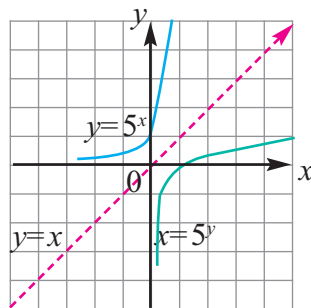


**Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər**

- e ədədini mürəkkəb faiz artımı düsturu ilə izah edir.
- $y = e^x$ funksiyanın qrafikini qrafikalkulyatorla qurur.
- $y = e^x$ funksiyanın tətbiqi ilə məsələlər həll edir.

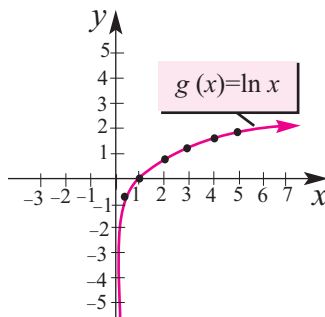
Loqarifmik funksiyanın üstlü funksiyanın tərsi olduğunu onların qiymətlər cədvəlini qurmaqla və eyni koordinat sistemində $y = a^x$ və onun tərs funksiyası olan $x = a^y$ başqa sözlə $y = \log_a x$ funksiyanın qrafikini qurmaqla görürlər. Bu funksiyaların qrafikləri $y = x$ xəttinə görə simmetrikdir.

$f(x) : y = 5^x$		$f^{-1}(x) : x = 5^y$	
x	y	x	y
-3	0,008	0,008	-3
-2	0,04	0,04	-2
-1	0,2	0,2	-1
0	1	1	0
1	5	5	1
2	25	25	2
3	125	125	3

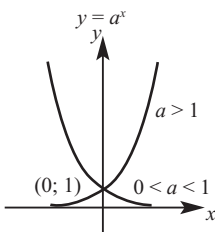
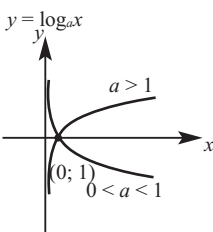


Əlverişli nöqtələr seçməklə $y = \ln x$ funksiyanın da qrafikinin qurulması məqsəduyğundur. Qrafiklər qrafikalkulyatorlar vasitəsi ilə rahatlıqla qurula bilər. Bu zaman şagird onların daha çox çevrilmələrini görmək imkanı əldə edir və nəticədə düsturdakı hər bir həddin hansı dəyişmələrə səbəb olduğunu daha yaxşı başa düşür.

x	$g(x)$
	$g(x) = \ln x$
0,5	-0,7
1	0
2	0,7
3	1,1
4	1,4
5	1,6



Bu iki funksiyanın xassələrini müqayisəli göstərən cədvəlin qurulması məqsəduyğundur.

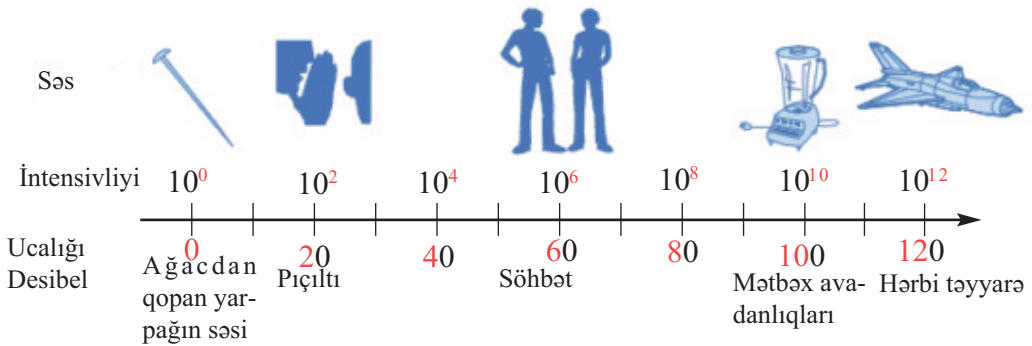
Funksiyaların qrafikləri		
Ekspensial funksiya 	Logarifmik funksiya 	
	Üstlü funksiya	Loqarifmik funksiya
Nümunə	$f(x) = 2^x; f(x) = e^x$	$g(x) = \log_2 x; g(x) = \ln x$
Təyin oblastı	bütün həqiqi ədədlər çoxluğu	bütün müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu
Qiymətlər çoxluğu	bütün müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu x artdıqca $f(x)$ artır x azaldıqca $f(x)$ x oxuna yaxınlaşır	bütün həqiqi ədədlər çoxluğu x artdıqca $g(x)$ artır x sıfıra yaxınlaşdıqca $g(x)$ y oxuna yaxınlaşır
Əlverişli (referens) nöqtələr	$f(x) = 2^x$ $(-1; \frac{1}{2}); (0; 1); (1; 2)$ $f(x) = e^x$ $(-1; \frac{1}{e}); (0; 1); (1; e)$	$g(x) = \log_2 x$ $(\frac{1}{2}; -1); (1; 0); (2; 1)$ $g(x) = \ln x$ $(\frac{1}{e}; -1); (1; 0); (e; 1)$

2-ci saat. Loqarifmik funksiyanın köməyilə çoxlu sayda həyati situasiya məsələlərinin modelləşdirməsi mümkündür. Onlardan bir neçə qrupunu göstərmək olar.

1. Mayenin (suyun) pH-ı: $\text{pH} = -\lg [H^+]$
2. Səsin desibeli - gurluğu; $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$
3. Zəlzələnin amplitudu: $M = \lg \frac{A}{A_0}$

Loqarifləmə nəticəsində böyük ədədlər kiçik ədədlərə çevrilir. Bunu həm Ph şkalasından, həm səs desibeli şkalasından, həm də zəlzələnin amplitudunu göstərən Rixter şkalasından görmək olar.

Loqarifmik funksiya ilə ifadə olunan daha bir şkala nümunəsi səsəin desibeli şkalası aşağıda göstərilmişdir. Səsəin desibelinn bir vahid artımı onun intensivliyinin 10 dəfə artması deməkdir.



D.3 Zəlzələnin gücü $M = \lg \frac{A}{A_0}$ (Rixter) düsturu ilə hesablanır.

a) Baş vermiş zəlzələnin amplitudunun (A) maksimal qiyməti A_0 qiymətindən $10^{7,1}$ dəfə çox olmuşdur, yəni $\frac{A}{A_0} = 10^{7,1}$. Onda Rixter düsturuna görə $M = \lg \frac{A}{A_0} = \lg 10^{7,1} = 7,1$. Deməli, 7,1 bal gücündə zəlzələ baş verib.

b) 4,7 bal gücündə zəlzələnin seysmik dalğa amplitudu $\frac{A_1}{A_0} = 10^{4,7}$, 4 bal gücündə zəlzələnin amplitudu $\frac{A_2}{A_0} = 10^4$ münasibətini ödəyir.

Buradan $\frac{A_1}{A_2} = 10^{4,7-4} = 10^{0,7} \approx 5$

Yəni 4,7 bal gücündə zəlzələnin seysmik dalğa amplitudu 4 bal gücündə zəlzələdəkindən təxminən 5 dəfə çoxdur.

D 6. Bioloqlar filin ayaq izlərinin ölçüsünə görə onların yaşını təxmin edə bilirlər. Bunun üçün onlar $l = 45 - 25,7e^{-0,09a}$ düsturundan istifadə edirlər. Ayaq izi 28 sm; 36 sm olan filin yaşını hesablayın.

Həlli: Verilənləri yerinə yazıb a dəyişəninə görə üstlü tənliyi həll edək.

$$\begin{aligned}
 1) \quad 28 &= 45 - 25,7 \cdot e^{-0,09a} \\
 25,7 \cdot e^{-0,09a} &= 17 & e^{-0,09a} &= 0,6615 \\
 -0,09a &= \ln 0,6615 & -0,09a &\approx -0,413 \\
 a &\approx 4,6 \text{ il}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad 36 &= 45 - 25,7 \cdot e^{-0,09a} \\
 25,7 \cdot e^{-0,09a} &= 9 & e^{-0,09a} &= 0,350 \\
 -0,09a &\approx -1,05 \\
 a &\approx 11,7 \text{ il}
 \end{aligned}$$

İşçi vərəq 4

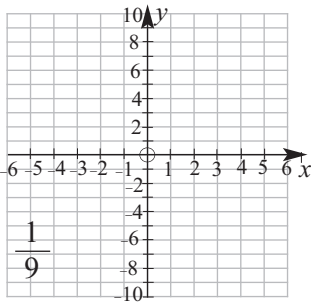
Adı _____

Soyadı _____

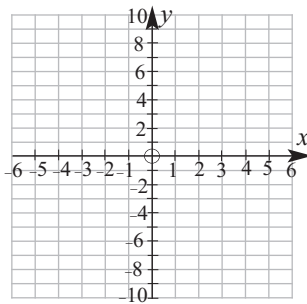
Tarix _____

1) Funksiyaların qrafiklərini ən azı üç nöqtəsinin koordinatlarını və asimptotunu müəyyən etməklə qurun. Təyin oblastını, qiymətlər oblastını, asimptotunu yazın.

$$y = \log_2(x + 2)$$



$$y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$$



Təyin oblastı: _____

Qiymətlər çoxluğu: _____

Asimptotu (ları): _____

Təyin oblastı: _____

Qiymətlər çoxluğu: _____

Asimptotu (ları): _____

2) $(1;1)$ və $(3; \frac{1}{9})$ nöqtələrindən keçən funksiyanın düsturunu $y = l \cdot a^x$ şəklində yazın. Düsturu loqarifmik şəkildə də yazın.

İşçi vərəq 5

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Səsin desibeli $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ düsturu ilə müəyyən edilir. Məsələləri həll edin.

Nümunə. a) Hərəkətdə olan avtomobilin səsinin intensivliyi 10^{-4} vatt/m² olarsa, ucalığı neçə desibeldir?

b) Təyyarənin səsinin ucalığı 150 dB-dir. Təyyarənin səsinin intensivliyini tapın.

Həlli: a) Avtomobilin səs intensivliyini hesablayaq.

$$I_1 = 10^{-4} \text{ vatt/m}^2 \text{ və } I_0 = 10^{-12} \text{ vatt/m}^2 \quad I_1 / I_0 = 10^{-4} / 10^{-12} = 10^8; \quad I_1 / I_0 = 10^8$$

$$M = 10 \lg 10^8 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ dB}$$

b) İndi isə təyyarənin səsinə uyğun intensivliyi hesablayaq

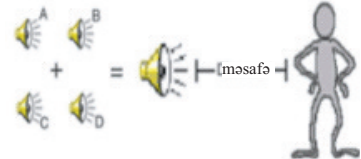
$$150 = 10 \cdot \lg(I_2/I_0), \text{ olduğundan } \lg(I_2/I_0) = 15, \text{ və ya } I_2/I_0 = 10^{15},$$

$$I_2 = 10^{15} \cdot 10^{-12} = 10^{13} \text{ vatt/m}^2$$

a) İntensivliyi $3,2 \times 10^{-3}$ vat/m² olan çəkil səsini intensivliyini desibellə ifadə edin. Ucalığı 120 dB olan səs intensivliyini (I) I_0 kəmiyyəti ilə ifadə edin.

b) Konsertdə çalınan gitaranın səsinin intensivliyi 10^{-3} vatt/m² olarsa, gitaranın səsi neçə desibeldir?

e) Səsgücləndiricilərdən biri 60 dB, digəri isə 40 dB gücündədir. Birinci gücləndiricinin səsinin nisbi intensivliyi ikincidən neçə dəfə çoxdur?



f) İntensivliyi 80 dB olan səsdən 45 dəfə kiçik olan səs intensivliyini tapın.

Dərs 137-138. Dərslik səh. 254-257. Loqarifmin xassələri. 2 saat



Məzmun standartı

2.2.7. Ədədin loqarifminin tərifini, loqarifmləmə qaydalarını bilir və onları tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- *Hasilin, qismətin, qüvvətin loqarifminin xassələrini bilir və tətbiq edir.*
- *Loqarifmin bir əsasdan başqa əsasə keçmə düsturunu və loqarifmin xassələrini ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.*

Loqarifmin xassələrini qüvvətin uyğun xassələri ilə müqayisədə öyrədilməsi daha effektiv olardı.

1. Hasilin loqarifmi	$\log_c xy = \log_c x + \log_c y$	$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
2. Nisbətin loqarifmi	$\log_c \frac{x}{y} = \log_c x - \log_c y$	$a^x : a^y = a^{x-y}$
3. Qüvvətin loqarifmi	$\log_c x^y = y \log_c x$	$(a^x)^y = a^{xy}$



$\frac{\log_2 27}{\log_2 9}$ ifadəsini sadələşdirin, tapşırığını şagird $\log_2(27:9)$ kimi qəbul edərək cavabı $\log_2 3$ və ya yalnız 3 kimi yazır. Şagird $\log_2 8$ ifadəsinin qiymətini intuitiv olaraq asanlıqla tapa bilər. Lakin loqarifmin mənasını dərinlən dərk etmədiyindən yuxarıda göstəriləndiyi kimi səhvlər edir.

Verilmiş işçi vərəqlərdəki tapşırıqlarla loqarifmin xassələrinin tətbiqi bacarıqlarının formativ qiymətləndirilməsi üçün istifadə etmək olar.

Dərs 139-141. Dərslik səh. 258-264. Üstlü tənliklər. Loqarifmik tənliklər. 3 saat.



Məzmun standartı

2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur.

2.3.2. Üstlü və loqarifmik tənlikləri, brabərsizlikləri həll edir.



- *Üstlü tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir.*
- *Loqarifmik tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir.*

Loqarifmin və üstlü funksiyanın xassələrinin tətbiqi zamanı şagirdlərin ən çox etdikləri səhvlərdən birini aşağıdakı nümunə üzərində nəzərdən keçirək.

Məsələ. $P = 10 \cdot (2)^{\frac{t}{60}}$ düsturu dovşanların çoxalmasını göstərir. Bu düstura görə dovşanların sayı hər 60 gündə iki dəfə artır. Bu qayda ilə onların sayı neçə gündən sonra 320 olacaq? Aşağıda bir doğru və bir səhv həll göstərilmişdir.

Səhv həll

$$320 = 10(2)^{\frac{t}{60}}$$

$$\lg 320 = \frac{t}{60} \lg 20$$

$$60 \lg 320 = t \lg 20$$

$$t = \frac{60 \lg 320}{\lg 20} \quad t \approx 115,53$$

Doğru həll

$$P = 10(2)^{\frac{t}{60}}$$

$$320 = 10(2)^{\frac{t}{60}}$$

$$320 = 2^{\frac{t}{60}}$$

$$2^5 = 2^{\frac{t}{60}}$$

$$5 = \frac{t}{60} \quad t = 300$$

Göründüyü kimi şagird tənliyin hər iki tərəfini 10-a bölmək əvəzinə 10-a, 2-yə vuraraq onları eyni qüvvət üstü ilə yazmışdır. Bu cür səhvlər situasiyası yaradılmaqla və müzakirə edilməklə qarşısı müəyyən qədər əvvəlcədən alınə bilər.

Daha çox rast gəlinən səhvlərə aid başqa nümunəni nəzərdən keçirək.

$10^x = 50$ tənliyindəki ədədlərin 5-in vuruqları ilə ifadə olunma imkanı şagirdi $2^{5x} = 2^{25}$ kimi səhv həllə apara bilər. Bu məqamın da müzakirə olunmasına ehtiyac var.

Şagirdlərin loqarifmik və üstlü funksiyaların xassələrini hansı səviyyədə başa düşdüklerini qiymətləndirmək üçün aşağıdakı tapşırıqları istifadə etmək olar. Nəticələrə görə uyğun tapşırıqlar dərslikdən təkrar seçilib həll edilir. Bu tapşırıqlar lövhədə yazıla bilər və ya proyektorla ekranda nümayiş etdirilə bilər və ya işçi vərəq şəklində paylana bilər.

$$10^x = 50$$

$$10 \cdot 5^x = 250$$

$$3^x = \frac{1}{9}$$

$$x^{\frac{2}{3}} = 9$$

$$9^{x+1} = 27^x$$

$$\log_5 25 = x$$

$$\log_5 x = 4$$

$$4^{x^2+4x} = 2^{-6}$$



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.4 b) $2^{x+4} + 2^{x+2} = 5^{x+1} + 3 \cdot 5^{x+2}$

Həlli: Tənliyin hər iki tərəfindən ortaq vuruqları mötərizə xaricinə çıxarmaqla

$$2^{x+2} \cdot (2^2 + 1) = 5^x \cdot (5 + 3) \text{ və ya}$$

$$5 \cdot 2^{x+2} = 5^x \cdot 8 \text{ tənliyini alırıq.}$$

Bu tənliyin hər iki tərəfini $5 \cdot 8 = 40$ -a bölsək, $2^{x-1} = 5^{x-1}$ tənliyini alırıq.

Buradan $(\frac{2}{5})^{x-1} = 1$ və ya $(\frac{2}{5})^{x-1} = (\frac{2}{5})^0$ olduğundan $x=1$

D.5 a) $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 5 \cdot 6^x$

Həlli: Tənliyin hər iki tərəfini 9^x -a bölməklə

$$3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 2 = 5 \cdot \left(\frac{6}{9}\right)^x \text{ və ya } 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2 = 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x \text{ tənliyini alırıq.}$$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = t$ əvəz etməklə bu tənliyi $3t^2 - 5t + 2 = 0$ tənliyinə gətiririk.

Onun kökləri $t_1 = 1$, $t_2 = \frac{2}{3}$ -dir.

Beləliklə, əvəzləmədən $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$, $x = 0$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3}, x = 1$$

tapırıq, deməli, verilmiş tənliyin kökləri $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ -dir.

D.6 a) $125^x = 5 \cdot 5^3 \cdot 5^5 \cdot \dots \cdot 5^{17}$

Həlli: Verilmiş tənlikdən qüvvətin xassələrini tətbiq etməklə

$$5^{3x} = 5^{1+3+5+\dots+17} \text{ tənliyini alırıq.}$$

Sağ tərəfdə qüvvətin üstü 1-dən 17-yə kimi tək ədədlərin cəminə bərabərdir.

$$1+3+5+\dots+17 = \left(\frac{1+17}{2}\right) \cdot 9 = 81 \text{ olduğundan}$$

sonuncu tənliyi $5^{3x} = 5^{81}$ şəklində yazı bilərik.

$$\text{Buradan } 3x = 81, x = 27$$

D.9. Maddənin soyuması zamanı temperaturun zamandan asılılığını Nyuton düsturu

$$T = (T_0 - T_r)e^{-rt} + T_r \text{ kimidir. Burada}$$

T - maddənin baxılan andakı,

T_0 isə başlanğıc andakı temperaturudur.

T_r - ətraf mühitin temperaturudur.

r - soyuma sürətidir

t - zamanı göstərir

Temperaturun 80°C olan suyun temperaturu 22°C olan otaqda 10 dəqiqədən sonra 60°C oldu.

a) r əmsalını tapın.

b) Neçə dəqiqədən sonra suyun temperaturu 35°C olar?

Həlli:

a) Verilənlərə görə $T_0 = 80^\circ\text{C}$, $T_r = 22^\circ\text{C}$, $T = 60^\circ\text{C}$, $t = 10$ dəq.

olduğunu düsturdə nəzərə alaq.

$$60 = (80 - 22)e^{-10r} + 22$$

$$\text{Buradan } 58e^{-10r} = 38, \quad e^{-10r} = \frac{38}{58}, \quad -10r \approx \ln \frac{38}{58}, \quad -10r = -0,42, \quad r = 0,042$$

b) $r \approx 0,04$ olduğunda düsturu $T = (T_0 - T_r)e^{0,042t} + T_r$ şəklində yazıq, və neçə dəqiqədən sonra suyun temperaturunun 35°C olduğunu tapaıq:

$$35 = (80 - 22) \cdot e^{-0,04t} + 22$$

$$58 \cdot e^{-0,042t} = 13, \quad e^{-0,042t} = \frac{13}{58}, \quad -0,042t = \ln \frac{13}{58}$$

$$-0,042t \approx -1,495 \quad t \approx 35,4 \text{ dəqiqə.}$$

D.2(səh262) h) $\log_3(1+\log_3(2^x-7))=1$

Həlli: Loqarifin tərifindən istifadə edərək, verilmiş tənliyin həllini aşağıdakı ardıcılıqla yerinə yetirək.

$$1+\log_3(2^x-7)=3$$

$$\log_3(2^x-7)=2$$

$$2^x-7=3^2$$

$$2^x=16, 2^x=2^4, x=4$$

D.5 a) $x^{\log_2 x-2}=8$

Həlli: Verilmiş tənliyin hər iki tərəfini 2 əsasına görə loqarifmləyək:

$$\log_2 x^{\log_2 x-2} = \log_2 8$$

Buradan $(\log_2 x - 2) \cdot \log_2 x = 3$ tənliyini alırıq. Sonuncu tənlikdə $\log_2 x = t$ əvəz etsək, $t^2 - 2t - 3 = 0$ kvadrat tənliyindən $t_1 = -1$, $t_2 = 3$ tapılır.

Əvəzləməyə görə $\log_2 x = -1$ və $\log_2 x = 3$ tənliklərini həll edərək alırıq ki, $x_1 = \frac{1}{2}$ və $x_2 = 8$ verilmiş tənliyin kökləridir.

Məsələ. Vulkan püskürməsi zamanı yanmış ağacın kömüründə qalan karbon 14 maddəsinin 45%-i qalmışdır. Vulkan püskürməsi neçə il əvvəl baş vermişdir?

Karbon-14 izotopunun yarımparçalanma müddəti 5730 ildir. t ildən sonra qalıqdakı izotopun miqdarını $A(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/5730}$ düsturu ilə tapılır.

Məsələdə qalıqda 45% maddənin olduğu verilir, yəni $A(t) = 0,45A_0$

Bu iki tənlikdən $A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/5730} = 0,45A_0$ bərabərliyini yazmaq olar.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}^{t/5730} &= 0,45 & \frac{t}{5730} \lg \frac{1}{2} &= \lg 0,45 \\ \lg \frac{1}{2}^{t/5730} &= \lg 0,45 & t &= 5730 \frac{\lg 0,45}{\lg 0,5} \end{aligned}$$

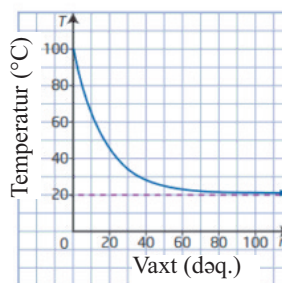
Məsələ. Bir fincan qaynadılmış suyun (100°) otaq temperaturuna qədər (20°) soyuması gözlənilir. Müşahidələr göstərir ki, temperatur zamandan eksponensial asılı olaraq hər beş dəqiqədə 25% aşağı düşür. a) Temperaturun zamandan asılı dəyişməsinə $y = ab^x + c$ şəklində modelləşdirin. b) Neçə dəqiqədən sonra suyun temperaturu otaq temperaturunda olacaq?

Həlli: Temperaturun 25% azalması əvvəlkinin $\frac{3}{4}$ -ü qədər qalması deməkdir. Deməli, $y = ab^x + c$ tənliyində $b = \frac{3}{4}$, x həddi vaxtı ifadə edir və hər 5 dəqiqədə 25% azalır, $x = \frac{t}{5}$ olacaq. Temperaturu T ilə işarə etsək, zamandan asılılıq funksiyası $T(t)$ olar, su otaq temperaturuna qədər soyuya bilər, yəni $c = 20$ olacaq. Bu funksiyanın düsturunu müəyyən etdiyimiz hədlərlə yazaq.

$T(t) = a \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{5}} + 20$, suyun ilkin temperaturu $t = 0$ olduqda $T = 100^\circ$ -dir və bu nöqtə y oxunu kəsmə nöqtəsidir. Bu qiymətləri tənlikdə yerinə yazaraq a -nı tapaq.

$$100 = a \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{0}{5}} + 20; \quad 100 = a + 20; \quad a = 80$$

Düstur $T(t) = 80 \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{5}} + 20$ kimi olacaq.



D.18. a) Fil sümüyü qalıqınadkı karbon 14-ün 36% - i yox olmuşdur. Bu fil neçə il əvvəl yaşamışdır.

Həlli: Fil sümüyündəki karbon 14-ün ilkin miqdarını m_0 qəbul etsək, şərtə görə bu miqdarın 64%-i, yəni $0,64m_0$ qədəri qalmışdır.

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \text{ düsturda (burada } T = 5730) \text{ alırıq} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}} = 0,64$$

$$\text{Buradan } \frac{t}{5730} = \log_{\frac{1}{2}} 0,64 \quad t \approx 3689 \text{ il əvvəl.}$$

D.21. Həlli: $N = N_0(1+r)^t$ düsturunda verilənləri nəzərə alaq:

$$173 \cdot 10^6 = 151 \cdot 10^6 \cdot (1+r)^{10}$$

$$\text{buradan } (1+r)^{10} = \frac{173}{151}$$

$$1+r = 1,0137 \quad r = 0,0137$$

$$N = N_0(1 + 0,0137)^t \text{ düsturda}$$

$N_0 = 173 \cdot 10^6$, $N = 220 \cdot 10^6$ yazmaqla neçə ildən sonra əhalini 220 milyon olacağını tapırıq.

$$1,0137^t = 1,2717 \quad t = \frac{\ln 1,2717}{\ln 1,0137} \approx 17,7 \text{ il sonra}$$

Dərs 142-145. Dərslik səh. 265-271. Üstlü bərabərsizliklər.

Loqarifmik bərabərsizliklər. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat



Məzmun standartı

2.2.8. Loqarifmik funksiyanın tərifini və xassəsini bilir, qrafikini qurur.

2.3.2.Üstlü və loqarifmik tənlikləri, bərabərsizlikləri həll edir.



• Loqarifmik tənlikləri və bərabərsizlikləri həll edir.

• Loqarifmik tənlikləri və bərabərsizliklərin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.

Bərabərsizliklər. Üstlü və loqarifmik bərabərsizliklərin həllinin də uyğun funksiyaların xassələrinin tətbiqi ilə həll edildiyi diqqətə çatdırılır. Loqarifmik tənlik və bərabərsizliklərin tətbiqi ilə məsələlər müzakirələrlə həll edilir.

Aşağıdakı kimi məsələ araşdırıla bilər.

Məsələ. Xəstəyə verilən dərmanın tərkibindəki kalsiumun sorulması

$A(t) = 200(0,7)^t$ düsturu ilə dəyişir. Həkimin tapşırığına görə xəstə qanda kalsiumun miqdarı 98 mq olana qədər tərkibində kalsium olan yemək yeməməlidir. Bu xəstə süd içmək üçün ən azı neçə saat gözləməlidir?

Xəstə eksponensial bərabərsizlikləri həll edə bilir, bunu müəyyən edə bilər.

$A(t) = 200(0,7)^t$ bərabərliyində $A(t)$ 98-dən az olmalıdır.

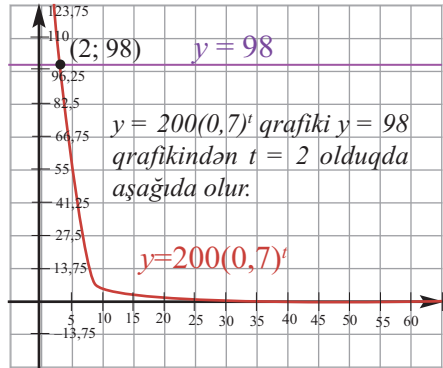
$200(0,7)^t \leq 98$ bərabərsizliyini həll etməklə bu vaxtı tapmaq olar.

$$(0,7)^t \leq 0,49 \quad t > \log_{0,7} 0,49$$

Həm bərabərsizliyin, həm də tənliyin qrafik yolla həllinə müəyyən vaxt ayrılması tövsiyə edilir. Qrafik həll qrafikalkulyatorda yerinə yetirilməklə ev tapşırığı kimi də verilə bilər.

$200(0,7)^t \leq 98$ bərabərsizliyinin qrafik həlli

$y = 200(0,7)^t$ və $y = 98$ qrafiklərinin kəsişmə nöqtəsinə görə tapıla bilər.



D.4. Funksiyanın təyin oblastını tapın.

$$b) y = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} - \left(\frac{9}{25}\right)^x}$$

Həlli: Kvadrat kökün $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} - \left(\frac{9}{25}\right)^x \geq 0$ olduqda mənası var.

Burada x -in mümkün qiymətlərini tapmaq üçün.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{9}{25}\right)^x \text{ və ya } \left(\frac{3}{5}\right)^{x+2} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^{2x}$$

Bərabərsizliyini həll etmək lazımdır.

$\left(\frac{3}{5}\right)^x$ funksiyası azalan olduğundan alırıq ki;

$x + 2 \leq 2x$ olmalıdır. Onda $x \geq 2$. Beləliklə, verilmiş funksiyanın təyin oblastı $[2 : +\infty)$ aralığıdır.

$$\mathbf{D.7.} \quad j) |1 - \log_3 x^2| < 3$$

Həlli: Verilmiş bərabərsizlik

$-3 < 1 - \log_3 x^2 < 3$ ($x \neq 0$) ikiqat bərabərsizliyinin həllinə gətirilir.

buradan ardıcıl olaraq alırıq. $-4 < -\log_3 x^2 < 2$

$$4 > \log_3 x^2 > -2$$

$$4 > 2\log_3 |x| > -2$$

$$2 > \log_3 |x| > -1$$

$$9 > |x| > \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3} < |x| < 9$$

Beləliklə $\left(-9 : -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3} : 9\right)$ çoxluğu verilmiş bərabərsizliyin həlli olur.

İşçi vərəq 6

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Açıq şəkildə yazın.

$$\log_{13}(8 \cdot 5^4 \cdot 9^3)$$

$$\log_7 \frac{8}{9^3}$$

$$\log_8 \frac{7^6}{3}$$

$$\log_7(d \cdot h \cdot n)$$

$$\log_6(b^2 \cdot z^3)$$

$$\log_{11}(u \cdot q \cdot b)^{\frac{1}{3}}$$

İfadəni $\log_a N$ şəklində yazın.

$$3\log_{12}r + \log_{12}z$$

$$\log_4z + \log_4n$$

$$3\log_{15}n - 3\log_{15}x$$

İfadələrin qiymətini tapın.

Məsələn: $\log_2 8 + \log_3 9$ ifadəsinin qiymətini tapın

$$\begin{aligned} \log_2 8 + \log_3 9 &= \log_2 2^3 + \log_3 3^2 \\ &= 3 \log_2 2 + 2 \log_3 3 \\ &= 3 \log_2 2 + 2 \log_3 3 \\ &= 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_a b^c &= c \cdot \log_a b \\ \log_a a &= 1 \end{aligned}$$

$$2\log_5 25 - \log_4 16$$

Cavab

$$\log_9\left(\frac{1}{3}\right) \cdot \log_7 49$$

Cavab

$$\frac{\log_3 27}{2\log_2 4}$$

Cavab

$$\log_6 36 + 5\log_9 81$$

Cavab

$$\frac{1}{2} \log_2 16 - \log_4 64$$

Cavab

$$\log_5 125 \cdot \log_2 32$$

Cavab

$$\frac{2\log_4 16}{\log_7 49}$$

Cavab

$$\frac{1}{3} \log_3 27 + \log_8 64$$

Cavab

İşçi vərəq 7

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Üstlü tənlikləri həll edin.

$$5^x=625$$

$$4^x=64$$

$$2^{x+1}=\frac{1}{8}$$

$$9^x=3$$

$$8^x=2$$

$$3^{2x-1}=27$$

$$3^x=7$$

$$5^x=30$$

$$4^{x+1}=12$$

$$3^{2x}=5$$

$$7^{3x+1}=50$$

$$6^{x-3}=21$$

$$5^{3x-1}=15$$

$$8^{2x+1}=20$$

$$4^x=15^{x+1}$$

$$5^x=2^{x+2}$$

$$2^{x+1}=3^{x-1}$$

$$3^{2x+1}=5^{x+1}$$

2) Üstlü bərabərsizlikləri həll edin.

$$4^{x+3}<8^x$$

$$8^{2x-1}\leq 16^x$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3}>\frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{2x-3}\leq\left(\frac{1}{27}\right)^x$$

İşçi vərəq 8

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Loqarifmik tənlikləri həll edin

$$\log_2(16+2b)=\log_2(b^2-4b)$$

$$\ln(n^2+12)=\ln(-9n-2)$$

$$\log_3x+\log_38=2$$

$$\lg x-\lg 2=1$$

$$\lg 2+\lg x=1$$

$$\log_2x+\log_27=\log_237$$

$$\log_82+\log_84x^2=1$$

$$\log_9(x+6)-\log_9x=\log_92$$

$$\log_6(x+1)-\log_6x=\log_629$$

$$\log_56+\log_52x^2=\log_548$$

$$\ln 2-\ln(3x+2)=1$$

$$\ln(3x-1)-\ln 7=2$$

2) Loqarifmik bərabərsizlikləri həll edin

$$\log_3(5x-1)>\log_37$$

$$\log_{0,1}(2x+3)\geq\log_{0,1}5$$

$$\log_2(x^2-x)<1$$

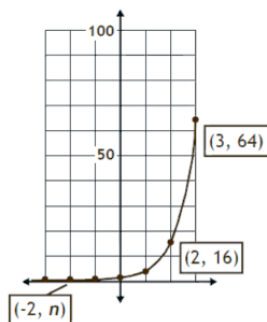
$$\log_2(x-1)+\log_23>3$$

Üstlü və loqarifmik funksiyalar
Summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nö	Meyarlar	Qeyd
1	Üstlü funksiyanın qrafikini qurur, xassələrini təqdim edir	
2	Qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə üstlü funksiyanın daxil olduğu ifadələri sadələşdirir	
3	Üstlü funksiya üzərində uyğun çevrilmələri yerinə yetirir	
4	Üstlü funksiyanın köməyiylə müxtəlif situasiyaları (pul artımı, radioaktiv parçalanma, əhalinin artımı və s.) model-ləşdirir	
5	Loqarifmin mahiyyətini riyazi əməl olaraq başa düşür	
6	Loqarifmik şkala üzərində qurulmuş məsələləri həll edir	
7	Loqarifmik funksiyanın qrafikini qurur	
8	Loqarifmin xassələrini tətbiq edir	
9	Üstlü tənlikləri həll edir	
10	Loqarifmik tənlikləri həll edir	
11	Üstlü bərabərsizlikləri həll edir	
12	Loqarifmik, üstlü tənlik və bərabərsizliklərə aid məsələləri həll edir	

Dərs 146. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Qrafikə uyğun düsturu yazın. n -in qiymətini tapın.



2) $y = 2^x + 3$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu yazın.

3) $(-1; \frac{5}{2})$ nöqtəsi $y = l \cdot 5^x$ funksiyasının qrafiki üzərindədir. l -nin qiymətini tapın.

4) Hansı ikisi eyni funksiyanı ifadə edir?

$$y = 16(4)^x \text{ və } y = 2^{2x+4} \quad y = \frac{27}{64} \left(\frac{3}{4}\right)^{-x} \text{ və } y = \left(\frac{4}{3}\right)^x \quad y = 25(5)^{-x} \text{ və } y = 5^{x+2}$$

5) Tənlikləri həll edin.

$$2^{x+1} + 0,5^{x-2} = 9$$

$$4^{2x} - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$$

6) Tənlikləri həll edin.

$$4^{3x} = 12$$

$$6^{x+2} = 18$$

$$5^{4x-2} = 120$$

$$2,4^{x+4} = 30$$

7) Hesablayın.

$$\log_2 16$$

$$\log_4 \frac{1}{32}$$

$$\log_{1/4} \frac{1}{2}$$

8) Tənlikləri həll edin.

$$\log_5 4 + \log_5 2x = \log_5 24$$

$$3 \log_4 6 - \log_4 8 = \log_4 x$$

9) Bərabərsizlikləri həll edin.

$$7^{3x-1} \geq 21$$

$$6,5^{2x} \geq 200$$

$$\log_3(2x-5) \leq 2$$

10) Kimya laboratoriyasında təcrübə aparılan turşuda $\text{pH} = 4,1$ olduğuna görə hidrogen konsentrasiyasını $\text{pH} = -\lg(\text{H}^+)$ düsturuna görə hesablayın. Kalkulyatordan istifadə edin.

11) $y = ae^{-0,00012t}$ düsturunda a heyvan qalığındakı karbon -14 izotopunun miqdarını, t heyvanın neçə il əvvəl öldüyünü göstərir. y isə t ildən sonra qalan karbon-14-ün miqdarını $m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Karbonun yarımparçalanma müddəti $T = 5730$ olduğuna görə karbon 14-ün miqdarını 95% itirmiş qalığın neçə yaşı var?

10. Kompleks ədədlər

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
1.1.1. Kompleks ədəd anlayışı ilə tanışdır. 1.1.2. Kompleks ədədi cəbri və triqonometrik şəkildə təqdim edir. 1.2.1. Cəbri şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir. 1.2.2. Kompleks ədədin istənilən dərəcədən qüvvətini və kökünü tapır.	147-148	Kompleks ədədlər. Kompleks ədədlər üzərində əməllər	3	273-276
	149	Kompleks ədədin həndəsi təsviri	1	277
	150	Kompleks ədədin modulu və argumenti. Kompleks ədədin triqonometrik şəkli	1	278-279
	151	Triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində əməllər	1	280-281
	152-153	Kompleks ədədin n -ci dərəcədən kökləri. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	282-284
	154	Kompleks ədədlər. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		9	

Dərs 147-149. Dərslik səh. 273-276. Kompleks ədədlər. Kompleks ədədlər üzərində əməllər. 3 saat.



Məzmun standartı

1.1.1. Kompleks ədəd anlayışı ilə tanışdır.

1.1.2. Kompleks ədədi cəbri və triqonometrik şəkildə təqdim edir.

1.2.1. Cəbri şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.



Riyazi lüğət kompleks ədədlər, həqiqi ədədlər, xəyali ədədlər,



Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər



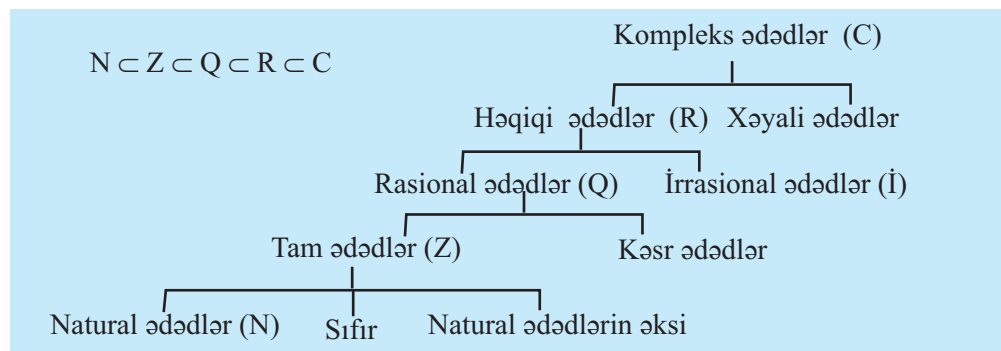
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- Kompleks ədəd anlayışını nümunələr üzərində izah edir.
- Kompleks ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirir.
- Hesab əməllərinin xassələrini kompleks ədədlər üzərində əməllərə tətbiq edir.

Dərslikdə verilmiş “Bu maraqlıdır” tarixi məlumatı haqqında söhbət aparılır. Hər hansı riyazi anlayışın sistemli şəkildə elmə gəlişi zamanı mürəkkəb mübahisələrdən mübarizələrdən keçdiyi haqqında məlumat verilir. Məsələn, böyük Pifaqor uzun müddət kvadratı 2 olan həqiqi ədədin olmadığını, yəni $x^2 = 2$ tənliyinin həqiqi kökünün olmadığını iddia etmişdir. Çünki belə bir həlli qəbul etmək rəasional ədəddən fərqli, yeni növ ədədin - irrasional ədədin varlığını və bu tənliyin köklərinin $x = \sqrt{2}$ və $x = -\sqrt{2}$ olduğunu qəbul etmək demək idi. Mübahisələr bizim eradan əvvəl 570-275-ci illərdən, yəni Pifaqorun yaşadığı illərdən XIX əsrə qədər davam etdi. İrrasional ədədlərin daxil edilməsi də bütün tənliklərin köklərini əhatə edən ədədlər sistemini yaratmadı.

Mübahisələr “ $x^2 = -1$ tənliyinin köklərini hansı ədədlər ifadə etməlidir” sualının ətrafında qalmaqda idi.

Aşağıdakı şəkildə kompleks ədədlərin digər ədədi çoxluqlarla əlaqəsi təsvir edilmişdir. Şagirdlərə bu sxemi dəftərlərində çəkmələri üçün vaxt verilir.



Şagirdlərin tarixi məlumatda adları keçən riyaziyyatçılar haqqında məlumat toplamaları və təqdimat hazırlamaları tövsiyə edilir. Təqdimat xüsusi tədbirlə məktəb səviyyəsində və ya sinifdə keçirilə bilər.

Bir çoxlarının mənasız saydığı $\sqrt{-4}$, $\sqrt{-23}$ kimi ədədlərin Dekart tərəfindən xəyali ədədlər adlandırılması ilə və daha sonra Eyler və Gaussun töhfələri ilə kompleks ədəd riyaziyyat elmində öz yerini almış oldu.

Kompleks ədədin $a + ib$ şəklində cəbri yazılışında a və b həqiqi ədədlər, i isə xəyali vahid olduğu diqqətə çatdırılır. Lakin i -nin 1 olmadığı da vurğulanır. Bir çox hallarda şagirlər i -ni bir kimi qəbul edirlər.

Kompleks ədədlər üzərində əməllərin hesab əməlləri ilə eyni xassəyə malik olduqları qeyd edilir. Şagirdlər bu xassələri səsləndirir, dəftərlərində həqiqi ədədlər üzərində nümunələr yazırlar. Eyni xassə kompleks ədədlərə də tətbiq edilir. Kompleks ədədlərə aid eyniliklər və əməllər ümumi şəkildə yazılır.

1. Eynilik: $a + bi = c + di$ yalnız və yalnız o zaman mümkündür ki, $a = c$ və $b = d$ olsun.

2. Kompleks ədədlərin toplanması: $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

3. Kompleks ədədlərin vurulması: $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

Dərs 150-151. Dərslik səh. 277-279. Kompleks ədədin həndəsi təsviri. Kompleks ədədin modulu və argumenti. Kompleks ədədin triqonometrik şəkli



Məzmun standartı

1.1.1. Kompleks ədəd anlayışı ilə tanışdır.

1.1.2. Kompleks ədədi cəbri və triqonometrik şəkildə təqdim edir.

1.2.1. Cəbri şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.



Riyazi lüğət kompleks ədədlər, həqiqi ədədlər, xəyali ədədlər,



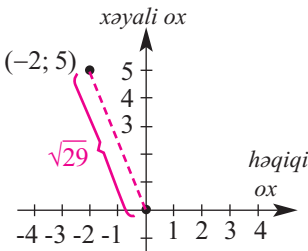
Formalaşdırılan şagird bacarıqları

• kompleks ədədi kompleks müstəvidə nöqtə ilə təsvir edir, anlayışını nümunələr üzərində izah edir;

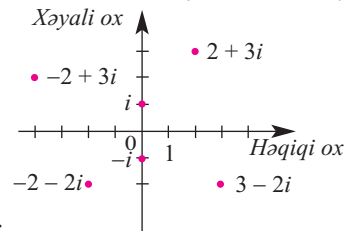
• kompleks ədədin mütləq qiymətini və argumentini nümunələr üzərində göstərir.

$z = a + bi$ kompleks ədədinə koordinat müstəvisində $(a; b)$ nöqtələri uyğun gəlir. Kompleks ədədin təsvir edildiyi koordinat müstəvisinə kompleks müstəvi deyilir. Burada y **xəyali ox**, x **həqiqi ox** adlanır.

Kompleks ədədin mütləq qiyməti və ya modulu koordinat başlanğıcından $(a; b)$ nöqtəsinə qədər olan məsafədir.



Bu anlayışların düzgün və aydın şəkildə dərk edilməsi kompleks ədədlərin triqonometrik şəkildə yazılışı, n -ci dərəcədə kök alınması kimi daha mürəkkəb anlayışları asan qavramağa imkan yaradır. Odur ki, hər bir şagird diqqət mərkəzində saxlanılır.



Dərs 152. Dərslik səh. 280, 281. Triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində əməllər



Məzmun standartı

1.1.2. Kompleks ədədi cəbri və triqonometrik şəkildə təqdim edir.

1.2.1. Cəbri şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.



Riyazi lüğət kompleks ədədlər, həqiqi ədədlər, xəyali ədədlər,

Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

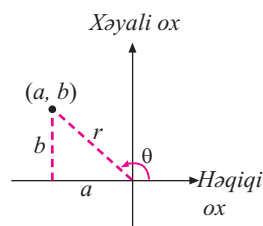
İşçi vərəqlər



- kompleks ədədi triqonometrik şəkildə ifadə edir;
- triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirir.

Kompleks ədədlərin kompleks şəkildə ifadəsi və kompleks şəkildə verilmiş ədədlər üzərində əməllərə aid tapşırıqlar yerinə yetirilir.

Triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədin cəbri yazılışı ilə və əksinə ifadə edilməsi tapşırıqları diqqətdə saxlanılır. Əvvəlcədən böyük vərəqdə yazılmış nümunələrin lövhəyə bərkidilməsi və dərs boyu şagirdlərin gözü qarşısında olması faydalı olardı.



$z = -2 - 2\sqrt{3}i$ ədədini triqonometrik şəkildə yazın.

$$r = |-2 - 2\sqrt{3}i| = \sqrt{(-2)^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4$$

θ - referens bucağı

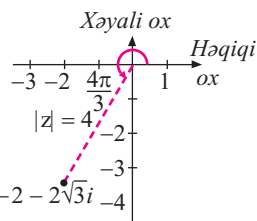
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b}{a} = \frac{-2\sqrt{3}}{-2} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \quad z = -2 - 2\sqrt{3}i \text{ III rübdə yerləşdiyindən}$$

$$\theta \text{ bucağı } \theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$z = -2 - 2\sqrt{3}i$ ədədinin triqonometrik şəkli

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) = 4 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)$$



Analoji qaydada triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədin standart şəkildə yazılışa çevrilməsi nümunəsi hazırlanır.

Triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədlərin həndəsi təsvirinə, əməllərin yerinə yetirilməsinə aid tapşırıqlar həll edilir.

Dərs 153,154. Dərslik səh. 282-284 . Kompleks ədədin n -ci dərəcədən kökləri

Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 2 saat



Məzmun standartı

1.2.2. Kompleks ədədin istənilən dərəcədən qüvvətini və kökünü tapır.



Riyazi lüğət n dərəcədən, n sayda kök



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- kompleks ədədin n -ci dərəcədən kökünü müəyyən edir.

Kompleks ədədlər anlayışını n -ci dərəcədən kök üzərində daha aydın izah etmək olar.

Şagird $x^6 - 1 = 0$ tənliyini həll edərək köklərini

$$x^6 - 1 = 0$$

$$(x^3 - 1)(x^3 + 1) = 0$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x = \pm 1, \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}, \quad \text{və} \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}. \text{ olduğunu müəyyən edir.}$$

Tapılan köklərin hər birinin 1-in 6-cı dərəcədən kökü olduğunu başa düşür.

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ kompleks ədədinin n dərəcədən n sayda kökü var.

Onlar $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$ olmaqla aşağıdakı kimidir.

$$\sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\theta + 2\pi k}{n} \right),$$

Məsələn, 64-ün 6-cı dərəcədən 6 kökü var və onlar aşağıdakı kimidir.

$$\sqrt[6]{64} \left(\cos \frac{0}{6} + i \sin \frac{0}{6} \right) = 2$$

$$\sqrt[6]{64} \left(\cos \frac{0 + 2\pi}{6} + i \sin \frac{0 + 2\pi}{6} \right) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 1 + i\sqrt{3}$$

$$\sqrt[6]{64} \left(\cos \frac{0 + 4\pi}{6} + i \sin \frac{0 + 4\pi}{6} \right) = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 2 \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -1 + i\sqrt{3}$$

$$\sqrt[6]{64} \left(\cos \frac{0 + 6\pi}{6} + i \sin \frac{0 + 6\pi}{6} \right) = 2 \left(\cos \pi + i \sin \pi \right) = -2$$

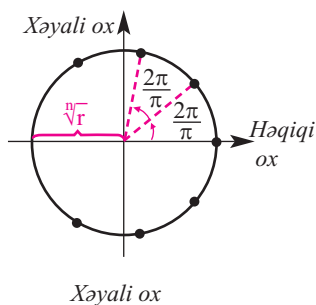
$$\sqrt[6]{64} \left(\cos \frac{0 + 8\pi}{6} + i \sin \frac{0 + 8\pi}{6} \right) = 2 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 2 \left(-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -1 - i\sqrt{3}$$

$$\sqrt[6]{64} \left(\cos \frac{0 + 10\pi}{6} + i \sin \frac{0 + 10\pi}{6} \right) = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 1 - i\sqrt{3}$$

Kompleks ədədin n -ci dərəcədən kökü rəşional tənliklərin həllində geniş istifadə edilir. Bəzən sual verilir: “ Kompleks ədədlər rəşal həyatda harada istifadə edilir?”-Bir çox fiziki, kimyəvi hadisələri, mühəndis texniki qurğuların layihələri rəşional tənliklərlə modelləşdirilir. Bu işləri yerinə yetirərkən kompüterdə çoxlu sayda rəşional tənliklər həll edilir. Bu zaman köklərin kompleks və ya həqiqi ədədlər olmasından asılı olma-
yaraq onların bütün kökləri tapılır.

Kompleks ədədin n dərəcədən kökünün aydın həndəsi izahı var.

z kompleks ədədinin n dərəcədən bütün köklərinin modulu $\sqrt[n]{r}$ kimidir və bütün köklər radiusu $\sqrt[n]{r}$ və mərkəzi koordinat başlanğıcında olan çevrənin üzərində yerləşir. n dərəcədən köklər argumenti $2\pi/n$ olmaqla çevrə boyu ardıcıl olaraq bərabər məsafələrdə yerləşmişdir. Bu təsvir şəkildə göstərilmişdir.



1 ədədinin 6-cı dərəcədən bütün köklərini göstərin.

1-i triqonometrik şəkildə yazsaq. $1 = 1 (\cos 0 + i \sin 0)$

$n = 6$, $r = 1$ olduğuna görə düstur:

$$\sqrt[6]{1} \cos\left(\frac{0 + 2\pi k}{6} + i \sin \frac{0 + 2\pi k}{6}\right) = \cos \frac{\pi k}{3} + i \sin \frac{\pi k}{3}$$

$k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ardıcıl olaraq yerinə yazsaq,

$$\cos 0 + i \sin 0 = 1$$

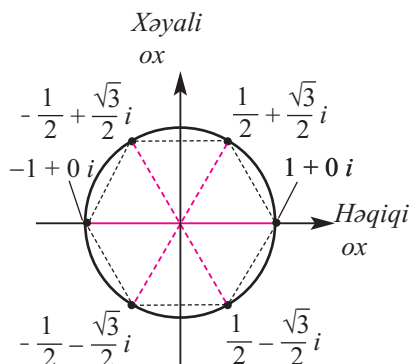
$$\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$\cos \pi + i \sin \pi = -1$$

$$\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

$$\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$$



Həndəsi təsvir isə vahid çevrə üzərində bir-birindən bərabər uzaqlıqda yerləşən 6 nöqtədir.

İşçi vərəq N1

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

1) Cəbri şəkildə verilmiş kompleks ədədləri triqonometrik şəkildə yazın.

a) $5 + 5i$

b) $-2(1 - \sqrt{3}i)$

c) $7i$

2) Triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədləri cəbri şəkildə yazın.

a) $3 \cos(150^\circ) + 3 \sin(150^\circ)i$

b) $9 \cos \frac{3\pi}{2} + 9 \sin \frac{3\pi}{2} i$

3) Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\left[3 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3} i \right) \right] \left[\frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} i \right) \right]$

b) $\frac{32(\cos 150^\circ + \sin 150^\circ i)}{24(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ i)}$

4) Triqonometrik şəkildə verilmiş kompleks ədədləri cəbri şəkildə yazın.

$$\begin{aligned} & 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) \\ & 5(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) \\ & \frac{3}{2}(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ) \\ & \frac{1}{4}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) \\ & 3,75 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

Bölmə üzrə qiymətləndirmə meyarları

N	Meyarlar	Qeyd
1	Kompleks ədədləri cəbri şəkildə ifadə edir	
2	Kompleks ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirir	
3	Kompleks ədədləri kompleks müstəvidə təsvir edir	
4	Kompleks ədədləri triqonometrik şəkildə ifadə edir	
5	Kompleks ədədləri triqonometrik şəkildən cəbri şəklə və əksinə çevirir	
6	Vahidin n -ci dərəcədən kökünü tapır	
7	Kompleks ədəddən n -ci dərəcədən kökünü tapır	

Dærs 155. Kompleks ədədlər

Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

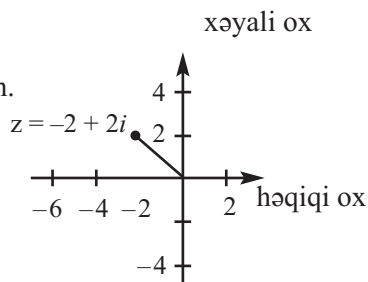
1) Əməlləri yerinə yetirin. Nəticəni $a + bi$ şəklində yazın.

a) $(3 + 4i) + (5 - 6i)$ b) $(3 - 2i)(2 + 3i)$ c) $\frac{-4i}{7 - 2i}$

2) Kompleks ədədin modulunu tapın.

1. $-7i$
2. $-4 + 4i$
3. -7
4. $5 - 12i$

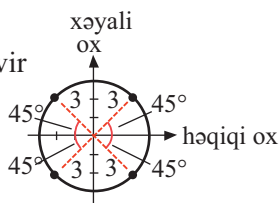
3) Kompleks ədədi triqonometrik şəkildə ifadə edin.



4) Ədədləri trigonometrik şəkildə ifadə edin.

a) $-3 - i$ b) $1 + \sqrt{3}i$

5) Şəkində hansı kompleks ədədin kökləri təsvir edilmişdir?



6) z_1 və z_2 kompleks ədədlərinin hasilini hesablayın.

$$z_1 = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$z_2 = 8 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$$

7) z_1 və z_2 kompleks ədədlərinin nisbətini hesablayın.

$$z_1 = 24 (\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$$

$$z_2 = 8 (\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$$

8) Ədədi kompleks müstəvi üzərində təsvir edin.

1) $-8i$

2) $4i$

3) $-7 + 4i$

4) $5 - i$

9) x və y dəyişənlərinin yerinə elə həqiqi ədədlər yazın ki, bərabərliklər doğru olsun.

$$2x + 3yi = 6 - 3i$$

$$2 - 5i = -x + 10yi$$

$$4x - 2yi = 4 + 8i$$

$$4 + 7i = 6x - 14yi$$

10) Kompleks ədədləri kompleks müstəvi üzərində təsvir edin və cəbri şəkildə yazın.

a) $5(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$

b) $2(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)$

11. Məlumatlar proqnozlar

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saati	Dərslik səh.
5.1.1. Ölçmənin sistematik və təsadüfi səhvlərini (nəticələrini) fərqləndirir. 5.2.1. Hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir	156-160	Külliyyat və seçim. Təsadüfi seçim və növləri. Məlumatın təqdimi	5	286-296
	161-162	Binomial açılışlar	3	297-300
	163-165	Bernulli sınaqları. Binomial sınaqlar. Ümumilədirici tapşırıqlar	3	301-306
	166	Məlumatlar proqnozlar. Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	167-172	Ümumiləşdirici tapşırıqlar. İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	7	307-313
	Cəmi		19	

Dərs 156-160. Dərslik səh. 286-296.. Külliyyat və seçim.
Təsadüfi seçim və növləri. Məlumatın təqdimi. 5 saat.



Məzmun standartı

5.1.1. Ölçmənin sistematik və təsadüfi səhvlərini (nəticələrini) fərqləndirir.



Riyazi lüğət: külliyyat, seçim, təsadüfi seçim, diskret məlumat, kəsilməz məlumat



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar
İşçi vərəqlər

- külliyyata görə seçimi müəyyən edir;
- seçimə görə aparılan araşdırmaları külliyyata tətbiq edir;
- seçimlərin növlərini nümunələr üzərində izah edir.

Şagirdlərlə müasir dövrdə statistika və ehtimalın öyrənilməsinin əhəmiyyəti barədə söhbət edilir. Statistika məlumatlarla öyrənmə elmidir və bu elm sahəsi məlumatın toplanması, analizi, sistemləşdirilməsi, şərhini əhatə edir. Statistik araşdırmalar nəticəsində əldə edilmiş göstəricilər əsasən tibb elminin müxtəlif sahələrində, əczaçılıq, genetika və s. sahələrində, dövlətin siyasətində, maliyyədə geniş tətbiq edilir. Son dövrlər ekoloji problemlər, məsələn qlobal istiləşmə haqqında verilən proqnozlar statistik araşdırmalara əsaslanır. Əgər statistika seçimə görə aparılan tədqiqat əsasında külliyyat haqqında proqnoz verirsə, ehtimal külliyyatdan seçilmiş elementlər haqqında proqnoz verir.

Külliyyatdan aparılmış seçimin növləri haqqında məlumat verilir. Şagirdlər nümunələr üzərində seçim texnikalarını təqdim edirlər.

- Sadə təsadüfi seçim
- Sistematik təsadüfi seçim
- Klaster təsadüfi seçim
- Təbəqəli təsadüfi seçim



Sadə təsadüfi seçim

Elementlərin hər birinin seçilmə şansı eynidir.

Uduşa düşəcək telefon nömrələrini kompüter təsadüfi olaraq seçir.



Sistematik təsadüfi seçim

Hər k -cı element seçilir.



Təbəqəli təsadüfi seçim

Külliyyat ən azı 2 qrupa (təbəqəyə) ayrılır. Qruplardan təsadüfi seçim aparılır.

Klaster seçim

Müəyyən qrup elementlərdən təsadüfi seçim



Rahat seçim

Aidiyyatı elementlərdən seçim.

Sınıf şagirdlərindən soruşulur Kimlər eyni qrupda işləmək istəyirlər?

Həyatımızda qaraj tikilməsinə razısınız?



Məlumatın kəmiyyət və kateqoriyalarla ifadə olunmasına görə iki tipə ayrıldığı qeyd edilir. Burada bir məqama diqqət edilir. Hər iki halda nəticələr ədədi qiymətlərlə ifadə edilir. Araşdırmanın obyektinə görə məlumatlar bu cür iki qrupa bölünür. Məsələn, ən çox hansı rəngdə avtomobil satılır araşdırmasında araşdırma rəngə görə aparılır və bu kateqorial məlumatdır. “Alma ağacının son 5 ildə verdiyi məhsul” isə kəmiyyət tipli məlumatdır.

Şagirdlərin külliyyatdan və seçim anlayışlarını başa düşmələri üçün müxtəlif situasiyalar yaradılır. Seçim o zaman doğru olur ki, nümunələrin xarakteristikaları, keyfiyyətləri külliyyatın keyfiyyətlərini, xarakteristikalarını əhatə etsin.

Məsələn, təbəqəli seçimdə 8-ci sinifdə 180 nəfər və 10-cu sinifdə 120 nəfər oxuyursa, onlar arasından 20 nəfər seçilməlidirsə, hər sinifdən neçə nəfərin seçilməsi doğru olardı? Şagirdlərin ümumi sayı 300 nəfərdir. 8-ci sinifdən $(180/300) \times 20 = 12$, 10-cu sinifdən isə $(120/300) \times 20 = 8$ nəfər seçməliyə.

Klaster seçimlə təbəqəli seçimin fərqi nümunə ilə izah edilir. Klaster seçim: Hər hansı tədqiqat yalnız yuxarı sinif şagirdləri arasında aparılır. Hər bir yuxarı sinif şagirdinin təsadüfi seçilmə imkanı bərabərdir. Təbəqəli seçim: Seçim bütün məktəb şagirdləri arasında aparılır. Təmsilçi nümunələr eyni seçim imkanı ilə hər sinifdən seçilir.

Şagirdlərə müxtəlif situasiyalarda yanlış təmsilçi seçim nümunələri göstərmələri təklif edilir:

1. Heyvan dərisindən geyimlərin hazırlanması doğrudurmu?
2. Ekzotik heyvanları ev heyvanı kimi saxlamaq düzgündürmü?

1-ci sualla sorğu üçün dəri geyimlərin satıldığı mağazanın müştərilərindən seçim etmək, dəri geyimlərini geymiş şəxslərdən seçim etmək yanlış seçimdir.

Sorğu zamanı sualın düzgün qoyulması da düzgün nəticələr əldə etməyə imkan verir.

Məlumatın təqdimi formaları müzakirə edilir.

* Tezlik cədvəli

* Barqraf

* Histoqram

* Səpələnmə diaqramı

Kiçik məlumat bazasında

* gövdə-budaq diaqramı

Məlumatın toplanması zamanı aşağıdakı məqamlar diqqət mərkəzində saxlanılır.

* Məlumatı toplayan şəxs

* Araşdırmanın aparıldığı külliyyat

* Təmsilçi seçimin müəyyən edilməsi

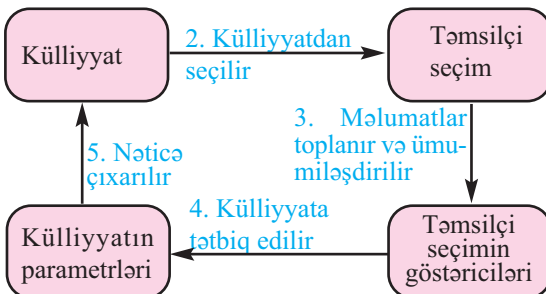
* Hansı sualla araşdırma aparılacaq

* Təmsilçi seçimin nəticələrinin küliyyata tətbiq edilməsi

* Araşdırma nəticəsində nə əldə edildi, məqsəd nə idi?

Başlanğıc

1. Məqsəd müəyyən edilir





Məzmun standartı

5.2.1. Hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir



Riyazi lüğət binom, binomun qüvvəti, binomial açılış, Paskal üçbucağı



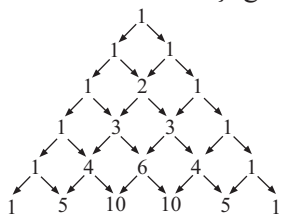
Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

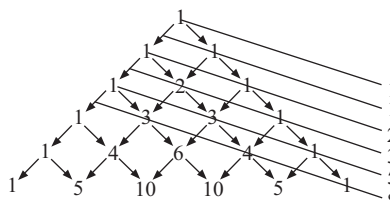
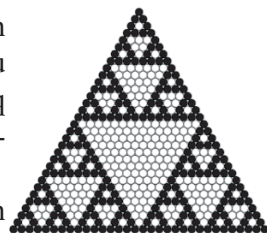
- Binomun qüvvətinin açılış qanunauyğunluqlarını nümunələr üzərində göstərir.
- Binomial açılışda hədlərin əmsalını kombinezonla ifadə edir.
- Binomial açılışda hədlərin əmsalını paskal üçbucağı ilə əlaqələndirir.

Binomial açılışlardakı qanunauyğunluqlar müzakirələrlə izah edilir, şagirdlərə bir neçə açılışı müstəqil yazmaları üçün vaxt verilir. Əmsalların kombinezonla ifadəsinin hər bir şagirdin başa düşüyünə diqqət edilir. Paskal üçbucağı maraqlı xassələrə malikdir. Şagirdlər kiçik layihə işi kimi müstəqil araşdırmalar apararaq



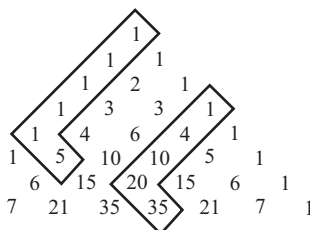
təqdimat hazırlaya bilirlər. Paskal üçbucağında **ədədlər simmetrik yerləşmişdir**. Təpədən (1) keçən düz xəttə görə soldakı ədədlərlə sağdakı ədədlər eynidir. Paskal üçbucağının yan tərəfinə paralel xətlər boyu düzülmüş ədədlər 1, 3, 6, 10, 15, 21, . . . üçbucaq ədədləridir. Yəni bu ədədlərin sayı qədər əşya ilə bərabər-tərəfli üçbucaq quraşdırmaq olar.

Paskal üçbucağında tək ədədlərin yerinə qara, cüt ədədlərin yerinə ağ rəngli dairələr çəkilsə, şəkildə göstərilən mənzərə alınır. Bu mənzərədə də maraqlı xassələr var. Məsələn, bütün qara cərgələrin nömrələri 0, 1, 3, 7, 15, 31, ... 2-nin tam qüvvətlərindən bir vahid azdır.



1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, . . . gəldiyiniz ədəd düz yoldakı ədədlərin cəminə bərabərdir.

Fibonaçi ədədləri də Paskal üçbucağında gizlənmişdir. Düz xətt boyunca hərəkət edib, istənilən anda 90° dönsəniz, rast gəldiyiniz ədəd düz yoldakı ədədlərin cəminə bərabərdir.



Şagirdlərin binomun elementləri ilə mümkün hadisələrin sayı arasında əlaqə yaratma bacarıqlarına diqqət edilir. Məsələn, 7 nəfərlik qrupda azı 3 qız olması şərti qoyulmuşdur. Azı 3-nün qız olması şərti 4, 5, 6, 7 nəfərində qız olma şərtini özündə əks etdirir. Deməli, bu məsələni həll etmək üçün $(q + o)^7$ binomunun uyğun hədlərinin cəmini tapmalıyıq.

$$(q + o)^7 = q^7 + 7q^6 o + 21q^5 o^2 + 35q^4 o^3 + 35q^3 o^4 + 21q^2 o^5 + 7q o^6 + o^7$$

$q^4 o^3, q^3 o^4, q^2 o^5, q o^6, o^7$ hədlərinin əmsalları bu mümkün variantları göstərir, yəni 3 oğlan 4 qız olmanın 35, 3 qız 4 oğlan olmanın 35, 2 qız 5 oğlan olmanın 21, bir qız 6 oğlan olmanın 7, 7 oğlan olmanın 1 variantı var. Mümkün halların sayı onların cəminə $35+35+21+7+1=99$ - a bərabərdir.

Dərs 163-165. Dərslik səh. 301-306. Bernulli sınaqları. Binomial sınaqlar. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3 saat.



Məzmun standartı

5.2.1. Hadisələrin başvermə ehtimalının hesablanmasına Bernulli sxemini tətbiq edir.



Riyazi lüğət binom, binomun qüvvəti, binomial açılış, Paskal üçbucağı



Formalaşdırılan şagird bacarıqları



Əlavə resurslar İşçi vərəqlər

- Bernulli sınaqlarının əsas şərtlərini təqdim edir.
- Bernulli sınaqlarını nümunələr üzərində təqdim edir.
- Bernulli sınaqları ilə binomial açılışların əmsalları arasında əlaqə yaradır.

Binomial sınaq və ya Bernulli sınağı yalnız aşağıdakı şərtlər ödənildikdə doğrudur.

- Hər bir sınağın yalnız iki nəticəsi var.
- Sınaqların sayı məlumdur.
- Sınaqlar asılı deyil.
- Hər sınaq bərabər ehtimallıdır.

Yalnız iki hadisə ilə nəticələnə bilən müxtəlif situasiyalar fikirləşilir. Məsələn, torbada iki rəng şar var. Burada Bernulli sxemi ilə proqnoz vermək olar. Torbada 3 rəng şar varsa, onların hər biri hadisə olaraq araşdırılırsa, burada Bernulli sxemi işləmir. Lakin şərt bir rəng şarın çıxması və çıxmaması üzərində qurularsa, Bernulli sxemi yenə işləyir. Yəni Bernulli sxeminə uğurlu və uğursuz nəticə var.

Binomun açılışında eləcə də Bernulli sınaqlarına aid məsələ həllində kombinezonları hesablamaq lazım gəlir. Kombinezonların xassələrini qeyd etməklə aşağıdakı nümunənin həllinin araşdırılması məqsəduyğundur.

Nümunə . ${}_nC_r + {}_nC_{r-1} = {}_{n+1}C_r$ olduğunu isbat edin.

Həlli:

$$\begin{aligned}
 &\text{Sol tərəfi sadələşdirək. } {}_nC_r + {}_{n+1}C_{r-1} = \\
 &= \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r+1)!} = \\
 &= \frac{n!}{(r-1)! \cdot r \cdot (n-r)!} + \frac{n!}{(n-r+1) \cdot (r-1)! \cdot (n-r)!} = \\
 &= \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r)!} \cdot \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{(n-r+1)} \right] = \\
 &= \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r)!} \cdot \left[\frac{n-r+1+r}{r(n-r+1)} \right] = \\
 &= \frac{n!}{(r-1)! \cdot (n-r)!} \cdot \left[\frac{n+1}{r(n-r+1)} \right] = \\
 &= \frac{n!(n+1)}{r \cdot (r-1)! \cdot (n-r)! \cdot (n-r+1)} = \\
 &= \frac{(n+1)!}{r! \cdot (n-r+1)!} = \\
 &= {}_{n+1}C_r \\
 &{}_nC_r + {}_nC_{r-1} = {}_{n+1}C_r
 \end{aligned}$$

Məlumatlar proqnozlar

Bölmə üzrə qiymətləndirmə meyarları

N	Meyarlar	Qeyd
1	Külliyyatdan seçim texnikasını müəyyənləşdirir.	
2	Məlumatı təqdim etmək üçün uyğun qrafik formanı seçir.	
3	Binomun qüvvətinin açılışını yazır.	
4	Binomial açılışın əmsallarını hesablayır.	
5	Bernulli sxeminə görə ehtimala aid məsələləri həll edir.	

Dərs 166. Məlumatlar proqnozlar

Summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) Gövdə-budaq diaqramına görə tapşırıqları yerinə yetirin.

- a) ən böyük qiyməti müəyyən edin
- b) ən kiçik qiyməti müəyyən edin
- c) qiyməti ən azı 60 olan neçə məlumat var?
- d) qiyməti 55-dən az olan neçə məlumat var?

3	8 9
4	0 3 6 7 7 8
5	1 3 4 5 5 6 7 9 9
6	2 2 5 6 7 7 8 8 9
7	0 0 1 2 4 5 6 8
8	
9	1
7	0 → 70

2) Külliyyatı və seçimi göstərin.

- a) Məktəb şagirdlərindən 20 nəfəri konfransda iştirak etmək üçün seçilmişdir.
- b) Tamaşaçılardan 5 nəfəri təsadüfi seçimlə səhnəyə çağırıldı.
- c) Telefon kitabçasındakı 5 ünvana zəng edildi.
- d) Səhifədəki sözlərdən “ə” hərfi olan 5 söz qeyd edildi.

3) Universitetdə bir qrup tələbə apardığı araşdırmaya görə ölkədəki tələbələrin 38%-nin idmanla məşğul olduğu nəticəsini təqdim etmişlər. Onlar araşdırmanı oxuduqları universitetdə təsadüfi seçilmiş 500 nəfər tələbə arasında aparmışlar və nəticələrin doğru olduğunu düşünürlər. Siz necə düşünürsünüz? Fikirlərinizi əsaslandırın. Bu araşdırma üçün külliyyat və seçimi yazın.

4) 0, 1, 2, 8, və 9 rəqəmlərindən istifadə etməklə neçə üçrəqəmli ədəd yazmaq olar?
a) 100 b) 60 c) 48 d) 125

6) $(2x^2 + 3y)^4$ binomunun açılışında 3-cü həddini yazın.

7) n -i tapın

a) ${}_nP_3 = 120$ b) ${}_nC_2 = 4 \cdot {}_nC_1$

8) Qəpik pul 5 dəfə atılmışdır. Ən azı 4 dəfə xəritə üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalını tapın.

9) Həmidin hazırlaşmadığı 10 test sualının hər birinə 4 cavab seçimi var. Həmidin 6 suala təsadüfən düzgün cavab vermə ehtimalını tapın.

10) Basketbol komandasının oyunu udma ehtimalı $\frac{2}{3}$ -dir. Komandanın növbəti 5 oyundan 3-nü udma ehtimalını hesablayın.

11) $(a + 1)^6$ binomunun açılışını yazın.

12) “Hansı sərinləşdirici içkini daha çox içirsiniz?” sualının cavabı yaş qruplarına görə aşağıdakı kimi olmuşdur.

	Kola	Limonad	Meyvə şirəsi
$21 <$	40	25	20
$21 - < 40$	30	35	30
40-dan $>$	20	30	25

a) Bu şəxslər arasından təsadüfi bir nəfər seçilsə, onun 40 yaşından böyük və meyvə şirəsi içən olması ehtimalını hesablayın.

b) Bu şəxslər arasından təsadüfi bir nəfər seçilsə, onun 40 yaşından kiçik, kola və ya limonad içən olma ehtimalını hesablayın.

Dərs 167-171. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.

Dərsliyin sonunda verilmiş ümumiləşdirici tapşırıqlara 5 dərs saatının ayrılması nəzərdə tutulmuşdur.

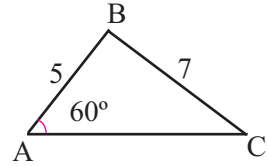
Dərs 172. İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1) $f(x) = 2x - 1$ və $g(x) = x^2 + 2$ funksiyalarına görə mürəkkəb funksiyaları düsturla yazın. a) $f(g(x))$ b) $g(f(x))$

2) Fəzanın M nöqtəsindən müstəviyə çəkilmiş düz xətt müstəvi ilə 30° -li bucaq yaradır. Mailin proyeksiyası 2 sm olarsa, mailin uzunluğunu tapın.

3) Vahid çevrədən istifadə etməklə $[0; 2\pi]$ aralığında $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ bərabərliyini ödəyən dönmə bucaqlarını göstərin.

4) Verilənlərə görə üçbucağın naməlum bucaqlarını və tərəflərini tapın.



5) Fəzanın M nöqtəsi ABCD düzbucaqlısının bütün təpələrindən 26 sm məsafədədir. Düzbucaqlının tərəfləri 12 sm və 16 sm-dir. M nöqtəsindən düzbucaqlının müstəvisinə qədər məsafəni tapın.

6) $y = 3 \sin 2x$ funksiyasının qrafikini 5 əsas nöqtəsinə görə qurun.

7) Amplitudu 4, dövrü π olan kosinus funksiyası yazın.

8) Düzbucaqlı üçbucağın düz bucaq tərəsindən keçən müstəvi hipotenuza paraleldir. Katetlərin bu müstəvi üzərindəki proyeksiyaları $\sqrt{8}$ sm və $\sqrt{15}$ sm-dir. Hipotenuz müstəvidən 1 sm məsafədədirsə, müstəvi üzərindəki proyeksiyasını tapın.

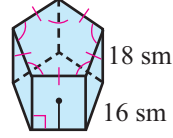
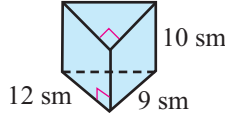
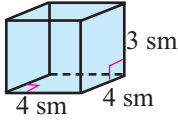
9) $\sin \alpha = 0,6$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ olduqda $\sin 2\alpha$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

10) İfadənin qiymətini tapın: $\sin(2 \cdot \arctg \sqrt{3})$

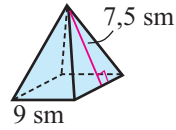
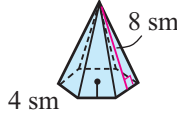
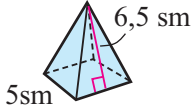
11) Verilən bucaqla son tərəfi üst-üstə düşən və verilmiş aralıqda yerləşən dönmə bucaqları yazın.

a) 50° , $90^\circ \leq \theta < 720^\circ$ b) $\frac{2\pi}{3}$, $-2\pi \leq \theta < 2\pi$

12) Düz prizmaların səthini və həcmi tapın.



13) Düzgün piramidaların yan səthini və həcmi tapın.



14) (0; 1), (1; 3), (2; 9) nöqtələrini koordinat müstəvisi üzərində yerləşdirin, qrafiki bu nöqtələrdən keçən funksiyanın düsturunu $y = a^x$ şəklində yazın.

15) Həkim hüceyrələrin çoxalmasını müşahidə edir. O, müşahidə üçün 5 hüceyrə ayırdı və hüceyrələrin sayının aşağıdakı ardıcılıqla dəyişdiyini aşkar etdi.

İlk 5 hüceyrə

1 saat sonra 10

2 saat sonra 20

3 saat sonra 40

Hüceyrələrin çoxalmasını göstərən düsturu $N(t) = l \cdot a^t$ şəklində yazın.

16) Hesablayın.

a) $\log_2(1 + \log_3 27)$

b) $\ln e^{-2}$

c) $\log_5 125$

d) $\log_3 9^4$

17) Loqarifmin xasələrini tətbiq edin.

a) $\lg(10x^3y)$

b) $\log_8(64x^2)$

18) Loqarifmik tənlikləri və bərabərsizliyi həll edin.

a) $\frac{1}{2} \log_6 25 + \log_6 x = \log_6 20$

b) $\log_2 4 - \log_2 (x + 3) = \log_2 8$

c) $\log_{0,5} (x + 3) \geq \log_2 0,5$

19) Səsin ucalığını (desibellə) $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada I səsin intensivliyi (vatt/m^2), I_0 insan qulağının eşidə bildiyi ən alçaq səsin intensivliyidir (10^{-12}vatt/m^2 qəbul edilir). İki gücləndiricinin hər birinin yaratdığı səsin intensivliyi 10^{-5}vatt/m^2 . Otaqda iki gücləndiricinin yaratdığı səsin ucalığı birinin yaratdığından neçə desibel yüksəkdir?

20) Kompleks ədədləri həndəsi təsvir edin.

a) $-5 + 4i$

b) $4 - 3i$

21) Kompleks ədədləri triqonometrik şəkildə yazın.

a) $-3 + 3i$

b) $6i$

22) Seçimin tipini müəyyən edin. İbtidai siniflərdə oxuyan 496 nəfərdən 49 nəfər, 348 orta sinif şagirdlərindən 34 nəfər, 480 yuxarı sinif şagirdlərindən 48 nəfər təsadüfi olaraq seçilmişdir.

a) sadə

b) təbəqəli

c) klaster

d) sistematik

23) Paskal üçbucağının verilən sətirindəki ədədləri kombinezonla ifadə edin.

$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

24) Qəpik pul 5 dəfə atılmışdır. 3 dəfə xəritə üzünün düşmə ehtimalını tapın.

25) Atıcının bir atəşlə hədəfi vurma ehtimalı 0,6-dır. Beş atəşdən ikisində hədəfi vurma ehtimalını tapın.

26) Tənlikləri və bərabərsizliyi həll edin:

a) $3^{x+2} - 2 \cdot 3^{x+1} = 9$

b) $9^{2x-1} = 27^x$

c) $0,4^{x-3} \leq 0,16^x$

27) $2\sin^2 x - \sin x = 0$ tənliyinin $[0; 2\pi]$ parçasında neçə kökü var?

28) $(x+3)^n$ binomunun açılışında binomial əmsalların cəmi 16 olarsa, n -i tapın və binomun açılışını yazın.

Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə dərsliyin
METODİK VƏSAİTİ

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər: **Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova**
Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov
İlham Heydər oğlu Hüseynov

İxtisas redaktoru: **İbrahim Məhərov**
fizika-riyaziyyat elmləri üzrə fəlsəfə doktoru

Dil redaktoru **Asəf Həsənov**

Kompüter tərtibatı: **Mustafa Qəhrəmanov**
Bədii tərtibatı: **Leyla Bəşirova**
Korrektoru: **Tərlan Qəhrəmanova**

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin qrif nömrəsi: 2017-089

© Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi-2017

Kağız formatı: $70 \times 100 \frac{1}{16}$.
Fiziki çap vərəqi 15,0.
Səhifə sayı 240.
Tiraj: 7000. Pulsuz.

Radius nəşriyyatı
Bakı şəhəri, Binəqədi şossesi, 53

PULSUZ

