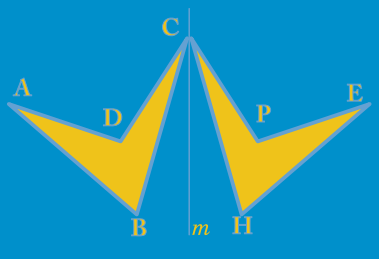
მათემატიკა

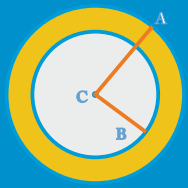
6

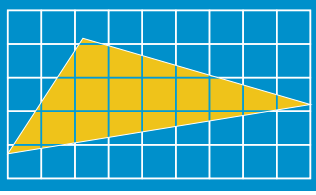
სახელმძღვანელო

$a:b=c:d$

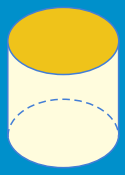


$|-6|=6$





$0{,}2=20\%$



$\frac{5}{18}\cdot\frac{18}{5}=1$

Azərbaycan Respublikasının Dövlət Himni

Musiqisi Üzeyir Hacıbəylinin,
sözləri Əhməd Cavadındır.

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadiriz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!
Minlərlə can qurban oldu!
Sinən hərbə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştaqdır!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!

ჰეიდარ ალიევი

აზერბაიჯანელი ხალხის საერთო ეროვნული ლიდერი

სევდა ისმაილოვა
არზუ ჰუსეინოვა

მათემატიკა
6

ზოგადსავანმანათლებლო სკოლების
მე-6 კლასისათვის მათემატიკის სავნის
სახელმძღვანელო

გთხოვთ სახელმძღვანელოსთან დაკავშირებული თქვენი
გამოხმაურება, შენიშვნები და წინადადებები გამოაგზავნოთ
info@eastwest.az და derslik@edu.gov.az ელექტრონულ მისამართებზე.
წინასწარ მადლობას მოგახსენებთ ჩვენთან თანამშრომლობისათვის!

ŞƏRQ-QƏRB
BAKI 2017

სარჩევი

V კლასში გავლილი მასალის გამეორება 7

1. ჩვეულებრივი წილადები

1.1. მარტივი და შედგენილი რიცხვები 11
1.2. შედგენილი რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად 12
1.3. უდიდესი საერთო გამყოფი 13
1.4. უმცირესი საერთო ჯერადი 16
1.5. წილადის ძირითადი თვისება 18
1.6. წილადების შეკვეცა 20
1.7. წილადების გაერთმნიშვნელიანება 22
1.8. სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შედარება 24
1.9. სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრება და გამოკლება 26
1.10. შერეული რიცხვების შეკრება და გამოკლება 29
1.11. წილადების გამრავლება 32
1.12. შერეული რიცხვების გამრავლება 34
1.13. ურთიერთშებრუნებული რიცხვები 35
1.14. წილადების გაყოფა 36
1.15. რიცხვის პოვნა მისი ნაწილის მიხედვით 37
1.16. მოქმედებები ჩვეულებრივ წილადებზე და ათწილადებზე 39
თვითშემოწმება 41

2. შეფარდება. პროპორცია. პროცენტი

2.1. შეფარდება 42
2.2. პროპორცია 47
2.3. პირდაპირპროპორციული სიდიდეები. პროპორციულობის კოეფიციენტი 50
2.4. რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პროპორციულ ნაწილებად 54
2.5. უკუპროპორციული სიდიდეები 56
2.6. რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების უკუპროპორციულ ნაწილებად 58
2.7. მასშტაბი 59
2.8. პროცენტი 62
2.9. რიცხვის პოვნა პროცენტის მიხედვით 63
2.10. ორი რიცხვის შეფარდების პროცენტით გამოსახვა 65
2.11. სიდიდეების ცვლილების პროცენტით გამოსახვა 67
2.12. ამოცანები პროცენტის შესახებ 69
თვითშემოწმება 72

3. მთელი რიცხვები

3.1. დადებითი და უარყოფითი რიცხვები 73
3.2. რიცხვითი ღერძი 75
3.3. მოპირდაპირე რიცხვები. მთელი რიცხვები 77
3.4. რიცხვის მოდული (აბსოლუტური მნიშვნელობა) 79

3.5. მთელი რიცხვების შედარება . . . 80
3.6. უარყოფითი რიცხვების შეკრება . . . 82
3.7. სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების შეკრება . . . 84
3.8. მთელი რიცხვების გამოკლება . . . 86
3.9. მთელი რიცხვების გამრავლება . . . 88
3.10. მთელი რიცხვების გაყოფა . . . 91
3.11. მოქმედებათა რიგი . . . 93
3.12. ორი სასრული სიმრავლის სხვაობა . . . 95
თვითშემოწმება . . . 97

4. მათემატიკური გამოსახულება. განტოლება. უტოლობა
4.1. მათემატიკური გამოსახულება . . . 98
4.2. კოეფიციენტი . . . 100
4.3. ფრჩხილების გახსნა . . . 101
4.4. საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გამოტანა . . . 103
4.5. მსგავსი შესაკრებების შეერთება . . . 104
4.6. განტოლება . . . 105
4.7. ამოცანების ამოხსნა განტოლებების შედგენით . . . 107
4.8. უტოლობა . . . 111
თვითშემოწმება . . . 113

5. კოორდინატები. ფუნქცია
5.1. პარალელური და პერპენდიკულარული წრფეები . . . 114
5.2. კოორდინატები . . . 117
5.3. მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა . . . 119
5.4. პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება . . . 122
5.5. უკუპროპორციული დამოკიდებულება . . . 124
5.6. ფუნქცია . . . 126
თვითშემოწმება . . . 128

6. კუთხე. წრეწირი. სიმეტრია
6.1. მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები . . . 129
6.2. სამკუთხედების აგება . . . 132
6.3. წრფისა და წრეწირის ურთიერთმდებარეობა . . . 133
6.4. ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა . . . 136
6.5. რკალი. ცენტრული კუთხე . . . 139
6.6. წრეწირის სიგრძე . . . 140
6.7. ღერძული სიმეტრია . . . 143
6.8. კონგრუენტული ფიგურები . . . 145
თვითშემოწმება . . . 147

7. გაზომვები. ფართობი, მოცულობა
7.1. სიგრძის ერთეულები . . . 148
7.2. ფართობის გაზომვა . . . 150
7.3. წრე. სექტორი. სეგმენტი . . . 153

7.4. წრის ფართობი *154*
7.5. ცილინდრის ზედაპირის ფართობი *156*
7.6. მოცულობის ერთეულები. ცილინდრის მოცულობა *158*
თვითშემოწმება *160*

8. სტატისტიკა. ალბათობა
8.1. ინფორმაციის შეგროვება. *161*
8.2. შერჩეული ინფორმაციის ცვლილების მახასიათებელი ცხრილის აგება *162*
8.3. დიაგრამა *164*
8.4. ჰისტოგრამა *166*
8.5. არითმეტიკული საშუალო, მოდა და მედიანა. *168*
8.6. პროგნოზირება *171*
8.7. ალბათობა *173*
8.8. ტოლალბათობიანი, დაბალალბათობიანი და მაღალალბათობიანი ხდომილობები *175*
8.9. შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი *177*
8.10. შედარებით რთულ ხდომილობებში ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი *180*
თვითშემოწმება *183*

გამეორება 184
მარტივ რიცხვთა ცხრილი 201
პასუხები 202

$+$	შეკრება
$-$	გამოკლება
$\cdot$	გამრავლება
$:$	გაყოფა
$=$	ტოლობა
$\neq$	არ არის ტოლი (განსხვავებულია)
$\approx$	მიახლოებითი ტოლობა
$\frac{a}{b}$	წილადი
$\cup$	გაერთიანება
$\cap$	თანაკვეთა
$\varnothing$	ცარიელი სიმრავლე
$A \backslash B$	სიმრავლეთა სხვაობა
$\in$	ეკუთვნის

$>$	მეტია
$<$	ნაკლებია
$\geqslant$	მეტია ან ტოლია
$\leqslant$	ნაკლებია ან ტოლია
$\cong$	კონგრუენტულია
$\parallel$	პარალელურია
$\perp$	მართობულია
$\angle$	კუთხე
$A \breve{m} B$	რკალი
%	პროცენტი
$\lvert a \rvert$	რიცხვის მოდული
π	პი

V კლასში გავლილი მასალის გამეორება

1. ჩაწერეთ რიცხვები ციფრებით:
   ა) ას ოთხმოცდაათი მილიარდ ორმოც მილიონ ხუთასი ათას სამი;
   ბ) შვიდი მილიარდ ოთხი მილიონ ათიათას სამასი;
   გ) ორას სამი მილიარდ ექვსი ათასი;
   დ) რვა მილიარდ რვა მილიონ რვა ათას რვა.

2. ჩაწერეთ რიცხვები ციფრებით:
   ა) 40 ათასი;
   ბ) 2602 ათასი;
   გ) 6065 მილიონი;
   დ) 4 მილიონ 23 ათას 150;
   ე) 18 მილიარდ 3 მილიონ 405 ათას 18;
   ვ) 5 მილიარდ 5 მილიონ 5 ათას 5.

3. გამოსახეთ:

ა) სანტიმეტრობით:	3 მ 90 სმ;	3 მ 9 სმ;	4 დმ 7 სმ;	110 მმ;
ბ) მეტრებით:	2 კმ 750 მ;	2 კმ 75 მ;	5 კმ 5 მ;	6600 სმ;
გ) კილომეტრი და მეტრებით:	1350 მ;	720300 მ;	12000 მ;	225 მ;
დ) მეტრი და სანტიმეტრებით:	986 სმ;	5020 სმ;	5600 სმ;	499 სმ

4. გამოსახეთ:

ა) გრამობით:	5 კგ 200გ;	1 კგ 5გ;
ბ) კილოგრამობით:	3 ტ 60 კგ;	8 ც 70 კგ;
გ) კილოგრამი და გრამობით:	6840 გრ;	3090 გრ;
დ) ცენტნერი და კილოგრამობით:	556 კგ;	4350 კგ.

5. ვარსკვლავის ნაცვლად < ან > ნიშნები ისე დაწერეთ, რომ უტოლობა სწორი იყოს:
   ა) 224* 216; ბ) 566*1001; გ) 0*54.

6. CD წრფე, MK სხივი და AB მონაკვეთი დახაზეთ ისე, რომ CD წრფემ MK სხივი და AB მონაკვეთი გადაკვეთოს, ხოლო MK სხივმა AB მონაკვეთი არ გადაკვეთოს.

7. ოთხმა ბიჭმა თავიანთი სიმაღლე გაზომეს და შედეგები: 149 სმ, 167 სმ, 158 სმ, 152 სმ მიიღეს. ცნობილი გახდა, რომ ელის სიმაღლე სამირის სიმაღლეზე მეტია, თუმცა ნაილის სიმაღლეზე ნაკლებია. უსუფის სიმაღლე კი სამირის სიმაღლეზე ნაკლებია. განსაზღვრეთ თითოეული ბიჭის სიმაღლე.

8. საბავშვო სახლისათვის ხილი შეიძინეს. ცნობილია, რომ შეიძინეს 46 კგ ვაშლი, მასზე 12 კგ-ით ნაკლები მსხალი და მსხალზე 8 კგ-ით მეტი მანდარინი. რამდენი კგ-ით ნაკლებია მანდარინი ვაშლთან შედარებით?

9. შეადგინეთ გამოსახულება ამოცანის ამოხსნისათვის: გასულ წელს ვაშლის ბაღის მოსავლის გადაზიდვისათვის საწარმოს 1500 კგ ტვირთამწეობის 28 სატვირთო მანქანა დასჭირდა. ვინაიდან წელს მოსავალი უფრო მეტია 32 მანქანა გადაზიდავს მოსავალს. რამდენ კილოგრამ ვაშლს გადაზიდავს საწარმო ორ წელიწადში?

10. ორი რიცხვის ჯამი პირველზე 48 ერთეულით მეტია. განსაზღვრეთ მეორე რიცხვი.

11. ქალაქსა და სოფელს შორის მანძილი ***s*** კმ-ია რამდენ საათში გაივლის ამ მანძილს ტურისტი, რომლის სიჩქარეც არის 4 კმ/სთ? ამოცანის ამოხსნისათვის შეადგინეთ გამოსახულება და გამოთვალეთ მიღებული გამოსახულების მნიშვნელობა: ***s*** = 36; ***s*** = 28; ***s*** = 20; ***s*** = 12.

V კლასში გავლილი მასალის გამეორება

1. მაყურებელთა დარბაზში ყოველ რიგში m რაოდენობის ადგილია. დარბაზში მყოფი რიგების რაოდენობა, რიგებში მყოფ ადგილებთან შედარებით 5 ერთეულით ნაკლებია. სულ რამდენი ადგილია დარბაზში? შეადგინეთ გამოსახულება.

2. ექსკურსიაზე მიმავალი მოსწავლეები 5 ავტობუსსა და 3 მატარებელის ვაგონში მოათავსეს. ყოველ ვაგონში x მოსწავლე, ყოველ ავტობუსში კი ვაგონთან შედარებით 17 მოსწავლით ნაკლები იყო. ექსკურსიაზე მიმავალი მოსწავლეთა რაოდენობის საპოვნელად შეადგინეთ გამოსახულება.

3. თუ $a = 7\,537$, $a = 15\,901$, მაშინ იპოვეთ $(1073 + a) : 82$ გამოსახულების მნიშვნელობა.

4. თუ $x = 7$; $x = 14$, მაშინ იპოვეთ $350 : x + 17$ გამოსახულების მნიშვნელობა.

5. ამოხსენით ამოცანა განტოლების შედგენით.

ა) კლასში გარკვეული რაოდენობის მოსწავლე იყო. 7 მოსწავლის მოსვლის და 9 მოსწავლის წასვლის შემდეგ კლასში 31 მოსწავლე დარჩა. რამდენი მოსწავლე იყო კლასში თავდაპირველად?

ბ) ვალემ ჩაიფიქრა რიცხვი. თუ ამ რიცხვს 91-ს გამოვაკლებთ და მიღებულ სხვაობას 37 მივუმატებთ, მივიღებთ 46. რა რიცხვი ჩაიფიქრა ვალემ?

6. ამოხსენით განტოლება:
ა) $138 + x + 57 = 218$; ბ) $248 - (y + 123) = 24$.

7. საბირის ფანქრების რაოდენობა აჰმადის ფანქრების რაოდენობაზე 5 ცალით მეტია, ელშანის ფანქრების რაოდენობაზე კი ორით ნაკლებია. მათი საერთო რაოდენობა 30-ია. მთელი-ნაწილი მოდელის აგებით გაიგეთ ცალკ-ცალკე თითოეული ბიჭის ფანქრების რაოდენობა.

8. იპოვეთ რიცხვების ნამრავლი:

ა) $243 \cdot 37$; ბ) $408 \cdot 245$; გ) $302 \cdot 507$.

9. ტურისტების ფეხით გავლილი მანძილი, ავტობუსით გავლილ მანძილზე 7-ჯერ ნაკლებია. თუ ტურისტები ფეხით 4 კმ გზას გაივლიან, მაშინ ავტობუსით რამდენ კილომეტრს დაფარავენ? რას უდრის მთელი გზის სიგრძე?

10. მოცემულია: $a = 10$; $a = 100$; $a = 1000$; $a = 0{,}1$; $a = 0{,}001$, იპოვეთ $38 \cdot a$ გამოსახულების მნიშვნელობა.

11. შეასრულეთ გაყოფის მოქმედება:
ა) $11\,988 : 37$; ბ) $28\,220 : 83$; გ) $595\,200 : 2400$;
დ) $11\,803 : 29$; ე) $105\,009 : 493$; ვ) $187\,680\,000 : 68\,000$.

12. სამი ცალი ფერადი ფანქრის ღირებულება 1 მან. 80 კაპიკია. იპოვეთ ერთი ფანქრის ფასი.

13. დედა 36 წლისაა და ის ვაჟიშვილზე 3-ჯერ, ხოლო გოგონაზე 4-ჯერ უფროსია. რას უდრის ბავშვების წლოვანება ერთად?

14. იპოვეთ გამოსახულებათა მნიშვნელობა:

ა) თუ $n = 8$; $n = 13$, იპოვეთ $1\,248 : n$;
ბ) თუ $m = 7\,308$; $m = 29\,232$, იპოვეთ $m : 36$.

V კლასში გავლილი მასალის გამეორება

1. იპოვეთ გამოსახულებათა მნიშვნელობა:

   ა) $425 \cdot 206 - 57\,816 : 72$; დ) $2001 : 69 + 58\,884 : 84$;

   გ) $(352\,195 + 96\,309) : 56$; ე) $42\,275 : (7004 - 6909)$.

2. თბომავალმა 6 საათში 210 კმ, მატარებელმა 4 საათში 420 კმ მანძილი დაფარა. რამდენჯერ მეტია მატარებლის სიჩქარე თბომავლის სიჩქარესთან შედარებთ?

3. სამი ყუთი ტკბილეულის და ორი ყუთი კანფეტის ღირებულება 35 მან. 40 კაპიკია. რა ეღირება ერთი ყუთი კანფეტი, თუ 1 ყუთი ტკბილეულის ფასი 3 მან. 80 კაპიკია?

4. თუ $a = 377$, იპოვეთ $a : 13 + 83 \cdot 7$ გამოსახულებათა მნიშვნელობა..

5. სატვირთო ავტომანქანაში მოწყობილობების a რაოდენობის ყუთები და იმავე რაოდენობის დანადგარები დატვირთეს. ერთი მოწყობილობის წონა 136 კგ, ერთი დანადგარის წონა კი 640 კგ იყო. შეადგინეთ გამოსახულება, ტვირთის საერთო წონის გასაგებად. იპოვეთ მიღებული გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $a = 16$.

6. იპოვეთ $420 : 12 + 23 \cdot 15$ გამოსახულების მნიშვნელობის 5%.

7. ხელოსნებს დღის განმავლობაში 150 მოწყობილობა უნდა შეეკეთებინათ, მაგრამ მათ ყოველდღე 30 მოწყობილობით მეტის შეკეთებით გეგმა 10 დღეში შეასრულეს. რამდენ დღეში უნდა შეესრულებინათ გეგმა?

8. ამოხსენით განტოლებები:

   ა) $18m - 5 = 553$; ბ) $300 - 6k = 48$.

9. მოსწავლემ ჩაფიქრებული რიცხვი 9-ზე გაამრავლა და მიღებულ შედეგს 40 მიუმატა. მიიღო 76. რა რიცხვი ჰქონდა მოსწავლეს ჩაფიქრებული?

10. ორ ყუთში ერთად 4,8 კგ ბარდა იყო.ცნობილია, რომ ერთ-ერთ ყუთში 0,6 კგ-ით მეტი ბარდაა. რამდენი კილოგრამი ბარდაა თითოეულ ყუთში? ამოხსენით ამოცანა მთელი-ნაწილი მოდელის აგებით.

11. რიცხვთა ღერძზე A(2,7) წერტილი, A წერტილიდან 0,3 ერთეულით მარცხნივ B წერტილი, B წერტილიდან 0,5 ერთეულით მარჯვნივ C წერტილია აღნიშნული. იპოვეთ B და C წერტილების კოორდინატები.

12. იპოვეთ გამოსახულებათა მნიშვნელობა:

    ა) $87{,}5 - (69{,}38 + 1{,}82)$; ბ) $4{,}2 - (2{,}4506 - (0{,}61 - 0{,}504))$;

    გ) $14{,}39 + 23{,}61 - 0{,}63$; დ) $2{,}7 + (40 - (16 - 2{,}07))$.

13. ლონდონში ვიქტორიასა და ალბერტის მუზეუმში შემონახული, 1539 წელს მეფე თეჰმასიბის შეკვეთით მოქსოვილი "შეიხ სეფის" ხალიჩის სიგანე 5 მ 34 სმ, სიგრძე 11 მ 50 სმ-ია. იპოვეთ ამ ხალიჩის პერიმეტრი.

V კლასში გავლილი მასალის გამეორება

1. თბომავლის სიჩქარე მდგარ წყალში 30,5 კმ/სთ-ია, მდინარის დინების სიჩქარე კი 2,8 კმ/სთ-ია. იპოვეთ თბომავლის სიჩქარე დინების მიმართულებით და დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით.
2. შეასრულეთ მოქმედებები: (43,7 – 8,73) – (3,8 + 19,67).
3. მამამ სამი ნესვი შეიძინა. პირველი ნესვის წონა 5,25 კგ-ია და ეს მეორე ნესვის წონაზე 2,5 კგ-ით ნაკლებია, ხოლო მესამე ნესვის წონაზე კი 1,15 კგ-ით მეტია. იპოვეთ მეორე და მესამე ნესვის წონა.
4. ცხრილში მოცემულია 4 ქალაქში მაცხოვრებელი მოსახლეობის რაოდენობა. ცხრილის მიხედვით უპასუხეთ კითხვებს:
   ა) რომელ ქალაქშია ყველაზე მეტი მოსახლეობის რაოდენობა?
   ბ) რომელ ქალაქშია ყველაზე ნაკლები მოსახლეობის რაოდენობა?
   გ) რამდენია ქალაქ ბაქოს მოსახლეობის რაოდენობა?
   ე) რამდენია ქალაქ გენჯისა და მინგეჩაურის მოსახლეობის რაოდენობა ერთად?

ქალაქი	მოსახლეობის რაოდენობა	მოსახლეობის რაოდენობა (კაცი)
ბაქო		?
გენჯა		?
სუმგაითი		?
მინგეჩაური		?

5. დაამრგვალეთ რიცხვები:
   ა) ათასეულებამდე: 38 753; 144 296; 356 500;
   ბ) ათეულ მილიონებამდე: 5 862 183 234; 54 427 502 001.

6. დაამრგვალეთ რიცხვები:
   ა) მეათედებამდე: 7,167; 2,853; 4,341; 6,219; 6,35;
   ბ) მეასედებამდე: 0,692; 1,234; 9,078; 6,417; 0,025;
   გ) ათეულებამდე: 352,4; 206,3; 425,5;
   დ) ასეულებამდე: 416,2; 513,9; 555,5.

7. იპოვეთ ნამრავლი:
   ა) 3,5 · 18; ბ) 0,486 · 15; გ) 8 · 13,24; დ) 31 · 8,04;
   ე) 2,07 · 37; ვ) 0,18 · 12; ზ) 27,16 · 26; თ) 15 · 17,02.
8. მართკუთხედის სიგრძე 7,7 მ, სიგანე კი მასზე 4-ჯერ ნაკლებია. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი და ფართობი.

9. ა) მოცემულია $m = 1$; $m = 10$; $m = 100$; $m = 1000$; $m = 0,1$, იპოვეთ $48,7 : m$;
   ბ) მოცემულია $k = 10$; $k = 0,01$; $k = 1000$; $k = 10\ 000$, იპოვეთ $185 : k$ გამოსახულების მნიშვნელობა.

1 ჩვეულებრივი წილადები

1.1. მარტივი და შედგენილი რიცხვები

გამოკვლევა: განსაზღვრეთ მოცემული ნატურალური რიცხვების გამყოფები და ისინი ორ სიმრავლედ დაყავით.

1) რიცხვები რომლებსაც 2 გამყოფი გააჩნია;

2) რიცხვები რომლებსაც 3 და მეტი გამყოფი გააჩნია.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25.

ამოხსნა: 1) ორი გამყოფის მქონე: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.**

2) 3 და მეტი გამყოფიანი **4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25**

(მაგალითად: 25-ის გამყოფი 1, 5 და 25-ია)..

რიცხვი 1-ს ერთი გამყოფი გააჩნია, ამიტომ არცერთ სიმრავლეს არ მიეკუთვნება.

მხოლოდ თავისთავზე და ერთზე გამყოფ ნატურალურ რიცხვებს მარტივი რიცხვები ეწოდება.

მაგალითად: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 და ა.შ.

ნატურალურ რიცხვებს რომლებსაც ორზე მეტი გამყოფი აქვთ, შედგენილი რიცხვები ეწოდება

მაგალითად: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25 და ა.შ

რიცხვი 1 არც მარტივია და არც შედგენილი.
2-ის გარდა ყველა ლუწი ნატურალური რიცხვი შედგენილი რიცხვია.

სავარჯიშოები

1. მოცემული რიცხვებიდან შეარჩიეთ მარტივი რიცხვები: 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 19, 21, 25, 29, 37, 40, 41, 43, 45, 50.

2. მოცემული რიცხვებიდან შეარჩიეთ შედგენილი რიცხვები.: 13, 15, 18, 43, 169, 217, 231, 412.

3. განსაზღვრეთ რატომაა 2968, 3600, 888888, 676767 რიცხვები შედგენილი რიცხვები.

4. დაწერეთ: ა) 7 და 42 შორის; ბ) 10 და 53 შორის არსებული მარტივი რიცხვები.

5. რიცხვის თავისთავზე გამრავლების შემდეგ მიღებულ ნამრავლს 18 მიუმატეს და შედეგად 67 მიიღეს. განსაზღვრეთ ეს რიცხვი მარტივია თუ შედგენილი?

6. მარტივი რიცხვების ცხრილის (გვ. 198) გამოყენებით ქვემოთ მოცემული რიცხვებიდან გამოყავით მარტივი და შედგენილი რიცხვთა სიმრავლე:

   101, 123, 107, 111, 113, 235, 239, 241, 253, 359, 377, 643, 647, 663, 773, 785, 821, 827, 949, 953, 1033, 1039, 1051, 1071, 1159, 1165, 1201.

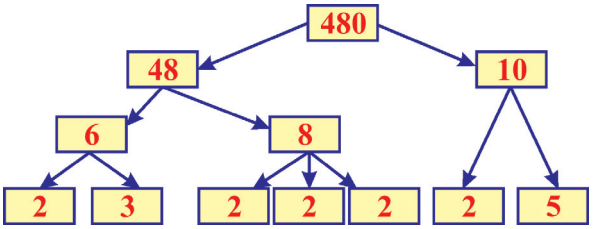
7. ორი მარტივი რიცხვის ნამრავლი შეიძლება იყოს მარტივი რიცხვი? პასუხი დაასაბუთეთ.

8. ა) თუ კუბის წიბო 5 სმ იქნება, გაარკვიეთ მისი მოცულობის მაჩვენებელი რიცხვი, მარტივია თუ შედგენილი;

   ბ) კვადრატის გვერდი 7 დმ-ია. გაარკვიეთ მისი ფართობის მაჩვენებელი რიცხვი მარტივია თუ შედგენილი.

1.2. შედგენილი რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად

ერთის გარდა ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ ორი ნატურალური რიცხვის ნამრავლის სახით. თუ მამრავლებს შორის არის შედგენილი რიცხვი, მასაც ორი ნატურალური რიცხვის ნამრავლის სახით წარმოვადგენთ და ამ მოქმედებას გავაგრძელებთ სანამ ყველა მამრავლი მარტივი რიცხვი არ იქნება. ასე რომ შედგენილი რიცხვი მარტივი მამრავლების ნამრავლის სახით წარმოდგება. განვმარტოთ ეს სურათზე:



$480 = 48 \cdot 10 = 6 \cdot 8 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$

რიცხვის მარტივი მამრავლების ნამრავლის სახით წარმოდგენას მისი მარტივ მამრავლებად დაშლა ეწოდება.

1-ზე მეტი ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი ერთადერთი წესით შეიძლება წარმოვადგინოთ მარტივი მამრავლების სახით. პრაქტიკაში რიცხვის მარტივ მამრავლებად დაშლისათვის გამოიყენება გაყოფადობის ნიშნები და მარჯვნივ მოცემული სქემების საფუძველზე ხდება.

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

168-ის მარტივი მამრავლების რაოდენობაა ხუთი, (2; 2; 2; 3; 7), სხვადასხვა მარტივი მამრავლების რაოდენობა კი სამია. (2; 3; 7).

საგარჯიშოები

1. ქვემოთ მოცემულებიდან რომლები უჩვენებენ რიცხვის მარტივ მამრავლებად დაშლას?
   ა) $25 = 1 \cdot 5 \cdot 5$; ბ) $49 = 7 \cdot 7$; გ) $48 = 6 \cdot 8$;
   დ) $122 = 2 \cdot 61$; ე) $444 = 2 \cdot 6 \cdot 37$; ვ) $315 = 5 \cdot 63$;
   ზ) $1002 = 2 \cdot 3 \cdot 167$; თ) $1205 = 5 \cdot 241$; ი) $2070 = 2 \cdot 5 \cdot 207$?
2. მოცემული რიცხვები დაშალეთ მარტივ მამრავლებად:
   150; 210; 450; 780; 3500; 4200; 5400; 23400; 44000.
   ნიმუში: $150 = 15 \cdot 10 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$
3. მოცემული რიცხვები დაშალეთ მარტივ მამრავლებად: :
   42, 58, 77, 289, 330, 420, 154, 195, 210, 1001, 1002, 225, 875, 1225, 2695.
4. დაწერეთ ისეთი ორნიშნა რიცხვები, რომელთა წარმოდგენა შესაძლებელია:
   ა) ორი ერთი და იგივე მარტივი მამრავლის; ბ) სამი ერთი და იგივე მარტივი მამრავლის;
   გ) ოთხი ერთი და იგივე მარტივი მამრავლის ნამრავლის სახით..
5. დაწერეთ ისეთი სამნიშნა რიცხვები, რომელთა წარმოდგენა შესაძლებელია:
   ა) ორი ერთი და იგივე მარტივი მამრავლის; ბ) სამი ერთი და იგივე მარტივი მამრავლის;
   გ) ოთხი ერთი და იგივე მარტივი მამრავლის ნამრავლის სახით.

1.3. უდიდესი საერთო გამყოფი

გამოკვლევა: ამოვწეროთ 45-ისა და 60-ის გამყოფები:

45-ის გამყოფებია: 1, 3, 5, 9, 15, 45

60-ის გამყოფებია: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

ამ ორი რიცხვის საერთო გამყოფებია: 1, 3, 5, 15.

საერთო გამყოფებს შორის უდიდესია 15. მაშასადამე 45-ისა და 60-ის უდიდესი გამყოფია 15.

***a* და *b* ნატურალური რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი ეწოდება ყველაზე დიდ ნატურალურ რიცხვს, რომელზეც თითოეული მოცემული რიცხვი უნაშთოდ იყოფა.**

იწერება: უსგ(*a*; *b*). იკითხება: *a* და *b* რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი.

შევადგინოთ ალგორითმი რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფის მოსაძებნად:

1. **რიცხვები იშლება მარტივ მამრავლებად;**
2. **გამოითვლება დანაშალში საერთო მარტივი მამრავლების ნამრავლი.**
3. **თუ დანაშალში საერთო მარტივი მამრავლი არ არის, მაშინ უდიდეს საერთო გამყოფად ერთი (1) ითვლება.**

ნიმუში: ვიპოვოთ უსგ(21; 14).

ამოხსნა: დავშალოთ რიცხვები მარტივ მამრავლებად $21 = 3 \cdot 7$ და $14 = 2 \cdot 7$. ვინაიდან საერთო მამრავლი 7-ია უსგ(21; 14) = 7 იქნება.

თუ მოცემულ რიცხვებს 1-ის გარდა სხვა საერთო მამრავლი არ გააჩნია, ასეთ რიცხვებს ურთიერთმარტივი რიცხვები ეწოდება.

ურთიერთმარტივი რიცხვების უ ს გ 1-ის ტოლია.

მაგალითად: უსგ(18; 25) = 1; უსგ(35; 44) = 1.

ორი მიმდევრობითი ნატურალური რიცხვები ყოველთვის ურთიერთმარტივი რიცხვებია, ე.ი. მათი უდიდესი საერთო გამყოფი 1-ია. მაგალითად, უსგ(39; 40) = 1.

ორი მიმდევრობითი კენტი რიცხვიც ურთიერთმარტივი რიცხვებია. უსგ(21; 23) = 1.

თუ მოცემული რიცხვებიდან ერთი მეორის გამყოფია, მაშინ ეს გამყოფი ამ რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი იქნება. მაგალითად, უსგ(9; 3) = 3; უსგ(32; 64) = 32.

სავარჯიშოები

1. იპოვეთ: უსგ (70; 175); უსგ(23; 25); უსგ (45; 75; 105); უსგ(63; 84); უსგ (48; 72; 120); უსგ (24; 25); უსგ (17; 19).
2. მოცემული რიცხვებიდან შეარჩიეთ ის რიცხვები, რომლების უდიდესი საერთო გამყოფი 12-ია:

   1) 12, 24 და 36; 2) 24, 48 და 72; 3) 24 და 36;

   4) 16, 24 და 36; 5) 22, 44 და 66; 6) 33 და 66;

   7) 12, 48 და 96; 8) 24, 48 და 96; 9) 36, 48 და 96.

3. მოცემულ რიცხვებს შორის შეარჩიეთ ის რიცხვები, რომლების უდიდესი საერთო გამყოფი არის 9:

1) 45 და 63;	2) 18, 36 და 99;	3) 9, 81 და 101;
4) 36 და 54;	5) 18, 63 და 117;	6) 34, 54, 63 და 72;
7) 72 და 108;	8) 45, 90 და 98;	9) 27, 54 და 108.

4. მოცემული 9, 14, 15, 17 და 27 რიცხვებიდან თითოეულის გამოყენებით ურთიერთმარტივი რამდენი წყვილი რიცხვების დაწერა შეიძლება?

5. 48 ფახლავასა და 36 შექერბურას-ყველას გამოყენებით ყველაზე მეტი რამდენი ერთნაირი სასაჩუქრე შეკვრის გამზადება შეიძლება?

6. იპოვეთ ნამრავლის სახით მოცემული რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი:

ა) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ და $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$;

ბ) $2^3 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 19$ და $2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 19^3$.

გ) $2^2 \cdot 5 \cdot 7$ და $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$.

დ) $3^2 \cdot 11 \cdot 13$ და $3^3 \cdot 11^2 \cdot 17$.

7. 155 რვეული და 62 კალამი მეექვსე კლასის მოსწავლეებს შორის თანაბრად განაწილდა. თქვენი აზრით, რამდენი მოსწავლეა კლასში? რამდენი კალამი და რამდენი რვეული შეხვდა თითოეულ მოსწავლეს?

8. **პრაქტიკული სამუშაო:** მერხის ამხანაგთან ერთად დაწერეთ ორი ან სამი რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ნიმუშები და ერთად შეასრულეთ ეს დავალებები.

9. მართკუთხედის გვერდებია: ა) 8 სმ და 12 სმ; ბ) 24 დმ და 36 დმ. დაყავით ისინი ისეთ კვადრატებად, რომ მიღებული კვადრატების გვერდების სიგრძე იყოს უდიდესი. რამდენი კვადრატი მიიღება თითოეულ შემთხვევაში?

10. ა) 180-ისა და 120-ის უდიდესი საერთო გამყოფი წარმოადგინეთ ორი ისეთი რიცხვის ჯამის სახით, რომ ამ რიცხვებიდან ერთი მეორეზე 4-ჯერ მეტი იყოს.

ბ) 480-ისა და 320-ის უდიდესი საერთო გამყოფი წარმოადგინეთ ორი ისეთი რიცხვის სხვაობის სახით, რომ ამ რიცხვებიდან ერთი მეორეზე 5-ჯერ მეტი იყოს.

11. მეექვსე კლასის მოსწავლეები კლასის ხელმძღვანელთან ერთად საბავშვო სახლს ეწვივნენ. მათ მიერ შეძენილი 30 ფორთოხალი და 70 მანდარინი ამ ბავშვებს შორის თანაბრად განაწილდა. რამდენი აღსაზრდელია საბავშვო სახლში?

12. აზერბაიჯანისა და ბელორუსიის მეგობრობის აღსანიშნავად 43 ცალი მარკა და აზერბაიჯანის პირველი ტელეკომუნიკაციური თანამგზავრის გაშვებასთან დაკავშირებული 61 მარკაა გამოშვებული. რამდენ მოსწავლეს შეიძლება გაუნაწილონ ეს მარკები თანაბრად?

ამის ცოდნა სასარგებლოა

უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ევკლიდეს ალგორითმი (გამოკლების გზით):

დავუშვათ მოითხოვება ორი რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფის მოძებნა. მათ შორის უდიდესი შევცვალოთ ამ რიცხვების სხვაობით. ეს პროცესი გავაგრძელოთ ნულისაგან განსხვავებული ორი ერთი და იგივე რიცხვის მიღებამდე. ბოლოს მიღებული რიცხვი არის მოცემული რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი.

ნიმუში: უსგ(420; 150) = ?

უსგ(420; 150) = უსგ(270; 150) = უსგ(120; 150) = უსგ(120; 30) =
= უსგ(30; 90) = უსგ(30; 60) = უსგ(30; 30) = 30

განსაზღვრეთ მიღებული რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი გამოკლების გზით-ევკლიდეს ალგორითმით.

უსგ(451; 287); უსგ(198; 254); უსგ(1200; 1325).

უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნის ევკლიდეს ალგორითმი (გაყოფის გზით):

ორი რიცხვის უდიდესი საერთო გამყოფის პოვნისათვის ორივე მათგანი ერთი და იგივე რიცხვზე იყოფა და ეს პროცესი გრძელდება ორი ურთიერთმარტივი რიცხვის მიღებამდე. გამყოფების ნამრავლი არის მოცემული რიცხვების **უსგ.**

ნიმუში: უსგ(420; 150) = ?

უსგ(420; 150) = 10 · უსგ(42; 15) = 10 · 3 · უსგ(14; 5) = 10 · 3 · 1 = 30

მაშასადამე, უსგ(420; 150) = 30

განსაზღვრეთ მოცემული რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი გაყოფის გზით ევკლიდეს ალგორითმის გამოყენებით.

უსგ(426; 126); უსგ(198; 252); უსგ(2316; 136).

1.4. უმცირესი საერთო ჯერადი

გამოკვლევა: ამოვწეროთ 12-ისა და 18-ის ჯერადები:

12–ის ჯერადებია: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108...

18–ის ჯერადებია: 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126...

გამოვყოთ ამ ორი რიცხვის საერთო ჯერადები: 36, 72, 108... მიღებულ საერთო ჯერადებს შორის უმცირესია 36.

***a* და *b* ნატურალური რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი ეწოდება იმ უმცირეს ნატურალურ რიცხვს, რომელიც *a*–ზეც და *b*–ზეც უნაშთოდ იყოფა.**

იწერება: **უსჯ(*a*; *b*).** **იკითხება:** *a* და *b* რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი. მოცემული რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნისათვის შევადგინოთ ქვემოთ მოცემული ალგორითმი:

1. **დავშალოთ რიცხვები მარტივ მამრავლებად;**
2. **ავიღოთ ამ რიცხვებიდან ერთ–ერთის დანაშალი;**
3. **მეორის დანაშალიდან ავიღოთ ის მამრავლები რომლებშიც არ შედის პირველის დანაშალში და ამით შევავსოთ პირველი დანაშალი;**
4. **ვიპოვოთ მიღებული მამრალების ნამრავლი.**

ნიმუში: **უსჯ(16; 24) = ?**

16 = 2 · 2 · 2 · 2 **24 = 2 · 2 · 2 · 3**

24-ის ყველაზე მარტივი მამრავლი(**2 · 2 · 2 · 3**) 16-ის მარტივი მამრავლებიდან უნდა შევავსოთ 24-ის დანაშალში არმყოფი მამრავლით 2-ით.

მაშასადამე **უსჯ**(16; 24) = **2 · 2 · 2 · 3 · 2 = 48**

1) თუ რიცხვებიდან ერთი მეორის ჯერადია, მაშინ ამ რიცხვებიდან უდიდესი იქნება ამ რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი.

მაგალითად: **უსჯ**(70; 35) = 70; **უსჯ**(22; 44; 88) = 88.

2) ურთიერთმარტივი რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი მათი ნამრავლის ტოლია.

მაგალითად: რადგან **უსგ**(24; 25) = 1 ამიტომ, **უსჯ**(24; 25) = 24 · 25 = 600 იქნება.

საგარჯიშოები

1. იპოვეთ მოცემული რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი:

ა) 12 და 46; ბ) 26 და 78; გ) 144 და 125; დ) 11, 44 და 66;
ე) 55 და 56; ვ) 205 და 300; ზ) 477 და 506; თ) 45, 54 და 99.

2. იპოვეთ:

უსჯ(26; 78); **უსჯ**(39; 90); **უსჯ**(546; 245); **უსჯ**(34; 64);
უსჯ(99; 88); **უსჯ**(25; 75; 120); **უსჯ**(40; 80); **უსჯ**(17; 34; 51).

3. შეჯიბრის მონაწილეთა თან ხუთ-ხუთ, თანაც შვიდ-შვიდ გუნდებად დაჯგუფება შესაძლებელია. ცნობილია, რომ მონაწილეთა რაოდენობა 60-სა და 100-ს შორისაა. რამდენი ადამიანი მონაწილეობს შეჯიბრში?

4. იპოვეთ:

შსჯ (3; 15);	**შსჯ** (7; 11);	**შსჯ** (45; 46);	**შსჯ**(51; 125);
შსჯ (90; 45);	**შსჯ** (300; 150);	**შსჯ** (17; 23);	**შსჯ**(11; 99);
შსჯ (25; 50; 100);	**შსჯ** (21; 25).		

5. ა) დაწერეთ ორი ნატურალური რიცხვი რომელთა უმცირესი საერთო ჯერადია 34 ; 58; 65 .

ბ) უჩვენეთ ისეთი რიცხვების ნიმუში, რიომელთა უდიდესი საერთო გამყოფი 1-ის ტოლია.

6. კატის ერთი ნახტომის სიგრძე 50 სმ-ია, კურდღლის ნახტომის სიგრძე 45 სმ-ია. მათ რომ დაიწყონ ერთი ადგილიდან ერთი და იგივე მიმართულებით ხტომა , სულ მცირე რამდენ სანტიმეტრში დაემთხვევა ნაკვალები ერთმანეთს?

ორი ნატურალური ***a*** და ***b*** რიცხვების ნამრავლი მათი უმცირესი საერთო ჯერადისა და უდიდესი საერთო გამყოფის ნამრავლის ტოლია. ***a • b = შსჯ(a; b) • შსგ(a; b)***

7. ა) თუ **შსჯ**(a; b) = 790 და **შსგ**(a; b) = 24, იპოვეთ $a \cdot b$ ნამრავლი.
ბ) თუ **შსჯ**(m; n) = 408 და **შსგ**(m; n) = 66, იპოვეთ $m \cdot n$ ნამრავლი.
გ) თუ **შსჯ**(a; b) = 345 და $a \cdot b$ = 9315, იპოვეთ **შსგ**(a; b).
დ) თუ **შსგ**(a; b) = 82 და $a \cdot b$ = 10168, იპოვეთ **შსჯ**(a; b).

8. გამოთვალეთ :
ა) **შსჯ** (35; 77) : **შსგ** (35; 77);
ბ) **შსჯ** (96; 26) : **შსგ** (96; 26);
გ) **შსჯ** (21; 84) : **შსგ** (21; 84).

აღნიშნეთ, რა დასკვნა გამოიტანეთ.

9. გამოთვალეთ :

$$\frac{\text{შსჯ (56; 24)}}{\text{შსგ (56; 24)}};\quad \frac{\text{შსჯ (582; 264)}}{\text{შსგ (582; 264)}};\quad \frac{\text{შსჯ (22; 176)}}{\text{შსგ (22; 176)}}.$$

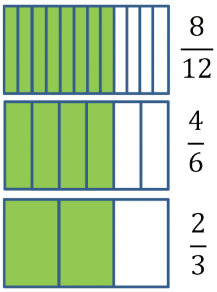
10. a და b ურთიერთმარტივი რიცხვებია. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემულები :
ა) **შსგ** (a; b) ბ) **შსჯ** (a; b); გ) **შსგ** (a; b) • **უსჯ** (a; b);
დ) **შსჯ** (a; b) + **შსგ** (a; b); ე) **შსჯ** (a; b) : **უსგ** (a; b).

11. m რიცხვი n რიცხვის ჯერადია . განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემულები
ა) **შსგ** (m; n) ბ) **შსჯ** (m; n); გ) **შსგ** (m; n) • **უსჯ** (m; n);
დ) **შსჯ** (m; n) + **შსგ** (m; n); ე) **შსჯ** (m; n) : **უსგ** (m; n).

12. სამირმა და ნაილმა ქვიშიან სანაპიროზე ერთიდაიგივე ადგილიდან ერთსა და იმავე მიმართულებით დაიწყეს მოძრაობა. სამირის ნაბიჯის სიგრძე 65 სმ-ია, ნაილის ნაბიჯის სიგრძე კი 75 სმ -ია . რამდენჯერ დაემთხვა ერთმანეთს მათი ნაკვალევი 195 მეტრის მანძილზე ?

13. ახალი წლისათვის შეძენილი ტკბილეული თითოეულ სასაჩუქრე შეკვრაში 15-15, ან 20-20-ობით შეიძლება მოთავსდეს. რამდენი სასაჩუქრე შეკვრის გამზადებაა შესაძლებელი, თუ ცნობილია, რომ ტკბილეულის რაოდენობა 600-ზე მეტია და 700-ზე ნაკლებია?

1.5. წილადის ძირითადი თვისება



როგორც მოდელიდან ჩანს, $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. მაშასადამე, $\frac{8}{12}$ წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი ერთი და იმავე ნატურალურ რიცხვზე გაყოფით, იმავე წილადის ტოლი წილადი მივიღეთ. იმავე წესით $\frac{2}{3}$ წილადის მრიცხველსა და მნიშვნელს თუ გავამრავლებთ ერთი და იმავე ნატურალურ რიცხვზე ისევ მივიღებთ იმავე წილადის ტოლ წილადს: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$

წილადის ძირითადი თვისება: თუ წილადის მრიცხველსა და მნიშვნელს გავამრავლებთ ან გავყოფთ ერთი და იმავე ნატურალურ რიცხვზე, წილადის მნიშვნელობა არ შეიცვლება (ან კიდევ მოცემული წილადის ტოლ წილადს მივიღებთ).

ნიმუში: წილადის ძირითადი თვისების გამოყენებით იპოვეთ a-ს მნიშვნელობა: $\frac{a}{4} = \frac{6}{8}$

ამოხსნა: ტოლობის მარცხენა მხარეზე მყოფი წილადის მნიშვნელი-4, მარჯვენა მხარეზე მყოფი წილადის მნიშვნელი კი-8. მაშასადამე, მარცხენა მხარეზე არსებული წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი 2-ზეა გამრავლებული.

მაშინ $a = 6 : 2 \quad a = 3$-ს.

სავარჯიშოები

1. რვეულში ერთეულოვან მონაკვეთის 20 უჯრაზე გაავლეთ რიცხვითი ღერძი და ამ ღერძზე აღნიშნეთ ქვემოთ მოცემული წილადები. $\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{4}{20}, \frac{5}{20}, \frac{6}{20}, \frac{8}{20}, \frac{10}{20}, \frac{12}{20}, \frac{13}{20}, \frac{15}{20}, \frac{18}{20}, \frac{19}{20}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{9}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 1.$
რომელი წერტილები დაემთხვა ერთმანეთს? რატომ?

2. რვეულში ერთეულოვან მონაკვეთის 18 უჯრაზე გაავლეთ რიცხვითი ღერძი და ამ ღერძზე აღნიშნეთ ქვემოთ მოცემული წილადები. $\frac{1}{18}, \frac{2}{18}, \frac{3}{18}, \frac{4}{18}, \frac{6}{18}, \frac{7}{18}, \frac{10}{18}, \frac{12}{18}, \frac{15}{18}, \frac{16}{18}, \frac{18}{18}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 1.$
რომელი წერტილები დაემთხვა ერთმანეთს? რატომ?

3. ქვემოთ მოცემული ყოველი წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი გაამრავლეთ 3-ზე და მიღებული წილადები დაწერეთ ტოლობის სახით. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{5}{16}, \frac{10}{19}, \frac{99}{206}, \frac{15}{33}, \frac{7}{22}, \frac{11}{39}.$

4. ქვემოთ მოცემული ყოველი წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი გაყავით 2-ზე და მიღებული წილადები დაწერეთ ტოლობის სახით. $\frac{8}{12}, \frac{16}{32}, \frac{4}{6}, \frac{24}{76}, \frac{2}{22}, \frac{10}{16}, \frac{12}{28}, \frac{92}{256}, \frac{20}{38}, \frac{36}{82}, \frac{6}{66}.$

5. მოცემულ ტოლობაში $*$-ის ნაცვლად დაწერეთ შესაბამისი რიცხვები:

ა) $\frac{1}{3} = \frac{*}{6} = \frac{*}{18} = \frac{7}{*}$;

გ) $\frac{13}{7} = \frac{26}{*} = \frac{*}{70} = \frac{104}{*}$;

გ) $\frac{2}{5}=\frac{6}{*}=\frac{*}{25}=\frac{28}{*}$; დ) $\frac{80}{120}=\frac{*}{12}=\frac{*}{3}=\frac{10}{*}$;

ე) $\frac{6}{11}=\frac{*}{22}=\frac{30}{*}=\frac{36}{*}$; ვ) $\frac{30}{48}=\frac{*}{8}=\frac{10}{*}=\frac{15}{*}$.

6. გაარკვიეთ სწორია თუ არა ტოლობები:

ა) $\frac{3}{8}=\frac{18}{48}$; ბ) $\frac{1}{6}=\frac{7}{42}$; გ) $\frac{100}{240}=\frac{5}{12}$; დ) $\frac{3}{4}=\frac{33}{44}$;

ე) $\frac{6}{54}=\frac{1}{9}$; ვ) $\frac{5}{18}=\frac{20}{72}$; ზ) $\frac{4}{5}=\frac{16}{25}$; თ) $\frac{42}{49}=\frac{6}{7}$.

7. დაწერეთ მოცემული წილადების ტოლი სამი წილადი:

ა) $\frac{3}{7}$; ბ) $\frac{2}{5}$; გ) $\frac{7}{11}$; დ) $\frac{64}{84}$; ე) $\frac{75}{125}$.

8. ქვემოთ მოცემული წილადები წარმოადგინეთ ისეთი წილადების სახით, რომლის მნიშვნელია 42.

ა) $\frac{1}{7}$; ბ) $\frac{5}{6}$; გ) $\frac{3}{14}$; დ) $\frac{16}{21}$; ე) $\frac{32}{84}$; ვ) $\frac{45}{210}$.

9. ქვემოთ მოცემული წილადები წარმოადგინეთ ისეთი წილადების სახით, რომლის მნიშვნელია 72:

ა) $\frac{1}{6}$; ბ) $\frac{3}{9}$; გ) $\frac{48}{144}$; დ) $\frac{15}{36}$; ე) $\frac{75}{216}$; ვ) $\frac{7}{12}$.

10. წარმოადგინეთ:

ა) რიცხვი 3 ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც არის 10;
ბ) რიცხვი 8 ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც არის 6;
გ) რიცხვი 21 ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც არის 11;
დ) რიცხვი 5 ისეთი წილადის სახით, რომლის მრიცხველიც არის 15:
ე) რიცხვი 8 ისეთი წილადის სახით, რომლის მრიცხველიც არის 1664;
ვ) რიცხვი 70 ისეთი წილადის სახით, რომლის მრიცხველიც არის 560.

11. a-ს რა მნიშვნელობისათვისაა ქვემოთ მოცემული ტოლობები სწორი?

ა) $\frac{a}{5}=\frac{6}{15}$; ბ) $\frac{7}{a}=\frac{49}{28}$; გ) $\frac{13}{2}=\frac{78}{a}$; დ) $\frac{a}{32}=\frac{5}{8}$;

ე) $\frac{a}{6}=\frac{9}{54}$; ვ) $\frac{1}{12}=\frac{4}{a}$; ზ) $\frac{56}{70}=\frac{8}{a}$; თ) $\frac{6}{5}=\frac{a}{60}$.

12. x-ის რა მნიშვნელობისათვისაა ქვემოთ მოცემული ტოლობები სწორი?

ა) $\frac{x+3}{65}=\frac{4}{13}$; ბ) $\frac{7}{x+4}=\frac{21}{60}$;

გ) $\frac{5x-8}{5}=\frac{18}{45}$; დ) $\frac{x-2}{36}=\frac{5}{12}$;

ე) $\frac{5+x}{23}=\frac{36}{92}$; ვ) $\frac{4}{19-3x}=\frac{36}{63}$.

ნამუშაი: $\frac{7}{x+4}=\frac{21}{60}$

ტოლმრიცხველიანი ტოლი წილადების მნიშვნელიც ტოლია.

$\frac{7}{x+4}=\frac{7}{20}$

$x+4=20$

$x=16.$

1.6. წილადების შეკვეცა

$\frac{2}{6}$ წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი გავყოთ 2-ზე: $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$.

ასეთ შემთხვევაში ამბობენ, რომ $\frac{2}{6}$ წილადი 2-ზე შეიკვეცა.

ნიმუში: $\frac{28}{64} = \frac{28:4}{64:4} = \frac{7}{16}$. აქ $\frac{28}{64}$ წილადი 4-ზეა შეკვეცილი.

წილადის მრიცხველის და მნიშვნელის მათი 1–საგან განსხვავებულ საერთო გამყოფზე გაყოფას წილადის შეკვეცა ეწოდება.

თუ წილადის მრიცხველს და მნიშვნელს 1–ის გარდა სხვა საერთო გამყოფი არ აქვთ, ასეთ წილადს უკვეცი წილადი ეწოდება.

მაგალითად: $\frac{8}{11}$; $\frac{17}{64}$; $\frac{12}{25}$ და ა.შ.

წილადის შეკვეცა შეიძლება მოხდეს ორი გზით:

1. წილადის მრიცხველის და მნიშვნელის უკვეცი წილადის მიღებამდე საერთო გამყოფებზე შეკვეცით. ამას **ნაწილ–ნაწილ შეკვეცა** ეწოდება.

მაგალითად: $\frac{\cancel{60}^{30}}{\cancel{90}_{45}} = \frac{\cancel{30}^{10}}{\cancel{45}_{15}} = \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{15}_{3}} = \frac{2}{3}$. ამრიგად, $\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$.

2. წილადის მრიცხველის და მნიშვნელის მათ უდიდეს საერთო გამყოფზე შეკვეცით. ამას **სრული შეკვეცა** ეწოდება.

მაგალითად: უსგ(60, 90) = 30. ამიტომ $\frac{60}{90}$ წილადი 30-ზე იკვეცება. $\frac{\cancel{60}^{2}}{\cancel{90}_{3}} = \frac{2}{3}$.

ნიმუში: შეკვეცეთ: ა) $\frac{14\cdot 9}{15\cdot 7}$; ბ) $\frac{10\cdot 11+17\cdot 10}{15\cdot 38-10\cdot 15}$.

ამოხსნა: ა) $\frac{\cancel{14}^{2}\cdot\cancel{9}^{3}}{\cancel{15}_{5}\cdot\cancel{7}_{1}} = \frac{2\cdot 3}{5\cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$;

ბ) $\frac{10\cdot 11+17\cdot 10}{15\cdot 38-10\cdot 15} = \frac{10\cdot(11+17)}{15\cdot(38-10)} = \frac{\cancel{10}^{2}\cdot\cancel{28}^{1}}{\cancel{15}_{3}\cdot\cancel{28}_{1}} = \frac{2\cdot 1}{3\cdot 1} = \frac{2}{3}$.

საგარჯიშოები

1. შეკვეცეთ წილადები: :

ა) $\frac{5}{15}$; $\frac{14}{35}$; $\frac{10}{60}$; $\frac{46}{72}$; $\frac{120}{180}$; $\frac{6}{20}$;

ბ) $\frac{75}{125}$; $\frac{21}{39}$; $\frac{28}{84}$; $\frac{14}{210}$; $\frac{18}{1935}$; $\frac{117}{234}$;

გ) $\frac{3}{12}$; $\frac{6}{56}$; $\frac{26}{65}$; $\frac{52}{78}$; $\frac{625}{2575}$; $\frac{66}{99}$;

დ) $\frac{9}{42}$; $\frac{25}{70}$; $\frac{12}{60}$; $\frac{38}{105}$; $\frac{8}{1000}$; $\frac{204}{306}$.

2. მოცემული წილადებიდან შეარჩიეთ და დაწერეთ უკვეცი წილადები:

ა) $\frac{11}{12}$; $\frac{7}{42}$; $\frac{9}{111}$; $\frac{5}{42}$; $\frac{12}{68}$; $\frac{13}{36}$;

ბ) $\frac{15}{25}$; $\frac{24}{99}$; $\frac{28}{45}$; $\frac{26}{51}$; $\frac{16}{42}$; $\frac{22}{69}$.

3. ათწილადები წარმოადგინეთ ჩვეულებრივი წილადების სახით და შეკვეცეთ (თუ შესაძლებელია):

ა) 0,4; ბ) 0,125; გ) 0,16; დ) 0,2348; ე) 0,5; ვ)0,84; ზ)0,59; თ) 0,96.

4. რამდენია ტოლი წილადი? ა) $\frac{14}{56}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{11}{14}$; $\frac{16}{32}$; $\frac{75}{150}$;

ბ) $\frac{5}{4}$; $\frac{81}{99}$; $\frac{20}{16}$; $\frac{27}{33}$; $\frac{35}{28}$; $\frac{45}{36}$; გ) $\frac{24}{27}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{6}{60}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{40}{45}$; $\frac{7}{70}$.

5. დაწერეთ ჩვეულებრივი წილადის სახით და შეკვეცეთ (თუ შესაძლებელია):

ა) 3 თვე, 5 თვე, 6 თვე, 8 თვე, 9 თვე, 11 თვე წელიწადის მერამდენედ ნაწილს შეადგენს?

ბ) 3 წწ, 15 წწ, 26 წწ, 54 წწ, 89 წწ, 95 წწ საუკუნის მერამდენედ ნაწილს შეადგენს?

გ) 4°, 22°, 126°, 153° გაშლილი კუთხის მერამდენედ ნაწილს შეადგენს?

დ) 2°, 15°, 36°, 75°, 89° მართი კუთხის მერამდენედ ნაწილს შეადგენს?

6. შეასრულეთ მოქმედებები და შეკვეცეთ შედეგები:

ა) $\frac{21}{25}+\frac{14}{25}$; ბ) $\frac{7}{32}+\frac{5}{32}$; გ) $\frac{20}{43}-\frac{13}{43}$; დ) $4\frac{17}{45}+3\frac{13}{45}$;

ე) $9\frac{59}{63}-5\frac{24}{63}$; ვ) $\frac{16}{63}+\frac{12}{63}$; ზ) $\frac{53}{85}-\frac{19}{85}$; თ) $8\frac{34}{81}+2\frac{38}{81}$.

7. დაწერეთ ყველა უკვეცი წესიერი წილადი, რომლის მნიშვნელიც არის 14.

8. დაწერეთ ყველა უკვეცი არაწესიერი წილადი, რომლის მრიცხველიც არის 16.

9. გამოთვალეთ:

ა) $\frac{4\cdot5}{25\cdot6}$; ბ) $\frac{2\cdot3\cdot4\cdot5}{4\cdot5\cdot6\cdot7}$; გ) $\frac{9\cdot13+2\cdot9}{54\cdot13}$;

დ) $\frac{8\cdot13}{39\cdot2}$; ე) $\frac{6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{7\cdot9\cdot11\cdot12}$; ვ) $\frac{27\cdot15-7\cdot27}{9\cdot15-9\cdot11}$;

ზ) $\frac{3\cdot38}{19\cdot7}$; თ) $\frac{3\cdot16-8\cdot3}{27}$; ი) $\frac{24\cdot2+6\cdot24}{7\cdot60-5\cdot60}$.

10. გამოთვალეთ:

ა) $\frac{12\cdot21}{35\cdot15}$; ბ) $\frac{25\cdot17\cdot44}{51\cdot8\cdot75}$; გ) $\frac{17\cdot48}{17\cdot16-9\cdot16}$;

დ) $\frac{72\cdot11}{33\cdot30}$; ე) $\frac{8\cdot3+8\cdot23}{3\cdot16}$; ვ) $\frac{14\cdot5-14\cdot3}{21\cdot9+21\cdot3}$.

11. შეკვეცეთ:

ა) $\frac{6}{18}$; ბ) $\frac{32}{60}$; გ) $\frac{96}{72}$; დ) $\frac{45}{9}$; ე) $\frac{39}{91}$; ვ) $\frac{95}{38}$.

1.7. წილადების გაერთმნიშვნელიანება

სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შედარებისათვის, მათზე შეკრებისა და გამოკლების მოქმედებების შესრულებისათვის საჭიროა ამ წილადების საერთო (ერთი და იგივე) მნიშვნელზე დაყვანა ანუ გაერთმნიშვნელიანება.

გამოკვლევა 1: გავაერთმნიშვნელიანოთ წილადები $\frac{3}{4}$ და $\frac{5}{6}$ ამ წილადების მნიშვნელებია 4 და 6. წილადების ძირითადი თვისებების თანახმად:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{9}{12};\quad \frac{5}{6}=\frac{5\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{10}{12}.$$

მაშასადამე, წილადები $\frac{3}{4}$ და $\frac{5}{6}$ დავიყვანეთ მნიშვნელი 12-ის მქონე წილადებად. ამისათვის პირველი წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი გავამრავლოთ 3-ზე, ხოლო მეორე წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი გავამრავლოთ 2-ზე და მივიღეთ წილადები $\frac{9}{12}$ და $\frac{10}{12}$. 3 და 2 რიცხვებს ამ წილადების შესაბამისი **დამატებითი მამრავლი** ეწოდება.

გამოკვლევა 2: წილადები $\frac{3}{4}$ და $\frac{5}{6}$ დავიყვანოთ სხვა საერთო მნიშვნელზე. პირველი წილადის დამატებითი მამრავლი იყოს 6, ხოლო მეორესი კი-4.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 6}{4\cdot 6}=\frac{18}{24};\quad \frac{5}{6}=\frac{5\cdot 4}{6\cdot 4}=\frac{20}{24}.$$

ასე რომ წილადები დავიყვანოთ ისეთ წილადებზე, რომლების მნიშვნელიც არის 24.

ამ წესით შეიძლება წილადები $\frac{3}{4}$ და $\frac{5}{6}$ დავიყვანოთ ისეთ წილადებზე, რომლების მნიშვნელიც არის 12, 24, 36, 48 და ა.შ. მასასადამე, საერთო მნიშვნელი არის წილადების მნიშვნელების საერთო ჯერადები.

ამრიგად, წილადების გაერთმნიშვნელიანებისას საერთო მნიშვნელად წილადების მნიშვნელების უმცირესი საერთო ჯერადი აიღება. $\text{უსჯ}(4;\ 6) = 12$.

წილადების უმცირესი საერთო მნიშვნელზე დაყვანის ალგორითმი:

1. **განისაზღვრება მოცემული წილადების მნიშვნელების უმცირეს საერთო ჯერადი;**
2. **უმცირეს საერთო ჯერადის თითოეული წილადის მნიშვნელზე გაყოფით განისაზღვრება დამატებითი მამრავლი;**
3. **თითოეული წილადის მრიცხველი და მნიშვნელი მრავლდება თავის დამატებით მამრავლზე.**

ნიმუში: გავაერთმნიშვნელიანოთ წილადები $\frac{5}{8}$ და $\frac{7}{12}$ ამისათვის

ვპოულობთ $\text{უსჯ}(8,\ 12) = 24$. **24 : 8 = 3** (1-ლი წილადის დამატებითი მამრავლი).

24 : 12 = 2 (მეორე წილადის დამატებითი მამრავლი).

$$\frac{5}{8}^{\,3}=\frac{15}{24},\ \frac{7}{12}^{\,2}=\frac{14}{24}$$

პასუხი: $\frac{15}{24}$ და $\frac{14}{24}$.

სავარჯიშოები

1. ა) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{44}{80}$; $\frac{9}{15}$ წარმოადგინეთ ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც 20-ია;

ბ) $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{11}{18}$; $\frac{14}{72}$ წარმოადგინეთ ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც 36-ია;

გ) $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{13}{16}$; $\frac{31}{32}$; $\frac{42}{128}$; $\frac{64}{256}$ წარმოადგინეთ ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც 64-ია;

დ) $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{17}{20}$; $\frac{24}{25}$; $\frac{5}{125}$ წარმოადგინეთ ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც 100-ია.

2. მოცემულ $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{9}{24}$; $\frac{11}{18}$; $\frac{8}{28}$; $\frac{10}{12}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{13}{36}$; $\frac{1}{14}$ წილადებს შორის ამოირჩიეთ ისეთი წილადები, რომლის მნიშვნელიც შეიძლება ვაქციოთ 48-დ და წარმოადგინეთ ისეთი წილადების სახით რომლის მნიშვნელიც არის 48.

3. წარმოადგინეთ:

ა) $\frac{7}{9}$ ისეთი წილადის სახით რომლის მნიშვნელია 27;

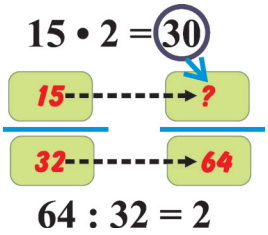
ბ) $\frac{7}{17}$ ისეთი წილადის სახით რომლის მნიშვნელია 102;

გ) $\frac{13}{16}$ ისეთი წილადის სახით რომლის მნიშვნელია 80;

დ) $\frac{11}{13}$ ისეთი წილადის სახით რომლის მნიშვნელია 78;

ე) $\frac{21}{23}$ ისეთი წილადის სახით რომლის მნიშვნელია 69;

ვ) $\frac{15}{24}$ ისეთი წილადის სახით რომლის მნიშვნელია 144.



4. მოცემული წილადები დაიყვანეთ უმცირეს საერთო მნიშვნელამდე:

ა) $\frac{1}{4}$ და $\frac{1}{6}$; ბ) $\frac{3}{8}$ და $\frac{4}{15}$; გ) $\frac{1}{12}$ და $\frac{1}{18}$;

დ) $\frac{4}{9}$ და $\frac{7}{12}$; ე) $\frac{1}{21}$ და $\frac{3}{5}$; ვ) $\frac{1}{24}$ და $\frac{1}{36}$;

ზ) $\frac{7}{18}$ და $\frac{5}{6}$; თ) $\frac{2}{15}$ და $\frac{11}{12}$; ი) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{8}$ და $\frac{3}{4}$.

5. მოცემული წილადები დაიყვანეთ უმცირეს საერთო მნიშვნელამდე:

ა) $\frac{7}{8}$ და $\frac{1}{12}$; ბ) $\frac{4}{13}$ და $\frac{3}{4}$; გ) $\frac{1}{20}$ და $\frac{1}{30}$;

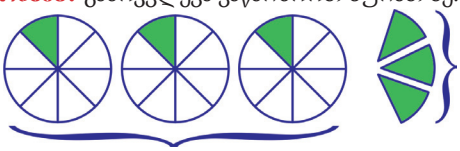
დ) $\frac{4}{15}$ და $\frac{3}{10}$; ე) $\frac{1}{9}$ და $\frac{1}{7}$; ვ) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{4}$ და $\frac{1}{6}$;

ზ) $\frac{10}{17}$ და $\frac{13}{34}$; თ) $\frac{9}{14}$ და $\frac{10}{21}$; ი) $\frac{3}{28}$, $\frac{9}{14}$ და $\frac{7}{8}$.

1.8. სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შედარება

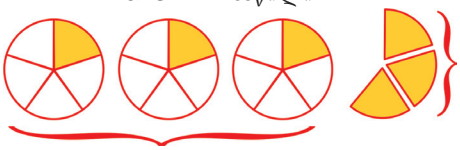
გამოკვლევა: შევადაროთ ერთმანეთს 3 ვაშლის 8 ბავშვს შორის თანაბრად განაწილებისას ერთ ბავშვზე მოსული ნაწილი და 3 ვაშლის 5 ბავშვს შორის თანაბრად განაწილებისას ერთ ბავშვზე მოსული ნაწილი. რომელ შემთხვევში უფრო დიდი ნაწილი მიიღება?

ამოხსნა: გამოკვლევა ვაწარმოოთ სურათზე:



თითოეულ ბავშვს შეხვდა – $\frac{3}{8}$ ნაწილი

$8 \cdot 3 = 24$ ნაწილი



თითოეულ ბავშვს შეხვდა – $\frac{3}{5}$ ნაწილი

$5 \cdot 3 = 15$ ნაწილი

როგორც ვხედავთ, მეორე შემთხვევაში თითოეულ ბავშვს შეხვდა უფრო დიდი ნაწილი: $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$.

გავეცნოთ წილადების შედარებისათვის მნიშვნელოვან რამდენიმე წესს:

1. სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შედარებისათვის საჭიროა გავაერთმნიშვნელიანოთ ისინი და შევადაროთ ტოლმნიშვნელიანი წილადების შედარების წესით.

ნიმუში: $\frac{11}{14}$ და $\frac{13}{21}$ წილადების შედარებისათვის გავაერთმნიშვნელიანოთ ისინი:

ამოხსნა: ჯერ ვიპოვოთ 14-ისა და 21-ის უმცირესი საერთო ჯერადი.

$$\text{უსჯ}(14; 21) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42.$$

$\frac{11}{14} = \frac{33}{42}$ და $\frac{13}{21} = \frac{26}{42}$. ამრიგად ვინაიდან $\frac{33}{42} > \frac{26}{42}$, ამიტომ $\frac{11}{14} > \frac{13}{21}$.

2. სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების გაერთმნიშვნელიანების გარეშე შედარებაც შეიძლება. მაგალითად: $\frac{11}{14}$ და $\frac{13}{21}$. აქ მარცხენა წილადის მრიცხველი გავამრავლოთ მარჯვენა წილადის მნიშვნელზე და ჩავწეროთ მარცხნივ, მარცხენა წილადის მნიშვნელი გავამრავლოთ მარჯვენა წილადის მრიცხველზე, ჩავწეროთ მარჯვნივ $11 \cdot 21 = 231$; $13 \cdot 14 = 182$; $231 > 182$ ამიტომ მარცხენა წილადი მარჯვენა წილადზე მეტია. $\frac{11}{14} > \frac{13}{21}$.

3. თუ წესიერი წილადების მრიცხველებსა და მნიშვნელებს შორის სხვაობა ტოლია, მაშინ ის წილადია მეტი რომლის ჩანაწერშიც დიდი რიცხვებია: $\frac{45}{47} < \frac{119}{121}$.

სავარჯიშოები

1. შეადარეთ წილადები:

ა) $\frac{5}{7}$ და $\frac{7}{9}$; ბ) $\frac{5}{6}$ და $\frac{3}{4}$; გ) $\frac{8}{25}$ და $\frac{7}{20}$;

დ) $\frac{11}{20}$ და $\frac{17}{30}$; ე) $\frac{8}{38}$ და $\frac{4}{19}$; ვ) $\frac{5}{12}$ და $\frac{4}{9}$.

2.. შეადარეთ წილადები:

ა) $\frac{2}{9}$ და $\frac{1}{6}$; ბ) $\frac{7}{9}$ და $\frac{8}{11}$; გ) $\frac{3}{14}$ და $\frac{5}{21}$;

დ) $\frac{5}{16}$ და $\frac{7}{16}$; ე) $\frac{5}{8}$ და $\frac{7}{10}$; ვ) $\frac{7}{12}$ და $\frac{11}{18}$.

3. დაწერეთ წესიერი წილადები, რომელთა მრიცხველებისა და მნიშვნელების სხვაობა ტოლია და შეადარეთ ისინი.

ნიმუში: $\frac{5}{9} < \frac{7}{11}$; $\frac{189}{289} > \frac{21}{121}$.

4. შეადარეთ წილადები გაერთმნიშვნელიანების გარეშე:

ა) $\frac{7}{13}$ და $\frac{5}{16}$; ბ) $\frac{3}{7}$ და $\frac{9}{21}$; გ) $\frac{10}{21}$ და $\frac{9}{14}$; დ) $\frac{3}{8}$ და $\frac{1}{6}$;

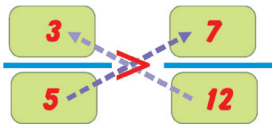
5. 1) დაწერეთ $\frac{1}{2}$-ზე მეტი წილადი:

მნიშვნელით: ა) 6; ბ) 10; გ) 22.

2) დაწერეთ $\frac{1}{6}$-ზე მეტი წილადი:

მნიშვნელით: ა) 12; ბ) 30; გ) 66.

3 • 12 = 36 > 5 • 7 = 35



6. დაწერეთ წილადები ზრდის რიგით: ა) $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{6}$; ბ) $\frac{3}{4}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{9}{20}$.

7. დაწერეთ წილადები კლების რიგით: ა) $\frac{4}{9}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{13}{18}$; ბ) $\frac{28}{45}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{13}{18}$; $\frac{8}{15}$.

8. 9 კგ-იანი ყველის გუნდა 16 ტოლ ნაწილად და 13 კილოგრამიანი ყველის გუნდა 20 ტოლ ნაწილად დაიყო. რომელი ნაწილის მასა იქნება უფრო მეტი?

9. მოცემული: $\frac{3}{7}$; $\frac{11}{28}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{13}{42}$; $\frac{23}{70}$ წილადებიდან რამდენია $\frac{5}{14}$-ზე მეტი?

10. მოცემული: $\frac{43}{112}$; $\frac{9}{28}$; $\frac{3}{14}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4}$ წილადებიდან რამდენია $\frac{19}{56}$ -ზე ნაკლები?

11. დაწერეთ ყველა ნატურალური რიცხვი, რომელიც აკმაყოფილებს ქვემოთ მოცემულ უტოლობას:

ა) $\frac{8}{19} > \frac{x}{19}$; ბ) $\frac{x}{18} < \frac{5}{6}$; გ) $\frac{12}{23} > \frac{x}{23}$; დ) $\frac{x}{36} < \frac{11}{12}$.

12. მოცემული $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{7}{24}$; $\frac{11}{24}$ წილადებიდან $\frac{11}{48}$-ზე მეტი და $\frac{29}{48}$ -ზე ნაკლები წილადები შეარჩიეთ და დაწერეთ სიმრავლის სახით.

13. მოცემული $\frac{3}{7}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{15}{28}$; $\frac{11}{24}$ წილადებიდან $\frac{19}{56}$-ზე მეტი და $\frac{37}{56}$-ზე ნაკლები წილადები შეარჩიეთ და დაწერეთ სიმრავლის სახით.

14. დაწერეთ რამდენიმე წილადი, რომლის მნიშვნელიც არის 48 და მეტია $\frac{1}{4}$ -ზე.

15. დაწერეთ: ა) $\frac{1}{5}$-ზე მეტი, $\frac{1}{4}$-ზე ნაკლები; ბ) $\frac{1}{7}$--ზე მეტი, $\frac{1}{6}$-ზე ნაკლები ორი წილადი.

1.9. სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრება და გამოკლება

გამოკვლევა: გულშანი დღის განმავლობაში $\frac{1}{3}$ საათი მუსიკით, $\frac{1}{5}$ საათი კი ამოცანის ამოხსნით იყო დაკავებული.

ა) სულ რა დრო მოანდომა ამ საქმეებს გულშანმა?

ბ) რომელ საქმეს უფრო მეტი დრო დაუთმო და რამდენით?

ამოხსნა: ა) ამოცანის პირობის თანახმად, ამ საქმეებისათვის დათმობილი საერთო დროის გამოსათვლელად $\frac{1}{3}$ და $\frac{1}{5}$ წილადები უნდა შევკრიბოთ. წილადის მნიშვნელები სხვადასხვაა, საჭიროა გაერთმნიშვნელიანება.

$\frac{1}{3}=\frac{1\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{5}{15}$; $\frac{1}{5}=\frac{1\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{3}{15}$

მაშასადამე, $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{8}{15}$ ბ) $\frac{5}{15}-\frac{3}{15}=\frac{2}{15}$

პასუხი: ა) $\frac{8}{15}$ საათი; ბ) მუსიკას $\frac{2}{15}$ საათით მეტი დაუთმო.

სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრების ან გამოკლებებისათვის საჭიროა გაერთმნიშვნელიანება და ერთნაირმნიშვნელიანი წილადების მსგავსად შეკრება ან გამოკლება.

ნიმუში 1: $\frac{1}{6}+\frac{3}{8}$: ვიპოვოთ ჯამი:: $\frac{1}{6}+\frac{3}{8}=\frac{4}{24}+\frac{9}{24}=\frac{4+9}{24}=\frac{13}{24}$.

ნიმუში 2: $\frac{7}{16}-\frac{5}{36}$ ვიპოვოთ სხვაობა:: $\frac{7}{16}-\frac{5}{36}=\frac{63}{144}-\frac{20}{144}=\frac{43}{144}$.

საგარჯიშოები

1. გამოთვალეთ::

ა) $\frac{3}{7}+\frac{4}{9}$; ბ) $\frac{17}{18}-\frac{11}{12}$; გ) $\frac{7}{9}+\frac{4}{15}$; დ) $\frac{1}{8}+\frac{4}{9}$;

ე) $\frac{8}{9}-\frac{7}{8}$; ვ) $\frac{7}{16}+\frac{1}{6}$; ზ) $\frac{9}{14}+\frac{3}{7}-\frac{1}{28}$; თ) $\frac{9}{11}-\frac{2}{5}$;

ი) $\frac{13}{15}-\frac{2}{3}$; კ) $\frac{5}{6}+\frac{2}{9}$; ლ) $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$; მ) $\frac{13}{16}+\frac{9}{32}$;

ნ) $\frac{20}{21}+\frac{4}{7}$; ო) $\frac{10}{21}+\frac{9}{14}$; პ) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$; ჟ) $\frac{3}{28}+\frac{5}{14}$.

2. გამოთვალეთ:

ა) $\frac{9}{14}-\frac{3}{7}+\frac{15}{28}$; ბ) $\frac{7}{12}-\frac{5}{6}+\frac{13}{24}$; გ) $\frac{13}{18}-\frac{29}{45}+\frac{8}{15}$;

დ) $\frac{9}{16}+\frac{7}{24}-\frac{3}{8}$; ე) $\frac{2}{5}+\frac{4}{15}-\frac{5}{9}$; ვ) $\frac{37}{42}-\frac{17}{24}+\frac{5}{7}$.

3. წილადების შეკვეცის შემდეგ გამოთვალეთ გაერთმნიშვნელიანების გზით:

ა) $\frac{25}{80}+\frac{45}{60}$; ბ) $\frac{36}{300}+\frac{12}{40}-\frac{350}{1000}$; გ) $\frac{42}{120}+\frac{20}{32}-\frac{28}{160}$;

დ) $\frac{20}{45}+\frac{26}{54}$; ე) $\frac{14}{24}-\frac{39}{90}+\frac{15}{100}$; ვ) $\frac{45}{72}-\frac{33}{144}-\frac{20}{64}$.

4. ერთ მინის ჭურჭელში $\frac{3}{10}$ ლ, მეორეში კი $\frac{4}{11}$ ლ რძე იყო. რომელ მინის ჭურჭელში იყო უფრო მეტი რძე და რამდენით?

5. საბირის მიერ დაჭერილი თევზის სიგრძე $\frac{8}{25}$ მ, ნამიკის მიერ დაჭერილი თევზის სიგრძე კი $\frac{13}{40}$ მ-ია. მათ შორის დაჭერილი თევზიდან რომლის თევზი იყო უფრო დიდი და რამდენით?

6. გულნაზმა ოთახები $\frac{11}{20}$ საათში დაასუფთავა, ეს კი მის მიერ თეფშების რეცხვისას დახარჯულ დროზე $\frac{2}{15}$ საათით მეტი იყო. სულ რა დრო მოანდომა გულნაზმა ამ საქმეების გაკეთებას?

7. დათვის ბელმა საუზმეზე ქილა თაფლის $\frac{2}{9}$ შეჭამა, ეს კი საღამოს შეჭმულ თაფლზე $\frac{2}{15}$-ით ნაკლები იყო. დაადგინეთ რამდენი თაფლი შეჭამა დათვის ბელმა დღის განმავლობაში?

8. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x+\frac{11}{43}=\frac{9}{12}$; ბ) $\frac{21}{34}-y=\frac{16}{51}$; გ) $\frac{21}{78}-a=\frac{4}{39}$;

დ) $x+\frac{36}{155}=\frac{45}{62}$; ე) $\frac{77}{89}+y=\frac{173}{178}$; ვ) $\frac{19}{21}-a=\frac{14}{210}$.

9. შეასრულეთ მოქმედებები ათწილადების ჩვეულებრივ წილადზე დაყვანის გზით:

ა) $0{,}8-\frac{5}{7}$; ბ) $0{,}36+\frac{8}{15}$; გ) $\frac{7}{8}-0{,}25$; დ) $0{,}4+0{,}67-\frac{2}{5}$;

ე) $0{,}5+\frac{1}{3}$; ვ) $\frac{1}{3}-0{,}25$; ზ) $0{,}125+\frac{5}{12}$; თ) $0{,}75-\frac{3}{16}+\frac{1}{4}$.

10. გამოთვალეთ ხელსაყრელი ხერხის გამოყენებით:

ა) $\frac{5}{12}+\frac{7}{36}+\frac{11}{12}+\frac{17}{36}$; ბ) $\frac{3}{7}+\frac{14}{19}+\frac{4}{7}+\frac{5}{19}$;

გ) $\frac{9}{40}+\frac{13}{50}+\frac{12}{50}+\frac{11}{40}$; დ) $\frac{13}{18}+\frac{4}{81}+\frac{7}{18}+\frac{41}{81}$.

11. სამკუთხედის ერთი გვერდი $\frac{11}{25}$ სმ-ია, მეორე გვერდი მასზე $\frac{1}{3}$სმ-ით ნაკლებია, ხოლო მესამე გვერდი მეორე გვერდზე $\frac{4}{15}$სმ-ით მეტია. გამოთვალეთ სამკუთხედის პერიმეტრი.

გამოკვლევა: ა) აუზი 600 ლიტრის ტევადობისაა. თუ ერთი მილი 5 საათში ავსებს აუზს, ხოლო მეორე - 6 საათში, მაშინ თითოეული მილი რამდენ ლიტრ წყალს მიაწვდის ერთ საათში?

ბ) ერთი მილი ცარიელ აუზს 5 საათში, სხვა მილი 4 საათში ავსებს. თუ ორივე მილი ერთბაშად გაიხსნება, მაშინ აუზის რა ნაწილი გაივსება ერთ საათში?

გ) ერთი მილი ცარიელ აუზს 5 საათში ავსებს, ხოლო მეორე მილი 6 საათში აცარიელებს. თუ ორივე მილი ერთბაშად გაიხსნება, მაშინ აუზის რა ნაწილი გაივსება ერთ საათში?

ამოხსნა: ა) აუზს პირველი მილი ერთ საათში 600 : 5 = 120 ლ, მეორე მილი კი 600 : 6 = 100 ლიტრ წყალს მიაწვდის.

პასუხი: 100ლ და 120ლ.

ბ) პირველი მილი ერთ საათში $\frac{1}{5}$-ს, ხოლო მეორე მილი $\frac{1}{4}$-ს გაავსებს. თუ მილები ერთბაშად გაიხსნება, მაშინ აუზის $\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{4}{20}+\frac{5}{20}=\frac{9}{20}$ ნაწილი გაივსება.

პასუხი: $\frac{9}{20}$.

გ) პირველი მილი ერთ საათში $\frac{1}{5}$-ს ავსებს, მეორე მილი კი ერთ საათში სავსე აუზის $\frac{1}{6}$-ს აცარიელებს. თუ მილები ერთბაშად გაიხსნება ერთ საათში აუზის $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{6}{30}-\frac{5}{30}=\frac{1}{30}$ ნაწილი გაივსება. **პასუხი:** $\frac{1}{30}$.

12. ქარხანაში მომუშავე ერთი მუშა გეგმას 12 დღეში ასრულებს, მეორე 20 დღეში, ხოლო მესამე კი 30 დღეში. რამდენ დღეში შეასრულებს იმავე სამუშაოს ამ სამი მუშისაგან შემდგარი ბრიგადა?

13. მამამ და შვილმა ერთად მესერი 12 საათში შეღებეს. მხოლოდ მამა ამ სამუშაოს 21 საათში შეასრულებდა, რამდენ საათში შეღებავდა შვილი ამ მესერს?

14. სავსე აუზს ერთი მილი 8 საათში აცარიელებს, მეორე მილი კი 9 საათში ავსებს. აუზის რა ნაწილი გაივსება ერთ საათში, თუ ორივე მილი ერთდროულად გაიხსნება?

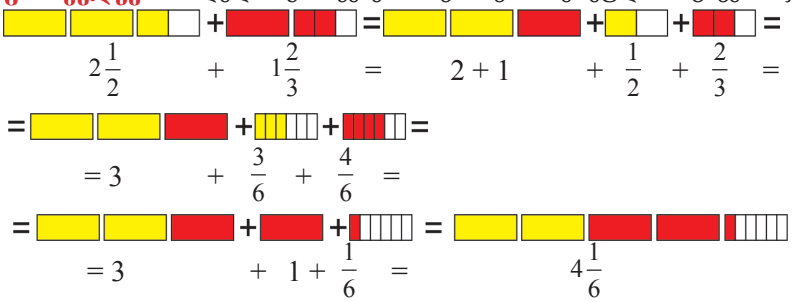
15. პირველი მილი ავზს 8 წუთში, მეორე მილი კი 16 წუთში ავსებს. თუ ერთი წუთის განმავლობაში ორივე მილი ერთბაშად გაიხსნება, მაშინ ავზის რა ნაწილი დარჩება წყლით გასავსები?

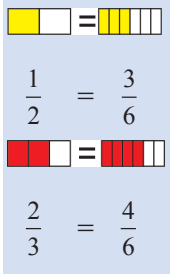
16. ორი ქალაქიდან ერთმანეთის მიმართ შემხვედრი მიმართულებით ორი მატარებელი გამოვიდა. ამ მანძილს პირველი მატარებელი 6 საათში, მეორე მატარებელი კი 8 საათში გადის. მათი მოძრაობის დაწყებიდან ერთი საათის შემდეგ მათ შორის დარჩენილი მანძილი მთლიანი მანძილის რა ნაწილი იქნება?

17. ორი პუნქტიდან ერთმანეთის პირისპირ ველოსიპედისტმა და ფეხით მოსიარულემ დაიწყეს მოძრაობა. თუ ველოსიპედისტი ორ პუნქტს შორის მანძილს 16 წუთში დაფარავს, ხოლო ფეხით მოსიარულე 48 წთ-ში, მაშინ რამდენ წუთში შეხვდებიან ველოსიპედისტი და ფეხით მოსიარულე ერთმანეთს?

1.10. შერეული რიცხვების შეკრება და გამოკლება

გამოკვლევა: მოდელის გამოყენებით ვიპოვოთ შერეული რიცხვების ჯამი:





სხვადასხვამნიშვნელიანი შერეული რიცხვების ჯამის გამოთვლისათვის მათი მთელი ნაწილები იკრიბება, წილადი ნაწილი კი ვაერთმნიშვნელიანების შემდეგ ტოლმნიშვნელიანი წილადების შეკრების წესით იკრიბება და მთელის გვერდით იწერება. თუ წილად ნაწილში არაწესიერი წილადი მიიღება, იგი შერეულ რიცხვად გარდაიქმნება და მანამდე არსებულ მთელ რიცხვს მიემატება.

ნიმუში 1: $4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4} = (4+2) + \left(\frac{5}{12} + \frac{9}{12}\right) = 6 + \frac{14}{12} = 6 + 1\frac{1}{6} = 7\frac{1}{6}.$

სხვადასხვამნიშვნელიანი შერეული რიცხვების სხვაობის მოძებნისათვის საკლების მთელ ნაწილს მაკლების მთელი ნაწილი აკლდება, წილადი ნაწილები კი ვაერთ–მნიშვნელიანების შემდეგ საკლების წილად ნაწილს მაკლების წილადი ნაწილი აკლდება.

თუ საკლების წილადი ნაწილი მაკლების წილად ნაწილზე ნაკლებია, საკლების მთელიდან 1 ერთეულს წილადის სახით ვწერთ და მის მანამდე არსებულ წილად ნაწილს მივუმატებთ.

ნიმუში 2: $14\frac{7}{8} - 7\frac{3}{28} = (14-7) + \left(\frac{49}{56} - \frac{6}{56}\right) = 7 + \frac{43}{56} = 7\frac{43}{56}.$

შენიშვნა: შეკრებისა და გამოკლების მოქმედების შესრულება წილადების ვაერთმნიშვნელიანების შემდეგაც შეიძლება.

ნიმუში 3: $5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9} = 5\frac{3}{18} - 2\frac{8}{18} = 4\frac{21}{18} - 2\frac{8}{18} = 2\frac{13}{18}.$

ნიმუში 4: $12\frac{1}{21} - 2\frac{13}{28} = 12\frac{4}{84} - 2\frac{39}{84} = 11\frac{88}{84} - 2\frac{39}{84} = 9\frac{49}{84} = 9\frac{7}{12}.$

საგარჯიშოები

1. ვარსკვლავის ნაცვლად დაწერეთ გამოტოვებული რიცხვები:

ა) $2\frac{2}{5} + 7\frac{3}{10} = * + \frac{*}{10} + \frac{*}{10} = *\frac{7}{10};$

ბ) $8\frac{1}{9} + 2\frac{3}{5} = 10 + \frac{*}{45} + \frac{*}{45} = 10\frac{*}{45};$

გ) $5 - 2\frac{3}{5} = *\frac{*}{*} - 2\frac{3}{5} = *\frac{*}{*};$

დ) $7\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4} = *\frac{*}{12} - \frac{*}{12} = *\frac{*}{12}.$

2. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $4\frac{5}{9} + 7\frac{1}{6};$

ბ) $6\frac{11}{12} + 8\frac{13}{18};$

გ) $2\frac{3}{16} + 1\frac{7}{24} + 3\frac{1}{12};$

დ) $5\frac{7}{8}+6\frac{3}{10}$; ე) $6\frac{3}{8}+2\frac{5}{9}$; ვ) $1\frac{8}{21}+4\frac{3}{14}+2\frac{2}{7}$;

ზ) $33\frac{2}{5}-11\frac{1}{8}$; თ) $8\frac{13}{16}+8\frac{13}{14}$; ი) $41\frac{5}{6}-1\frac{17}{24}-3\frac{5}{12}$;

კ) $25\frac{11}{15}-18\frac{7}{10}$; ლ) $42\frac{1}{9}+2\frac{4}{25}$; მ) $10\frac{3}{75}+14\frac{3}{35}+2\frac{1}{7}$.

3. გამოთვალეთ

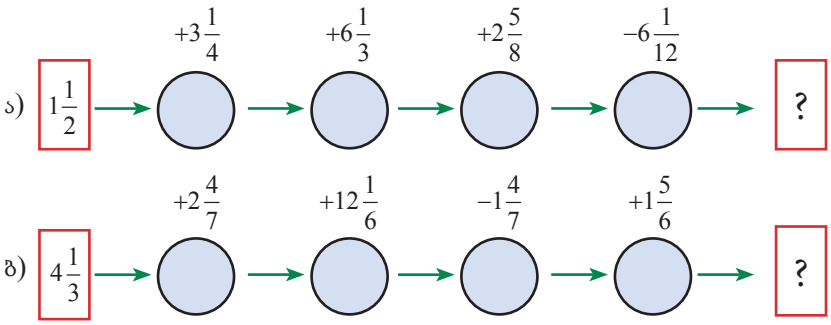
ა) $8\frac{9}{14}+3\frac{3}{7}$; ბ) $12\frac{11}{12}+\frac{13}{18}$; გ) $7\frac{5}{12}-3\frac{7}{24}$;

დ) $12\frac{7}{9}-8\frac{2}{15}$; ე) $24\frac{11}{16}-17\frac{1}{6}$; ვ) $8\frac{23}{30}-7\frac{11}{20}$;

ზ) $4\frac{3}{16}-\frac{5}{8}$; თ) $6\frac{4}{9}-3\frac{7}{6}$; ი) $10\frac{3}{24}-9\frac{19}{36}$;

კ) $22\frac{10}{51}-18\frac{2}{34}$; ლ) $14\frac{4}{19}-13\frac{1}{8}$; მ) $62\frac{9}{11}-45\frac{1}{22}$.

4. დაასრულეთ გამოთვლა:.



5. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x+9\frac{7}{10}=28\frac{2}{15}$; ბ) $11\frac{3}{4}-y=5\frac{15}{34}$; გ) $7\frac{27}{44}+a=18\frac{51}{55}$;

დ) $6\frac{3}{11}+b=11\frac{93}{121}$; ე) $9\frac{5}{36}-x=2\frac{4}{9}$; ვ) $k-5\frac{17}{60}=7\frac{9}{20}$.

6. გამოთვალეთ ათწილადების ჩვეულებრივ წილადებად გარდაქმნით:

ა) $4{,}25+1\frac{19}{25}$; ბ) $7\frac{7}{8}-3{,}18$; გ) $19{,}75-19\frac{3}{16}$; დ) $3{,}45+2\frac{4}{9}$.

7. თბომავლის სიჩქარე მდგარ წყალში $20\frac{2}{7}$ კმ/საათია, მდინარის დინების სიჩქარე კი $2\frac{11}{14}$ კმ/საათია. იპოვეთ თბომავლის სიჩქარე მდინარის დინების მიმართულებით და საწინააღმდეგო მიმართულებით.

8. კატერის სიჩქარე მდინარის დინებასთან ერთად $27\frac{1}{3}$ კმ/საათი, ხოლო მდინარის დინების სიჩქარე $1\frac{4}{9}$ კმ/საათია. რას უდრის კატერის სიჩქარე დინების საწინააღ-მდეგო მიმართულებით?

9. ცხრილის მიხედვით გაიგეთ აზერბაიჯანელი მეცნიერის სახელი (ასოების მიმდევრობა დაწერეთ დავალებების რიგითი ნომრების მიხედვით).

I. $4\frac{7}{27}-2\frac{2}{9}$; **II.** $6\frac{11}{48}+\frac{17}{24}$; **III.** $7\frac{61}{81}-\frac{1}{18}$;

IV. $0{,}625+6\frac{9}{16}$; **V.** $7{,}8+\frac{39}{50}$; **VI.** $\frac{2}{11}+\frac{7}{22}+5\frac{2}{44}$;

VII. $\frac{25}{49}-\frac{1}{7}-\frac{5}{14}$; **VIII.** $9{,}05-4\frac{3}{5}$; **IX.** $47\frac{7}{8}-45\frac{15}{52}$.

პასუხი	$7\frac{113}{162}$	8,58	$2\frac{1}{27}$	$7\frac{3}{16}$	$5\frac{6}{11}$	4,45	$6\frac{15}{16}$	$2\frac{61}{104}$	$\frac{1}{98}$
ასო	T	İ	L	F	Z	D	Ü	Ə	A

10. გამოთვალეთ:

ა) $7\frac{7}{9}-4\frac{1}{12}+2\frac{3}{4}$; ბ) $10\frac{9}{16}-\left(3\frac{11}{12}+4\frac{4}{9}\right)$;

გ) $17\frac{2}{3}-6\frac{1}{36}+4\frac{3}{8}$; დ) $\left(20-10\frac{23}{36}\right)-\left(14\frac{4}{27}-6\frac{1}{18}\right)$.

11. გამოთვალეთ:

ა) $5\frac{5}{9}+3\frac{1}{6}-6\frac{4}{27}$; ბ) $12\frac{13}{48}-\left(9\frac{17}{32}-4\frac{5}{24}\right)$;

გ) $1\frac{5}{7}+3\frac{11}{14}-2\frac{1}{4}$; დ) $\left(18-10\frac{18}{35}\right)-\left(3\frac{9}{28}+2\frac{3}{20}\right)$.

12. 3 ყუთში $36\frac{9}{16}$ კგ მანდარინია. ცნობილია, რომ პირველ და მეორე ყუთში ერთად $28\frac{7}{8}$ კგ, მეორე და მესამე ყუთში ერთად კი $24\frac{3}{4}$ კგ მანდარინია. რამდენი კილოგრამი მანდარინია თითოეულ ყუთში?

13. კომპიუტერზე სამი სტატიის აკრეფას $53\frac{4}{10}$ წუთი დასჭირდა. პირველ და მეორე სტატიას $24\frac{14}{15}$ წუთი, მეორე და მესამე სტატიას კი $38\frac{19}{45}$ წუთი დასჭირდა. რა დრო დასჭირდა თითოეული სტატიის დაწერას?

14. $6\frac{1}{2}$ კგ ტკბილეულის კრემის მოსამზადებლად მზარეულისათვის $3\frac{8}{15}$ კგ რძე, $\frac{7}{12}$ კგ კაკაო და გარკვეული რაოდენობის შაქრის ფხვნილი იყო საჭირო. განსაზღვრეთ შაქრის ფხვნილის მასა.

15. 12კგ ცომის მოსამზადებლად $7\frac{4}{15}$ კგ ფქვილი, $2\frac{11}{20}$ კგ კარაქი $1\frac{23}{30}$ კგ შაქრის ფხვნილი და გარკვეული რაოდენობის წვენი გამოიყენეს. დაადგინეთ წვენის მასა.

16. სამკუთხედის ერთი გვერდი $12\frac{3}{8}$ სმ-ია და ის მეორე გვერდზე $4\frac{5}{24}$ სმ-ით მეტია, ხოლო მესამე გვერდზე კი $3\frac{2}{3}$ სმ-ით ნაკლებია. გამოთვალეთ სამკუთხედის პერიმეტრი.

1.11. წილადების გამრავლება

გამოკვლევა: ვიპოვოთ ნამრავლი $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$. ეს წილადები გადავაქციოთ ათწილადებად. მაშინ $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = 0,5 \cdot 0,25 = 0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$. მაშასადამე, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

1. წილადის წილადზე გამრავლებისათვის საჭიროა მათი მრიცხველების გამრავლება, ნამრავლის მრიცხველში ჩაწერა და მნიშვნელების გამრავლება, ნამრავლის მნიშვნელში ჩაწერა.

თუ ორი წილადის ნამრავლი კვეცადი წილადია, მრიცხველისა და მნიშვნელის ნამრავლის გამოთვლამდე შეკვეცა შეიძლება.

ნიმუში: $\frac{15}{26} \cdot \frac{13}{45} = \frac{15 \cdot 13}{26 \cdot 45} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$.

2. წილადის მთელ რიცხვზე გამრავლებისათვის საჭიროა წილადის მრიცხველის მთელ რიცხვზე გამრავლება, მიღებული ნამრავლის მრიცხველში ჩაწერა, მნიშვნელი უცვლელი რჩება.

ნიმუში: $\frac{7}{18} \cdot 9 = \frac{7 \cdot 9}{18} = \frac{7 \cdot 1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

სავარჯიშოები

1. შეასრულეთ გამრავლება:

ა) $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5}$; ბ) $\frac{5}{9} \cdot \frac{6}{25}$; გ) $\frac{14}{16} \cdot \frac{24}{49}$; დ) $\frac{21}{36} \cdot \frac{32}{56}$;

ე) $\frac{9}{14} \cdot \frac{49}{36}$; ვ) $\frac{15}{27} \cdot \frac{9}{50}$; ზ) $\frac{4}{6} \cdot \frac{18}{24}$; თ) $\frac{1}{16} \cdot \frac{64}{102}$.

2. იპოვეთ ნამრავლი:

ა) $\frac{1}{24} \cdot 18$; ბ) $35 \cdot \frac{3}{70}$; გ) $\frac{5}{16} \cdot 12$; დ) $144 \cdot \frac{15}{48}$;

ე) $25 \cdot \frac{3}{5}$; ვ) $\frac{17}{21} \cdot \frac{6}{51} \cdot 14$; ზ) $\frac{45}{77} \cdot \frac{49}{81}$; თ) $\frac{23}{64} \cdot \frac{16}{46} \cdot 32$.

3. იპოვეთ ნამრავლი:

ა) $\frac{9}{10} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6}$; ბ) $\frac{3}{25} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{10}{9}$; გ) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{20}{72}$;

დ) $\frac{17}{13} \cdot \frac{26}{51} \cdot \frac{8}{9}$; ე) $8 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{7}{12}$; ვ) $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{10}{17}$;

ზ) $\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{15}$; თ) $\frac{11}{36} \cdot \frac{2}{55} \cdot 18$; ი) $\frac{21}{22} \cdot 12 \cdot \frac{33}{56}$.

4. ათწილადი გადააქციეთ ჩვეულებრივ წილადად და იპოვეთ ნამრავლი:

ა) $0,25 \cdot \frac{3}{5}$; ბ) $0,125 \cdot \frac{5}{8}$; გ) $\frac{9}{65} \cdot \frac{5}{8} \cdot 0,64$; დ) $\frac{13}{44} \cdot 6,5 \cdot \frac{11}{130}$.

5. ჩვეულებრივი წილადები გადააქციეთ ათწილადად და იპოვეთ ნამრავლი:

ა) $\frac{3}{4} \cdot 0,6$; ბ) $\frac{1}{5} \cdot 2,12$; გ) $43,01 \cdot \frac{1}{8} \cdot 0,5$; დ) $3,25 \cdot \frac{17}{50} \cdot 2,1 \cdot \frac{1}{4}$.

6. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $25\cdot\left(\frac{7}{10}-\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\right)$; ბ) $\left(\frac{3}{5}-\frac{4}{15}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$; გ) $\frac{7}{29}\cdot 10+19\cdot\frac{7}{29}$;

დ) $10-5\cdot\frac{6}{5}-\frac{1}{3}$; ე) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{15}-\frac{3}{10}$; ვ) $\frac{11}{34}\cdot 8+9\cdot\frac{11}{34}$.

7. იპოვეთ:

ა) 15 კგ-ის $\frac{1}{5}$; ბ) 12 კგ-ის $\frac{5}{6}$; გ) 27 სმ-ის $\frac{7}{9}$;

დ) 2000 ტ-ის $\frac{45}{100}$; ე) 50 ჰა-ს $\frac{3}{10}$; ვ) 40 მმ-ის $\frac{3}{8}$.

8. იპოვეთ:

ა) $\frac{5}{8}$ მ-ის $\frac{1}{4}$; ბ) $\frac{3}{10}$ კგ-ის $\frac{3}{5}$; გ) $\frac{7}{9}$ სმ-ის $\frac{7}{10}$;

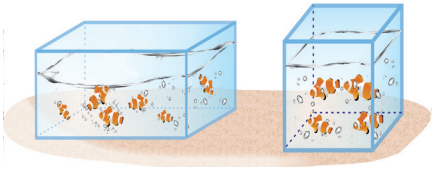
დ) $\frac{1}{2}$ გრ-ის $\frac{5}{6}$; ე) $\frac{27}{100}$ დმ-ის $\frac{9}{10}$; ვ) $\frac{13}{25}$ ჰა-ს $\frac{13}{15}$.

9. ჭიქაში 250 გრ შაქრის ფხვნილი ეტევა. ცომის მოსამზადებლად $\frac{3}{5}$ ჭიქა შაქრის ფხვნილი დაიხარჯა. რამდენი გრამი შაქრის ფხვნილი იქნა შერეული ცომში?

10. კედლის 24 $მ^2$ უნდა შეიღებოს თეთრად. ეჰმედმა სადილობამდე კედლის $\frac{5}{8}$ ნაწილი შეღება. ფართობის რა ნაწილი დარჩა შეუღებავი?

11. ა) $240\cdot\frac{7}{12}$; ბ) $500\cdot\frac{3}{10}$ მოქმედების შესრულებასთან ერთად შეადგინეთ მათი ამოხსნის შესაბამისი ამოცანა.

12. ესმერს ორი აკვარიუმი აქვს. ერთის ზომები $\frac{9}{10}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}$ მ; მეორის ზომები კი $\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{10}$ მეტრია. რომელი აკვარიუმი დაიტევს მეტ წყალს?



13. ძროხას გარკვეული რაოდენობის ბალახი 3 დღეში, თხას კი 6 დღეში შეუძლია შეჭამოს. უპასუხეთ ქვემოთ მოცემულ კითხვებს:

ა) თითოეული ცხოველი ბალახის რა ნაწილს შეჭამს ერთ დღეში?

ბ) ერთი და იგივე რაოდენობის ბალახს ძროხა და თხა რამდენ დღეში შეჭამს?

14. გაკვეთილი $\frac{3}{4}$ საათს გრძელდება. რამდენ საათს გრძელდება 6 გაკვეთილი?

15. გამოთვალეთ:

ა) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{9}$; ბ) $0,2\cdot\frac{5}{8}\cdot 0,125\cdot 64$.

1.12. შერეული რიცხვების გამრავლება

ნიმუში 1: $2\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9}=\frac{11}{4}\cdot\frac{8}{9}=\frac{11\cdot 8}{4\cdot 9}=\frac{22}{9}=2\frac{4}{9}$.

ნიმუში 2: $6\frac{1}{7}\cdot 1\frac{6}{43}=\frac{43}{7}\cdot\frac{49}{43}=\frac{49\cdot 43}{7\cdot 43}=\frac{7\cdot 1}{1\cdot 1}=7$.

შერეული რიცხვების ნამრავლის პოვნისათვის საჭიროა გადავაქციოთ ისინი არაწესიერ წილადებად და გავამრავლოთ როგორც ჩვეულებრივი წილადები.

სავარჯიშოები

1. . გამოთვალეთ:

ა) $2\frac{7}{9}\cdot 15$; ბ) $3\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}$; გ) $28\cdot 2\frac{3}{4}$; დ) $1\frac{3}{5}\cdot 2\frac{1}{2}$;

ე) $3\frac{1}{6}\cdot 24$; ვ) $7\frac{7}{12}\cdot\frac{12}{21}$; ზ) $121\cdot 4\frac{1}{11}$; თ) $10\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{41}$.

2. ა) $12\frac{7}{9}$ რიცხვი 3-ჯერ გაზარდეთ და მიუმატეთ $9\frac{7}{12}$;

ბ) გაოთხკეცებული $3\frac{3}{5}$ რიცხვი შეამცირეთ $2\frac{7}{10}$ ით.

3. $\frac{4}{5}$ დმ; $1\frac{1}{5}$ დმ; $1\frac{2}{5}$ დმ განზომილებიანი მართკუთხა პარალელეპიპედის დასამზადებლად რამდენი დეციმეტრი მავთულია საჭირო?.

4. დედას სადილის გასამზადებლად საჭირო რაოდენობის კარტოფილი 6 წუთში, ხოლო უმცროს გოგონას იგივე რაოდენობის კარტოფილი 18 წუთში შეუძლია გაფცქვნას. უპასუხეთ კითხვებს:

ა) კარტოფილის რა ნაწილს გაფცქვნიან თითოეული ცალკ-ცალკე?

ბ) ერთად თუ იმუშავებენ კარტოფილის რა ნაწილს გაფცქვნიან ერთ წუთში?

გ) რამდენ წუთში გაფცქვნიან საჭირო რაოდენობის კარტოფილს ერთად?

5. 4 მ და 25 სმ სიგრძის თოკს $\frac{18}{25}$ ნაწილი ჩამოაჭრეს. რა სიგრძის თოკი დარჩა?

6. სეადეთმა $2\frac{1}{3}$ რიცხვი $8\frac{3}{4}$-ზე გაამრავლა და $16\frac{1}{4}$ მიიღო. სწორია თუ არა სეადეთის გამოთვლით მიღებული შედეგი?

7. $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{3}$ გამოსახულების მნიშვნელობის პოვნით ელგიზმა 10, აკიფმა კი $6\frac{1}{2}$ მიიღო. ელგიზმა თქვა, რომ მან უფრო მარტივი პასუხი მიიღო და სწორია. თქვენ როგორ ფიქრობთ?

1.13. ურთიერთშებრუნებული რიცხვები

გამოკვლევა: ვიპოვოთ $\frac{5}{8}$ -ისა და მისი მრიცხველისა და მნიშვნელის ადგილების შეცვლით მიღებული წილადის $\frac{8}{5}$-ის ნამრავლი. როგორც ხედავთ $\frac{5}{8}\cdot\frac{8}{5}=1$. ასეთი წილადების ნამრავლი 1-ის ტოლია.

ნიმუში: ა) $\frac{2}{3}$-ის შებრუნებული $\frac{3}{2}$-ია; ბ) 5 -ის $\left(5=\frac{5}{1}\right)$ შებრუნებული $\frac{1}{5}$ -ია;

გ) 0,8-ის $\left(0,8=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}\right)$ შებრუნებული $\frac{5}{4}$ = 1,25-ია. დ) $2\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$ შებრუნებული $\frac{3}{5}$-ია.

$\frac{2}{3}$ და $\frac{3}{2}$; 5 და $\frac{1}{5}$; 0,8 და 1,25; $2\frac{1}{3}$ და $\frac{3}{5}$ **ურთიერთშებრუნებული რიცხვებია.**

ისეთ რიცხვებს, რომელთა ნამრავლი 1–ის ტოლია ურთიერთშებრუ–ნებული რიცხვები ეწოდება.

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=1; \qquad 5\cdot\frac{1}{5}=1; \qquad 0,8\cdot 1,25=1; \qquad 12\cdot\frac{1}{12}=1.$$

ერთის შებრუნებული ერთის ტოლია $1=\frac{1}{1}$.

სავარჯიშოები

1. შეარჩიეთ მოცემულ რიცხვებს შორის ურთიერთშებრუნებული რიცხვები:

ა) 0,5 და 2; ბ) 1,2 და $\frac{5}{6}$; გ) 0,2 და 0,5; დ) 2,5 და 0,4;

ე) $\frac{5}{4}$ და $\frac{3}{5}$; ვ) 0,005 და 20; ზ) 30 და $\frac{1}{3}$; თ) 0,125და 8.

2. შეარჩიეთ მოცემული რიცხვებიდან ურთიერთშებრუნებული რიცხვების წყვილები:

1,5; 0,05; 1,125; 2; 0,2; 1,25; 1,875; 0,08; 8; 10; $\frac{2}{3}$; 0,5; 0,8; 5; $\frac{8}{9}$; $\frac{8}{15}$.

3. გამოთვალეთ ურთიერთშებრუნებული რიცხვების ნამრავლის გამოყენებით:

ა) $\left(0,05\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot 20$; ბ) $\frac{5}{12}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{12}{5}\right)$; გ) $\frac{1}{2}\cdot(2,56\cdot 2)$;

დ) $\frac{7}{13}\cdot\left(\frac{35}{43}\cdot\frac{13}{7}\right)\cdot\frac{43}{35}$; ე) $0,125\cdot\left(\frac{3}{25}\cdot\frac{6}{9}\right)\cdot 8$; ვ) $\frac{7}{4}\cdot\left(\frac{17}{76}\cdot\frac{4}{7}\right)\cdot\frac{19}{34}$.

4. ა) მოცემულია წესიერი წილადი $\frac{2}{3}$. დაწერეთ მისი შებრუნებული წილადი. გაარ-კვიეთ წესიერია თუ არა იგი. განსაზღვრეთ ამ წილადებიდან რომელი უფრო ახლოსაა 1-თან?

ბ) დაწერეთ რომელიმე წესიერი წილადი და მისი შებრუნებული წილადი. განსაზღვრეთ ამ წილადებიდან რომელი უფრო ახლოსაა 1-თან?

გ) გამოთქვით მოსაზრება იმის შესახებ, თუ წესიერი და მისი შებრუნებული არაწესიერი წილადიდან რომელი 1-თან უფრო ახლოსაა. განმარტეთ შედეგი..

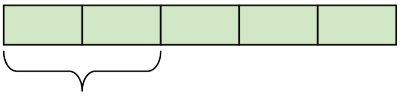
5. იპოვეთ ჯერ მოცემული რიცხვების, შემდეგ კი მათი შებრუნებულების ნამრავლი:

ა) 8 და $\frac{2}{3}$; ბ) $2\frac{1}{6}$ და 0,3; გ) 2,4 და 12; დ) $\frac{2}{11}$ და $4\frac{1}{13}$.

გამოთქვით მოსაზრება შედეგების შესახებ.

1.14. წილადების გაყოფა

გამოკვლევა: თუ ქვეითი 1 საათში გზის $\frac{2}{5}$-ს გაივლის, მაშინ რა დრო დასჭირდება მთელ მანძილის გავლას?



ამოხსნა: ამოვხსნათ ამოცანა მოდელის აგებით. გზის სიგრძე გავყოთ 5 ტოლ ნაწილად. როგორც ვხედავთ ქვეითმა მთელ გზის გავლას $1+1+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$ საათი მოანდომა. მეორე მხრივ, ამოცანის ამოხსნისათვის საჭიროა 1-ის $\frac{2}{5}$-ზე გაყოფა. მაშინ $1:\frac{2}{5}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$.

წილადის წილადზე გაყოფისათვის საჭიროა გასაყოფი გავამრავლოთ გამყოფის შებრუნებულ რიცხვზე.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}.$$

შერეულ რიცხვებში გაყოფის მოქმედება სრულდება არაწესიერ წილადად გადაქცევის შემდეგ.

ნიმუში 1: $\frac{5}{9}:\frac{8}{9}=\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{8}=\frac{5\cdot 9}{9\cdot 8}=\frac{5}{8}$.

ნიმუში 2: $3\frac{1}{12}:1\frac{13}{24}=\frac{37}{12}:\frac{37}{24}=\frac{37}{12}\cdot\frac{24}{37}=2$.

ნიმუში 3: $\frac{5}{6}:5=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{6}$.

ნიმუში 4: $13:3\frac{1}{4}=13:\frac{13}{4}=13\cdot\frac{4}{13}=\frac{13\cdot 4}{13}=4$.

სავარჯიშოები

1. შეასრულეთ გაყოფა:

ა) $\frac{7}{8}:\frac{7}{16}$; ბ) $\frac{3}{5}:\frac{11}{15}$; გ) $\frac{27}{40}:\frac{18}{35}$; დ) $1:\frac{8}{9}$;

ე) $\frac{5}{9}:15$; ვ) $10:\frac{4}{15}$; ზ) $14:42$; თ) $57:30$;

ი) $5\frac{1}{5}:\frac{13}{15}$; კ) $6:2\frac{1}{2}$; ლ) $6\frac{5}{9}:18$; მ) $28:1\frac{5}{9}$.

2. გამოთვალეთ:

ა) $(\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+\frac{3}{8}):\frac{15}{16}$; ბ) $5:1\frac{1}{4}+7:1\frac{1}{3}$;

გ) $(\frac{6}{21}+\frac{1}{7}-\frac{5}{14}):(\frac{5}{18}-\frac{1}{9}+\frac{3}{6})$; დ) $77:\frac{11}{12}-19:2\frac{3}{8}$.

3. **პრაქტიკული სამუშაო:** $\frac{2}{3}$ მ სიგრძის თოკიდან $\frac{1}{2}$ მ როგორ შეიძლება ჩამოიჭრას?

4. ათწილადები გადააქციეთ წესიერ წილადად და გამოთვალეთ:

ა) $0{,}75:\frac{3}{5}$; ბ) $0{,}625:\frac{5}{8}$; გ) $\frac{9}{15}:\frac{5}{8}:0{,}64$; დ) $\frac{13}{14}:6{,}5\cdot\frac{11}{130}$.

5. წესიერი წილადები გადააქციეთ ათწილადებად და გამოთვალეთ:

ა) $\frac{3}{4}:0{,}6$; ბ) $\frac{1}{5}:0{,}12$; გ) $4{,}5:\frac{1}{8}\cdot 0{,}5$; დ) $8{,}25\cdot\frac{11}{25}:0{,}1:\frac{1}{4}$.

6. მართკუთხედის ფართობი 48 სმ^2-ია, სიგრძე კი $2\frac{2}{11}$ სმ-ია. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი.

1.15. რიცხვის პოვნა მისი ნაწილის მიხედვით

გამოკვლევა: ვიპოვოთ რიცხვი რომლის $\frac{3}{5}$ ნაწილი 32550-ია.

ამოხსნა: x-ით ავღნიშნოთ რიცხვი რომლის $\frac{3}{5}$ ნაწილი 32550-ია. მაშინ:

$$\frac{3}{5}\cdot x = 32550; \qquad x = 32550 : \frac{3}{5} = 32550\cdot\frac{5}{3} = \frac{32550\cdot 5}{3} = 54250.$$

პასუხი: 54250.

ჩვენ ვიპოვეთ ნაწილის მიხედვით რიცხვი.

ნაწილის მიხედვით რიცხვის პოვნისათვის საჭიროა ეს რიცხვი გავყოთ ნაწილის მაჩვენებელ წილადზე.

ნიმუში: ვიპოვოთ რიცხვი რომლის $\frac{3}{4}$ ნაწილი 5-ია: $5:\frac{3}{4} = 5\cdot\frac{4}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

სავარჯიშოები

1. დაასრულეთ წინადადებები:

ა) რიცხვის ნახევრის პოვნისათვის რიცხვის .... გამრავლება ან ... გაყოფაა საჭირო;

ბ) რიცხვის ერთი მეოთხედის პოვნისათვის რიცხვის .... გამრავლება ან ... გაყოფაა საჭირო;

გ) რიცხვის ერთი მეათედის პოვნისათვის რიცხვის .... გამრავლება ან ... გაყოფაა საჭირო;

დ) რიცხვის ერთი მეასედის პოვნისათვის რიცხვის .... გამრავლება ან ... გაყოფაა საჭირო;

2. სახლის გეგმაში მყოფი ზომები რეალური ზომების ნაწილს შეადგენს. 1 : 20 გეგმის მიხედვით თუ კარის სიმაღლე 15 სმ-ია, მაშინ რამდენი იქნება რეალური სიმაღლე?

3. ავზში 45 ლ წყალი ჩაასხეს და ეს მის $\frac{3}{4}$ ნაწილს შეადგენს. რამდენ წყალს იტევს ავზი?

4. მაღაზიამ მიღებული ხილის $\frac{17}{20}$ ნაწილი გაყიდა. ეს ნაწილი 340 კგ. იყო. რა რაოდენობის ხილი ჰქონდა მიღებული მაღაზიას?

5. სამირმა 3 საათში კედლის $\frac{2}{7}$ ნაწილი შეღება. ამ ტემპით რამდენ საათში შეღებავს კედელს მთლიანად?

6. შეადგინეთ ა) $140 : \frac{7}{9}$; ბ) $300 : \frac{3}{10}$ მოქმედებების შესრულებით ამოსახსნელი ამოცანა.

7. ცხრილში მოცემულია ნაილის, სამირის და ჰუსეინის მიერ შესრულებული სამუშაოს და ხელფასის რაოდენობა:

ა) რამდენი მანეთი აიღო ჰუსეინმა?

ბ) რამდენია სამირის ხელ-ფასი?

გ) ხელფასის რა ნაწილი აიღო ნაილიმ?

თანამშ-რომელი	ხელფასი	მიღებული ნაწილი	აღებული თანხა
ჰუსეინი	400 მან.	$\frac{3}{5}$	?
სამირა	?	$\frac{1}{6}$	100 მან.
ნაილი	360 მან.	?	120 მან.

8. მატარებელმა 44 კმ გაიარა, გასავლელი დარჩა გზის $\frac{7}{11}$ ნაწილი. რამდენი კმ იქნება მატარებლის მთლიანად გასავლელი გზის სიგრძე?

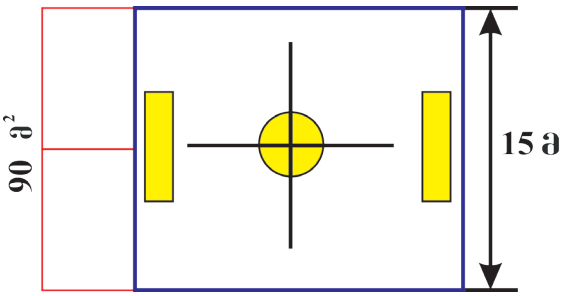
9. ა) ჭიქა 200 მლ რძეს იტევს. 160 მლ რძით ჭიქის რა ნაწილი იქნება შევსებული?
ბ) ადამიანი დღე-ღამეში 8 საათს იძინებს. მას დღე-ღამის რა ნაწილი ღვიძავს?

10. წიგნი 208 გვერდიანია. მოსწავლემ პირველ დღეს მისი $\frac{1}{4}$ ნაწილი, მეორე დღეს კი დარჩენილის $\frac{3}{4}$ ნაწილი წაიკითხა. რამდენი გვერდი დარჩა წასაკითხი?

11. ერთ სკოლაში VI კლასის მოსწავლეების რაოდენობა 120-ია, მეორეში მისი $\frac{1}{2}$ ნაწილი, ხოლო მესამეში პირველ და მეორე სკოლის მოსწავლეებს შორის სხვაობის $\frac{3}{5}$ ნაწილი. განსაზღვრეთ თითოეულ სკოლაში VI კლასის მოსწავლეების რაოდენობა.

12. ოქროს, სპილენძის, კალას და რკინის შენადნობის მასა 600 გრ-ია. შენადნობის $\frac{2}{3}$ ნაწილი ოქრო და სპილენძია, $\frac{3}{4}$ ნაწილი ოქრო და კალა, $\frac{3}{5}$ ნაწილი კი ოქრო და რკინაა. გაიგეთ ცალკ-ცალკე ყოველი მეტალის მასა.

13. სპორტული დარბაზის გასახ-დელი ოთახები 90 კვ.მ-ია და ეს მთლიანი დარბაზის $\frac{2}{7}$ ნაწილს შეადგენს. დარბაზის ეს კედელი თუ 15 მეტრი იქნება, მაშინ რამდენი იქნება სხვა კედლის სიგრძე?



1.16. მოქმედებები ჩვეულებრივ წილადებზე და ათწილადებზე

1. $\frac{x}{6}$ წილადის 2-ზე შეკვეცის შემდეგ $\frac{2}{y}$ წილადი მიიღეს. იპოვეთ x და y რიცხვების მნიშვნელობა (აქ x და y ნატურალური რიცხვებია).

2. $\frac{15}{a}$ წილადის 3-ზე შეკვეცის შემდეგ $\frac{n}{4}$ წილადი მიიღეს. იპოვეთ a და n რიცხვების მნიშვნელობა (აქ a და n ნატურალური რიცხვებია).

3. შეკვეცეთ წილადები: ა) $\frac{39}{78}$; ბ) $\frac{777}{444}$; გ) $\frac{450}{2000}$; დ) $\frac{125}{625}$.

4. შეადარეთ წილადები $\frac{171}{181}$ და $\frac{171171}{181181}$.

5. იპოვეთ x-ის ქვემოთ მოცემულ უტოლობების დამაკმაყოფილებელი ნატურალური რიცხვები:

ა) $\frac{x}{17} < \frac{8}{51}$; ბ) $\frac{x}{65} < \frac{1}{13}$; გ) $\frac{x}{5} < \frac{3}{15}$; დ) $\frac{1}{16} < \frac{x}{8}$; ე) $\frac{5}{12} > \frac{x}{24}$.

6. წილადი ჯერ 2-ზე, შემდეგ 3-ზე და კიდევ 7-ზე შეკვეცეს. იგივე წილადის რომელ რიცხვზე შეიძლება ერთბაშად შეკვეცა?

7. ა) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $6\frac{19}{91}$-ით გავზრდით?

ბ) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ მაკლებს $5\frac{1}{58}$-ით გავზრდით?

გ) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $\frac{23}{45}$ -ით, მაკლებს კი $\frac{3}{10}$ -ით გავზრდით?

დ) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $\frac{3}{8}$ -ით შევამცირებთ, მაკლებს $3\frac{5}{16}$ -ით გავზრდით?

ე) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ მაკლებს $7\frac{3}{28}$ -ით, საკლებს კი $8\frac{5}{8}$ -ით შევამცირებთ?

8. გამოთვალეთ მოქმედებებით:

ა) $\left(9\frac{3}{7}+2\frac{9}{16}\right)-5\frac{3}{7}$;

ბ) $10\frac{5}{14}-\left(3\frac{5}{14}+2\frac{9}{34}\right)$;

გ) $\left(4\frac{5}{8}+1\frac{6}{11}\right)-\frac{6}{11}$;

დ) $7\frac{1}{7}-\left(2\frac{6}{13}+3\frac{1}{7}\right)$.

ე) $\left(12\frac{19}{24}+5\frac{19}{28}\right)-3\frac{19}{24}$;

ვ) $6\frac{4}{9}-\left(1\frac{11}{24}+4\frac{4}{9}\right)$.

9. შეადარეთ წილადები გაერთმნიშვნელიანების გარეშე:

ა) $\frac{61}{62}$ და $\frac{62}{63}$; ბ) $\frac{1003}{1007}$ და $\frac{103}{107}$; გ) $\frac{17}{48}$ და $\frac{37}{68}$.

10. შეადარეთ:

ა) $\frac{33}{35}$ და $\frac{57}{59}$; ბ) $\frac{5}{6}$ და $\frac{13}{15}$; გ) $\frac{12}{17}$ და $\frac{35}{51}$; დ) $\frac{17}{42}$ და $\frac{13}{14}$.

11. გამოთვალეთ:

ა) $\left(\left(\frac{12}{7}\cdot\frac{8}{14}\right)+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{3}{5}$; ბ) $\left(1+1\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\right):\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right)$; გ) $\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{5}\cdot\frac{13}{11}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{10}{14}\cdot\frac{22}{26}$.

12. ა) თუ შესაკრებებიდან ერთი $\frac{19}{30}$-ით, მეორე კი $\frac{14}{45}$-ით გაიზრდება, როგორ და რამდენით შეიცვლება ჯამი?

ბ) შესაკრებებიდან თუ ერთს $2\frac{3}{8}$ -ით გავზრდით, მეორეს კი $\frac{14}{45}$-ით შევამცირებთ როგორ და რამდენით შეიცვლება ჯამი?

გ) შესაკრებებიდან თუ ერთს $4\frac{6}{11}$-ით გავზრდით, მეორეს კი $5\frac{5}{22}$-ით შევამცირებთ როგორ და რამდენით შეიცვლება ჯამი?

დ) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $14\frac{3}{8}$-ით გავზრდით?

ე) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ მაკლებს $\frac{4}{21}$ -ით გავზრდით?

13. გამოთვალეთ: ა) $5\frac{3}{4}\cdot3\frac{5}{7}+3\frac{5}{7}\cdot1\frac{1}{4}$; ბ) $15\frac{3}{8}\cdot4\frac{1}{6}-4\frac{1}{6}\cdot15\frac{3}{8}$;

გ) $\left(\left(3\frac{1}{3}+5\frac{7}{9}\right)\cdot2\frac{1}{4}-1\frac{1}{15}\left(3\frac{5}{6}-\frac{7}{12}+9\frac{7}{8}\right)\right)\cdot\frac{16}{39}$;

დ) $\left(20\frac{8}{15}\cdot7\frac{1}{2}-54\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\right):\left(3\frac{13}{21}\cdot8\frac{2}{8}-29\frac{2}{5}\right)-\frac{5}{6}\cdot1\frac{1}{5}+\frac{21}{25}$.

14. გამოთვალეთ: ა) $\dfrac{8\frac{2}{3}+5\cdot1\frac{1}{8}-10:2\frac{2}{3}}{8\frac{1}{2}-5\frac{3}{4}}$; ბ) $\dfrac{12\frac{2}{3}-63\frac{1}{3}:5\frac{2}{11}}{2\frac{2}{3}}$;

გ) $\dfrac{0,8}{2:0,25-3,125\cdot2,4}$; დ) $\left(7\frac{14}{45}:7-\frac{39}{40}\right)\cdot7,2$.

15. .იპოვეთ გამოტოვებული რიცხვები:

ა) $\boxed{16,4} \xrightarrow{:\,0,4} \bigcirc \xrightarrow{+\,9} \bigcirc \xrightarrow{:\,0,8} \boxed{?}$

ბ) $\boxed{8,5} \xrightarrow{:\,1,7} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\,0,5} \bigcirc \xrightarrow{+17,5} \boxed{?}$

გ) $\boxed{0,4} \xrightarrow{:\,0,96} \bigcirc \xrightarrow{:\,8} \bigcirc \xrightarrow{+\,0,052} \boxed{?}$

თვითშემოწმება

1. შეკვეცეთ წილადები: $\frac{31}{62}$; $\frac{8}{24}$; $3\frac{13}{39}$; 0,25; 4,75.

2. წარმოადგინეთ: ა) 12 ისეთი წილადის სახით, რომლის მნიშვნელიც არის 3;
ბ) 7 ისეთი წილადის სახით, რომლის მრიცხველიც არის 7

3. თუ $\frac{5}{x} = \frac{20}{28}$, მაშინ განსაზღვრეთ x შერჩევის გზით.

4. თუ $\frac{a-7}{a} = \frac{2}{9}$, მაშინ იპოვეთ a-ს მნიშვნელობა შერჩევის გზით.

5. გამოთვალეთ: ა) **უსგ**(13; 26); ბ) **უსგ**(65; 66); გ) **უსგ**(42; 35).

6. თუ **უსჯ**$(m; n) = 21$; **უსგ**$(m; n) = 1$, რომელი ნატურალური რიცხვები შეიძლება იყოს m და n?

7. a და b ურთიერთმარტივი რიცხვებია. **უსჯ**$(a; b)$ + **უსგ**$(a; b)$ ჯამი ქვემოთ მოცემული გამოსახულებებიდან რომლის ტოლია?

ა) $ab + 1$; ბ) $a + b$; გ) $ab - 1$; დ) $a - b$.

8. სკოლის ბიბლიოთეკაში 92 მხატვრული ლიტერატურა და 138 სახელმძღვანელო მოიტანეს. ეს წიგნები მოსწავლეთა შორის თანაბრად გაანაწილეს. მაქსიმუმ რამდენ მოსწავლეს შეხვდა წიგნები?

9. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $\left(x+\frac{5}{12}\right)-\frac{9}{20}=\frac{11}{15}$; ბ) $\left(x+\frac{4}{25}\right)-\frac{21}{50}=\frac{34}{75}$.

10. იპოვეთ მოცემული წილადების უმცირესი საერთო მნიშვნელი: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{23}{32}$; $\frac{57}{64}$.

11. გამოთვალეთ:

ა) $18\frac{61}{92}-4\frac{13}{46}+12\frac{9}{23}$; ბ) $\frac{10}{21}:\frac{5}{6}-\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{4}$; გ) $\left(2-\frac{7}{10}\right):\left(\frac{5}{7}+\frac{3}{14}\right)$.

12. ცარიელ აუზს ერთი მილი 12 საათში, მეორე კი 9 საათში ავსებს. თუ ორივე მილი ერთბაშად გაიხსნება, აუზის რა ნაწილი გაივსება 1 საათში? რამდენ საათში გაივსება აუზი?

13. ტურისტს გზის $\frac{3}{11}$ ნაწილის გავლის შემდეგ, დანიშნულ ადგილზე ჩასვლამდე 56 კმ მანძილი დარჩა გასავლელი. რამდენი კმ გზა გაიარა ტურისტმა?

2. შეფარდება. პროპორცია. პროცენტი

2.1. შეფარდება

რიცხვების სხვაობისა და განაყოფის მოძებნით მათი შედარება შეიძლება. სხვაობის მოძებნით განისაზღვრება ერთი რიცხვი მეორეზე რამდენით მეტია ან ნაკლებია. შეფარდებისას კი გავიგებთ ერთი რიცხვი მეორეზე რამდენჯერ მეტია ან ერთი რიცხვი მეორის რა ნაწილს შეადგენს.

გამოკვლევა: კლასში 15 ბიჭი და 10 გოგონა სწავლობს. ვუპასუხოთ შეკითხვებს:

ა) რამდენით მეტია ბიჭების რაოდენობა გოგონების რაოდენობაზე?

ბ) რამდენით ნაკლებია გოგონების რაოდენობა ბიჭებთან შედარებით.

გ) რამდენჯერ მეტია ბიჭების რაოდენობა გოგონების რაოდენობაზე?

დ) გოგონები ბიჭების რაოდენობის რა ნაწილს შეადგენენ?

ამოხსნა: ა) ბიჭები გოგონებზე 15-10=5 ე.ი. 5-ით მეტია

ბ) გოგონები ბიჭებზე 5-ით ნაკლებია.

გ) ბიჭები გოგონებზე $\frac{15}{10} = 1,5$ -ჯერ მეტია.

დ) გოგონები ბიჭების $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ ნაწილს შეადგენენ.

როგორც ხედავთ, შედარების ორივე ხერხი პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტაში სხვადასხვა მიზნებისათვის გამოიყენება.

a და b რიცხვების განაყოფს a და b რიცხვების შეფარდებაც ეწოდება: $a:b$. სადაც $b \neq 0$.

a და b რიცხვებს შეფარდების წევრები ეწოდება: a შეფარდების პირველი (თავდაპირველი) წევრი, b კი მეორე (შემდეგი) წევრია.

ორი რიცხვის შეფარდება უჩვენებს ერთი რიცხვი მეორეზე რამდენჯერ მეტია ან ერთი რიცხვი მეორის რა ნაწილს შეადგენს.

ათწილადების შეფარდება შეიძლება დავიყვანოთ ორი ნატურალური რიცხვის შეფარდებაზე.

ნიმუში 1: $0,2 : 1,24 = \frac{0,2}{1,24}$ სახით შეიძლება ჩაიწეროს. ვიცით, რომ თუ წილადის მრიცხველსა და მნიშვნელს ერთსა და იმავე რიცხვზე გავამრავლებთ, მის ტოლ წილადს მივიღებთ:

$\frac{0,2}{1,24} = \frac{0,2 \cdot 100}{1,24 \cdot 100} = \frac{20}{124} = \frac{5}{31}$. მაშასადამე, $0,2 : 1,24$ შეფარდების $5 : 31$ შეფარდებით შეცვლა შეიძლება.

სავარჯიშოები

1. მასწავლებელმა 25 მოსწავლის დავალება შეამოწმა და 45 კიდევ უნდა შეემოწმებინა.

ა) რამდენჯერ მეტია შეუმოწმებელი დავალებების რაოდენობა შემოწმებულებთან შედარებით?

ბ) შემოწმებული დავალებები შეუმოწმებელი დავალებების რა ნაწილს შეადგენს?

გ) რამდენიმე შეფარდებაც თქვენ დაწერეთ..

2. დაწერეთ ქვემოთ მოცემული შეფარდებები:

ა) 7-ისა 3-თან; ბ) 6-ისა 28-თან; გ) 7,2-ისა 5,09-თან; დ) $2\frac{1}{3}$-ისა $5\frac{7}{12}$-თან.

3. წაიკითხეთ და გამოთვალეთ ქვემოთ მოცემული შეფარდებები:

ა) 16 : 24; ბ) 128 : 35; გ) 2,8 : 5,6; დ) $\frac{5}{8} : \frac{5}{6}$; ე) $7\frac{2}{3} : 11\frac{1}{2}$.

4. გამოთვალეთ შეფარდებები:

ა) 1,8 : 5,4;	ბ) 2,4 : 0,08;	გ) 3,5 : 49;	დ) 360 გ : 5,4 კგ
ე) 9,6 : 0,16;	ვ) 3 დმ : 5 სმ;	ზ) 8 მ : 1 კმ;	თ) 14,4 დმ : 160 სმ;
ი) 12 მ : 1,8 კმ;	კ) 24 კგ : 480 გ;	ლ) 1 კგ : 250 გ;	მ)1 დღე-ღამე : 24 სთ.

5. დაწერეთ რამდენიმე რიცხვი, რომელთა შეფარდებაა: ა) 5; ბ) 0,5; გ) $\frac{2}{5}$.

6. რომელი შეფარდება განსხვავდება დანარჩენებისაგან: 10 : 15; 20 : 25; 1 : 1,5; $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$?

7. სპორტულ შეჯიბრში 72 მოსწავლე მონაწილეობდა და მათ შორის 18 გოგონა იყო. რას უჩვენებს ა) 72 : 18; ბ) 18 : 72; გ) 18 : 54; დ) 54 : 72 შეფარდებები?

8. შენადნობში 250 გრ სპილენძი და 125 გრ თუთია იყო. იპოვეთ: ა) სპილენძის მასის შეფარდება შენადნობთან; ბ) თუთიის მასის შეფარდება სპილენძის მასასთან? კიდევ რომელი შეფარდებების პოვნა შეიძლება?

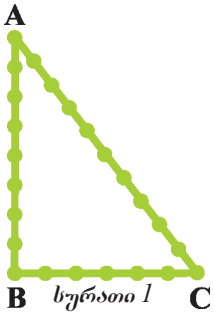
9. 20 ლ ბენზინიდან 12 ლ დაიხარჯა. რისი ტოლია დახარჯული ბენზინის მოცულობის შეფარდება დარჩენილ ბენზინის მოცულობასთან?

10. AP მონაკვეთი 10 ტოლ ნაწილადაა დაყოფილი:

ა) იპოვეთ AC : MP; BM : EL; BN : BP; DE : AL შეფარდებები.

ბ) სამი შეფარდებაც თქვენ დაწერეთ.

11. ABC სამკუთედის გვერდები ტოლ ნაწილებადაა დაყოფილი (სურათი 1). იპოვეთ AB : AC; AB : BC; AC : BC შეფარდებები. კიდევ რომელი შეფარდებების დაწერა შეიძლება?



სურათი 1

12. მოცემული შეფარდებებიდან რომლებია ტოლი?:

ა) 16 : 4 და 0,8 : 0,2; ბ) $\frac{34}{85}$ და $\frac{27}{45}$;

გ) $0,3 : 0,6$ და $1\frac{1}{7} : \frac{4}{21}$; დ) $\frac{4,2}{0,7}$ და $\frac{9}{1,5}$.

13. დახაზეთ მართკუთხედები, რომლების გვერდების შეფარდებაც არის ა) 1 : 2; ბ) 5 : 3; გ) 1 : 1 ამ ფიგურებიდან რამდენია კვადრატი?

14. მოცემული შეფარდებები წარმოადგინეთ ნატურალური რიცხვების შეფარდების სახით:

ა) $1 : \frac{3}{8}$; ბ) $\frac{5}{12} : \frac{17}{18}$; გ) $\frac{3}{4} : \frac{5}{18}$; დ) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$;

ე) $\frac{4}{9} : \frac{11}{9}$; ვ) $0,8 : 0,03$; ზ) $2\frac{5}{8} : 3\frac{1}{6}$; თ) $3\frac{1}{2} : 3,6$.

15. მოცემულია $a : b$ შეფარდება. რამდენჯერ გაიზრდება ან შემცირდება განაყოფი, თუ:

ა) პირველი წევრი 4-ჯერ გაიზრდება;

ბ) მეორე წევრი 2,4-ჯერ გაიზრდება;

გ) პირველი და მეორე წევრი 10-ჯერ გაიზრდება;

დ) მეორე წევრი 7-ჯერ გაიზრდება, პირველი წევრი 3-ჯერ შემცირდება.

ე) პირველი წევრი 9-ჯერ, მეორე წევრი კი 4,5-ჯერ შემცირდება.

16. გაავლეთ AB მონაკვეთი და მასზე D წერტილი ისე აღნიშნეთ, რომ:

ა) $\frac{AD}{BD} = 1$; ბ) $\frac{AD}{BD} < 1$; გ) $\frac{AD}{BD} > 1$; გ) $\frac{AD}{BD} = 2$.

17. წითელი ბუშტების რაოდენობის შეფარდება ყვითელი ბუშტების რაოდენობასთან 5 : 2-ის ტოლია. განსაზღვრეთ რომელი ფერის ბუშტებია მეტი და რამდენჯერ. დაწერეთ შებრუნებული შეფარდება. რას გამოხატავს იგი?

18. წიგნი რვეულზე 1,5-ჯერ ძვირია. დაწერეთ წიგნის ფასის შეფარდება რვეულის ფასთან და რვეულის ფასის შეფარდება წიგნის ფასთან.

19. ა) ველოსიპედისტმა 54 კმ მანძილი 3,8 საათში გაიარა. განსაზღვრეთ მისი სიჩქარე და დაწერეთ შეფარდება.

ბ) პრინტერი 15 წუთში 150 გვერდს ბეჭდავს. განსაზღვრეთ მისი მუშაობის ნაყოფიერება (ნაყოფიერებაში მოიაზრება 1 წუთში დაბეჭდილი გვერდების რაოდენობა).

20. ხმის სიჩქარე ჰაერში 300 მ/წმ-ია. ტყვიის სიჩქარე კი 1,5 კმ/წმ-ია. დაწერეთ ტყვიის სიჩქარის შეფარდება ხმის სიჩქარესთან. რამდენჯერ მეტია ტყვიის სიჩქარე ხმის სიჩქარესთან შედარებით?

21. ქვემოთ მოცემულის შინაარსი დაწერეთ შეფარდების სახით:

ა) ყოველმა მეოცე მოსწავლემ იცის ჭადრაკის თამაში;

ბ) ყოველ მეათე ფეხბურთელს გააქვს გოლი;

გ) ყოველი მეათასე ყვავი თეთრი ფერისაა;

დ) ყოველი მერვე ბავშვი ფრიადოსანია.

22. კვადრატის გვერდი 16 სმ-ია. მეორე კვადრატის გვერდი 4 სმ-ია. იპოვეთ:

ა) დიდი კვადრატის გვერდის შეფარდება მცირე კვადრატის გვერდთან.

ბ) დიდი კვადრატის პერიმეტრის შეფარდება მცირე კვადრატის პერიმეტრთან.

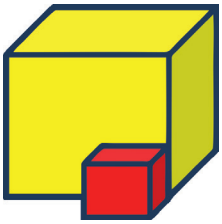
გ) დიდი კვადრატის ფართობის შეფარდება პატარა კვადრატის ფართობთან.

23. დიდი კუბის წიბოს სიიგრძე 12 სმ, პატარა კუბის წიბოს სიგრძე 4 სმ-ია. იპოვეთ:

ა) პატარა კუბის წიბოს შეფარდება დიდი კუბის წიბოსთან;

ბ) პატარა კუბის ზედაპირის ფართობის დიდი კუბის ზედაპირის ფართობთან შეფარდება;

გ) პატარა კუბის მოცულობის შეფარდება დიდი კუბის მოცულობასთან.



სურათი 1

24. ქვემოთ მოცემული პირობების მიხედვით დაწერეთ შეფარდება და თითოეული მათგანისათვის აზრი განმარტეთ.

ა) აიგულმა 3 საათში 36 გვერდი წაიკითხა.

ბ) მკერავმა 50 მანეთად 2 მ ქსოვილი შეიძინა.

გ) სამირმა 10 ნაბიჯის გადადგმით 4 მ გაიარა.

დ) პრინტერი 5 წუთში 25 გვერდს ბეჭდავს.

25. V და VI კლასის მოსწავლეების თეატრში წასაყვანად სკოლამ 50 ბილეთი შეიძინა. V კლასში 72 მოსწავლე, VI კლასში კი 48 მოსწავლე სწავლობს. როგორი შეფარდებით უნდა განაწილდეს ბილეთები ამ კლასებსშორის? ამოხსენით ამოცანა მთელი-ნაწილი მოდელის გამოყენებით.

26. სტუდენტურ ქალაქში მაცხოვრებელი ბიჭებისა და გოგონების რაოდენობის შეფარდებაა 1 : 3.

ა) რამდენი სტუდენტი ბიჭია, თუ გოგონების რაოდენობა არის 27?

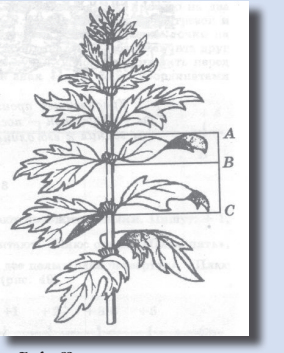
ბ) რამდენია გოგონების რაოდენობა, თუ ბიჭების რაოდენობა არის 46?

გ) სულ რამდენი სტუდენტია, თუ ბიჭების რაოდენობა არის 78?

დ) რამდენით ნაკლებია ბიჭების რაოდენობა გოგონების რაოდენობასთან შედარებით, თუ სულ არის 36 სტუდენტი?

ე) სულ რამდენი სტუდენტია, თუ ბიჭების რაოდენობა 12-ით ნაკლებია გოგონების რაოდენობაზე?

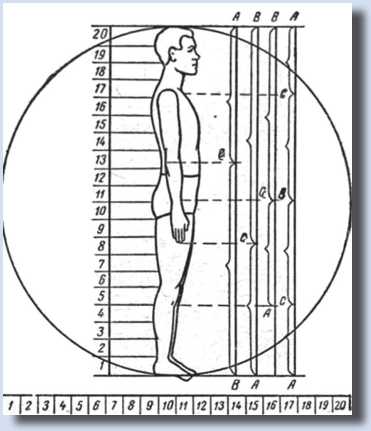
ამის ცოდნა სასარგებლოა



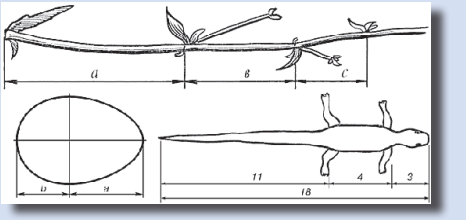
ბუნებაში

ადამიანი გარშემო მყოფ საგნებს ფორმის მიხედვით განასხვავებს. ადამიანის ნებისმიერი საგნის ფორმის მიმართ ინტერესი მისი საჭიროებისაგან ან ამ საგნის სილამაზიდან გამომდინარეობს. თუ ფორმის აგების საფუძველს სიმეტრია და "ოქროს თანაფარდობა" წარმოადგენს ფორმა შესახედავად უფრო ლამაზი ხდება.

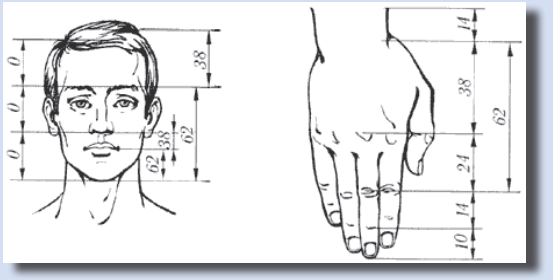
"ოქროს თანაფარდობა" ("ოქროს კვეთა") - ეს არის მონაკვეთის სიგრძის ისეთ 2 არატოლ ნაწილად გაყოფა, როცა მონაკვეთის სიგრძის შეფარდება დიდი ნაწილის სიგრძესთან, ტოლია დიდი ნაწილის მცირე ნაწილთან შეფარდების. ეს თანაფარდობა ≈1,618-ია. ოქროს კვეთა" ღვთის მიერ შექმნილი მთელისა და ნაწილების ისეთი სრულყოფილი დაყოფაა, რომელსაც ბუნებაში, არქიტექტურაში, ტექნიკაში, ხელოვნებასა და ყოფაცხოვრებაში ვხვდებით.

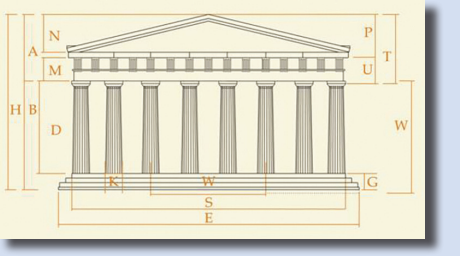


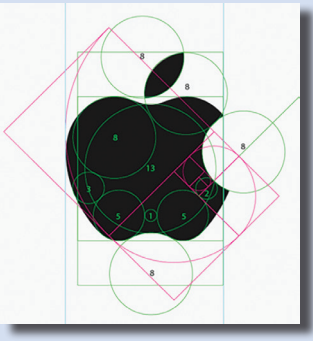
ადამიანის სხეულის ნაწილებს შორის

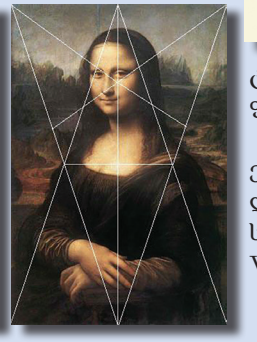


არქიტექტურაში









ხელოვნებაში

ცნება "ოქროს კვეთა" მეცნიერებაში მიჩნეულია, რომ შემოღებულია ძველი ბერძენი ფილოსოფოსის პითაგორას (ჩ.წ. აღ-მდე VI საუკუნეში) მიერ.

2.2. პროპორცია

გამოკვლევა: 4,2 : 0,6 შეფარდება შეადარეთ 0,84 : 0,12 შეფარდებასთან.

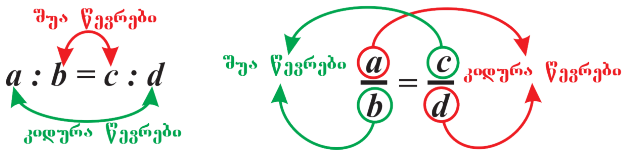
ამოხსნა: 4,2 : 0,6 = 7 და 0,84 : 0,12 = 7 შეფარდებების ერთი და იგივე რიცხვის (7-ის) ტოლობის გამო შეგვიძლია დავწეროთ 4,2 : 0,6 = 0,84 : 0,12 ეს ტოლობა პროპორციაა.

ორი შეფარდების ტოლობას პროპორცია ეწოდება.

ასოების სახით ჩაწერა: $a : b = c : d$ ანუ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

იკითხება: a რიცხვის b რიცხვთან შეფარდება c რიცხვის d რიცხვთან შეფარდების ტოლია.

a და d პროპორციის კიდურა წევრებია, b და c კი შუა წევრები.



პროპორციის ძირითადი თვისება: პროპორციის კიდურა წევრების ნამრავლი შუა წევრების ნამრავლის ტოლია.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ პროპორციაში $ad = bc$.

პროპორციის კიდურა წევრებისა ან შუაწევრების ადგილების შეცვლით ისევ პროპორცია მიიღება. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ან $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

ნიმუში 1: შეამოწმეთ 9 : 21 = 3 : 7 ტოლობის პროპორციულობა.
პროპორციის თვისების თანახმად, 9 • 7 = 63 და 21 • 3 = 63.
მაშასადამე, მოცემული ტოლობა პროპორციაა.

ნიმუში 2: რა ღირს 3,2 მ ქსოვილი, თუ 4,2 მ ქსოვილში გადაიხადეს 63 მანეთი?

შევადგინოთ პროპორცია: 4,2 : 3,2 = 63 : x. (აქ x მანეთი 3,2 მ ქსოვილის ფასია).

$4{,}2x = 63 \cdot 3{,}2$

$x = 48$.

პასუხი: 48 მან.

სავარჯიშოები

1. უჩვენეთ მოცემულ პროპორციაში კიდურა და შუა წევრები:

ა) 5 : 3 = 20 : 12; ბ) $\frac{16}{56} = \frac{18}{63}$; გ) a : 23 = 2 : 9;

დ) 12 : 39 = 4 : 13; ე) $\frac{20}{15} = \frac{48}{36}$; ვ) $\frac{m}{k} = \frac{18}{p}$.

2. ქვემოთ მოცემული რიცხვებისაგან შეადგინეთ პროპორცია:

ა) 2, 7, 6, 21; ბ) 72, 8, 180, 20; გ) $\frac{2}{3}, 1\frac{1}{9}, \frac{4}{21}, \frac{20}{63}$; დ) $6\frac{2}{3}, \frac{7}{20}, \frac{14}{13}, 2\frac{1}{6}$.

3. მოცემული შეფარდებებით შეადგენენ პროპორციას?

ა) 2,8 : 0,7 და 152 : 38; ბ) $\frac{6}{11} : \frac{3}{22}$ და $\frac{12}{17} : \frac{5}{34}$;

გ) 15 : 1,8 და $\frac{15}{16} : \frac{3}{20}$; დ) $5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{16}$ და $1\frac{11}{19} : \frac{35}{38}$.

4. ამოხსენით განტოლებები პროპორციის ძირითადი თვისების გამოყენებით:

ა) $6 : x = 36 : 30$; ბ) $\frac{x}{21} = \frac{9}{14}$;

გ) $12 : 7 = 3 : x$; დ) $\frac{y}{16} = \frac{3}{8}$;

ე) $4{,}9 : 0{,}35 = a : 35$; ვ) $\frac{108}{90} = \frac{42}{b}$.

5. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x : 5 = 21 : 15$; ბ) $4{,}5 : 0{,}6 = a : 2{,}4$;

გ) $\frac{12}{x} = \frac{8}{18}$; დ) $\frac{3{,}4}{5{,}1} = \frac{1{,}4}{k}$.

6. ამოხსენით ამოცანები პროპორციის შედგენით:

ა) რამდენი მანეთი იქნება საჭირო 12 კგ კანფეტის შესაძენად, თუ იგივე სახის 8 კგ კანფეტში 48 მანეთი გადაიხადეს?

ბ) ტურისტმა 5 საათში 24 მ გაიარა. რამდენ კილომეტრს გაივლის იგი 7 საათში?

გ) პროგრამისტმა 4 კომპიუტერის დაფორმატებას 8 საათი მოანდომა. რამდენი საათი დასჭირდება მას 5 კომპიუტერის დაფორმატებისათვის?

დ) 800 სმ3 მოცელობის ხის ნაჭრის მასა 528 გრ.ია. რამდენი იქნება იმ ნაჭრის მასა, რომლის მოცულობაც 1500 სმ^3-ია?

ე) 25 მ ქსოვილიდან 5 პალტოს შეკერვაა შესაძლებელი. რამდენი მეტრი ქსოვილი დასჭირდება 12 პალტოს შეკერვას?

7. 21 კოსტუმზე 56 მ ქსოვილი გამოიყენეს. რამდენი კოსტუმი შეიკერება 84 მ ქსოვილისაგან?

8. აუზი 7 საათში 224 ლ წყლით ივსება. რამდენი საათი დრო იქნება საჭირო 288 ლ წყლით აუზის შესავსებად?

9. 150 კმ კარტოფილიდან 27 კგ სახამებელი მიიღება. რამდენი სახამებელი მიიღება 420 კგ კარტოფილისგან? რამდენი კილოგრამი კარტოფილი არის საჭირო 30,6 კგ სახამებლის მისაღებად?

10. $4 \cdot 9 = 18 \cdot 2$ ტოლობიდან რომელი პროპორციის შედგენა შეგიძლიათ?

11. a-ს და b-ს ნაცვლად დაწერეთ ისეთი რიცხვები, რომ სწორი პროპორცია მიიღოთ:

ა) $\frac{b}{a} = \frac{3}{7}$; ბ) $\frac{16}{a} = \frac{9}{b}$; გ) $\frac{7}{a} = \frac{48}{b}$; დ) $\frac{a}{39} = \frac{b}{8}$; ე) $\frac{12}{a} = \frac{a}{3}$.

12. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$; ბ) $\frac{2x-1}{3} = \frac{1}{2}$; გ) $2{,}5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$;

დ) $\frac{2}{x-0{,}4} = \frac{1}{0{,}4}$; ე) $\frac{3}{4} = \frac{x-1}{3{,}2}$; ვ) $36 : 35 = \frac{1}{5}x : \frac{1}{12}$.

13. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $7\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} = x : \frac{3}{25}$; ბ) $\frac{y-5}{6} = \frac{4}{3}$; გ) $\frac{5}{6} = \frac{15}{2x-3}$;

დ) $\frac{24}{x+2} = \frac{1}{5}$; ე) $\frac{2}{5} = \frac{6}{x+3}$; ვ) $12 : \frac{4}{5}x = 20 : \frac{1}{4}$.

14. 4 პირისათვის წვნიანი საჭმლის მოსამზადებლად 220 გრ ბურღული, 960 გრ რძე და 50 გრ შაქრის ფხვნილია საჭირო. თითოეული სახის რა რაოდენობის პროდუქტი იქნება საჭირო 18 პირისათვის საჭმლის მომზადებისას?

15. მოცემული პირობების მიხედვით განსაზღვრეთ როგორ იცვლება პროპორცია $(a : b = c : d)$:

ა) თუ ორივე შეფარდების პირველ წევრს 8-ზე გავამრავლებთ;

ბ) თუ ორივე შეფარდების პირველ წევრს 2-ზე გავყოფთ;

გ) თუ ორივე შეფარდების მეორე წევრს 7-ზე გავამრავლებთ;

დ) თუ ორივე შუა წევრს 5,3-ზე გავყოფთ;

ე) თუ ორივე კიდურა წევრს 10-ზე გავამრავლებთ;

ვ) თუ ერთ კიდურა და ერთ შუა წევრს 6-ზე გავამრავლებთ.

16. გამოსახეთ წილადი რიცხვების შეფარდება მთელი რიცხვების შეფარდებით:

ა) $\frac{4}{15} : \frac{11}{75}$; ბ) $\frac{9}{25} : 2\frac{3}{5}$; გ) $1\frac{4}{9} : 1\frac{1}{5}$;

დ) $\frac{4}{5} : 4 : 1\frac{4}{5}$; ე) $\frac{3}{5} : \frac{1}{4} : \frac{7}{12}$; ვ) $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{5}{12}$;

ზ) $6 : 1\frac{4}{8} : \frac{8}{12}$; თ) $2\frac{1}{3} : 3\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$; ი) $\frac{14}{15} : 2\frac{2}{6} : 12$.

17. შვილი 24 წლისაა და მისი ასაკის მამის ასაკთან შეფარდება $2 : 4\frac{1}{2}$-ია. რამდენი წლისაა მამა?

18. ოქროსა და ვერცხლის შენადნობში ოქროს მასის ვერცხლის მასასთან შეფარდება არის 5 : 8. რას იწონის შენადნობი, თუ ოქროს წონა 20 გრამია? ამოხსენით ამოცანა მთელი-ნაწილი მოდელის გამოყენებით..

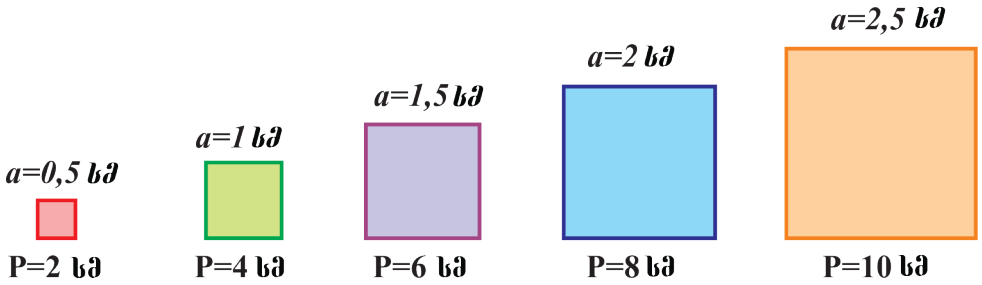
19. დარბაზის სიმაღლის ფანჯრის სიმაღლესთან შეფარდება $5\frac{3}{5} : 1\frac{3}{5}$ -ია. იპოვეთ დარბაზის სიმაღლე, თუ ფანჯრის სიმაღლე $1\frac{1}{7}$ მ-ია.

20. ელის საკლასო ოთახის სიმაღლე 2,5 მ-ია. ოთახის, კარისა და ფანჯრის სიმაღლეების შეფარდება შესაბამისად არის 5 : 4 : 2 იპოვეთ ფანჯრებისა და კარის სიმაღლე.

2.3. პირდაპირპროპორციული სიდიდეები. პროპორციულობის კოეფიციენტი

გამოკვლევა: განვსაზღვროთ კვადრატის გვერდის ზრდასთან ერთად როგორ იცვლება მისი პერიმეტრი.

ამოხსნა: კვადრატის პერიმეტრს ვპოულობთ $P = 4a$ ფორმულით.



როგორც ხედავთ, უმცირესი კვადრატის გვერდის სიგრძის მეორე კვადრატის გვერდის სიგრძესთან შეფარდება არის $\frac{0,5}{1} = \frac{1}{2}$. ამავე კვადრატის პერიმეტრის შეფარდებაც $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$-ია ან უმცირესი კვადრატის გვერდის სიგრძის უდიდესი კვადრატის გვერდის სიგრძესთან შეფარდება არის $\frac{0,5}{2,5} = \frac{1}{5}$. იმავე წესით მათი პერიმეტრების შეფარდებაც იქნება: $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. მაშასადამე, რამდენჯერაც იზრდება კვადრატის გვერდი, იმდენჯერ იზრდება მისი პერიმეტრიც

თუ ორივე სიდიდიდან ერთის რამდენჯერმე გაზრდით (შემცირებით), მეორე სიდიდეც იმდენჯერვე იზრდება (მცირდება) ამ სიდიდეებს პირდაპირპროპორციული სიდიდეები ეწოდება. პირდაპირპროპორციული სიდიდეების შეფარდება მუდმივია და ამ მუდმივს პროპორციულობის კოეფიციენტი ეწოდება.

გამოკვლევა: მატარებელმა 4 საათში 240 კმ მანძილი გაიარა. რა მანძილს გაივლის მატარებელი იგივე სიჩქარით 6 საათში?

ამოხსნა: ამოცანის ამოხსნისათვის შევადგინოთ პროპორცია:

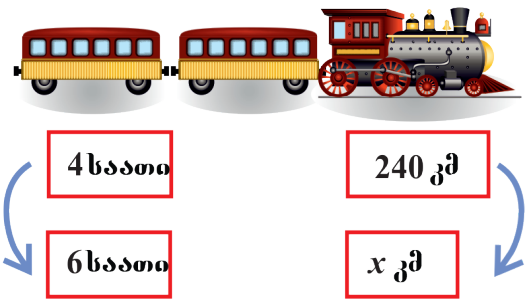
$4 : 6 = 240 : x$

$4x = 240 \cdot 6$

$4x = 1440$

$x = 360$

პასუხი: 360 კმ



სავარჯიშოები

1. A და B დამოკიდებული სიდიდეებია. A = kB. ქვემოთ მოცემული პირობების შესაბამისად იპოვეთ k პროპორციულობის კოეფიციენტი.

ა) A = 3,6; B = 2,5;

ბ) B სიდიდე A-ზე სამჯერ ნაკლებია;

გ) A მოძრაობაში ყოფნის დროა (წთ), B გავლილი გზაა (მეტრი), სიჩქარე 36 კმ/საათი;

დ) 500 მ მანძილზე ველოსიპედის საბურავი 64 ბრუნს აკეთებს. A-ველოსიპედის საბურავის ბრუნვის რაოდენობაა, B გავლილი მანძილია;

ე) A და B მნიშვნელობები ცხრილიდან აიღეთ:

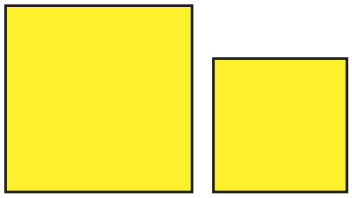
A	**8**	**6,29**	**225**
B	16	17,04	9

2. მართკუთხედის ერთი გვერდი 12 სმ-ია, მეორე კი მასზე 5 სმ-ით მოკლეა. განსაზღვრეთ მართკუთედის გვერდების სიგრძეების შეფარდებები.

3. სურათზე გაზომეთ მონაკვეთები და იპოვეთ მონაკვეთების სიგრძეების შეფარდება:

ამოხსენით 4–8 ამოცანები და გამოთქვით მოსაზრებები მათი შედეგების შესახებ:

4. გაზომეთ მოცემული კვადრატების გვერდები და იპოვეთ:.



ა) კვადრატის გვერდების სიგრძეების შეფარდება;

ბ) კვადრატების პერიმეტრების შეფარდება;

გ) კვადრატების ფართობების შეფარდება;

5. მატარებელმა სიჩქარის შეუცვლელად 10 საათში 320 კმ მანძილი გაიარა. რამდენ საათს იქნება მატარებელი გზაში თუ მანძილი: :

ა) 2-ჯერ შემცირდება; ბ) 3-ჯერ გაიზრდება?

6. მართკუთხედის ფართობი 60 $მ^2$-ია. როგორ შეიცვლება მისი ფართობი, თუ სიგანის შეუცვლელად სიგრძე:

ა) 3-ჯერ გაიზრდება; ბ) 4-ჯერ შემცირდება?

7. რამდენიმე მეტრ ქსოვილში 54 მანეთი ფული გადაიხადეს. როგორ შეიცვლება გადასახდელი თანხა თუ ქსოვილის სიგრძე:

ა) 6-ჯერ შემცირდება; ბ) 2-ჯერ გაიზრდება?

8. ორმა მუშამ განსაზღვრულ დროში 24 დეტალი დაამზადა. იგივე დროის განმავლობაში
ა) 48 დეტალის; ბ) 120 დეტალის დამზადებას რამდენი მუშა დასჭირდებოდა?

9. ცხრილის მიხედვით განსაზღვრეთ x და y ცვლადები. არიან თუ არა პირდაპირპროპორციულ დამოკიდებულებაში.:

ა)

x	2	6	7	9
y	6	18	21	27

ბ)

x	1,2	2,4	6	9
y	1	2	5	6

გ)

x	0,4	1,6	2,3	3,1
y	0,8	3,6	4,6	6,2

დ)

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{16}$
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$

10. შეავსეთ ცხრილი, თუ ცნობილია, რომ a და b პირდაპირპროპორციული სიდიდეებია.

a	0,3	8	3,2		
b			9,6	2,7	42

11. შეავსეთ ცხრილი, თუ ცნობილია, რომ x და y პირდაპირპროპორციული სიდიდეებია.

x	15		4		1,2
y		8	1,6	20	

12. m კგ ხილში p მანეთი ფული გადაიხადეს. ცხრილის გამოყენებით განსაზღვრეთ 1 კგ ხილის ფასი და შეავსეთ ცხრილი.

m (კგ)	3	8		1,2	
p (მანეთი)	22,5		30		6

დაწერეთ p-ს m-ზე დამოკიდებულების ფორმულა.

13. ავტომობილი მოძრაობს 60 კმ/სთ სიჩქარით. შეავსეთ ცხრილი, თუ ცნობილია, რომ ის t საათში s კმ მანძილს გადის:

t (საათი)	**2**	**0,5**		**3,2**		
s (კმ)			90		240	156

t (საათი) *s* (კმ) დაწერეთ *s*-ის *t*-ზე დამოკიდებულების ფორმულა

14. სენანმა 8 მანეთად 10 კალამი შეიძინა. 10 მანეთად იგივე კალმის 15 ცალის შეძენა შეუძლია? პასუხი დაასაბუთეთ..

15. რამდენ კილომეტრზე დახარჯავს ავტომობილი 7 ლ ბენზინს, თუ იგი 55 კმ-ზე 5 ლ ბენზინს ხარჯავს?

16. 30 მმ^3 მოცულობის ფოლადის მასა 234 გრ-ია. რისი ტოლია 50 მმ^3 ფოლადის მასა?

17. ლეღვის მურაბის მოხარშვისას ყოველ 5 კგ-ზე 2,5 კგ შაქრის ფხვნილია საჭირო. რამდენი შაქრის ფხვნილია საჭირო 12,5 კგ ლეღვის მოხარშვისათვის?

18. წლის განმავლობაში ერთი ჯიშის ცხვრიდან 17 კგ, ხოლო მეორიდან 18 კგ მატყლი მიიღეს. ყოველი 100 გრამიდან 40 გრ წმინდა მატყლი მიიღება. რამდენი კგ წმინდა მატყლი მიიღეს თითოეული ცხვრიდან?

19. მართკუთხა პარალელეპიპედის ზომების შეფარდებაა 9 : 13 : 17. მცირე გვერდის ზომა კი 18 სმ-ია. იპოვეთ მართკუთხა პარალელეპიპედის წიბოების სიგრძეების ჯამი.

20. მართკუთხედის ორი გვერდის შეფარდებაა 8 : 11. მისი სიგრძისა და სიგანის განსხვავება 30 სმ-ია. იპოვეთ ამ მართკუთხედის პერიმეტრი.

21. მდელოზე პეპლების დამჭერმა ბავშვებმა 2 საათში 15 პეპელა დაიჭირეს. რამდენ პეპელას დაიჭერენ ისინი 3 საათში? შეიძლება ითქვას, რომ პეპლების რაოდენობა და მათ დაჭერაზე დათმობილი დრო პირდაპირპროპორციული სიდიდიეებია?

22. სამმა ოჯახმა ბაღში მისასვლელად ერთად დაიქირავეს მანქანა და 110 მანეთი დახარჯეს. ეს ბაღები ერთი გზის გასწვრივ ქალაქიდან 24 კმ, 28 კმ, და 36 კმ-ზეა. რა თანხის გადახდა მოუწევდა თითოეულ ოჯახს, ამ ოჯახებს გავლილი მანძილის პროპორციულად რომ გადაეხადათ?

2.4. რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების პირდაპირპროპორციულ ნაწილებად

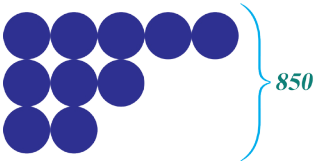
გამოკვლევა: დედამ გოგონას დაარიგა, რომ სალათის მომზადებისათვის პომიდორი, კიტრი და მწვანილი 5 : 3 : 2 პროპორციით აიღოს. გოგონამ ჰკითხა "როგორ მოხდება ეს?" დედამ აუხსნა, რომ 5 ნაწილი პომიდორი, 3 ნაწილი კიტრი და 2 ნაწილი მწვანილი უნდა აიღოს. ანუ გამოყენებული სურსათი 5, 3 და 2 რიცხვების პირდაპირპროპორციული უნდა იყოს.

შეკითხვა: თითოეულისა რამდენი გრამი უნდა ავიღოთ, თუ მთელი სალათის მასა 850 გრამია?

ამოხსნა: ***I ხერხი:*** ვაგოთ მთელი-ნაწილი მოდელი 1) 5 + 3 +2 = 10 (ნაწილი)- სალათის საერთო მასა;

2) 850 : 10 = 85 (გრ) – ერთი ნაწილის მასა;

3) 5 • 85 = 425 (გრ); 3 • 85 = 255 (გრ); 2 • 85 = 170 (გრ).



II ხერხი: ერთი ნაწილი ავღნიშნოთ x-ით, მაშინ პომიდორი $5x$, კიტრი $3x$, მწვანილი კი $2x$ ქნება. პირობის თანახმად:

$$5x + 3x + 2x = 850$$

$$10x = 850$$

$$x = 85.$$

5 • 85 = 425 (გრ); 3 • 85 = 255 (გრ); 2 • 85 = 170 (გრ).

პასუხი: 425 გრ; 255გრ; 170 გრ.

საგარჯიშოები

ამოხსენით ამოცანები მთელი–ნაწილის მოდელის გამოყენებით ან განტოლების შედგენით:

1. ა) 138 წარმოადგინეთ 18 : 5 შეფარდებით ორი რიცხვის ჯამის სახით.
ბ) რიცხვი 70 დაყავით 4 ნაწილად 3 : 6 : 8 : 11 შეფარდებით.

2.. ა) 72 წარმოადგინეთ 7 : 11 შეფარდებით ორი რიცხვის ჯამის სახით.
ბ) 92 წარმოადგინეთ 2 : 3 : 5 შეფარდებით სამი რიცხვის ჯამის სახით..

3. კენკროვანების წვენის დამზადებისათვის 12 ნაწილი კენკრა და 17 ნაწილი წყალი აიღეს. რამდენი კენკრა და რამდენი წყალია საჭირო 232 კგ წვენის დამზადებისათვის?

4. მეფის გვირგვინის დამზადებისათვის 7 ნაწილი ოქრო და 5 ნაწილი პლატინა გამოიყენეს. რა ოდენობის თითოეული მეტალი გამოიყენეს, თუ გვირგვინის მასა 2 კგ და 460 გრ-ია?

5. სამკუთხედის პერიმეტრი 48 სმ-ია. მისი გვერდების შეფარდება 7 : 8 : 9 . განსაზღვრეთ თითოეული გვერდის სიგრძე.

6. ცნობილია, რომ სამკუთხედის გვერდების შეფარდებაა 5 : 7 : 11. მისი დიდი და მცირე გვრდების ჯამი 80 სმ-ია. იპოვეთ სამკუთედის პერიმეტრი.

7. მართკუთხედის პერიმეტრი 54 სმ, მეზობელი გვერდების შეფარდება 6 : 3. იპოვეთ მისი გვერდების სიგრძეები.

8. ABC გაშლილი კუთხე BD სხივით ორ ისეთ ნაწილად დაიყო, რომ ABD და CBD კუთხეების შეფარდება 5 : 13. განსაზღვრეთ ამ კუთხეების გრადუსული ზომები.

9. 130°-იანი ABC კუთხე BK სხივით 19 : 7 შეფარდებით ორ კუთხედ დაიყო. იპოვეთ ამ კუთეების ზომები.

10. დაწერეთ ისეთი x და y რიცხვები, რომ x, y და 24 რიცხვების შეფარდება ტოლი იყოს:

ა) $3 : 5 : 6$ ბ) $\frac{1}{8} : \frac{1}{36} : \frac{1}{9}$.

11. დაწერეთ ისეთი a და b რიცხვები, რომ a, b, 10-ის შეფარდება ტოლი იყოს: $2 : \frac{1}{6} : \frac{1}{9}$.

12. სამმა მუშამ ერთად მუშაობით 800 მანეთი ფული მოიგო. ცნობილია, რომ პირველმა მუშამ 16 საათი, მეორე მუშამ 24 საათი, მესამემ კი 40 საათი იმუშავა. მიღებული ფულის მათ შორის როგორი განაწილება იქნება სამართლიანი?

13. სამ ფერმას 540 ტ საკვები მიეცა. პირველ ფერმაში 28 ძროხაა, მეორეში-42 ძროხა, ხოლო მესამეში-65 ძროხა. რამდენი ტონა საკვები მიეცემა თითოეულ ფერმას?

14. რიცხვი 219 სამ ნაწილად ისე დაყავით, რომ პირველი და მეორე ნაწილების შეფარდება იყოს 4 : 9, ხოლო მეორე და მესამე ნაწილების შეფარდება $15 : 2\frac{2}{3}$ იყოს.

15. ოთხი a, b, c და d რიცხვების ჯამი 386-ია. იპოვეთ a, b, c და d რიცხვები თუ ცნობილია, რომ $a : b = 2 : 5$, $b : c = 3 : 4$, $c : d = 6 : 7$

მითითება: წარმოადგინეთ, როგორც $a : b = 2 : 5 = 18 : 45$; $b : c = 3 : 4 = 45 : 60$; $c : d = 6 : 7 = 60 : 70$.

16. 5,6 სმ სიგრძის AB მონაკვეთზე C, D და K წერტილები ისე მოათავსეთ, რომ AC : CK : DK = 2 : 4 : 1 იყოს.

17. მინისა და მეტალის წებო სახამებლის, თაბაშირის, 20 პროცენტიანი ნატრიუმის ფუძისა და წყლის ნარევით მიიღება. 900 გრამი წებოს დამზადებისათვის თითოეული ნივთიერების რამდენი გრამია საჭირო, თუ ცნობილია, რომ ისინი აიღება შეფარდებით 1 : 8 : 5 : 25? გამოთვალეთ 1 გრამამდე სიზუსტით.

18. ზოოპარკში დათვის, მელიებისა და მგლების ნაშიერების რაოდენობა არის 48. დათვის ბელების რაოდენობა მგლის ლეკვებზე 2-ჯერ ნაკლებია. ხოლო მგლის ლეკვების შეფარდება პატარა მელიებთან არის 2 : 5. განსაზღვრეთ მათი რაოდენობა სახეობების მიხედვით.

2.5. უკუპროპორციული სიდიდეები

ნიმუში 1: მატარებელი 65 კმ/სთ სიჩქარით 6 საათს მოძრაობდა. რა სიჩქარით უნდა იმოძრაოს მატარებელმა რომ ეს მანძილი 5 საათში გაიაროს?

ამოხსნა: პირობის მიხედვით შევადგინოთ პროპორცია:

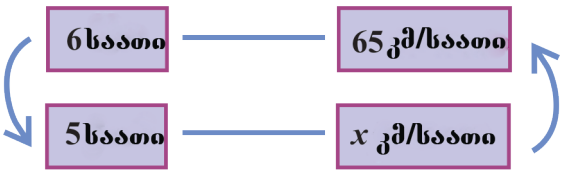
$6 : 5 = x : 65$

$5x = 65 \cdot 6$

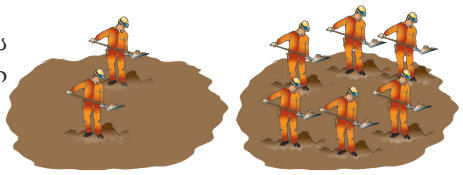
$x = 390 : 5$

$x = 78$

პასუხი: 78 კმ/საათი



ნიმუში 2: ორი მუშა გარკვეულ სამუშაოს 3 დღეში ასრულებს. რამდენ დღეში შეასრულებს ამ სამუშაოს 6 მუშა?



ამოხსნა: პირობის მიხედვით შევადგინოთ პროპორცია:

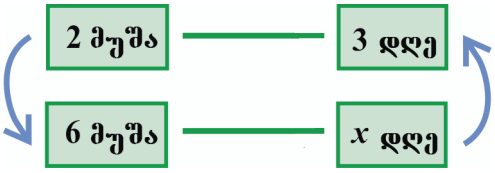
$2 : 6 = x : 3$

$6x = 2 \cdot 3$

$x = 6 : 6$

$x = 1$

პასუხი: 1 დღე



თუ ორი სიდიდიდან ერთი რამდენჯერაც იზრდება (მცირდება) მეორე სიდიდე იმდენჯერვე მცირდება (იზრდება), ასეთ სიდიდეებს უკუპრო-პორციული სიდიდეები ეწოდება.

თუ x და y უკუპროპორციული სიდიდეებია, მაშინ $xy = k$ მუდმივი რიცხვია.

საგარჯიშოები

1. ავტომობილმა 75 კმ/სთ სიჩქარით გარკვეული მანძილი გაიარა. იგივე მანძილი 150 კმ/სთ სიჩქარით რომ გაიაროს, როგორ შეიცვლება ამ მანძილის გავლაზე დახარჯული დრო?
2. როგორ განმარტავდით მანძილის შეუცვლელად სიჩქარისა და დროის უკუ-პროპორციულ დამოკიდებულებას?
3. თუ მართკუთხედის გვერდებია a და b, მისი ფართობი $S = ab$ ფორმულით გამოითვლება. უსუფი ამბობს, რომ თუ a გვერდი 3-ჯერ გაიზრდება და b გვერდი 2-ჯერ შემცირდება, ფართობი არ შეიცვლება. სწორია უსუფის მოსაზრება? გამოთქვით თქვენი დამოკიდებულება.
4. შესრულებული განსაზღვრული სამუშაოს გამოთვლისათვის ამ შრომის მწარმოებლურობის შესაბამის დროზე გამრავლებაა საჭირო. როგორ დამოკი-დებულებაში არიან მწარმოებლურობა და დრო?

5. 6 ტრაქტორი ნაკვეთს 10 დღეში ხნავს. რამდენ დღეში მოხნავს მას 10 ასეთი ტრაქტორი?

6. 15 მუშა განსაზღვრულ სამუშაოს 12 დღეში ასრულებს. რამდენ დღეში შეასრულებს ამ სამუშაოს 5 მუშა?

7. ერთი კილოგრამი კანფეტის ფასი 12 მანეთია 5 კგ კანფეტის შეძენისას მიცემული ფულით რამდენი კილოგრამი სამმანეთიანი კანფეტის შეძენა შეიძლება?

8. ფერიდმა შეიძინა 18 ჩანთა, თითოეულის ფასი 8 მან. მას იგივე თანხით 12-მანეთიანი ჩანთები რომ შეეძინა, რამდენ ცალ ჩანთას შეიძენდა? ფერიდს კიდევ რა თანხა დარჩებოდა ზედმეტი?

9. სამირმა შეიძინა 15 რვეული, 5 ცალი 60 კაპიკად. რამდენ რვეულს შეიძენდა იგი 4 ცალი 80 კაპიკად რომ ყოფილიყო?

10. სადგურიდან ტვირთის გაზიდვისათვის 3,5 ტ ტვირთამწეობის 14 მანქანაა საჭირო. იგივე ტვირთის 10 სატვირთო მანქანით გადაზიდვისათვის, რამდენი ტონა ტვირთამწეობა უნდა ჰქონდეს თითოეულ მანქანას?

11. განსაზღვრეთ რომელ ცხრილშია მოცემული უკუპროპორციული დამოკიდებულება:

ა)

x	1	2	9	18
y	18	9	2	1

ბ)

a	3	6	10	15
b	20	10	6	40

გ)

x	2	3	4	6
y	6	4	3	1

დ)

c	2	4	5	18
d	45	25	16	5

12. კომპიუტერის ოპერატორი ხელნაწერის ერთ გვერდს 10 წუთში ბეჭდავდა და 3 საათში სამუშაო შეასრულა. თუ იგი ერთ გვერდს 2 წუთით ნაკლებ დროს მოანდომებს, რა დროში შეასრულებს ამ სამუშაოს?

13. 65 კბილიანი კბილანიანი ჩარხი წუთში 260 ბრუნს თუ გააკეთებს, მასთან დაკავშირებული ხუთკბილიანი ჩარხი რამდენ ბრუნს გააკეთებს წუთში?

14. თვითმფრინავმა ბაქოსა და ლონდონს შორის მანძილი 440 კმ/სთ სიჩქარით 6 საათში გაიარა. რამდენ საათში დაფარავდა ამ მანძილს 330 კმ/სთ სიჩქარით რომ ეფრინა?

15. გემმა ორ პორტს შორის მანძილის გავლას 18კმ/სთ სიჩქარით$15\frac{1}{2}$ საათი მოანდომა. რამდენ საათში გაივლის იგივე მანძილს, თუ სიჩქარეს 0,6 კმ-ით გაზრდის?

16. ზვინში არსებული ნამჯა 150 ძროხას 50 დღე ჰყოფნის. რამდენ დღეს ეყოფა იგი თუ საქონლის რაოდენობა 1,5-ჯერ გაიზრდება? 0,5-ჯერ თუ შემცირდება?

2.6. რიცხვის დაყოფა მოცემული რიცხვების უკუპროპორციულ ნაწილებად

გამოკვლევა: 940 დავყოთ 3, 4 და 5-ის უკუპროპორციულ ნაწილებად:

ამოხსნა: როგორც იცით 3-ის შებრუნებულია $\frac{1}{3}$, 4-ის შებრუნებული $\frac{1}{4}$ და 5-ის შებრუნებულია $\frac{1}{5}$. მაშასადამე რიცხვი 940 დავყოთ 3, 4 და 5 რიცხვების შებრუნებულების პირდაპირპროპორციულ ნაწილებად.

$$940:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{3}=940:\frac{47}{60}\cdot\frac{1}{3}=400;$$

$$940:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{4}=940:\frac{47}{60}\cdot\frac{1}{4}=300;$$

$$940:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{5}=940:\frac{47}{60}\cdot\frac{1}{5}=240;$$

მართლაც, 400 + 300 + 240 = 940. **პასუხი:** 400, 300, 240.

რიცხვის მოცემული რიცხვების უკუპროპორციულ ნაწილებად დაყოფისათვის საჭიროა ეს რიცხვი მოცემულის რიცხვების შებრუნებული რიცხვების პირდაპირპროპორციულ ნაწილებად დავყოთ.

სავარჯიშოები

1. 140 დავყოთ ა) 3-ისა და 4-ის; ბ) 5-ისა და 2-ის უკუპროპორციულ ნაწილებად.

2. 380 დავყოთ $\frac{3}{4}$ -ისა და $\frac{5}{6}$-ის უკუპროპორციულ ნაწილებად.

3. 343 დაყავით 0,6 და 0,8 რიცხვების უკუპროპორციულ ნაწილებად.

4. მართკუთხედის სიგანე და სიგრძე 9-სა და 7-ის უკუპროპორციულია
ა) იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ მისი სიგანე 14 მმ-ია.
ბ) იპოვეთ მისი პერიმეტრი, თუ მისი სიგანე სიგრძეზე 20 სმ-ით ნაკლებია.

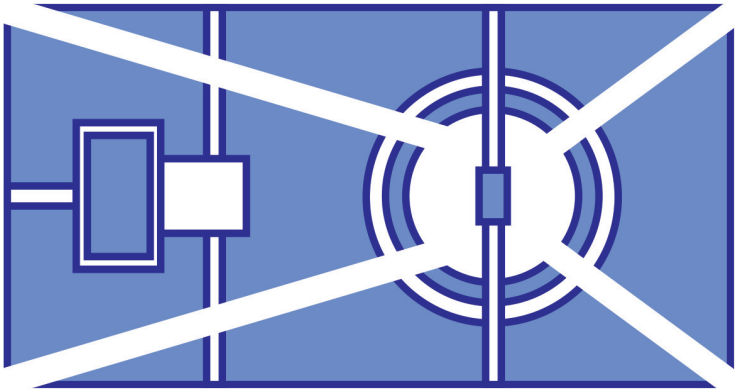
5. ა) გაყავით 150 ორ ისეთ ნაწილად, რომ პირველი რიცხვის $\frac{1}{6}$ ნაწილი მეორის $\frac{1}{9}$ ნაწილის ტოლი იყოს.
ბ) 2432 დაყავით სამ ისეთ ნაწილად, რომ პირველის 0, 75 მეორის 0,3-ისა და მესამის 0,125-ის ტოლი იყოს.

6. 12, 8 და 6 წლის ძმებმა 18 კანფეტი ურთიერთშორის ასაკის უკუპროპორციულად გაინაწილეს. რამდენი კანფეტი შეხვდა უმცროს ძმას?

7. სპორტულ შეჯიბრზე სკოლის გუნდს VI და VII კლასის მოსწავლეები წარმოადგენდნენ. თითოეული კლასიდან მოსწავლეების რაოდენობა შესაბამისად 3 და 2 რიცხვების უკუპროპორციულია. რამდენი მოსწავლე მონაწილეობს თითოეული კლასიდან, თუ გუნდში 30 მოსწავლეა?

2.7. მასშტაბი

სურათზე ნაკვეთის გეგმა 1:200 (ერთი 200-თან) შეფარდებითაა მოცემული. ამ შეფარდებით გეგმას მასშტაბი ეწოდება.



გეგმაზე მოცემული მართკუთხედის სიგრძე 15 სმ, სიგანე კი 8 სმ-ია. მასშტაბის თანახმად გეგმაზე მოცემული ერთი ერთეული ობიექტის ნამდვილი ზომა 200 ერთეულის ტოლია. ობიექტის ნამდვილი ზომების პოვნისათვის გეგმაზე მოცემული ზომების 200-ზე გამრავლებაა საჭირო. 9,5 სმ · 200 = 19 მ და 5 სმ · 200 = 10 მ.

თუ ობიექტის ნამდვილი ზომებია მოცემული, მისი გეგმის ზომების პოვნისათვის საჭიროა ნამდვილ ზომების მასშტაბზე გამრავლება.

ასე რომ, ჩვენ დავამყარეთ კავშირი ობიექტსა და მის გამოსახვას შორის.

გამოსახულების მასშტაბი – გამოსახულების ნებისმიერ ორ წერტილს შორის მანძილის ნამდვილ ობიექტზე იგივე წერტილების შესაბამის ორ წერტილს შორის მანძილთან შეფარდებაა.

მასშტაბი შეიძლება იყოს ერთზე მეტი ან ნაკლები. თუ ობიექტი საკმაოდ დიდია, მისი ნამდვილი ზომების შემცირებით ხდება ქაღალდზე მოთავსება და მასშტაბი ერთზე ნაკლებია. თუ ობიექტი არის ძალიან პატარა, მისი ზომები გეგმაზე იზრდება და ამ შემთხვევაში მასშტაბი ერთზე მეტი ხდება.

ნიმუში: ბაქოსა და მოსკოვს შორის მანძილი 2200 კმ-ია. რა მანძილი იქნება ქალაქების ბაქოსა და მოსკოვის აღმნიშვნელ წერტილებს შორის რუკაზე, თუ მასშტაბი არის 1 : 10000000?

ამოხსნა: რუკაზე ბაქოსა და მოსკოვს შორის მანძილი უნდა დაპატარავდეს. ნამდვილი ზომა უნდა გაიყოს 10000000-ზე: 2200 კმ = 220000000 სმ

220000000 სმ : 10000000 = 22 სმ.

სავარჯიშოები

სამუშაო რუკაზე: განსაზღვრეთ მასშტაბი, თუ:

1. ა) ნამდვილი ზომის 6 კმ-ის მანძილს რუკაზე 2 სმ შეესაბამება;

ბ) ნამდვილი ზომის 1500 მ მანძილს რუკაზე 5 სმ შეესაბამება;

გ) ნამდვილი ზომის 600 კმ მანძილს რუკაზე 3 სმ შეესაბამება.

2. ა) ქალაქ ბაქოდან ქალაქ გენჯამდე მანძილი 365 კმ-ია. რა სიგრძისა იქნება ეს მანძილი რუკაზე, რომლის მასშტაბიც არის 1 : 5000000?

ბ) იგივე რუკაზე ბაქოსა და მინგეჩაურს შორის მანძილი 6,5 სმ-ია. რას უდრის სინამდვილეში ეს მანძილი?

გ) თუ რუკაზე ბაქოსა და გენჯას შორის მანძილი 25 სმ იქნება, რისი ტოლია რუკის მასშტაბი?

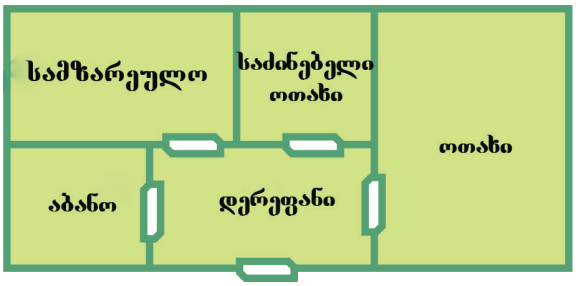
3. **პრაქტიკული სამუშაო:** აიღეთ რომელიმე რუკა. მასზე ნებისმიერ ორ წერტილს შორის მანძილი გაზომეთ სახაზავით და მასშტაბის მიხედვით განსაზღვრეთ ნამდვილი ზომა.

4. 1 : 50000 რუკაზე ორ წერტილს შორის მანძილი 5 სმ-ია. განსაზღვრეთ იგივე ორ წერტილს შორის მანძილი რუკაზე, რომლის მასშტაბიც არის:

ა) 1 : 125000; ბ) 1 : 20000

5. **გეგმაზე სამუშაო:** სურათზე ბინის გეგმაა მოცემული. მასშტაბი 1 : 250-ია.

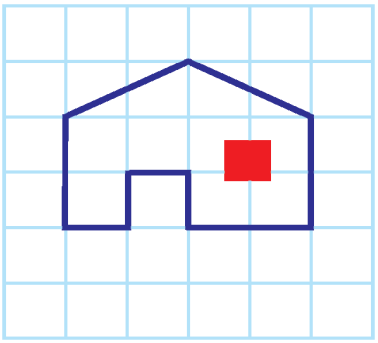
გამოთვალეთ სამზარეულოს, ოთახებისა და მთელი ბინის ფართობი.



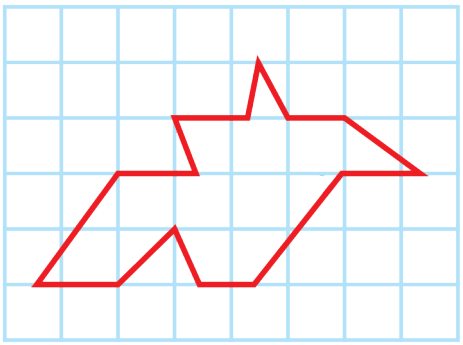
სურათი 1

6. **პრაქტიკული სამუშაო:** დახაზეთ თქვენი საცხოვრებელი ბინის გეგმა 1 : 200 მასშტაბით.

7. დახაზეთ სურათზე მოცემული ფიგურები მასზე ორჯერ დიდი მასშტაბით:



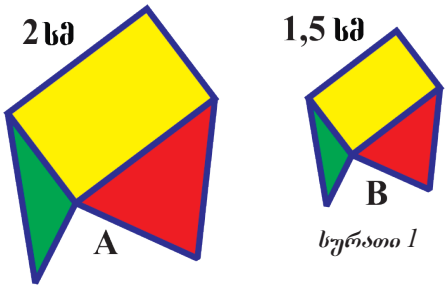
სურათი 2



სურათი 3

8. განსაზღვრეთ სურათი 2-ზე გამოსახული სახლის ნამდვილი სიმაღლე, თუ ცნობილია, რომ კარის სიმაღლე 2,5 მ-ია.

9. სურათი 1-ზე ასახული A ფიგურის ნამდვილი ზომებია. განსაზღვრეთ რომელი მასშტაბით არის მოცემული B ფიგურა.



სურათი 1

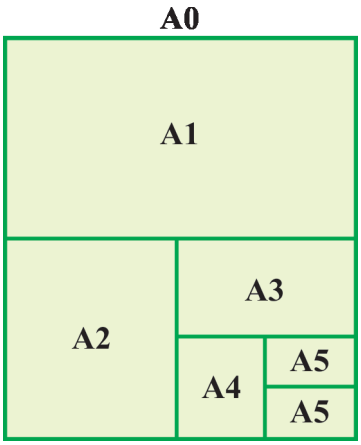
10. ტიპოგრაფიაში სტანდარტული ქაღალდის ფორმატებში გამოიყენება A0, A1, A2, A3, A4, A5. თითოეულის ფორმატი მისი წინამდებარის სიგრძის 1 : 2 შეფარდებით მიიღება. A0 ფორმატის ქაღალდის ზომებია: 841 × 1188 მმ. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემული (სურათი2):

ა) A3 ფორმატის ქაღალდის ზომები;

ბ) ქაღალდის სიგრძის მის სიგანესთან შეფარდება.

გ) ყველაზე მეტად გამოყენებული A4 ფორმატის ქაღალდის ზომები;

დ) C ფორმატის ქაღალდები ერთი მეორისაგან დიდი გვერდის შუაზე გაყოფით მიიღება და სიგრძისა და სიგანის შეფარდება არ იცვლება. განსაზღვრეთ C0-ს სიგანე თუ მისი სიგრძე 1296 მმ-ია.



სურათი 2

11. საკლასო ოთახის რომელიმე საგნის სურათი ჩაიხაზეთ რვეულში. ივარაუდეთ, რამდენჯერაა საგნის ზომები შემცირებული. საჭირო გაზომვების ჩატარებით განსაზღვრეთ მასშტაბი და ვარაუდი შეამოწმეთ.

12. მიუნხენის (გერმანია) ხალიჩების სალონში ინახება აზერბაიჯანული ხალიჩა "კოჯა ხალი", მოქსოვილი XVIII საუკუნეში. მისი სიგანე 1 მ და 30 სმ-ია, სიგრძე კი 3 სმ. ჩაატარეთ სათანადო გაზომვები სურათზე და განსაზღვრეთ ხალიჩის სურათზე მოცემული მასშტაბი.

სურათი 3

2.8. პროცენტი

სავარჯიშოები

1. მოცემული ტოლობებიდან რომლებიც ჭეშმარიტია ფრჩხილებში ჩაუწერეთ "ჭ", ხოლო რომელიც მცდარია, ფრჩხილებში ჩაუწერეთ "მ":

ა) 0,87 = 87%; 57% = 0,57; 1,7 = 17%; 8% = 80; 2 = 20%;

ბ) 240% = 2,4; 3,01 = 301%; 30% = 0,3; 1,1 = 110%; 482% = 48,2;

გ) 0,08 = 0,8%; 3% = 300; 16% = 0,16; 0,42 = 4,2%; 2,34 = 234%.

ნიმუში: 0,87 = 87% (ჭ)

2. რამდენი პროცენტია რიცხვის:

ა) ნახევარი; ბ) ერთი მეოთხედი; გ) ერთი მეათედი; დ) ერთი მეხუთედი?

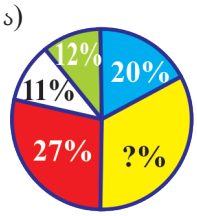
წილადი	$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{10}$		
ათწილადი			0,75			0,6			0,02
პროცენტი		25%			40%			5%	

3. გადააქციეთ პროცენტები ათწილადებად:

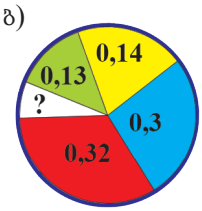
ა) 122%; ბ) 167%; გ)150%; დ) 245%; ე) 201%; ვ) 150%.

4. წრიულ დიაგრამაზე გამოსახეთ ნაწილები პროცენტებით და პროცენტები ნაწილებით.

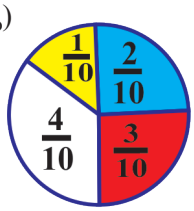
ა)



ბ)



გ)



5. იპოვეთ:

ა) 45; 56; 25; 90; 120; 116; 209; 346 რიცხვების 10%;

ბ) 100; 21; 87; 92; 900; 782 რიცხვების 25% და $\frac{1}{4}$;

გ) 52; 86; 18; 222; 1000; 458 რიცხვების 50% და $\frac{1}{2}$;

დ) 96; 400; 782; 321; 5000 რიცხვების 75% და $\frac{3}{4}$.

6. რიცხვის 40%-ის, 90%-ის, 120%-ისა და 30%-ის პოვნისათვის, მისი რა ნაწილის პოვნაა საჭირო?

7. რიცხვი დაამრგვალეთ მეასედებამდე და პროცენტად გადააქციეთ.

ა) 0,943; ბ) 0,2863; გ) 0,864; დ) 0,009; ე) 0,4666; ვ) 0,60923.

8. იპოვეთ:

ა) 4,56 კმ-ის 15%; ბ) 82 კგ-ის 28%; გ) 45 წთ-ის 52%.

9. ხორცი მოხარშვისას თავისი წონის 45%-ს კარგავს. რამდენი კგ მოხარშული ხორცი მიიღება 15 კილოგრამი ახალი ხორცისაგან?

2.9. რიცხვის პოვნა პროცენტის მიხედვით

გამოკვლევა: მოსწავლემ წიგნის 168 გვერდი წაიკითხა, რაც მთელი წიგნის 30%-ს შეადგენს. რამდენი გვერდი აქვს ამ წიგნს?

ამოხსნა: პირობის თანახმად 168 გვერდი წიგნის 30%-ს შეადგენს. წიგნის გვერდების რაოდენობა აღვნიშნოთ x-ით. მაშინ, $\frac{30}{100} \cdot x = 168$; $x = 168 : \frac{30}{100}$;

$x = 560$.

პასუხი: წიგნი შედგება 560 გვერდისაგან.

მოცემული პროცენტის მიხედვით ვიპოვეთ რიცხვი.

პროცენტის მიხედვით რიცხვი, რომ ვიპოვოთ საჭიროა რიცხვის გაყოფა პროცენტის მაჩვენებელ რიცხვზე და შედეგის 100%–ზე გამრავლება.

ფორმულა b რიცხვის მოძებნისათვის, რომლის $p\%$ a–ს ტოლია: $b = \frac{a \cdot 100}{p}$

რიცხვის პროცენტის პოვნისა და პროცენტის მიხედვით რიცხვის პოვნის ამოცანები ძალიან ჰგვანან ერთმანეთს. ამ ამოცანების განსხვავებისათვის საჭიროა ამოცანის პირობის ყურადღებით წაკითხვა.

სავარჯიშოები

1. კვადრატის გვერდი 10 უჯრაა, რამდენი უჯრის გაფერადება არის საჭირო, რომ გაფერადდეს კვადრატის 25%?

2. იპოვეთ რიცხვი, თუ მისი:

ა) 12% ტოლია 75 -ის; ბ) 88% ტოლია 99-ის;

გ) 15% ტოლია 120 -ის; დ) 21% ტოლია 84-ის.

3. რამდენი სანტიმეტრია იმ ქსოვილის ნახევარი, რომლის 50% 140 სმ-ია?

4. ტურისტმა გაიარა 12 კმ, რაც მთელი გზის სიგრძის 57%-ია. რისი ტოლია მთელი გზის სიგრძე?

5. შეადარეთ გამოთვლის გარეშე:

ა) რიცხვი, რომელის 75% ტოლია 40-ისა და რიცხვი, რომლის 40% ტოლია 75-ისა;

ბ) რიცხვი, რომლის 64% ტოლია 132-ისა და რიცხვი, რომლის 32% ტოლია 231-ისა;

გ) რიცხვი, რომლის 25% ტოლია 900-ისა და რიცხვი, რომლის 43% ტოლია 700-ისა.

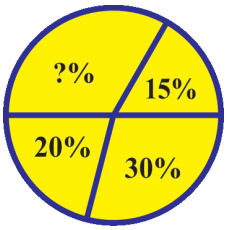
6. იპოვეთ სხვაობა 11%-132-ის შემდგენ და 62%-744-ის შემდგენ რიცხვებს შორის.

7. მართკუთედის სიგრძეების ჯამი 23 სმ-ია, რაც პერიმეტრის 55%-ს შეადგენს. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრის 44%.

8. BC = 3 სმ და 4 მმ-ს AB მონაკვეთი BC-ს 75%-ია, CD მონაკვეთი კი BC-ს 50%-ია. ამ მონაცემების საფუძველზე განსაზღვრეთ AD მონაკვეთის სიგრძე:

9. მოცემულია რიცხვი 125. იპოვეს ამ რიცხვის 33%. მიღებულ რიცხვს კიდევ ერთი იმდენი მიუმატეს. ამ ჯამის $\frac{3}{4}$ ნაწილისა და 25%-ის სხვაობა მოცემული რიცხვის 50%-ია, მოსაზრება მართებულია? გამოთქვით თქვენი აზრი.

10. წრის ფართობის 35% 700 მმ^2-ია. განსაზღვრეთ თითოეული ნაწილის ფართობი (სურათი 1)..



სურათი 1

11. ა) განსაზღვრეთ 1035-ის 20%-ისა და იმ რიცხვის ჯამი, რომლის 42% ტოლია 630-ის.

ბ) იპოვეთ სხვაობა იმ რიცხვის, რომლის 45% არის 180 და 1256-ის 14%-ს შორის.

გ) იპოვეთ 563-ის 78%-ისა და 453-ის 87%-ის ჯამი.

12. კლასის 25 მოსწავლიდან შემაჯამებელ შეფასებაში 24%-მა მეოთხე დონე, 44%-მა მესამე დონე, დანარჩენებმა კი მეორე დონის შესაბამისი შედეგი უჩვენეს. განსაზღვრეთ თითოეული დონის შესაბამისი შედეგის მაჩვენებელი მოსწავლეების რაოდენობა.

13. ა) იპოვეთ იმ რიცხვის ნახევარი, რომლის 4% არის 0,24.

ბ) იპოვეთ იმ რიცხვის 70%, რომლის 25% ტოლია 140-ისა.

გ) 250% გამოსახეთ რიცხვის სახით და იპოვეთ 80%

დ) იპოვეთ რიცხვი, რომლის $\frac{2}{75}$ % ტოლია $\frac{14}{25}$ -ისა.

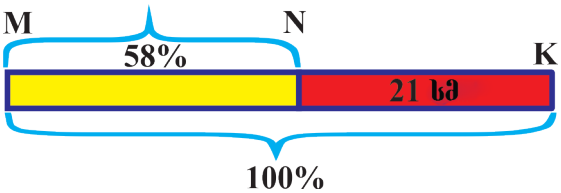
14. 135 დეტალის დამზადების შემდეგ ცნობილი გახდა, რომ ეს არის 45% ყველა დასამზადებელი დეტალისა. რამდენი დეტალი უნდა დაემზადებინათ სულ?

15. ა) იპოვეთ იმ რიცხვის $\frac{5}{8}$ ნაწილი, რომლის 30% ტოლია 720-ისა;

ბ) იპოვეთ რიცხვი, რომლის 93% ტოლია $3\frac{5}{12}$ და $2\frac{2}{41}$ რიცხვების ნამრავლისა.

16. ABC კუთხეში გავლებული BD სხივი კუთხეს ორ ნაწილად ყოფს. მათ შორის ერთის გრადუსული ზომა 78°-ია, რაც ABC კუთხის 78%-ია. იპოვეთ ∠ABC.

17. სურათის მიხედვით განსაზღვრეთ MN -ის სიგრძე:



18. ა) იპოვეთ რიცხვი, რომლის 67% $\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{5}{3}\right)-\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{4}{3}\right)$ გამოსახულების მნიშვნელობის ტოლია;

ბ) იპოვეთ $\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)$ გამოსახულების 28%-ის ნახევრის ტოლი რიცხვი;

გ) იპოვეთ $3\frac{5}{12}-\left(2\frac{2}{9}-\frac{1}{6}\right)$ გამოსახულების 21%-ის მნიშვნელობის 54%-ის ტოლი რიცხვი.

2.10. ორი რიცხვის შეფარდების პროცენტით გამოსახვა

გამოკვლევა: დათესილი 150 თესლიდან 25 არ გაღივდა. თესლის რამდენი პროცენტი არ გაღივდა?

ამოხსნა: პირობის თანახმად საჭიროა გაუღივებელი თესლის რაოდენობის, თესლის მთლიან რაოდენობაში პროცენტის განსაზღვრა ე.ი.

$$\frac{25}{150}\cdot 100\% = \frac{1}{6}\cdot 100\% = \frac{100}{6}\% = \frac{50}{3}\% = 16\frac{2}{3}\%.$$

პასუხი: თესლის $16\frac{2}{3}\%$ არ გაღივდა.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ ერთი რიცხვი მეორის რამდენ პროცენტს შეადგენს, საჭიროა პირველი რიცხვი გავყოთ მეორეზე და მიღებული შედეგი 100–ზე გავამრავლოთ.

გამოკვლევაში მოცემულია ამოცანა შეიძლება ამოვხსნათ პროპორციის შედგენითაც.

150 თესლი — 100 %
25 თესლი — x %

$150 : 25 = 100 : x$ $\qquad 150x = 2500 \qquad x = 16\frac{2}{3}\%$

აქ ერთსახელა სიდიდეები ერთმანეთის ქვეშ იწერება.

სავარჯიშოები

1. რამდენი პროცენტია

ა) 8-ისა 4; ბ) 10-ისა 2; გ) 25-ისა 16;
დ) 150-ისა 20; ე) 300-ისა 45; ვ) 400-ისა 64 ?

2. რამდენი პროცენტია რიცხვი 40: ა) 100-ის; ბ) 80-ისა; გ) 160-ისა დ) 10-ისა?

3. ტყვიის მსროლელთა შეჯიბრზე ერთი გამარჯვებულის ნასროლი 45 ტყვიიდან 36, მეორის ნასროლი 50 ტყვიიდან 38 მიზანში მოხვდა. რომელ მსროლელს აქვს მიზანში მოხვედრის უფრო მაღალი უნარი?

4. ტყეში წიწვოვანი ხეები მუხის ხეების 40%-ს შეადგენს. მუხის ხეები წიწვოვანი ხეების რამდენ პროცენტს შეადგენს?

5. მაცივრის ფასი 1050 მანეთია. გაზქურის ფასი 850 მანეთი. გაზქურის ფასი მაცივრის ფასის რამდენ პროცენტს შეადგენს?

6. მეექვსე კლასის 25 მოსწავლიდან 10-მა მოსწავლემ შეფასებაში მე-4 დონეს მიაღწია. კლასის მოსწავლეთა რამდენმა პროცენტმა მიაღწია მე-4 დონეს?

7. დათესილი 240 თესლიდან 228 გაღივდა. თესლის რამდენი პროცენტი გაღივდა?

8. მოცემული შესაბამისობის მიხედვით შეადგინეთ ამოცანა:

ა) 155 — 100%
31 — x%.

ბ) 33 — 100%
660 — x%.

9. ქვემოთ მოცემული სიდიდეების შეფარდება გამოსახეთ პროცენტობით:

ა) 3 კგ-ისა 6 კგ-თან; ბ) 2 მ-ისა 3 მ-თან;
გ) 40 კაპიკისა 70 კაპიკთან; დ) 80 სმ-ისა 72 სმ-თან;
ე) 12 მმ-ისა 12 სმ-თან; ვ) 60 წთ-ისა 42 წთ-თან.

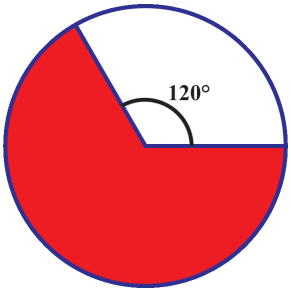
10. ორი რიცხვის შეფარდება 2,4-ია. განსაზღვრეთ მათი პროცენტული შეფარდება.

11. ერთი კვადრატის ფართობი მეორის ფართობის 75% შეადგენს. დიდი კვადრატის ფართობი, პატარა კვადრატის ფართობის რამდენ პროცენტს შეადგენს?

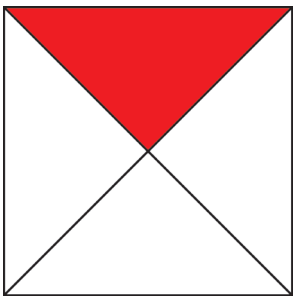
12. . 2012 წელს აზერბაიჯანის მოსახლეობა 9 მილიონი კაცი იყო. აქედან 3 მილიონი ქალაქებში ცხოვრობდა. მოსახლეობის რამდენი პროცენტი იყო სოფლის მაცხოვრებელი?

13. ა) 120°-იანი კუთხის შესაბამისი წრის ნაწილი მთელი წრის ფართობის რა ნაწილს შეადგენს (სურათი 1)?

ბ) კვადრატის ფართობის რამდენ პროცენტს შეადგენს გაფერადებული ნაწილი (სურათი 2)?



სურათი 1



სურათი 2

14. სამირმა 349 გვერდიანი წიგნის 250 გვერდი წაიკითხა. წიგნის რამდენი პროცენტი წაიკითხა სამირმა? წიგნის რამდენი პროცენტი დარჩა წასაკითხი?

15. გულაის 26 მანეთი ფული ჰქონდა. მან ამ ფულის ნახევრით დედას ყვავილი უყიდა. ფულის რამდენი პროცენტი დახარჯა გულაიმ?

16. კენჭისყრის დროს 250 კაციდან 180-მა კანდიდატის სასარგებლოდ მისცა ხმა. განსაზღვრეთ კენჭისყრაში საწინააღმდეგოდ ხმის მიმცემთა პროცენტი.

17. ზამთრის არდადეგების განმავლობაში ეჰმედმა მათემატიკის 120 დავალება შეასრულა. მან 20 დავალების შესრულებაში შეცდომა დაუშვა. დავალებების რამდენი პროცენტი ამოხსნა სწორედ ეჰმედმა?

18. კლასში ბიჭების რაოდენობის გოგონების რაოდენობასთან შეფარდება 3:2-ია.

ა) კლასის რა ნაწილსა და რამდენ პროცენტს შეადგენენ ბიჭები?

ბ) კლასის რა ნაწილსა და რამდენ პროცენტს შეადგენენ გოგონები?

19. a რიცხვი b რიცხვის 20%-ია. b რიცხვი a რიცხვის რამდენი პროცენტია?

20. კლასის 32 მოსწავლიდან 18 ფრიადოსანია. მოსწავლეების რამდენი პროცენტია ფრიადოსანი?

21. a რიცხვი b-ს 40%-ია, b რიცხვი კი c-ს 30%-ია. a რიცხვი c-ს რამდენი პროცენტია?

22. a რიცხვი b-ს 15%-ია, c რიცხვი კი d-ს 40%-ია. ac ნამრავლი bd-ს რამდენი პროცენტია?

2.11. სიდიდეების ცვლილების პროცენტით გამოსახვა

გამოკვლევა: გაზაფხულის სეზონის დაწყებასთან დაკავშირებით პალტოს ფასმა 240 მანეთიდან 180 მანეთამდე დაიკლო. რამდენი პროცენტით ჩამოფასდა პალტო?

ამოხსნა: ***I ხერხი:*** შევადგინოთ პროპორცია:

240 მან. – 100 %,
180 მან. – x %

$240 : 180 = 100 : x$

$x = 75$ %, $100 - 75 = 25$ %

პასუხი: 25 %.

II ხერხი: 240 – 180 = 60 მან. (ეს ჩამოფასების თანხაა). შევადგინოთ პროპორცია:

240 მან. – 100 %
60 მან. – x %

$240 : 60 = 100 : x$

$x = 25$ %

სავარჯიშოები

1. ტანსაცმლის ფასი 150 მანეთიდან 120 მანეთამდე დაიწია. რამდენი პროცენტით შეიცვალა ფასი?

2. მტვერსასრუტის ფასმა 120 მანეთიდან 140 მანეთამდე აიწია. რამდენი პროცენტით მოიმატა მტვერსასრუტის ფასმა?

3. 100-ისა და 1000-ს ბოლოში 1-იანს თუ დავუწერთ რომელი რიცხვის ზრდის პროცენტი იქნება უფრო მეტი?

4. საქონლის ფასმა 240 მანეთიდან 300 მანეთამდე აიწია. რამდენი პროცენტით გაძვირდა საქონელი?

5. ნათესი ფართობი 40 ჰა-თი შემცირდა და 30 ჰა გახდა. რამდენი პროცენტით შემცირდა ნათესი ფართობი?

6. კანფეტის ფაბრიკაში შოკოლადი და კარამელი იწარმოება. ჯერ შოკოლადი მთელი ნაწარმის 80%-ს შეადგენდა. რამდენიმე საათის შემდეგ შოკოლადმა მთელი კანფეტის 90% შეადგინა. რამდენი პროცენტით შემცირდა კარამელის წარმოება?

7. მარტის თვეში აქციები 250 მანეთი ღირდა. დეკემბრის თვეში ფასები 200 მანეთამდე ჩამოვიდა. რამდენი პროცენტით შემცირდა აქციის ფასი?

8. მაცივრის ფასი 800 მანეთიდან 650 მანეთამდე ჩამოვიდა. რამდენი პროცენტით გაიაფდა მაცივარი?

9. ნოვრუზის დღესასწაულის მოახლოებისას უმრავლეს მაღაზიებში ბავშვის ფეხსაცმლის ფასები შემცირდა. პირობებზე დაყრდნობით განსაზღვრეთ რომელ მაღაზიაშია ვაჭრობა უფრო ხელსაყრელი:

ა) პირველ მაღაზიაში $\frac{1}{3}$ -მდე, II-ში 30%;

ბ) პირველ მაღაზიაში $\frac{1}{4}$ -მდე, II-ში 25%;

გ) პირველ მაღაზიაში $\frac{1}{5}$ -მდე, II-ში 15%.

10. კომერსანტმა 500 მანეთიანი 100 ტელევიზორი შეიძინა. ამ ტელევიზორების 20% 20%-ის მოგებით, 40% 25%-ის მოგებით, დანარჩენი კი 10%-ის ზარალით გაიყიდა. განსაზღვრეთ რამდენი მოგება ან ზარალი მიიღო კომერსანტმა ტელევიზორების გაყიდვიდან.

11. იპოვეთ 20%-ის ზარალით 600 მანეთად გაყიდული საქონლის საწყისი ფასი.

12. თურანემ მოდის ჟურნალის წაკითხვით გაარკვია, რომ ერთი კაბის შეკერვას 28 მანეთი, ხოლო მეორისას კი 32 მანეთი სჭირდება. რამდენი პროცენტის ეკონომიას გააკეთებს თურანე, თუ პირველ კაბას შეაკერინებს?

13. 300-ის 15%-ით გაზრდით მიღებული რიცხვი 20%-ით შეამცირეს. განსაზღვრეთ მიღებული რიცხვი თავდაპირველ რიცხვზე მეტია თუ ნაკლები.

14. ავეჯის ფასი 3000 მანეთი იყო. მისი ფასი 10%-ით შეამცირეს. რამდენი მანეთით შემცირდა ავეჯის ფასი?

15. სურათების მიხედვით შეადგინეთ ამოცანები და ამოხსენით:

~~1200~~ ₾
900 ₾

~~600~~ ₾
540 ₾

~~1000~~ ₾
700 ₾

₾ — აზერბაიჯანული მანათის ნიშანი

2.12. ამოცანები პროცენტების შესახებ

გამოკვლევა: წელს სკოლას 30 კომპიუტერი მისცეს რაც და 2-ჯერ მეტია გასულ წელთან შედარებით. რამდენი პროცენტით გაიზარდა წელს მოცემული კომპიუტერების რაოდენობა გასულ წელთან შედარებით?

ამოხსნა: პირობის თანახმად, გასულ წელს სკოლას მიეცა 15 კომპიუტერი და ეს 100%-ს შეადგენს მაშინ 30 კომპიუტერი 200% იქნება

15 კომპიუტერი — 100 % 30 კომპიუტერი — 200 %

მაშასადამე, კომპიუტერების რაოდენობა 200 - 100 = 100%-ით გაიზარდა.

ნებისმიერი სიდიდის **2–ჯერ** გაზრდა, მისი **100%**-ით გაზრდას ნიშნავს. რიცხვის **50%**-ით გაზრდა 1,5-ჯერ გაზრდას ნიშნავს.

რიცხვის 40%-ით შემცირებით ის თავდაპირველი რიცხვის 100 - 40 = 60% ხდება.

მაშასადამე, რიცხვი: 100 : 60= 5 : 3 = $1\frac{2}{3}$ -ჯერ შემცირდება.

სავარჯიშოები

1. მარცხენა სვეტის თითოეული პუნქტისათვის განსაზღვრეთ მარჯვენა სვეტიდან შესაბამისი:

ა) ხარჯები 100%-ით გაიზარდა.	1. ხარჯები სანახევროდ შემცირდა
	2. ხარჯები ორჯერ შემცირდა
ბ) ხარჯები 50%-ით გაიზარდა.	3. ხარჯები სამჯერ შემცირდა.
	4. ხარჯები ორჯერ გაიზარდა.
გ) ხარჯები 50%-ით შემცირდა.	5. ხარჯები 1,5-ჯერ გაიზარდა.
	6. ხარჯები სამჯერ გაიზარდა.

2. რიცხვი 2,5-ჯერ რომ შევამციროთ, რამდენი პროცენტით შემცირდება იგი? 1,2-ჯერ რომ გავზარდოთ, რამდენი პროცენტით გაიზრდება რიცხვი?

3. თუ საქონლის ფასი: ა) 40%-ით გაიაფდება; ბ) 50%-ით გაძვირდება; გ) 42%-ით გაიაფდება; დ) 75%-ით გაძვირდება, საქონლის ამჟამინდელი ფასის რამდენი პროცენტი იქნება?

4. ა) საქონლის ფასი ჯერ 20%-ით, შემდეგ წინა ფასის 12%-ით გაძვირდა. საქონლის ახალი ფასი საწყისი ფასის რამდენი პროცენტი გახდა?

   ბ) საქონლის ფასი ჯერ 18%, შემდეგ კი წინა ფასის 32%-ით გააიაფეს. საქონლის ფასი წინა ფასის რამდენი პროცენტი გახდა?

5. განსაზღვრეთ სვეტოვანი დიაგრამის მიხედვით;

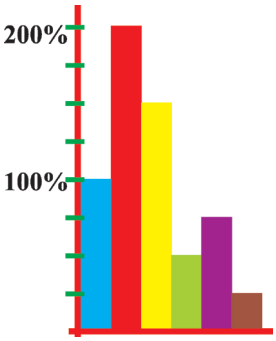
ა) რამდენჯერ მაღალია წითელი სვეტი ლურჯ სვეტთან შედარებით?

ბ) რამდენი პროცენტით მეტია ყვითელი სვეტის სიმაღლე ლურჯი სვეტის სიმაღლესთან შედარებით?

გ) რამდენი პროცენტით და რამდენჯერ ნაკლებია მწვანე სვეტი ლურჯ სვეტთან შედარებით?

დ) რამდენჯერ გრძელია და რამდენი პროცენტით მეტია იისფერი სვეტის სიგრძე მწვანესთან შედარებით?

ე) რამდენჯერ მოკლეა და რამდენი პროცენტით ნაკლებია ყავისფერი სვეტის სიგრძე ყვითელი სვეტის სიგრძესთან შედარებით?



გამოკვლევა: 19 ლ წყალში 1 კგ მარილი აურიეს. რისი ტოლია მიღებული ნარევის მარილიანობის პროცენტი? (1ლ წყალის მასა 1 კგ-ის ტოლად ჩავთვალოთ).

ამოხსნა: 19 კგ + 1 კგ = 20 კგ - ხსნარის წონაა. ხსნარის მარილიანობის პროცენტის პოვნისათვის მარილის მასის ხსნარის მასაზე გაყოფა და პროცენტებში გამოსახვაა საჭირო: $\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$.

პასუხი: ხსნარის მარილიანობა 5%-ია.

ხსნარის მარილიანობა 5%-ია. ეს იმას ნიშნავს, რომ 100 გრამ ხსნარში 5 გრ მარილია. .

საგარჯიშოები

1. ხსნარის მარილიანობა 20%-ია. რამდენი გრამი მარილია 120 გრამ ხსნარში?

2. 380 გრამ ხსნარში 68,4 გრ, 420 გრამ ხსნარში 96,6 გრ მარილია. რომელი ხსნარის მარილიანობის პროცენტი უფრო მეტია და რამდენით?

3. 280 კგ შენადნობში 98 კგ, 220 კგ შენადნობში კი 88 კგ სპილენძია. რომელ შენადნობშია სპილენძის პროცენტი უფრო მაღალი?

4. აურიეს 160 გრ კაკაო და 50 გრ შაქრის ფხვნილი. რამდენი პროცენტი კაკაო და რამდენი პროცენტი შაქრის ფხვნილია ამ ნარევში?

5. ხსნარში 40% სპირტია. რამდენი სპირტია 240 ლ ხსნარში?

6. არიფსა და მამედს შორის დაიწყო დავა. არიფმა თქვა, რომ 224 გრ ხსნარში 29 გრ მარილია. მამედი ამბობს, რომ არიფი ცდება და სხნარში 30 გრ მარილია. რომლის ნათქვამია სწორი, თუ ხსნარის მარილიანობა 12%-ია?

სურათი 1

7. 568 გრამ წყალში 300 გრ მარილი გახსნეს. რამდენი პროცენტია ხსნარის მარილიანობა?

8. 128 ლ 15%-იან მარილის ხსნარს 100 ლ წყალი დაუმატეს. განსაზღვრეთ მიღებული ხსნარის მარილიანობა.

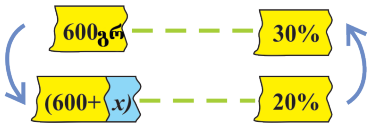
9. სურათის მიხედვით შეადგინეთ და ამოხსენით ამოცანა (სურათი 1.)

გამოკვლევა: რამდენი წყალი უნდა დაემატოს 30%-იანი 600 გრ მარილწყალის ხსნარს, რომ 20%-იანი ხსნარი მიივიღოთ?

ამოხსნა: ხსნარში ჩასამატებელი წყალი აღვნიშნოთ x-ით, ხსნარის მასა იქნება $600 + x$

შეკვადგინოთ პროპორცია:

როგორც ხედავთ, ხსნარის მასამ მოიმატა, მარილიანობის პროცენტი კი შემცირდა. მაშასადამე ეს სიდიდეები უკუპროპორციული სიდიდეები არიან, ანუ:



$600 : (600 + x) = 20 : 30$

$600 \cdot 30 = (600 + x) \cdot 20$ (ორივე მხარე გავამრავლოთ 10-ზე).

$600 + x = 18000 : 20$

$600 + x = 900$

$x = 300$

პასუხი: საჭიროა 300 გრ წყალი დაემატოს.

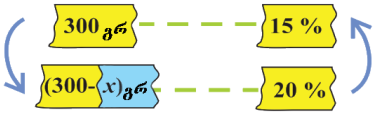
სავარჯიშოები

1. ა) რამდენი ლიტრი წყალი უნდა დაემატოს 80%-იან 40 ლ სპირტის ხსნარს, რომ მიიღონ 60%-იანი სპირტის ხსნარი?

   ბ) რამდენი ლიტრი წყალი უნდა დაემატოს 90%-იან 40 ლ სპირტს, რომ მიიღონ 80%-იანი სპირტის ხსნარი?

2. რამდენი წყალი უნდა დაემატოს 40 ლ 30%-იან მარილის ხსნარს, 20%-იანი მარილის ხსნარის მისაღებად?

3. რამდენი გრამი წყლის აორთქლება არის საჭირო, რომ 300 გრ 15%-იანი შაქრის ხსნარი 20%-იანი გახდეს?



4. რამდენი 5%-იანი იოდის ხსნარის დამატება არის საჭირო 80 გრ 2%-იან იოდის ხსნარში, რომ ხსნარი 3%-იანი გახდეს?

5. 30 ლ 20%-იანი მარილის ხსნარი აურიეს 20 ლ 30%-იან მარილის ხსნარში. რამდენი პროცენტია მიღებული ხსნარის მარილიანობა?

6. სურათი 2-ის მიხედვით შეადგინეთ ამოცანა და ამოხსენით.

სურათი 2

7. რამდენი წყალი უნდა აორთქლდეს 500 გრ 40%-იანი სპირტიდან, რომ 50%-იანი სპირტის ხსნარი მივიღოთ?

8. 70%-იან იოდის ხსნარს 45%-იანი 20 გრ იოდის ხსნარი დაუმატეს და 65%-იანი 100 გრ იოდის ხსნარი მიიღეს. რისი ტოლი იყო 70%-იანი იოდის ხსნარის მასა?

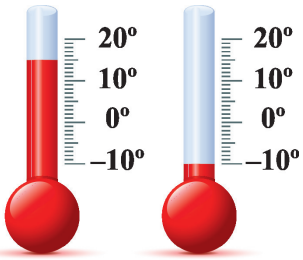
9. ორი სახის 30%-იანი და 10%-იანი სპირტის ხსნარები აურიეს და მიიღეს 600 გრ 15%-იანი სპირტის ხსნარი. რამდენი გრამი 30%-იანი და რამდენი 10%-იანი ხსნარი აიღეს ამისათვის?

თვითშემოწმება

1. იპოვეთ: ა) 120 კგ-ის 60%; ბ) 40 დმ-ის 25%
2. იპოვეთ რიცხვი, რომლის: ა) 5% 12-ია; ბ) 45% 50-ია.
3. იპოვეთ შეფარდების პროცენტი: ა) 2-ისა 5-თან; ბ) 18-ისა 25-თან.
4. ცვლილება წარმოადგინეთ პროცენტით:
   ა) 150 მ-დან 200-მდე; ბ) 1 კგ-დან 5 კგ-მდე.
5. ხორცი მოხარშვისას მასის 45%-ს კარგავს. რამდენი მოხარშული ხორცი მიიღება 2კგ ხორცის მოხარშვით?
6. ნებისმიერი მოცულობის ჰაერის 21%-ს ჟანგბადის გაზი შეადგენს. რამდენი $მ^3$ ჟანგბადია ოთახის ჰაერში, რომლის ზომებიცაა: 4 მ × 5 მ × 3 მ?
7. რეალური 500მ მანძილი გეგმაზე 2 სმ მონაკვეთითაა გამოსახული. იპოვეთ გეგმის მასშტაბი.
8. ფილტვებში ჩასული ჰაერის 5% ანუ 25 $სმ^3$ სისხლში გადადის. რამდენი კუბური სანტიმეტრი ჰაერი ჩადის ფილტვებში?
9. ორი რიცხვის არითმეტიკული საშუალო 14-ია. ამ რიცხვებიდან ერთი მეორის 75%-ია. იპოვეთ ეს რიცხვები.
10. ადამიანის სხეულის $\frac{2}{3}$ ნაწილი წყალია. რამდენი ლიტრი წყალია 45 კგ მასის ადამიანის სხეულში?
11. სპილოს მასა 4 ტ, ცისფერი ვეშაპის მასა კი 150 ტ-ა. სპილოს მასა ვეშაპის მასის რამდენ პროცენტს შეადგენს?
12. თუ 25-ს ბოლოშო 0-ს მივუწერთ, რამდენი პროცენტით გაიზრდება რიცხვი? რამდენჯერ გაიზრდება?
13. რამდენი პროცენტით შეიცვლება მართკუთხედის ფართობი, თუ სიგანეს 40%-ით გავზრდით, სიგრძეს კი 10%-ით შევამცირებთ? გაიზრდება თუ შემცირდება?
14. რამდენი პროცენტით გაიზრდება მართკუთხედის ფართობი, თუ სიგანეს 20%-ით, სიგრძეს კი 30%-ით გავზრდით?
15. 30% სპირტის ხსნარს წყალი დაამატეს. რამდენი წყალი დაამატეს თუ მიღებული ხსნარი 10%-იანია?
16. აურიეს 10 ლ 40%-იანი და 20 ლ 25%-იანი მარილის ხსნარი. განსაზღვრეთ მიღებული ხსნარის მარილიანობის პროცენტი.
17. ნათესი ფართობი 60 ჰა-თი გაიზარდა და გახდა 140 ჰა. რამდენი პროცენტით გაიზარდა ნათესი ფართობი?
18. ერთი წლის განმავლობაში მოსახლეობის რაოდენობამ 2500-დან 2840-ს მიაღწია. რამდენი პროცენტით გაიზარდა მოსახლეობის რაოდენობა?

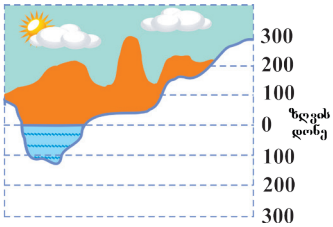
3. მთელი რიცხვები

3.1. დადებითი და უარყოფითი რიცხვები



1. ტემპერატურა: სურათზე გამოსახული თერმომეტრებიდან ერთი 15° სითბოს, მეორე კი ჰაერის ტემპერატურის 10° ყინვას უჩვენებს. ამ მაჩვენებლებს ასე გამოსახავენ: პირველი თერმომეტრის მიხედვით ჰაერის ტემპერატურა +15°C, მეორე თერმომეტრის თანახმად ჰაერის ტემპერატურა -10°C-ია.

ჰაერის ტემპერატურა დილით +8°C იყო. შუადღისას ჰაერის ტემპერატურა +15°C გახდა. მაშასადამე ტემპერატურა +7°C-ით შეიცვალა. საღამოს ტემპერატურა +10°C გახდა. მაშასადამე ტემპერატურა -5°C -ით შეიცვალა



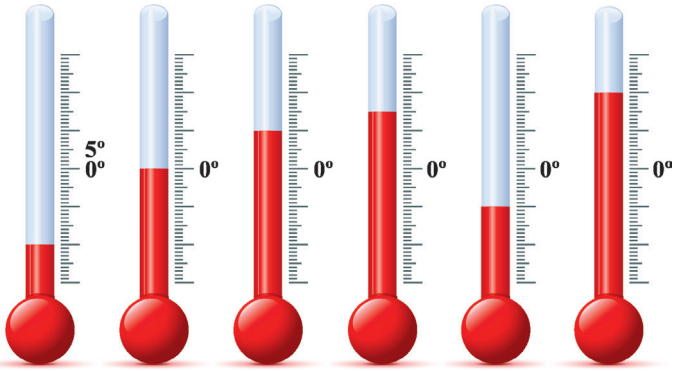
2. სიმაღლე და სიღრმე: თუ მთის სიმაღლე 3500 მ-ია, იგი 3500-ით, ხოლო თუ ზღვის სიღრმე 480 მ-ია, იგი -480-ით შეიძლება ავღნიშნოთ.

ამრიგად, +15, +3500, + 7, +3 სახის რიცხვები დადებითი რიცხვებია; –10, –480, –1, –5, –2 სახის რიცხვები უარყოფითი რიცხვებია.

დადებითი რიცხვის წინ "+" ნიშანი შეიძლება დაიწეროს, შეიძლება არა. მაგალითად, +3 და 3 - ორივე ერთი და იგივე რიცხვს გამოსახავს. უარყოფითი რიცხვის წინ კი ყოველთვის "–" ნიშანი იწერება.

სავარჯიშოები

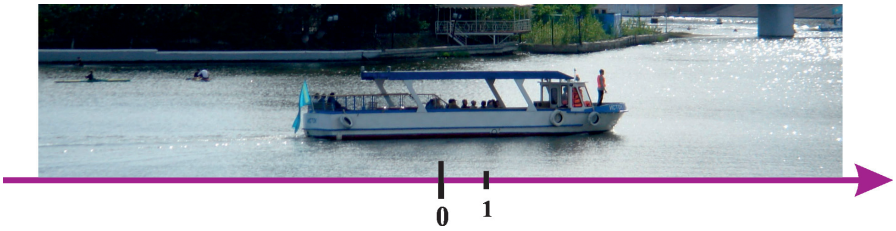
1. ა) დაწერეთ ტემპერატურის მაჩვენებლები დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოყენებით:



ბ) როგორც იცვლება ტემპერატურა სურათზე მოცემულ სხვადასხვა თერმომეტრებზე?

2. დახაზეთ რვეულში თერმომეტრი და მასზე აღნიშნეთ: ა) 10 °C; ბ) 12 °C; გ) –8 °C; დ) –15 °C მაჩვენებელი წერტილები.

3. კატერი მოძრაობს მდინარის დინებისა და საწინააღმდეგო მიმართულებით. მდინარის დინების მიმართულება ჩათვალეთ დადებითად, კატერის დგომის ადგილი კოორდინატთა სათავედ და განსაზღვრეთ კატერის რიცხვით ღერძზე საბოლოო მდგომარეობის კოორდინატი



ა) კატერმა დინების საწინააღმდეგოდ 45 კმ, დინების მიმართულებით კი 21 კმ გაიარა;
ბ) კატერმა დინების საწინააღმდეგოდ 15 კმ, დინების მიმართულებით კი 18 კმ გაიარა;
გ) კატერმა დინების საწინააღმდეგოდ 36 კმ, დინების მიმართულებით კი 29 კმ გაიარა;
დ) კატერმა დინების საწინააღმდეგოდ 47 კმ, დინების მიმართულებით კი 22 კმ გაიარა.

4. ხუთმა ფეხბურთის გუნდმა ერთი და იგივე ქულა მოაგროვა. მათ მიერ დაკავებული ადგილი გატანილი და გაშვებული გოლების სხვაობით განისაზღვრება. დადებითი და უარყოფითი რიცხვების გამოყენებით დაწერეთ თითოეული გუნდისათვის ეს სხვაობა და განსაზღვრეთ მათ მიერ დაკავებული ადგილი:

გუნდი	გატანილი გოლების რიცხვი	გაშვებული გოლების რიცხვი	სხვაობა	დაკავებული ადგილი
"ნეფთჩი"	7	11		
"ყარაბაღი"	12	12		
"ზაზარი ლენქორანი"	16	9		
"ბაქო"	0	5		
"კებელე"	15	14		

5. საბანკო ანგარიშზე მიღებულ ფულს **კრედიტი**, ხოლო ანგარიშიდან წაშლილ ფულს კი **დებეტი** ეწოდება. ბანკში არსებული ყოველდღიური ანგარიში **სალდოა**. ცხრილის მიხედვით განსაზღვრეთ:

დღე	კრედიტი (მანათი)	დებეტი (მანათი)	დღიურად არსებული ფული (მანათი)	სალდო (მანათი)
0	–	–	–	+21000
1	5000	–		
2	–	12000		
3	–	15000		
4	–	5000		
5	8000	–		
6	6000	10000		
7	23000	4000		

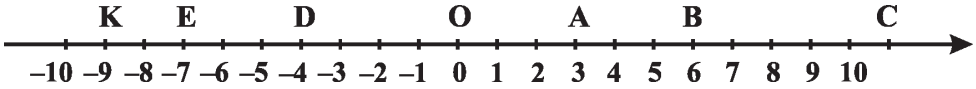
ა) კრედიტისა და დებეტის სვეტების თანხების საფუძველზე გამოთვალეთ "დღიურად არსებული ფულის" სვეტი;

ბ) გამოთვალეთ თანხის ყოველდღიური მდგომარეობა - სალდო;

გ) ააგეთ ანგარიშის ცვლილების მაჩვენებელი სვეტოვანი დიაგრამა: ჰორიზონტალურმა წრფემ დრო (დღე), ხოლო ვერტიკალურმა სალდოს თანხა უჩვენოს.

3.2. რიცხვითი ღერძი

რიცხვით ღერძზე ნებისმიერი რიცხვის ჩვენებაა შესაძლებელი. ღერძს, რომელსაც ათვლის სათავე (კოორდინატთა სათავე), ერთეულოვანი მონაკვეთი და მიმართულება გააჩნია რიცხვითი ღერძი (საკოორდინატო ღერძი) ეწოდება. კოორდინატთა სათავე როგორც წესი O ასოთი აღინიშნება

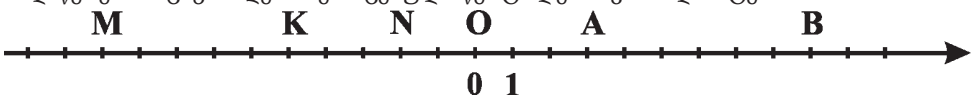


0 წერტილიდან მარჯვნივ მდებარე წერტილების კორდინატები დადებითი, ხოლო მარცხნივ მდებარე წერტილების კოორდინატები უარყოფითი რიცხვებია და ისინი სურათზე ნაჩვენები წესით განლაგდება. მოცემული წერტილების კოორდინატებია:

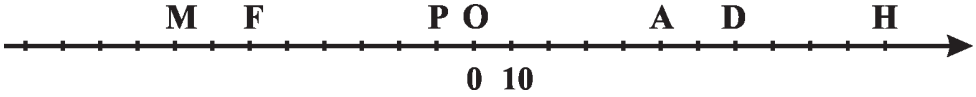
O(0), A(3), B(6), C(11), D(–4), E(–7), K(–9).

სავარჯიშოები

1. დაწერეთ რიცხვით ღერძზე მოცემული წერტილების კოორდინატები:



2. დაწერეთ რიცხვით ღერძზე მოცემული წერტილების კოორდინატები:



3. რიცხვით ღერძზე ერთეულოვან მონაკვეთად აიღეთ 2 უჯრა და აღნიშნეთ მოცემულ კოორდინატებიანი წერტილები:
A(–2); B(2); C(–4); K(–6); M(4); H(–1); P(–3); F(5,5); E(–3); D(2,5).

4. დაწერეთ ქვემოთ მოცემული რიცხვების რამდენიმე წინა და მომდევნო რიცხვი:
ა) 0; ბ) –5; გ) 1; დ) 13; ე) –1; ვ) –11; ზ) –13?

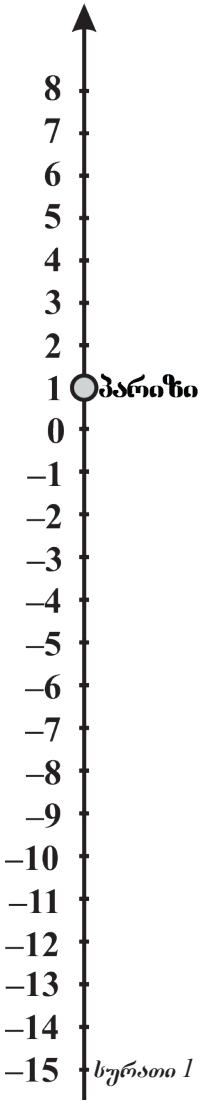
5. რიცხვით ღერძზე აღნიშნეთ მოცემული წერტილების შესაბამისი წერტილები.
2,3; –5; 3,6; 4,1; –1; 3,2; 7; 1; 0; –6; 6,5?

6. ა) –5 და 5; ბ) 0 და 12; გ) –9 და 0; დ) –15 და –7 დაწერეთ (თუ არსებობს) მოცემულ რიცხვებს შორის არსებული ნატურალური რიცხვები:

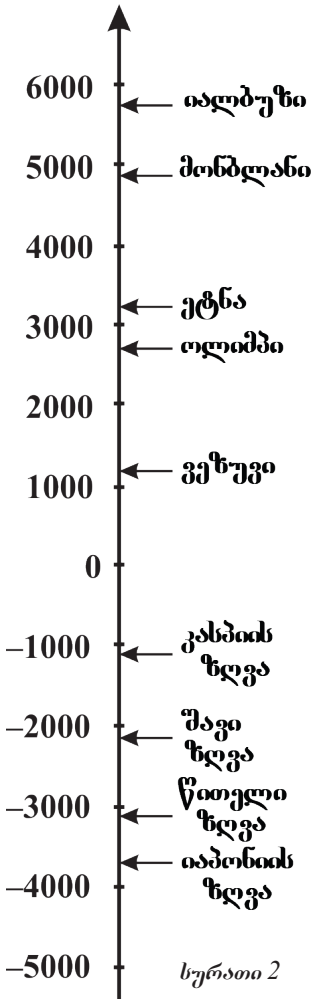
7. უჩვენეთ ჰაერის ტემპერატურა "+" და "-" ნიშნების დახმარებით:
ა) 25 გრადუსი სითბო; ბ) სამი გრადუსი ყინვა;
გ) 15 გრადუსი ყინვა; დ) 5 გრადუსი სითბო.

8. წერტილის ადგილას ჩაწერეთ შესაბამისი სიტყვა.
ა) თუ a რიცხვით ღერძზე 0-დან მარცხნივ მდებარეობს, მაშინ -a... მდებარეობს;
ბ) თუ a რიცხვით ღერძზე 0-დან მარჯვნივ მდებარეობს, მაშინ -a... მდებარეობს;

9. მოცემული თერმომეტრის სკალა (სურათი 1) რვეულში ჩაიხაზე და ამინდის 1 იანვრის ტემპერატურის მონაცემებში მასზე აღნიშნეთ: ბაქო +8°C; მოსკოვი -15°C; ბერლინი -9°C; პარიზი +1°C; რომი +5°C; ვარშავა -12°C.



სურათი 1



სურათი 2

10. რიცხვით ღერძის მიხედვით განსაზღვრეთ დედამიწის ზოგიერთი მთის მწვერვალის სიმაღლე და ზღვის მიახლოებითი (მეტრობით) სიღრმე. სურათზე მოცემულთა შორის რომელია ყველაზე მაღალი მწვერვალი და ყველაზე ღრმა ზღვა? (სურათი 2).

11. მოძრაობა წრეწირის გარშემო: წრეწირის ერთი წერტილიდან მეორეზე გადასვლისათვის წრეწირის გასწვრივ საათის ისრების საწინააღმდეგო მიმართულებით (ეს მიმართულება "+"-ად არის მიღებული) ან საათის ისრების მიმართულებით (ეს მიმართულება "–"-ად არის მიღებული) მოძრაობაა საჭირო. წრეწირზე ნაჩვენები წერტილებით იგი 8 ტოლ ნაწილადაა დაყოფილი (სურათი 3).

ქვემოთ მოცემული პირობების თანახმად:

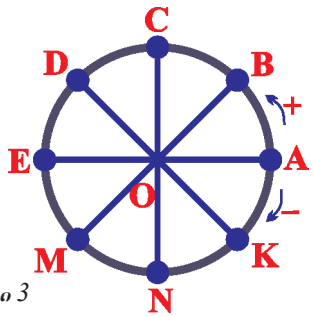
ა) A წერტილიდან C-ზე გადასვლისათვის;

ბ) A წერტილიდან K-ზე გადასვლისათვის;

გ) A წერტილიდან D-ზე გადასვლისათვის;

დ) A წერტილიდან E-ზე გადასვლისათვის.

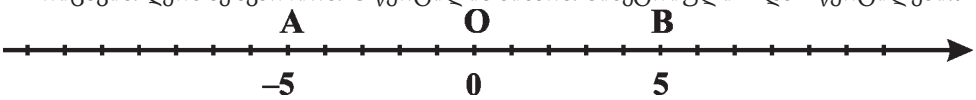
OA რადიუსის რამდენი გრადუსით მობრუნებაა საჭირო? რამდენი გზით შეიძლება ამის გაკეთება? კიდევ რამდენიმე წერტილის ადგილმონაცვლეობა თვითონ აღნიშნეთ



სურათი 3

3.3.მოპირდაპირე რიცხვები. მთელი რიცხვები

რიცხვით ღერძზე ავარჩიოთ O წერტილის მიმართ სიმეტრიული A და B წერტილები.:



OA და OB მონაკვეთები ტოლი სიგრძისაა OA = OB. აქ A და B წერტილების კოორდინატები მხოლოდ ნიშნით განსხვავდებიან A(-5) და B (5).

რიცხვებს, რომლებიც მხოლოდ ნიშნით განსხვავდებიან მოპირდაპირე რიცხვები ეწოდება. ამ რიცხვების შესაბამისი წერტილები კოორდინატთა სათავის მიმართ სიმეტრიულია.

მაგალითად: 5-ის მოპირდაპირე -5-ია, -5-ის მოპირდაპირე კი 5 (ან +5)-ია.

-2-ის მოპირდაპირე 2-ია, 2-ის მოპირდაპირე კი -2-ია.

თითოეულ რიცხვს მხოლოდ ერთი მოპირდაპირე გააჩნია. 0-ის მოპირდაპირე თვითონვეა.

***a* რიცხვის მოპირდაპირე *–a* იქნება.** –(–7) ჩანაწერი იკითხება როგორც "–7-ის მოპირდაპირე" და 7-ის ტოლია. –(–7) = 7. ზოგადად , $-(-a) = a$

მაგალითი: $\underbrace{-(-(-(-(-(-(-3)))))))}_{\text{არაყოფითი ნიშნები კენტია}} = -3$ $\underbrace{-(-(-(-(-(-3)))))}_{\text{უარყოფითი ნიშნები ლუწია}} = 3$

ნატურალური რიცხვები, მათი მოპირდაპირე რიცხვები და 0 მთელ რიცხვთა სიმრავლეს შეადგენენ.

მთელ რიცხვთა სიმრავლე **Z** ასოთი აღინიშნება.

სავარჯიშოები

1. იპოვეთ მოცემული რიცხვების მოპირდაპირე რიცხვები:

ა) 7; –2; –4; 21; –33; 19; –15; 0; 28;

ბ) –200; –1; 678; –8756; 9086; 72; –45.

2. შეავსეთ ცხრილი:.

რიცხვი	რიცხვის მოპირდაპირე	რიცხვი	რიცხვის მოპირდაპირე
25	–(25) = –25	–6	
–54	–(–54) = 54	124	
–76		–91	
896		96	
–1800		–280	
509		–509	

3. დაწერეთ ფრჩხილების გარეშე: ა) $-(-45)$; ბ) $-(90)$; გ) (-4); დ) $-(-12)$; ე) $-(76)$.

4. წერტილების ადგილას ჩაწერეთ შესაბამისი სიტყვები:

ა) თუ a დადებითი რიცხვია, მაშინ $-a$... რიცხვია;

ბ) თუ m უარყოფითი რიცხვია, მაშინ $-m$... რიცხვია;

გ) თუ k დადებითი რიცხვია, მაშინ $-(-k)$... რიცხვია.

5. სავაჭრო ორგანიზაციამ ხალიჩები 300 მან.-ად, 250 მან.-ად, 185 მან,-ად, 137 მან.-ად და 450 მან.-ად შეიძინა და ისინი შესაბამისად 350 მან.-ად, 230 მან.-ად, 240 მან.-ად, 150 მან.-ად და 400 მან.-ად გაყიდა, გამოთვალეთ ამ ხალიჩების გაყიდვიდან მიღებული მოგება ან ზარალი. შედეგი დადებითი და უარყოფითი რიცხვებით გამოსახეთ.

6. წყალქვეშა ნავი ჯერ 25, შემდეგ კიდევ 40 მეტრის სიღრმეში ჩავიდა და 30 მეტრით ზევით ამოვიდა. რა სიღრმეზე იმყოფება ამჟამად წყალქვეშა ნავი? დაწერეთ პასუხი "-" ნიშნის გამოყენებით.

7. წერტილების ნაცვლად ჩასვით ისეთი რიცხვი, რომ მიიღოთ სწორი ტოლობა.

ა) $-(\ldots) = -34$; ბ) $-(\ldots) = 34$; გ) $-(\ldots) = -90$;

დ) $-(\ldots) = -63$; ე) $(\ldots) = -34$?

8. დაწერეთ მოცემული რიცხვის ტოლი რიცხვი:

ა) $-(-(5))$;

ბ) $-(-(-46))$;

გ) $-(-(-(\ldots(5)\ldots)$;

"–" ნიშნების რაოდენობა 12

დ) $-(-(-(\ldots(-(325)\ldots)$;

"-" ნიშნების რაოდენობა 15

9. ა) იპოვეთ $-n$ თუ $n = 71; 0; -53; -1; -100$;

ბ) იპოვეთ $-(-m)$ თუ $m = -17; -6; 31$.

10. ტემპერატურა $-2^{\circ}C$ უჩვენებდა. დღის განმავლობაში მან $5^{\circ}C$-ით დაიწია და $7^{\circ}C$-ით აიწია. რამდენი გრადუსი იყო ჰაერის ტემპერატურა დღის ბოლოს?

11. ორშაბათს ჰაერის ტემპერატურა $12^{\circ}C$ იყო. რამდენი გრადუსი ტემპერატურა იქნება შაბათ დღეს, თუ იგი ყოველდღე $2^{\circ}C$-ით აიწევს?

12. მოცემული წერტილები აღნიშნეთ რიცხვით ღერძზე და განსაზღვრეთ რამდენი ერთეული იქნება ამ წერტილებს შორის მანძილი.

ა) $A(3)$ და $B(-2)$; ბ) $M(6)$ და $N(-6)$; გ) $K(1)$ და $P(-4)$; დ) $C(-3)$ და $D(-1)$

13. ა) განსაზღვრეთ რამდენი ერთეულია მანძილი კოორდინატთა სათავიდან ამ წერტილებამდე: $A(-8)$, $B(-21)$, $C(-11)$, $D(12)$, $K(18)$;

ბ) მოცემულია წერტილები: $A(-3)$, $B(-10)$, $C(-12)$, $D(12)$, $K(9)$ აღნიშნეთ ეს წერტილები რიცხვით ღერძზე და განსაზღვრეთ რა მანძილია ორ უკიდურეს წერტილს შორის.

3.4. რიცხვის მოდული (აბსოლუტური მნიშვნელობა)

გამოკვლევა: რიცხვით ღერძზე ავღნიშნოთ კოორდინატთა სათავიდან ტოლ მანძილზე მყოფი ორი წერტილი. რა შეგიძლიათ თქვათ ამ წერტილების ადგილის შესახებ?

ამოხსნა: ა) ისინი კოორდინატთა სათავის მიმართ სხვადასხვა მიმართულებით მდებარეობენ;

ბ) ამ წერტილების კოორდინატები მხოლოდ ნიშნით განსხვავდებიან;

გ) კოორდინატთა სათავიდან ტოლ მანძილზე მდებარეობენ.

ათვლის სათავიდან *a* რიცხვის მაჩვენებელ წერტილამდე მანძილს *a* რიცხვის მოდული (აბსოლუტური მნიშვნელობა) ეწოდება და ასე აღინიშნება: $|a|$

ვინაიდან რიცხვის მოდული მანძილს ასახავს იგი არ შეიძლება იყოს უარყოფითი რიცხვის ტოლი.

დადებითი რიცხვისა და ნულის მოდული თვით ამ რიცხვის ტოლია:

$$|10| = 10; \quad |0| = 0; \quad |10{,}9| = 10{,}9 \text{ და სხვ.}$$

უარყოფითი რიცხვის მოდული მისი მოპირდაპირე რიცხვის ტოლია:

$$|-15| = -(-15) = 15; \; |-7| = -(-7) = 7$$

ზოგადად, თუ *a* დადებითი რიცხვია, მაშინ $|a| = a$;

თუ $a = 0$ მაშინ, $|a| = 0$;

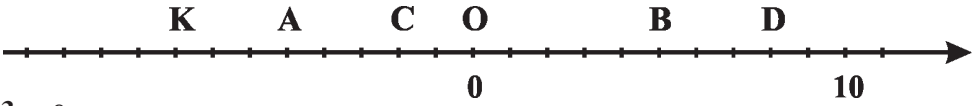
თუ *a* უარყოფითი რიცხვია, მაშინ $|a| = -a$.

სავარჯიშოები

1. იპოვეთ:

$|11|$; $|-11|$; $|-231|$; $|-90|$; $|674|$; $|0|$; $|-79|$; $|1{,}01|$; $|-909|$; $|-23|$.

2. იპოვეთ მოცემული წერტილების კოორდინატების მოდულები:



3. გამოთვალეთ:

ა) $|-23| + |-56|$; ბ) $|-1005| + |2906|$; გ) $|-10| \cdot |2|$;

დ) $|233| + |-256|$; ე) $|-323| + |-656|$; ვ) $|-260| : |-13|$;

ზ) $|-209| - |-109|$; თ) $|-207| - |-156|$; ი) $|34| \cdot |-8| : |-16|$

4. რიცხვით ღერძზე აღნიშნეთ წერტილები, რომლის მოდულებიც ტოლია: 2-ის, 3-ის, 7-ის.

5. დაწერეთ რიცხვები, რომლის მოდულებიც არის 15; 56; 90; 0; 67.

6. რომელი რიცხვის მოდულია მეტი.

ა) –8 თუ 9; ბ) 0 თუ –100; გ) –44 თუ–7; დ) 0 თუ 25.

7. შეადარეთ:

ა) 23 და $|-23|$; ბ) $|-24|$ და 4; გ) $|-7|$ და 0; დ) 1 და $|-3|$.

8. იპოვეთ შერჩევითი მეთოდით:

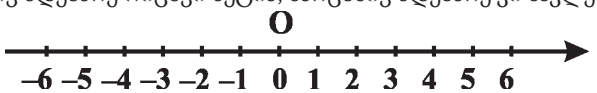
ა) $|a| = 12$; ბ) $|a| = 7$; გ) $|a| = 0$; დ) $|-a| = 11$.

9. შერჩევის მეთოდით დაწერეთ უტოლობის დამაკმაყოფილებელი მთელი რიცხვები:

ა) $|a| < 4{,}2$; ბ) $|b| < -2$; გ) $|x| \le 5$.

3.5. მთელი რიცხვების შედარება

ორი მთელი რიცხვის შედარებისათვის მათი რიცხვით ღერძზე გამოსახვა შეიძლება. ამ დროს მარჯვნივ მდებარე რიცხვი მეტია, მარცხნივ მდებარე კი ნაკლებია.



$4 < 6$; $3 > 2$; $0 < 3$; $-2 < 4$; $-2 < 0$; $-6 < -4$; $-3 > -4$; და სხვ.

1) თითოეული დადებითი რიცხვი ნულიდან მარჯვნივ მდებარეობს, მაშასადამე, ნებისმიერი დადებითი რიცხვი ნულზე მეტია;

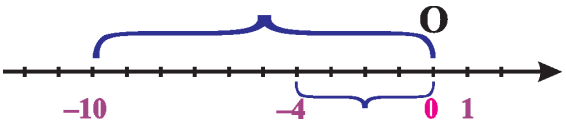
2) თითოეული უარყოფითი რიცხვი ნულიდან მარცხნივ მდებარეობს, მაშასადამე, ნებისმიერი უარყოფითი რიცხვი ნულზე ნაკლებია;

3) რადგან ნული ნებისმიერი უარყოფით რიცხვზე მეტია და ნებიმიერ დადებით რიცხვზე ნაკლებია, ამიტომ ნებისმიერი უარყოფითი რიცხვი ნებისმიერ დადებით რიცხვზე ნაკლებია;

4) ორ უარყოფითი რიცხვიდან ის არის ნაკლები, რომლის მოდულიც მეტია და ის არის მეტი რომლის მოდულიც ნაკლებია.

შენიშვნა: რიცხვით ღერძზე ორი უარყოფითი რიცხვიდან კოორდინატთა სათავესთან უფრო ახლოს მყოფი რიცხვი მეორეზე მეტია.

$-10 < -4$



$1 > -10$

სავარჯიშოები

1. შეადარეთ რიცხვები:

ა) – 2 და 2; 99 და –3; 200 და –200;

ბ) 3 და –25; 0და 78; 35 და –305;

გ) –1000000 და 20; –9012 და 0; –49და 49.

2. ამ რიცხვებიდან რიცხვით ღერძზე რომელი უფრო მარჯვნივ განთავსდება (დაწერეთ > ნიშნის გამოყენებით):

ა) –9 თუ 0; 89 თუ –23; 1000 თუ–1000;

ბ) 31 თუ –15; 0 თუ 99; 305 თუ –35;

გ) –999999 თუ 1; –312 თუ 0; –19 თუ 19?

3. ამ რიცხვებიდან რიცხვით ღერძზე რომელი უფრო მარცხნივ განთავსდება (დაწერეთ < ნიშნის გამოყენებით):

ა) –100 თუ 11; 209 თუ –33; 500 თუ –499;

ბ) 781 თუ –455; 0 თუ 99; 73 თუ –65;

გ) 999 თუ 1999; –444 თუ 1; –99 თუ 99?

4. რიცხვითი ღერძის გამოყენებით დაამოდულეთ შემდეგი უტოლობები: -900>-901; 0>-200; -65<1.

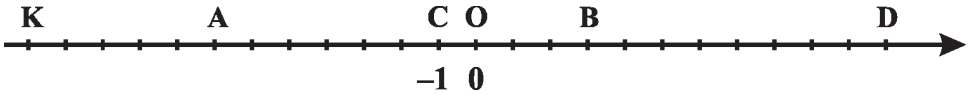
5. ა) დაალაგეთ რიცხვები ზრდის რიგით: –9; 24; 0; –5; –200; –189; 67; 53; –1000.
ბ) დაალაგეთ რიცხვები კლების რიგით:: –123; 24; 1; –15; –30; –29; 909; 513.

6. ქვემოთ მოცემულ რიცხვებს შორის არსებული მთელი რიცხვები დაწერეთ სიმრავლის სახით:
ა) –5 და 1; ბ) –7 და 7; გ) –4 და 0;
დ) –6 და–1 ე) 90 და 100; ვ) 2-ზე ნაკლები,3-ზე მეტი ნულის ჩათვლით.

7. დაწერეთ მოცემულ რიცხვებზე ნაკლები უდიდესი მთელი რიცხვი:
ა) –8; ბ) 0; გ) 3; დ) –200; ე) –11; ვ) 11; ზ) –65.

8. დაწერეთ რამდენიმე რიცხვი, რომელიც ნაკლებია 5-ზე და მოდული კი მეტია 5-ზე.

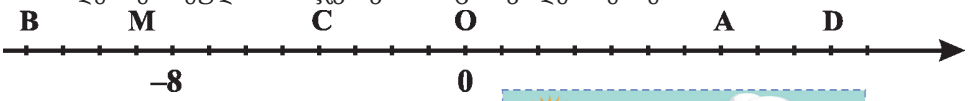
9. სურათზე მოცემული რიცხვითი ღერძის გამოყენებით გამოთვალეთ:
ა) OK + OC; ბ) OB + BD; გ) OD + OA; დ) OK + OB;
ე) OD +OK; ვ) OB + OA + OC; ზ) OB + OD + OC + OA + OK.



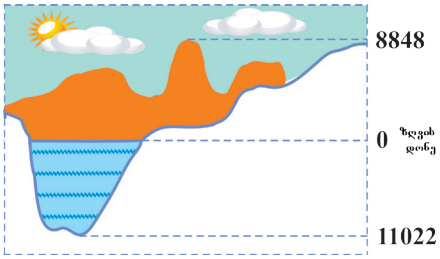
10. საკოორდინატო ღერძზე ააგეთ ისეთი წერტილები, რომ მათი კოორდინატების მოდული : ა) 3-ის ბ) 4-ის გ) 1-ის ტოლი იყოს.

11. საკოორდინატო ღერძზე განსაზღვრეთ იმ წერტილების კოორდინატები, რომლებიდანაც მანძილი: ა) A (-3), ბ) b (3), გ) C (-1), დ(D (-4) წერტილებამდე 2 ერთეულის ტოლია.

12. მოცემულ კოორდინატთა ღერძზე განსაზღვრეთ სხვა წერტილები A წერტილიდან რამდენი ერთეულით მარჯვნივ ან მარცხნივ მდებარეობენ:



13. ევერესტის მწვერვალის სიმაღლე 8848 მ-ია, მარიანის ღრმულის სიღრმე 11022 მ-ია. განათავსეთ ეს წერტილები კოორდინატთა ღერძზე და იპოვეთ მათ შორის მანძილი.

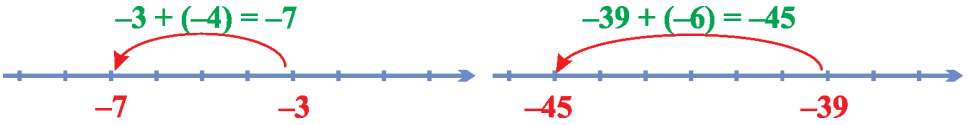


14. განსაზღვრეთ საკოორდინატო ღერძზე –3-ზე მეტი და 7-ზე ნაკლები კოორდინატების მქონე და მთელი რიცხვებით გამოსახული წერტილების რაოდენობის დადგენის ხელსაყრელი ხერხი. როგორ შეიძლება ხელსაყრელი ხერხით მათი ჯამის მოძებნა?

15. მოცემულ რიცხვებს შორის არსებული მთელი რიცხვები ჩაწერეთ სიმრავლის სახით:
ა) –15 და 1; ბ) –7 და 3;
გ) –3 და 4; გ) –2 და 5.

3.6. უარყოფითი რიცხვების შეკრება

რიცხვითი ღერძის დახმარებით მოვახდინოთ ორი უარყოფითი რიცხვის ჯამის მოდელირება::



უარყოფითი რიცხვების შეკრებისათვის საჭიროა შეკრიბოთ მათი მოდულები და წინ დავუწეროთ მინუსი ნიშანი.

ნიმუში: ა) (–99) + (–21) = –(99 + 21) = –120;
ბ) (–211) + (–58) + (–89) + (–42) = –(211+89+58+42) = –(300 +100) = –400;
გ) (–292) + (–139) = –(292 + 139) = –431.

შესაკრებთა გადანაცვლებადობისა და ჯგუფდებადობის თვისებები უარყოფით რიცხვით სიმრავლეებზეც ვრცელდება.

სავარჯიშოები

1. გამოთვალეთ**:**

ა) (–8) + (–3);
(–14) + (–13);
(–100) + (–150);

ბ) (–12) + (–21);
(–43) + (–56);
(–59) + (–41);

გ) (–19) + (–801);
(–103) + (–307);
(–86) + (–8).

2. გამოთვალეთ**:**

ა) (–364) + (–78);
ბ) (–600) + (–400);
გ) (–65346483) + (–89573453);
დ) (–20009909) + (–87461191).

3. შესაკრებთა დაჯგუფების თვისების გამოყენებით გამოთვალეთ ხელსაყრელი ხერხით:

ა) (–4633) + (–3400) + (–1367) ;
ბ) (–30084) + (–3214) + (–6786);
გ) (–8083) + (–4517) + (–1000);
დ) (–56560923) + (–33439007) + (–87461191) + (–12538809).

4. უარყოფითი რიცხვების შეკრების წესის გამოყენებით გამოთვალეთ დანახარჯების საერთო თანხა (დახარჯული თანხის უარყოფითი ნიშნით აღნიშვნა შეიძლება):

ა) იანვრის თვის ხარჯი -333 მან; თებერვლის თვის ხარჯი 432 მან;
ბ) I კვარტლის ხარჯი 2434 მან, II კვარტლის ხარჯი 4532 მან;
გ) I და II კვარტლის საერთო ხარჯი 9 მლნ. მან. III და IV კვარტლებიდან თითოეულში ხარჯი ერთი მეოთხედი მილიონი მან-ია.
დ) I ნახევარწლიური ხარჯი 37 ათას 230 მან. II ნახევარწლიურ 21 ათას 445 მან.

5. მოცემული რიცხვები წარმოადგინეთ ორი უარყოფითი რიცხვის ჯამის სახით:

ა) –25; ბ) –100; გ) –99; დ) –1000; ე) –101; ვ) –676.

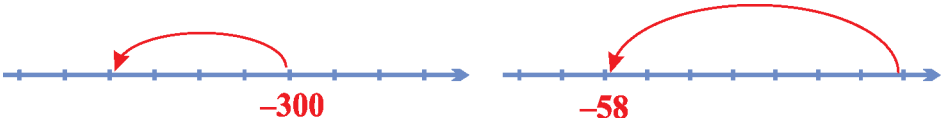
6. შეავსეთ ცხრილი:

a	–8	–89	–22	–430	–738	0	–78	–444	–1900
b	–12	–90	–100	–14	–262	–65	–88	–555	–1100
$a + b$									

7. დაამოდელირეთ რიცხვების ჯამი რიცხვითი ღერძის დახმარებით:

ა) (–9) + (–7); ბ) (–89) + (–2); გ) –201 + (–6); დ) –2009 + (–1).

8. მოდელების მიხედვით შეადგინეთ რიცხვითი გამოსახულება (თითოეული დანაყოფი ერთი ერთეული)



9. წერტილების ადგილას ჩაწერეთ გამოტოვებული რიცხვი.

ა) (–8) + ... = –15; ბ) (–92) + ... = –201; გ) ... + (–17) = –71;
(–4) + ... = –6; ... + (–221) = –221; (–612) + ... = –613.

10. გამოთვალეთ ჯამი ხელსაყრელი ხერხით:

ა) (–22)+(–15)+(–77)+(–64)+(–56)+(–178)+(–185)+(–123)+(–136)+(–144);
ბ) (–19) + (–18) + (–17) + ... + (–1);
გ) (–999) + (–998) + (–997) + ... + (–991).

11. შეავსეთ ცხრილი:

a	b	$a + b$	$–(a + b)$	$(–a) + (–b)$
–12	–67			
–32	–52			
–78	–65			
–652	–1122			
–988 273	–763 553			

12. გამოთვალეთ, $a + b + c$ გამოსახულების მნიშვნელობა თუ:

ა) $a = –23$; $b = –9$; $c = –33$; ბ) $a = –99$; $b = –12$; $c = –903$;
გ) $a = –44$; $b = –20$; $c = –87$; დ) $a = –2002$; $b = –8162$; $c = –92635$;

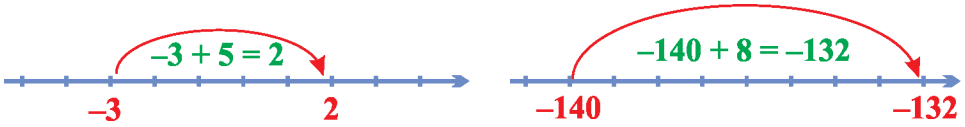
13. ა) იპოვეთ –1008-ზე ნაკლები, –1011-ზე მეტი მთელი რიცხვების ჯამი.

ბ) იპოვეთ –600-სა და –594 შორის მდებარე მთელი რიცხვების ჯამი.

გ) იპოვეთ –20-სა და –12-ს შორის არსებული მთელი რიცხვების ჯამი.

3.7. სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების შეკრება

ორი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების ჯამი დავამოდელიროთ რიცხვით ღერძზე:



ალგორითმი ორი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვის შეკრებისათვის:

1. მოიძებნება მათი მოდულები;
2. დიდი მოდულის მქონე რიცხვს აკლდება მცირემოდულიანი რიცხვი;
3. მიღებული რიცხვის წინ იწერება დიდი მოდულის მქონე რიცხვის ნიშანი.

ნიმუში: ა) (+273) + (–892) = –(892 – 273) = –619;
ბ) (–17308) + 27893 = +(27893 –17308) = 10585;
გ) (–111) + (–768) + 999 = –(111 + 768) + 999 = –(879) + 999 = +(999 – 879) = 120.

როგორც ხედავთ ორი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვის ჯამის ნიშანი დიდი მოდულის მქონე რიცხვის ნიშანს ემთხვევა: თუ დიდმოდულიანი რიცხვი დადებითია, ჯამი დადებითია, თუ დიდმოდულიანი რიცხვი უარყოფითია, მაშინ ჯამიც უარყოფითია.

მოპირდაპირე რიცხვების ჯამი ნულის ტოლია: $-a + a = 0$; $-45 + 45 = 0$.

შეკრების დროს თუ პირველი შესაკრები უარყოფითია, ბევრ დროს ფრჩხილებში არ იწერება. იწერება შემდეგნაირად (–8) + (+7) = –8 + 7.

სავარჯიშოები

1. გამოთვალეთ:
ა) (–73) + 100; ბ) 9273 + (–2893);
გ) (–35) + 35; დ) –1092 + 1092.

2. გამოიყენეთ სხვადასხვანიშნიანი რიცხვების შეკრება და გამოთვალეთ არსებული თანხა:
ა) შემოსავალი 453 მან. და დანახარჯი 231 მან;
ბ) დანახარჯი 1200 მან. და შემოსავალი 2389 მან;
გ) შემოსავალი 1 მილიონი მან. და დანახარჯი ნახევარი მილიონი მან;
დ) შემოსავალი 15 ათას 145 მან. და დანახარჯი 2 ათას 235 მან.

3. გამოთვალეთ:
ა) –9 + 12 + (– 15); დ) –76 + 112; ზ) 672 + (–790) + (–342);
ბ) 42 + (–21) + (–1); ე) 89009 + (–19009); თ) 5412 + (–5412);
გ) 16 + (–11) + 12; ვ) –456 + 556; ი) 1002 + (–5621).

4. მოცემული რიცხვები წარმოადგინეთ ორი სხვადასხვანიშნიანი რიცხვის ჯამის სახით:
ა) –12; ბ) 9; გ) –7; დ) –8925; დ) –68.

5. შეადგინეთ გამოსახულება:

ა) 7–ისა და (–20)–ის ჯამს მიუმატეთ 18;

ბ) –10–ისა და (–27)–ის ჯამს მიუმატეთ (–75)

გ) –99–ისა და (–101)–ის ჯამს მიუმატეთ 89

დ) 1092–ისა და (–60)–ის ჯამი შეკრიბეთ (–1092)–თან.

6. სალაროში 5000 მანეთი ფული იყო. დღის განმავლობაში მოლარემ მომხმარებლისაგან ფულის მიღებისა და მათზე ფულის გაცემის შესახებ შემდეგი აღნიშვნები გააკეთა: –120, –300, 450, –1200, 658. რამდენი მანეთი იყო დღის ბოლოს სალაროში?

7. მყვინთავმა 34 მ სიღრმეზე ჩაყვინთა. წყალქვეშ ყოფნის დროს მან შემდეგი ადგილმონაცვლეობები მოახდინა: 6, 12, –17, –3, 20, –5. რა სიღრმეზე იმყოფება მყვინთავი ბოლო მომენტში?

8. თუ $a = -42$ და $b = 87$, იპოვეთ ქვემოთ მოცემული გამოსახულებები.:

ა) $a + b$; ბ) $|a| + b$; გ) $a + |b|$; დ) $|a| + |b|$; ე) $|a + b|$.

9. მონაცემების საფუძველზე იპოვეთ $|x + y| + x$ გამოსახულების მნიშვნელობა:

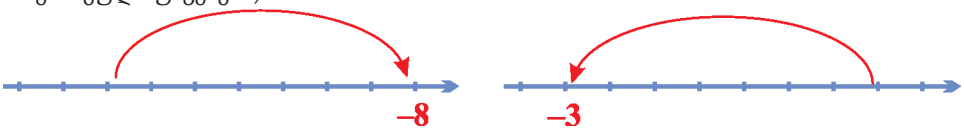
ა) $x = 77$; $y = -89$; ბ) $x = -100$; $y = -673$; გ) $x = -9{,}09$; $y = 20{,}1$.

10. ა) თუ $m = -64$ და $n = 10$; ბ) თუ $m = -233$ და $n = -335$,

შეადარეთ $|m + n|$ და $|m| + |n|$ გამოსახულებების მნიშვნელობა.

$|m + n| = |m| + |n|$ –სათვის რა პირობები უნდა დააკმაყოფილონ m და n რიცხვებმა?

11. მოდულების საფუძველზე შეადგინეთ რიცხვითი გამოსახულება (1 დანაყოფი 1 ერთეულს უჩვენებს):



12. რა შემთხვევაში იქნება ორი რიცხვის ჯამი მათი მოდულების ჯამზე ნაკლები? რა შემთხვევაში იქნება ორი რიცხვის ჯამი მათი მოდულების ჯამზე მეტი?

13. იპოვეთ ჯამი:

ა) $(-2) + (-5) + (-9) + 4 + 5 + 8$;

ბ) $(-6) + (-7) + (-12) + 14 + 15 + 23$;

გ) $1 + (-2) + (-8) + 6 + (-9) + (-4) + 5 + 21$;

დ) $20 + (-19) + 34 + (-22) + 45 + (-10)$.

14. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემულ რიცხვებს შორის ყველა მთელი რიცხვის ჯამი:

ა) –1001 და 1001; ბ) –493 და 502; გ) –100 და 140; დ) –130 და 170

მითითება: მოპირდაპირე რიცხვების შეკრების შემდეგ დარჩენილი რიცხვების ჯამის მოძებნისათვის მათი ზრდის რიგით დალაგებული შუა რიცხვის ამ რიცხვების რაოდენობაზე გამრავლება არის საჭირო. თუ დარჩენილი რიცხვების რაოდენობა ლუწია, მაშინ შუაში მყოფი ორი რიცხვის საშუალო არითმეტიკულის ამ რიცხვების რაოდენობაზე გამრავლება არის საჭირო.

3.8. მთელი რიცხვების გამოკლება

ვიცით, რომ 8 + (–3) = 5. მეორეს მხრივ 8 – 3 = 5. ე.ი. 8 – 3 = 8 + (–3), ანუ 8-ს რომ 3 გამოვაკლოთ, საჭიროა 8-ს მივუმატოთ 3-ის მოპირდაპირე (-3) რიცხვი.

გამოკლების მოქმედება შეკრების მოქმედება

მოპირდაპირე რიცხვები

8–3 = 5 8 + (–3) = 5

ერთი შედეგი

მსგავსი წესით –8 რიცხვიდან –3-ის გამოკლებისათვის –8-ს –3-ის მოპირდაპირე (3) უნდა მივუმატოთ: –8 – (–3) = –8 + 3 = –5 ან 11 რიცხვიდან –7-ის გამოკლებისათვის –7-ის მოპირდაპირე რიცხვის (7-ის) მიმატება არის საჭირო 11 – (–7) = 11 + 7 = 18

ორი მთელი რიცხვის სხვაობის საპოვნელად საჭიროა საკლებს მივუმატოთ მაკლების მოპირდაპირე რიცხვი. $a - b = a + (-b)$. $a - a = 0$.

ნიმუში: ა) (–54) – (–14) = (–54) + 14 = –(54 –14) = – 40;
ბ) 34002 – 55892 = 34002 + (–55892) = –(55892 – 34002) = –21890;
გ) 67392 – 57392 = 67392 + (–57392) = (67392 – 57392) = 10000.

სავარჯიშოები

1. გამოკლების მოქმედებები ჩაანაცვლეთ შეკრების მოქმედებებით:
ა) 25 – 9; ბ) 16 – 19; გ) –709 – 1209; დ) $a - b$; ე) $m - (-n)$;
ვ) –24 – (–23); ზ) –18 – (–76); თ) 24 – (–21); ი) 39 – 0; კ) –a – b.

2. გამოთვალეთ. . **ნიმუში: –25 – (–75) = –25 + 75 = 50.**
ა) –10 – 20; ბ) –53 – 32; გ) 1 – 100; დ) –22 – 22; ე) –13 – 72;
ვ) 7 – 8; ზ) 44 – (–56); თ) –9 – 0; ი) –25 – (–75); კ) 6 – (–6).

3. წერტილების ნაცვლად ჩაწერეთ შესაბამისი რიცხვი:
ა) 0 – ... = –88; ბ) ... – 9 = –5; გ) ... – (–5) = 10; დ) –12 – ... = 0;
ე) 1 – ... = –1; ზ) 100 – ... = 9; თ) 90 – ... = –90; ი) 2 – ... = –6.

4. გამოთვალეთ. **ნიმუში:** $j = -15 - 27 = -15 + (-27) = -42$.
ა) $x = -5 - 3$; ბ) $y = -6 - (-8)$; გ) $a = 7 - 13$; დ) $-11 - 9 = c$;
ე) $-13 - (-20) = p$; ვ) $-24 - 19 = t$; ზ) $j = -15 - 27$; თ) $f = 51 - (-11)$;
ი) $-18 - (-18) = k$; კ) $n = -20918 - 11111$; ლ) $m = 100990 - 999009$.

5. გაამარტივეთ გამოსახულებები:
ა) 3 – 19; ბ) 11 – 22; გ) –2 – (–6); დ) –56 – 13;
ე) 63 – (–63); ვ) –41 – (–39); ზ) –28 – 17; თ) –1 – 15.

6. იპოვეთ გამოსახულებების მნიშვნელობა:
ნიმუში: –34 – 26 – (–12) = –34 + (–26) + 12 = –48.
ა) –34 – 26 – (–12); ბ) 908 – (–647) – 231;
გ) 238 – 546 – (–123); დ) –532 – 736 – 767.

7. კალკულატორზე $\boxed{+/-}$ ღილაკს ნიშნის შეცვლის ღილაკი ეწოდება. ამ ღილაკზე დაჭერით დისპლეიზე (ეკრანზე) მყოფი რიცხვის ნიშანი მოპირდაპირით იცვლება. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემული ოპერაციების შესრულებით რა რიცხვი მიიღება:

ა) რიცხვი 9-ის შეყვანის შემდეგ $\boxed{+/-}$ ღილაკზე ერთხელ დაჭერისას;

ბ) რიცხვი 3-ის შეყვანისას ნიშნის შემცვლელ ღილაკზე 4-ჯერ დაჭერისას;

გ) რიცხვი 78-ის შეყვანისას ნიშნის შემცვლელ ღილაკზე 11- ჯერ დაჭერისას;

დ) რიცხვი 5-ის შეყვანისას ნიშნის შემცვლელ ღილაკზე 23-ჯერ დაჭერისას.

8. $m = a - b$ ფორმულით გამოთვალეთ m:

ა) თუ $a = 5$ მლნ მან., $b = 12$ მლნ მან.;

ბ) თუ $a = 189726$ მან., $b = 297652$ მან.

9. ჰაერის ტემპერატურა +20°C-ია.დღის მანძილზე ტემპერატურა 5°C-ით დაეცა. რამდენი გრადუსი გახდა საღამოს ტემპერატურა?

10. ჰაერის ტემპერატურა ყოველ 25 წუთში 2°C-ით მატულობს. დილის 8 საათზე ტემპერატურა -4°C იყო. რამდენი გრადუსი იქნება ტემპერატურა 2 საათისა და 30 წუთის შემდეგ? რამდენი წუთი უნდა გავიდეს იმისათვის, რომ ტემპერატურა გახდეს $+10\ ^{\circ}$C?

11. დაასაბუთეთ სწორია თუ არა მოსაზრება: $-n$ რიცხვი უარყოფითი რიცხვია.

12. შეადგინეთ ამოცანა, რომელშიც უარყოფითი რიცხვები შედის.

13. თვის ბოლოს გაირკვა, რომ დაწესებულებამ 1254 მანეთის ზარალზე იმუშავა. რამდენი მანეთი უნდა მოიპოვოს დაწესებულებამ, რომ მოგება 2500 მანეთი გახდეს?

14. წერტილების ნაცვლად ჩაწერეთ "=" ან "≠" (არ არის ტოლი) შესაბამისი ნიშანი:

ა) $-3 - 2 \ldots -3 + (-2)$; ბ) $-6 - (-10) \ldots -6 - 10$;

გ) $-11 - (-34) \ldots -11 + 34$; დ) $0 - (-5) \ldots 0 + 5$.

15. შეავსეთ ცხრილი:

a	b	$a - b$	$b - a$
20	29		
–19	72		
90	–23		
–77	–66		

16. იპოვეთ $a + b - c$ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $a = -8$; $b = -13$; $c = -27$; ბ) $a = -21$; $b = 65$; $c = -50$;

გ) $a = -34$; $b = -24$; $c = -84$; დ) $a = 101$; $b = -5$; $c = -99$.

3.9. მთელი რიცხვების გამრავლება

გამოკვლევა: გამოვიკვლიოთ $4 \cdot 3$; $(-4) \cdot 3$; $(-4) \cdot (-3)$ რიცხვთა ნამრავლები.
ამოხსნა: პირველი და მეორე ნამრავლი გამოვსახოთ ჯამის სახით:

$$4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$(-4) \cdot 3 = (-4) + (-4) + (-4) = -12$$

მესამე, $(-4) \cdot (-3)$ ნამრავლში უარყოფითი ნიშნების რაოდენობის ლუწობის გამო შედეგი 12 იქნება: $(-4) \cdot (-3) = 12$.

მაშასადამე, მთელი რიცხვების ნამრავლის საპოვნელად საჭიროა დავიცვათ ქვემოთ მოცემული წესები:

1. ორი ერთნაირნიშნიანი მთელი რიცხვის ნამრავლის საპოვნელად ვპოულობთ მათი მოდულების ნამრავლს და მიღებული რიცხვის წინ დადებით ნიშანს ვწერთ (ან არც ერთ ნიშანს არ ვწერთ). $4 \cdot 2 = 8$ და $(-3) \cdot (-2) = 6$.

2. ორი სხვადასხვანიშნიანი მთელი რიცხვის ნამრავლის საპოვნელად ვპოულობთ ამ რიცხვების მოდულების ნამრავლს და მიღებული რიცხვის წინ მინუს ნიშანს ვწერთ. $(-5) \cdot 4 = (-20)$.

ნიმუში: ა) $(-9) \cdot (-14) = 9 \cdot 14 = 126$
ბ) $100 \cdot (-25) = -(25 \cdot 100) = -2500$;
გ) $(-57) \cdot 0 = 0$; დ) $(-54) \cdot 1 = -54$.

შენიშვნა 1. გამრავლების გადანაცვლებადობის, ჯუფთებადობისა და განრიგებადობის თვისებები მთელი რიცხვებისთვისაც მართებულია:

ა) $(-2) \cdot 3 = 3 \cdot (-2) = -6$;

ბ) $(-8) \cdot 7 \cdot (-5) = 7 \cdot ((-8) \cdot (-5)) = 7 \cdot 40 = 280$;

გ) $(-65 + 46) \cdot 10 = -65 \cdot 10 + 46 \cdot 10 = -650 + 460 = -190$.

შენიშვნა 2. როდესაც უარყოფითი მამრავლების რაოდენობა ლუწია, მაშინ ნამრავლის ნიშანი დადებითია, როდესაც უარყოფითი მამრავლების რაოდენობა კენტია, მაშინ ნამრავლის ნიშანი უაროფითია.

სავარჯიშოები

1. გამოთვალეთ:
ა) $-9 \cdot 20$; ბ) $4 \cdot (-25)$; გ) $-3 \cdot (-7)$; დ) $-12 \cdot (-15)$;
ე) $-361 \cdot 42$; ვ) $56 \cdot (-1000)$; ზ) $-8 \cdot (-13) \cdot 10$; თ) $90 \cdot 2 \cdot (-83)$.

2. გამოთვალეთ:
ა) $4 \cdot (5 - 3)$; ბ) $8 \cdot (2 - 5)$; გ) $(3 - 5) \cdot (6 - 2)$; დ) $(1 - 2) \cdot (9 - 11)$;
ე) $(-3) \cdot (4 - 8)$; ვ) $(256 - 376) \cdot (-2)$; ზ) $(-4) \cdot (-12) \cdot (-10)$; თ) $11 \cdot (9 - 43)$;

3. ა) იპოვეთ $23 - 2y$ გამოსახულების მნიშვნელობა, როცა $y = -50, 64, -943, 0, -1, -100$

ბ) იპოვეთ $5x + 125$ გამოსახულების მნიშვნელობა, როცა $x = 93, -65, -1, 12$;

გ) იპოვეთ $6a - 7b + ab$ გამოსახულების მნიშვნელობა, როცა $a = -1000$ და $b = 100$;
დ) იპოვეთ $m - (-23)$ გამოსახულების მნიშვნელობა, როცა $m = 20, -45$.

4. ა) ორი მთელი რიცხვის ნამრავლი -32-ია, ჯამი კი -14. იპოვეთ ეს რიცხვები.
ბ) ორი მთელი რიცხვის ნამრავლი 65-ია, ჯამი კი -18. იპოვეთ ეს რიცხვები.
გ)ორი მთელი რიცხვის ნამრავლი 72-ია, სხვაობა კი 1. იპოვეთ ეს რიცხვები.
დ) ორი მთელი რიცხვის ჯამი -12-ია, სხვაობა -2. იპოვეთ ამ რიცხვების ნამრავლი.

5. გამოთვალეთ:
ა) $(-4)^2$; 4^2; $(-12)^2$; $(-2)^3$; 25^2; $(-100)^3$; $(-1)^3$; 3^3; -4^2;
ბ) $15^2 - 10^3$; გ) $100^2 - (-16)^2$; დ) $(-5)^3 + (-5)^2$; ე) $(-5)^2 - 2^3$;
ვ) $3^2 - (5^2 - 2^3)$; ზ) $4^3 - (-3)^3$; თ) $(-2)^3 \cdot (3)^2 \cdot 4$; ი) $(-2)^2 + (-2)^2$.

6. გამრავლების მოქმედების შესრულებით შეავსეთ ცხრილი:

					+5					
					+4					
					+3					
			–4		+2					+10
					+1					
–5	–4	–3	–2	–1	x	+1	+2	+3	+4	+5
					–1					
					–2					
		+9			–3					
					–4		–8			
					–5					

7. a და b მთელი რიცხვებია. ქვემოთ მოცემულ შემთხვევებში განსაზღვრეთ ab ნამრავლის ნიშანი:
ა) $a > 0, b > 0$; ბ) $a < 0, b > 0$; გ) $a < 0, b < 0$; დ) $a > 0, b < 0$.

8. ქვემოთ მოცემული შემთხვევებისთვის განსაზღვრეთ სამი რიცხვის ნამრავლის ნიშანი:
ა) ორი რიცხვი დადებითი, ერთი კი უარყოფითია;
ბ) ერთი რიცხვი დადებითი, მეორე უარყოფითი, მესამე კი ნულის ტოლია;
გ) რიცხვებიდან ერთი უარყოფითი, ორი კი დადებითია;
დ) რიცხვებიდან სამივე უარყოფითია.

9. შედეგის გამოუთვლელად ნამრავლები დალაგეთ ზრდის რიგის მიხედვით:
$-15 \cdot 25$; $-15 \cdot 56$; $-15 \cdot (-25)$; $-15 \cdot (-56)$.

10. განსაზღვრეთ გამოსახულების მნიშვნელობა უარყოფითი რიცხვია თუ დადებითი რიცხვი და გამოთვალეთ:
ა) $-32 \cdot (20 - 32)$; ბ) $8 \cdot (-67) \cdot (-25)$;
გ) $-4 \cdot (-10) + (-2) \cdot (-15)$; დ) $-27 + (-10) \cdot (-20)$.

11. -60 წარმოადგინეთ: ა) სამი მამრავლის; ბ) ოთხი მამრავლისს ნამრავლის სახით.

12. რიცხვი 120 ისეთი სხვადასხვა მამრავლების სახით წარმოადგინეთ, რომ მასში უარყოფითი მამრავლებიც მონაწილეობდნენ.

13. ა) a და b მთელი რიცხვებია და $a > 0$, $b < 0$. ქვემოთ მოცემული ნამრავლები შეადარეთ ნულთან:

1) $a \cdot b$; 2) $(-a) \cdot b$; 3) $(-a) \cdot (-b)$; 4) $a \cdot (-b)$.

ბ) x და y მთელი რიცხვებია და $x < 0$, $y < 0$. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემული ნამრავლების ნიშანი:

1) $x \cdot y$; 2) $(-x) \cdot y$; 3) $(-x) \cdot (-y)$; 4) $x \cdot (-y)$.

14. შეავსეთ ცხრილი:

a	–1	5	10	–9	–5
b	1	–2	4	–3	–3
c	6	–3	–8	6	–4
$a \cdot b \cdot c$					
$(-a) \cdot b \cdot c$					
$(-a) \cdot (-b) \cdot c$					
$(-a) \cdot (-b) \cdot (-c)$					

15. იპოვეთ ნამრავლი:: ა) $72 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$ და $72 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$;
ბ) $21 \cdot \underbrace{(-1) \cdot \ldots \cdot (-1)}_{30\text{-ჯერ}}$ და $21 \cdot \underbrace{(-1) \cdot \ldots \cdot (-1)}_{61\text{-ჯერ}}$; გ) $34 \cdot (-1)^3$.

16. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემული ნამრავლების ნიშანი:

ა) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7) \cdot (-8) \cdot (-9)$;

ბ) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7) \cdot (-8)$;

გ) $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$;

დ) $1 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-4) \cdot \ldots \cdot 10 \cdot (-10) \cdot 11 \cdot (-11)$.

17. განსაზღვრეთ ნამრავლის ნიშანი, თუ მოცემულ ნამრავლში: ა) უარყოფითი მამრავლები ლუწი რაოდენობითაა; ბ) უარყოფითი მამრავლები კენტი რაოდენობითაა.

18. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x : (-25) = -35$; ბ) $y : 67 = -100$; გ) $k : (-11) = 66$;

გ) $a : (-1000) = 9$; ე) $m : 74 = -56$; ვ) $(-x) : 8 = -200$;

ზ) $(b - 15) : (-3) = 11$; თ) $(22 - k) : (-1) = 90$; ი) $(55 + n) : 16 = -65$;

კ) $(a - 54) : 4 = 44$; ლ) $(33 - m) : 60 = -60$; მ) $(82 + x) : (-2) = 1$;

ნ) $99 - (66 - x) : 3 = -22$; ო) $100 + (122 - t) : 21 = -234$.

3.10. მთელი რიცხვების გაყოფა

მთელი რიცხვების განაყოფის მოსაძებნად საჭიროა დავიცვათ ქვემოთ მოცემული წესები:

1. ორი ერთნაირნიშნიანი მთელი რიცხვის განაყოფის მოსაძებნად ვპოულობთ მათი მოდულების განაყოფს, მიღებული რიცხვის წინ დადებით ნიშანს ვუწერთ (ან არცერთ ნიშანს არ ვუწერთ):

18 : 3 = 6 და (–6) : (–3) = 2

2. ორი სხვადასხვა ნიშნიანი მთელი რიცხვის განაყოფის მოსაძებნად ვპოულობთ მათი მოდულების განაყოფს, მიღებული რიცხვის წინ მინუს ნიშანს ვუწერთ.

(–18) : 6 = –3 და 18 : (–6) = –3

ნიმუში: ა) (–225) : (–25) = 225 : 25 = 9;

ბ) 100 : (–50) = – (100 : 50) = –2; გ) 0 : (–27) = 0;

დ) 165 : (–5) : (–3) = –33 : (–3) = 11; ე) 9 : (–1) = –9.

სავარჯიშოები

1. გაყოფის მოქმედება შეამოწმეთ გამრავლების დახმარებით:
ა) (–36) : 2 = –18; ბ) (–72) : (–6) = 12;
გ) 90 : (–9) = –10; დ) 0 : (–100) = 0.

2. შეასრულეთ გაყოფა:
ა) (–68) : 34; ბ) (–70) : (–10); გ) (–200) : 25; დ) (–1) : (–1);
ე) 81 : (–9); ვ) (–78) : (–6); ზ) (–950) : 50; თ) (–19) : 19;
ი) 72 : (–1); კ) 55 : (–5); ლ) 465 : (–15); მ) (–270) : (–30).

3. რა რიცხვი უნდა ჩაწეროთ x-ის ადგილას , რომ სწორი ტოლობა მიიღოთ?
ა) x : (–1) = 9; ბ) –89 : x = 89; გ) x : (–2973) = 0; დ) x : 1 = –230.

4. ა) რა რიცხვი უნდა გავამრავლოთ -12-ზე, რომ –84; 48; –60; –240; 0; 12 მივიღოთ.
ბ) რა რიცხვი უნდა გავყოთ -2-ზე, რომ –14; 25; –50; –340; 0; –12 მივიღოთ.

5. იპოვეთ უცნობი მამრავლი: ა) 23 • y = –552; ბ) a • (–25) = 625;
გ) (–12) • k = 144; დ) c • 100 = –67000.

6. შეავსეთ ცხრილი. გამოთქვით მოსაზრება ნამრავლისა და განაყოფის ნიშნების შესახებ:

m	45	–244	–90	–20	72	–1000	–34	0	–1
n	–9	–4	10	–1	–36	10	–34	–67	1
$m : n$									
$m \cdot n$									

7. ქვემოთ მოცემული პირობების საფუძველზე განსაზღვრეთ $a : b$ განაყოფის ნაშთი:
ა) $a < 0, b > 0$; ბ) $a > 0, b > 0$; გ) $a < 0, b < 0$; დ) $a > 0, b < 0$.

8. გამოთვალეთ:
ა) $-34 : 17 + 23$; ბ) $(-17 + 12) : (-1)$; გ) $0 - (-35) : (-5)$;
დ) $15 + 11 \cdot (-5)$; ე) $-81 : 9 - 10$; ვ) $-84 : (-18 + 30)$.

9. იპოვეთ გამოსახულებების მნიშვნელობა:
ა) $-5 \cdot (-2) \cdot (-30) : 12$; ბ) $11 \cdot (-6) : (-3) \cdot (-1)$;
გ) $(-12 - 6 + 30) : (-4)$; დ) $(6 - 12) : (-2 + 8)$;
დ) $-125 : (-12 + 7) \cdot (-10)$; ე) $-1000 : 125 \cdot (-5 + 9)$.

10. განსაზღვრეთ გამოსახულების მნიშვნელობის ნიშანი და გამოთვალეთ:
ა) $(126 - 226) : (50 - 75)$; ბ) $(-14) \cdot (-12) : (57 - 85)$;
გ) $(-121) : (-11) + (-65) :13$; დ) $(1 - 34) : (89 - 100)$.

11. გამოთვალეთ:
ა) $(-17 + 15 -4) : 2$; ბ) $(-10 - 20 - 90) : 12$;
გ) $(23 - 31 + 22) : (-7)$; დ) $(48 + 25 - 48 - 13) : (-6)$.

12. შეავსეთ ცხრილი:

x	y	$x + y$	$x - y$	$x \cdot y$	$x : y$
–108	–27				
–240	12				
15	–15				
–46	–46				

13. იპოვეთ $a \cdot b : c$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ:
ა) $a = -12$, $b = 8$, $c = -6$; ბ) $a = -60$, $b = 0$, $c = 5$;
გ) $a = -240$, $b = -30$, $c = -9$; დ) $a = -18$, $b = -3$, $c = 9$;

14. გამოთვალეთ ქვემოთ მოცემული გამოსახულებების მნიშვნელობა, თუ $a = -900$, $b = 60$, $c = -30$:
ა) $a \cdot b : c$; ბ) $a : b \cdot c$; გ) $a \cdot (b : c)$; დ) $a : (b \cdot c)$.

15. იპოვეთ უცნობი მამრავლი:
ა) $x \cdot 60 \cdot (-200) = 36000$; ბ) $35 \cdot y \cdot 10 = -700$;
გ) $a \cdot (-20) \cdot (-50) = 3000$; დ) $(-16) \cdot 125 \cdot b = 4000$.

16. გამოთვალეთ:
ა) $20 : 10$; ბ) $7200 : 10^2$; გ) $(-500) : 10^2$;
დ) $(-1200) : 10^2$; ე) $(-3600) : (-10)^2$; დ) $25000 : (-25)$.

3.11. მოქმედებათა რიგი

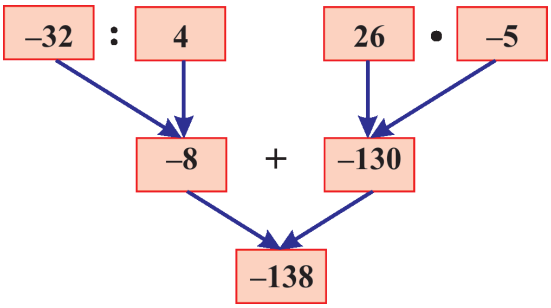
გამოკვლევა: შევადგინოთ ალგორითმი $-32 : 4 + 26 \cdot (-5)$ გამოსახულების მნიშვნელობის საპოვნელად:

1. -32 გაყავი 4-ზე;

2. 26 გაამრავლე (-5)-ზე;

3. შეკრიბე 1-ლი და მე-2 ბრძანების შედეგები.

გამოთვლების განსახორციელებლად ავაგოთ სქემა:



მთელ რიცხვებზე შეკრების, გამოკლების, გამრავლების, გაყოფისა და ახარისხების მოქმედებების თანმიმდევრობა ნატურალურ რიცხვებში არსებული თანმიმდევრობის ანალოგიურია

I. თუ რიცხვითი გამოსახულებების ჩანაწერში ფრჩხილი არ არის, მაშინ ჯერ ახარისხების მოქმედება, შემდეგ გამრავლებისა და გაყოფისმოქმედებები, შემდეგ კი შეკრებისა და გამოკლების მოქმედებები მოცემული თანმიმდევრობით სრულდება.

II. თუ რიცხვითი გამოსახულებების ჩანაწერში ფრჩხილი არის, მაშინ ჯერ ფრჩხილებში მყოფი მოქმედებები სრულდება I წესის შესაბამისად..

სავარჯიშოები

1. შეადგინეთ ალგორითმი გამოსახულების მნიშვნელობის საპოვნელად და ააგეთ სქემა:

ა) $16 \cdot (-3) - 22 : (-2)$;
ბ) $|-67| + 2 \cdot (-122)$;
გ) $-27 \cdot (-12) + 35 \cdot (-28)$;
გ) $(-93 - 17) \cdot (26 + (-59))$;
დ) $(76 - 200) \cdot (-314 + 524)$;
ე) $52 \cdot (-8) - (-15) \cdot (-34)$.

2. გამოთვალეთ:

ა) $(-14) + (-9) + (+56)$;
ბ) $(-36) + (+78) + (-46)$;
გ) $(+25) + (-72) + (-99)$;
დ) $(-29383) + (-6632) + 5976$.

3. გამოთვალეთ:

ა) $27 - 53 + 42$;
ბ) $30 - 36 + 9$;
გ) $19 + 62 - 77$;
დ) $-32 - 71 + 97$;
ე) $-1 + 2 - 3$;
ვ) $15 - 25 + 29$.

4. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $(273 - 726) \cdot (-2) + 1000 \cdot (-64 + 64)$;

ბ) $(-1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7) \cdot (-22)$;

გ) $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) \cdot (-1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8)$;

დ) $(-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 + 10) \cdot (-100)$.

5. გამოთვალეთ ალგორითმის შედგენით:

ა) $(-6)^2 + (33 - 44 + 11)^2$;

ბ) $|-5|^3 + (-8)^2 - 12 \cdot (-3)$;

გ) $(128 - 217 + 555) : (-233)$;

დ) $-655 : (425 - 225 - 205)$.

6. შეადგინეთ ალგორითმი ხელსაყრელი გზით გამოთვლის მიზნით და გამოთვალეთ:

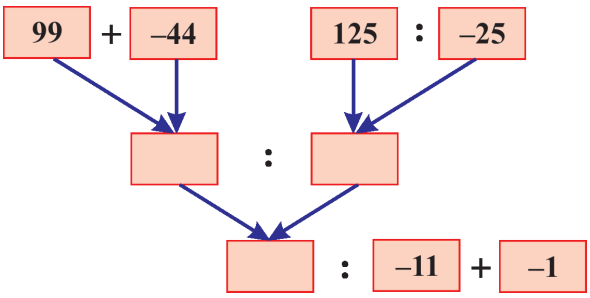
ა) $-321 \cdot 65 + (-321) \cdot 35$;

ბ) $44 \cdot (-12) - (-12) \cdot 40 + 23 \cdot (-12)$;

გ) $77 \cdot (-34) - (-34) \cdot (-77)$;

დ) $100 \cdot (16 - 31) - (45 - 30) \cdot 100$.

7. შეადგინეთ გამოსახულება მოცემული სქემის საფუძველზე:



8. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $2 \cdot (5 - 7) - 10$;

ბ) $8 + 4 - 2 \cdot (2 - 8)$;

გ) $(3 \cdot 5 - 24) + (-7)$;

დ) $-6 \cdot 4 - 2 \cdot (-12 + 3)$;

ე) $(8 - 4 + 2) - 3 \cdot (6 - (4 \cdot 3 - 3))$;

ვ) $2 + 3 + 2 \cdot 5 - 8 + 2 \cdot 4$;

ზ) $(65 - 10 + 2) + 10$;

თ) $12 - (-3 \cdot 10 + 5 - 2) + (-1)$;

ი) $10 - (2 \cdot (7 - 4) - (2 + 4) + 3))$;

კ) $-(8 - 12) - (4 + 6 - 3)$;

ლ) $(-11 + (-5) - (-6) + 3) - (8 - 6 + 2 \cdot (-6 \cdot 2 + 1))$;

მ) $6 - (4 - 3 \cdot (4 - 3 \cdot (2 - 3)))$;

ნ) $12 - (12 - (12 - (12 - 24)))$.

9. გამოთვალეთ მოქმედებები:

ა) $2^3 - 3^2$;

ბ) $(-2)^3 - 2^3$;

გ) $(-2)^2 - (-2)^3 - (-2)^2$;

დ) $4^3 - 2 \cdot 3^2 + (-1)^3$;

ე) $2 \cdot (-3)^3 + 9 - 4^2$;

ვ) $(-1)^3 \cdot (-8) + 4 - 2^2$;

ზ) $4 \cdot 2^2 + (-2)^3 + 5^2$;

ზ) $(-3)^2 \cdot 2^3 - 2 \cdot (-3)^2$;

თ) $(-80 + 85)^2 + (4 - 7)^3$.

3.12. ორი სასრული სიმრავლის სხვაობა

A სიმრავლისა და B სიმრავლის სხვაობა ეწოდება A სიმრავლის იმ ელემენტებისაგან შემდგარ სიმრავლეს, რომელიც B –ში არ შედის

იწერება: A\B; **იკითხება**: A სიმრავლისა და B სიმრავლის სხვაობა.

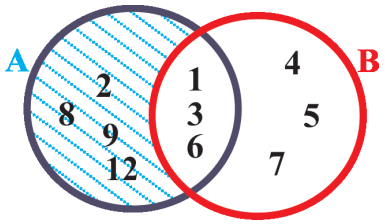
B\A ჩანაწერი B სიმრავლისა და A სიმრავლის სხვაობას ნიშნავს და მხოლოდ B სიმრავლეში შემავალი ელემენტებისაგან შედგება.

ნიმუში: **A = {1, 2, 3, 6, 8, 9, 12} და B = {1, 3, 4, 5, 6, 7}**

ა) A\B ={2, 8, 9, 12} **ბ) B\A = { 4, 5, 7}**

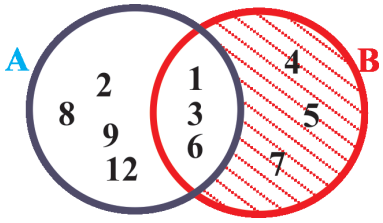
ორი სიმრავლის სხვაობა ვაჩვენოთ ეილერ-ვენის წრეების საფუძველზე:

ა)



A\B

ბ)



B\A

სიმრავლეების სხვაობის განსაზღვრებიდან მიიღება, რომ:

1. სიმრავლის საკუთარ თავთან სხვაობა ცარიელი სიმრავლეა: A\A =∅.
2. სიმრავლის ცარიელ სიმრავლესთან სხვაობა ამ სიმრავლის ტოლია: A\∅=A.
3. თუ A ∩ B = ∅, მაშინ A \ B = A და B \ A = B.

როდესაც B ⊂ A, მაშინ A\B სხვაობას B სიმრავლის A სიმრავლემდე **შემავსებელი** ეწოდება.

B-ს შემავსებელი $\overline{B}$ სახით აღინიშნება.

სავარჯიშოები

1. მოცემულია სიმრავლეები: იპოვეთ: A = {22, 33, 66, 88, 99}, B = {11, 33, 44, 55, 66, 77}, C = {10, 13, 44, 57, 66, 77}

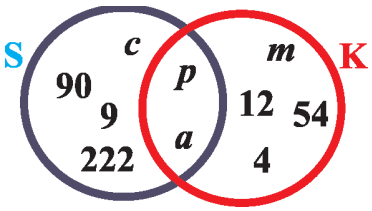
ა) A ∪ B; ბ) B ∩ A; გ) (A∩ C)∪ B.

2. მოცემული M = {*a*, *b*, *k*, 6, 19, 21} და N = {*m*, *n*, *a*, 5, 7, *k*} სიმრავლეების საფუძველზე იპოვეთ:: M\N; N\M; M\∅; M\(M∪N).

3. განსაზღვრეთ ეილერ-ვენის წრეების საფუძველზე:

ა) S\K; ბ) K\S; გ) S∪K; დ) K∩S;

ე) S∪(S\K); ვ) S∪(K\S).



4. დაბაში 180 ოჯახი ცხოვრობს. მათგან 65-ს ეზოში ძაღლი, 73-ს ეზოში კატა ყავს. 33 ოჯახს კი, ეზოში ძაღლიც ყავს და კატაც. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემულები:

ა)რამდენ ეზოშია მხოლოდ ძაღლი?

ბ) რამდენ ეზოშია მხოლოდ კატა?

გ) რამდენი ეზოა ისეთი, სადაც არც ძაღლია და არც კატა?

5. ეილერ-ვენის წრეების საშუალებით წარმოადგინეთ:

ა) მაღაზიაში მოსული მყიდველებიდან 16-მა ფეხსაცმელი, 23-მა კი ჩანთა შეიძინა. 9-მ თან ჩანთა და თან ფეხსაცმელი იყიდა. რამდენმა იყიდა მხოლოდ ფეხსაცმელი? რამდენმა იყიდა მხოლოდ ჩანთა?

ბ) კლასის 35 მოსწავლიდან 12 ხატავს, 15-ფეხბურთზე დადის, 18 კი მუსიკალურ ინსტრუმენტზე უკრავს. 5 მათგანი თან ხატავს და თან ფეხბურთზე დადის. 6 მათგანი კი თან მუსიკალურ ინსტრუმენტზე უკრავს, თან ფეხბურზე დადის. სამი მათგანი თან ხატავს, თან მუსიკალურ ინსტრუმენტზე უკრავს. დანარჩენები კი არცერთ წრეზე არ დადიან.

1. რამდენი მათგანი ხატავს მხოლოდ?
2. რამდენი მათგანი დადის მხოლოდ ფეხბურთზე?
3. რამდენი მათგანი უკრავს მუსიკალურ ინსტრუმენტზე?
4. რამდენი მათგანი არ მონაწილეობს არც ერთ წრეში?
5. გამოსახეთ ვენის წრეების დახმარებით, შეადგინეთ და უპასუხეთ კითხვებს:

6. გამოსახეთ ვენის წრეების დახმარებით, შეადგინეთ და უპასუხეთ კითხვებს:

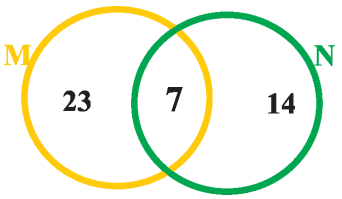
ა) მათემატიკის საგანში ჩატარებულ ოლიმპიადაზე 40 მოსწავლე მონაწილეობდა. მათგან 35-მა ალგებრასა და ფუნქციებთან დაკავშირებული დავალებები, ხოლო 28-მ გეომეტრიული დავალებები სწორად შეასრულა.

ბ) კლასში 26 მოსწავლეა. მათგან 18 ინგლისურ ენას, 15 კი რუსულ ენას სწავლობს.

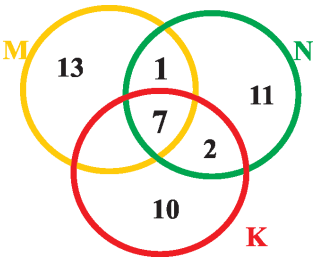
გ) მე-6 კლასის 42 მოსწავლიდან 29 ბოტანიკურ ბაღში ზამბახს, 23 კი ვარდს უვლის.

7. შეადგინეთ ამოცანა სურათში მოცემული ვენის წრეების საფუძველზე (მოცემული რიცხვები ელემენტების რაოდენობას გვიჩვენებს):

ა)



ბ)



8. თუ A = {2; –2; 7; 8; –9; 0}; B = {12; –2; –7; 8; 9; 0; –9};
C={1; –2; –7; 9; –10}, მაშინ განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემულები:

ა) A\B; ბ) A\C; გ) C\B; დ) B\A;

ე) B\C; ვ) (A∩B)∩C; ზ) (B\C)∪ A; თ) C∪(A\B).

9. თუ Z მთელი რიცხვების სიმრავლეა, A უარყოფითი მთელი რიცხვების სიმრავლეა, B დადებითი მთელი რიცხვების სიმრავლეა, გამოსახეთ ეს სიმრავლეები ეილერ-ვენის წრეების დახმარებით. სად მდებარეობს ამ შემთხვევაში რიცხვი 0?

10. იპოვეთ სხვაობა ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლესა და მათ მოპირდაპირე რიცხვთა სიმრავლეს შორის.

11. ეილერ-ვენის დიაგრამით გამოსახეთ:

ა) B'_A სიმრავლე, თუ B⊂A;

ბ) A'_B სიმრავლე, თუ A⊂B.

თვითშემოწმება

1. ქვემოთ მოცემული თანმიმდევრობებიდან რომელია ზრდის რიგით მოცემული?
ა) –3; –4; –1; 1; ბ) –1; – 3; –4; 1;
გ) –4; –3; –1; 1; დ) –1; – 4; –3; 1.

2. გაამარტივეთ: $3 - (2 - (5 - 3) - 1) - 2$
ა) 0; ბ) 1; გ) 2; დ) 3.

3. გაამარტივეთ: $3 - (4 \cdot (3 - 2 \cdot 1) - (-2 + 1))$
ა) –3; ბ) –2; გ) 2; დ) 1.

4. გაამარტივეთ: $10 - (2 \cdot (7 - 4) - (2 + 4) + 3)$
ა) –8; ბ) 7; გ) 5; დ) 6.

5. გაამარტივეთ: $6 - 7 \cdot (3 - 2 \cdot (3 - 2 \cdot (4 - 5)))$
ა) 43; ბ) 45; გ) 55; დ) 60.

6. გაამარტივეთ: $(3^2 - 1^2 + 2^2)^2$
ა) 144; ბ) 10; გ) 8; დ) 256.

7. გამოთვალეთ: $(5^2 - 1^3) + (2^3 - 2)^2$
ა) –20; ბ) 55; გ) 60; დ) 3.

8. გამოთვალეთ: $2^3 - 2^2 - (-2)^2 - (-2)^3$
ა) –4; ბ) –8; გ) 8; დ) 4.

9. გამოთვალეთ: $(-1) + (-1) + (-1) + (-1) - (-1)$:
ა) –1; ბ) –4; გ) 4; დ) –3.

10. განსაზღვრეთ n-ის მნიშვნელობა, თუ $n^3 = 27$:
ა) 3; ბ) 2; გ) 9; დ) –3.

11. გამოთვალეთ: $|7 - 10| - |10 - 2|$
ა) 0; ბ) –5; გ) –11; დ) 6.

12. გამოთვალეთ: $|-12 + (-4) - 12 : (3 \cdot 2 - 9)|$
ა) 12; ბ) 10; გ) –10; დ) –12.

13. გამოთვალეთ $a + (-b) - c$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $a = -14$, $b = 5$, $c = -21$.
ა) 1; ბ) 2; გ) –2; დ) 7.

14. ღამით ტემპერატურა -5°C-ია. დილით ჰაერის ტემპერატურამ 7°C-ზე აიწია და საღამო ხანს 3°C-ით დაეცა. რამდენი გრადუსი გახდა ჰაერის ტემპერატურა საღამოს?
ა) 1 °C; ბ) –1 °C; გ) 2 °C; დ) 3 °C.

15. ა) –12 და 1; ბ) –3 და 3; გ) –4 და 2; დ) –34 და –25 დაალაგეთ კლების რიგის მიხედვით ამ რიცხვებს შორის მყოფი მთელი რიცხვები.

4. მათემატიკური გამოსახულება. განტოლება. უტოლობა

4.1. მათემატიკური გამოსახულება

ადამიანები ერთმანეთთან ურთიერთობებს ენის საშუალებით ამყარებენ. მსოფლიოში 2000-ზე მეტი ენაა. სალაპარაკო ენა ბუნებრივი ენაა და ის მუდმივად ვითარდება. მათემატიკური ენა რომელიმე მეცნიერებასთან იქმნება და განვითარებად ენათა ჯგუფს ეკუთვნის. მათემატიკის შესწავლისას თქვენ მათემატიკურ ენას ეცნობით. მათემატიკურ ენას თავისი ანბანი და ნიშნები აქვს მათში უპირველესად, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ციფრები, =, >, <, +, –, •, : , %, ( ) და სხვა ნიშნები შედის. მათემატიკურ ენაში კლასიკური ლათინური ანბანის ასოებიც შედის. (a, b, c,...) (იკითხება როგორც ა, ბე, ცე,...).

k +5 გამოსახულება მათემატიკური (ალგებრული) გამოსახულებაა. ალგებრული გამოსახულებები იყოფა **რიცხვით** და **ასოით გამოსახულებებად**.

(6 + 0,5) : 13 – რიცხვითი გამოსახულებაა; (x + 67) – 16 ასოითი გამოსახულებაა.

სავარჯიშოები

1. ქვემოთ მოცემული წინადადებები ჩაწერეთ მათემატიკური გამოსახულებების სახით:
ა) რიცხვი 7 გაამრავლეთ 3-ზე მიღებულ ნამრავლს მიუმატეთ 12;
ბ) რიცხვი 16 გაყავით 4-ზე მიღებულ განაყოფს მიუმატეთ 8,2;
გ) 12-ს მიუმატეთ 291 მიღებული ჯამი გაამრავლეთ 100-ზე;
დ) 26,5-ს გამოაკელით 8,9 და სხვაობა გაამრავლეთ 1,1-ზე.

2. ქვემოთ მოცემული დებულებები ჩაწერეთ მათემატიკური გამოსახულებების სახით:
ა) რიცხვი k გაამრავლეთ 4-ზე მიღებულ ნამრავლს მიუმატეთ 24;
ბ) 78-ს მიუმატეთ a მიღებული ჯამი გაყავით 18-ზე;
გ) a და b რიცხვების ჯამი გაამრავლეთ მათ სხვაობაზე;
დ) რიცხვი a აიყვანეთ კვადრატში მიუმატეთ მას 23.

3. მოცემული მათემატიკური გამოსახულებები "ჯამი", "სხვაობა", "ნამრავლი", "განაყოფი" სიტყვების გამოყენებით ჩაწერეთ დებულების სახით:

ა) $a + b + 12$; ბ) $(2 + a)(b - c)$; გ) $100 - (x + y)$;
დ) $4m - 8$; ე) $6(k + 3)$; ვ) $a^2 - c$;
ზ) $2 + 4{,}5b$; თ) $\frac{a+b}{c}$; ი) $(n - 7)^2$.

4. "ორი რიცხვის ჯამი", "ორი რიცხვის სხვაობა", "სამი რიცხვის ნამრავლი", "ორი რიცხვის განაყოფი", "ოთხი რიცხვის ნამრავლი", "რიცხვის ნახევარი", "რიცხვის ორი მესამედი", "რიცხვზე ორჯერ მეტი", "რიცხვის მოპირდაპირე" სიტყვათა გაერთიანებები ჩაწერეთ ასოითი გამოსახულებების სახით.

5. მონაკვეთის სიგრძე a მეტრია. მოცემულ მონაკვეთზე 10 მ-ით მეტი, 3 მ-ით ნაკლები, 2 ჯერ გრძელი, 3 ჯერ მოკლე მონაკვეთებიჩაწერეთ ასოითი გამოსახულებების სახით.

6. ნაილე 12 წლისაა. ჩაწერეთ გამოსახულებების სახით მისი ოჯახის წევრების ასაკი:
ა) მამა ნაილეზე k ჯერ უფროსია; ბ) დედა ნაილეზე m წლით უფროსია
გ) ძმა ნაილეზე a წლით უმცროსია; დ) და ნაილეზე n წლით უფროსია.

7. 2 კატას 2 × 4 ფეხი, 2 × 2 ყური, 2 ცხვირი აქვს. გააგრძელეთ ჩანაწერები:

ა) 4 კატას 4 × 4 ფეხი, ... ყური, ... ცხვირი აქვს;

ბ) 12 კატას ... ფეხი, ... ყური, ... ცხვირი აქვს;

გ) n კატას ... ფეხი, ... ყური, ... ცხვირი აქვს.

8. მისაბმელიან 2 ავტომობილს 2 × 6 საბურავი, 2 × 2 ფარა, 2 საჭე აქვს. გააგრძელეთ:

ა) მისაბმელიან 5 ავტომობილს ... საბურავი, ... ფარა, ... საჭე აქვს;

ბ) მისაბმელიან 30 ავტომობილს ... საბურავი, ... ფარა, ... საჭე აქვს;

გ) მისაბმელიან k ავტომობილს ... საბურავი, ... ფარა, ... საჭე აქვს;.

9. წინადადებები ჩაწერეთ მათემატიკური გამოსახულების სახით:

ა) x-ისა და 8-ის ჯამი23-ის ტოლია'

ბ) b-ს ნახევარი 2,5-ის ტოლია;

გ) a და b რიცხვების ნამრავლი მათ ჯამზე მეტია;

დ) x რიცხვი 6-ჯერ მეტია y-ზე.

10. რიცხვთა ღერძზე ნაჩვენებია n მთელი რიცხვი. აღნიშნეთ მის წინ და შემდეგ მდგომი სამი მთელი რიცხვი..

11. დაწერეთ ასოითი გამოსახულების სახით:

ა) ორი მომდევნო მთელი რიცხვის ნამრავლი; ბ) ორი მომდევნო მთელი რიცხვის ჯამი.

12. დაწერეთ მომდევნო 5 მთელი რიცხვი, თუ პირველი რიცხვია:

ა) n; ბ) $n + 2$; გ) $n - 3$.

13. რიცხვით ღერძზე აღნიშნულია რიცხვი a. ჩახაზეთ რვეულში სურათი და მასზე აღნიშნეთ რიცხვები. $2a$, $\frac{1}{2}a$, $-a$, $-2a$.

14. რომელ თვისებებს ასახავს მოცემული მათემატიკური ჩანაწერები:

ა) $a + 0 = a$; ბ) $x + y = y + x$; გ) $(a + b)c = ac + bc$;

დ) $x \cdot 1 = x$; ე) $ab = ba$; ვ) $a \cdot (-1) = -a$.

15. 1 კგ კანფეტი a მანეთი, 1 კგ კექსი კი b მანეთი ღირს. რა ღირს 7 კგ კანფეტი და 8 კგ კექსი; 4 კგ კანფეტი და 12 კგ კექსი?

16. შეადგინეთ ისეთი ამოცანები, რომ მათი პირობის საფუძველზე ქვემოთ მოცემული გამოსახულებები შედგეს.

ა) $a + b$; ბ) $3a + 2b$; გ) $2b$; გ) $4a - b$; დ) $a - b$.

17. ვაშლის ერთი კილოგრამი (a მანეთი) მსხლის ერთ კილოგრამზე (b მანეთი) 1,5 მანეთით იაფია. ჩაწერეთ ეს ტოლობის სახით სხვადასხვა ხერხებით.

4.2. კოეფიციენტი

რიცხვებისა და ასოების ნამრავლისაგან შემდგარ მათემატიკურ გამოსახულებაში რიცხვით მამრავლს კოეფიციენტი ეწოდება. მაგალითად, $6xy$ ნამრავლში მამრავლი 6 კოეფიციენტია. $0{,}42x$ ნამრავლში კოეფიციენტი $0{,}42$; $-2 \cdot k$ ნამრავლში კი კოეფიციენტი -2-ია.

ნიმუში: ა) $-5ab \cdot 2$; ბ) $xy \cdot (-22)$ ნამრავლში განსაზღვრეთ კოეფიციენტი.

ამოხსნა: ა) $-5ab \cdot 2 = -5 \cdot 2ab = -10ab$, კოეფიციენტი -10;

ბ) $xy \cdot (-22) = -22xy$, კოეფიციენტი -22.

$-a$ გამოსახულებაში, რადგან $-a = (-1)a$ კოეფიციენტი -1-ია. $1 \cdot a = a$ კოეფიციენტი 1-ია.

სავარჯიშოები

1. შეადგინეთ გამოსახულებები, რომლის კოეფიციენტიც არის: ა) 2; ბ) -6; გ) $\frac{7}{12}$.

2. განსაზღვრეთ კოეფიციენტები მოცემულ ნამრავლში:

ა) $5xy$; ბ) $-xy$; გ) $\frac{3}{8}abc$; დ) xyk;

ე) $-893x$; ვ) $-14mn$; ზ) $2\frac{9}{13}p$; თ) $-mp$.

3. გაამარტივეთ გამოსახულებები და დაასახელეთ კოეფიციენტები:

ა) $4a \cdot (-12)$; ბ) $-32p \cdot (-5k)$;

გ) $-2b \cdot (-14)$; დ) $\frac{3}{28}x \cdot \frac{7}{18} \cdot y$;

ე) $-6a \cdot 8b$; ვ) $1\frac{1}{7}k \cdot 1\frac{3}{4}p \cdot \frac{1}{2}m$.

4. განსაზღვრეთ სწორია თუ არა მოცემული ტოლობები:

ა) $3a \cdot (-45) = -270a$; ბ) $-9a \cdot 12b = -108b$;

გ) $\frac{5}{7}x \cdot \frac{7}{8} \cdot y = \frac{5}{8}xy$; დ) $3\frac{1}{2}m \cdot 2\frac{3}{7}n \cdot \frac{1}{17}k = \frac{1}{2}mnk$.

5. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $200m \cdot (-4n)$ როცა $m = -25$; $n = -2$;

ბ) $\frac{1}{3}m \cdot \frac{3}{4}n \cdot 12p$ როცა $m = \frac{3}{20}$; $p = \frac{4}{9}$; $n = 30$.

6. M-ის ადგილას ისეთი რიცხვი ჩაწერეთ, რომ სწორი იყოს ტოლობები:

ა) $M \cdot 3ab = 6abc$; ბ) $8xz \cdot M = xyz$; გ) $M \cdot M = 16x^2$.

7. იპოვეთ:

ა) -10-ზე მეტი და 10-ზე ნაკლები ყველა მთელი რიცხვის ჯამი;

ბ) -8-ზე მეტი და 12-ზე ნაკლები მთელი რიცხვების ჯამი;

გ) -4-ზე მეტი და 3-ზე ნაკლები მთელი რიცხვების ჯამი;

დ) 20-ზე ნაკლები და -25-ზე მეტი მთელი რიცხვების ჯამი.

4.3. ფრჩხილების გახსნა

გამოკვლევა: გამოთვალეთ გამოსახულებების მნიშვნელობა; ა) 16 + (28 – 32) და ბ) 16 – (28 – 32) .

ამოხსნა: გამოვთვალოთ ორივე გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) 16 + (28 – 32) = 16 + (–4) = 12;

ბ) 16 – (28 – 32) = 16 – (–4) = 20.

როგორც ვხედავთ ორივე შემთხვევაში ჯერ ფრჩხილებში მოცემული მოქმედება შესრულდა. თუმცა ამ გამოსახულების მნიშვნელობის მოძებნა ფრჩხილების გახსნითაც შეიძლებოდა.

***a* + (*b* + *c*) გამოსახულების *a* + *b* + *c* სახით და *a* – (*b* + *c*) გამოსახულების *a* – *b* – *c* სახით ჩანაწერი ფრჩხილების გახსნაა.**

1) თუ ფრჩხილის წინ "+" ნიშანია (ან არც ერთი ნიშანი არ არის) ფრჩხილების გახსნისას მის შიგნით მყოფი შესაკრებები ინარჩუნებენ თავიანთ ნიშნებს.

ნიმუში: 28 + (30 – 16) = 28 + 30 – 16 = 42;

1,2 + (4 + 1,8) = 1,2 + 4 + 1,8 = 1,2 + 1,8 + 4 = 7.

2) თუ ფრჩხილების წინ "–" ნიშანია, ფრჩხილის გახსნისას მის შიგნით მყიფი შესაკრებების ნიშანი მოპირდაპირე ნიშნით იცვლება.

ნიმუში: ა) $-(b + c) = (-1) \cdot (b + c) = -1 \cdot b + (-1) \cdot c = -b - c$;

ბ) 28 – (30 – 16) = 28 – 30 + 16 = 14;

გ) $2(a + b - c) = 2a + 2b - 2c$;

დ) $-3(m - k + n) = -3m + 3k - 3n$.

საგარჯიშოები

1. გახსენით ფრჩხილები და იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) 1214 – (35 +614); ბ) 267 – (804 – 733);

გ) 43 + (92 – 43 + 38); დ) (398 – 736) – (598 – 1036).

2. გახსენით ფრჩხილები და იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) 938 – (–10 + 538); ბ) –876 – (–325 –1076);

გ) –619 + (–15 + 519); დ) –(–214 + 127) +(–204 +127).

3. გახსენით ფრჩხილები და გაამარტივეთ გამოსახულები:

ა) $m - (n + m)$; ბ) $(x + 32) - (x + 64)$;

გ) $x + (-x + y)$; დ) $-(m - 47 + n) - (103 - m)$;

ე) $-(a - b) - b$; ვ) $-(27 - a) + (-a + 18)$;

ზ) $-(-62 + a + b) - (a - b + 109)$; თ) $-c + (c - d)$.

4. გაამარტივეთ მოცემული გამოსახულებების სხვაობისა და ჯამის ჩანაწერი:

ა) $-8 - b$ და $a + 23$;
ბ) $x + 8$ და $y - 9$;
გ) $13 + m$ და $-4 - n$;
დ) $37 - 26 + 42$ და $125 + 26 - 42$.

5. გახსენით ფრჩხილები გამრავლების განრიგებადობის თვისების გამოყენებით:

ა) $2 \cdot (a + 3b - 7c)$;
ბ) $4 \cdot (13x - 5y - 13)$;
გ) $-3 \cdot (-4b + 3p - 11c)$;
დ) $-m(-k + 29n - 389)$;
ე) $(a - 4d + 3p) \cdot (-8)$;
ვ) $(1 + 3x - 2y) \cdot (-10a)$.

6. გახსენით ფრჩხილები:

ა) $-2 \cdot (4 + 5m - 7n)$;
ბ) $9 \cdot (-18x + 5y - 78)$;
გ) $-2 \cdot (-14t + z - 25c)$;
დ) $(-23) \cdot (k + 65p - 12x)$.

7. განსაზღვრეთ გამოსახულებებიდან რომელია სწორი, არასწორებში შეასწორეთ შეცდომები:

ა) $-6 \cdot (4 + 12) = -24 - 72$;
ბ) $(-6 - 9) \cdot 7 = -42 + 63$;
გ) $(m - n) \cdot (-2) = -2m - 2n$;
დ) $-5 \cdot (p - k + 9) = -5p + 5k - 45$;
ე) $-(2 + c) = -2 + c$;
ვ) $-(-a - b) = a - b$.

8. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $-6 \cdot (2a - 7) + 3$ როცა $a = -25$;
ბ) $11 \cdot (2m - 4)$ როცა $m = -4$;
გ) $1\frac{1}{9} \cdot (3y - 9) - 2$ როცა $y = 36$.

9. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $-12 - (15 + x) = 28$;
ბ) $(x + 9) - 18 = -50$;
გ) $-(4 - x) + 15 = 12$.

10. ნარგიზი ამბობს, რომ $3 \cdot (51k - 25) - 9 \cdot (17k + 5)$ გამოსახულების მნიშვნელობა k-ს ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის -120-ის ტოლია. სწორია მისი მოსაზრება?

11. $-2 \cdot (36x + 15) + 6 \cdot (12x + 7)$ გამოსახულების მნიშვნელობა არ არის დამოკიდებული x-ზე. აჩვენეთ ეს.

12. იბრაჰიმი ამბობს, რომ $5 \cdot (4n - 42) - 10 \cdot (2n - 3)$ გამოსახულება 6-ზე იყოფა. რაზე დაყრდნობით გამოთქვამს ამ მოსაზრებას? სწორია იბრაჰიმის მოსაზრება?

13. $9 \cdot (3n - 8) + 3 \cdot (36 - 9n)$ გამოსახულება არ იყოფა 5-ზე. უჩვენეთ, თუ რომელ რიცხვზე იყოფა გამოსახულება.

14. ა) იპოვეთ $42 + a - 58 + b$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $a + b = 35$;

ბ) იპოვეთ $m - 25 + 18 - n$ გამოსახულების მნიშვნელობა, თუ $m - n = -94$.

15. დაწერეთ მოცემული გამოსახულებების მოპირდაპირე. **ნიმუში:** $a + 3$ გამოსახულების მოპირდაპირე: $-(a + 3) = -a - 3$

ა) $a - 12$;
ბ) $x + 9$;
გ) $-b + 3$;
დ) $-k - 2$.

4.4. საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანა

გამრავლების განრიგებადობის თვისების $a(b + c) = ab + ac$ და $a(b - c) = ab - ac$ ტოლობებში მარცხენა და მარჯვენა მხარეებს ადგილს თუ შევუცვლით, $ab + ac = a(b + c)$ და $ab - ac = a(b - c)$-ს მივიღებთ. ეს ტოლობები ასახავს საერთო მამრავლის ფრჩხილებს გარეთ გატანას.

ნიმუში: ა) $3a + 3b = 3(a + b)$;
ბ) $16x - 14y + 18z = 2 \cdot 8x - 2 \cdot 7y + 2 \cdot 9z = 2(8x - 7y + 9z)$.

თუ ფრჩხილებს გარეთ გაიტანება უარყოფითნიშნიანი მამრავლი, მაშინ ფრჩხილებში მყოფი შესაკრებები ნიშნებს მოპირდაპირე ნიშნებით იცვლიან.

გ) $-2c + 4m = -2(c - 2m)$. დ) $-a - 2b + c = -(a + 2b - c)$.

საგარჯიშოები

1. ორი მოსწავლე ერთმანეთთან კამათობენ. მათგან ერთერთი ამბობს, რომ $24a + 40k$ გამოსახულების საერთო მამრავლი არის 4, რადგანაც:
$24a + 40k = 4 \cdot 6a + 4 \cdot 10k = 4(6a + 10k)$.
მეორე კი დაჟინებით იძახის,რომ საეთო მამრავლია 8, რადგანაც:
$24a + 40k = 8 \cdot 3a + 8 \cdot 5k = 8(3a + 5k)$.

მათგან რომლის მოსაზრებაა სწორი? თქვენის აზრით რომელ ტოლობაშია მთლიანად გატანილი ფრჩხილებს გარეთ საერთო მამრავლი?

2. გაიტანეთ ფრჩხილებს გარეთ საერთო მამრავლი:
ა) $5a + 5b$; ბ) $12a - 6b + 18c$; გ) $ax - bx$;
დ) $0{,}3ab + 1{,}3ac - a$; ე) $-6a + 6b - 6$; ვ) $9m - 6n + 12k - 15$.

3. გაიტანეთ ფრჩხილებს გარეთ საერთო მამრავლი:
ა) $3c - 3d$; ბ) $7a - 7b - 7c$; გ) $mx - my$; დ) $-12x - 8y + 20$.

4. მოცემული გამოსახულებები დაწერეთ ორი ფრჩხილების ჯამის სახით:
ნიმუში: $-5 + 6 + 10 - 94 = (-5+6) + (10-94)$
ა) $-5 + 6 + 10 - 94$; ბ) $-34 + p - k - 74$;
გ) $a - b - c + d$; დ) $x - 24 + y + 36$.

5. მოცემული გამოსახულებები დაწერეთ ორი ფრჩხილების სხვაობის სახით:
ნიმუში: $-a + b + c - d + m = (-a + b + c) - (d - m)$.
ა) $10 - 13 + 17 - 14$; ბ) $-25 + x - y + 16$;
გ) $a - b - c + d$; დ) $-a + b - c - d + m$.

6. გამოთვალეთ ხელსაყრელი ხერხით:
ნიმუში: $6{,}72 \cdot 2\frac{1}{3} - 3{,}72 \cdot 2\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} \cdot (6{,}72 - 3{,}72) = \frac{7}{3} \cdot 3 = 7$

ა) $6{,}72 \cdot 2\frac{1}{3} - 3{,}72 \cdot 2\frac{1}{3}$; ბ) $72 \cdot 2\frac{2}{5} + 72 \cdot 3\frac{7}{15} - 72 \cdot 4\frac{4}{15}$;

გ) $5\frac{9}{14} \cdot 0{,}3 - 0{,}3 \cdot 1\frac{10}{21} + 0{,}3 \cdot 1\frac{1}{6}$; დ) $32{,}3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot 32{,}3$;

ე) $1{,}6 \cdot 5{,}3 - 2{,}4 \cdot 5{,}3 + 4\frac{4}{5} \cdot 5{,}3$; ვ) $5{,}6 \cdot 4\frac{2}{3} + 6\frac{47}{48} \cdot 5{,}6 + 2\frac{5}{16} \cdot 5{,}6$.

4.5. მსგავსი შესაკრებების შეერთება

გამოკვლევა: რით განსხვავდება ერთმანეთისაგან ეს გამოსახულებები? $-3x$; $2x$; $16x$; $\frac{3}{4}x$

ამოხსნა: როგორც ვხედავთ,თითოეულ გამოსახულებაში როგორც რიცხვითი, ასევე ასოითი მამრავლი იღებს მონაწილეობას. ასოითი მამრავლები ერთნაირია, მაგრამ რიცხვითი მამრავლები სხვადასხვაა.

ასოით გამოსახულებებს, რომელთა ასოითი მამრავლები ერთიდაიგივეა მსგავსი გამოსახულებები ეწოდება. მსგავსასოიან გამოსახულებებში კოეფიციენტი ერთი და იგივე ან განსხვავებულია.

მაგალითად: $2ab$ და $-ab$; $32x$ და $\frac{2}{9}x$; $5mn$, $-21mn$ და $\frac{2}{9}mn$; $5ax$ და $5ax$.

მსგავსი გამოსახულებების შეკრება და გამოკლება შესაძლებელია.

მაგალითად: $6a + 7a - 11a = a \cdot (6 + 7 - 11) = 2a$.

ზემოთ მოცემულ ჩანაწერში ჩვენ მსგავსი შესაკრებები შევაერთეთ.

ab და $-ab$ მოპირდაპირე გამოსახულებებია, რადგანაც კოეფიციენტები 1 და -1-ია. მათი ჯამი 0-ის ტოლია: $ab + (-ab) = 0$.

ნიმუში: ა) $19x + 21y + 22x + 11y = 19x + 22x + 21y + 11y = 41x + 32y$.

ბ) $ab + 18a + 3ab - 5 = 4ab + 18a - 5$.

სავარჯიშოები

1. შეაერთეთ მსგავსი შესაკრებები:

ა) $7x - 18x + 25x - 6x$;
ბ) $-3b - 14b + 31b + 7b$;
გ) $11a - 16b - 18a + 9b$;
დ) $-8k + 9p - 17k + 5k + 14p$.

2. შეაერთეთ მსგავსი შესაკრებები:

ა) $-4a + 12a + 13a - 27a$;
ბ) $42x - 48x - 63x - 24x$;
გ) $-17x + 19y - 15y + 13x$;
დ) $9n - 8m - 7m + 35n - 19n$.

3. გახსენით ფრჩხილები და შეაერთეთ მსგავსი შესაკრებები:

ა) $3 \cdot (5a + 4) - 11a$;
ბ) $-2 \cdot (4b - 7) + 14b$;
გ) $3a \cdot (7 - b) - (b - 3a)$;
დ) $-4 \cdot (2k - 9) - 3 \cdot (6k + 1)$;
ე) $(3x - 11) \cdot 0{,}2 - 5 \cdot (4 - 3x)$;
ვ) $\frac{1}{6} \cdot (18m - 24n) - (5m + 2n)$;
ზ) $-35 \cdot (3a - 2b) + 2 \cdot (13a - b)$;
თ) $-(8a - 13) + 3 \cdot (4 - 5a)$.

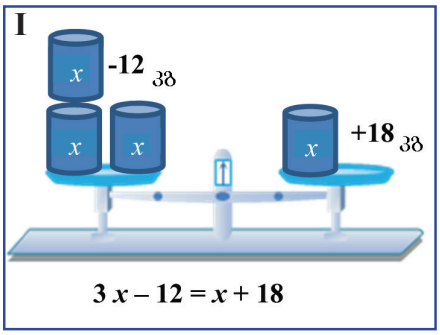
4. გახსენით ფრჩხილები და შეაერთეთ მსგავსი შესაკრებები:

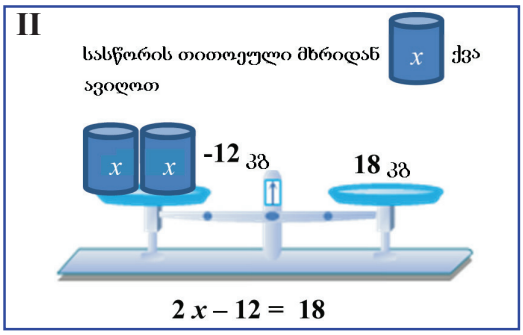
ა) $-4x - 8 \cdot (9 - 2x)$;
ბ) $\frac{1}{3} \cdot (12 - 21y) + 3y$;
გ) $6 \cdot (3x - 2) + 4 \cdot (5x - 1)$;
დ) $-7 \cdot (3 - 4c) + 14 \cdot (5 + 2c)$;
ე) $-6 \cdot (8a - 2b) + (3a - 7b) \cdot (-0{,}2)$;
ვ) $3 \cdot (21x - y) - 28 \cdot (2x - 3y)$;
ზ) $4 \cdot (8t + 7) - 16 \cdot (2t - 3)$;
თ) $7 \cdot (4x - 3) + (8 - 5x)$.

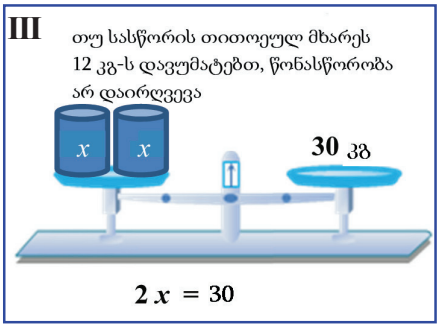
5. გაამარტივეთ გამოსახულებები და იპოვეთ მნიშვნელობები:

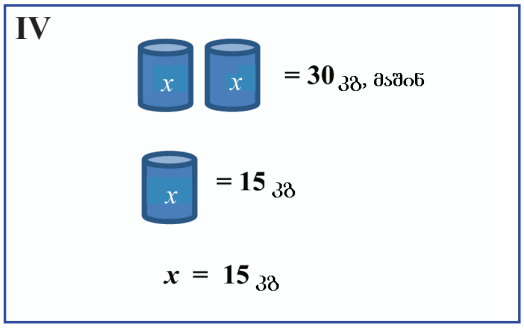
ა) $8y + 5y - 9y - 7y + 8$, როცა $y = -18$;
ბ) $20a - 15b - 10a + 12 + 6b$, როცა $a = -3$, $b = 7$.

4.6. განტოლება









1. განტოლებაში ტოლობის ერთ მხრიდან რომელიმე წევრის ნიშნის შეცვლით ტოლობის მეორე მხარეს გადაყვანით განტოლების ფესვი არ შეიცვლება.
2. თუ განტოლებას ორივე მხარეს გავამრავლებთ ან გავყოფთ ნულისაგან განსხვავებულ ერთსადაიმავე რიცხვზე განტოლების ფესვი არ შეიცვლება: $2x = 6$; $2x : 2 = 6 : 2$; $x = 3$.
3. თუ განტოლების მხარეებს ადგილებს შევუცვლით განტოლების ფესვი არ შეიცვლება: $5 + x = 25$; $25 = 5 + x$.

საგარჯიშოები

1. ამოხსენით განტოლებები: ა) $6x = 18$; ბ) $-3x = 15$; გ) $7x = -63$; დ) $5x - 3 = 12$; ე) $-4x + 1 = 13$; ვ) $-x + 9 = 16$.

2. იპოვეთ განტოლების ფესვები ამოხსნის გზის ჩვენებით:

ნიმუში: იპოვეთ განტოლების ფესვები ამოხსნის გზის ჩვენებით: $3x - 23 = x + 3$

ამოხსნის გზა	ამოხსნა
1) ცვლადიანი შესაკრებები განტოლების ერთ მხარეს, დანარჩენები კი მეორე მხარეს გადავიყვანოთ.	$3x - x = 3 + 23$
2) შევაერთოთ მსგავსი შესაკრებები..	$2x = 26$
3) განტოლების ორივე მხარე გავყოთ x-ის კოეფიციენტზე..	$x = 13$

ა) $7x = -30 + 2x$; ბ) $2x + 43 = 4x - 65$;
გ) $16 - 18x = -25x - 12$; დ) $6x + 100 = 9x + 1$;
ე) $-17x + 20 = 7x - 28$; ვ) $5x - 18 = -12x + 17$.

3. იპოვეთ განტოლებების ფესვები:

ა) $3x = 28 - x$; ბ) $6x - 19 = -x - 10$;

გ) $5x + 12 = 8x + 30$; დ) $7 - 2x = 3x - 18$;

ე) $33 + 8x = -5x + 72$; ვ) $2x + 9 = 3x - 4$.

4. ამოხსენით განტოლებები;

ა) $-6(x + 2) = 4x - 17$; ბ) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73$;

გ) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x$; დ) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -39$.

5. იპოვეთ განტოლებების ფესვები:

ა) $9(x - 1) = x + 15$; ბ) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25$;

გ) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x$; დ) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 121$.

6. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $8(4x + 4) = -32$; ბ) $-24(7 - 9y) = -48$;

გ) $-7(2 - 3x) = 56$; დ) $(5 + 7a) \cdot 15 = -30$.

7. ცვლადის რომელი მნიშვნელობისათვის იქნება:

ა) $5x - 4(7x - 9)$ გამოსახულების მნიშვნელობა 289-ის ტოლი?

ბ) $4(6 - 4y)$ და $5(7 - 3y) - 19$ გამოსახულებები ტოლი?

გ) $-3(21x - 4) - 16$ გამოსახულების მნიშვნელობა $12(5 - 5x)$ გამოსახულების მნიშვნელობაზე 26-ით მეტი?

დ) $a + 8$ გამოსახულების მნიშვნელობა $90 - 3a$ გამოსახულების მნიშვნელობაზე 7-ჯერ ნაკლები ?

8. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $4(x - 3) - 16 = 5(x - 5)$; ბ) $15(2x - 5) + 2x = 5(5x - 15) - 7$.

9. იპოვეთ უცნობი:

ა) $\frac{x + 0,4}{8} = \frac{0,7 - x}{3}$; ბ) $\frac{5}{6} = \frac{5x + 6}{2x + 3,2}$;

გ) $\frac{x + 8}{x - 2} = \frac{7}{3}$; დ) $\frac{4}{x - 1,2} = \frac{15}{x - 10}$.

ნიმუში

$\frac{x + 0,4}{8} = \frac{0,7 - x}{3}$

$3(x + 0,4) = 8(0,7 - x)$

$3x + 1,2 = 5,6 - 8x$

$11x = 4,4$

$x = 0,4$

10. a-ს რა მნიშვნელობისათვისაა

ა) $5ax = 14 - x$ განტოლების ფესვი 4-ის ტოლი?;

ბ) $(2a + 1)x = -6a + 2x + 13$ განტოლების ფესვი -1?

11. b-ს რა მნიშვნელობისათვისაა:

ა) $4bx = 84$ განტოლების ფესვი -3 ? ბ) $(b - 6)x = 6 + 5b$ განტოლებაში $x = 1$?

12. მოცემულ განტოლებაში რა მნიშვნელობას ვერ მიიღებს a ?

ა) $ax = 1$; ა) $(a - 2)x = 3$; გ) $a + x = 0$; დ) $(a - 7)x = 12$.

13. შერჩევის ხერხით განსაზღვრეთ m-ის მნიშვნელობა, თუ ცნობილია, რომ განტოლების ფესვები და m მთელი რიცხვებია:

ა) $mx = 17$; ბ) $mx = -12$; გ) $xm = 20$; დ) $(m + 3)x = -15$.

4.7. ამოცანის ამოხსნა განტოლების შედგენით

გამოკვლევა: სკოლის მე–6 კლასებში სულ 61 მოსწავლე სწავლობს. $6^{\text{ბ}}$ კლასში მოსწავლეთა რაოდენობა $6^{\text{ა}}$ კლასის მოსწავლეებზე 3–ით მეტია, $6^{\text{გ}}$ კლასის მოსწავლეების რაოდენობა კი $6^{\text{ა}}$ კლასის მოსწავლეების რაოდენობაზე 2–ით ნაკლებია. რამდენი მოსწავლე სწავლობს თითოეულ კლასში?

ამოხსნა: $6^{\text{ა}}$ კლასის მოსწავლეების რაოდენობა ავღნიშნოთ x-ით, მაშინ

$6^{\text{ბ}}$ კლასის მოსწავლეების რაოდენობა იქნება – $(x - 3)$ მოსწავლე

$6^{\text{გ}}$ კლასის მოსწავლეების რაოდენობა კი იქნება – $(x - 2)$ მოსწავლე.

რადგან სულ 61 მოსწავლეა, შევადგინოთ ქვემოთ მოცემული განტოლება:

$x + (x + 3) + (x - 2) = 61$

$3x + 1 = 61$

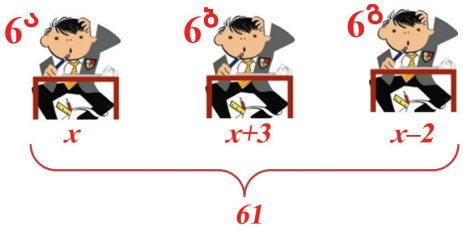
$3x = 60$

$x = 20$

$6^{\text{ა}} \rightarrow 20$ (მოსწავლე),

$6^{\text{ბ}} \rightarrow 20 + 3 = 23$ (მოსწავლე),

$6^{\text{გ}} \rightarrow 20 - 2 = 18$ (მოსწავლე).



პასუხი: 20, 23 და 18 მოსწავლე.

სავარჯიშოები

1. ზეპირად წარმოთქმული პირობები დაწერეთ განტოლების სახით: (განიხილეთ ყველა შემთხვევა).

ა) x რიცხვი y-ზე 3 ერთეულით ნაკლებია;

ბ) a რიცხვი b–ზე 2 ერთეულით მეტია;

გ) a რიცხვი b–ზე c ერთეულით მეტია;

დ) x რიცხვი y-ზე 5–ჯერ ნაკლებია;

ე) a რიცხვი b–ზე n–ჯერ მეტია;

ვ) x რიცხვი y-ზე m–ჯერ ნაკლებია.

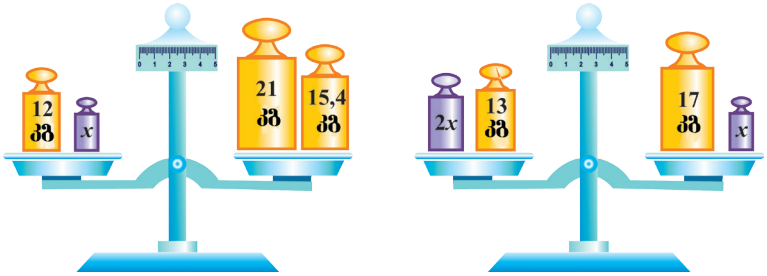
2. განტოლების შედგენით იპოვეთ ჩაფიქრებული რიცხვი:

ა) ეჰმედმა ჩაიფიქრა რიცხვი მას მიუმატა 2,5 და მიიღო 8,5–ისა და 7,82–ის ჯამის ტოლი რიცხვი.

ბ) სამირმა ჩაფიქრებული რიცხვი გაამრავლა 8–ზე და ნამრავლს 11 გამოაკლო. შედეგად მიიღო 13,08.

გ) მუბარიზმა ჩაფიქრებული რიცხვი გაყო 4,1–ზე და შედეგად 61,6–ისა და 45,2–ის სხვაობა მიიღო.

3. სურათის მიხედვით შეადგინეთ განტოლება და ამოხსენით:



4. **პრაქტიკული სამუშაო:** თითოეული მოსწავლე მერხის ამხანაგისათვის ჩაფიქრებული რიცხვის შესახებ ადგენს ამოცანას და ამხანაგი განტოლების შედგენით ხსნის მას. ამოცანის შედგენა დაიწყეთ სიტყვებით: "ჩავიფიქრე რაღაცა რიცხვი..."

5. ავტობუსში რამდენიმე მგზავრი იყო. პირველ გაჩერებაზე 12 მგზავრი ჩავიდა, 9 მგზავრი ავტობუსში ავიდა. მეორე გაჩერებაზე 5 მგზავრი ჩავიდა, 11 მგზავრი ავტობუსში ავიდა და ავტობუსში 25 მგზავრი გახდა. რამდენი მგზავრი იყო ავტობუსში პირველ გაჩერებამდე?

6. ტურისტული გზის (სურათი 1) 0,9 კმ სოფელზე, 1,2 კმ მდინარის სანაპიროზე, 1,6 კმ მთის კალთებზე და რამდენიმე კილომეტრი ხიდზე გადიოდა. რამდენი კილომეტრი გაიარეს ტურისტებმა ტყეში თუ მთელი გზის სიგრძე 5,6 კმ–ია?

სურათი 1

7. კომპიუტერის ფასი წლის ბოლოს 2–ჯერ შემცირდა, მეორე წელს კი ფასი კიდევ 50 მანეთით შემცირდა. კომპიუტერი 399 მანეთად გაიყიდა. რა ღირდა კომპიუტერი თავდაპირველად?

8. მალიქმა და სემედმა ერთად 42 თევზი დაიჭირეს. რამდენი თევზი დაიჭირა თითოეულმა მათგანმა, თუ ცნობილია, რომ მალიქმა სემედზე ორჯერ მეტი თევზი დაიჭირა? ამოხსენით ამოცანა მთელი – ნაწილი მოდელის გამოყენებითა და განტოლების შედგენით.

9. ნადირმა ერთ წიგნსა და 3 რვეულში 2 მანეთი და 40 კაპიკი ფული გადაიხადა. წიგნის ფასი ერთი რვეულის ფასზე სამჯერ მეტი იყო. რა ღირდა წიგნი? ააგეთ მოდული.

10. ფერმერმა ნათესი ფართობიდან კომბოსტო და მასზე 3–ჯერ მეტი სტაფილო აიღო. რამდენი კილოგრამი იყო თითოეული ბოსტნეული, თუ ცნობილია, რომ სტაფილო კომბოსტოზე 42 კგ–ით მეტი იყო?

11. მოგზაურებმა ზღვით 8–ჯერ მეტი მანძილი გაიარეს ვიდრე მდინარით. სულ რამდენი კილომეტრი გაიარეს მათ, თუ ცნობილია, რომ ზღვით გავლილი მანძილი 133 კმ–ით მეტია მდინარით გავლილ მანძილთან შედარებით?

12. ნაილემ და ზერიფემ ერთად 24,6 კმ მარწყვი მოკრიფეს, ნაილეს მოკრეფილი მარწყვი ზერიფეს მოკრეფილ მარწყვზე 4,8 კმ–ით მეტი იყო. რამდენი კილოგრამი მარწყვი მოკრიფა თითოეულმა გოგონამ?

13. მართკუთხედის პერიმეტრი 12,8 სმ–ია, სიგანე კი სიგრძეზე 2,4 სმ–ით ნაკლებია. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი (სურათი 2)

სურათი 2

ნიმუში: მამა 40 წლისაა, შვილი – 12–ის. რამდენი წლის შემდეგ იქნება მამა შვილზე 3–ჯერ უფროსი?

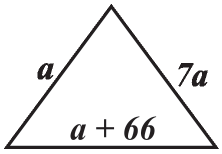
ამოხსნა: დავუშვათ, რომ მამა x წლის შემდეგ იქნება შვილზე 3–ჯერ უფროსი. მაშინ, x წლის შემდეგ მამა $(x + 40)$ წლის, შვილი x $(x + 12)$ წლისა იქნება. მამის ასაკი $(40 + x)$ შვილის $(12 + x)$ ასაკზე 3–ჯერ მეტი თუ არის, მაშინ განტოლებას ექნება: $3(12 + x) = 40 + x$ სახე.

$$3(12 + x) = 40 + x$$
$$36 + 3x = 40 + x$$
$$3x - x = 40 - 36$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

პასუხი: 2 წლის შემდეგ

14. გულნარი ელიზე 4 წლით უფროსია. ერთი წლის შემდეგ მათი ასაკის ჯამი 20 იქნება. რამდენი წლისანი არიან ამჟამად გულნარი და ელი?

15. სამკუთხედის პერიმეტრი 174 მმ–ია, ერთი გვერდი მეორეზე 7–ჯერ ნაკლები, ხოლო მესამე გვერდთან შედარებით 66 მმ–ით ნაკლებია. იპოვეთ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეები. (სურათი 1.).



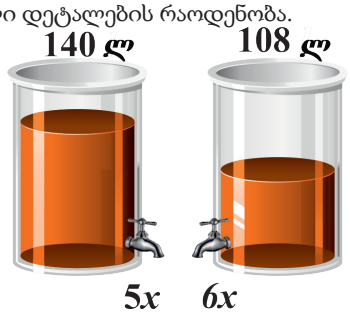
სურათი 1

16. ქვეითმა თანაბარი სიჩქარით ორ სოფელს შორის მანძილი 7 საათში, სოფელს და ქალაქს შორის მანძილი კი 3 საათში გაიარა. სულ რა მანძილი გაიარა ქვეითმა თუ ორ სოფელს შორის მანძილი ქალაქსა და სოფელს შორის მანძილზე 5,6 კმ–ით მეტია?

17. სამი დღის განმავლობაში გემმა 222 კმ გაიარა. მან მეორე დღეს პირველ დღეს გავლილი გზის $\frac{7}{8}$, მესამე დღეს კი გზის 90% გაიარა. რა მანძილი გაიარა თითოეულ დღეს გემმა?

18. ოთხმა მუშამ 257 დეტალი დაამზადა. მეორე მუშამ პირველი მუშის დამზადებული დეტალების $\frac{5}{6}$, დაამზადა, მესამე მუშამ მეორის მიერ დამზადებულის 90%, მეოთხემ კი მესამის მიერ დამზადებულ დეტალებზე 8–ჯერ ნაკლები დეტალი დაამზადა. განსაზღვრეთ თითოეული მუშის მიერ დამზადებული დეტალების რაოდენობა.

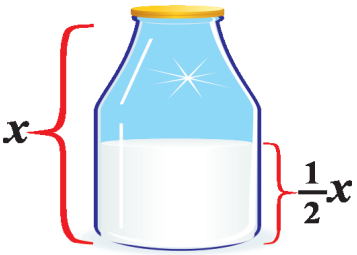
19. ერთ ავზში 140 ლ, მეორეში კი 108 ლ სითხე იყო. ავზში ერთდროულად გაიხსნა და პირველიდან ყოველ საათში 5 ლ, მეორიდან კი – 6 ლ სითხე ჩამოდიოდა. რამდენი საათის შემდეგ დარჩება მეორე ავზში 2,5–ჯერ ნაკლები სითხე ვიდრე პირველში? (სურათი 2)



სურათი 2

20. ილჰამს 95 ამოცანა, საჰიბს კი 60 ამოცანა უნდა ამოეხსნა. ილჰამი ერთ საათში 7 ამოცანას, საჰიბი კი 6 ამოცანას ხსნის. რამდენი საათის შემდეგ იქნება საჰიბის ამოუხსნელი ამოცანების რაოდენობა ილჰამის ამოუხსნელი ამოცანების რაოდენობაზე 2–ჯერ ნაკლები, თუ ისინი ერთდროულად დაიწყებენ ამოხსნას?

21. ქილიდან ჯერ რაც იყო იმის ნახევარი, შემდეგ კიდევ 300 მლ რძე გადმოასხეს. დარჩა იქ 100 მლ რძე. რამდენი მლ რძე იყო ქილაში თავდაპირველად?



22. გამყიდველმა სადილამდე ვაშლის ერთი მესამედი, შემდეგ კიდევ 55 კგ გაყიდა და 14 კგ ვაშლი დარჩა. რამდენი კგ ვაშლი იყო მაღაზიაში თავდაპირველად?

23. ერთ საბავშვო ბაღში ბავშვების რაოდენობა მეორეზე 3–ჯერ მეტია. პირველი ბაღიდან მეორეში 30 ბავშვი გადმოიყვანეს და ბავშვების რაოდენობა ორივე ბაღში გათანაბრდა. რამდენი ბავშვი იყო თითოეულ ბაღში თავდაპირველად?

24. ფერმერმა 15 კგ ცხვრის ხორცი და 21 კგ საქონლის ხორცის გაყიდვიდან 276 მანეთი მიიღო. რა ღირს თითოეული ხორცის ერთი კილოგრამი, თუ საქონლის ხორცი ცხვრის ხორცზე 1 მანეთით იაფია?

25. კატერმა 1,4 სთ მდინარის დინების მიმართულებით, 1,7 სთ კი მდინარის დინების საწინააღმდეგოდ იმოძრავა. კატერის დინების მიმართულებით გავლილი მანძილი დინების საწინააღმდეგოდ გავლილ მანძილზე 2,2 კმ–ით ნაკლებია. კატერის სიჩქარე მდგარ წყალში 28 კმ/სთ–ია. იპოვეთ მდინარის დინების სიჩქარე.

26. ტურისტებმა ნავით 2,4 საათი დინების მიმართულებით, 1,8 სთ კი დინების საწინააღმდეგოდ იმოძრავეს. დინების მიმართულებით გავლილი მანძილი საწინააღმდეგოდ გავლილ გზაზე 14,1 კმ–ით მეტია. მდინარის სიჩქარე 2,5 კმ/სთ–ია. იპოვეთ ნავის სიჩქარე მდგარ წყალში.

27. მოსწავლე გამოცდისათვის მზადებისას ყოველდღიურად 12 სავარჯიშოს შესრულებას გეგმავდა. თუმცა იგი ყოველდღე 4 სავარჯიშოთი მეტს ასრულებდა და გამოცდამდე 3 დღით ადრე 8 შეუსრულებელი სავარჯიშო დარჩა. გამოცდის დაწყებიდან რამდენი დღით ადრე დაიწყო მოსწავლემ მზადება?

28. ოსტატი დღეში 24 დეტალის დამზადებით გეგმავდა გეგმა დროულად შეესრულებინა. იგი ყოველდღიურად 15 დეტალით მეტს ამზადებდა და დაგეგმილ დროზე 6 დღით ადრე დაგეგმილზე 21 დეტალით მეტი დაამზადა. რამდენი დეტალი უნდა დაემაზადებინა ოსტატს გეგმით?

29. პირველი ავზიდან საათში 3 ლ, მეორიდან კი საათში 2 ლ წყალი გამოედინება. 12 საათის შემდეგ პირველ ავზში 21 ლ, მეორე ავზში კი 54 ლ წყალი დარჩა. რამდენი საათის შემდეგ იქნება პირველ ავზში დარჩენილი წყალი მეორე ავზში დარჩენილ წყალზე 4–ჯერ ნაკლები?

30. ქსოვილის ჯერ ნახევარი, შემდეგ დარჩენილის ერთი მეოთხედი ჩამოაჭრეს და ნახევარი მეტრი ქსოვილი დარჩა. რას უდრის ქსოვილის თავდაპირველი სიგრძე? შეადგინეთ ამოცანის შესაბამისი მოდელი.

31. ერთ საათში 60, მეორეში კი 100 კგ ხილია. მეორე ყუთიდან გაიყიდა 4–ჯერ უფრო მეტი ხილი, ვიდრე პირველიდან. რამდენი კილოგრამი ხილი გაიყიდა თითოეული ყუთიდან, თუ პირველ ყუთში დარჩა ორჯერ მეტი ხილი, ვიდრე მეორეში?

32. საბირმა ჩაფიქრებული რიცხვი 8–ჯერ გაზარდა და შემდეგ 25%–ით შეამცირა. შედეგად 134–ის $\frac{3}{5}$–ის ტოლი რიცხვი მიიღო. რა რიცხვი ჩაიფიქრა საბირმა?

4.8. უტოლობა

გამოკვლევა: რომელი მთელი რიცხვები აკმაყოფილებენ $x + 8 < 11$ უტოლობას?

ამოხსნა: x ცვლადის ადგილას ისეთი რიცხვის ჩაწერაა საჭირო, რომ რვის მიმატებით 11–ზე ნაკლები რიცხვი მიიღონ. ასეთი რიცხვებიდან უდიდესი 2–ია. მაშასადამე უტოლობის ამონახსენი 3–ზე ნაკლები მთელი რიცხვებია. ჩანაწერში ასოს შემცვლელი უტოლობა ასოითი უტოლობაა.

სავარჯიშოები

1. ა) 2, 3, 4, 8, 6 რიცხვებიდან რომელი იქნება $x - 9 > 12$ უტოლობის ამონახსენი?

ბ) x-ის რა მნიშვნელობისთვის იქნება $x + 6 < 18$ უტოლობა ჭეშმარიტი?

გ) დაწერეთ $2 \leq 6 : n$ უტოლობის დამაკმაყოფილებელ მთელ რიცხვთა სიმრავლე.

2. ჩაწერეთ მათემატიკური გამოსახულების სახით:

ა) k რიცხვი მეტია 5–ზე;

ბ) m რიცხვი 20–ზე მეტია ან მისი ტოლია;

გ) x რიცხვი c რიცხვზე ნაკლებია;

დ) p რიცხვი 32–ზე ნაკლებია ან მისი ტოლია.

3. ა) $a > 2$ უტოლობის ორივე მხარეს მიუმატეთ –2; 5; –7; 8. შედეგები დაწერეთ:

ბ) გულერი ამბობს, რომ რადგან $12 > 7$ ამიტომ $\frac{1}{12} > \frac{1}{7}$ გამოთქვით თქვენი დამოკიდებულება მისი მოსაზრების მიმართ და დაასაბუთეთ.

4. მადინა ამბობს, რომ $3x - 8 \leq -5$ უტოლობას ნატურალური ამონახსენი არა აქვს. გამოთქვით თქვენი დამოკიდებულება მისი მოსაზრების მიმართ. თქვენი აზრით მადინა მართალს ამბობს?

5. ა) იპოვეთ $4x < 16$ უტოლობის ნატურალურ ამონახსენთა სიმრავლე.

ბ) რომელი უმცირესი მთელი რიცხვი აკმაყოფილებს $7(a + 3) > -4$ უტოლობას?

გ) დაასახელეთ რამდენიმე მთელი რიცხვი, რომელიც აკმაყოფილებს $17 - x > 16 - 25$ უტოლობას.

6. შერჩევის ხერხით დაწერეთ უტოლობის რამდენიმე მთელი ამონახსენი:

ა) $x + 16 \leq 24$; ბ) $a - 17 > 12$; გ) $8 + b \geq 1$;

დ) $x - 71 > 0$; ე) $66 \geq 12 - x$; ვ) $7a < 20 + 8$;

7. შერჩევის ხერხით დაწერეთ უტოლობის რამდენიმე მთელი ამონახსენი:

ა) $x + 5 \leq 61 + 12$; ბ) $a - 9 + 5 > -3$;

გ) $m + 5m - 92 > 100$; დ) $15 + 11x \geq 99 - x$.

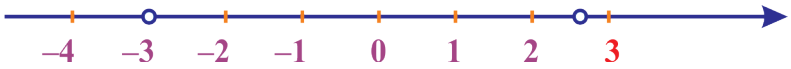
8. შეადარეთ გამოსახულების მნიშვნელობები:

ა) $3a + 8$ და $9 - 9a$, როცა $a = -2; 0; 3$;

ბ) $21 - 4x$ და $11 + 2x$, როცა $x = 5; -5$.

გამოკვლევა 1: სიმრავლის სახით დაწერეთ –3–ზე მეტი და 2,6–ზე არანაკლები მთელ რიცხვთა სიმრავლე.

ამოხსნა: რიცხვით ღერძზე აღვნიშნოთ –3 და 2,6 რიცხვები:



როგორც სურათიდან ჩანს, –3–სა და 2,6–ს შორის მდებარე მთელი რიცხვები { –2; –1; 0; 1; 2 } იქნება

გამოკვლევა 2: დაწერეთ მთელი რიცხვები, რომელთა მოდული მეტია –3-ზე და ნაკლებია 3-ზე.

ამოხსნა: { –2; –1; 0; 1; 2 } –ეს ის მთელი რიცხვებია, რომელთა მოდული მეტია –3–ზე და ნაკლებია 3–ზე.

საგარჯიშოები

1. იპოვეთ:

ა) მთელი რიცხვები, რომლებიც მდებარეობენ შემდეგ რიცხვებს შორის: –2 და 3;

ბ) მთელი რიცხვები, რომლებიც მდებარეობენ შემდეგ რიცხვებს შორის: –5 და 1;

გ) ნატურალური რიცხვები, რომლებიც მდებარეობენ შემდეგ რიცხვებს შორის: 0 და 7,1;

დ) ნატურალური რიცხვების ნამრავლი, რომლებიც მდებარეობენ შემდეგ რიცხვებს შორის: –19 და 4,8.

ე) უარყოფითი მთელი რიცხვების ჯამი, რომლებიც მდებარეობენ შემდეგ რიცხვებს შორის: –4 და 20,5;

ვ) მთელი რიცხვების ნამრავლი, რომლებიც მდებარეობენ შემდეგ რიცხვებს შორის: –100 და 100.

2. განსაზღვრეთ:

ა) –1 რამდენითაა ნაკლები 3–ზე?

ბ) –4 რამდენითაა ნაკლები –2–ზე?

გ) 7 რამდენით მეტია –3–ზე?

დ) –2 რამდენით მეტია –5–ზე?

3. სპექტაკლი 3 საათზე მეტხანს გაგრძელდა და პირველის ნახევარზე დამთავრდა. ივარაუდეთ სპექტაკლის დაწყების დრო.

4. მოცემულია რიცხვი 40. ამ რიცხვს და ყოველ ჯერზე მიღებულ სხვაობას აკლებენ 6–ს. ეს მოქმედება გაგრძელდა პირველი უარყოფითი რიცხვის მიღებამდე. განსაზღვრეთ რამდენჯერ გამოაკლეს რიცხვი 6.

5. ა) 4–ზე ნაკლები ნებისმიერი ნატურალური რიცხვი $18 + 19 < a + 41 - 5$ უტოლობას აკმაყოფილებს. რისი ტოლი შეიძლება იყოს a რიცხვი?

ბ) a რიცხვი –8–ზე მეტი, 7–ზე ნაკლები, b რიცხვი კი 2–ზე მეტი, 0–ზე ნაკლებია. იპოვეთ a და b–ს მთელი ამონახსნების თანაკვეთა, გაერთიანება და სხვაობა.

6. იპოვეთ მთელ რიცხვთა სიმრავლე თუ მოდული მდებარეობს: ა) 5 და 12 შორის; ბ) 0 და 16 შორის; გ) –3 და 15 შორის; დ) –5 და 0 შორის.

7. რიცხვით ღერძზე გამოსახეთ მთლი რიცხვები რომლებიც მდებარეობენ: ა) –1 და 3,5; ბ) 0 და 2,5; გ) –3 და 1,5; დ) –2 და 1 შორის

თვითშემოწმება

1. შეაერთეთ მსგავსი წევრები:

ა) $5a + 3a - 4a + 7$; ბ) $7(x - 3) + 2(5 - y)$;

გ) $11x + 11y - 4x + 15y$; დ) $2(a + 2b) - 3(b - 3a) + 5$.

2. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $72 - 11x = 43 + 18x$; ბ) $2(x + 1) - 3 = 11$;

გ) $\frac{2x - 3}{4} = \frac{x}{3}$; დ) $3(1 + 2x) = 75$;

ე) $\frac{3}{4}(x + 2) + \frac{2}{3}(x - 1) = 5$; ვ) $3(x - 1) + 2 = 17$.

3. $x = \frac{12}{k}$ ტოლობაში რომელი რიცხვები შეიძლება ჩავწეროთ k -ს ნაცვლად, რომ x მთელი რიცხვი მივიღოთ?

4. შეადარეთ ქვემოთ მოცემული გამოსახულებები თუ $a = 5$ და $b = 7$:

ა) $\frac{1}{a}$ და $\frac{1}{b}$; ბ) $-a$ და $-b$; გ) $2a$ და $-b$.

5. ვარსკვლავის ნიშნის ნაცვლად ჩაწერეთ ისეთი ციფრი, რომ სწორი უტოლობა მივიღოთ:

ა) $-2745 < -274*$; ბ) $-47*4 > -4719$;

გ) $-3*25 < -3479$; დ) $-*213 < -4715$.

6. a და b დადებითი რიცხვებია ($a \neq b$). ვარსკვლავის ნიშნის ნაცვლად $<$ ან $>$ ნიშნებიდან ერთერთი ჩაწერეთ ისე, რომ სწორი დამოკიდებულება მივიღოთ:

ა) $a * 0$; ბ) $-a * 0$; გ) $|b| * b$;

დ) $-b * 0$; ე) $|a| * a$; ვ) $|a| * -b$.

7. პაპა 76 წლისაა. შვილიშვილება 5 და 7 წლისანი არიან. რამდენი წლის შემდეგ იქნება პაპის ასაკი 3–ჯერ მეტი შვილიშვილების ასაკის ჯამზე?

8. მამა შვილზე 4–ჯერ უფროსია. 5 წლის შემდეგ მამისა და შვილის ასაკის ჯამი 60 იქნება. რამდენი წლისაა შვილი?

9. მუსტაფას სამი შვილი ჰყავს: 3, 4 და 5 წლის. მუსტაფამ ბაღში მოკრეფილი 60 მარწყვი მათ ასაკის პირდაპირპროპორციულად გაუნაწილა. რამდენი მარწყვი შეხვდა უმცროს შვილს?

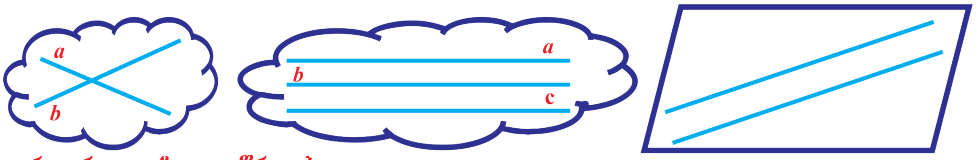
10. აინურემ ჩაფიქრებული რიცხვი 3–ჯერ გაზარდა, 49 მიუმატა და 19–ისა და 25–ის ნამრავლის ტოლი რიცხვი მიიღო. რა რიცხვი ჩაიფიქრა აინურამ?

11. იპოვეთ –10 და 10 შორის მდებარე მთელ რიცხვთა ჯამი.

5.1. პარალელური და პერპენდიკულარული წრფეები

სიბრტყეზე მდებარე ორ წრფეს ან ერთი საერთო წერტილი აქვს ან კიდევ საერთო წერტილი საერთოდ არ გააჩნიათ.

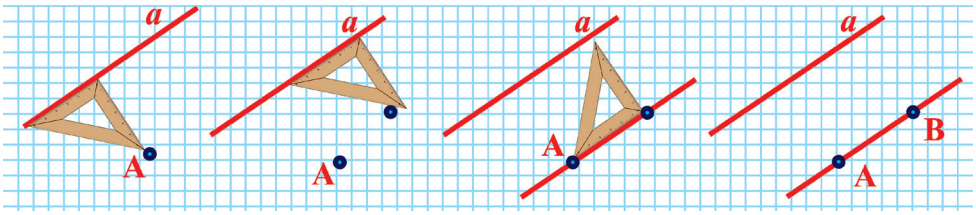
ერთი საერთო წერტილის მქონე წრფეებს მკვეთი წრფეები, ხოლო არცერთი საერეთო წერტილის არმქონე წრფეებს პარალელური წრფეები ეწოდება. პარალელურობის ნიშანი: ||; $a \parallel b$ (a პარალელურია b–სი).



ურთიერთგადამკვეთი წრფეები $a // b // c$ $m // n$

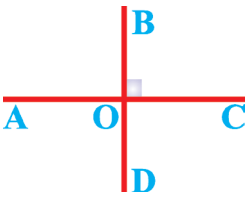
წრფეზე არამდებარე წერტილზე ამ წრფის მიმართ მხოლოდ ერთი პარალელური წრფის გავლებაა შესაძლებელი.

სიბრტყის მოცემულ წერტილზე მოცემული წრფის პარალელური წრფის გავლება მართკუთხა სახაზავის დახმარებით შეიძლება:



ორი წრფის გადაკვეთისას ოთხი კუთხე წარმოიქმნება.

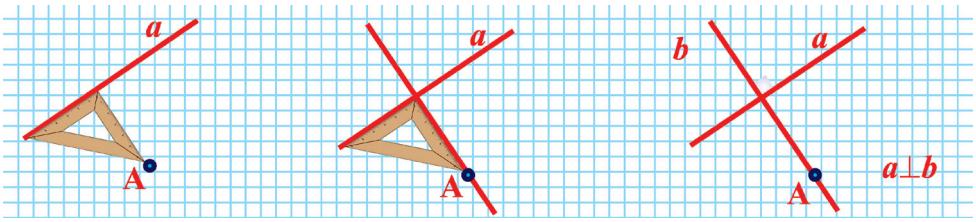
ორ წრფეს, რომლებიც მართი კუთხით კვეთენ ერთმანეთს **პერპენდიკულარული (მართობული) წრფეები ეწოდება.**
თუ $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$, მაშინ
AC და BD **პერპენდიკულარული წრფეებია**: პერპენდიკულარულობის ნიშანი: $\perp$



AC და BD წრფეების პერპენდიკულარულობა $AC \perp BD$ სახით იწერება. **იკითხება:** *AC* პერპენდიკულარულია *BD*-სი.

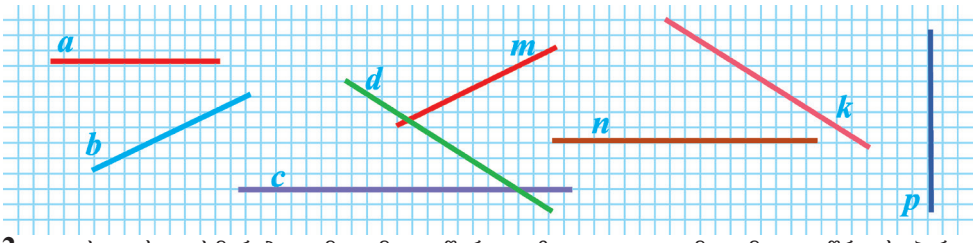
სიბრტყეზე მოცემული წერტილიდან მოცემულ წრფეზე მხოლოდ ერთი პერპენდიკულარული წრფის გავლებაა შესაძლებელი.

სიბრტყეზე მოცემული წერტილიდან მოცემული წრფის პერპენდიკულარული წრფის სამკუთხა სახაზავის დახმარებით გავლება შეიძლება.

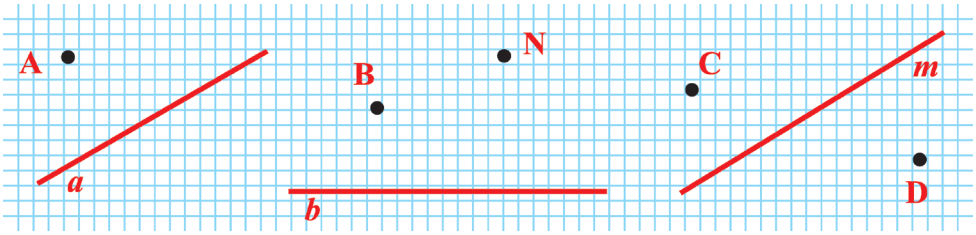


სავარჯიშოები

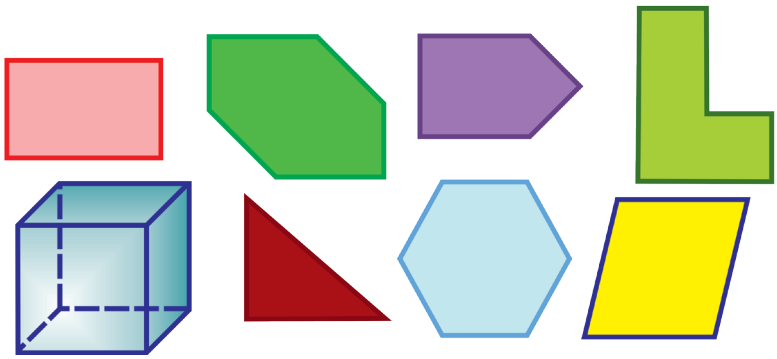
1. შეხედვით შეარჩიეთ მოცემულ წრფეთა შორის მკვეთები, პარალელურები და მართობულები.:



2. კუთხედის დახმარებით მოცემულ წერტილზე გაავლეთ მოცემული წრფის პარალელური და მართობული წრფეები (სურათი ჩაიხაზეთ რვეულში).



3. მოცემული ფიგურების წვეროს წერტილები ასოებით აღნიშნეთ. მიუთითეთ თითოეული ფიგურის პარალელური და პერპენდიკულარული გვერდები.

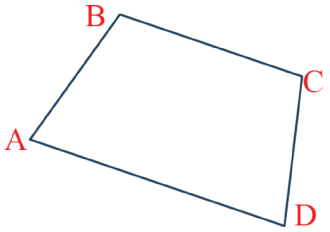


4. აღნიშნეთ წრფე და მასზე არამდებარე სამი წერტილი. ამ წერტილებიდან თითოეულზე გაავლეთ მოცემული წრფის: ა) პარალელური; ბ) მართობული წრფეები. გამოთქვით მოსაზრებები მიღებული წრფეების ურთიერთმდებარეობის შესახებ.

5. შეიძლება, სამკუთხედის გვერდები იყოს პარალელური? რომელიმე სამკუთხედის გვერდები შეიძლება მართობული იყოს? დახაზეთ სამკუთხედი, რომლის გვერდები მართობულია.

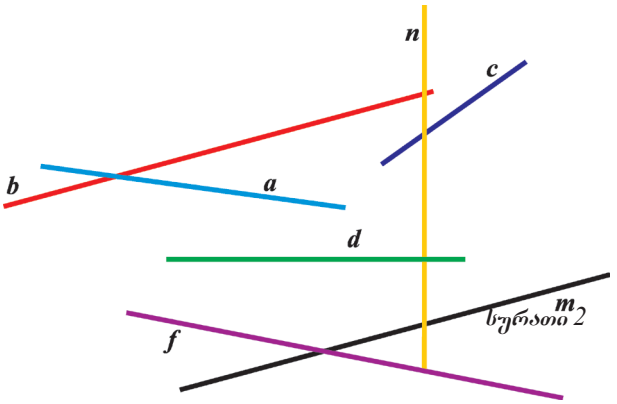
6. დახაზეთ ნებისმიერი სამკუთხედი. დახაზეთ სხვა სამკუთხედი, რომლის გვერდები ამ სამკუთხედის გვერდების პარალელურია. რა შეგიძლიათ თქვათ ამ სამკუთხედის შესახებ? თქვენი აზრით, ეს სამკუთხედები ტოლია?

7. თვალდათვალ განსაზღვრეთ მოცემული ფიგურების რომელი გვერდებია პარალელური და მართობული და კუთხედის დახმარებით შეამოწმეთ (სურათი 1)..



სურათი 1

8. თვალდათვალ ივარაუდეთ a, b, c, d, f, m, n წრფეებიდან პარალელურები და მართობულები. (სურათი 2)

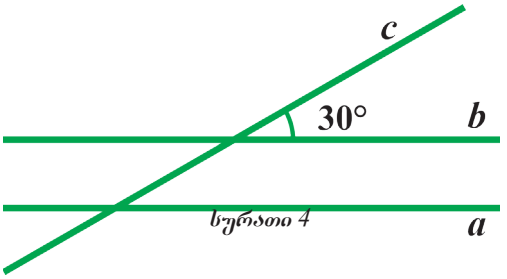


სურათი 2

სურათი 3

9. მოცემული წრფეები ჩაიხაზეთ რვეულში და მათი პარალელური და პერპენდიკულარული რამდენიმე წრფე გაავლეთ (სურათი 3).

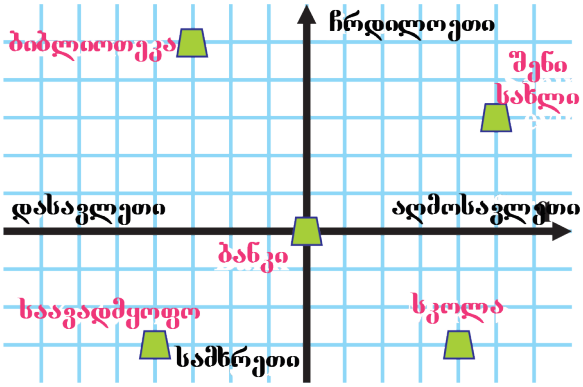
10. *a* და *b* წრფეები პარალელურია და *c* წრფესთან იკვეთებიან. ამ წრფეების გადაკვეთის შედეგად მიღებული ერთი კუთხე 30°-ია. ტრანსპორტის გამოყენებით იპოვეთ დანარჩენი კუთხეები (სურათი 4).



სურათი 4

პარალელები ცხოვრებაში

5.2. კოორდინატები



უცხო ქალაქში გზის გაკვლევაში თქვენ ქალაქის რუკა გეხმარებათ. დავუშვათ თქვენი მეგობარი ბანკის ბინის სიახლოვესაა და თქვენს სახლამდე მოსაღწევად 5 ერთეული (ქუჩა, გზაჯვარედინი და სხვა) აღმოსავლეთით, 3 ერთეულით ჩრდილოეთით უნდა იმოძრაოს. რა გზა უნდა გაიაროს, რომ ბანკიდან ბიბლიოთეკაში მივიდეს? რა მოძრაობა უნდა შეასრულოს საავადმყოფოდან სკოლაში მისასვლელად? წარმოდგენილ სურათზე ათვლის სათავედ ბანკია აღებული.

კოორდინატთა სისტემას ადამიანი პრაქტიკულ ცხოვრებაში ხშირად აწყდება. მაყურებელთა დარბაზი (რიგი და ადგილი), მატარებელი (ვაგონის ნომერი და ადგილის ნომერი) და გეოგრაფიის კოორდინატები (გრძედი და განედი) ამის მაგალითებია. ასეთი კოორდინატები სამხედრო, გეოგრაფიულ რუკაშიც გამოიყენება.

კოორდინატების იდეა უძველესი ხანიდან ცნობილია. რუკების შედგენისათვის ეს აუცილებელი იყო. ძველი ბერძენი ასტრონომი პტოლემეუსი (ჩვ.წ.აღ-მდე II საუკუნე) გეოგრაფიულ რუკებში იყენებდა ისეთ გეოგრაფიულ კოორდინატებს, როგორცაა გრძედი და განედი.

სიტყვა "კოორდინატი" ძველი ლათინური ენიდანაა აღებული ("ordinatus") და მონიშნულს ნიშნავს. "CO" კი მიანიშნებს ერთობლიობას, რადგან კოორდინატების რაოდენობა შეიძლება იყოს 2, 3 და ა.შ.

სავარჯიშოები

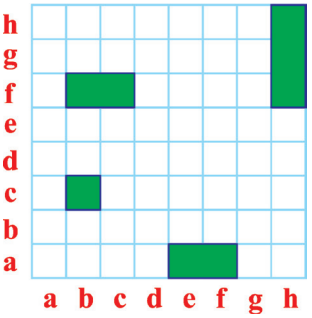
1. მოცემული ჭადრაკის დაფაზე იპოვეთ ფიგურების კოორდინატები:.

ა) დაწერეთ ცხენების (f3 და f6) შეტევის საფრთხის ქვეშ მყოფი უჯრების კოორდინატები; ;

ბ) მეფემ (c8) გარკვეული მოქმედებების შემდეგ ადგილი 4 უჯრით მარჯვნივ, 2 უჯრით ქვევით რომ შეიცვალოს, რომელ უჯრაში აღმოჩნდება?

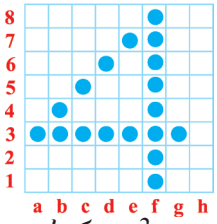
გ) d 3 უჯრაში მყოფი ლაზიერი f5 უჯრაში თუ გადაინაცვლებს რა საფრთხე შეექმნება მას?

2. სალმანი და აკიფი თამაშობენ „საზღვაო ბრძოლას“. ტაბლოზე (სურათი1) სალმანის გემების მდგომარეობაა მოცემული. რომელი კოორდინატები უნდა მონიშნოს აკიფმა რომ გემს მოარტყას?



სურათი 1

3. 10 × 10 ზომის კვადრატში ☺ გამოსახეთ. კოორდინატების დახმარებით მოახდინეთ მისი კოდირება. კოორდინატების ჩაწერისას ჯერ ასო ჩაწერეთ, შემდეგ რიცხვი.

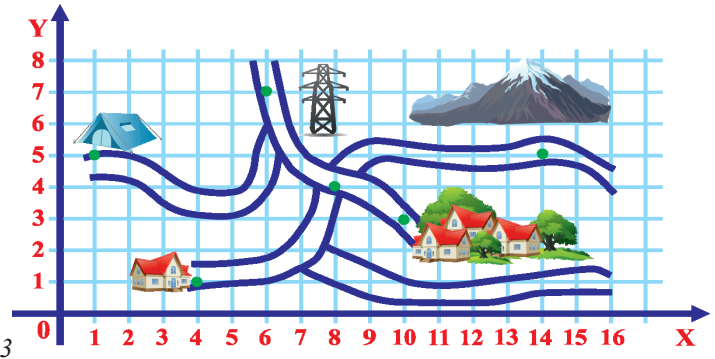


სურათი 2

4. 10 × 10 ზომის კვადრატში რომელიმე ციფრი სურათზე ნაჩვენები წესით განათასეთ. მოახდინეთ მისი კოდირება კოორდინატების დახმარებით (სურათი 2).

5. **პრაქტიკული სამუშაო**: დახაზეთ 10 × 10 კვადრატი. მასში ჩახატეთ რაიმე ფიგურა, მოახდინეთ მისი კოდირება. მერხის ამხანაგს შესთავაზეთ იპოვოს მისი შიფრი.

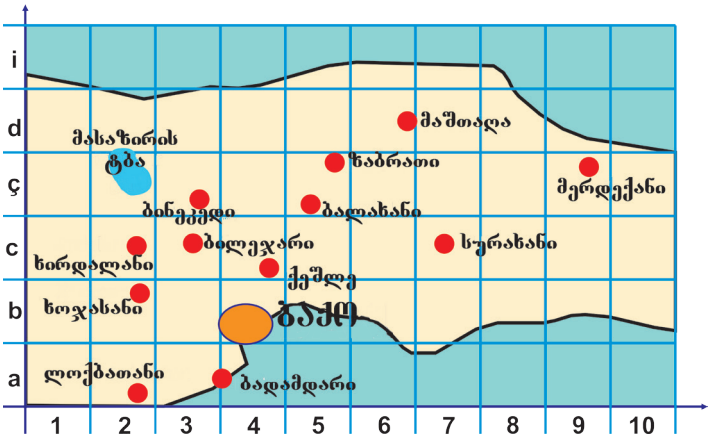
6. გეგმის შესაბამისად ყოველი პუნქტის შესაბამის წერტილს სახელი უწოდეთ, განსაზღვრეთ კოორდინატები და ჩაწერეთ (x; y) წყვილის სახით (სურ. 3).



სურათი 3

7. **პრაქტიკული სამუშაო:** კლასში განსაზღვრეთ თითოეული მოსწავლის დასაჯდომი ადგილის კოორდინატები.

8. აქ ქალაქ ბაქოს რუკის ერთი ნაწილია გამოსახული (სურათი 4). დაწერეთ რამდენიმე პუნქტის მდებარეობის უჯრის კოორდინატები, მაგალითად, ზაბრათი (5; Ç).

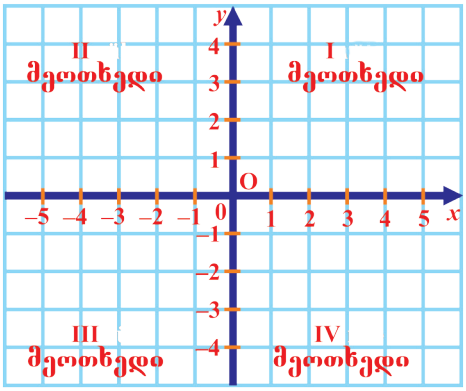


სურათი 4

5.3. მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა

წრფეზე წერტილის კოორდინატის აღსანიშნად გამოიყენება რიცხვითი ღერძი. საკოორდინატო ღერძი კოორდინატთა სათავით, დადებითი მიმართულებითა და ერთეული მონაკვეთით მოიცემა. მაგალითად: მოცემულ საკოორდინატო ღერძზე A, B და C წერტილებიდან თითოეულს თავისი კოორდინატი აქვს: A (-4), B(1), C(5).

ამრიგად, წერტილის კოორდინატი უჩვენებს მის საკოორდინატო წრფეზე მდებარეობის ადგილს.

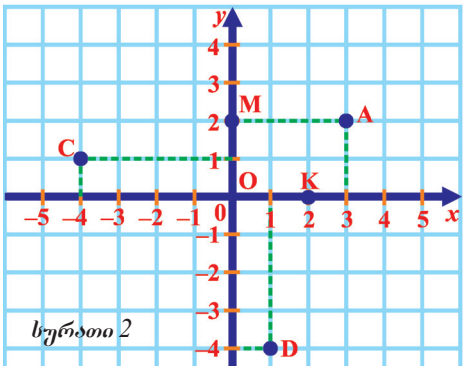


სურათი 1

როგორ განისაზღვრება სიბრტყეზე წერტილის კოორდინატები? ამისათვის სიბრტყეზე გავავლოთ ორი მართობული წრფე და დავყოთ ისინი. ჩავთვალოთ, რომ წრფეთა გადაკვეთის ადგილი არის კოორდინატთა სათავე. ერთეულოვანი მონაკვეთები ორივე წრფეზე ტოლია. საკოორდინატო ღერძებზე ერთეულოვანი მონაკვეთები შეიძლება სხვადასხვა სიგრძის შეირჩეს. მაგალითად Ox ღერძზე 1 სმ; ხოლო Oy ღერძზე 2 სმ და სხვა.

ჰორიზონტალურ წრფეზე დადებითი მიმართულება მარცხნიდან მარჯვნივ, ვერტიკალურ წრფეზე კი ქვევიდან ზევითაა მოცემული. ეს მიმართულებები ვუჩვენოთ ღერძებით. O წერტილი არის კოორდინატთა სათავე. წრფეები საკოორდინატო ღერძებია. ვერტიკალურ ღერძს "ორდინატთა ღერძი" (Oy ღერძი) ეწოდება. ჰორიზონტალურ ღერძს "აბსცისთა ღერძი" (Ox ღერძი) ეწოდება. ასეთ აგებულ სისტემას მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა ეწოდება. სიბრტყეს, რომელზეც მოცემულია მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა, საკოორდინატო სიბრტყე ეწოდება. ღერძები საკოორდინატო სიბრტყეს 4 ნაწილად ყოფენ და მათ მეოთხედები ეწოდება. მეოთხედები საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით ინომრება (სურათი 1).

საკოორდინატო სიბრტყეზე ავღნიშნოთ რაიმე A წერტილი. ამ წერტილიდან Ox ღერძის მიმართ გავავლოთ მართობული წრფე. ეს წრფე Ox ღერძს კოორდინატი 3-ის მქონე წერტილში გადაკვეთს. რიცხვი $x = 3$ არის A წერტილის აბსცისა. შემდეგ A წერტილიდან გავავლოთ Oy ღერძის მართობული წრფე. ეს წრფე Oy ღერძს კოორდინატი 2-ის მქონე წერტილში გადაკვეთს, $y = 2$ რიცხვი A წერტილის ორდინატია. ამრიგად, მივიღეთ $x = 3$, $y = 2$.



სურათი 2

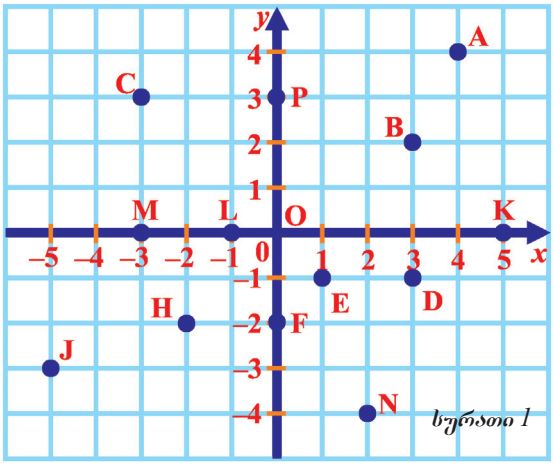
ეს რიცხვები გვიჩვენებენ A წერტილის ადგილს საკოორდინატო სიბრტყეზე. მათ სიბრტყეზე წერტილის კოორდინატები

ეწოდება. ეს წერტილი ასე იწერება: A (3; 2) წერტილის კოორდინატები იწერება ფრჩხილებში ჯერ აბსცისა და შემდეგ ორდინატი. საკოორდინატო წრფეების წერტილების კოორდინატების ან აბსცისა ან კიდევ ორდინატი, ხოლო ერთ შემთხვევაში ორივე კოორდინატი ნულის ტოლია. მაგალითად, K (2; 0) წერტილი აბსცისთა ღერძზე M (0; 2) წერტილი კი ორდინატთა ღერძზე მდებარეობს (სურათი 2, გვ. 117) O (0; 0) კოორდინატთა სათავეა.

C(-4; 1) წერტილის აგებისათვის კოორდინატი (-4; 0) წერტილზე აბსცისთა ღერძის, კოორდინატი (0; 1) წერტილზე ორდინატთა ღერძის მართობული წრფეები გაივლება. ამ მართობული წრფეების გადაკვეთის წერტილი C (-4; 1) წერტილია.

სავარჯიშოები

1. იპოვეთ სიბრტყეზე აღნიშნული წერტილების კოორდინატები (სურათი 1).



სურათი 1

2. ააგეთ მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა და აღნიშნეთ ქვემოთ მოცემული წერტილები.

ა) $x = 3; y = 5.$ ბ) $x = -3; y = -4.$

$x = -2; y = -5.$ $x = 4; y = -2$

$x = 5; y = 0.$ $x = 0; y = -3$

$x = -3; y = 1.$ $y = -3; x = 4$

$x = 6; y = 2.$ $x = -3; y = 0.$

3. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ ქვემოთ მოცემული წერტილები;

A(2; 5) B(1; –3) C(–2; 4) D(–5; 0) E (7; 4)
F(–2; –10) K(–7; 2) L(–3; 1) M(4; 0) N (0; 5)

4. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ ქვემოთ მოცემული წერტილები;

A) (2,5; 3) B) (1,4; –7) C) (0,5; –2) D) (0; 2,4)

5. ააგეთ AB მონაკვეთი თუ A(3; -4) და B (-3; 4) იქნება და იპოვეთ მისი Ox ღერძთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები

6. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ სამკუთხედი, რომლის წვეროს კოორდინატებია:

ა) A(–2; 4); B(5; 0); C(2; –1).

ბ) M(–2; 3); N (4; 3); K (4; –2) იპოვეთ სამკუთხედის გვერდების თითოეულ საკოორდინატო ღერძთან გადაკვეთის წერტილების კოორდინატები.

7. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ ფიგურა, რომელის წვეროები A(2; 2); B(–2; 2); C(–2; –2); D(2; –2) წერტილებშია. რა ფიგურაა ეს?

8. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ მოცემული წერტილები და ამ წერტილის Ox ღერძის მიმართ სიმეტრიული წერტილი და დაწერეთ მისი კოორდინატები.

ა) A(5; 2); ბ) B(2; –1); გ) C(–3; –4); დ) D(–4; 5).

Ox ღერძის მიმართ სიმეტრიული წერტილების კოორდინატები შეადარეთ. რა დასკვნის გაკეთება შეიძლება?.

9. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ მოცემული წერტილი და Oy ღერძის მიმართ მისი სიმეტრიული წერტილი. დაწერეთ კოორდინატები.

ა) A(1; 5) ბ) B(2; –7) გ) C(–3; 2) დ) D(–4; –5)

დააკვირდით Oy ღერძის მიმართ სიმეტრიული წერტილების კოორდინატებს. რა დასკვნის გაკეთება შეიძლება?

10. საკოორდინატო სიბრტყეზე:

ა) ააგეთ ABC სამკუთხედი, რომლის წვეროს კოორდინატებია: A(–6; 2) B(–2; 2) C(–2; 4);

ბ) ააგეთ ABC სამკუთხედის Ox ღერძის მიმართ სიმეტრიული KMP სამკუთხედი და დაწერეთ მისი წვეროს კოორდინატები;

გ) ააგეთ ABC სამკუთხედის Oy ღერძის მიმართ სიმატრიული EFD სამკუთხედი და დაწერეთ მისი წვეროს წერტილების კოორდინატები.

11. საკოორდინატო სისტემაში აღნიშნეთ A(–8; 3); B(1; 3); C(1; –2) წერტილები. მეოთხე D წერტილი ისე ააგეთ, რომ ABCD მართკუთხედი მივიღოთ. გამოთვალეთ ABCD მართკუთხედის პერიმეტრი და ფართობი.

12. ა) საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ ოთხი წერტილი, რომლის აბსცისა 5-ია. დაწერეთ ამ წერტილების კოორდინატები. როგორ განთავსდებიან სიბრტყეზე ის წერტილები, რომელთა აბსცისა 5-ია?

ბ) საოორდინატო სიბრტყეზე აღნიშნეთ ოთხი წერტილი, რომელთა ორდინატი 3-ია. დაწერეთ ამ წერტილების კოორდინატები. როგორ განთავსდებიან სიბრტყეზე ის წერტილები, რომელთა ორდინატი 3-ია?

13. კაპიტანი ფლინტი განძს შორეულ კუნძულზე მალავს. დიდი ხნის მანძილზე იქ წასვლას ვერ ახერხებს და სიკვდილის წინ განძის ადგილის შესახებ წერილს წერს: "*კოორდინატთა სისტემის სათავედ აიღეთ კუნძულზე მყოფი მდინარის დინების სათავე, კუნძულის ჩრდილოეთი და სამხრეთი ქმნიან ორდინატთა ღერძს, ხოლო აღმოსავლეთი და დასავლეთი აბსცისთა ღერძს. განძი ჩაფლულია იმ წერტილში, სადაც ხდება იმ მონაკვეთების გადაკვეთა, რომელთა კოორდინატებია (3;5); (-2;7) და (-3; 4); (1; 8)*". (დახაზეთ რვეულში საოორდინატო სისტემა, ერთეულ მონაკვეთად აიღეთ 1 უჯრა, 1 უჯრა = 1 კმ-ს). საკოორდინატო სისტემაზე განსაზღვრეთ განძის ადგილი.

14. საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემული წერტილების აგებით და მათი მიმდევრობითი შეერთებით მიიღებთ ზოგიერთი ციური სხეულების გამოსახულებას.

ა) მცირე დათვის თანავარსკვლავედი: (6; 6); (3; 7); (–3; 5,5); (–5; 7); (–8; 5); (–6; 3); (0; 7,5).

ბ) დიდი დათვის თანავარსკვლავედი: (–15; –7); (–10; –5); (–3; –6); (6; –6); (5; –10); (–1; –10); (–6; –5)

5.4. პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება

გამოკვლევა: დავაკვირდეთ 50 კმ/სთ სიჩქარით მატარებლის მოძრაობის მონაცემებს, შევადგინოთ t დროისა და s მანძილის მნიშვნელობათა ცხრილი (როცა $t = 0$, მაშინ $s = 0$): $s = \upsilon \cdot t$

t (საათი)	1	2	3	4	5
s (კმ)	50	100	150	200	250

როგორც ხედავთ, ცხრილიდან აღებული (1; 50), (2; 100), (3; 150), (4; 200), (5; 250) რიცხვებისათვის $\frac{50}{1} = \frac{100}{2} = ... = 50$. ამრიგად, ამ სიდიდეების შესაბამისი მნიშვნელობების შეფარდება მუდმივია, ე.ი ეს სიდიდეები პირდაპირპროპორციულებია.

თუ პირდაპირპროპორციული სიდიდეებიდან ერთის მნიშვნელობის x-ით, მეორის შესაბამის მნიშვნელობას y-ით, დამოკიდებულების კოეფიციენტს კი k-თი ავღნიშნავთ, მივიღებთ $y = kx$ ეს ტოლობა არის პირდაპირპროპორციულობის ფორმულა, დამოკიდებულება კი პირდაპირპროპორციულია.

$y = kx$ ტოლობას პირდაპირპროპორციულობის ფორმულა, დამოკიდებულებას კი პირადპირპროპორციული დამოკიდებულება ეწოდება.

საგარჯიშოები

1. მოცემული ცხრილების საფუძველზე გამოიკვლიეთ x და y ცვლადებს შორის დამოკიდებულება.

x	–1	2	2,5	3
y	2	4	5	6

x	–1	2	2,5	3
y	2	4	5	3

x	–1	2	2,5	3
y	–2	1	4	6

x	–1	2	2,5	3
y	–3	6	7,5	9

2. მოცემულია y ცვლადის x-ზე დამოკიდებულების ცხრილი. ცხრილის საფუძველზე დაწერეთ პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულების ფორმულა. $(x; y)$ წყვილი აღნიშნეთ საკოორდინატო სიბრტყეზე.

x	–1	1	3	4,5
y	–2	2	6	9

3. y სიდიდე x-ზე პირდაპირპროპორციულადაა დამოკიდებული. დაწერეთ დამოკიდებულების ფორმულა თუ $x = 4$ და $y = 2$.

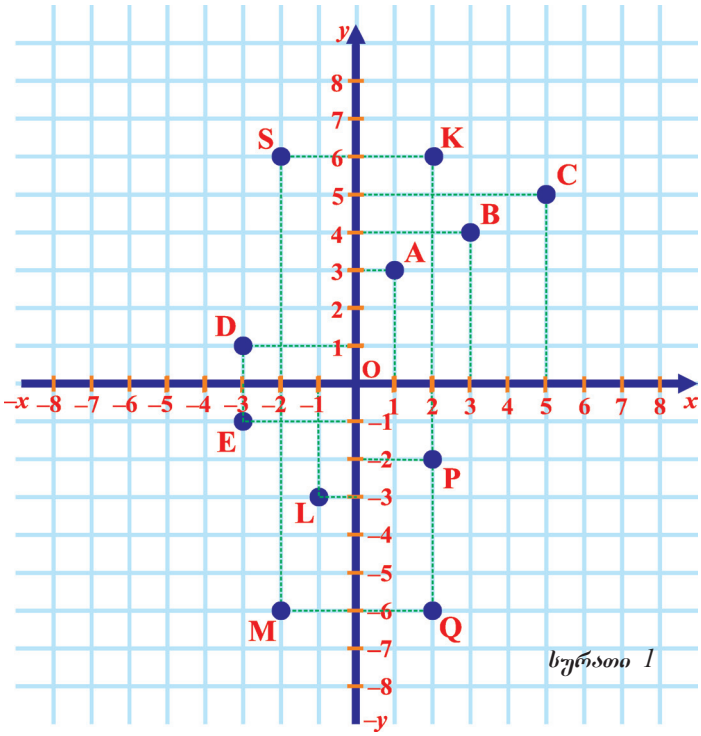
4. 2 მ აბრეშუმის ქსოვილის ფასად 8 მ ჩითის ქსოვილის შეძენა შეიძლება. რამდენი მეტრი ჩითის ქსოვილის შეძენა შეიძლება 10 მ აბრეშუმის ქსოვილის ფასად? როგორი ფუნქციური დამოკიდებულება არსებობს აბრეშუმის ქსოვილის ფასსა და ჩითის ქსოვილის ფასს შორის?

5. ა) მეთევზემ 2 საათის განმავლობაში 18 თევზი დაიჭირა. რამდენ თევზს დაიჭერს იგი 3 საათში? არსებობს თუ არა დამოკიდებულება თევზების რაოდენობასა და მათ დაჭერაზე დახარჯულ დროს შორის? მოსაზრება დაასაბუთეთ. თუ არ არსებობს, მაშინ რომელი პირობის დამატებით გახდება დამოკიდებულება პირდაპირპროპორციული?

ბ) შეადგინეთ ისეთი ამოცანები, რომ ცვლადებს შორის იყოს პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება.

6. საკოორდიანტო სიბრტყეზე აღნიშნული წერტილების კოორდინატები დაწერეთ წყვილების სახით (სურათი-1). განსაზღვრეთ ამ წერტილებიდან რომლების კოორდინატებს შორის არის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება.

7. საკოორდინატო სიბრტყეზე აღნიშნეთ ისეთ წერტილები, რომ მათ კოორდინატებს შორის იყოს პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება.



სურათი 1

8. 15 კმ/სთ სიჩქარით მოძრავი სატვირთო მატარებლის მიერ 720 კმ მანძილის გავლაზე დახარჯულ დროში რა მანძილს გაივლის სამგზავრო მატარებელი, რომელის სიჩქარე 60 კმ/სთ-ია?

9. შეავსეთ ცხრილი და დაწერეთ პირდაპირპროპორციულობის ფორმულა, თუ ცნობილია, რომ x და y შორის პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებაა.

x	2		20	$\frac{1}{2}$	
y		5	30		7

5.5. უკუპროპორციული დამოკიდებულება

გამოკვლევა: გამოკვლევა: ავტომობილი მოძრაობდა 60 კმ/ს სიჩქარით და გზის გავლას 6 საათი მოანდომა. რა დროს მოანდომებს იგივე მანძილის გავლას ავტომობილი, თუ იგი იმოძრავებს 80კმ/სთ, 90კმ/სთ, 120 კმ/სთ სიჩქარით?

ამოხსნა: ამოცანის პირობის შესაბამისად შევადგინოთ ცხრილი:

სიჩქარე, კმ/სთ	120	100	90	80	60
დრო საათი	3	3,6	4	4,5	6

გავლილი მანძილის მუდმივობის პირობებში გასაგებია, რომ დრო და სიჩქარე უკუპროპორციული სიდიდეებია. უკუპროპორციული სიდიდეების შესაბამისი მნიშვნელობების ნამრავლი მუდმივია.

$$60 \cdot 6 = 80 \cdot 4{,}5 = 90 \cdot 4 = 100 \cdot 36 = 120 \cdot 3$$

თუ უკუპროპორციული სიდიდეებიდან ერთს ავღნიშნავთ x-ით, მეორეს - y-ით, დამოკიდებულების კოეფიციენტს კი k-თი, მივიღებთ $x \cdot y = k$, მაშასადამე $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$.

$y = \frac{k}{x}$ ტოლობას უკუპროპორციული დამოკიდებულების ფორმულა ეწოდება, დამოკიდებულებას კი უკუპროპორციული დამოკიდებულება ეწოდება.

სავარჯიშოები

1. x და y უკუპროპორციული სიდიდეებია და როცა $x = 3$, მაშინ $y = 4$. შეადგინეთ ცხრილი x-ის 1-სა და 4 შორის x-ის მთელი მნიშვნელობებისათვის.

2. x და y უკუპროპორციული სიდიდეებია. შეავსეთ ცხრილი:

x	12	30		2,4		3000		10	
y	10		3		0,25		0,01		1,2

3. ცხრილის საფუძველზე განსაზღვრეთ პროპორციულობის კოეფიციენტი.

x	1,1	1,6
y	2,2	3,2

x	$\frac{6}{7}$	2
y	$\frac{14}{9}$	$\frac{2}{3}$

4. გულერი ამბობს, რომ წიგნის წაკითხულ და წაუკითხავ გვერდებს შორის უკუპროპორციული დამოკიდებულება არსებობს. ის მოსაზრებას ასე ასაბუთებს, რომ წიგნის წაკითხული გვერდების რაოდენობის ზრდასთან ერთად, წაუკითხავი

გვერდების რაოდენობა მცირდება. თქვენი აზრით გულერი სწორად მსჯელობს? განმარტეთ თქვენი მოსაზრება

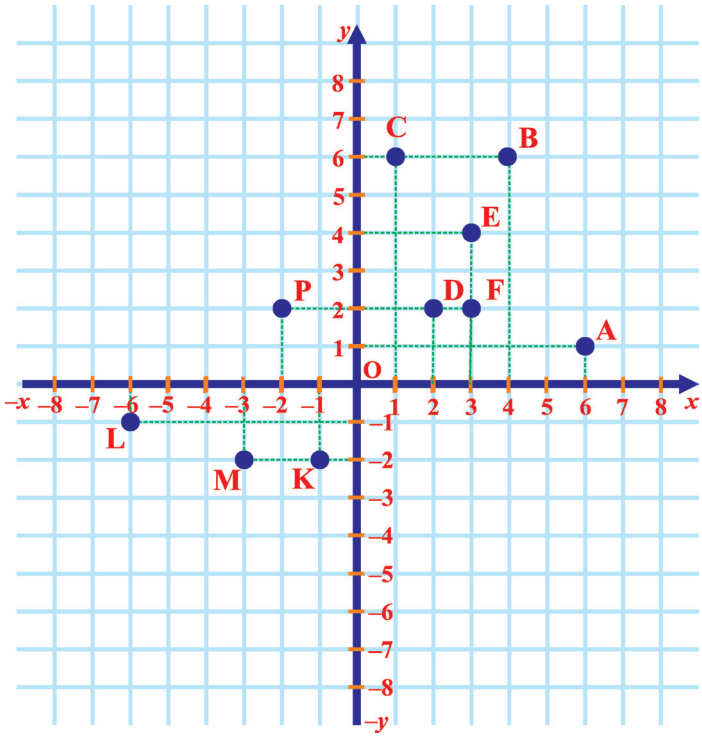
5. შეგროვილი საკვების მარაგი 560 საქონელს 7 თვეს ეყოფა. რამდენი საქონელი უნდა შეინახოს ფერმერმა, რომ საკვების მარაგი 10 თვეს ეყოს? შეადგინეთ მნიშვნელობათა ცხრილი 4 თვის, 8 თვის, 14 თვისათვის და ცხრილი საფუძველზე დაწერეთ უკუპროპორციული დამოკიდებულების ფორმულა.

6. $y = 3x - 2$, $y = -3$, $y = 5x$, $y = \frac{42}{x}$, $y = \frac{x}{2}$ ფორმულებით მოცემულ დამოკიდებულებებში x და y შორის რომელშია:

ა) პირდაპირპროპორციული; ბ) უკუპროპორციული დამოკიდებულება?

7. დაწერეთ საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემული წერტილების კოორდინატები (სურათი 1). გამოიკვლიეთ რომელი წერტილების კოორდინატებს შორის არის უკუპროპორციული დამოკიდებულება?.

8. საკოორდინატო სიბრტყეზე აღნიშნეთ ისეთი წერტილები, რომ ამ წერტილების კოორდინატებს შორის იყოს უკუპროპორციული დამოკიდებულება.



სურათი 1

9. $a = 4\frac{b}{c}$ როგორ შეიცვლება a, თუ:

ა) b-ს შეუცვლელად c-ს 2–ჯერ გავზრდით;

ბ) c-ს შეუცვლელად b-ს 5–ჯერ გავზრდით;

გ) b-ს შეუცვლელად c-ს 3–ჯერ შევამცირებთ;

დ) c-ს შეუცვლელად b-ს 4–ჯერ შევამცირებთ;

ე) b–სა და c-ს 2–ჯერ გავზრდით;

ვ) b–ს გავზრდით c-ს 3–ჯერ შევამცირებთ?

5.6. ფუნქცია

გამოკვლევა: მართკუთხედის ფართობი 60 $მ^2$–ია. მისი ერთი გვერდის სიგრძე x სმ–ია. რას უდრის მართკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძე?

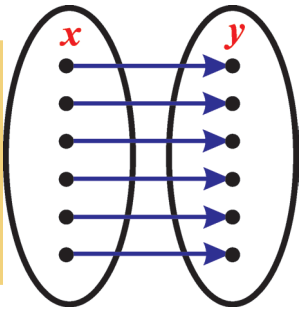
ამოხსნა: საძიებელი გვერდი აღვნიშნოთ y–ით. მაშინ $y = 60 : x$.

x–ის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის y სხვადასხვა მნიშვნელობებს შეიძენს:

თუ $x = 2$, მაშინ $y = 30$, თუ $x = 15$, მაშინ $y = 4$.

აქ საძიებელი გვერდის სიგრძე მოცემული გვერდის სიგრძეზეა დამოკიდებული. გამოკვლევაში ნაჩვენებ ნიმუშში ერთი სიდიდის მნიშვნელობის შეცვლით, მეორე სიდიდის მნიშვნელობაც იცვლება. პირველი ცვლადის თითოეულ მნიშვნელობას მეორე ცვლადის ერთადერთი მნიშვნელობა შეესაბამება. x-სა და y–ს შორის ეს დამოკიდებულება $y = 60 : x$ ფორმულითაა მოცემული. აქ **x დამოუკიდებელი ცვლადია, ხოლო y კი დამოკიდებული ცვლადია**.

თუ x ცვლადის ყოველ მნიშვნელობას, განსაზღვრული კანონზომიერებით y ცვლადის მხოლოდ ერთი მნიშვნელობა შეესაბამება, მაშინ y–ის x–ზე ასეთ დამოკიდებულებას ფუნქცია ეწოდება.



აქ x არგუმენტის, y კი ფუნქციის მნიშვნელობაა

სავარჯიშოები

1. მართკუთხედის ფართობი 120 $მ^2$–ია. ერთი გვერდი x მ–ია. დაწერეთ y გვერდის მოსაძებნი ფორმულა. განსაზღვრეთ ამ ფორმულაში x და y ცვლადებს შორის დამოკიდებულება

2. მართკუთხედის გვერდები x და y–ია, ხოლო პერიმეტრი 42 სმ–ია. ფორმულის სახით დაწერეთ y–ის x–ზე დამოკიდებულება.

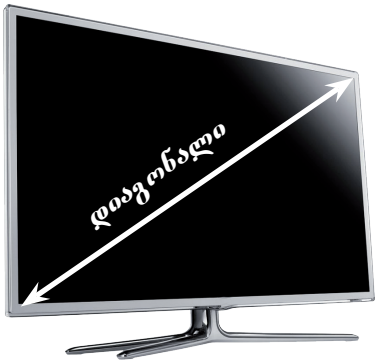
3. სამკუთხედის პერიმეტრი 18 დმ–ია. ერთი გვერდი 5 დმ–ია, მეორე a–ს ტოლია. ფუნქციის სახით დაწერეთ გამოსახულება მესამე გვერდის სიგრძის გამოსათვლელად.

4. v კმ/სთ სიჩარით მიმავალი ავტომობილი 120 კმ–ს, t საათში გაივლის. დაწერეთ:

ა) v–ს t–ზე დამოკიდებულების ფორმულა;
ბ) t–ს v–ზე დამოკიდებულების ფორმულა.

5. 1 კგ ხილში a მანეთია, b კგ ხილში 15 მანეთი გადაიხადეს. დაწერეთ ფორმულა იმის განსაზღვრისათვის, თუ რამდენი კილოგრამი ხილი შეიძინეს.

6. ტელევიზორის ეკრანის ზომა მისი დიამეტრის ზომით განისაზღვრება. დიაგონალის ზომა კი დუიმებში მოიცემა. დუიმის სანტიმეტრებში გადაყვანისათვის $l = 2{,}54d$ ფორმულა გამოიყენება.



ა) გამოსახეთ სანტიმეტრებში თუ დიაგონალის ზომა 14, 21, 29 დუიმი იქნება. პასუხი დაამრგვალეთ ერთეულებამდე.

ბ) გამოსახეთ d l-ით და ამ ფორმულის გამოყენებით 47 სმ, 51 სმ და 61 სმ დიაგონალის სიგრძე გადაიყვანეთ დუიმებში. პასუხი დაამრგვალეთ ერთეულებამდე.

ამის ცოდნა სასარგებლოა

დიუმი (“duim” სიტყვა ნიდერლანდურ ენაზე “ცერა თითს” ნიშნავს) ხალხში ეს საზომი დღესაც გამოიყენება. ძირითადად ევროპის ზოგიერთ ქვეყანაში არამეტრულ საზომ სისტემაში სიგრძის ერთეულია. ისტორიულად მამაკაცის ცერა თითის სიგანედაა მიჩნეული. თანამედროვე პერიოდში “დიუმი” წარმოთქმისას როგორც წესი ინგლისური დიუმი ესმით: 1 დიუმი 25,4 მმ ანუ 2,54 სმ–დ არის მიღებული. დიუმები უფრო მეტად მილების შიგა დიამეტრის გასაზომად გამოიყენება.

გ) **პრაქტიკული სამუშაო:** სახლში გაზომეთ ტელევიზორის დიაგონალი სანტიმეტრებით და გადაიყვანეთ დუიმებში.

7. ფუადი ნასირს რაიმე მთელ რიცხვს ეუბნება. ნასირი მის შესაბამის ერთ რიცხვს ასახელებს და ორივე რიცხვს ცხრილში წერს. თქვენი აზრით, ნასირი ამ რიცხვებს რომელი კანონზომიერებით პოულობს? ფუადის დასახელებულ რიცხვებში არის რაიმე კანონზომიერება? შეავსეთ ცხრილი.

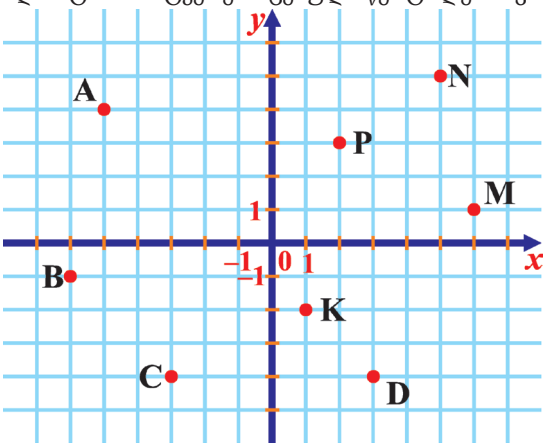
ფუადი	2	–2	4	0			
ნასირი	7	–1	11	3			

8. მოცემულია ფუნქცია $y = 2x - 1$ იპოვეთ:

ა) y თუ $x = -2;\quad 0;\quad 13;$ ბ) x თუ $y = -5;\quad 0;\quad 19.$

შეადგინეთ ცხრილი ამ მნიშვნელობებისათვის.

1. დაწერეთ საკოორდინატო სიბრტყეზე მოცემული წერტილების კოორდინატები:



2. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ მოცემულ კოორდინატებიანი წერტილები და შეაერთეთ ისინი მიმდევრობითი მონაკვეთებით.

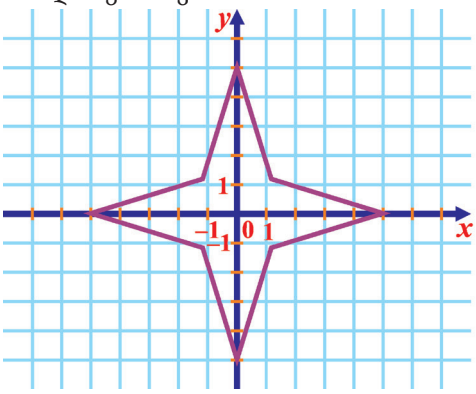
A(6; 7); B(3; –1); C(2; 4,5); D(–2; –2).

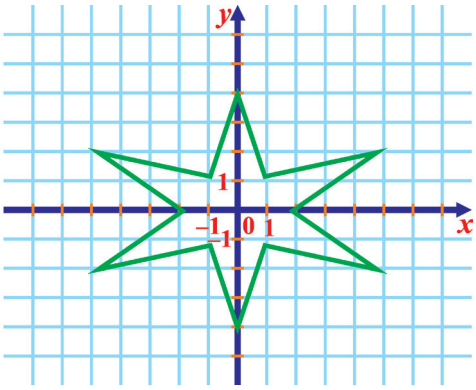
3. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ მართკუთხედი, რომლის წვეროებია: A(5; 3), B(–2; 3), C(–2; –2) და D(5; –2) გამოთვალეთ მისი პერიმეტრი და ფართობი.

4. საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ სამკუთხედი, რომლის წვეროებია: M(–3; 5); N(0; 3) და K(–3; 0) .

5. განსაზღვრეთ რომელ მეოთხედებში მდებარეობენ მოცემული წერტილები: A(23; 56); B(–100; 78); C(27; 65); D(12; –12); K(–45; –45); H(0; 55); M(–22; 0).

6. საკოორდინატო სისტემაში მოცემული ფიგურების ასაგებად რომელი წერტილების აღნიშვნაა საკმარისი?



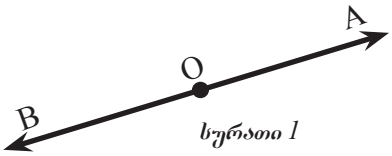


7. შეადგინეთ $y = 3x - 6$ ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი.

6. კუთხე. წრეწირი. სიმეტრია

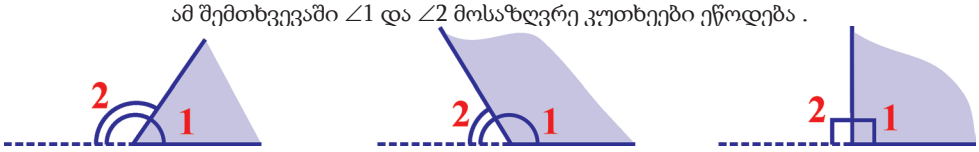
6.1. მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები

AB წრფეზე აღნიშნეთ O წერტილი. ამ დროს მიღებული OB და OA სხივებს მოპირდაპირე სხივები ანუ დამატებითი ნახევარწრფეები ეწოდება.



სურათი 1

გამოკვლევა 1: ავიღოთ გაშლილი კუთხისაგან განსხვავებული ნებისმიერი კუთხე. მისი გვერდებიდან ერთ–ერთი წვეროდან დაწყებული მოპირდაპირე მხარეს წრფის გასწვრივ გავაგრძელოთ და გაშლილ კუთხემდე შევავსოთ. ამ შემთხვევაში ∠1 და ∠2 მოსაზღვრე კუთხეები ეწოდება .

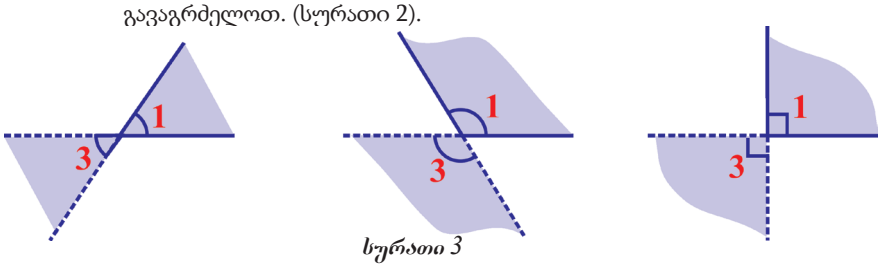


სურათი 2

ორ კუთხეს მოსაზღვრე ეწოდება, თუ მათ ერთი გვერდი საერთო აქვთ, დანარჩენი კი დამატებითი ნახევარწრფეებია. მოსაზღვრე კუთხეების ჯამი 180°–ია. $\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$

მაგალითად: თუ $\angle 1 = 45^{\circ}$, მაშინ $\angle 2 = 180^{\circ} - 45^{\circ} = 135^{\circ}$.

გამოკვლევა 2: გაშლილი კუთხისაგან განსხვავებული ნებისმიერი კუთხის ორივე გვერდი წვეროდან დაწყებით მოპირდაპირე მხარეს წრფის გასწვრივ გავაგრძელოთ. (სურათი 2).



სურათი 3

ამ შემთხვევაში მიღებული ∠1 და ∠3 ვერტიკალური კუთხეებია.

ორ კუთხეს ვერტიკალური ეწოდება, თუ ერთი კუთხის გვერდები მეორე კუთხის გვერდების დამატებითი ნახევარწრფეებია. ვერტიკალური კუთხეები ტოლია: $\angle 1 = \angle 3$.

მაგალითად: თუ $\angle 1 = 30^{\circ}$, მაშინ $\angle 3 = 30^{\circ}$.

სავარჯიშოები

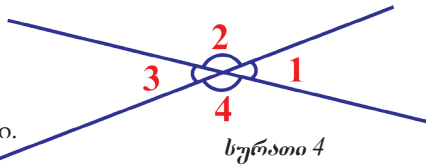
1. დახაზეთ რაიმე კუთხე. ააგეთ მისი მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები.

2. განსაზღვრეთ (სურათი 4):

ა) ∠2–ის ვერტიკალური კუთხე;

ბ) ∠3–ის მოსაზღვრე კუთხე;

გ) ∠4–ის ვერტიკალური და მოსაზღვრე კუთხეები.



სურათი 4

3. რომლებია სწორი?

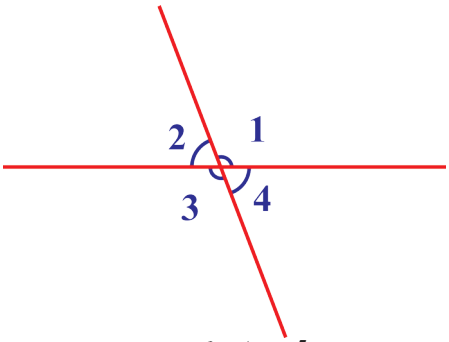
ა) $\angle 1 = 93^{o}$ და $\angle 2 = 97^{o}$;

ბ) $\angle 3$ და $\angle 4$ და ვერტიკალური კუთხეებია;

გ) $\angle 2 = \angle 3$;

დ) $\angle 1 + \angle 4 = 180^{o}$;

ე) $\angle 1 = \angle 3$.



სურათი 5

4. გაავლეთ ორი მკვეთი წრფე (სურათი 5). მიღებული კუთხეები აღნიშნეთ. იპოვეთ:

ა) თუ $\angle 1 = 50^{o}$ მაშინ, $\angle 2$, $\angle 3$ და $\angle 4$ =?

ბ) თუ $\angle 2 = 127^{o}$ მაშინ, $\angle 1$, $\angle 3$ და $\angle 4$ =?

გ) თუ $\angle 4 = 90^{o}$ მაშინ, $\angle 2$, $\angle 3$ და $\angle 1$ =?

5. გაზომეთ სურათზე მოცემული კუთხეები (სურათი 6). განსაზღვრეთ თითოეული კუთხის მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები:

სურათი 6

6. ტრანსპორტირის გამოყენებით ააგეთ 60°, 85°, 130°, 165°–იანი კუთხეები. ააგეთ თითოეული კუთხის მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები და ტრანსპორტირით გაზომეთ მათი გრადუსული ზომები. გამოთქვით მოსაზრებები მიღებული შედეგების შესახებ.

7. სურათი 7–ის მიხედვით განსაზღვრეთ::

ა) $\angle AOB$ –ს ვერტიკალური კუთხე;

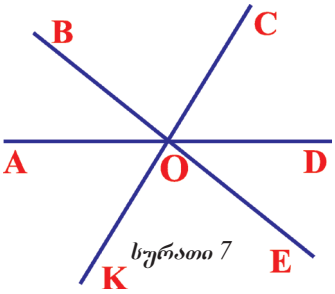
ბ) $\angle COB$ –ს მოსაზღვრე კუთხე;

გ) $\angle AOK$ –ს მოსაზღვრე კუთხე;

დ) $\angle AOE$–ს ვერტიკალური კუთხე;

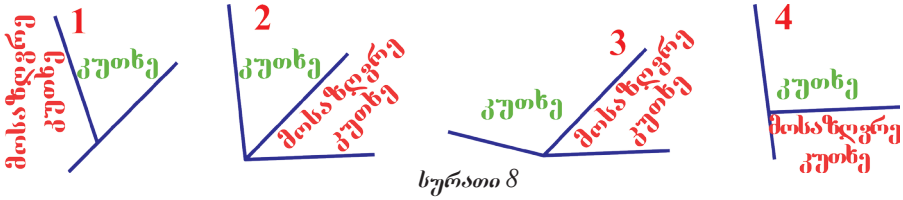
ე) $\angle DOK$ –ს მოსაზღვრე და ვერტიკალური კუთხეები;

ვ) $\angle AOB = 35^{\circ}$ და $\angle COD = 65^{\circ}$ დანარჩენი კუთხეები.



სურათი 7

8. მოცემული სურათებიდან, რომლებზე (სურათი 8) მოსაზღვრე კუთხეები არასწორადაა ნაჩვენები? რატომ?



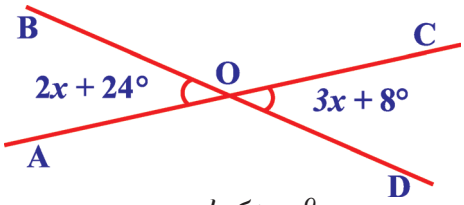
სურათი 8

9. ორი მკვეთი წრფეს შორის კუთხეები 1, 2, 3 და 4–ითაა აღნიშნული. $\angle 1$ და $\angle 3$ ვერტიკალური კუთხეებია. იპოვეთ $\angle 2$ და $\angle 4$ თუ $\angle 1 + \angle 3 = 240^{\circ}$.

გამოკვლევა: სურათი 9–ის მიხედვით იპოვეთ x-ის მნიშვნელობა.

ამოხსნა: როგორც სურათიდან ჩანს, ∠AOB და ∠COD ვერტიკალური კუთხეებია. მაშასადამე, ∠AOB = ∠COD.

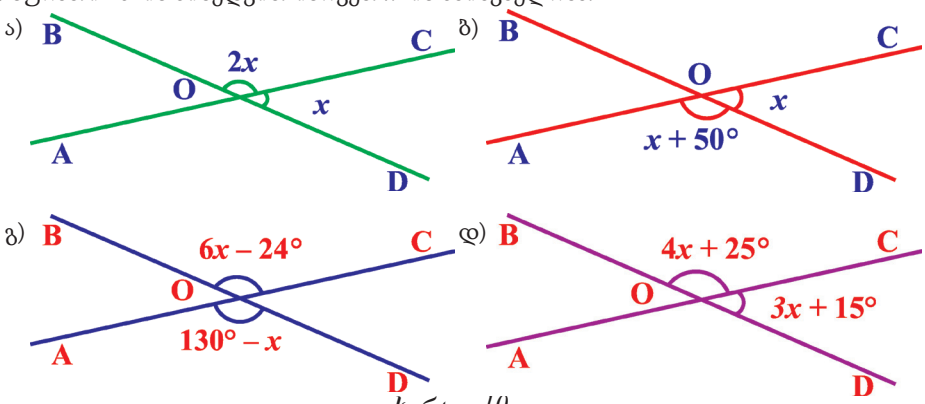
$$2x + 24° = 3x + 8°$$
$$3x - 2x = 24° - 8°$$
$$x = 16°.$$



სურათი 9

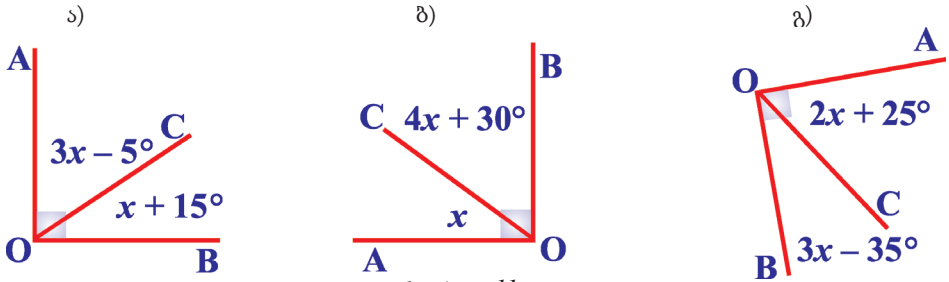
პასუხი: 16°.

10. სურათი 10–ის მიხედვით იპოვეთ x–ის მნიშვნელობა:



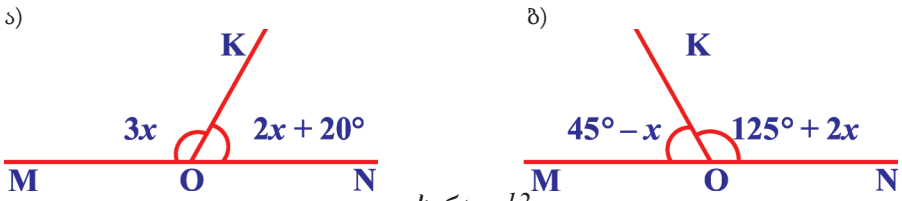
სურათი 10

11. ∠AOB = 90° სურათი 11–ის მიხედვით განსაზღვრეთ ∠AOC და ∠BOC:



სურათი 11

12. სურათი 12–ის მიხედვით განსაზღვრეთ ∠MOK და ∠KON:



სურათი 12

13. იპოვეთ კუთხეები, თუ:

ა) ორი მოსაზღვრე კუთხის სხვაობა 40°–ია;

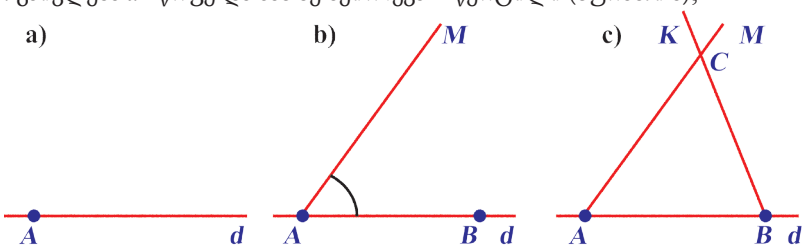
ბ) მოსაზღვრე კუთხეებიდან ერთი მეორის გასამმაგებულ კუთხეზე 32°–ით ნაკლებია.

6.2. სამკუთხედის აგება

გვერდისა და მასთან მდებარე კუთხეების მიხედვით:

თუ მოცემულია AB გვერდის სიგრძე და მასთან მდებარე ∠A და ∠B გრადუსული ზომები. სახაზავის, ტრანსპორტირისა და ფარგლის გამოყენებით შესაძლებელია სამკუთხედის აგება.

1. . გაივლება d წრფე და მასზე შეირჩევა A წერტილი (სურათი ა);



2. ფარგლის დახმარებით d წრფეზე გაივლება AB-ს ტოლი მონაკვეთი. B წერტილი აღინიშნება (სურათი ბ);

3. ტრანსპორტირის გამოყენებით აიგება ∠A და AM სხივი გაივლება (სურათი ბ);

4. ტრანსპორტირის გამოყენებით აიგება ∠B და BK სხივი გაივლება (სურათი გ);

5. AM და BK სხივების გადაკვეთის წერტილი C–თი აღნიშნება (სურათი გ)

მიღებული ΔABC საძიებელი სამკუთხედია.

სავარჯიშოები

1. მოცემულია: AB = 3 სმ, ∠A = ∠B = 60° ააგეთ ΔABC და იპოვეთ ∠C განსაზღვრეთ მიღებული სამკუთხედის სახე.

2. MNK სამკუთხედში ∠M=∠K = 45° და MK = 4 სმ. ააგეთ ეს სამკუთხედი და განსაზღვრეთ მისი სახე.

3. ∠A = 90°, ∠C = 30° და AC = 2,8 სმ. ააგეთ ABC სამკუთხედი.

4. ააგეთ სამკუთხედები:

ა) BC = 5 სმ, AB = 7 სმ, ∠B = 70°;

ბ) ∠B = 40°, BC = 6 სმ, BA = 2 სმ;

გ) MK = 3,5 სმ; ∠M = 65°; ∠K = 35°;

დ) ∠P = 140°; ∠N = 10°; PN = 4,5 სმ.

1. აიგება მოცემული კუთხე.
2. კუთხის გვერდებზე წვეროდან დაწყებით აიგება მოცემული მონაკვეთის ტოლი მონაკვეთები.
3. მონაკვეთების წვეროს წერტილები შეერთდება.

5. ააგეთ სამკუთხედები მოცემული გვერდისა და კუთხეების მიხედვით:

ა) ∠A = 120°, ∠B = 30°, AB = 4 სმ;

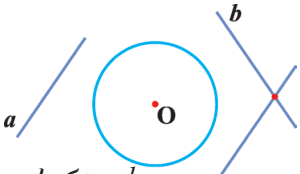
ბ) ∠M = 135°, MK = 3 სმ, MN = 4 სმ;

გ) PK = 6 სმ, ∠P = 45°; ∠K = 90°.

6.3. წრფისა და წრეწირის ურთიერთმდებარეობა

I. წრფე წრეწირთან არ იკვეთება.

წრფეს შეიძლება წრეწირთან არც ერთი საერთო წერტილი არ ჰქონდეს. ამ შემთხვევაში წრფე წრეწირის გარეთ მდებარეობს. მაშინ ვამბობთ, რომ წრფე წრეწირს არ კვეთს.



სურათი 1

მაგალითად: *a*, *b* და *c* წრფეები წრეწირს არ კვეთენ.

სავარჯიშოები

1. დახაზეთ წრეწირი, რომლის რადიუსი 4 სმ–ია. მასში, მასზე და მის გარეთ აღნიშნეთ წერტილები და განასხვავეთ ასოებით.

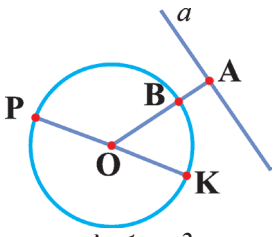
2. 6 სმ დიამეტრიანი წრეწირი და მის გარეთ C და D წერტილები ისე აღნიშნეთ, რომ CD წრფემ წრეწირი არ გადაკვეთოს.

3. სურათის მიხედვით იპოვეთ (სურათი 2):

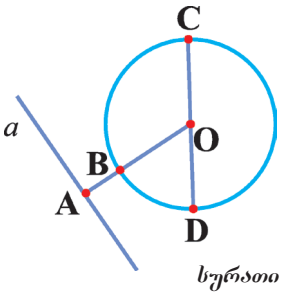
ა) თუ OA = 7 სმ, AB = 2 სმ მაშინ, OK =?

ბ) თუ OA = 12 მმ, OK = 8 მმ აშინ, AB =?

გ) თუ PK = 8 სმ 2 მმ, AB = 2 სმ 5 მმ აშინ, OA = ?



სურათი 2



სურათი 3

4. სურათის მიხედვით გამოთვალეთ (სურათი 3):

ა) თუ OA = 5 სმ, AB = 2 სმ მაშინ, OB + OD =?

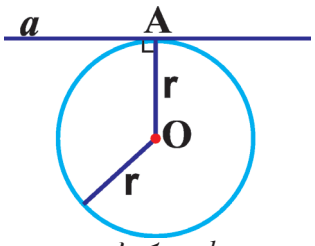
ბ) თუ OA = 11 მმ, OB = 8 სმ მაშინ, AB + OC =?

გ) თუ CD = 9 სმ 2 მმ, AB = 1 სმ 5 მმ მაშინ, OA + CD = ?

5. ნებისმიერრადიუსიანი წრეწირის გარეთ გაავლეთ მონაკვეთი, რომელიც მას არ კვეთს. ამ მონაკვეთის ბოლოები და შუაწერტილი შეაერთეთ წრეწირის ცენტრთან. გაზომეთ მიღებული მონაკვეთების სიგრძეები და შეადარეთ შედეგები.

6. 3 სმ რადიუსიანი O ცენტრიანი წრეწირის არამკვეთი PK მონაკვეთი ისე გაავლეთ, რომ OP = 3,5; OK = 4,2. O წერტილიდან გაავლეთ PK მონაკვეთის პერპენდიკულარული წრფე და გადაკვეთის წერტილი აღნიშნეთ M-ით. გაზომეთ OM მონაკვეთის სიგრძე და იგი შეადარეთ OK და OP მონაკვეთების სიგრძეებთან.

II. წრფესა და წრეწირს ერთი საერთო წერტილი აქვს.



სურათი 1

ეს წერტილი შეხების წერტილია (A). ამ შემთხვევაში წრეწირის ცენტრისა და შეხების წერტილის შეერთებით მიღებული OA მონაკვეთის სიგრძე რადიუსის (*r*) ტოლია. (სურათი 1). A წრფე წრეწირის მხები წრფეა. OA მონაკვეთი A შეხების წერტილში *a* მხების პერპენდიკულარულია.

სავარჯიშოები

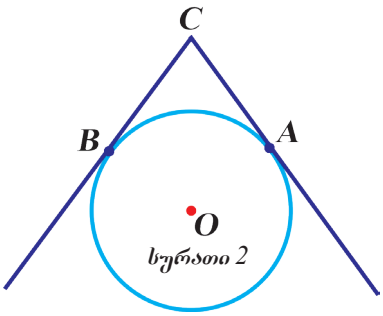
1. ა) გამოთვალეთ იმ წრის დიამეტრი, რომლის რადიუსია: 1) 5 სმ; 2) 3 სმ 5 მმ; 3) 18 მმ; 4) 21 სმ.

ბ) დახაზეთ 1 სმ რადიუსიანი წრეწირი და მასთან ერთი საერთო წერტილის მქონე ორი პარალელური წრფე. გაზომეთ მანძილი შეხების წერტილებს შორის. რა შედეგი მიიღეთ?

2. დახაზეთ 1,5 სმ რადიუსიანი წრეწირი და მასზე აღნიშნეთ D წერტილი. D წერტილზე გაავლეთ ისეთი წრფე, რომ ამ წრფეს წრეწირთან D–ს გარდა საერთო წერტილი არ ჰქონდეს.

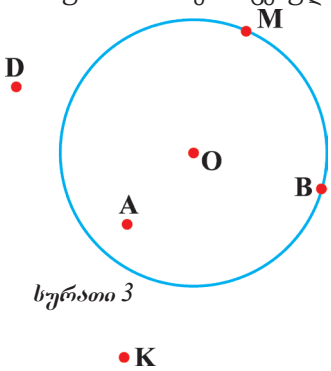
3. დახაზეთ წრეწირი, რომლის დიამეტრი 4 სმ–ია და მის გარეთ აღნიშნეთ K წერტილი. K წერტილიდან გაავლეთ ისეთი წრფე, რომ იგი წრეწირს შეეხოს. რამდენია ასეთი წრფეების რაოდენობა?

4. სურათი 2–ზე მოცემული CA და CB სხივებისა და წრეწირის ურთიერთმდებარეობის შესახებ გამოთქვით მოსაზრებები. გაზომეთ CA და CB მონაკვეთების სიგრძე სახაზავის საშუალებით. რა შედეგი მიიღეთ?



სურათი 2

5. სურათი 3–ზე მოცემულ თითოეულ წერტილზე ისეთი წრფე გაავლეთ, რომ მათ წრეწირთან ერთი საერთო წერტილი ჰქონდეთ. ეს ყველა შემთხვევაშია შესაძლებელი?

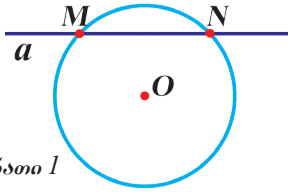


სურათი 3

6. გაავლეთ 2 სმ რადიუსიანი წრეწირის დიამეტრი. დიამეტრის ბოლოებიდან გაავლეთ წრეწირთან ერთი საერთო წერტილის მქონე წრფეები. რა შეგიძლიათ თქვათ ამ წრფეების ურთიერთმდებარეობის შესახებ?

III წრფე წრეწირს კვეთს.

ამ შემთხვევაში წრეს წრეწირთან ორი საერთო წერტილი აქვს. (M და N) წრის ერთი ნაწილი წრეწირის შიგნით რჩება. (სურათი 1).



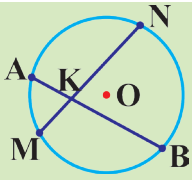
სურათი 1

წრეწირის ორი წერტილის შემაერთებელ მონაკვეთს ქორდა ეწოდება: MN ქორდაა (სურათი 1).

ცენტრზე გამავალ ქორდას დიამეტრი (*d*) ეწოდება. დიამეტრი უდიდესი ქორდაა. $d = 2r$

თუ AB და MN ქორდები K წერტილში იკვეთებიან,

AK · BK = MK · NK (სურათი 2).



სურათი 2

საგარჯიშოები

1. ა) დახაზეთ 3 სმ რადიუსიანი წრეწირი და გაავლეთ მისი სხვადასხვა ქორდები. გაზომეთ ამ ქორდების სიგრძეები. ცენტრიდან დაშორებისას როგორ იცვლება ქორდის ზომა?გამოიტანეთ დასკვნა

ბ) წრეწირზე მოცემული ერთი რომელიმე წერტილიდან გაავლეთ ამავე წრეწირის მხები და ქორდა. რა შეგიძლიათ თქვათ მათი რაოდენობის შესახებ?

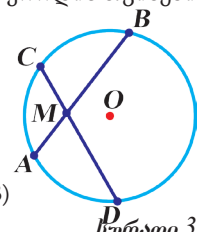
2. ისარგებლეთ 2 მკვეთი ქორდის თვისებით და იპოვეთ:

ა) AM = 9 სმ,

MB = 12 სმ,

CM = 8 სმ,

DM = ? (სურათი 3)



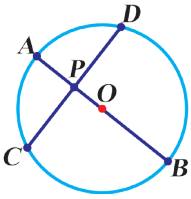
სურათი 3

ბ) AP = 3 მმ,

PB = 12 მმ,

CP = 5 მმ,

DP = ? (სურათი 4)

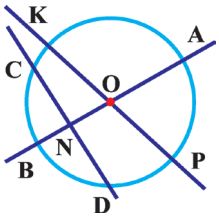


სურათი 4

3. ორი წრფის გადაკვეთის წერტილი წრეწირის შიგნით მდებარეობს (სურათი 5). O წერტილი წრეწირის ცენტრია.

ა) უჩვენეთ, რომ OK · OP = OA · OB;

ბ) თუ BN = 4 დმ, AN = 8,2 დმ, CN = 8 დმ მაშინ, DN = ?



სურათი 5

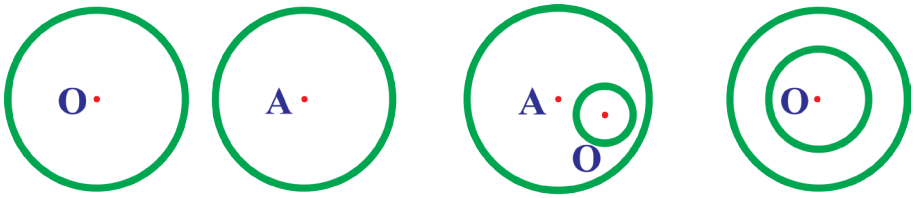
4. AB და CD ქორდები K წერტილში იკვეთებიან. თუ AK : CK = 3 : 2, იპოვეთ DK : BK შეფარდება. პასუხი განმარტეთ.

5. წრის ცენტრიდან 12 მმ, 18 მმ და 1,1 სმ–ის მანძილზე მყოფი სამი სხვადასხვა პარალელური წრფეა მოცემული. წრფეებიდან რომელი მდებარეობს დანარჩენ ორს შორის? რა შემთხვევები შეიძლება იყოს?

6.4. ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა

განვიხილოთ ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა:

I. წრეწირები არ იკვეთებიან.



სურათი 1 a) b) c)

წრეწირები არ იკვეთებოდნენ. მაშინ:

1) თითოეული წრეწირი მეორის გარეთ მდებარეობს (სურათი 1, ა)

2) ერთი წრე მეორეში მდებარეობს (სურათი 1, ბ). თუ სხვადასხვარადიუსიანი წრეწირების ცენტრები ერთმანეთს ემთხვევა, მათ კონცენტრული წრეწირები ეწოდება (სურათი 1, გ).

სავარჯიშოები

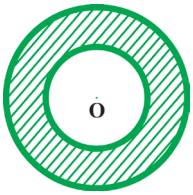
1. 3 სმ და 2 სმ რადიუსიანი წრეწირები ისე დახაზეთ, რომ:

ა) მათგან ერთი მეორეში მოთავსდეს;

ბ) ისინი ერთმანეთის გარეთ მდებარეობდნენ;

გ) ცენტრები ემთხვეოდნენ ერთმანეთს.

სურათი 2



2. ა) მოცემულია ორი კონცენტრული წრეწირი, რომელთა რადიუსებია 10 სმ და 7 სმ (სურათი 2). რამდენი სანტიმეტრია გაფერადებული ნაწილის სისქე?

ბ) მოცემულია 12 სმ და 15 სმ დიამეტრიანი ორი კონცენტრული წრეწირი (სურათი 2)

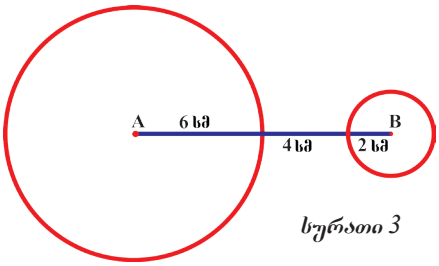
რამდენი სმ იქნება გაფერადებული ნაწილის სისქე?

3. მოცემულია ორი წრეწირი რომელთა რადიუსებია 5 დმ და 4 დმ. იმათ ცენტრებს შორის მანძილი სულ მცირე რომელი ნატურალური რიცხვის ტოლი უნდა იყოს, რომ ამ წერტილებიდან ერთი მეორის გარეთ მდებარეობდეს?

4. მოცემულია A და B ცენტრების მქონე 22 მმ და 18 მმ რადიუსიანი ორი წრეწირი. განსაზღვრეთ მათი ურთიერთმდებარეობა, თუ AB = 42 მმ.

5. მოცემულია C და D ცენტრებიანი 3,4 სმ და 6,7 სმ რადიუსიანი ორი წრეწირი. განსაზღვრეთ მათი ურთიერთმდებარეობა, თუ CD = 39 სმ.

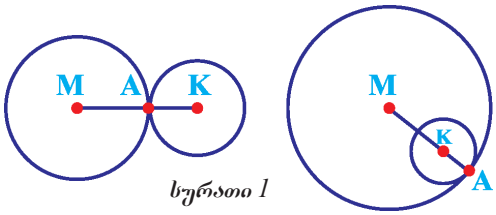
6. სურათი 3–ის მიხედვით იპოვეთ AB მონაკვეთის სიგრძე.



სურათი 3

II წრეწირები ეხებიან ერთმანეთს:

როგორც ხედვათ, ორივე შემთხვევაში წრეწირებს ერთი საერთო წერტილი აქვთ (A), ანუ ისინი ეხებიან. პირველ სურათზე წრეწირები გარედან, მეორე შემთხვევაში კი შიგნიდან ეხებიან ერთმენათს (სურათი 1).



სურათი 1

ა) თუ ორი წრეწირი გარედან ეხება ერთმანეთს, მაშინ ცენტრებს შორის მანძილი ამ წრეწირების რადიუსების ჯამის ტოლია. MK = MA + KA

ბ) თუ ორი წრეწირი შიგნიდან ეხება, მათ ცენტრებს შორის მანძილი დიდი წრის რადიუსისა და მცირე წრის რადიუსის სხვაობის ტოლია. MK = MA – KA

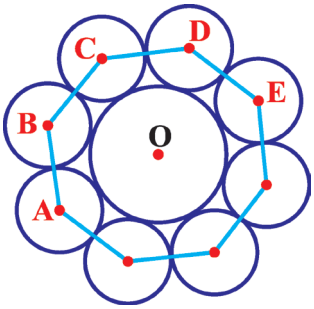
საგარჯიშოები

1. 3 სმ და 1,5 სმ რადიუსიანი ორი წრეწირი ისე დახაზეთ, რომ:

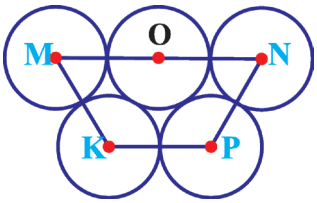
ა) ისინი გარედან ეხებოდნენ ერთმანეთს;

ბ) შიგნიდან ეხებოდნენ ერთმანეთს. ორივე შემთხვევისათვის იპოვეთ ცენტრებს შორის მანძილი.

2. რა შეგიძლიათ თქვათ მოცემულ სურათზე წრეწირების განლაგების შესახებ? გაზომეთ მანძილი მცირე წრეწირების ცენტრებს შორის და იპოვეთ მათი ჯამი (სურათი 2)



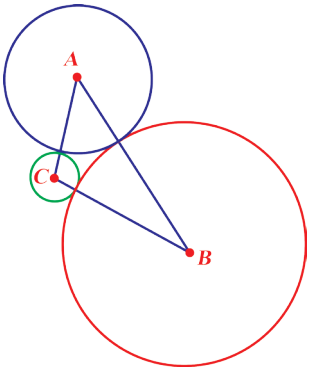
სურათი 2



სურათი 3

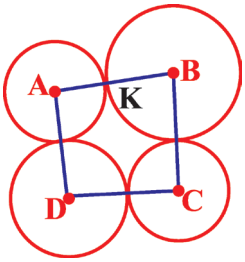
3. თითოეული წრეწირის რადიუსი 7 სმ–ია. იპოვეთ MNPK ოთხკუთხედის პერიმეტრი (სურათი 3)..

4. სურათის მიხედვით იპოვეთ ABC სამკუთხედის პერიმეტრი (სურათი 4). წრეწირების რადიუსებში შესაბამისად 4 სმ, 3 სმ და 1,5 სმ–ია.



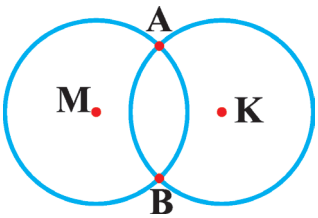
სურათი 4

5. თუ AB = 9 სმ, BC = 7 სმ, DC = 7,2 სმ, AK = 5 სმ. იპოვეთ წრეწირების რადიუსები (სურათი 5).



სურათი 5

III ორი წრეწირი იკვეთება:

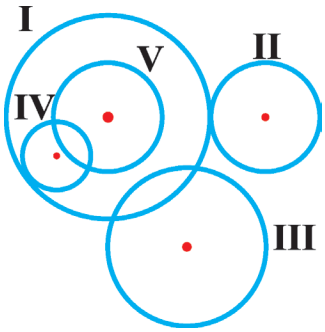


როგორც ხედავთ, წრეწირების გადაკვეთისას ორი საერთო წერტილია (A და B).

სავარჯიშოები

1. დახაზეთ რვეულში ორი მკვეთი წრფე.

2. სურათზე მოცემული თითოეული შემთხვევისათვის გაითვალისწინეთ წრეწირების ურთიერთმდებარეობა, როგორი მდგომარეობა უკავიათ;



ა) I და II წრეწირებს;

ბ) I და IV წრეწირებს;

გ) IV და V წრეწირებს;

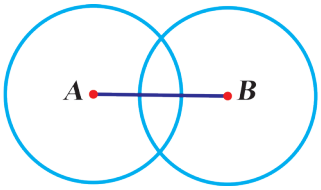
დ) I და III წრეწირებს;

ე) II და III წრეწირებს.

3. დახაზეთ 3 სმ რადიუსიანი ორი ისეთი წრეწირი, რომ მათ ორი საერთო წერტილი ჰქონდეთ. ამ წრეწირების ცენტრებს შორის მანძილისა და მათი რადიუსების ჯამის შესახებ რისი თქმა შეგიძლიათ? დაასაბუთეთ მოსაზრება.

4. ორ წრეწირს, რომელთა დიამეტრიც არის 5 სმ და 4,2 სმ ორი საერთო წერტილი აქვთ. შეიძლება თუ არა მათ ცენტრებს შორის მანძილი იყოს 6 სმ?

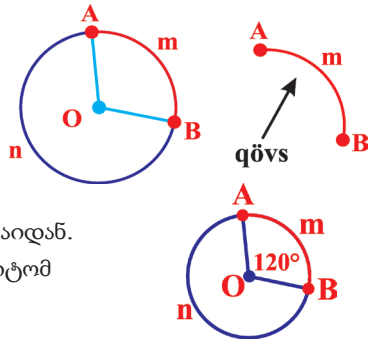
5. 2,5 სმ და 3,1 სმ რადიუსიანი ორი ისეთი წრეწირი დახაზეთ, რომ მათ გადაკვეთონ ერთმანეთი. იპოვეთ ამ წრეწირების A და B ცენტრებს შორის მანძილის უდიდესი შესაძლო მნიშვნელობა.



6. დახაზეთ ორი ისეთი წრეწირი, რომ მათ სამი გადაკვეთის წერტილი ჰქონდეთ. ეს შესაძლებელია? დაასაბუთეთ მოსაზრება.

6.5. რკალი, ცენტრული კუთხე

წრეწირის ორ წერტილს შორის ნაწილს *რკალი* ეწოდება



რკალი $\overset{\frown}{AmB}$ სახით აღინიშნება.

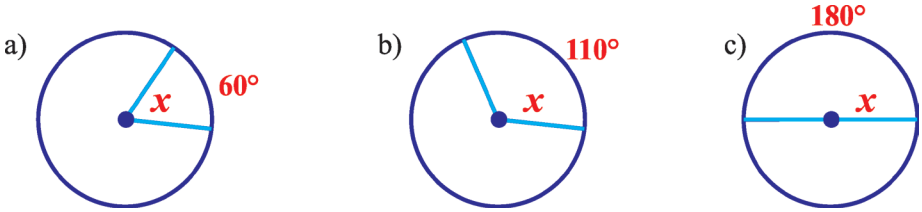
სახით აღინიშნება $\smile AmB$ სახითაც აღინიშნება.

ცენტრული კუთხის მნიშვნელობა იმ რკალის გრადუსული ზომის ტოლია, რომელსაც იგი ეყრდნობა.

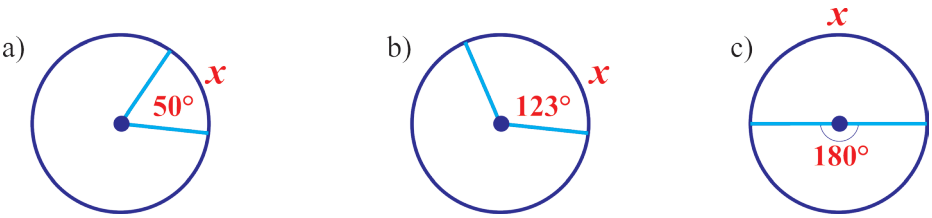
თუ $\angle AOB = 120^\circ$, მაშინ $\overset{\frown}{AmB} = 120^\circ$ ვინაიდან. O წერტილის გარშემო სრული კუთხე 360°–ია, ამიტომ $\overset{\frown}{AnB} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$.

სავარჯიშოები

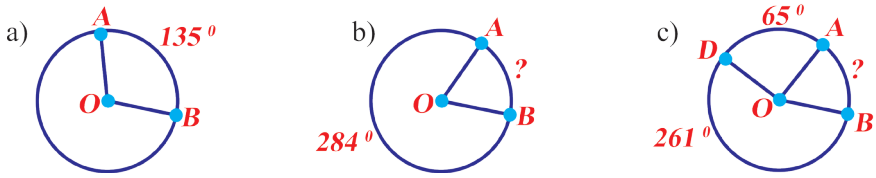
1. განსაზღვრეთ სურათზე მოცემული რკალების შესაბამისი ცენტრული კუთხეები:



2. განსაზღვრეთ სურათზე მოცემული ცენტრული კუთხის შესაბამისი რკალის გრადუსი:



3. განსაზღვრეთ მოცემული რკალების გრადუსული ზომა:



4. რვეულში ჩაიხაზეთ წრეწირი და ტრანსპორტირით ააგეთ წრეწირის ცენტრში მყოფი 50°, 80°, 90°, და 130°–იანი ცენტრული კუთხეები.

6.6. წრეწირის სიგრძე

გამოკვლევა: დახაზეთ სხვადასხვარადიუსიანი წრეწირები. ძაფით გაზომეთ წრეწირების სიგრძე. იპოვეთ ძაფის სიგრძის შეფარდება წრეწირის დიამეტრთან. შედეგები შეადარეთ.

ჩატარებული გამოკვლევის შედეგად მიახლოებით 3,14–ის ტოლი მუდმივი რიცხვი მიიღება: $\frac{\text{წრეწირის სიგრძე}}{\text{წრეწირის დიამეტრი}} \approx 3{,}14$ მიიღება. ეს რიცხვი $\pi \approx 3{,}14$ (იკითხება: **პი**) ასოთი აღინიშნება. მაშასადამე, წრეწირის სიგრძე მისი დიამეტრის სიგრძის π რიცხვზე ნამრავლის ტოლია. წრეწირის სიგრძე C ასოთი აღინიშნება:

$$C = \pi d \text{ ან } C = 2\pi r.$$

სავარჯიშოები

1. დახაზეთ მოცემულ რადიუსიანი წრეწირები:
ა) 3 სმ; ბ) 2,5 სმ; გ) 15 მმ; დ) 22 მმ.

2. დახაზეთ წრეწირები, რომლის დიამეტრია:
ა) 3 სმ; ბ) 2,5 სმ; გ) 15 მმ; დ) 22 მმ.

3. დახაზეთ ნებისმიერი წრეწირი და გაზომეთ რადიუსი.

4. ა) იპოვეთ წრეწირის სიგრძე, თუ მისი რადიუსია: r = 5 სმ; 3 სმ; 12 მმ; 2,5 დმ.

ბ) იპოვეთ წრეწირის სიგრძე, თუ მისი დიამეტრი d =10 სმ; 16 მმ; 63 დმ; 11მ ($\pi \approx 3{,}14$).

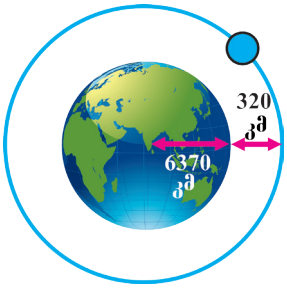
5. ა) წრეწირის სიგრძე რომელ სიდიდეებთანაა პირდაპირპროპორციული?
ბ) როგორ შეიცვლება წრეწირის სიგრძე, თუ მისი რადიუსი 3–ჯერ გაიზრდება?
გ) როგორ შეიცვლება წრეწირის სიგრძე, თუ მისი დიამეტრი 4–ჯერ შემცირდება?

6. მოცემულია 4 სმ სიგრძის AB მონაკვეთი. AB წრფეზე აღნიშნეთ ისეთი წერტილი, რომ:
ა) AD=3 სმ და BD=7 სმ;
ბ) AD=1 სმ და BD=3 სმ;
გ) AD=2 სმ და BD=62 მმ;
დ) AD=9 სმ და BD=5 სმ;

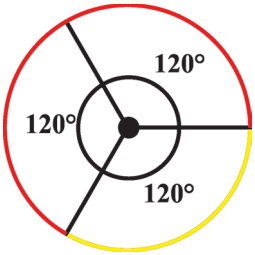
განსაზღვრეთ ასეთი წერტილების რაოდენობა.

7. .ა) გამოთვალეთ წრეწირების სიგრძე, თუ რადიუსი 31 დმ; 200 სმ; 3200 მმ–ია. სადაც, $\pi \approx 3{,}14$. პასუხი მეტრებში გამოსახეთ.
ბ) გამოთვალეთ წრეწირის სიგრძე, თუ მისი დიამეტრი 12 დმ; 130 სმ; 2200 მმ–ია. $\pi \approx 3{,}14$. პასუხი გამოსახეთ მეტრებში.

8. დედამიწის ხელოვნური თანამგზავრი დედამიწიდან 320 კმ მანძილზე მოძრაობს. იპოვეთ თანამგზავრის ორბიტის სიგრძე, თუ ცნობილია, რომ დედამიწის რადიუსი 6370 კმ–ია. $\pi \approx 3{,}14$ (სურათი 1).



9. გამოთვალეთ წრიულ ფერში მოცემული რკალის სიგრძე, თუ წრეწირის რადიუსია 33 დმ; 120 სმ; 4500 მმ. $\pi \approx 3{,}14$ (სურათი-1). პასუხი მეტრებში გამოსახეთ..



სურათი 1

სურათი 2

10. საჭის წრეწირის რადიუსი 34 სმ -ია. განსაზღვრეთ მისი სიგრძე ($\pi \approx 3{,}14$) გამოთვლა მოახდინეთ კალკულატორზე და პასუხი მეათედებამდე დაამრგვალეთ (სურათი 2).

სურათი 3

11. საბურავის წრეწირის სიგრძე 172,7 სმ-ია. გამოთვალეთ მისი დიამეტრი ($\pi \approx 3{,}14$) (სურათი 3)..

12. მოსწავლეებს შორის ტარდებოდა ველოშეჯიბრი. შეჯიბრის პირობის თანახმად 60 მ რადიუსის მქონე წრიული ფორმის მოედნისათვის 4 წრე უნდა შემოევლოთ. დაახლოებით რა მანძილი უნდა გაევლოთ ველოსიპედებს?

სურათი 4

13. წვრთნის დროს (სურათი 4) ჯარისკაცებს 20 სმ რადიუსიანი წრიული ფორმის სამიზნე მიეცათ. რისი ტოლია სამიზნის წრეწირის სიგრძე?

14. საბურავი 540 მ მანძილზე 250 ბრუნს აკეთებს. გამოთვალეთ საბურავის დიამეტრი ($\pi \approx 3{,}14$). პასუხი ერთეულებამდე დაამრგვალეთ.

15. სპორტული მოედნის დიამეტი 100 მ–ია, რამდენ მეტრ მანძილს გაივლის შამილი, თუ მოედანს 5 წრეს შემოუვლის?

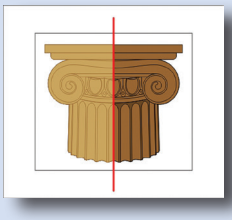
16. ა) რა დამოკიდებულება არსებობს წრეწირის რადიუსსა და მის სიგრძეს შორის? როგორ შეიძლება დავწეროთ იგი ფუნქციის სახით? იპოვეთ პროპორციულობის კოეფიციენტი.

ბ) რა დამოკიდებულება არსებობს წრეწირის დიამეტრსა და მის სიგრძეს შორის? როგორ შეიძლება დავწეროთ იგი ფუნქციის სახით? იპოვეთ პროპორციულობის კოეფიციენტი.

17. საბურავი 380 მ მანძილზე 190 ბრუნს აკეთებს. რისი ტოლია საბურავის დიამეტრი?

18. სამი წრეწირის დიამეტრები 10 სმ, 12 სმ, 14 სმ-ია. მათ ცენტრებს შორის მანძილი შესაბამისად 16 სმ, 18 სმ, 20 სმ-ია. დახაზეთ ეს წრეწირები. როგორ მდგომარეობაში მდებარეობენ ისინი?

ამის ცოდნა სასარგებლოა



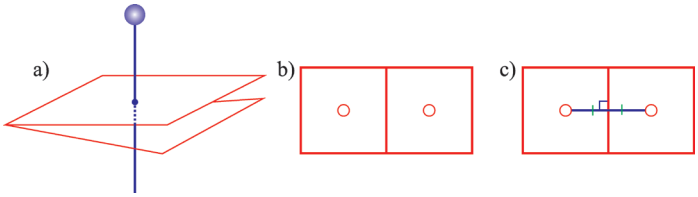
სიმეტრიის შესახებ გამოსახულებები უძველესი დროიდანაა ცნობილი. ბერძენი ფილოსოფოსი პლატონი ამბობდა: “მთელის მოწესრიგება არის მთელის ჰარმონიად გარდაქმნა და ჰარმონია არის სიმეტრია, პროპორციულობა, რიტმი” პლატონს მიაჩნდა, რომ სიმეტრია არის ჰარმონიულობის ერთ-ერთი ძირითადი ელემენტი. მართლაც, სიმეტრიული ფიგურები ლამაზი და ჰარმონიულებია

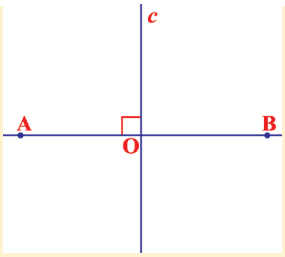
და ყოველივე ის, რაც შექმნილია ბუნების მიერ - ფოთლები, ყვავილები, ფრინველები, ცხოველები - ყველაფერი ემორჩილება სიმეტრიის კანონებს.

სიმეტრიულობას ვხვდებით მათემატიკაშიც.

6.7. ღერძული სიმეტრია

გამოკვლევა: ქაღალდის ფურცელზე გავავლოთ წრფე, ფურცელი გადავკეცოთ ამ წრფის გასწვრივ, ავიღოთ ნემსი და ქაღალდი გავხვრიტოთ. ფურცლის გაშლით დავინახავთ, რომ გადაკეტილის სხვადასხვა მხარეს ორი წერტილია (ნახვრეტია) მიღებული. მაშინ ამბობენ, რომ მიღებული წერტილები გადაკეცვის ხაზის მიმართ სიმეტრიულია. გადაკეცვის ხაზს კი სიმეტრიის ღერძს ვუწოდებთ. შევაერთოთ ეს ორი წერტილი, მიღებული მონაკვეთი გადაკეცვის ხაზის მართობულია და მისით შუაზე იყოფა.





წრფის მიმართ მოცემული სიმეტრიული წერტილის აგებას ალგორითმი::

1) ავიღოთ c წრფე და მასზე არამდებარე A წერტილი.

2) A წერტილიდან *c* წრფის მიმართ გავავლოთ მართობული წრფე

3) ავღნიშნოთ წრფის *c*-თან გადაკვეთის წერტილი (O წერტილი)

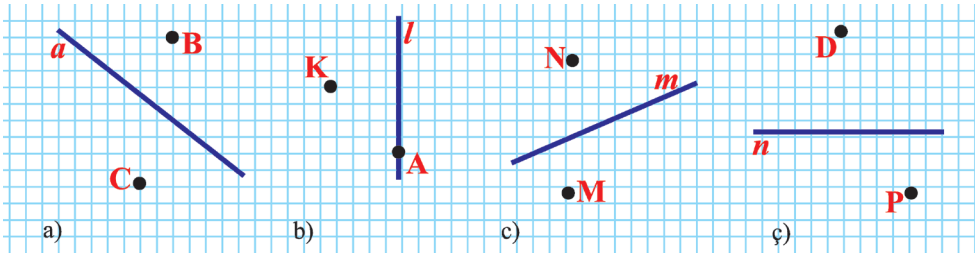
4) O წერტილიდან დაწყებით წრფეზე გადავდოთ OA მონაკვეთის ტოლი OB მონაკვეთი.

5) მოცემული B წერტილი არის *c* წრფის მიმართ A წერტილის სიმეტრიული წერტილი.

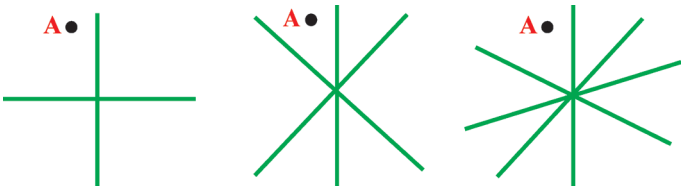
c წრფე AB მონაკვეთის შუაზე გადის და მისი მართობულია. **A** და **B** წერტილებს *c* წრფის მიმართ **სიმეტრიული წერტილები** ეწოდება, *c* წრფეს კი **სიმეტრიის ღერძი** ეწოდება.

სავარჯიშოები

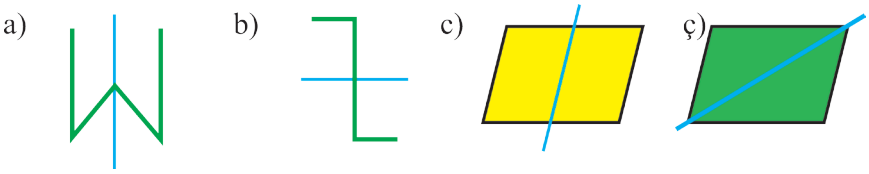
1. ააგეთ სურათზე მოცემული წრფეების მიმართ მოცემული წერტილების სიმეტრიული წერტილები.



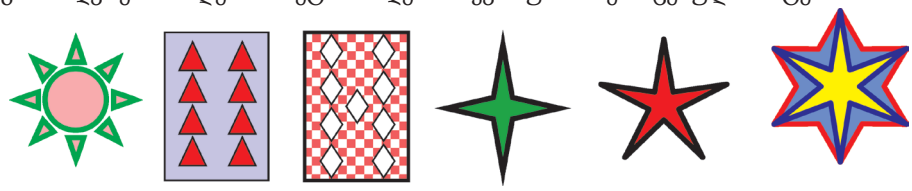
2. ააგეთ A წერტილის მიმდევრობით (ერთი მიმართულებით) მოცემული ღერძების მიმართ სიმეტრიული წერტილები:



3. განსაზღვრეთ მოცემული წრფე არის თუ არა სიმეტრიის ღერძი:



4. განსაზღვრეთ რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს სურათზე მოცემულ ნახატებს:



5. ა) აღნიშნეთ წრფის ერთ მხარეს მდებარე 3 წერტილი. მოცემული წრფე მიიჩნიეთ სიმეტრიის ღერძად და ააგეთ ამ წერტილების სიმეტრიული წერტილები. მოცემული წერტილები მიმდევრობით შეაერთეთ. შემდეგ აგებული წერტილები შეაერთეთ მიმდევრობით. გამოთქვით მოსაზრებები მიღებული ფიგურების შესახებ.

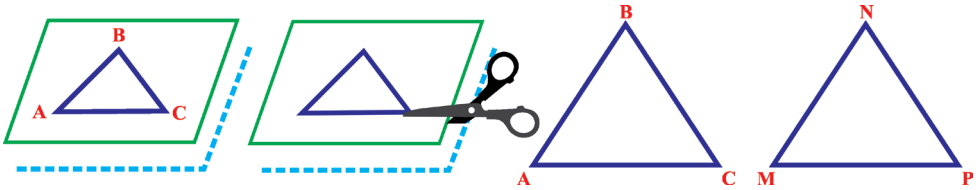
ბ) შეასრულეთ ზემოთ მოცემული დავალება 4 და უფრო მეტი წერტილისათვის

6. ბაღის გეგმის ერთი მეოთხედია გამოსახული. დახატეთ იგი რვეულში და დაასრულეთ:

7. ქვემოთ მოცემული ნახატები შეასრულეთ რვეულში და ისე შეავსეთ, რომ მოცემული ღერძის მიმართ სიმეტრიული იყოს. ნახატები გააფერადეთ.

6.8. კონგრუენტული ფიგურები

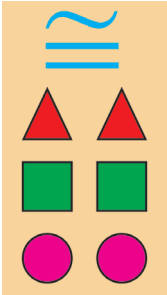
გამოკვლევა: 1) ქაღალდის ფურცელი გადავკეცოთ, მასზე სამკუთხედი დავხაზოთ.



1) 2) 3)

2) მაკრატლით ეს ქაღალდი სამკუთხედის გვერდების გასწვრივ ამოვჭრათ.

3) მივიღეთ ორი სამკუთხედი.



მიღებული სამკუთხედები ტოლი სამკუთხედებია. როცა ფიგურები ტოლია, ანუ ერთმანეთზე დადებისას ერთმანეთს შეუთავსდება, მათ კონგრუენტულ ფიგურებს ვუწოდებთ. მაშასადამე ABC სამკუთხედი და MNP სამკუთხედი კონგრუენტული სამკუთხედებია: $\Delta ABC \cong \Delta MNP$.

"≅" ნიშანი კონგრუენტულობას უჩვენებს.

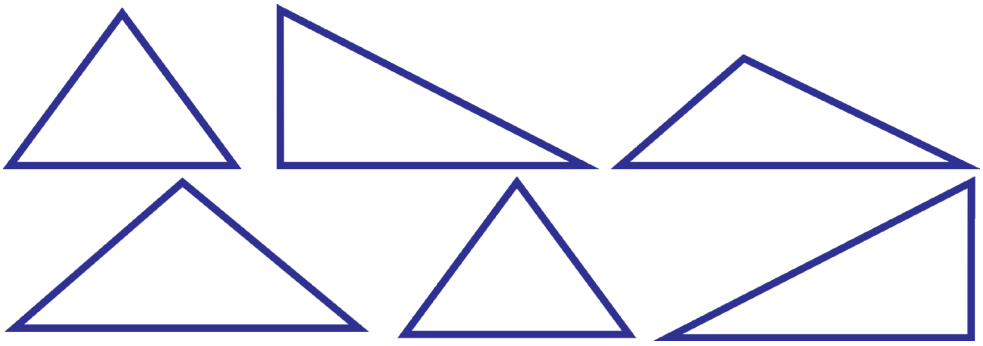
ტოლი სიგრძის მონაკვეთები, სამკუთხედები რომლებსაც შესაბამისი გვერდები ტოლი აქვთ, ტოლგვერდა კვადრატები, ტოლრადიუსიანი წრეები კონგრუენტულებია.

მოცემული ფიგურების კონგრუენტულობის შესამოწმებლად მათი ერთმანეთზე დადებაა საჭირო. თუ ამ ფიგურების ყველა წერტილი ემთხვევა ერთმანეთს, მაშინ ისინი კონგრუენტულები არიან.

ღერძის მიმართ სიმეტრიული ფიგურები კონგრუენტულებია.

საგარჯიშოები

1. ქვემოთ მოცემული ფიგურებიდან შეარჩიეთ კონგრუენტულები:

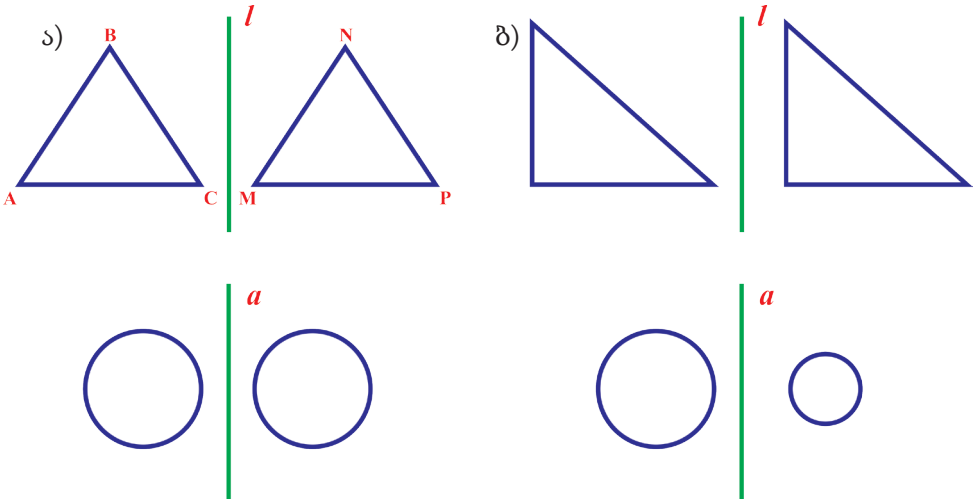


2. რვეულის ფურცელი დაკეცეთ, ზედ რაიმე ფიგურა დახატეთ მაკრატლით ფიგურის გვერდების გასწვრივ გაჭერით. მიღებული ფიგურებიდან რამდენია კონგრუენტული?

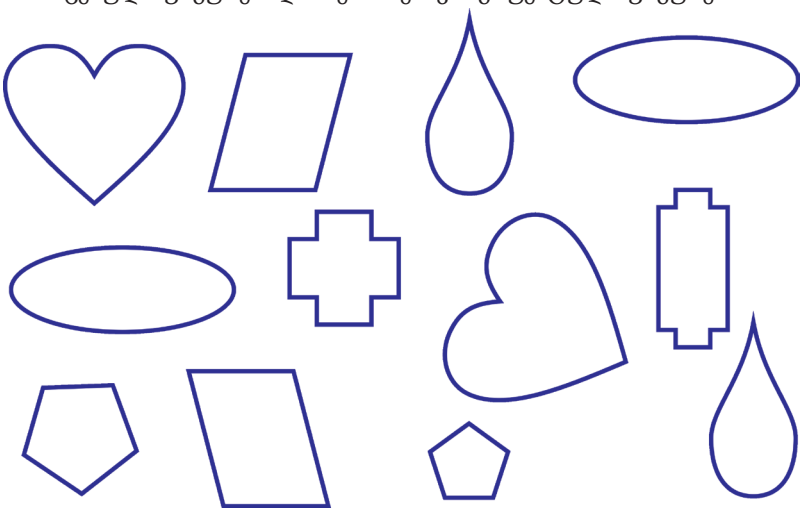
3. მოცემულია AB = 3 სმ; AC = 4 სმ; $\angle A = 70^{\circ}$. ააგეთ სამკუთხედი ABC. მერხის ამხანაგის მიერ აგებულ სამკუთხედს რა კავშირი აქვს შენ მიერ აგებულთან? გამოთქვით მოსაზრებები.

4. მადინა ამბობს, რომ კონგრუენტული ფიგურები სიმეტრიულია, სამირე კი ამბობს, რომ სიმეტრიული ფიგურები კონგრუენტულია. თქვენი აზრით ამ ბავშვებიდან რომლის ნათქვამია მართალი?

5. სურათზე მოცემული ფიგურები კონგრუენტულებია? შეიძლება ითქვას, რომ ისინი სიმეტრიულებია?

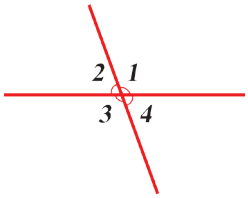


6. ქვემოთ მოცემული ფიგურებიდან შეარჩიეთ კონგრუენტული ფიგურები:



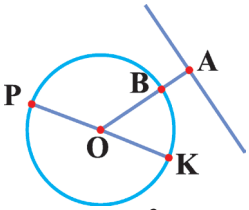
თვითშემოწმება

1. $\angle 1 = 113^{\circ}$ (სურათი 1) . განსაზღვრეთ დანარჩენი კუთხეები.



სურათი 1

2. დედამიწის დიამეტრი 12740 კმ-ია. განსაზღვრეთ ეკვატორის სიგრძე.



სურათი 2

3. ვერტიკალური კუთხეების ჯამი 210°-ია. იპოვეთ ეს კუთხეები.

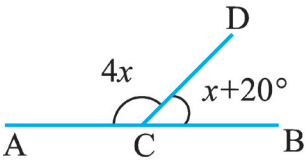
4. თუ AB = 2,3 მმ და PK = 11,2 მმ, იპოვეთ AO მონაკვეთის სიგრძე (სურათი 2).

5. რვეულში აღნიშნეთ A წერტილი და ააგეთ ღერძის მიმართ მისი სიმეტრიული წერტილი.

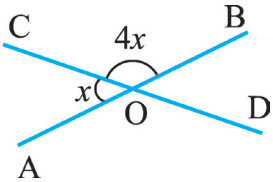
6. სამხრეთ ამერიკაში არის უზარმაზარი ხე, ხის ერთხელ გარშემორტყმისათვის 28 ხელიხელჩაკიდებული ადამიანია საჭირო. ხის ტანის დიამეტრი 16 მ-ია. განსაზღვრეთ ხის ტანის წრეწირის სიგრძე.

7. წრეწირის სიგრძის 8-ჯერ გაზრდისთვის როგორ უნდა შეიცვალოს მისი რადიუსი?

8. სურათი 3-ის მიხედვით იპოვეთ x-ის მნიშვნელობა:

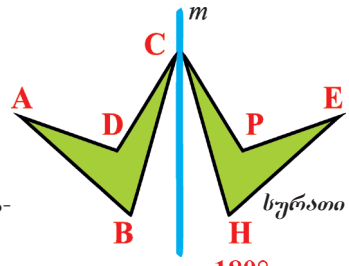


სურათი 3



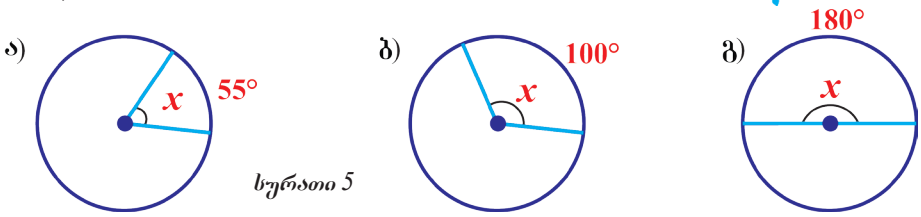
9. $\angle A = 60^{\circ}$, AB = 5 სმ, AC = 7 სმ. ააგეთ ABC სამკუთხედი.

10. მოცემულია m წრფის მიმართ კონგრუენტული ოთხკუთხედები. რომელია A წერტილის სიმეტრიული წერტილი? რომელია AD მონაკვეთის კონგრუენტული მონაკვეთი? დაწერეთ ყველა კონგრუენტული მონაკვეთები და კუთხეები (სურათი 4).



სურათი 4

11. იპოვეთ ცენტრული კუთხის მნიშვნელობები (სურათი 5):



სურათი 5

7. გაზომვები. ფართობი. მოცულობა

7.1. სიგრძის ერთეულები

საერთაშორისო ერთეულთა სისტემა (BS) განსაზღვრავს სხვადასხვა სიდიდეების საზომ ერთეულებს. BS-ში 7 ერთეულია და მათ შორის ყველაზე მთავარი სიგრძის საზომი არის "მეტრი". "მეტრი" ეტალონის განმსაზღვრელი ერთ-ერთი პირველი საზომია. მეტრის ეტალონი დამზადდა 1799 წელს. ეს არის სახაზავი რომლის სიგანეა 25 მმ, სისქე 4 მმ და წვეროებს შორის მანძილი 1 მ.

მეტრი ითვლება სიგრძის ძირითად საზომ ერთეულად. მილიმეტრი (მმ), სანტიმეტრი (სმ), დეციმეტრი (დმ), კილომეტრი (კმ) წარმოებული სიგრძის ერთეულებია.

ამჟამად მსოფლიოს უმრავლეს ქვეყნებში (აშშ, ლიბერიისა და ბირმას გარდა) საერთაშორისო სისტემით (BS) სარგებლობენ.

სავარჯიშოები

1. მოახდინეთ გარდაქმნები:

ა) 0,023 კმ = ... მ;
ბ) 54300 დმ = ... კმ;
გ) 925 მ = ... დმ;
დ) 4067 მ = ... მმ;
ე) 0,00625 კმ = ... სმ ;
ვ) 8863 მ = ... კმ.

2. მოახდინეთ გარდაქმნები:

ა) 5 კმ = ... მ;
ბ) 9,4 კმ = ... მ;
გ) 0,53 მ = ... სმ ;
დ) 800 სმ = ... მმ;
ე) 100,08 კმ = ... სმ ;
ვ) 90,75 დმ = ... მ.

3. იპოვეთ:

ა) 4000 მ = ... კმ;
ბ) 192 მ = ... დმ;
გ) 14,006 მ = ... მმ;
დ) 0,0835 კმ = ... მ;
ე) 2736000 მმ = ... კმ;
ვ) 82000 დმ = ... მ.

4. იატაკის სიგრძე 7 მ-ია. პუნჭანმა ოთახის იატაკის სიგრძე გაზომა და 70,6 დმ, ელგიზმა კი 69,5 დმ მიიღო. რომელმა ბიჭმა დაუშვა უფრო მეტი შეცდომა?

5. გამოთვალეთ მეტრებში გადაყვანით:

ა) 9 კმ + 6 დმ + 8 მმ + 3 მ + 12 სმ ;
ბ) 10 დმ + 18 სმ + 9 მმ;
გ) 72 მმ + 100 დმ + 7 სმ ;
დ) 71 მმ + 18 დმ + 63 მ + 88 სმ .

6. შეასრულეთ გამოთვლები და პასუხი ერთეულებამდე დაამრგვალეთ:

ა) 27 კმ + 35 მ + 8 დმ + 302 სმ + 12 სმ = ... მ;
ბ) 43 დმ + 218 სმ + 7253 მმ + 29 მ + 2 დმ = ... დმ;
გ) 72 დმ + 79 დმ + 9200 მ + 7360 სმ = ... დმ;
დ) 3 მ + 92 მ + 10 დმ + 990 დმ = ... მმ.

7. მართკუთხა ფორმის მიწის ნაკვეთის სიგრძე 201 სმ, სიგანე 10,02 მ-ია. იპოვეთ ამ ნაკვეთის გარშემოვლებული მესერის სიგრძე.

8. ქსოვილის სიგრძე 8 მ 46 სმ-ია. მას ჯერ ქსოვილის ნახევარი, შემდეგ კი დანარჩენილის $\frac{7}{9}$-ს ჩამოაჭრეს. რამდენი სანტიმეტრი ქსოვილი დარჩა?

9. მეჰდინის ოთახის იატაკის სიგრძე 6 მ, სიგანე კი 50 დმ-ია. მეჰდინის დედამ შეიძინა ხალიჩა, რომლის სიგრძე 598 სმ, სიგანე კი 4930 მმ-ია. თქვენი აზრით ეს ხალიჩა მოთავსდება ოთახის იატაკზე?

10. **პრაქტიკული სამუშაო** გაზომეთ ა) კლასის ოთახის; ბ) სახლის ოთახის იატაკის სიგანე და სიგრძე. გამოთვალეთ იატაკის პერიმეტრი.

11. შეავსეთ გამოტოვებული ადგილები:

ა) 5 კმ 32 მ = ... მ;
ბ) 10 მ 7 მმ = ... მ;
გ) 1,23 კმ = ... მ;
დ) 198სმ = ... მ;
ე) 19 კმ 440 მ = ... კმ;
ვ) 56 მ = ... კმ;
ზ) 657000 მ = ... კმ;
თ) 8 კმ 156 მ = ... კმ.

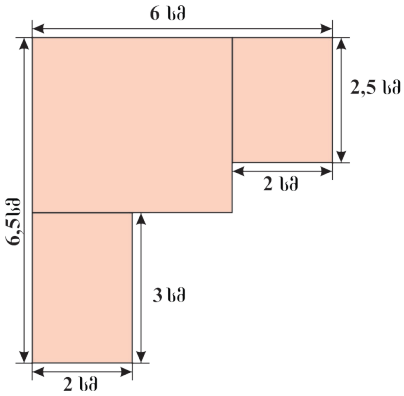
12. ა) გამოსახეთ მეტრებში და დაალაგეთ ზრდის რიგის მიხედვით:

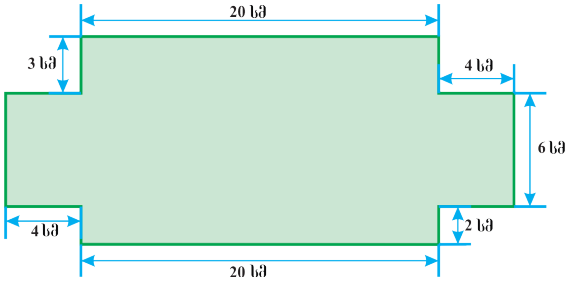
12 სმ; 11 სმ 3 მმ; 0,8 დმ; 12 დმ; 2 მ 8 სმ; $\frac{3}{10}$ კმ; 1,08 დმ.

ბ) გამოსახეთ მილიმეტრებში და დაალაგეთ კლების რიგის მიხედვით:

3 დმ; 0,21 მ; 42 სმ; 100,3 მმ; 0, 283 დმ; 0,009 მ; $\frac{9}{100000}$ კმ.

13. სურათზე მოცემული ფიგურის პერიმეტრის გამოთვლისას შედეგი გამოსახეთ მილიმეტრებში.





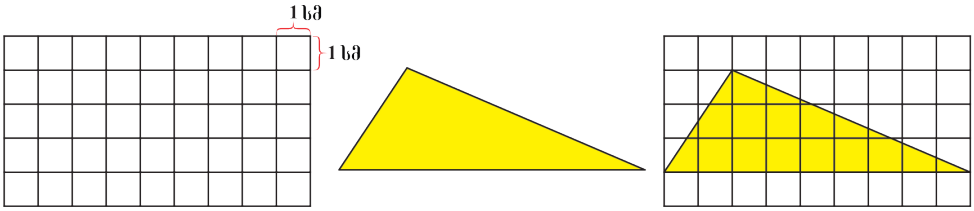
7.2. ფართობის გაზომვა

ფიგურის ფართობის გაზომვა სხვადასხვა ინსტრუმენტების დახმარებითაა შესაძლებელი. ერთ-ერთი ასეთი ინსტრუმენტია “პალეტი”. ეს თანაბარზომად კვადრატებად დაყოფილი მართკუთხა ფორმის გამჭვირვალე ფირფიტაა. იგი დაიდება იმ ფიგურაზე, რომლის ფართობსაც ანგარიშობენ და დაითვლება იმ კვადრატების რაოდენობა, რომლებითაც დაიფარება მოცემული ფიგურა.

პალეტის გვერდი შეიძლება დაიყოს 1 სმ, 1მმ, 1 დმ და სხვ. კვადრატებად. თითოეულ შემთხვევაში ფიგურის ფართობი პალეტის მოცემული ერთეულით იზომება.

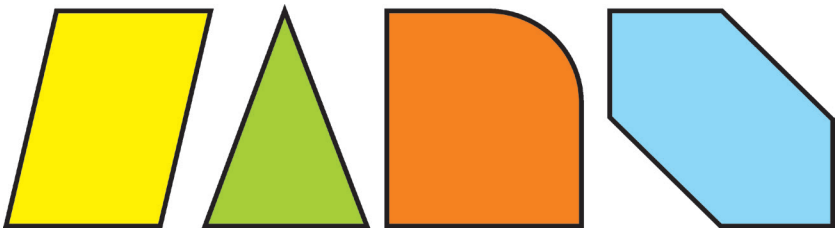
ნიმუში: მიახლოებით გამოთვალეთ სურათზე მოცემული ფიგურის ფართობი პალეტის საშუალებით:

ამოხსნა: როგორც ხედავთ მოცემული სამკუთხედი დაახლოებით 13 მთელ კვადრატს მოიცავს. ანუ მისი ფართობი დაახლოებით 13 სმ^2-ია.



საყარჯიშოები

1. დაამზადეთ პალეტი, რომლის გვერდი 1 სმ სიგრძის კვადრატებადაა დაყოფილი. მისი დახმარებით მიახლოებით გამოთვალეთ ქვემოთ მოცემული ფიგურების ფართობები:



სურათი 1

2. გარდაქმენით ფართობის ერთეულები.

ა) 14 მ^2 = ... დმ^2;
ბ) 37000 მ^2 = ... ა;
გ) 800000 მმ^2 = ... სმ^2;
დ) 7,9 ა = ... მ^2.

3. მოახდინეთ გარდაქმნები:

ა) 34 ა = ... ჰა;
ბ) 21 ჰა = ... ა;
გ) 521 დმ^2 = ... სმ^2;
დ) 7100 სმ^2 = ... ა;
ე) 48 ჰა = ... მ^2;
ვ) 40 მ^2 = ... მმ^2.

4. გამოთვალეთ შესაკრებების არში გადაყვანით:

ა) 67 ჰა + 14 დმ^2 + 100 მ^2;
ბ) 300 მ^2 + 41 ჰა + 200000 სმ^2;
გ) 6000 ა + 2 ჰა – 400 მ^2;
დ) 2 კმ^2 + 3 ა + 70 დმ^2.

ნიმუში: 5 ა + 8 კმ^2 + 12 მ^2 = 5 ა + 80 000 ა + 0,12 ა = 8 0005,12 ა

5. გარდაქმენით ფართობის ერთეულები:

ა) 4 კმ^2 + 5 ჰა + 8 მ^2 + 2 დმ^2 + 200 სმ^2 = ... დმ^2;

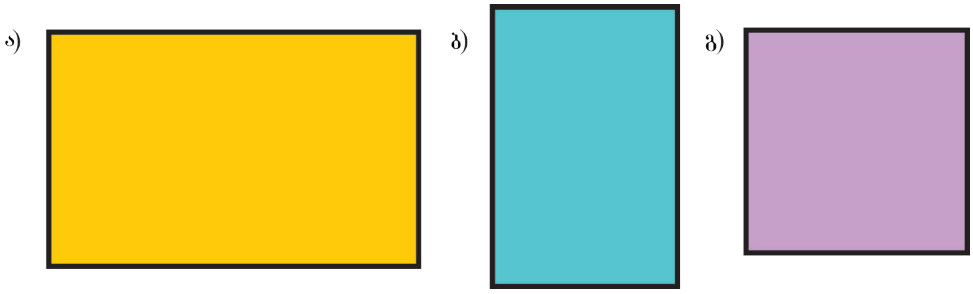
ბ) 63 ჰა + 8 მ^2 + 300 დმ^2 = ... სმ^2;

გ) 7 მ^2 + 500 დმ^2 + 210 ა + 40 ჰა = ... მმ^2.

ნიმუში: 5 კმ^2 + 3 ჰა + 7 სმ^2 = 5000000 მ^2 + 30000 მ^2 + 0,0007 მ^2 = = 5030000,0007 მ^2.

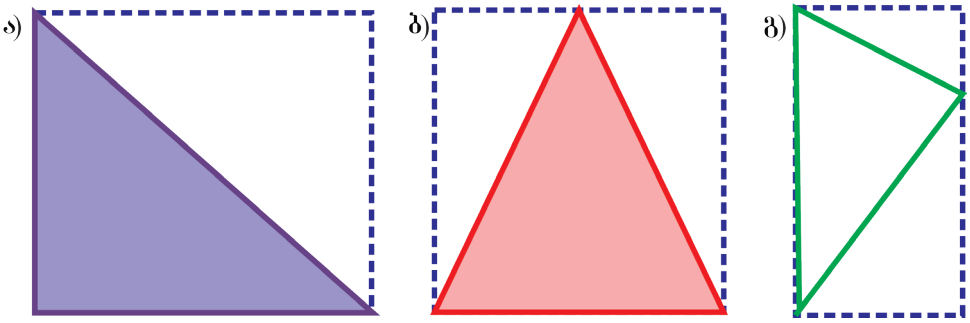
6. მართკუთხა ფორმის მიწის ნაკვეთის სიგანე 15, 56 მ-ია. სიგრძე მასზე 2-ჯერ მეტია. გამოთვალეთ მიწის ფართობი.

7. მოცემული მართკუთხედის გვერდების სიგრძეები გაზომეთ სახაზავით (სურათი 2). გამოთვალეთ მისი ფართობი ფორმულითა და პალეტით (სმ^2). შეადარეთ მიღებული შედეგები.



სურათი 2

8. სურათი 3-ზე მოცემული სამკუთხედები შეავსეთ მართკუთხედებამდე, გამოთვალეთ მართკუთხედის ფართობი. შემდეგ გაზომეთ სამკუთხედის ფართობი პალეტის საშუალებით. რა დასკვნა გამოიტანეთ?



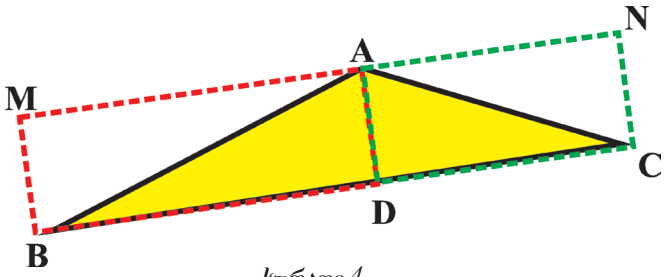
სურათი 3

სწორია თუ არა მოსაზრება, რომ მოცემული სამკუთხედის ფართობი შემავსებელი მართკუთხედის ფართობის ნახევრის ტოლია?

9. რვეულში ჩაიხაზეთ რაიმე სამკუთხედი. შეავსეთ იგი მართკუთხედამდე და განსაზღვრეთ ფართობი პალეტის დახმარებით.

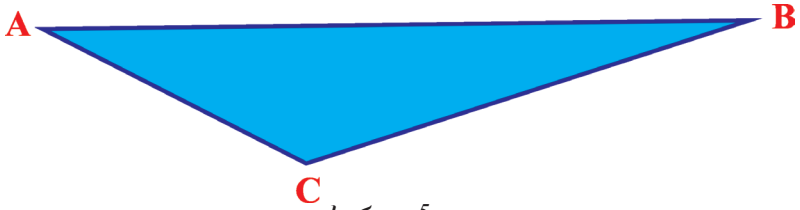
10. სურათი 4-ზე მოცემული სამკუთხედის ფართობი ჯერ განსაზღვრეთ პალეტის დახმარებით. შემდეგ სამკუთხედი სურათზე ნაჩვენები გზით ორ მართკუთხედამდე შეავსეთ, ჩაატარეთ საჭირო გაზომვები.

იპოვეთ ABD და ADC სამკუთხედების ფართობი. მიღებული ფართობების ჯამი შეადარეთ პალეტით გაზომვის შედეგებთან.



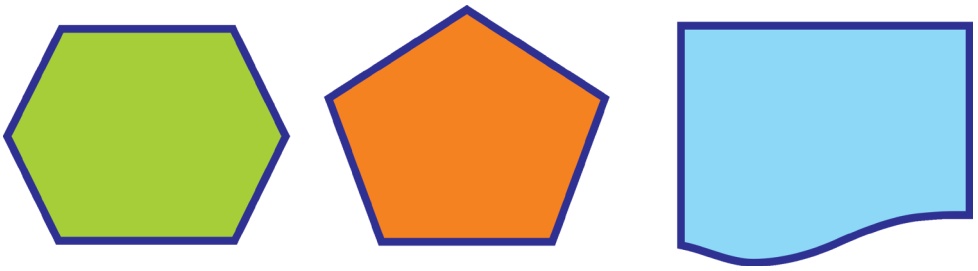
სურათი 4

11. სურათი 5-ზე მოცემული სამკუთხედი ზომების შეცვლით ჩაიხაზეთ რვეულში და მისი ფართობი განსაზღვრეთ წინა დავალებაში ნაჩვენები წესით.

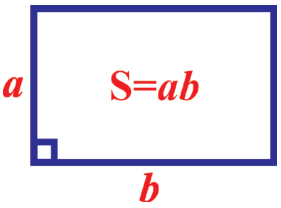


სურათი 5

12. განსაზღვრეთ მოცემული ფიგურების ფართობი პალეტის საშუალებით. (სურათი 6).



სურათი 6

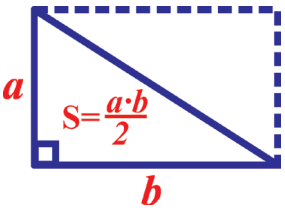


მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი მართი კუთხის შემქმნელი გვერდების ნამრავლის ნახევრის ტოლია.

13. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი მართი კუთხის შემქმნელი გვერდებია:

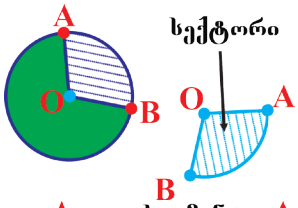
ა) 8 სმ და 16 სმ;

ბ) 20 მმ და 26 მმ.



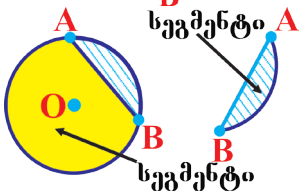
7.3. წრე. სექტორი. სეგმენტი

წრეწირს მის შიგა ნაწილთან ერთად წრე ეწოდება. წრის ორ რადიუსს შორის დარჩენილ ნაწილ სექტორი ეწოდება.



სურათზე დაშტრიხული ნაწილი სექტორია.

წრიდან ქორდით გამოყოფილ ნაწილებს სეგ-მენტი ეწოდება.



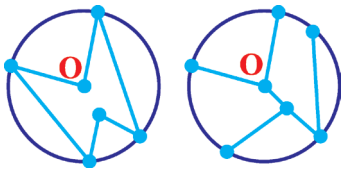
სურათზე დაშტრიხული და ყვითელ ფერში მოცე-მული ნაწილები სეგმენტად ითვლება.

სავარჯიშოები

1. დახაზეთ წრე, რომლის დიამეტრია 5 სმ და დაყავით იგი 5 თანატოლ სექტორად. მიღებული ნაწილები სხვადასხვა ფერში გააფერადეთ.

2. ქამილემ გამომცხვარი ტორტი სამ ნაწილად (სექტორად) დაყო. ნაწილებიდან ერთი 35°-ს მეორე კი მასზე 25°-ით მეტ ცენტრულ კუთხეს შეესაბამება. განსაზღვრეთ მესამე ნაწილის (სექტორის) შესაბამისი კუთხის გრადუსული ზომა.

3. სურათზე მოცემულ წრეებში სექტორები წითელი, სეგმენტები კი ცისფერი ფანქრით გააფერადეთ. O წერტილი წრეწირის ცენტრია (სურათი 1).

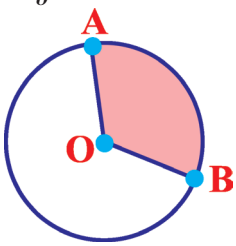


სურათი 1

4. დახაზეთ წრე, რომლის რადიუსი 3 სმ-ია. გაავლეთ მისი რომელიმე ქორდა. მიღებული სეგმენტები დაშტრიხეთ.

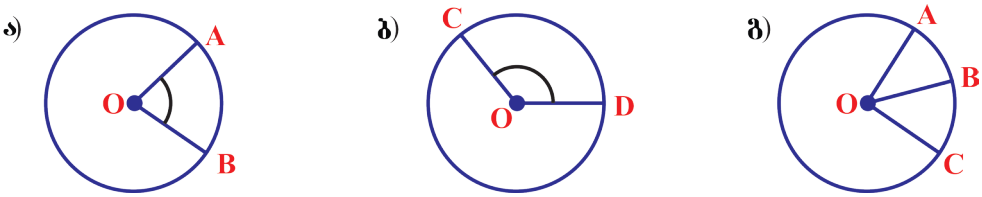
5. ა) წრის რა ნაწილს შეადგენს 90°-იანი ცენტრული კუთხის შესაბამისი სექტორი? დახაზეთ ეს სექტორი.

ბ) წრის რა ნაწილს შეადგენს 120°-იანი ცენტრული კუთხის (სურათი 2) შესაბამისი სექტორი?



სურათი 2

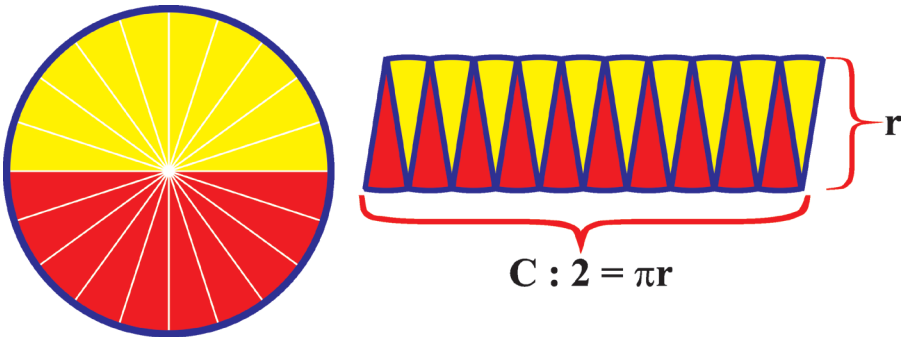
6. ტრანსპორტირის გამოყენებით გაზომეთ სურათი 3-ზე მოცემული ცენტრული კუთხეები. წრის რა ნაწილს შეადგენს მიღებული სექტორი??



სურათი 3

7.4. წრის ფართობი

გამოკვლევა: წრის ფართობის სხვადასხვა ხერხით გამოთვლა შეიძლება. გავეცნოთ ერთ-ერთ მათგანს: წრის ფართობის განსაზღვრისათვის ის ტოლ ნაწილებად (სექტორებად) დავყოთ და ეს ნაწილები სურათზე მოცემული წესით წარმოვადგინოთ:.



გაყოფილ ნაწილებს რაც უფრო შევამცირებთ, რაოდენობა გაიზრდება და მიღებული ფიგურა მართკუთხედს უფრო მიუახლოვდება. ამ მართკუთხედის სიგრძე C : 2 = 2πr : 2 = πr--ია. ამრიგად წრის ფართობი.

$$S = \pi r \cdot r = \pi r^2$$

ფორმულით გაიანგარიშება. სადაც , $\pi \approx 3{,}14$.

ნიმუში: იპოვეთ წრის ფართობი რომლის რადიუსია r = 5 სმ.

$S = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \approx 25 \cdot 3{,}14 = 78{,}5$ სმ^2 იქნება.

საგარჯიშოები

1. დახაზეთ წრე, რომლის რადიუსია 3 სმ და იგი მცირე სექტორებად დაყავით. მიღებული სექტორები დაჭერით და გვერდიგვერდ დააწყვეთ. განსაზღვრეთ ფართობი.

2. გამოთვალეთ წრის ფართობი მოცემული რადიუსების მიხედვით:

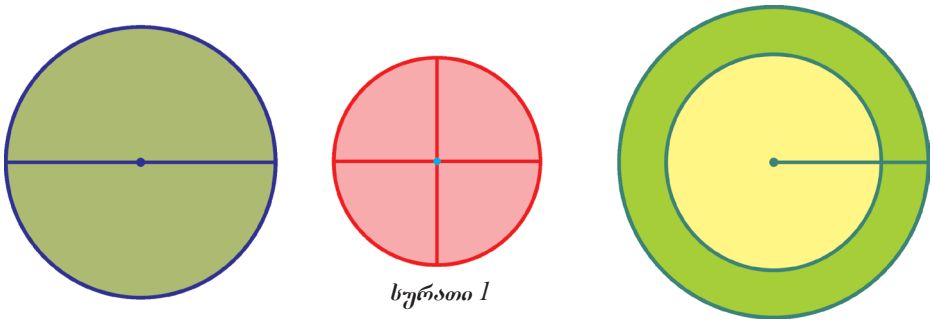
ა) r = 2 სმ; ბ) r = 1,5 სმ; გ) r = 25 მმ; დ) r = 10 მმ.

3. შეადგინეთ წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულა, როცა მოცემულია მისი დიამეტრი და ამ ფორმულის დახმარებით გამოთვალეთ ფართობი (გამოიყენეთ კალკულატორი);

ა) D=5 სმ; ბ) D=3,6 სმ; გ) D=30 მმ; დ) D=20 მმ.:

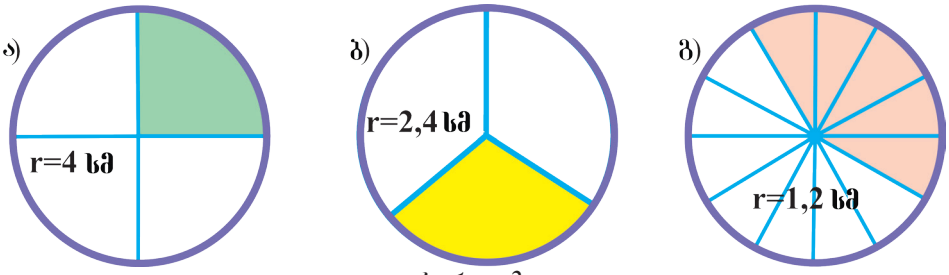
4. რვეულში ჩაიხაზეთ ორი კონცენტრული 6 სმ და 4 სმ დიამეტრიანი წრე. გამოთვალეთ ორ წრეს შორის დარჩენილი ნაწილის ფართობი.

5. სურათი 1-ზე მოცემული წრის ფართობი ჯერ პალეტის საშუალებით მიახლოებით გამოთვალეთ, შემდეგ რადიუსი სახაზავით გაზომეთ, ფართობი ფორმულით გამოთვალეთ. შეადარეთ მიღებული შედეგები.



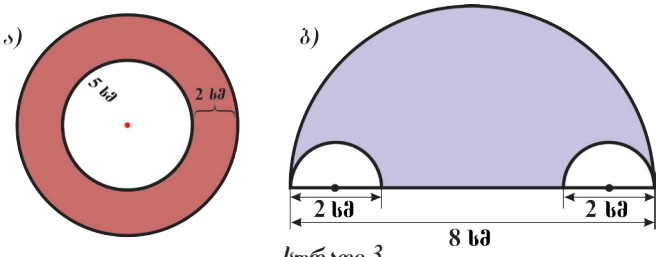
სურათი 1

6. სურათი 2-ზე მოცემული წრეები ტოლ სექტორებადაა დაყოფილი. განსაზღვრეთ გაფერადებული სექტორის ფართობი (შენიშვნა: იპოვეთ წრის ფართობი და გაყავით სექტორების რაოდენობაზე). $\pi \approx 3{,}14$ (გამოიყენეთ კალკულატორი).



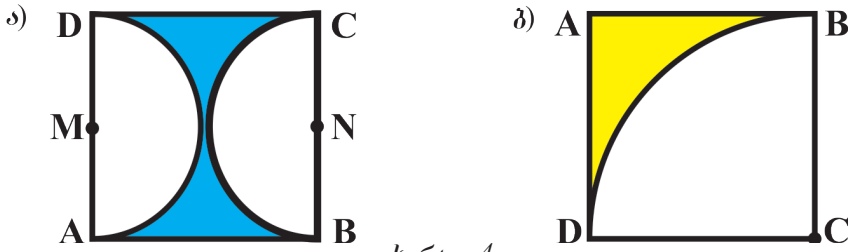
სურათი 2

7. იპოვეთ სურათი 3-ზე მოცემული ფიგურების გაფერადებული ნაწილების ფართობი ($\pi \approx 3{,}14$).



სურათი 3

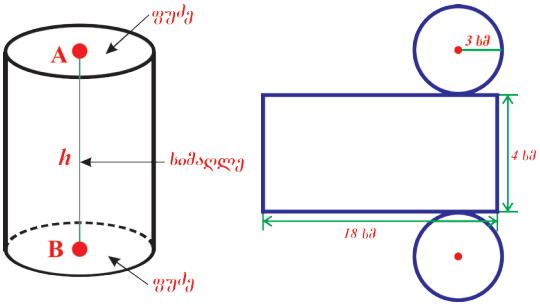
8*. განსაზღვრეთ სურათზე მოცემული კვადრატის გაფერადებული ნაწილის ფართობი. AB = 7 მმ (პირველ სურათზე 7 მმ დიამეტრიანი ნახევარწრეების, მეორე სურათზე C წერტილში ცენტრით 7 მმ დიამეტრიანი წრის ერთი მეოთხედია ასახული) $\pi \approx 3{,}14$.



სურათი 4

7.5. ცილინდრის ზედაპირის ფართობი

ცილინდრის შლილში წრეები კონგრუენტულებია და მათ ცილინდრის ფუძეები ეწოდება. ცილინდრის გვერდითი ზედაპირის შლილი კი მართკუთხედია. მართკუთხედი და წრეები ცილინდრის სრულ ზედაპირს ქმნიან. ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობის გამოთვლა შეიძლება.



სურათი 1

ნიმუში: გამოთვალეთ მოცემული ცილინდრის ზედაპირის (აიღეთ $\pi \approx 3$) ფართობი (სურათი 1).

ამოხსნა: ცილინდრის შლილი შედგება ორი წრისა და მართკუთხედისაგან.

ჯერ ვიპოვოთ წრის ფართობი $\pi r^2 = 3 \cdot 3^2 = 27$ (სმ^2).

ვინაიდან ფუძეები ორი წრისაგან შედგება : $2 \cdot 27 = 54$ (სმ^2).

გვერდითი ზედაპირის შლილი მართკუთხედია, მისი ფართობი: $18 \cdot 4 = 72$ სმ^2.

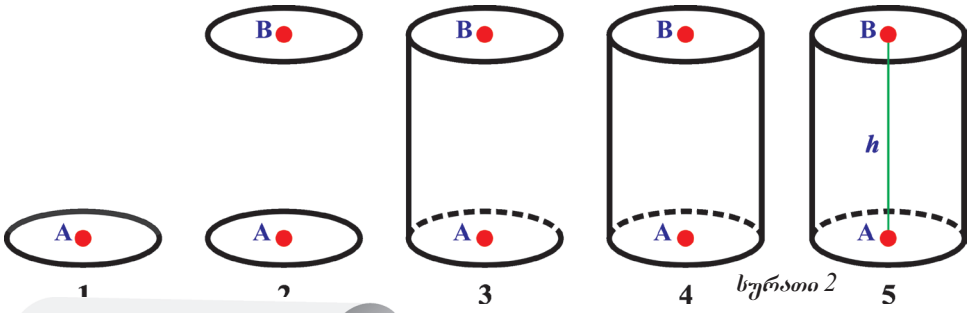
მაშასადამე, ცილინდრის სრული ზედაპირის ფართობი: $72 + 54 = 126$ (სმ^2).

პასუხი : 126 სმ^2.

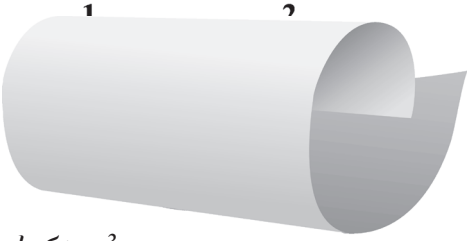
საგარჯიშოები

1. დაასახელეთ ცილინდრის ფორმის საგნების ნიმუშები.

2. ჩაიხაზეთ რვეულში ცილინდრი სურათი 2-ზე ნაჩვენები მიმდევრობით.

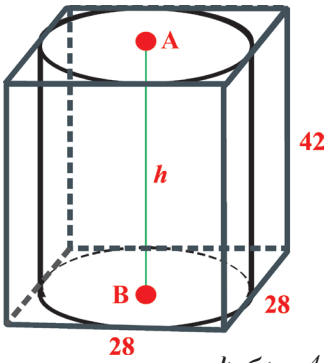


სურათი 2

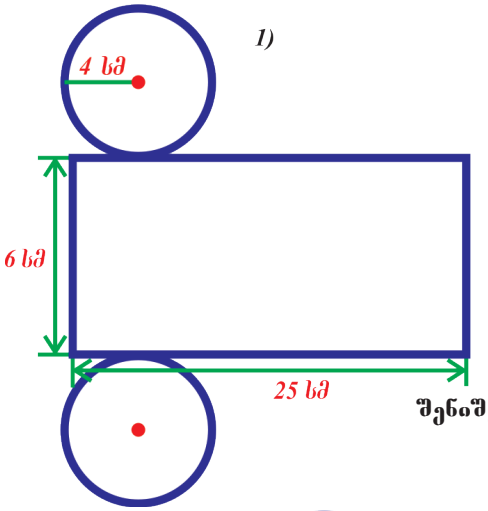

სურათი 3

3. აიღეთ მართკუთხა ქაღალდი და იგი ცილინდრის ფორმით დაახვიეთ. როგორ ფიქრობთ, როგორ შეიძლება მისი სიმაღლის მოძებნა? იგივე ქაღალდი სხვა ფორმით დაახვიეთ და სხვა სიმაღლის ცილინდრი მიიღეთ.

4. სურათზე ცილინდრი პარალელეპიპედშია განთავსებული (სურათი 4). სურათის მიხედვით განსაზღვრეთ ცილინდრის სიმაღლე და ფუძის რადიუსის სიგრძე.

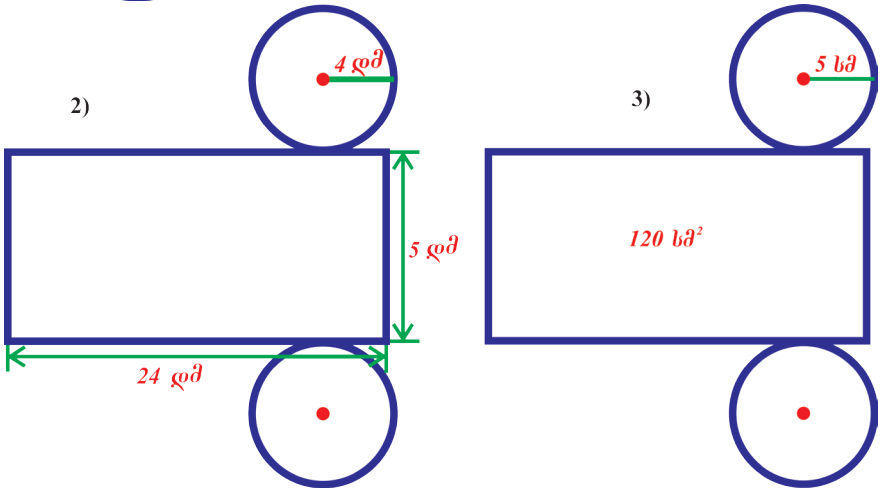


სურათი 4



5. მოცემული ნიმუშის მიხედვით გამოთვალეთ ქვემოთ მოცემული ცილინდრების ზედაპირის ფართობი (სურათი 5 (1, 2, 3)). აიღეთ $\pi \approx 3$).

შენიშვნა: მართკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძე ფუძეში არსებული წრეწირის სიგრძის ტოლია.



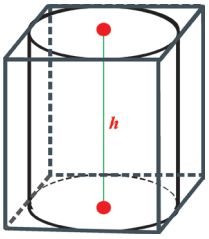
სურათი 5

6. ცილინდრის ფორმის საყვავილის გარეთა მხარის ფერადი ქსოვილებით მორთვაა საჭირო. საყვავილის ფუძის რადიუსი 15 სმ-ია, ხოლო სიმაღლე-20 სმ. რამდენი ქსოვილი იქნება საჭირო?

7.6. მოცულობის ერთეულები. ცილინდრის მოცულობა

ცილინდრის მოცულობა ფუძის ფართობისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია.

ცილინდრის მოცულობა $V = S \cdot H$ ფორმულით გამოითვლება.



სადაც S-ფუძის ფართობი, H-კი ცილინდრის სიმაღლეა.

მოცულობის ერთეულებია: მმ^3, სმ^3, დმ^3, მ^3, კმ^3, ლიტრი.

სავარჯიშოები

1. მოახდინეთ გარდაქმნები:

ნიმუში: 22 დმ^3 = 22 · 0,001 მ^3 = 0,022 მ^3.

ა) 15 სმ^3 = ... მმ^3; ბ) 22 დმ^3 = ... მ^3; გ) 12000 სმ^3 = ... მ^3;

დ) 75 დმ^3 = ... სმ^3; ე) 41 მ^3 = ... დმ^3; ვ) 364 მ^3 = ... მმ^3.

2. წერტილების ნაცვლად ჩაწერეთ შესაბამისი რიცხვები:

ა) 2300 მ^3 = ... დმ^3; ბ) 820 დმ^3 = ... მ^3; გ) 1000000 მ^3 = ... დმ^3;

დ) 1,3 კმ^3 = ... მ^3; ე) 3 მ^3 = ... მმ^3; ვ) 376 სმ^3 = ... მმ^3.

3. იპოვეთ ჯამი შესაკრებების მ^3-ებში გადაყვანით:

ა) 3 მ^3 + 8000 დმ^3; ბ) 200000 დმ^3 + 3000000 მმ^3;

გ) 86 სმ^3 + 16000 მმ^3; დ) 0,00000055 კმ^3 + 7200 სმ^3.

4. შეადარეთ: (1 ბარელი მიღებულია 159 ლიტრად.)

ა) 10 000 მ^3 და 3 ბარელი; დ) 10 543 მმ^3 და 543 სმ^3;

ბ) 1 000 დმ^3 და 1 მ^3; ე) 49 l და 50 დმ^3;

გ) 100 სმ^3 და1 l; დვ) 10 მ^3 და 120 სმ^3.

5. გამოთვალეთ ცილინდრის მოცულობა ქვემოთ მოცემული ზომების მიხედვით:

ა) S = 15,2 მმ^2, h = 2 მმ;

ბ) S = 42 სმ^2, h = 1,2 სმ;

გ) S = 12,4 მ^2, h = 4 მ.

6. ცილინდრის ფორმის ქილის 70% წყლით არის სავსე. რამდენი ლიტრი წყალია ქილაში, თუ მისი მოცულობა 5 ლიტრია?

7. ავზში 2040 ლ ბენზინი იყო. პირველ დღეს 826 ლ, მეორე დღეს დარჩენილი ბენზინის ნახევარი დაიხარჯა. რამდენი ლიტრი ბენზინი დარჩა ავზში?

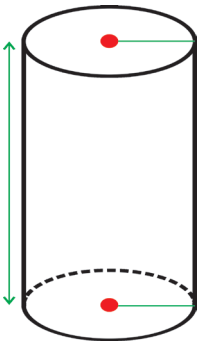
8. გამოთვალეთ გარდაქმნების ჩატარებით:

ა) 18 კმ + 350 მ + 90 დმ + 3020 სმ + 7000 მმ = ... მ;

ბ) 23 სმ^2 + 118 მ^2 + 9,3 მ^2 + 0,89 სმ^2 = ... სმ^2;

გ) 12 დმ^3 + 2 მ^3 + 9200 სმ^3 + 73,6 მმ^3 = ... მ^3.

9. **პრაქტიკული სამუშაო:** იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა საჭირო გაზომვითი სამუშაოების ჩატარებით (სურათი 1).



სურათი 1

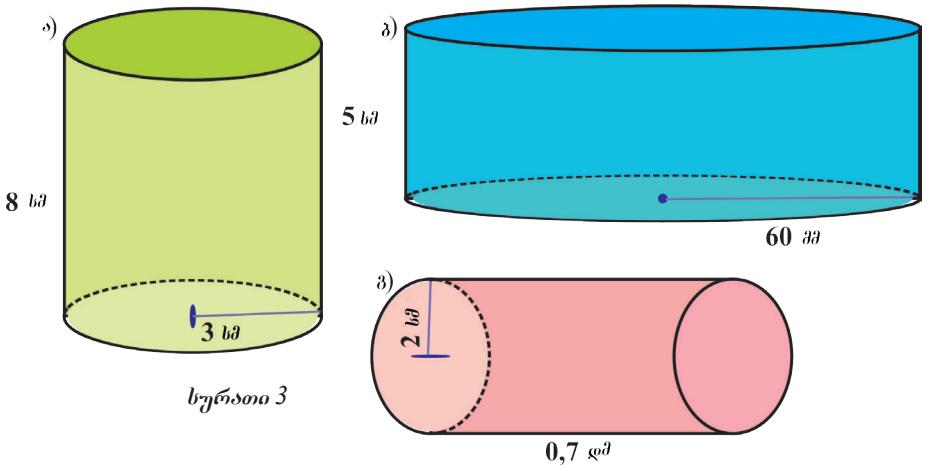
10. გამოთვალეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ ფუძის ფართობი 20 მ^2-ია, სიმაღლე კი 2 მ.

11. ცილინდრის მოცულობა 120 მ^3-ია, სიმაღლე 8 მ. იპოვეთ ფუძის ფართობი.

12. ბენზინმზიდი მანქანის ავზში 24000 ლ ბენზინია. რამდენი ლ ბენზინი დარჩა მისი $\frac{1}{4}$-ის გადმოსხმის შემდეგ? შედეგი ბარელებში გამოსახეთ (1 ბარელი 159 ლ-ია) (სურათი 2).

სურათი 2

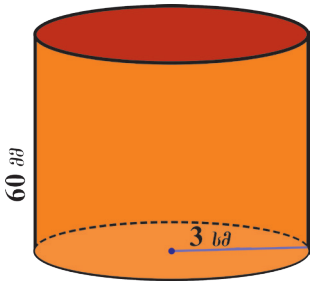
13. იპოვეთ ქვემოთ მოცემული ცილინდრების (სურათი 3) მოცულობა ($\pi \approx 3{,}14$).



სურათი 3

14. 15 მ^3 ცილინდრის ფორმის ხის მორი სიგანეზე 2-ჯერ გადაჭრით, რამდენ ტოლ ნაწილად დაიყო? რას უდრის თითოეული ნაწილის მოცულობა?

15. დახაზეთ მოცემული ცილინდრის შლილი და დაწერეთ შლილში ფიგურების ზომები. (სურათი 4).



სურათი 4

1. რამდენი მეტრია 0,0024 კმ?

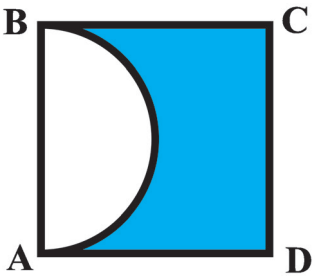
2. მოახდინეთ გარდაქმნები:

ა) 15 სმ^3 = ... მმ^3; ბ) 22 დმ^3 = ... მ^3; გ) 12000 სმ^3 = ... მ^3;

დ) 75 დმ^3 = ... სმ^3; ე) 41 მ^3 = ... სმ^3; ვ) 364 დმ^3 = ... მმ^3.

3. იპოვეთ წრის ფართობი, თუ მისი რადიუსი 1,2 სმ-ია.

4. კვადრატის გვერდი 3 სმ-ია. მასში 15 მმ რადიუსიანი ნახევარწრეა განთავსებული (სურათი 1). იპოვეთ ფერადი ნაწილის ფართობი (აიღეთ $\pi \approx 3$).



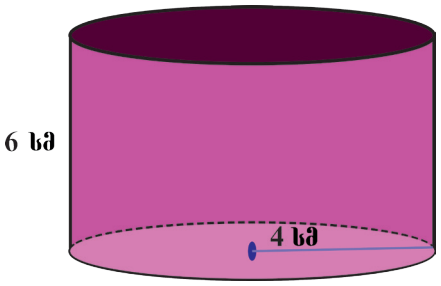
სურათი 1

5. მაცივრის სიმაღლე 1,8 მ-ია. ფუძის გვერდები 0,8 მ და 1 მ-ია. მაცივარი სამზარეულოს კუთხეში დგას. თითოეული კედლის რამდენი კვადრატული სანტიმეტრი აქვს დაფარული მას?

6. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ მისი ფუძის ფართობი 12 მ^2-ია, ხოლო სიმაღლე 52 სმ-ია.

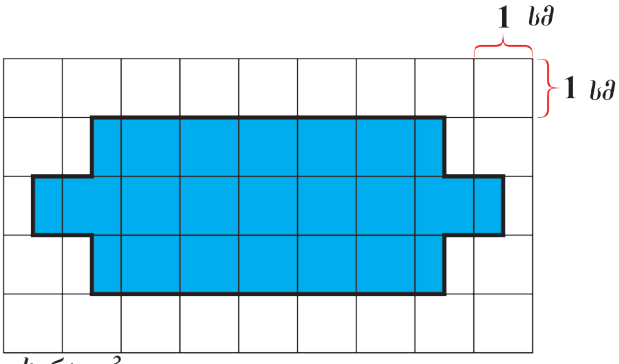
7. წრის დიამეტრი 22 მმ-ია. წრე 8 ტოლ სექტორადაა დაყოფილი. რას უდრის თითოეული სექტორის ფართობი?

8. გამოთვალეთ სურათზე მოცემული ცილინდრის ზედაპირის ფართობი (სურათი 2).



სურათი 2

9. განსაზღვრეთ ფიგურის ფართობი პალეტის დახმარებით.



სურათი 3

10. იპოვეთ ცილინდრის მოცულობა, თუ მისი ფუძის დიამეტრი 3 სმ-ია, ხოლო სიმაღლე 1 სმ-ია. ($\pi \approx 3{,}14$). შედეგი დაამრგვალეთ ათეულებამდე.

8. სტატისტიკა. ალბათობა

8.1. ინფორმაციის შეგროვება

თითოეულ ცხოვრებისეულ სიტუაციაში, თუ საჭირო ინფორმაცია მოგვეპოვება, სწორი გადაწყვეტილება მიიღება. რაიმე გადაწყვეტილების მიღებამდე, ჯერ გარკვეული ინფორმაციების შეგროვებაა საჭირო. ამ ინფორმაციების შეგროვება სხვადასხვა გზით შეიძლება. ამისათვის უნდა განისაზღვროს პრობლემური სიტუაცია, დაზუსტდეს ინფორმაციის შეგროვების ხერხები, შეირჩეს ინფორმაციის შეგროვებისათვის საჭირო კითხვები, განისაზღვროს შეგროვებული ინფორმაციის შესაბამისობა სინამდვილესთან და სხვ.

გამოკვლევა 1: გაქვთ სურვილი, რომ თავისუფალ დროს დაკავდეთ გაზეთის გაყიდვით, თუმცა დღის მხოლოდ გარკვეული ნაწილი შეგიძლიათ დაუთმოთ ამ საქმეს. თითოეულ სფეროში სწორი გადაწყვეტილების მიღებისათვის განსაზღვრულ ინფორმაციას უნდა ფლობდეთ. გაზეთის გაყიდვის შესაძლებლობის განსაზღვრისათვის უნდა გაარკვიოთ: 1) რომელი გაზეთები იყიდება უფრო მეტად? 2) დღის რომელ ნაწილებში იყიდება უფრო მეტად? 3) ქალაქის რომელ ნაწილშია საჭირო გაყიდვის ორგანიზება? 4) რა ფასად უნდა გაიყიდოს? 5) ამ სფეროში კონკურენტი გყავს? და სხვ.

გამოკვლევა 2: გსურთ ხელსაყრელ ფასად შეიძინოთ ხარისხიანი კომპიუტერი. სწორი გადაწყვეტილების მიღებისათვის გარკვეულ ინფორმაციებს უნდა ფლობდეთ. ამ ინფორმაციებს შეიძლება მივაკუთვნოთ ქვემოთ მოცემულები: სად იყიდება კომპიუტერები? როგორია მათი ფასები? რა ფორმისაა კომპიუტერი? რა ხარისხისაა იგი? რა გარანტიას იძლევა ფირმა? როგორია გარანტიის მომცემი ფირმის მუშაობის ხარისხი? და სხვ.

სტატისტიკა ინფორმაციის შეგროვებით, დამუშავებით, შედარებითა და ანალიზითაა დაკავებული. მისი მიზანი ადამიანებისათვის გარკვეული პრობლემების გადაწყვეტაში დახმარებაა.

სავარჯიშოები

1. სკოლის ხელმძღვანელობას მოსწავლეებისათვის სპორტული წრეების ორგანიზება სურს. იმის განსაზღვრისათვის, თუ სპორტის რომელი სახეობა უფრო უყვართ რა კითხვებით უნდა მიმართონ მოსწავლეებს?
2. რომელ ხერხს გამოიყენებდით კლასის ლიდერის არჩევისათვის? შეარჩიეთ სათანადო კითხვები ასარჩევ მოსწავლეში ლიდერული თვისებების განსაზღვრისათვის.
3. ზაფხულის არდადეგებზე გსურთ ოჯახთან ერთად დაისვენოთ. დასასვენებლად აზერბაიჯანის რომელ მხარეს აირჩევდით? მოამზადეთ სათანადო კითხვები. არჩევანის დაზუსტებისათვის: გამოკვლევის ჩატარებისათვის შეგიძლიათ გამოიყენოთ ინტერნეტი.
4. გსურთ გახსნათ ტკბილეულის საამქრო: შეადგინეთ კითხვები რაიმე სახის ტკბილეულის წარმოების საწარმოს გახსნის უზრუნველყოფისათვის.
5. რა სპეციალობის არჩევას გეგმავთ მომავალში? რატომ აირჩიეთ ეს სპეციალობა? შეადგინეთ ამ თემაზე თქვენთვის საინტერესო კითვები.

8.2. შერჩეული ინფორმაციის ცვლილების მახასიათებელი ცხრილი აგება

გარკვეული გადაწყვეტილების მიღებისათვის მხოლოდ ინფორმაციის შეგროვება არ არის საკმარისი. მნიშვნელოვანია შეგროვებული ინფორმაციის დამუშავება და ანალიზისათვის მათი სხვადასხვა ფორმებში წარდგენა. ამ წარდგენის ფორმებიდან ყველაზე მეტად გამოიყენება ცხრილური ფორმა. თუმცა ცხრილი ხელსაყრელი ფორმით უნდა აიგოს.

გამოკვლევა: სადღესასწაულო ღონისძიებისათვის მეექვსე კლასის მოსწავლეებს სურდათ სურსათის შეძენა. ცნობილი გახდა, რომ შესაძენთა შესახებ ერთიანი მოსაზრება არ არსებობს. მაშინ ერთმა მოსწავლემ წარმოადგინა მოსაზრება გასცენ პასუხები ასეთ კითვებზე: "შენ უფრო მეტად რომელი ტკბილეული მოგწონს: შაქარბურა, ფახლავა, კანფეტი თუ ნამცხვარი?" თითო მოსწავლეს მხოლოდ ერთი არჩევანის გაკეთება შეუძლია. ჯერ მოწავლეებმა თავისი არჩევანი დაფაზე დაწერეს:

№	სახელები	ტკბილეულის დასახელება
1.	ლალე	შაქარბურა
2.	ნიგარი	ფახლავა
3.	ნათიკი	კანფეტი
4.	რაუფი	ნამცხვარი
	--------	----------

გაირკვა, რომ ამ ფორმის ცხრილი ხელსაყრელი არაა. მაშინ შეთავაზებული იქნა ასეთი ცხრილის შედგენა:

საყვარელი ტკბილეული	გამოთვლა	მოსწავლეთა რაოდენობა
შაქარბურა	~~////~~ ~~////~~ //	12
ფახლავა	~~////~~ ////	9
კანფეტი	~~////~~	5
ნამცხვარი	~~////~~ //	7

ეს ცხრილი უფრო ხელსაყრელი და გასაგები იყო: ამრიგად, მეორე ცხრილი საფუძველზე მიიღეს სწორი გადაწყვეტილება: ხმათა უმრავლესობით შეიძინეს შაქარბურა.

სავარჯიშოები

1. ბავშვებო, სპორტის რომელი სახეობით გსურთ დაკავდეთ? უპასუხეთ შეკითვას და შეადგინეთ ცხრილი. ცხრილის რომელი ფორმით მიცემაა ხელსაყრელი? შეუძლია თითოეულ მოსწავლეს საკუთარი ცხრილის ფორმა წარმოადგინოს?

2. ფეხბურთის გუნდის კაპიტნის ასარჩევად მოთამაშეთა შორის გამოკითხვის ჩატარება და გამოკითხვის შედეგების ამსახველი ცხრილის შედგენა იყო საჭირო. თქვენი აზრით, კაპიტნის სწორად შერჩევისათვის გამოკითხვაში რომელი კითხვების შეტანაა საჭირო? შეადგინეთ ცხრილი.

3. გარკვეული ინფორმაციის შეგროვებით ცხრილი იყო შედგენილი:

კლასი	დაბადების თვე											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
VI ა	///	//	///	////	/		//	//	////	/	//	////
VI ბ	/	////	/	////		////	/		//	///	/	//

ცხრილის გამოკვლევით განსაზღვრეთ, რომელ ინფორმაციას ახასიათებს იგი? ცხრილის მიხედვით განსაზღვრეთ ეს ინფორმაცია რომელი კითხვების საფუძველზეა შედგენილი და დაწერეთ ეს კითხვები.

4. დილით ბავშვები სკოლის წინ მიმავალ მანქანებს დააკვირდნენ და მათი რაოდენობა ცხრილში ასე აღნიშნეს:

დროის ინტერვალი	ტრანსპორტის სახე		
	ავტობუსი	სამგზავრო	სატვირთო
7^{30}–7^{40}	𝍸 ///	𝍸 𝍸	𝍸 𝍸 𝍸 //
7^{40}–7^{50}	𝍸 ///	𝍸 𝍸 𝍸 /	𝍸 𝍸 𝍸
7^{50}–8^{00}	𝍸 𝍸	𝍸 𝍸 𝍸 ////	𝍸 𝍸 𝍸 //
8^{00}–8^{10}	𝍸 ////	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 //	𝍸 𝍸 ///

ბავშვებმა ეს ინფრომაცია რვეულში ქვემოთ მოცემული ფორმით ჩაწერეს:

დროის ინტერვალი	ტრანსპორტის სახე			სულ
	ავტობუსი	სამგზავრო	სატვირთო	
7^{30}–7^{40}	8	10	17	
7^{40}–7^{50}	8	15	15	
7^{50}–8^{00}	10	19	17	
8^{00}–8^{10}	9	22	13	

ა) თქვენი აზრით, რომელ სვეტშია ავტომობილების რაოდენობა შეცდომით გამოთვლილი? იპოვეთ რაოდენობა ტრანსპორტის სახეების მიხედვით.

ბ) სკოლის წინ 7^{30}–7^{40} სთ-ში გავლილ ტრანსპორტს შორის რამდენი პროცენტი იყო ავტობუსი? პასუხი ერთეულებამდე დაამრგვალეთ.

5. მოსწავლეების მიერ ერთი დღე-ღამის განმავლობაში შესრულებული სამუშაოები და მათზე დახარჯული დრო ქვემოთ მოცემული ცხრილის სახით წარმოადგინეს:

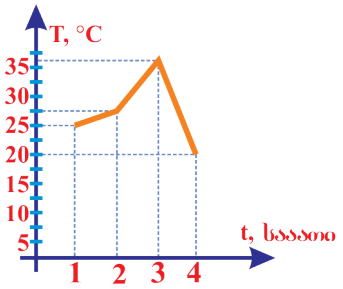
საქმიანობა	სკოლა	დასვენება	კომპ. თამაშები	გაკვეთილის მომზადება	ტვ. ყურება	ძილი	სხვა საქმეები
დრო	7 საათი	1 საათი	2 საათი	3 საათი	2 საათი	7 საათი	2 საათი
პროცენტი							

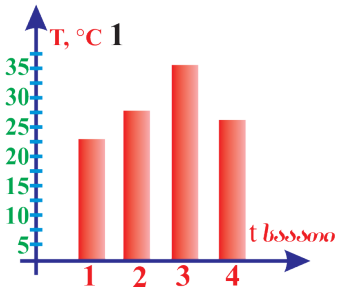
მოსწავლეების თითოეულ სამუშაოზე დათმობილი დროის პროცენტებში გადაყვანით შეავსეთ ცხრილი. ცხრილის მიხედვით შეადგინეთ კითვები.

8.3. დიაგრამა

ინფორმაციის წარდგენისათვის ხელსაყრელია დიაგრამების აგება. დიაგრამები იყოფა სამ სახედ: ხაზოვანი, სვეტოვანი და წრიული.

1) ტემპერატურის დროის მიხედვით ცვლილების ჩვენებისათვის ავაგოთ **ხაზოვანი და ერთსვეტოვანი დიაგრამა:**

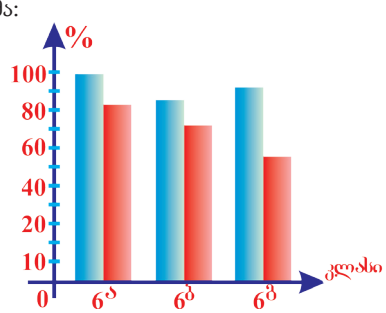




ხაზოვან დიაგრამაში აღნიშნული წერტილები მიმდევრობითი ხაზებით ერთდება.

2) **ორი და მეტსვეტოვანი დიაგრამაა.**

გამოკვლევა 1: სკოლის VI კლასის მოსწავლეების II ნახევარწელში მათემატიკის საგანში მოსწრებისა (ლურჯი ფერი) და ხარისხის (წითელი ფერი) პროცენტული შედარებისათვის ავაგოთ ორსვეტოვანი დიაგრამა:



ვუპასუხოთ შეკითხვებს:

ა) რამდენი პროცენტითაა მეტი 6ᵃ კლასის ხარისხის პროცენტი 6ᵇ კლასის ხარისხის პროცენტზე?

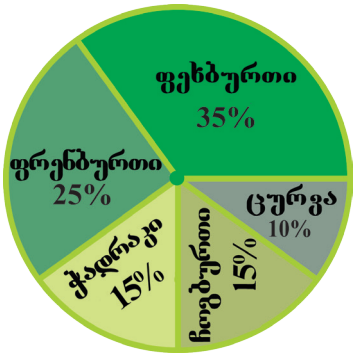
ბ) 6ᵇ კლასის ხარისხობრივი მაჩვენებელი რამდენი პროცენტით ჩამორჩება დანარჩენ კლასებს? და სხვ.

როგორც ხედავთ ორსვეტოვანი დიაგრამის დახმარებით შესაძლებელია რამდენიმე სიდიდის ორი მაჩვენებლის შედარება.

3) **წრიული დიაგრამა** განსაზღვრავს კავშირს მთელის ნაწილებს შორის.

გამოკვლევა 2: სკოლის VIკლასის მოსწავლეების სპორტულ წრეებში გაერთიანება სპორტის სახეების მიხედვით პროცენტობითაა მოცემული: ფეხბურთი - 35%, ფრენბურთი - 25%, ჩოგბურთი - 15%, ჭადრაკი - 15%, ცურვა - 10%.

ამ ინფორმაციების გამომსახველი დიაგრამის აგებისათვის წრე ქვემოთ მოცემულივით დავყოთ სექტორებად. ვინაიდან წრის სრული კუთე 360°-ია:



1) ფეხბურთი: $360 \cdot 0{,}35 = 126°$;

2)ფრენბურთი: $360 \cdot 0{,}25 = 90°$;

3) ჩოგბურთი და ჭადრაკი : $360 \cdot 0{,}15 = 54°$;

4) ცურვა: $360 \cdot 0{,}1 = 36°$.

მაშასადამე, წრე უნდა დავყოთ 126°, 90°, 54°, 54°, 36°-იან სექტორებად.

სავარჯიშოები

1. შეაგროვეთ ინფორმაცია დღის სხვადასხვა დროს კვების კალორიულობის პროცენტებში გამოსახვის შესახებ და შეადგინეთ ცხრილი. ამ ცხრილის საფუძველზე ააგეთ წრიული დიაგრამა.

2. მელექმა მეგობრებს შორის 3 დღეს ჩაატარა გამოკითხვა შემდეგი შეკითხვით "რა დროს უთმობთ დღის განმავლობაში სოციალურ ქსელებს?" პასუხები ქვემოთ მოცემულ ცხრილშია:

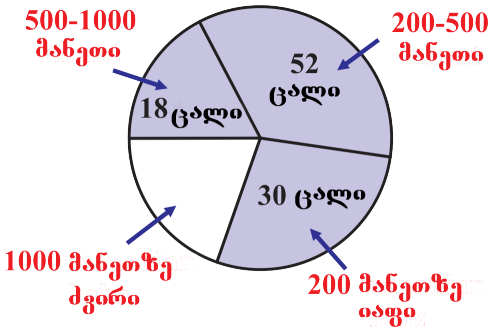
მეგობრების სახელი	*ორშაბათი*	*სამშაბათი*	*ოთხშაბათი*	*ჯამი*
გუნაი	7 წთ.	15 წთ.	9 წთ.	
აიგული	11 წთ.	18 წთ.	14 წთ.	
გულშან	13 წთ.	12 წთ.	12 წთ.	
ხადიჯე	10 წთ.	5 წთ.	20 წთ.	

შეავსეთ ცხრილის მე-5 სვეტი და მისი მაჩვენებლების მიხედვით ააგეთ სვეტოვანი დიაგრამა.

3. მაღაზიაში ჩატარდა მობილური ტელეფონების გაყიდვის ანგარიშგება. ცნობილი გახდა, რომ თვის განმავლობაში 112 მობილური ტელეფონი გაიყიდა. ანგარიშგების შედეგები წრიული დიაგრამის სახით თუ მოიცემა, განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემული ინფორმაციები:

ა) 200 მან-დან 500 მან-მდე ფასიანი რამდენი მობილური ტელეფონი გაიყიდა?

ბ) დიაგრამის მიხედვით სხვა შეკითხვები თვითონ შეადგინეთ.



4. შენობაში 1160 ბინაა. მათ შორის 160 ერთოთახიანი. 640 ოროთახიანი, 320 სამოთახიანი, დანარჩენები კი ოთხოთახიანი. ააგეთ ამ შენობის ბინების რაოდენობის მაჩვენებელი სვეტოვანი დიაგრამა.

5. საძიებო საიტების გამოყენებით შეაგროვეთ ინფორმაციები მსოფლიოში ვულკანების შესახებ. ააგეთ მათი სიმაღლეების მახასიათებელი დიაგრამა და შეადგინეთ კითხვები გამოკვლევისათვის.

8.4. ჰისტოგრამა

თუ შეგროვებული ინფორმაციების მაჩვენებლები განსაზღვრულ ინტერვალებში იცვლება, ასეთი ინფორმაციის წარდგენისათვის ჰისტოგრამის აგებაა ხელსაყრელი.

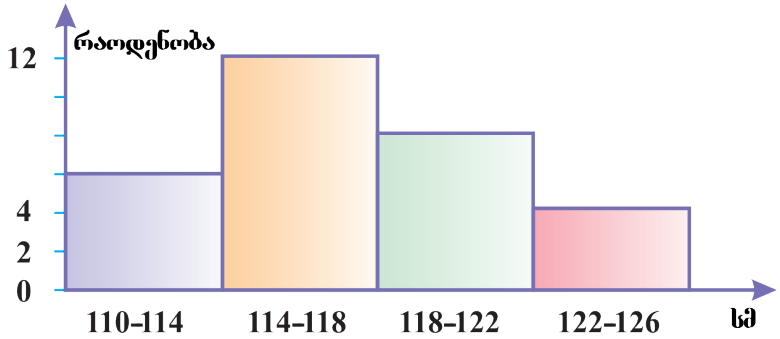
გამოკვლევა: ცნობილია, რომ კლასის მოსწავლეებიდან თითოეული სიმაღლე 110 სმ-ზე მეტი 126 სმ-ზე ნაკლებია (ინფორმაციის შეცვლის შუალედი). სიმაღლის შესახებ ინფორმაციის თვალსაჩინო წარმოდგენისათვის:

1. ჰორიზონტალურ ღერძზე 110-126 სმ შუალედი დავყოთ 4სმ-იან შუალედებად: 110-114; 114-118; 118-122; 122-126
2. ვერტიკალურ ღერძზე ავღნიშნოთ შესაბამის შუალედში მოსწავლეთა რაოდენობა.
3. ფუძეებად ავიღოთ მიღებული მონაკვეთები, სიმაღლეებად კი ამ მონაკვეთში მოხვედრილ მოსწავლეთა რაოდენობა და ავაგოთ მართკუთხედები.

ჰისტოგრამა უჩვენებს ინფორმაციის განსაზღვრულ ინტერვალებში განაწილებას. ასე რომ:

სიმაღლე (სმ)	110–114	114–118	118–122	122–126
მოსწავლეთა რაოდენობა	6	12	8	4

ცხრილის მიხედვით ავაგოთ ჰისტოგრამა:

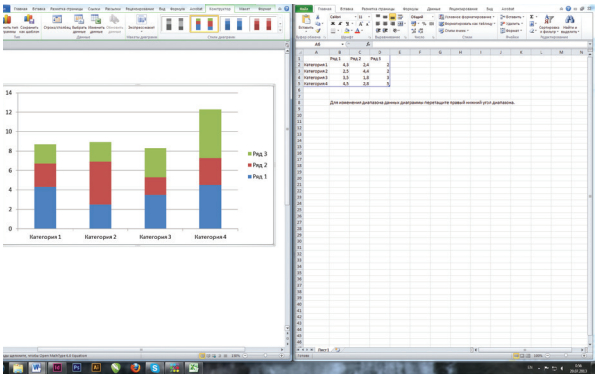


ჰისტოგრამის საოფისე პროგრამა *Microsoft Word* ოფისში აგების ალგორითმი შემდეგია:

1. კომპიუტერში ქვემოთ მოცემული მიმდევრობის შესრულებით იხსნება *Microsoft Word* პროგრამის სამუშაო ფანჯარა:
Start → Programms → *Microsoft Office* → *Microsoft Word*.

2. გახსნილ ფანჯარაში *Insert* მენიუში ***დიაგრამ*** ღილაკზე დავაწკაპუნოთ.

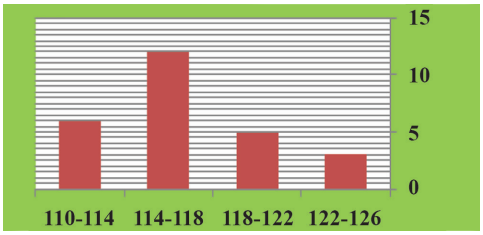
ამ დროს სურათზე მოცემული ფანჯარა იხსნება:



3. მარჯვენა მხარეს გახსნილ ცხრილში ინფორმაციები შეიტანება:

ინტერვალები	მოსწავლეთა რაოდენობა
110–114	6
114–118	12
118–122	5
122–126	3

4. ამ დროს მარცხენა მხარეს ფანჯარაში ქვემოთ მოცემული ჰისტოგრამა მიიღება.



სავარჯიშოები

1. მოცემულია სამშობიარო სახლში წლის განმავლობაში ახალშობილთა მასების მაჩვენებელი:

მასა (გრამი)	1000–1500	1500–2000	2000–2500	2500–3000	3000–3500	3500–4000	4000–4500	4500–5000	5000–5500
ახალშობილთა რაოდენობა	12	205	300	350	360	200	60	25	14

მონაცემების მიხედვით ააგეთ ჰისტოგრამა. უპასუხეთ ქვემოთ მოცემულ კითხვებს:

ა) სულ რამდენი ბავშვი დაიბადა სამშობიარო სახლში ერთი წლის განმავლობაში?

ბ) ამ ჰისტოგრამის მიხედვით ყველაზე მეტი რომელი მასის ჩვილები იბადებიან?

გ) რამდენით განსხვავდება უმცირესმასიან და უმაღლესმასიან ჩვილთა რაოდენობა?

2. მოცემულია სამშენებლო ორგანიზაციის წლის განმავლობაში მიღებული შეკვეთების განაწილების ცხრილი.

თანხა (ათას მანეთობით)	1–4	5–8	9–12	13–16	16–19	20–23	24–27	28–30
შეკვეთების რაოდენობა	10	2	4	1	2	1	1	3

ააგეთ ჰისტოგრამა მონაცემების მიხედვით. ქვემოთ მოცემული შეკითხვებს გაეცით პასუხი:

ა) სულ რამდენი შეკვეთა მიიღო სამშენებლო ორგანიზაციამ?

ბ) ყველაზე მეტჯერ რა თანხიანი შეკვეთები იყო მიღებული?

3. *Microsoft Word* პროგრამაში 1 და 2 ნომერი დავალებების პირობების საფუძველზე ააგეთ ჰისტოგრამა.

8.5. არითმეტიკული საშუალო, მოდა და მედიანა

სტატისტიკის ერთ-ერთი ძირითადი ფუნქციაა შეგროვებული ინფორმაციის გაანალიზება. რიცხვითი მიმდევრობის არითმეტიკული საშუალოს, უდიდესი სხვაობის, მოდისა და მედიანის (სტატისტიკული საშუალოს) პოვნას ინფორმაციის ანალიზისა და დასკვნის გამოტანისათვის დიდი მნიშვნელობა ენიჭება.

გამოკვლევა: 25, 25, 25, 30, 35, 40, 45, 50 რიცხვთა რიგში:

1) უდიდესი სხვაობა: $50 - 25 = 25$.

2) არითმეტიკული საშუალო: $\frac{25 + 25 + 25 + 30 + 35 + 40 + 45 + 50}{8} = \frac{275}{8} = 34{,}375$.

3) ყველაზე მეტჯერ განმეორებული რიცხვი ანუ მოდა: 25.

4) მედიანა: $\frac{30 + 35}{2} = 32{,}5$.

მოდა – არის რიცხვი, რომელიც მოცემული რიცხვების მწკრივში ყველაზე მეტჯერ მეორდება. ზოგჯერ მწკრივში რამდენიმე მოდა შეიძლება იყოს. მაგალითად, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9 რიცხვითი მწკრივის მოდა 3 და 6-ია. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ რიცხვითი მწკრივი **ორმოდიანია**, მოდა ხშირად ისეთი მიმდევრობებისათვის გამოიყენება, რომლის ელემენტებიც რიცხვებისაგან არ შედგება. მაგალითად, ავტოსადგურზე მანქანების ფერები: ყვითელი, წითელი, შავი, თეთრი, ლურჯ, ნარინჯისფერი და თეთრი თუ არის, მაშინ მოდა იქნება თეთრი ფერი. მოდის დახმარებით შეიძლება განისაზღვროს ვაჭრობაში საქონელი, რომელიც ყველაზე მეტად იყიდება. ყველაზე მეტად მოთხოვნადი საქონლის პროგნოზირება შეიძლება. რაც საჭიროა მოგების გაზრდისათვის და ამასთან იგი მოთხოვნილების დაკმაყოფილების დამხმარე საშუალებაა.

ზოგჯერ შეიძლება რიცხვითი მწკრივის მოდა და მედიანა დაემთხვეს ერთმანეთს.

სავარჯიშოები

1. იპოვეთ არითმეტიკული საშუალო ა) 3, 9, 27; ბ) 6, 10, 16, 20

ამ რიცხვებიდან რამდენია არითმეტიკულ საშუალოზე ნაკლები? რამდენია არითმეტიკულ საშუალოზე მეტი?

2. აიღეს ტოლი რიცხვები. რისი ტოლია მათი არითმეტიკული საშუალო?

3. მოიფიქრეთ სამი ისეთი რიცხვი, რომ არითმეტიკული საშუალო მეორე რიცხვის ტოლი იყოს. რა კანონზომიერება უნდა იყოს ამ დროს მოცემულ რიცხვებს შორის?

4. მოიფიქრეთ ოთხი ისეთი რიცხვი, რომ არითმეტიკული საშუალო:
ა) მეორე რიცხვის ტოლი იყოს; ბ) მესამე რიცხვის ტოლი იყოს.
რა კანონზომიერება უნდა იყოს ამ დროს მოცემულ რიცხვებს შორის?

5. მოიფიქრეთ ოთხი ისეთი რიცხვი, რომ მათი არითმეტიკული საშუალო ამ რიცხვებიდან:
ა) სამ მათგანზე მეტი იყოს; ბ) სამ მათგანზე ნაკლები იყოს.

6. საკოორდინატო ღერძზე აღნიშნეთ ქვემოთ მოცემული წერტილები და მათ არითმეტიკული საშუალოს აღმნიშვნელი წერტილი.
ა) 1, 2, 3, 4; ბ) 2, 3, 4, 5;
გ) 3, 4, 5, 6; დ) 10, 11, 12, 13.
რა კანონზომიერება მიიღეთ?

7. იპოვეთ ქვემოთ მოცემული რიცხვების მედიანა (სტატისტიკური საშუალო)
ა) 7, 8, 9, 12, 17, 19, 20; ბ) 5, 4, 3, 2, 4, 5, 6; გ) 2, 4, 6, 5, 8, 9, 12, 15.

8. კლასში ჩაატარეთ სტატისტიკური გამოკვლევა მოსწავლეებს შორის ვინ სპორტის რომელი სახეობითაა დაკავებული და შეადგინეთ ცხრილი. ცხრილის მიხედვით განსაზღვრეთ არითმეტიკული საშუალო, სტატისტიკური საშუალო (მედიანა) და მოდა.

9. მოცემულია დედამიწის ქერქში ქიმიური ელემენტების განაწილება.

ელემენტი	მასა % -ობით
ალუმინი	7,5
კალციუმი	3,4
ნატრიუმი	2,6
კალიუმი	2,4
მაგნიუმი	1,9
ტიტანი	0,6

მონაცემების მიხედვით გამოთავლეთ არითმეტიკული საშუალო, რიცხვითი მწკრივის სხვაობა და მედიანა. ააგეთ დიაგრამა.

10. ააგეთ სვეტოვანი დაიგრამა გარკვეული მთის მასივების მწვერვალების ცხრილში მოცემული სიმაღლეების მიხედვით.

მწვერვალი	სიმაღლე (მ)	მთის მასივი
მონბლანი	4807	ალპები
მულასენი	3478	ანდალუზის მთები
ანეპო პიკი	3404	პირინეი
მუსალა	2925	ბალკანები
კორნო	2914	აპენინი
გერლახობსკ შტიტ	2655	თათრი მასივი
იალბუზი	5642	კავკასია
ბაზარდუზუ	4466	კავკასია

11. შეადგინეთ სხვადასხვა ტიპის ამოცანები მოდისა და მედიანი პოვნაზე.

12. მოცემულია კვირის განმავლობაში მაღაზიაში დღიურად გაყიდული შაქრის ოდენობის შესახებ: 41 კგ; 54 კმ; 34 კმ; 43 კმ; 43 კმ; 40 კმ; 60 კმ. მონაცემების მიხედვით განსაზღვრეთ რიცხვითი მწკრივის უდიდესი სხვაობა, არითმეტიკული საშუალო,მოდა და სტატისტიკური საშუალო. ააგეთ დიაგრამა.

13. .გოიგოლის ტბის სიღრმე 4 სხვადასხვა ადგილას გაზომეს. მიიღეს: პირველად 94,5 მ, მეორედ 93,8 მ, მესამედ 97,8 მ და მეოთხედ 95,7 მ სიღრმე, რას უდრის ტბის საშუალო სიღრმე?

14. ჩემი სიმაღლე 1,28 მ-ია, მამაჩემის სიმაღლე 1, 75 მ, დედაჩემის სიმაღლე კი 1,68 მ-ია. იპოვეთ ჩვენი სიმაღლის საშუალო მნიშვნელობა.

15. დედამ 4 კგ ბალის, 8 კგ მარწყვისა და 6 კგ ვაშლის მურაბა დაამზადა და იგი 3 შვილს ტოლად გაუყო. რამდენი კილოგრამის მურაბა მისცა საშუალოდ დედამ თითოეულ შვილს?

16. მე, ჩემი ძმა და უფროსი და საყიდლებზე წავედით. მე 12 მან, ძმამ 10 მან, დამ კი 20 მან. დახარჯა. რა თანხა დავხარჯეთ თითოეულმა საშუალოდ?

17. ავტომობილმა 3 საათი 90კმ/სთ სიჩქარით, 4 სთ 75,5 კმ/სთ სიჩქარით , 1 სთ 65კმ/სთ სიჩქარით იმოძრავა. რას უდრის ავტომობილის საშუალო სიჩქარე?

18. მატარებელმა 4 სთ 60 კმ/სთ სიჩქარით და 2 სთ 84 კმ/სთ სიჩქარით იმოძრავა. რას უდრის მატარებლის საშუალო სიჩქარე?

19. შეჯიბრის დროს სპორტსმენმა მიმდევრობით 5,2; 4,9; 5,1; 5,3; 5,8; 4,7; 4,7 და 5 ქულა მოიპოვა. რამდენ ქულას იღებდა საშუალოდ სპორტსმენი?

20. მოსწავლემ 4 გამოცდაში შესაბამისად 4,3; 5,0; 3,0; და 4,1 ქულა მოაგროვა. რას უდრის მოსწავლის საშუალო ქულა? რას უდრის სტატისტიკური საშუალო (მედიანა) ქულა?

21. სამი რიცხვის არითმეტიკული საშუალო 65-ია. იპოვეთ მესამე რიცხვი, თუ პირველი რიცხვი 57-ია, ხოლო მეორე რიცხვი მასზე 5 ერთეულით მეტია.

22. ექვსი რიცხვის არითმეტიკული საშუალო 3,5-ია. ოთხი რიცხვის არითმეტიკული საშუალო კი 2, 25-ია. იპოვეთ ამ 10 რიცხვის არითმეტიკული საშუალო.

23. მაღაზიაში 3 ყუთი ფერადი ფანქარი შევიძინე. ყუთებში ფანქრების საშუალო რაოდენობა 18-ია. ერთი ყუთი ძმას მივეცი. ძმისათვის მიცემულ ყუთში 12 ფანქარი იყო. რამდენი ფანქარი იყო საშუალოდ დანარჩენი ყუთებიდან თითოეულში?

24. ერთი რიცხვი მეორეზე 1,5-ჯერ მეტია. ამ რიცხვების არითმეტიკული საშუალო 75-ია. იპოვეთ ეს რიცხვები.

25. პირველი რიცხვი მეორეზე 3-ჯერ, მესამე რიცხვი კი პირველზე 2-ჯერ მეტია. მათი არითმეტიკული საშუალო 155-ია. იპოვეთ ეს რიცხვები.

26. სამი რიცხვის არითმეტიკული საშუალო არის 28. იპოვეთ ეს რიცხვები, თუ პირველი რიცხვი მესამეზე 2,5-ჯერ, ხოლო მეორე რიცხვი კი 1,5-ჯერ მეტი იქნება მესამეზე.

8.6. პროგნოზირება

სტატისტიკას ქვემოთ მოცემული მნიშვნელოვანი ფუნქციები გააჩნია;

1. **მაინფორმირებელი ფუნქცია**: რაიმე მოვლენისა და პროცესის შესახებ ინფორმაციის შეგროვება, დამუშავება და წარდგენა.
2. **მაპროგნოზირებელი ფუნქცია** გარკვეული მოსაზრების წამოყენება რაიმე პროცესის შესაძლო მოხდენისა თუ მოუხდენლობის შესახებ.

პროგნოზები ინფორმაციების ანალიზის საფუძველზე იძლევა: ამინდის პროგნოზი, მიწისძვრის პროგნოზი, რომელიმე ტანსაცმლის უფრო მეტად გაყიდვის პროგნოზი, რომელიმე ტკბილეულის უფრო მეტად შესაძლო შემენის პროგნოზი და სხვ.

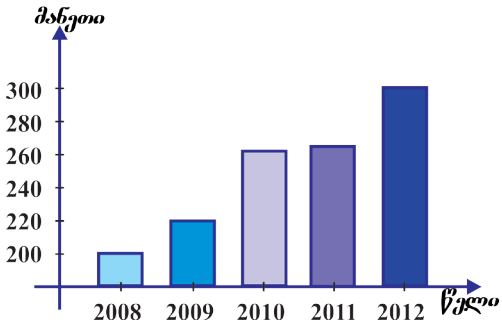
წინა მეცადინეობებზე ჩვენ გავეცანით ინფორმაციის შეგროვების, დამუშავებისა და წარდგენის ამოცანებს. ახლა კი ვიმეცადინებთ ინფორმაციების გაანალიზებით პროგნოზირების საკითხზე.

სავარჯიშოები

1. აბიტურიენტებს შორის ჩატარებული საცდელი გამოცდები დახმარებას უწევს მათ, საკუთარი დონის განსაზღვრაში. 2012 წელს ჩატარებულ საცდელ გამოცდებზე აბიტურიენტმა 500, 550, 570, 600 ქულა მოაგროვა. რა პროგნოზის გაკეთება შეიძლება მისი ისეთ სპეციალობაზე შესაძლო ჩარიცხვის შესახებ, სადაც გამსვლელი ქულა 520 ქულაზე მაღალია?

2. თქვენი კლასის მოსწავლეების მათემატიკის საგნის I ნახევარწლის განმავლობაში ჩატარებულ მცირე შემაჯამებელ შეფასებათა შედეგები დაწერეთ ცხრილის სახით. ამ შედეგების საფუძველზე მოახდინეთ იმის პროგნოზირება, თუ წლის ბოლოს მათემატიკაში რამდენი მოსწავლე მიიღებს „5“, რამდენი -„4“ და რამდენი „3“-ს.

3. მოცემულია ჰუსეინის სამუშაოზე მიღების დროიდან დღემდე შრომის ანაზღაურების ზრდის გრაფიკი. დიაგრამის საფუძველზე გაეცით პასუხები ქვემოთ მოცემულ შეკითხვებზე:

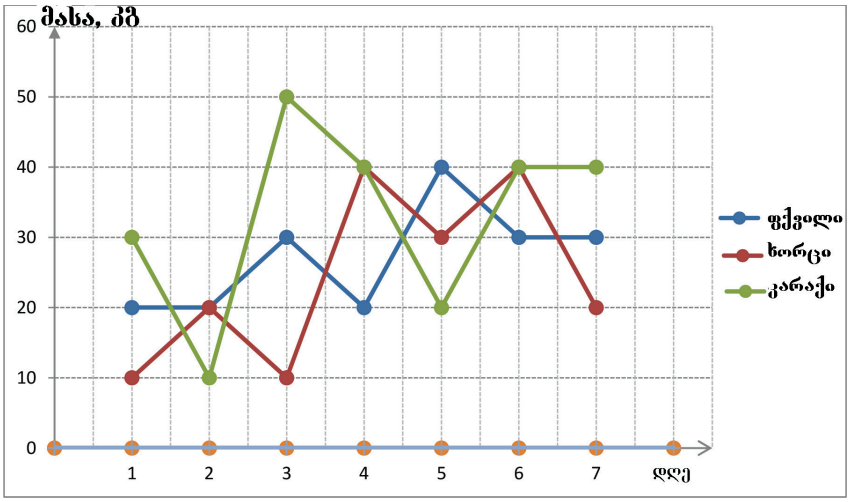


ა) რამდენი მანეთით გაიზარდა ჰუსეინის შრომის ანაზღაურება 2008 წლიდან 2012 წლამდე?

ბ) რომელ პერიოდში უფრო მეტად გაიზარდა შრომის ანაზღაურება?

გ) რამდენი მანეთი ხელფასი ექნებოდა ჰუსეინს 2013 წელს, თუ ზრდა 2010-2011 წლების მსგავსი იქნებოდა?

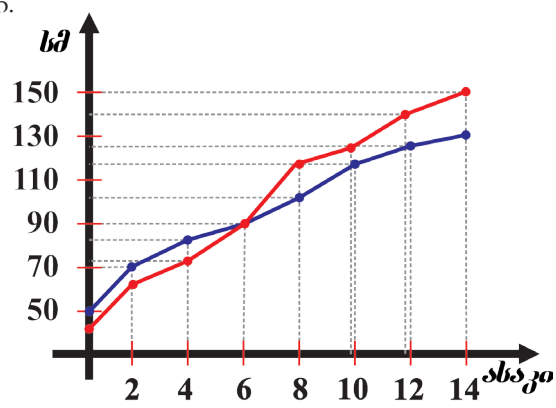
4. საკოორდინატო სისტემაში მოცემულია კვირის განმავლობაში მარკეტში სამი საქონლის: კარაქის, ფქვილისა და ხორცის გაყიდვის გრაფიკი. გრაფიკის მიხედვით შეადგინეთ სათანადო კითხვები.



5. ცხრილში მოცემულია სპორტის გაკვეთილზე VI კლასის მოსწავლეების ადგილიდან სიგრძეზე ხტომის შედეგები. ცხრილის მიხედვით, შეიძლება იმის პროგნოზირება, ვინ უფრო მაღალ შედეგს მიაღწევს?

მოსწავლის სახელი	I ცდა	II ცდა	III ცდა	IV ცდა
სელიმი	1,3 მ	1,1 მ	1,5 მ	1,3 მ
ფერიდი	1,2 მ	1,5 მ	1,5 მ	1,1 მ
იკბალი	1 მ	1,2 მ	1,1 მ	1,3 მ
რუსტამი	1,4 მ	1,5 მ	1,3 მ	1,5 მ
ილჰამი	1,2 მ	1,3 მ	1,1 მ	1,5 მ

6. მოცემულია აკიფისა (ლურჯი ხაზი) და თემურის (წითელი ხაზი) სიმაღლის (სანტიმეტრობით) ზრდის გრაფიკი.



გრაფიკების მიხედვით განსაზღვრეთ:

ა) ორი წლის ასაკში რომლის სიმაღლე იყო უფრო მეტი?

ბ) რომელ ასაკში მიაღწია აკიფის სიმაღლემ თემურის სიმაღლეს?

გ) 4-6 წლის ასაკში რომლის სიმაღლემ უფრო მეტად მოიმატა?

დ) რა პროგნოზის გაკეთება შეიძლება 18 წლის ასაკში მათი სიმაღლის შესახებ?

8.7. ალბათობა

ცხოვრებაში რაიმე მოვლენის მოხდენისა თუ არ მოხდენის პროგნოზირებისას ხშირად ვიყენებთ ასეთ გამოთქმებს: “ეს შეუძლებელია”, “არსებობს მაღალი ალბათობა, რომ”, “ასი პროცენტით შეგიძლიათ იყოთ დარწმუნებული, რომ...”. ამრიგად, გაანალიზებული ინფორმაციების საფუძველზე გარკვეული დასკვნები გამოიტანება.

თქვენ იცით, რომ ხდომილების სამი სახე არსებობს. “აუცილებელი ხდომილობა”, “შეუძლებელი ხდომილობა” და “შემთხვევითი ხდომილობა”. ხდომილობას, რომელიც მოცემულ ექსპერიმენტში აუცილებლად მოხდება **აუცილებელი ხდომილობა** ეწოდება. ხდომილებას, რომელიც ასეთი ექსპერიმენტის ჩატარების დროს, არასდროს არ შეიძლება მოხდეს **შეუძლებელი ხდომილობა** ეწოდება. **შემთხვევითი ხდომილობა** ეწოდება ისეთ ხდომილობას, რომელიც მოცემული პირობების საფუძველზე ან მოხდება, ან კიდევ არ მოხდება.

აუცილებელი ხდომილობის შესახებ საუბრისას, შეიძლება გამოთქმა "ალბათობა იმისა, რომ..." არ გამოვიყენოთ. თუ დღეს კვირა დღეა, მიუღებელია ვთქვათ: "ალბათ, ხვალ ორშაბათი იქნება". შეგვიძლია ვთქვათ: "ასპროცენტიანი ალბათობით შემიძლია ვთქვა, ხვალ ორშაბათია". ან ვიტყვით: "შეუძლებელია ხვალ შაბათი იყოს".

გამოკვლევა: დაახასიათეთ ქვემოთ მოცემული ხდომილობები:

ა) შუაღამისას მზე ამოვა;

ბ) 0-ზე ნაკლები შერჩეული რომელიმე რიცხვი ნატურალური რიცხვია;

გ) მათემატიკის გაკვეთილზე ფიზიკის ამოცანა ამოვხსენით;

დ) მათემატიკის გაკვეთილზე მათემატიკის სავარჯიშოები შევასრულეთ;

ე) (-3; 9) ინტერვალიდან აღებული რიცხვი დადებითი რიცხვია.

ამოხსნა: ა) შუაღამისას მზის ამოსვლა შეუძლებელი ხდომილობაა;

ბ) ნულზე ნაკლები რიცხვი არ შეიძლება იყოს ნატურალური, მაშასადამე ეს ხდომილობაც შეუძლებელი ხდომილობაა;

გ) მათემატიკის გაკვეთილზე ფიზიკის ამოცანის ამოხსნა შესაძლო ხდომილობაა, თუმცა დაბალალბათობიანი;

დ) მათემატიკის გაკვეთილზე მათემატიკის სავარჯიშოების შესრულება მაღალალბათობიანი ხდომილობაა;

ე) ხდომილობა იმისა, რომ –3-სა და 9-ს შორის არჩეული რიცხვი მთელი იქნება შემთხვევითი ხდომილობაა.

სავარჯიშოები

1. . დაახასიათეთ ხდომილობები:

ა) 29 თებერვლის შემდეგ 30 თებერვალი იქნება;

ბ) ხვალ ბაქოში იწვიმებს;

გ) ჩემი დის დაბადების თარიღი 32-ზე ნაკლებია;

დ) წლეულს ზამთარი მკაცრი იქნება.

2. დაასახელეთ აუცილებელი, შეუძლებელი და შემთხვევითი ხდომილობის ნიმუშები.

3. წაკითხული ამ გვერდიდან შეარჩიეთ რომელიმე სიტყვა. დაახასიათეთ ქვემოთ მოცემული ხდომილობები:

ა) შერჩეულ სიტყვაში არის a- ასო; ბ) შერჩეულ სიტყვაში არის m-ასო;

გ) შერჩეულ სიტყვაში არ არის z- ასო; დ) შერჩეულ სიტყვაში ჩინური ანბანის ასოებია.

4. სამირმა ჩაიფიქრა ნატურალური რიცხვი. დაახასიათეთ ხდომილობები:

ა) ეს რიცხვი ლუწი რიცხვია; ბ) ეს რიცხვი კენტი რიცხვია;

გ) ეს რიცხვი –5 და 0 შორის მდებარეობს; დ) ეს რიცხვი –17 და 17 შორის მდებარეობს.

5. გულშანმა ჩაიფიქრა ნატურალური რიცხვი. დაახასიათეთ ხდომილობები:

ა) ეს რიცხვი მარტივი რიცხვია;

ბ) ეს შედგენილი რიცხვია;

გ) ეს რიცხვი არც მარტივია და არც შედგენილი;

დ) ეს რიცხვი 2-ზე იყოფა;

ე) ეს რიცხვი 10-ზე იყოფა.

6. ნარმინმა ორი მთელი რიცხვის ნამრავლი იპოვა. ავღნიშნოთ ეს რიცხვები a და b-თი. ქვემოთ მოცემული ხდომილობებიდან რომლის შესახებ რისი თქმა შეგიძლიათ?

ა) ab ნამრავლი დადებითი რიცხვია;

ბ) ab ნამრავლი უარყოფითი რიცხვია;

გ) $ab = 0$;

დ) ab ნამრავლი ნულისაგან განსხვავებული რიცხვია.

7. m 7-ზე ნაკლები, n კი 9 და 12 შორის მდებარე ნატურალური რიცხვია. ნებისმიერი m და n რიცხვები შეირჩა. მოახდინეთ ქვემოთ მოცემული ხდომილობების პროგნოზირება:

ა) $m < n$;

ბ) $m > n$;

გ) $m + n$ მეტია 0-ზე და ნაკლებია 7-ზე;

დ) $m + n$ მეტია 9-ზე და ნაკლებია 12-ზე;

ე) $m + n$ მეტია 9-ზე და ნაკლებია 19-ზე.

8. აფეთმა სამკუთხედის კონგრუენტული ფიგურა ააგო. მოახდინეთ ქვემოთ მოცემული ხდომილობების პროგნოზირება:

ა) ეს ფიგურა მართკუთხა სამკუთხედია;

ბ) ეს ფიგურა ტოლგვერდა სამკუთხედია;

გ) ეს ფიგურა სამკუთხედია;

დ) ეს ფიგურა ხუთკუთხედია.

9. მასწავლებელმა დაფაზე დაწერა განტოლება $2x + 8 = 5x - 11$. რისი პროგნოზირება შეგიძლიათ განტოლების ფესვის შესახებ?

ა) განტოლების ფესვი მთელი რიცხვია;

ბ) განტოლების ფესვი ნატურალური რიცხვია;

გ) განტოლების ფესვი წილადი რიცხვია;

დ) განტოლების ფესვი ნულის ტოლია.

8.8. ტოლალბათობიანი, დაბალალბათობიანი და მაღალალბათობიანი ხდომილობები

შემთხვევითი ხდომილობები შეიძლება იყოს ტოლალბათობიანი, დაბალალბა-თობიანი და მაღალალბათობიანი.

1. მეტალის ფულს ორი მხარე აქვს და მისი რომელიმე მხარის მოსვლის ხდომილობა ტოლალბათობიანია, რადგან ორივე მათგანი მოსვლით ტოლშესაძლებლობიანი ხდომილობაა.

2. ყუთში 3 ცალი ბურთულიანი კალამია. ამ კალმებიდან ერთი წითელი, ორი კი ლურჯი ფერისაა. შაჰინმა ყუთში ჩაუხედავად ამოიღო ერთი კალამი. ამ დროს ტოლალბათობიანია თუ არა:

ა) ლურჯი კალამის ამოღების ხდომილობა;

ბ) წითელი კალამის ამოღების ხდომილობა?

ამოხსნა: არც ლურჯი და არც წითლი კალმის ამოსვლის ხდომილობა არ შეიძლება იყოს ტოლალბათობიანი, რადგან ლურჯი კალმების რაოდენობა წითელი კალმების რაოდენობაზე მეტია. მაშასადამე წითელი კალამის ამოსვლის ხდომილობა დაბალალბათობიანია, ხოლო ლურჯი ფერის კალამის ამოსვლის ხდომილობა კი მეორესთან შედარებით მაღალალბათობიანია.

საგარჯიშოები

1. კუბის ერთ წახნაგზე კურდღელი , მეორეზე კი მგელია გამოსახული. კუბი გააგორეს. ქვემოთ მოცემული ხდომილობები დაბალალბათობიანია, მაღალალბათობიანია თუ ტოლალბათობიანი?

ა) კურდღელგამოსახული წახნაგის მოსვლა;

ბ) მგელგამოსახული წახნაგის მოსვლა.

2. ეჰმედმა ჩაიფიქრა ერთ-ერთ ცხრილში მოცემული რიცხვი. ელიმ კი ცხრილში ჩახედვით სცადა ამ რიცხვის გამოცნობა. ელის მიერ ეჰმედის ჩაფიქრებული რიცხვის ამოცნობის ხდომილობა დაბალალბათობიანია, მაღალალბათობიანია თუ ტოლალბათობიანია?

12	34	72	121	89
823	13	91	16	55
1	16	90	65	21

3. ცალკეულ რიცხვით ბარათებზე აწერია 3, 6, 9, 12, 15, 18. ისინი ამოატრიალეს, აურიეს და ერთ-ერთი აირჩიეს. ხდომილობა იმისა, რომ ეს რიცხვი:

ა) 3-ზე იყოფა;

ბ) ლუწი რიცხვია;

გ) კენტი რიცხვია, დაბალალბათობიანია, მაღალალბათობიანია თუ ტოლალბათო-ბიანი?

4. პარკში ერთი და იგივე ზომის ტოლი რაოდენობის ყვითელი და წითელი ფერის მძივია. პარკში ჩაუხედავად ამ მძივებიდან ერთი ამოიღეს. ნიგარი ამბობს, რომ ყვითელი მძივის ან წითელი მძივის ამოსვლის შანსი ტოლალბათობიანია. გამოთქვით დამოკიდებულება მისი მოსაზრების მიმართ. თქვენი აზრით, როგორი უნდა იყოს სწორი პასუხი?

5. დაბადების დღეზე ნათიკს 3 წიგნი აჩუქეს. იმისათვის, რომ გადაეწყვიტა, პირველი რომელი წიგნი წაეკითხა მოიფიქრა ორი მეტალის ფულის ერთდროულად აგდება და თუ: ორივე მონეტაზე რიცხვიანი მხარე მოვიდოდა, I წიგნს, ორივეზე გერბი მოვიდოდა, მაშინ II წიგნს, ხოლო თუ ერთზე რიცხვი და მეორეზე გერბი მოვიდოდა, მაშინ III წიგნს წაიკითხავდა.

ა) რამდენ ხდომილობას შეიძლება ჰქონდეს ადგილი?

ბ) განსაზღვრეთ ამ ხდომილობების ტოლალბათობიანობა, მაღალალბათობიანობა და დაბალალბათობიანობა.

6. ყუთში 1-დან 6-მდე დანომრილი 6 ცალი ბილიარდის ფერადი ბურთულა დევს. ყუთში ჩაუხედავად ერთი ცალი ამოიღეს.

ა) როგორი ხდომილობაა ბილიარდის ნებისმიერი ბურთულას ამოსვლის ხდომილობა?

ბ) ყუთში 3 ცალი შავი და 3 ცალი წითელი ბილიარდის ბურთულა რომ ყოფილიყო წითელი ან შავი ბურთულის ამოსვლის ხდომილობა ტოლალბათობიანი იქნებოდა?

გ) თუ 4 ბურთულა შავია და 2 ბურთულა წითელია, რომელი ფერის ბურთულის ამოსვლაა მაღალალბათობიანი?

დ) 5 ნომერი ბურთულისა და 2 ნომერი ბურთულის ამოსვლა ტოლალბათობიანი ხდომილობებია?

7. კამათელი ერთხელ გააგორეს. 5 ქულის ან 1 ქულის მოსვლა ტოლალბათობიანია?

8. ა) ლიტერატურის სახელმძღვანელოდან შეარჩიეთ და წაიკითხეთ რაიმე ტექსტი. აღნიშნეთ, რომელი ასოები უფრო მეტად შეგხვდათ.

ბ) თვალები აიხვიეთ, თითი ტექსტის რაიმე ასოს დაადეთ. ეს ცდა ათჯერ ჩაატარეთ და ცდების შედეგები აღნიშნეთ. რომელი ასო უფრო მეტად შეგხვდათ? რომელი ასოს ამოსვლის ხდომილობა იყო დაბალალბათობიანი?

9. საჭადრაკო დაფაზე შეუხედავად შეირჩა ორი უჯრა. ტოლალბათობიანია თუ არა ხდომილობა იმისა, რომ ამ უჯრებიდან:

1) ერთი შავი და ერთი თეთრი იქნება;

2) ორივე თეთრი იქნება;

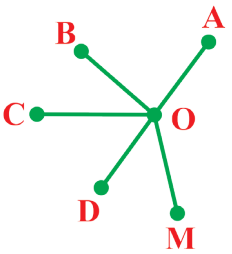
3) ორივე შავი იქნება.

10. კალათაში 12 წითელი და 10 მწვანე ვაშლია. ჩაუხედავად ამოიღეს 1 ვაშლი. ქვემოთ მოცემული ხდომილობები დაალაგეთ ზრდის რიგის მიხედვით.

ა) წითელი ვაშლის ამოღების; ბ) ვაშლის ამოღების;

გ) მსხალის ამოღების; დ) მწვანე ვაშლის ამოღების;

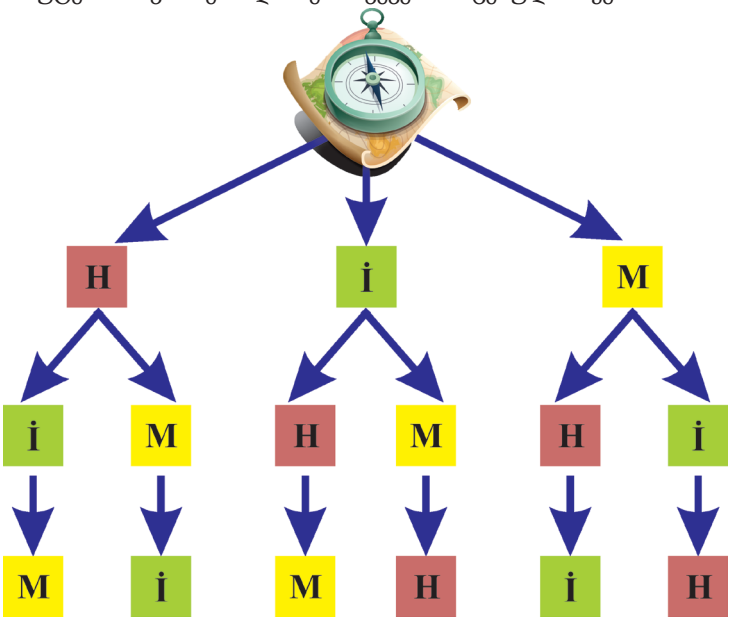
11. გულნარი პარკის A წერტილიდან იწყებს მოძრაობას. ის გზის გასაყართან მისვლისას შემთხვევით შერჩევით ირჩევს გზას და უკან მოუბრუნებლად მიდის. სქემის მიხედვით ტოლალბათობიანია თუ არა გულნარეს მისვლა M და C წერტილებში?



8.9. შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი

გამოკვლევა: აზერბაიჯანში მოსული უცხოელი ტურისტები საექსკურსიოდ სამ დასასვენებელ ზონაში გადიან: ისმაილლი, ჰაჯიქენდი, მასალლი. რომელი მარშრუტით შეიძლება იმოძრაობ ტურისტებმა? რამდენი შესაძლო შემთხვევა არსებობს?

ამოხსნა: მოვახდინოთ დასასავენებელი ზონების ასოებით კოდირება: ისმაილლი ->I, ჰაჯიკენდი ->H, მასალლი ->M. ტურისტების შესაძლო სამოძრაო მარშრუტებისათვის შესაძლო შემთხვევები მოცემულია სქემის სახით:



სქემიდან ჩანს, რომ ექსკურსიის დროს ტურისტების მარშრუტის შერჩევის 6 შესაძლო შედეგი შეიძლება იყოს: HİM; HMİ; İHM; İMH; MHİ; MİH.

ნიმუში: პაპას შესასვლელი კარების კოდი დაავიწყდა, მაგრამ ახსოვდა, რომ ის იყო ოთხციფრიანი და შედგებოდა „0“ და“1“ -ებისაგან.. მაქსიმუმ რამდენ ცდაში გააღებს ის კარს?

ამოხსნა: პირობის თანახმად კარების კოდი ოთხი ციფრისაგან შედგება და მხოლოდ „0“ და „1“ ციფრებია. მაშასადამე კოდის ჩანაწერში სამი „0“ და ერთი „1“, ორი „0“ და ორი „1“, სამი „1“ და ერთი „0“ შეიძლება იყოს. 0000 და 1111 შემთხვევები არ აიღება. გამოვიკვლიოთ თითოეული შემთხვევა.

1) სამი “0” და ერთი “1” შემთხვევები: **0001 0010 0100 1000** – 4 შემთხვევა;

2) ორი “0” და ორი “1” შემთხვევები: **0011 0101 0110 1010 1100 1001** – 6 შემთხვევა;

3) ერთი “0” და სამი “1” შემთხვევები: **0111 1011 1101 1110** – 4 შემთხვევა.

მაშასადამე, განვსაზღვრეთ: სულ 14 შესაძლო შემთხვევაა.

სავარჯიშოები

1. ა) დაწერეთ ყველა სამნიშნა რიცხვი, რომელთა ჩანაწერი შედგება 1, 2, 3 ციფრებისაგან.

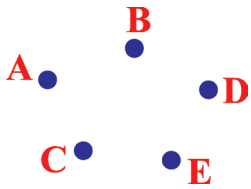
ბ) დაწერეთ ყველა ორნიშნა რიცხვი, რომელთა ჩანაწერი შედგება 0, 9, 5 ციფრებისაგან.

2. 3, 4 და 5 ციფრიდან თითოეულის მხოლოდ ერთხელ გამოყენებით დაწერეთ ისეთი სამნიშნა რიცხვი, რომ ეს რიცხვი გაიყოს:

ა) 2-ზე; ბ) 5-ზე; გ) 3-ზე; დ) 6-ზე.

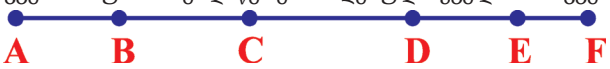
3. მათემატიკის საგნის საქალაქო ოლიმპიადას 5 გამარჯვებული ჰყავს. თუმცა ზონალურ ოლიმპიადაზე 2 მოსწავლე უნდა გაიგზავნოს. რამდენი ხერხითაა შესაძლებელი 5 გამარჯვებულიდან 2 კანდიდატის შერჩევა? (გამარჯვებულები დანომრეთ 1-დან 5-მდე).

4. აღნიშნულია 5 წერტილი. ნებისმიერი ორი წერტილი შეაერთეთ მონაკვეთით. რამდენი მონაკვეთი მიიღება? დაწერეთ მონაკვეთების სახელები..

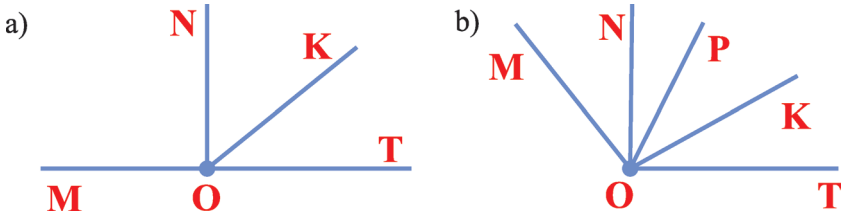


5. ერთი მანეთის 10, 20 და 50 კაპიკიანებად რამდენნაირად შეიძლება დახურდავება? ყველა შესაძლო შემთხვევა გამოსახეთ სურათის დახატვით.

6. რამდენი მონაკვეთია სურათზე. დაწერეთ მიღებული ყველა მონაკვეთის სახელი.



7. კუთხის გვერდებს შორის საწყისი კუთხის წვეროს წერტილიდან სხივებია გავლებული. განსაზღვრეთ სულ რამდენი კუთხეა მიღებული.



8. კამათლის ერთხელ გაგორებისას რაიმე ქულის ზედა წახნაგზე მოსვლის ხდომილებისათვის რამდენი შესაძლო შემთხვევა არსებობს?

9. იპოვეთ ორი კამათლის ერთხელ გაგორებისას ზედა წახნაგზე მოსული რიცხვების წყვილი. ამ წყვილების ცხრილში ჩაწერით აღნიშნეთ ყველა შესაძლო შემთხვევა.

1; 1		1; 3			
				2; 5	
			3; 4		
	5; 2				
					6; 6

10. ოთხი მეგობარი შეხვდა ერთმანეთს და შეხვედრისას ხელი ჩამოართვეს. განსაზღვრეთ ხელის ჩამორთმევის რაოდენობა (მეგობრებს ან სახელები დაარქვით ან დანომრეთ).

11. სამი სხვადასხვა მეტალის ფული ორ ჯიბეში რამენაირად შეიძლება ჩავიდოთ?

12. ნერმინს მოსწონს ვარდებისა და ყვავილების შესახებ ინფორმაციის შეგროვება. მან ვარდის, გვირილის, იისა და მიხაკის შესახებ შეგროვებული ინფორმაცია ყოველ 2 ყვავილზე ერთ გვერდზე ჩაიწერა რვეულში და შესაბამისი სურათებიც დააწება. დანომრეთ გვერდები 1 და 2 რიცხვებით და განსაზღვრეთ შესაძლო შემთხვევები.

13. ისმაილმა მაღაზიაში კომპიუტერული თამაშებჩაწერილი 5 DVD შეარჩია. თუმცა მას მხოლოდ 3 DVD-ის შესაძენი ფული აქვს. იპოვეთ 5 DVD-დან 3-ის შერჩევისათვის რამდენი შესაძლო შემთხვევა არსებობს (DVD-ები დანომრეთ).

14. ა) მასწავლებელმა დაფაზე დაწერა რიცხვები: -23; -16; -8; -9; 21; -10; 3; 10. მოსწავლეებს დაევალათ შეერჩიათ ისეთი რიცხვთა წყვილები, რომელთა ჯამიც -13-ის ტოლია. თქვენი აზრით, აქ რამდენი შესაძლო შემთხვევა არსებობს? მათგან რამდენია ხელსაყრელი?

ბ) მოცემულია რიცხვები: 5; 11; -3; 12; -24; 0; 16; -2. ისინი ორ-ორად ისე შეარჩიეთ, რომ ნამრავლს უარყოფითი ნიშანი ჰქონდეს. იპოვეთ შესაძლო და ხელსაყრელი შემთხვევების რიცხვი.

15. . მოცემულია a, b და c მთელი რიცხვები. იმისათვის, რომ მათი ნამრავლი იყოს:

ა) დადებითი რიცხვი, ამ რიცხვებს რომელი ნიშნები უნდა ჰქონდეს? რამდენი შესაძლო შემთხვევა არსებობს?

I შემთხვევა: $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$.

II შემთხვევა: ...

ბ) უარყოფითი რიცხვი, ამ რიცხვებს რომელი ნიშნები უნდა ჰქონდეთ? რამდენი შესაძლო შემთხვევა არსებობს?

I შემთხვევა: $a > 0$; $b > 0$; $c < 0$.

II შემთხვევა: ...

8.10. ტოლალბათობიანი, დაბალალბათობიანი და მაღალალბათობიანი ხდომილობები

გამოვიკვლიოთ ხდომილობა რაიმე პირობის ფარგლებში. დავუშვათ, სათამაშო კამათელი ერთხელ გავაგორეთ. ამ დროს ზედაპირზე 1, 2, 3, 4, 5 და 6 ქულებიდან ერთ-ერთი მოვა. ამ ხდომილებებიდან თითოეული ტოლშესაძლებელი ითვლება.

დავუშვათ, დაყენებულია პირობა, რომ მოსული ქულა 4-ზე მეტი უნდა იყოს. ეს ხდომილება ორ შემთხვევაშია შესაძლებელი: 5 და 6 ქულის მოსვლისას.

მოცემული პირობის მიხედვით ზედაპირზე 5 და 6 ქულების მოსვლა ითვლება ხელსაყრელ შემთხვევებად.

ნიმუში 1: კამათელის გაგორებისას 4-ზე მეტი ქულის მოსვლის ხდომილების რამდენი ხელსაყრელი შემთხვევა არსებობს?

ამოხსნა: კამათელის ერთხელ გაგორებისას 6 შესაძლო შემთხვევა არსებობს. ვინაიდან 4-ზე მეტი ქულები 5 და 6-ია, ამიტომ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი 2-ია.

ნიმუში 2: აგორებენ ორ კამათელს. იპოვეთ იმის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი, რომ ზედაპირზე მოსული ქულების ჯამი იყოს 7-ის ტოლი..

ამოხსნა: ამოხსნა: ვიცით, რომ ორი კამათელის ერთხელ, ერთდროულად გაგორებისას 36 შესაძლო შემთხვევა არსებობს. მათ შორის, ზედაპირზე ჯამში 7 ქულიანებია: (1; 6); (2; 5); (3; 4); (4; 3); (5; 2); (6; 1). ზედაპირზე ჯამში 7 ქულის მოსვლის ხდომილების ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი დაითვლება და მათი რაოდენობა 6-ია.

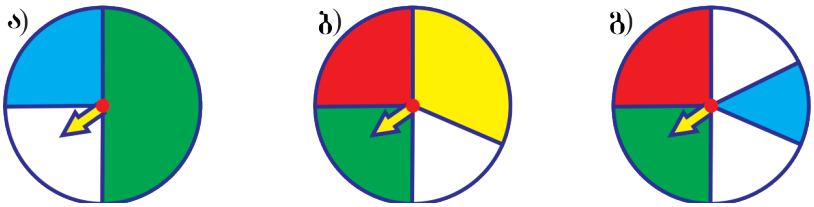
საგარჯიშოები

1. იპოვეთ ორი კამათელის ერთხელ, ერთდროულად გაგორებისას ზედაპირზე მოსული ქულების ჯამის: ა) 8-ის; ბ) 10-ის; გ) 12-ის ტოლობის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი.

2. კლასის 20 მოსწავლიდან 11 რუსულ, 7 ინგლისურ, 2 გერმანულ ენას სწავლობს. იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმის ხდომილობისა, რომ შემთხვევით შერჩეული ერთი მოსწავლე იქნება რუსული ენის შემსწავლელი.

3. ყუთში 6 ცალი თეთრი და 7 ცალი წითელი ბურთულაა. იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმის ხდომილებისა, რომ შემთხვევით ამოღებული ერთი ბურთულა იქნება თეთრი.

4. სურათზე მოცემული სატრიალებელი დისკებიდან რომლის დატრიალებისას თეთრი ფერის სექტორზე გაჩერების ხდომილობაა მაღალალბათობიანი? რატომ?



სურათი 1

5. 2000 ლატარიის ბილეთიდან 150 მომგებიანია. რას უდრის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი იმისა, რომ შეძენილი ერთი ბილეთი იქნება მომგებიანი?

6. იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმისა, რომ სათამაშო კამათელის გაგორებისას ზედაპირზე მოსული ქულა ლუწი იქნება.

7. მუქ პარკში 10 ცალი წითელი, 7 ცალი შავი, 4 თეთრი ბურთულაა. იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმისა, რომ ერთი ბურთულის ამოღებისას იგი შავი იქნება.

8. კამათლის ერთხელ გაგორებისას იპოვეთ ზედაპირზე მოსული ქულის 6-ზე მეტის მოსვლის ხდომილობის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი. რას უდრის 0-ზე მეტი ქულის მოსვლის ხდომილობის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი?

9. ტექნიკური კონტროლის განყოფილებამ 500 ცალი ერთნაირი დეტალის შემოწმებისას, გამოავლინა 6 ცალი სტანდარტთან შეუსაბამო დეტალი. იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმისა, რომ შემთხვევით აღებული ერთი დეტალი იქნება არასტანდარტული.

10. იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმის ხდომილობისა, რომ შემთხვევით აღებული ორნიშნა რიცხვი გაიყოფა 2-ზე.

11. ყუთში 1-დან 19-მდე დანომრილი 19 ბარათია. ყუთიდან ამოიღეს ერთი ბარათი. იპოვეთ ბარათზე ქვემოთ მოცემული პირობების დამაკმაყოფილებელი რიცხვების ამოსვლის ხდომილობის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი:

ა) 12; ბ) 21; გ) ლუწი; დ) კენტი;

ე) 3-ის ჯერადი; ვ) 7-ის ჯერადი; ზ) მარტივი; თ) ორნიშნა;

ი) ჩანაწერში ციფრი 9-ის შემცველი; კ) ჩანაწერში ციფრი 1-ის შემცველი;

ლ) ჩანაწერში ციფრი 5-ის შემცველი;

მ) ჩანაწერის ციფრების ჯამი 5-ის ჯერადია;

ნ) 7-ზე გაყოფისას ნაშთში 5 მიიღება.

12. 1, 2, 3, 4, 5 რიცხვთა მწკრივიდან შემთხვევით ირჩევა 2 რიცხვი. იპოვეთ ხელსაყრელი რიცხვი იმის ხდომილობისა, რომ ამ ორი რიცხვის ჯამი კენტი იქნება.

13. იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმ ხდომილობისა, რომ თებერვლის თვის შემდეგი რიცხვები: ა) 7; ბ) 31; გ) 29; დ) 28 იქნება.

14. სამირმა, ჰუსეინმა, ფაიკმა, ეჰმედმა და ელიმ იმის განსაზღვრისათვის თუ ვინ დაიწყოს თამაში ჩაატარეს წილისყრა. იპოვეთ ხელშემწყობ ხდომილობათა რიცხვი იმისა, რომ თამაშს პირველად ფაიკი დაიწყებს. რას უდრის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი იმისა, რომ თამაშს ეჰმედი დაიწყებს?

15. ა) თაროზე 5 წყვილი ლურჯი, 3 წყვილი წითელი ფერის წინდებია. სულ მცირე რამდენი წინდა უნდა იქნას აღებული თაროდან, რომ ერთი და იგივე ფერის ერთი წყვილი წინდა იქნას მიღებული?

ბ) თაროზე ერთი და იგივე ზომის 7 ცალი თეთრი და 4 წყვილი შავი წინდაა. შეხედვის გარეშე თაროდან რამდენი წინდა უნდა იქნას აღებული, რომ მათ შორის ერთი ფერის ერთი წყვილი წინდა იყოს?

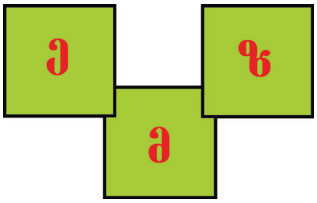
16. ა) იპოვეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმ ხდომილობისა, რომ ოჯახში მყოფი ორი ბავშვიდან ორივე ბიჭი იქნება.

ბ) ოჯახის ორი ბავშვიდან უმცროსი ბიჭია. განსაზღვრეთ ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვის ხდომილობა, რომ მეორე ბავშვიც ბიჭი იქნება.

17. ყუთებიდან პირველში 1 ცალი, მეორეში ორი ცალი, მესამეში სამი ცალი...მერვეში 8 ცალი ბურთულაა. ყუთებიდან ერთი შემთხვევით გაიხსნა. რას უდრის ხდომილობის შესაძლო და ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმისა, რომ იქ ბურთულების რიცხვი 6-ზე ნაკლები იქნება?

18. თეფშზე ერთნაირი ზომის 20 ქუთაბი დევს. მათ შორის 4 ხორციანია, დანარჩენი კი მწვანილიანი. იპოვეთ შესაძლო და ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი იმის ხდომილობისა, რომ შემთხვევით აღებული ერთი ქუთაბი ხორციანი გამოდგება.

19. სხვადასხვა ბარათებზე ანბანის სამი ასო "**ზ**" "**მ**" "**ე**" ეწერა. ასოების არმცოდნე ბავშვი ამ ასოებს მიმ-დევრობით ალაგებს. რას უდრის „მზე“ სიტყვის მიღების ხდომილობის შესაძლო და ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი? (სურათზე წარწერის შეცვლაა საჭირო!).



20. დედამ 4 ცარიელი ყუთიდან ერთ-ერთში შვილისათვის შეძენილი საჩუქარი შეინახა. ყველა ყუთს სახურავი დააფარა და შვილს უთხრა, რომ პირველი ცდით იპოვოს საჩუქრიანი ყუთი. იპოვეთ შესაძლო და ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი იმის ხდომილობისა, რომ შვილი საჩუქრიან ყუთს პირველ ცდაზე იპოვის.

21. კალათბურთში ვარჯიშის დროს ილჰამის ნატყორცნი 50 ბურთიდან 20 კალათში მოთავსდა. იპოვეთ ილჰამის ნატყორცნი ბურთების კალათში მოხვედრის ხდომილობის შესაძლო და ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი..

22. შეადგინეთ ამოცანები, რომლის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი არის 3; 5; 0.

23. წლის განმავლობაში ბაქოში ქარიანი და უქარო დღეების რაოდენობა შეიძლება ითქვას, რომ ტოლია. ერთ-ერთ ქარიან დღეს მათემატიკის გაკვეთილზე მასწავლებელმა მოსწავლეებს ასეთი შეკითხვა მისცა: 80 საათის შემდეგ ქალაქში წყნარი ამინდის ყოფნის ხდომილობის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვის შესახებ, რისი თქმა შეგიძლიათ? თქვენ ამ შეკითხვაზე რა პასუხს გასცემდით?

24. ყუთში 10 ცალი თეთრი და ცისფერი ბურთულაა. ყუთიდან ბურთულები ამოიღება, ისევე ყუთში ბრუნდება და ირევა. ეს ცდა 100-ჯერ გაიმეორეს. შედეგად 63-ჯერ თეთრი და 37-ჯერ ცისფერი ბურთულა ამოვიდა. როგორ ფიქრობთ, ყუთში დაახლოებით რამდენი თეთრი ბურთულაა?

25. **პრაქტიკული სამუშაო:** ხშირად გამოყენებული კამათელი თავის სიმეტრიულო-ბას კარგავს. ამიტომაც თამაშის დროს კამათელზე რომელიმე ერთი წახნაგის მოსვლის რაოდენობა იზრდება ან მცირდება. აიღეთ ერთი ასეთი კამათელი და მისი გაგორებით ცდა ჩაატარეთ. ცდის შედეგების მიხედვით, გამოთვალეთ მისი თითოეული ზედაპირის მოსვლის ხდომილობის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი.

თვითშემოწმება

1. მოცემული რიცხვითი მწკრივისათვის იპოვეთ არითმეტიკული საშუალო და მოდა: 42; 37,4; 40,5; 42; 45,5; 35,6.

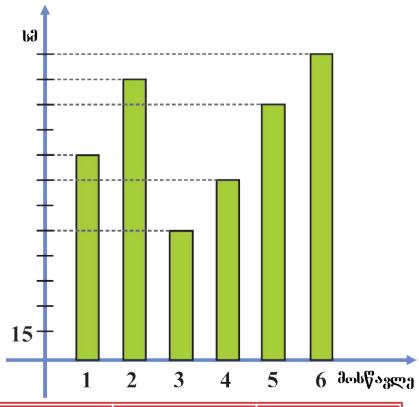
ა) 40,5 და 42; ბ) 42 და 41; გ) 43 და 40,5; დ) 243 და 42.

2. კლასიდან შეირჩა 6 მოსწავლე. მათი სიმაღლეების მიხედვით აიგო დიაგრამა. დიაგრამის მიხედვით განსაზღვრეთ:

ა) ყველაზე მაღალი და ყველაზე დაბალი მოსწავლეების სიმაღლეების არითმეტიკული საშუალო;

ბ) მოსწავლეთა სიმაღლის არითმეტიკული საშუალო;

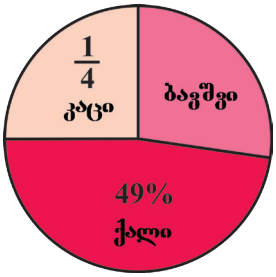
გ) რიცხვითი მწკრივის სხვაობა.



3. ცხრილის მიხედვით ააგეთ ჰისტოგრამა:

ასაკის სხვაობა	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35
ადამიანთა რაოდენობა	8	12	18	10	9

4. წითელი დიაგრამის საფუძველზე განსაზღვრეთ, მოსახლეობის რამდენ პროცენტს შეადგენენ ბავშვები:



5. ორი კამათელი ერთად გააგორეს. სამქულიანი სხვაობის მოსვლა მაღალალბათობიანია?

6. ორი კამათელი გააგორეს. დაახასიათეთ ხდომილობა იმისა, რომ ზედაპირზე მოსული ქულების ჯამი:

ა) მარტივი რიცხვია; ბ) შედგენილი რიცხვია.

7. საცდელ ნაკვეთზე 1000 თესლი დათესეს. თესლის 85% გაღივდა. იპოვეთ დათესილი თესლის გაღივების ხდომილობა.

8. ყუთში 13 წითელი, 12 ყვითელი და 6 თეთრი ბურთულაა. იპოვეთ ხდომილობა იმისა, რომ შემთხვევით ამოღებული ერთი ბურთულა იქნება:

ა) ყვითელი; ბ) წითელი; გ) თეთრი.

გაშეორება

1. ა) იპოვეთ 36-ის –127-ისა და 213-ის ჯამთან სხვაობა;
ბ) იპოვეთ –15-ისა და 43-ის სხვაობის 72-თან ნამრავლი;
გ) იპოვეთ –53-ისა და 92-ის ჯამის –12-თან ნამრავლი;
დ) იპოვეთ –100-ის შეფარდება 89-ისა და –189-ის ჯამთან..

2. გამოთვალეთ:

ა) $-125 \cdot (-347) \cdot (-8)$; ბ) $10 \cdot (-549) \cdot (-50) \cdot 2$;

გ) $-4 \cdot 23 \cdot (-25)$; დ) $250 \cdot 65 \cdot (-4) \cdot (-2)$.

3. გამოთვალეთ:

ა) $32 : (-8) + (-48) : (-6)$; ბ) $21 \cdot (-4) - 78 : (-6)$;

გ) $144 : (-18) - 850 : (63 - 80)$; დ) $-216 : (-12) + 96 : (89 - 113)$.

4. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x : 12 = -4$; ბ) $-72 : x = -9$; გ) $y \cdot (45 - 65) = -180$.

5. გამოთვალეთ:

ა) $-84 : 21 - 464 : (-58) - 96 : 24 + 140 : (-28)$;

ბ) $(-3264 : 8 + 4324 : (-46)) \cdot 15 + 2816$;

გ) $246 : (-41) - 150 : 25 - 400 : (-25) + (-128) : (-32)$;

დ) $(-1216 : (-4) + 462 : (-3)) \cdot (-24) - 937$.

6. ჭადრაკის შეჯიბრში 8 მოთამაშე მონაწილეობს. გამარჯვებულები ერთმანეთს შემდეგ თამაშში ხვდებიან. სულ რამდენი თამაში ჩატარდა, თუ ბოლოს ერთი მოთამაშე გამარჯვებული გახდა?

7. გამოთვალეთ:

ა) $|-344| : (-4)$; ბ) $(-250) : |125|$;

გ) $|-48 + 129| : |96 - 105|$; დ) $|-3 \cdot 5| : (-15)$.

8. a-ს და b-ს რა მნიშვნელობისათვის არის ხწორი ქვემოთ მოცემული ტოლობები?

ა) $a : b = 1$; ბ) $a : b = -1$; გ) $a : b = 0$.

9. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $x : (-12) = -4$; ბ) $-72 : y = 9$; გ) $y : (-34 + 7) = -12$.

10. მოცემულია ორი სიმრავლე: $A = \{-6; -8; 12; -9; 0; -1; 11; -5\}$ და $B = \{-7; -9; 2; -8; 1; 10; -5\}$. იპოვეთ სიმრავლეების ელემენტების ჯამი და ნამრავლი.

ა) $A \setminus B$; ბ) $B \setminus A$; გ) $A \cup B$; დ) $A \cap B$

11. ამოხსენით განტოლებები.

ა) $40 - 12x - 7 = 21$;

ბ) $(x - 2) + 20 = 29$.

12. ჩაწერეთ უტოლობის დამაკმაყოფილებელი ნატურალური რიცხვების სიმრავლე:

ა) $x < 2{,}7$; ბ) $x \leq 8$; გ) $x < 4\frac{4}{5}$.

13. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $2x + 5 = 7$; ბ) $4 \cdot (3x + 7) = 40$.

14. ა) იპოვეთ –4-სა და 4-ს შორის მდებარე მთელი რიცხვების რაოდენობა.

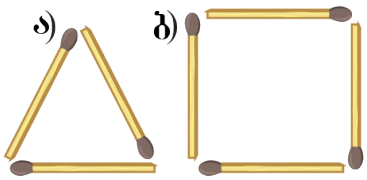
ბ) იპოვეთ –15-სა და 14-ს შორის მდებარე მთელი რიცხვების ჯამი.

გ) იპოვეთ –12-სა და 120-ს შორის მდებარე მთელი რიცხვების ნამრავლი.

15. ორი მკერავიდან თითოეულს სკოლის ფორმის შესაკერად 120 მ. ქსოვილი მისცეს. პირველმა მკერავმა მთელი ქსოვილის ნახევრისაგან თითოეულისათვის 3 მ ქსოვილის გამოყენებით, დანარჩენისაგან კი თითოეულისათვის 2 მ-ის გამოყენებით კოსტუმები შეკერა. მეორე მკერავმა მთლიანი ქსოვილის $\frac{1}{4}$-ისაგან თითოეულისათვის 2 მ ქსოვილის გამოყენებით, დანარჩენი ქსოვილისაგან კი თითოეულისათვის 3 მ-ის გამოყენებით სკოლის ფორმები შეკერა. რომელმა მკერავმა შეკერა უფრო მეტი კოსტუმი?

16. . საფეხბურთო ჩემპიონატში ქულები ასე ნაწილდება: მოგებისათვის 3 ქულა, ფრე 1 ქულა, წაგება 0 ქულა. გუნდმა 8 თამაში ჩაატარა და 20 ქულა მიიღო. რამდენი თამაში დაასრულა გუნდმა მოგებით, რამდენი ფრედ, რამდენი წაგებით?

17. 30 ასანთის ღერისაგან მეჰმედმა Δ და □ ააწყო. რამდენი Δ და □ ააწყო, თუ Δ-სათვის 3 ასანთის ღერი, □-სათვის 4 ასანთის ღერი გამოიყენა? თუ □ და Δ გვერდები ორ-ორი ღერისგან იქნება, მაშინ რამდენ □ და რამდენ Δ დაამზადებს?



18. მეგობრებისათვის საახალწლო საჩუქრის შესაძენად ფერიდს 50 მან. ფული ჰქონდა. ფერიდს 6 მანეთიანი და 8 მანეთიანი წიგნები მოეწონა. თითოეული წიგნის რამდენი ცალი შეუძენია ფერედს, თუ ცნობილია, რომ მან მთელი ფული დახარჯა?

19. 96 კგ კარტოფილი და 64 კგ კომბოსტო თანაბრად პატარა ურმებზე ატვირთეს. რამდენი ურემი გახდა საჭირო? რამდენი კილოგრამი კარტოფილი და რამდენი კოლოგრამი კომბოსტო ატვირთეს თითოეულ ურემზე?

20. ახალი წლის ზეიმზე ბავშვებისათვის საჩუქრად დასარიგებლად 96 შოკოლადი, 72 ფორთოხალი, 84 ბანანი იყიდეს. ამ პროდუქტებისაგან ყველაზე მეტი რამდენი ერთნაირი საჩუქრის დამზადებაა შესაძლებელი?

21. 156 ვარდის, 312 ზამბახისა და 330 მიხაკისაგან თაიგულები გააკეთეს. ამ ყვავილებისაგან ყველაზე მეტი რამდენი ერთნაირი თაიგულის გაკეთება შეიძლება?

22. ყასაბმა ცხვრის ხორცის კილოგრამი 9 მანეთად, ბატკნის ხორცის კილოგრამი 10 მანეთად გაყიდა. ცხვრის ხორცი ბატკნის ხორცზე 30 კგ-ით მეტი გაიყიდა, გაყიდული ცხვრის ხორცისა და ბატკნის ხორცის მასების თანაფარდობაა 3:2. რამდენი მანეთის ხორცი გაყიდა ყასაბმა?

23. სამმა გოგონამ ტყეში 93 ცალი თეთრი სოკო იპოვეს. პირველმა გოგონამ თავისი მოკრეფილი სოკოები ხუთ-ხუთად, მეორე გოგონამ კი ექვს-ექვსად დაალაგეს. ორივეს გროვების რაოდენობა ტოლი იყო, ხოლო როდესაც მეორე გოგონამ სოკოები ოთხ-ოთხად, მესამემ კი სამ-სამად დაალაგეს მათი გროვების რაოდენობაც ტოლი იყო. რამდენი სოკო მოკრიფა თითოეულმა გოგონამ?

24. სამი ბიჭი ტყეში კაკლის მოსაგროვებლად წავიდა. მათი მოგროვებული კაკლის დათვლისას გაირკვა, რომ პირველი ბიჭის მოგროვებული კაკლის რაოდენობისა და მეორეს მოგროვებული კაკლის რაოდენობის თანაფარდობაა 3:4, მეორისა და მესამის მოგროვებული კაკლების თანაფარდობა კი 5 : 3. რამდენი კაკალი მოაგროვა თითოეულმა ბიჭმა, თუ პირველმა ბიჭმა მესამეზე 102-ით მეტი კაკალი მოაგროვა?

25. დაშალეთ მარტივ მამრავლებად.

1) 12; 42; 216; 450; 920; 2280; 10850;

2) 27; 56; 625; 820; 2772; 702; 1224.

26. ა) დაწერეთ 25-ზე მეტი, 43-ზე ნაკლები მარტივი რიცხვები;

ბ) დაწერეთ 43-ზე მეტი, 52-ზე ნაკლები შედგენილი რიცხვები;

27. ქვემოთ მოცემული ნამრავლებიდან რომელია შედგენილი?

ა) $13 \cdot 1$; ბ) $14 \cdot 1$; გ) $4 \cdot 7$; დ) $11 \cdot 13$; ე) $1 \cdot 43$; ვ) $111 \cdot 1$.

28. იპოვეთ ქვემოთ მოცემული მამრავლებისაგან მიღებული რიცხვების ნატურალური გამყოფების რაოდენობა:

ა) $2 \cdot 2 \cdot 5$; ბ) $3 \cdot 5 \cdot 7$; დ) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$; ე) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$.

29. იპოვეთ:

ა) $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ რიცხვის $2 \cdot 5 \cdot 7$ რიცხვზე გაყოფით მიღებული განაყოფი.

ბ) $3 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23$ რიცხვის $3 \cdot 13 \cdot 19$ რიცხვზე გაყოფით მიღებული განაყოფი;

გ) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 37$ რიცხვის $11 \cdot 19 \cdot 37$ რიცხვზე გაყოფით მიღებული განაყოფი;

დ) $23 \cdot 43 \cdot 83$ რიცხვის $23 \cdot 43$ რიცხვზე გაყოფით მიღებული განაყოფი.

30. დაწერეთ ისეთი ორნიშნა რიცხვი, რომ მისი მარტივი მამრავლებიდან ერთი იყოს:.

ა) 7; ბ) 17; გ) 23.

31. დაწერეთ ისეთი ორნიშნა რიცხვი, რომ:

ა) ორი მარტივი რიცხვის ნამრავლის ტოლი იყოს;

ბ) სამი მარტივი რიცხვის ნამრავლის ტოლი იყოს.

32. 1) დაწერეთ ისეთი ორი მარტივი რიცხვი, რომ:

ა) ჯამი მარტივი რიცხვი იყოს; ბ) ჯამი შედგენილი რიცხვი იყოს.

2) . დაწერეთ ისეთი ორი შედგენილი რიცხვი, რომ:

ა) ჯამი მარტივი რიცხვი იყოს; ბ) ჯამი შედგენილი რიცხვი იყოს..

3) დაწერეთ ერთი მარტივი და ერთი შედგენილი ისეთი რიცხვები, რომ:

ა) ჯამი მარტივი რიცხვი იყოს; ბ) ჯამი შედგენილი რიცხვი იყოს.

33..არსებობს ისეთი ორი მარტივი რიცხვი, რომ მათი ნამრავლიც მარტივი რიცხვი იყოს?

34. ფურცლებზე დაწერეს 0-დან 9-მდე ციფრები. შეუხედავად 2 ფურცლს ირჩევენ და მათზე მყოფი ციფრების ჯამს წერენ. ჯამში 1-ისა და 9-ის მიღების ხდომილობა ტოლალბათობიანია? თუ არა, რომელი შემთხვევა მეტალბათობიანია? რატომ?

35. იპოვეთ მოცემული რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი:

ა) 35 და18; ბ) 24 და 30; გ) 45 და 56; დ) 12; 18 და 36;
ე) 72 და120; ვ) 792 და 1188; ზ) 924 და 396; თ) 116 და 111;
ი) 42 და 105; კ) 588 და 252; ლ) 680 და 612; მ) 125 და 130.

36. ქვემოთ მოცემულ რიცხვებს შორის შეარჩიეთ ურთიერთმარტივი რიცხვების წყვილი:

ა) 12; 14; 33; 25; ბ) 15; 16; 21 77;
გ) 11; 19; 38; 44; დ) 56; 57; 68; 69.

37. იპოვეთ მოცემული რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი:

ა) 56 და 70; ბ) 78 და 792; გ) 320 და 720; დ) 252 და 840;
ე) 42 და63; ვ) 120 და 324; ზ) 675 და 945; თ) 924 და 396.

38. იპოვეთ ნამრავლის სახით მოცემული რიცხვების უმცირესი საერთო ჯერადი:

ა) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ და $2 \cdot 3^2 \cdot 5$; ბ) $2^4 \cdot 3 \cdot 11$ და $2^2 \cdot 3^3 \cdot 13$;

გ) $3 \cdot 5^2$ და $7 \cdot 3 \cdot 5$; დ) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$ და $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

39. ყუთში მყოფი ვაშლების რაოდენობა 80-ზე ნაკლებია. მათი ორ, სამ და ხუთ ბავშვს შორის თანაბრად გაყოფა შესაძლებელია, მაგრამ ოთხ ბავშვს შორის გაყოფა შეუძლებელია. რამდენი ვაშლია ყუთში?

40. ეჰმედი სამ დღეში ერთხელ, ჰუსეინი ოთხ დღეში ერთხელ, სამირი კი ხუთ დღეში ერთხელ ცურვაზე დადიან. რამდენ დღეში ერთხელ შეხვდებიან ისინი ერთმანეთს აუზზე?

41. ამოხსენით განტოლებები: ა) $87{,}4 : x = 23$; ბ) $y : 17 = 15{,}3$.

42. a-ს $\frac{2}{9}$ 37,8-ის $\frac{3}{7}$--ია. იპოვეთ a.

43. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $105{,}6 : 24 + 76 \cdot 0{,}35$; ბ) $(16{,}1 : 35 + 1{,}24) \cdot 64$.

44. იპოვეთ გამოსახულებების მნიშვნელობა გამრავლების განრიგებადობის თვისების გამოყენებით:

ა) $3{,}6 \cdot 23 + 3{,}6 \cdot 77$; ბ) $2{,}04 : 17 + 1{,}36 : 17$.

45. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $(x + 16) : 7 = 21$; ბ) $5x + 2{,}3 = 3{,}8$;

გ) $17 \cdot (0{,}6 - x) = 3{,}4$; დ) $x : 7 - 0{,}3 = 0{,}4$.

46. დაწერეთ 56-სა და 60-ს შორის მდებარე ორი შედგენილი რიცხვი.

47 ა) ყველა ლუწი რიცხვი შედგენილი რიცხვია;

ბ) ყველა კენტი რიცხვი მარტივი რიცხვია? სწორია ეს დებულებები? რატომ?

48. კვადრატის გვერდი a ნატურალური რიცხვია. შეიძლება მისი ფართობი მარტივი რიცხვი იყოს? რატომ?

49. ა) იპოვეთ 4900-ის მარტივი გამყოფები;

ბ) რამდენი სხვადასხვა მარტივი მამრავლი აქვს 234-ს?

50. შეადარეთ რიცხვები:

ა) 135 და – 135; ბ) – 34 და – 38; გ) 0 და – 229; დ) –999 და 1.

51. ა) დაწერეთ რიცხვები ზრდის რიგის მიხედვით: 12; –21; 0; 3; –5; –1; 89; –923; 243; –11;

ბ) დაწერეთ რიცხვები კლების რიგის მიხედვით: –6; 1; –33; –19; –81; 32;–100;–888; 421.

52. ჩაწერეთ უტოლობის სახით:

ა) 9 დადებითი რიცხვია; ბ) -20 უარყოფითი რიცხვია;

გ) m არაუარყოფითი რიცხვია; დ) a არადადებითი რიცხვია;.

53. დაწერეთ მოცემულ რიცხვებზე მეტი უმცირესი მთელი რიცხვი:

ა) 9; ბ) –12; გ) 0; დ) –89; ე) 203; ვ) –102; ზ) 15.

54. დაწერეთ ქვემოთ მოცემული უტოლობების ნატურალურ ამონახსენთა სიმრავლე:

ა) $x \leq 7$; ბ) $a \leq 11$; გ) $m \leq 4$; დ) $k \leq -59$.

55. რიცხვთა ღერძზე მოცემულია a, b, m და n რიცხვები. შეადარეთ:

ა) b და n; ბ) 0 და n; გ) m და n; დ) $-b$ და 0; ე) $-a$ და m;

ვ) m და a; ზ) a და 0; თ) b და a; ი) 0 და $-a$; კ) $-b$ და n.

56. ქვემოთ მოცემული დებულებებიდან რომელია სწორი:

ა) თუ $a > 3$, a დადებითი რიცხვია;

ბ) თუ $b < 1$, b უარყოფითი რიცხვია;

გ) თუ $c > -1$, cდადებითი რიცხვია;

დ) თუ $d \leq -2$, d უარყოფითი რიცხვია;

57. შერჩევის ხერხით დაწერეთ $x < 7$ და $x > -5$ ორივე უტოლობის დამაკმაყოფილებელი მთელი რიცხვების სიმრავლე.

58. * ნაცვლად ისეთი ციფრები დაწერეთ, რომ მიიღოთ სწორი უტოლობა:

ა) –23*7 > –2387; ბ) 627* > 6275; გ) –2809 < –2*09; დ) 0 > – *8*.

59. შეადგინეთ კოორდინატთა სისტემა:

ა) აღნიშნეთ აბცისასა და ორდინატის რამოდენიმე დადებითი წერტილი. კოორდინატთა სიბრტყის რომელ მეოთხედში მდებარეობენ ეს წერტილები?

ბ) აღნიშნეთ რამდენიმე წერტილი, რომელთა აბცისა და ორდინატი უარყოფითია. საკოორდინატო სისტემის რომელ მეოთხედებში მდებარეობენ ეს წერტილები?

60. გამოთვალეთ:

ა) – 7 + (–13); ბ) –23 – (– 45); გ) – 9 + 6; დ) 4 + (–1);

ე) –15 + 50; ვ) 16 + (–51); ზ) – 49 + 49; თ) – 41 + 0;

ი) 40 + (–20); კ) – 1 + 76 –(–3); ლ) 289 + (– 2009); მ) 27 + (–27).

61. იპოვეთ $|a| + |b|$ და $|a + b|$ გამოსახულებების მნიშვნელობა:

ა) $a = -3$; $b = -7$; ბ) $a = -4$; $b = 10$; გ) $a = 8$; $b = -27$.

a და b-ს რა მნიშვნელობებისათვის მართებულია ტოლობა $|a| + |b| = |a + b|$?

62. x-ის რა მნიშვნელობებისათვის არის მართებული უტოლობა ა) $|x| < x$; ბ) $|x| > x$?

63. დაწერეთ მოცემული რიცხვების მოპირდაპირე რიცხვები: 24; –3; 11; 0; –21; –1000; 56; –1; 49; –2.

64. იპოვეთ ა) $-p$; ბ) $-(-p)$; გ) $-(-(-p))$ მნიშვნელობა, თუ $p = -3$; 78; 0; –55.

65. იპოვეთ m-ის მნიშვნელობა, თუ ა) $-m = 8$; ბ) $-m = -18$; გ) $-m = 0$.

66. შეავსეთ ცხრილი:

a	4	–5				–23		4354	
–a			–78	81	–11		902		–64

67. დაწერეთ რამდენიმე არანატურალური მთელი რიცხვი.

68. ა) იპოვეთ -8-სა და 11-ს შორის მდებარე მთელი რიცხვების ჯამი;
ბ) იპოვეთ -9-სა და 100-ს შორის მდებარე მთელი რიცხვების ნამრავლი;
გ) იპოვეთ -124-სა და 3-ს შორის მდებარე არანატურალური რიცხვების ჯამი;
დ) იპოვეთ -5-სა და 1092-ს შორის მდებარე არანატურალური რიცხვების ჯამი.

69. მკვდარი ზღვა წყნარი ოკეანის დონიდან 392 მ-ზე დაბლა მდებარეობს. ყველაზე დიდი ტბა კასპის ზღვა კი წყნარი ოკეანის დონიდან 28 მ-ით დაბლა მდებარეობს. კასპის ზღვა მკვდარ ზღვასთან შედარებით რომელ დონეზე მდებარეობს?

70. ცვლადის რა მნიშვნელობებისთვისაა ქვემოთ მოცემული ტოლობები სწორი?
ა) $|a| = 36$; ბ) $|x| = 0$; გ) $|b| = -4$; დ) $|a| = 12$.

71. ამოხსენით განტოლებები:
ა) $x + 7 = 4$; ბ) $20 - x = 35$; გ) $x - 9 = -14$;
დ) $x + 26 = 17$; ე) $7 - y = -5$; ვ) $-20 - a = -13$;
ზ) $-45 - b = 9$; თ) $-76 + z = 83$; ი) $11 - k = -28$.

72. დაწერეთ ორი წილადი, რომლებიც აკმაყოფილებენ ქვემოთ მოცემულ პირობებს:
ა) $\frac{1}{10}$-ზე მეტი, $\frac{1}{9}$-ზე ნაკლები; ბ) $\frac{3}{7}$-ზე მეტი, $\frac{4}{7}$-ზე ნაკლები;
გ) $\frac{1}{3}$-ზე მეტი, $\frac{1}{2}$-ზე ნაკლები ; დ) $\frac{3}{5}$-ზე მეტი, $\frac{4}{5}$-ზე ნაკლები;
ე) $\frac{98}{99}$-ზე მეტი, 1-ზე ნაკლები; ვ) $\frac{4}{17}$-ზე მეტი, $\frac{11}{34}$-ზე ნაკლები.

73. შეავსეთ ცხრილი:

a	$\frac{4}{9}$	$\frac{12}{23}$	$\frac{92}{117}$	$\frac{41}{55}$	$\frac{73}{90}$
b	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{7}{66}$	$\frac{18}{35}$
$a+b$					
$a-b$					

74. იპოვეთ ცნობილი მათემატიკოსის სახელი გამოთვლების შედეგების საფუძველზე:

I. $\frac{7}{40}+\frac{3}{16}$; II. $\frac{23}{58}+\frac{44}{87}$; III. $\frac{47}{52}-\frac{31}{91}$; IV. $0{,}625-\frac{3}{16}$;

V. $0{,}221+\frac{19}{50}$; VI. $\frac{27}{44}+\frac{17}{55}-\frac{13}{66}$; VII. $\frac{23}{24}-\frac{11}{36}+\frac{51}{72}$.

პასუხი	$\frac{157}{174}$	0,601	$\frac{29}{80}$	$\frac{49}{36}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{479}{660}$	$\frac{205}{364}$
ასო	**İ**	**Q**	**P**	**R**	**A**	**O**	**F**

75. სამკუთხედის ერთი გვერდი $\frac{11}{25}$ სმ-ია, მეორე გვერდი მასზე $\frac{1}{3}$ სმ-ით ნაკლები, მესამე გვერდი კი მეორეზე $\frac{7}{15}$ სმ-ით მეტია. რას უდრის სამკუთხედის პერიმეტრი?

76. სამკუთხედის პერიმეტრი $1\frac{1}{5}$ მმ-ია. პირველი გევრდი $\frac{1}{7}$ მმ, მესამე გვერდი პირველზე $\frac{2}{5}$ მმ-ით მეტია. რას უდრის სამკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძე?

77. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $(x-\frac{7}{15})+\frac{5}{8}=\frac{17}{24}$; ბ) $\frac{4}{5}-(x+\frac{1}{70})=\frac{4}{7}$;

გ) $4\frac{3}{4}-(x-2\frac{5}{8})=3\frac{5}{6}$; დ) $9\frac{9}{28}-(4\frac{5}{21}-x)=6\frac{2}{7}$.

78. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $(x+\frac{4}{21})-\frac{4}{15}=\frac{16}{35}$; ბ) $(x-\frac{8}{9})+\frac{3}{8}=\frac{11}{36}$;

გ) $(x-\frac{7}{18})+\frac{5}{36}=\frac{2}{3}$; დ) $\frac{4}{42}+(x+\frac{1}{7})=8\frac{4}{21}$;

ე) $3\frac{6}{19}-(x-2\frac{5}{57})=3\frac{1}{3}$.

79. ა) იპოვეთ $\frac{n}{n+1}$ სახის წილადების ჯამი, თუ $n\in N$, $n<4$;

ბ) იპოვეთ $\frac{n}{n+1}$ სახის წილადების ნამრავლი, თუ $n\in N$, $n<7$.

80. a და b-ს რომელი უმცირესი მნიშვნელობისათვის სწორია ქვემოთ მოცემული ტოლობები?

ა) $\frac{1}{2\cdot 3}=\frac{a}{2}-\frac{b}{3}$; ბ) $\frac{4}{3\cdot 5}=\frac{a}{3}-\frac{b}{5}$; გ) $\frac{1}{7\cdot 11}=\frac{a}{7}-\frac{b}{11}$.

81. $\frac{1}{2}$ წარმოადგინეთ მნიშვნელში: ა) 6; ბ) 10; გ) 22-ის მქონე წილადის სახით.

82. $\frac{1}{6}$ წარმოადგინეთ მნიშვნელში: ა) 12; ბ) 30; გ) 66 მქონე წილადის სახით.

83. შეადარეთ წილადები:

ა) $\frac{9}{12}$ და $\frac{11}{12}$; ბ) $\frac{27}{44}$ და $\frac{13}{44}$; გ) $\frac{999}{1007}$ და $\frac{1000}{1002}$; დ) $\frac{902}{764}$ და $\frac{1001}{764}$;

ე) $\frac{14}{25}$ და 1; ვ) 1 და $\frac{79}{73}$; ზ) $\frac{672}{783}$ და $\frac{762}{783}$; თ) $\frac{807}{6590}$ და $\frac{807}{6590}$.

84. შეავსეთ ცხრილი, a-ს და b-ს მნიშვნელობები გაერთმნიშვნელიანეთ.

a	$\frac{4}{9}$	$\frac{12}{23}$	$\frac{92}{117}$	$\frac{41}{55}$	$\frac{73}{90}$
b	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{7}{66}$	$\frac{18}{35}$
	უსჯ (9; 3)	**უსჯ** (23; 17)	**უსჯ** (117; 13)	**უსჯ** (55; 66)	**უსჯ** (90; 35)

85. ა) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $14\frac{3}{8}$ -ით გავზრდით?

ბ) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ მაკლებს $\frac{4}{21}$ -ით გავზრდით?

გ) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $\frac{4}{21}$ -ით, მაკლებს $\frac{9}{14}$ -ით გავზრდით?

დ) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $1\frac{1}{6}$ -ით შევამცირებთ, მაკლებს $\frac{2}{3}$-ით გავზრდით?

ე) როგორ შეიცვლება სხვაობა, თუ საკლებს $\frac{13}{20}$-ით, ხოლო მაკლებს $\frac{17}{30}$-ით შევამცირებთ?

86. იპოვეთ გამოსახულებების მნიშვნელობა:

ა) $\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{19\cdot 20}$; ბ) $\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 7}+\frac{2}{7\cdot 9}+\ldots+\frac{2}{17\cdot 19}$.

ნიმუში: ასეთ წილადებში მნიშვნელში მყოფი მამრავლები ერთნაირ თვისებებს ფლობენ. (მნიშვნელში მყოფ მამრავლებს შორის სხვაობა ერთნაირია), მრიცხველებში კი ტოლი რიცხვებია. ჯამის საპოვნელად პირველი წილადის მნიშვნელში მყოფი პატარა მამრავლისა და ბოლო წილადის მნიშვნელში მყოფი დიდი მამრავლის ნამრავლი მნიშვნელში უნდა ჩაიწეროს, მრიცხველში მყოფი რიცხვების ჯამი უნდა ვიპოვოთ და მრიცხველში ჩავწეროთ:

I ხერხი: $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{11\cdot 13}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{13}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{13}=\frac{6}{13}.$$

II ხერხი: $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{11\cdot 13}=\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 9}+\frac{1}{9\cdot 11}+\frac{1}{11\cdot 13}=$

$$=\frac{1+1+1+1+1+1}{1\cdot 13}=\frac{6}{13}.$$

87. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა.

ა) $\frac{4}{11\cdot 15}+\frac{4}{15\cdot 19}+\frac{4}{19\cdot 24}+\ldots+\frac{4}{36\cdot 40}$; ბ) $\frac{3}{4\cdot 7}+\frac{3}{7\cdot 10}+\frac{3}{10\cdot 13}+\ldots+\frac{3}{25\cdot 28}$.

88. დაამტკიცეთ, რომ: $\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{18}>\frac{1}{2}$.

89. დაამტკიცეთ, რომ: $\frac{1}{31}+\frac{1}{32}+\frac{1}{33}+\ldots+\frac{1}{39}+\frac{1}{40}>\frac{1}{4}$.

90. 18 კბილიანი ბორბალი ერთ წუთში 60 ბრუნს აკეთებს. რამდენ ბრუნს გააკეთებს ეს ბორბალი, თუ ის მიემაგრება 18 კბილიან ბორბალს, რომელიც ერთ წუთში აკეთებს 24 ბრუნს?

91. მამამ სამუშაოდ წასვლისას მინდორში თან წაიყვანა 15, 12 და 10 წლის შვილები. მთელი გზის სიგრძე 13,5 კმ იყო. უკან დაბრუნებისას, რომ არ დაღლილიყვნენ, ბავშვები რიგრიგობით სხდებოდნენ ურემზე. რამდენი კმ გაიარა თითოეულმა ბავშვმა ურმით, თუ მანძილი მათ ასაკთან უკუპროპორციულ დამოკიდებულებაშია?

92. დედამ სამოვარის მოსადუღებლად ნაძვის გირჩების მოსაგროვებლად სამი შვილი ტყეში გააგზავნა. ველი 12 წლისაა, სელიმი 10-ის და ალთაი 8-ის. დედამ მათ ტყიდან 600 გირჩის მოგროვება სთხოვათ. ეს დავალება მათ ასაკის პროპორციულად გადაინაწილეს. სახლში დაბრუნების შემდეგ გაირკვა, რომ ველიმ თავისი დავალება 20%-ის, სელიმმა 15%-ის და ალთაიმ 10%-ის გადაჭარბებით შეასრულეს. რამდენი გირჩი მოიტანეს ბავშვებმა ტყიდან?

93. ოჯახი ზაფხულის არდადეგებზე დასასვენებლად შექიში გაემგზავრა. ისინი 325 კმ-ის გავლის შემდეგ შესასვენებლად გზის პირას მდებარე კაფეში გაჩერდნენ. გზის რა ნაწილი გაიარა ოჯახმა, თუ ცნობილია, რომ გზა 1300 კმ-ია?

94. სამშენებლო მოედანზე 127,5 ტ მასალა მოიტანეს, მისი 4% ალებასტრი, დანარჩენი კი ცემენტი და კირი იყო. ცემენტისა და კირის მასების თანაფარდობა 4:5. რამდენი ალებასტრი, ცემენტი და კირი მოიტანეს სამშენებლო მოედანზე?

95. ვანაში, რომლის შიგნითაც 15° C -იანი 78 ლ. წყალი ასხია, 100° C-იანი 2 ვედრო მდუღარე წყალი ჩაასხეს. იპოვეთ ვანაში მყოფი ნარევის ტემპერატურა, თუ ცნობილია, რომ ვედროს მოცულობა 12 ლ-ია.

96. 900 სინჯიანი 320 გრ, 540 სინჯიანი 160 გრ ორი ოქროს ნაჭერი გადაადნეს და შეურიეს ერთმანეთს. იპოვეთ შენადნობის სინჯი.

97. 1) 500 და 800 სინჯიანი ვერცხლის მასალიდან თითოეულიდან რამდენი უნდა გადაადნონ, რომ 720 სინჯიანი 225 გრ ვერცხლის ნაწარმი დაამზადონ?

2) 500 და 900 სინჯიანი ოქროს მასალიდან თითოეულიდან რამდენი უნდა გადაადნონ, რომ 720 სინჯიანი 350 გრ ოქროს ნაწარმი დაამზადონ?

98. 1) 560 სინჯიანი 50 გრ ოქროს ნაწარმი და უცნობი სინჯის მქონე გარკვეული წონის ოქროს ნაჭერი გადაადნეს, შეურიეს და 760 სინჯიანი 300 გრ ოქროს ნაწარმი მიიღეს. იპოვეთ ოქროს ნაჭრის სინჯი.

2) 640 სინჯიანი 120 გრ ვერცხლის ნაჭერი და უცნობი სინჯის მქონე გარკვეული წონის ვერცხლის ნაჭერი გადაადნეს, შეურიეს და 700 სინჯიანი 320 გრ მასის ვერცხლი მიიღეს. იპოვეთ ვერცხლის მეორე ნაჭრის სინჯი.

99. გააგორეთ ორი კამათელი და აღნიშნეთ ზედაპირზე მოსული ქულების ჯამი. იმდენჯერ სცადეთ, რომ მოსული ქულების ჯამის 6 მოსვლის შემთხვევა 20-ჯერ განმეორდეს. ამ დროს რამდენჯერ იყო მოსული ქულების ჯამი 9? რომელი უფრო ხშირად მეორდება: ქულების ჯამის 2-ის თუ 6-ის მოსვლის შემთხვევა? განმარტეთ მიღებული შედეგები.

100. კამათელი ერთხელ გააგორეს. რას უდრის ზედაპირზე 3-ქულაზე მეტი ქულის მოსვლის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი?

101. კოსტუმის ფასი 180 მანეთი იყო. მისი ფასი ჯერ 20%-ით გაზარდეს, შემდეგ კი 10%-ით შეამცირეს. რამდენი მანეთი გახდა კოსტუმის ფასი?

102. რაღაცა რიცხვს დაუმატეს მისი 10%, შემდეგ გამოაკლეს ჯამის 10% და მიიღეს 990. განსაზღვრეთ თავდაპირველი რიცხვი.

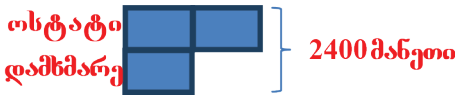
103. მცენარეული საკვები პროდუქტის ხარშვისას B ჯგუფის ვიტამინების 20% იკარგება. რამდენი B ვიტამინი იკარგება 2 კგ მცენარეული პროდუქტის მოხარშვისას?

104. რიცხვი *a*, *b*-ს 1%-ს შეადგენს. როგორ უნდა შევცვალოთ *b*, რომ *a* რიცხვი *b*-ს 2% იყოს?

105. საქონლის ფასი ჯერ 30%-ით გაძვირეს, შემდეგ 15%-ით გააიაფეს. თავდაპირველი ფასის რამდენ პროცენტს შეადგენს საქონლის ახალი ფასი?

106. სებინე დეიდამ ბაზრიდან იყიდა წაბლი, რომლის კილოგრამიც 5 მან-ია. მან აღმოაჩინა, რომ ბაზარში ერთ ადგილას იგივე წაბლი 4 მან, ხოლო სხვა ადგილას 6 მან ღირს. თქვენი აზრით, სებინე დეიდა რამდენად მოგებული ან წაგებული დარჩა დანარჩენ ფასებთან შედარებით?

107. ოსტატმა და მისმა დამხმარემ სახლის რემონტისათვის 2400 მან. შრომის საფასური მიიღეს. მათ ფული 2 : 1 თანაფარდობით გაიყვეს. რამდენი მანეთი შეხვდა თითოეულს?



108. ორმა ოპერატორმა 120 გვერდიანი ხელნაწერი 5 : 3 თანაფარდობით გადაინაწილეს. რამდენი გვერდი ხელნაწერი შეხვდა თითოეულ ოპერატორს?

109. მათემატიკის სახელმძღვანელოში ალგებრისა და გეომეტრიის დავალებები 3 : 2 თანაფარდობით არის მოცემული. განსაზღვრეთ ალგებრისა და გეომეტრიის თითოეულის რამდენი სავარჯიშოა ცალ-ცალკე, თუ სახელმძღვანელოში სულ 1200 სავარჯიშოა?

110. ალიმ მათემატიკისა და ინფორმატიკის საშინაო დავალებების შესასრულებლად 1,5 საათი დრო დახარჯა. მან ამ საგნებისათვის გამოყენებული დრო 4 : 5 თანაფარდობით გაყო. რამდენი წუთი დრო დაუთმო თითოეულ საგანს?

111. შენადნობი 9 : 8 თანაფარდობით სპილენძისა და თუთიისაგან შედგება. ამ შენადნობში რამდენი გრამი სპილენძი და რამდენი თუთიაა, თუ შენადნობის მასა 2 კგ 550 გრ-ია?

112. შენადნობი 12 : 7 თანაფარდობით სპილენძისა და კალისაგან შედგება. რამდენი გრამი კალაა ამ შენადნობში, თუ სპილენძის მასა 1 კგ 440 გრ-ია?

113. მართკუთხედის პერიმეტრი 90 სმ-ია. განსაზღვრეთ მართკუთხედის ფართობი თუ ცნობილია, რომ მისი გვერდების თანაფარდობა:

ა) 4 : 5; ბ) 2 : 1; გ) 8 : 1 დ) 2 : 3

114. MN და MK მონაკვეთების თანაფარდობა არის 6 : 8. იპოვეთ თანაფარდობა:

ა) MN : NK;

ბ) NK : MN; გ) MK : MN.

115. სკოლაში ბიჭების რაოდენობის თანაფარდობა გოგონების რაოდენობასთან არის 5 : 4-ზე. განსაზღვრეთ ბიჭების რაოდენობის ყველა მოსწავლის რაოდენობასთან და გოგონების რაოდენობის ყველა მოსწავლის რაოდენობასთან თანაფარდობა.

116. მასშტაბის 1 : 300 სმ მქონე გეგმაზე ასახულია მართკუთხედის ფორმის ეზო. გეგმის მიხედვით მართკუთხედის სიგანე 20 სმ-ია. განსაზღვრეთ ეზოს რეალური ზომები, თუ 1 : 500 სმ მასშტაბიან გეგმაზე მართკუთხედის სიგრძე 21 სმ-ია. განსაზღვრეთ მართკუთხედის სიგრძე 1 : 300 სმ მასშტაბიან გეგმაზე და სიგანე 1 : 500 სმ მასშტაბიან გეგმაზე.

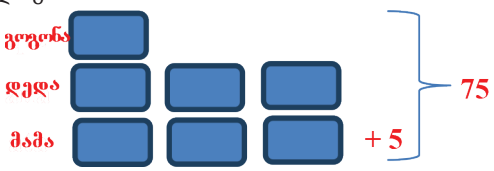
117. კედლის საათი 3 საათის მანძილზე 10 წამით უკან რჩება. რამდენით უკან დარჩება ეს საათი 9 საათის; 12 საათის; ერთი დღე-ღამის; ერთი კვირის მანძილზე?

118. შენადნობის 20% სპილენძია. 600 გრ. შენადნობიდან 85 გრ. სპილენძი მიიღეს. რამდენი გრამი სპილენძი დაიკარგა?

119. 270 კგ ხილის 60% ვაშლია. სწორია მოსაზრება, რომ ვაშლი 135 კგ-ია?

120. ნაილმა ორი წიგნი შეიძინა. წიგნებიდან ერთი მეორეზე 50%-ით ძვირია. რამდენი პროცენტით იაფია მეორე წიგნი პირველზე?

121. მამა, დედა და გოგონა ერთად 75 წლის არიან. მამა დედაზე 5 წლით უფროსია, დედისა და გოგონას ასაკთა თანაფარდობაა 3 : 1. რამდენი წლისაა ოჯახის თითოეული წევრი?



122. რუკაზე ბაქოდან მინგეჩაურამდე მანძილი 3,5 სმ-ია. განსაზღვრეთ ბაქოსა და მინგეჩაურს შორის რეალური მანძილი, თუ ცნობილია, რომ მასშტაბია $\frac{1}{10000000}$

123. ა) დღე-ღამის რა ნაწილს შეადგენს 1 საათი, 4 საათი $2\frac{1}{2}$ საათი, $6\frac{3}{4}$ საათი?

ბ) საათის რა ნაწილს შეადგენს 10 წთ, 25 წთ, 30 წთ, 45 წთ?

124. რომელია მეტი: ა) რიცხვის ნახევრის $\frac{1}{5}$ თუ $\frac{1}{5}$-ის ნახევარი?

ბ) $\frac{3}{4}$-ის $\frac{2}{3}$ თუ $\frac{2}{3}$-ის $\frac{3}{4}$?

125. თაჰირმა რვეულის $\frac{5}{8}$ ნაწილი დაწერა და სუფთა 36 ფურცელი დარჩა. რამდენი ფურცელი ჰქონდა რვეულს?

126. მოსახლეობის $\frac{4}{10}$ ნაწილი სოფელში, დანარჩენი ნაწილი კი ქალაქში ცხოვრობს. მოსახლეობის რა ნაწილი ცხოვრობს ქალაქში? რამდენჯერ მეტია ქალაქის მოსახლეობა სოფლის მოსახლეობასთან შედარებით?

127. მურადმა თავდაპირველად წიგნის $\frac{3}{7}$ ნაწილი, შემდეგ კი დარჩენილი გვერდების $\frac{1}{2}$ ნაწილი წაიკითხა. მურადმა თავდაპირველად წიგნის რამდენი გვერდი წაიკითხა, თუ წაუკითხავი 16 გვერდი დარჩენია?

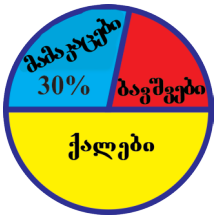
128. ერთი რიცხვის 25% მეორეს 75%-ია. დიდი რიცხვია 108. იპოვეთ პატარა რიცხვი.

129. ა) რიცხვის რამდენი პროცენტია რიცხვის 50%-ის 20%?

ბ) რა რიცხვს მივიღებთ თუ 130-ს 20%-ით გავზრდით? რა რიცხვი მიიღება თუ მიღებულ რიცხვს 20%-ით შევამცირებთ? განმარტეთ თქვენი მოსაზრებები.

გ) იპოვეთ 148-ის 38%-ისა და 21%-ის სხვაობა.

130. ქალაქის მოსახლეობის რაოდენობა 24250 კაცია. დიაგრამაზე კაცების რაოდენობა პროცენტით არის მოცემული. განსაზღვრეთ დიაგრამის მიხედვით:



ა) მაცხოვრებელთაგან რამდენია მამაკაცი?

ბ) რამდენი ქალია და მოსახლეობის რამდენი პროცენტია ქალების რაოდენობა?

გ) რამდენია ბავშვების რაოდენობა და მოსახლეობის რა ნაწილია ეს?

131. სამი რიცხვის ჯამი 546-ია. პირველი რიცხვი 126-ია, მეორე რიცხვი პირველზე 30%-ით მეტია. იპოვეთ მესამე რიცხვი.

132. ავზის ფუძე 8 და 5 მეტრიანი გვერდების მქონე მართკუთხედია. მისი 80% წყლით არის გავსებული და ამ წყლის მოცულობა $96 м^3$-ია. იპოვეთ ავზის სიმაღლე.

133. ტურისტმა პირველ დღეს გზის 30%, მეორე დღეს 40%, მესამე დღეს კი დარჩენილი 12 კმ-იანი მანძილი დაფარა. სულ რამდენი კილომეტრი გზა გაიარა ტურისტმა 3 დღეში?

134. გამოთვალეთ:

ა) $|-9| + |-7|$; ბ) $|-2| \cdot |-5| - |7|$; გ) $||7 - 9| - 8|$;

დ) $\frac{|-10|}{5} - 3$ ე) $0 \cdot |-7| + |-2| \cdot 5$; ვ) $\frac{|-11+7|}{-3} - 12$.

135. $A = \{4; 6; 7; 9; 11; 15\}$; $B = \{-7; -4; 4; 7; 9\}$; $C = \{-2; 0; 5; 4; 7; 10; 11\}$ განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემულები:

ა) $A \setminus B$; ბ) $A \setminus C$; გ) $(A \cap B) \cap C$; დ) $A \setminus (B \cup C)$.

136. რიცხვით ღერძზე აღნიშნეთ: 11,7; 4; 0; -1; -3; -4 რიცხვების შესაბამისი წერტილები და შეადარეთ ქვემოთ მოცემული რიცხვები:

ა) 11 და 4; ბ) –4 და 0; გ) –3 და –4;

დ) –1 და 4; ვ) 7 და - 4; ზ) –1 და 0.

137. *-ის ნაცვლად ისეთი ციფრები ჩაწერეთ, რომ სწორი უტოლობა მიიღოთ.

ა) $-4533 < -453*$; ბ) $-1265 > -126*$; გ) $-7460 < -74**$.

138. რომელი მთელი რიცხვები მდებარეობს ქვემოთ მოცემულ რიცხვებს შორის?

ა) –5 და 5, 5; ბ) –2 და 1, 75;

გ) –3 და 0; დ) –14 და –4.

139. დაწერეთ თანმიმდევრობითი ოთხი მთელი რიცხვი, რომელთაგან ყველაზე მეტია:
ა) 5; ბ) –4; გ) –7.

140. დაწერეთ თანმიმდევრობითი ოთხი მთელი რიცხვი, რომელთაგან ყველაზე ნაკლებია:
ა) 5; ბ) -5; გ) 4.

141. რიცხვით ღერძზე იპოვეთ 12-საგან 5 ერთეულის მანძილზე მდებარე რიცხვები.

142. რიცხვით ღერძზე იპოვეთ –4-საგან 6 ერთეულის მანძილზე მდებარე რიცხვები.

143. აჩვენეთ რიცხვით ღერძზე 5-საგან 13 ერთეულზე ნაკლებ მანძილზე მდებარე რამდენიმე მთელი რიცხვი.

144. დაწერეთ რიცხვით ღერძზე –7-საგან 5 ერთეულზე მეტ მანძილზე მდებარე რამდენიმე მთელი რიცხვი.

145. რიცხვით ღერძზე ასახეთ სიმრავლეები: ა) 6-საგან 5 ერთეულზე ნაკლებ მანძილზე მდებარე რიცხვების; ბ) -3 -საგან 4 ერთეულზე მეტ მანძილზე მდებარე რიცხვების.

146. მოცემულია A და B სიმრავლეები. განსაზღვრეთ ქვემოთ მოცემულები:

ა) $n(A) = 10$; $n(B\setminus A) = 5$; $n(A\cap B) = 3$ თუ, $n(B) = ?$ $n(A\cup B) = ?$

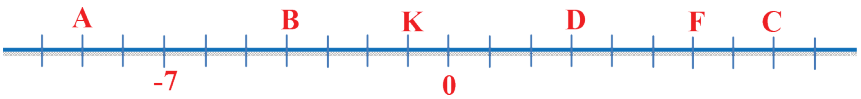
ბ) $n(A\cap B) = 5$; $n(B) = 15$; $n(A\setminus B) = 7$ თუ, $n(A\cup B) = ?$ $n(A) = ?$

(აქ $n(A)$ – A სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას გვიჩვენებს).

147. მეტეოროლოგიური ცენტრის მიერ ამინდის შესახებ მოცემული ინფორმაცია ჩაწერეთ “+” და “–” ნიშნების დახმარებით:

ა) 18° სითბო; ბ) 0°-ზე 12° -ით ნაკლები; ; გ) 7° ყინვა; დ) 0°-ზე16^o ზევით.

148. განსაზღვრეთ კოორდინატთა ღერძზე მოცემული წერტილების კოორდინატები:



149. რიცხვით ღერძზე 0 ათვლის სათავე და A, B, C, D, M წერტილები ისე აღნიშნეთ, რომ:

ა) A წერტილი O ათვლის სათავიდან 5 ერთეულით მარჯვნივ მდებარეობდეს;

ბ) B წერტილი A-საგან 7 ერთეულით მარცხნივ მდებარეობდეს;

გ) C წერტილი O ათვლის სათავიდან 5 ერთეულით მარცხნივ მდებარეობდეს;

დ) D წერტილი A და C წერტილების შუაწერტილიდან 1 ერთეულით მარჯვნივ მდებარეობდეს;

ე) M წერტილი D წერტილისაგან 2 ერთეულით მარცხნივ მდებარეობდეს.

150. ა) –12 და 1; ბ) –3 და 3; გ) –4 და 2; დ) –34 და –25
დაწერეთ ამ რიცხვებს შორის მდებარე მთელი რიცხვების სიმრავლე.

151. გამოთვალეთ:

ა) $729 + (-5126) + (-629) + 5126$;

ბ) $-638 + (-173) + 538 + 173$;

გ) $-372 + 984 + 172 + (-2084)$;

დ) $-78 + 36 + 19 + (-22) + (-25)$;

ე) $125 : (-25) + 100 \cdot (-2)$;

ვ) $745 : (-5) - 42 : (-21)$;

ზ) $90 \cdot (-3) : 27 + 12$;

თ) $-1200 : (-60) - 64 : (-8)$.

152. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $|-32| + |42| - |68 - 124|$;

ბ) $|826 - 1872 + 111| - |9002 - 10001|$;

გ) $(-67) + |-82| - (-12)^2$;

დ) $74 + (-939) + |326| + (-1061) + |-525|$.

153. ნორმალურ შემთხვევაში გულის მასა 250 გრამია. თუ ადამიანი გაუნძრევლად იწვება, 10 დღის მანძილზე მისი გული 18%-ით დაპატარავდება. რამდენი გრამი იქნება ამ დროს გული?

154. ფეტვის თესლის გაღვივებისათვის საჭიროა მისი მასის 25% წყალი. რამდენი წყალი დასჭირდება 20 კგ ფეტვის თესლის გაღვივებისათვის?

155. საშუალო მასის ადამიანის ორგანიზმში 5 ლ სისხლია. სისხლის პლაზმის 20% წყალია. რამდენი წყალია პლაზმის შემადგენლობაში?

156. მართკუთხედის ფორმის მიწის ნაკვეთის სიგრძე 600 მ -ია, სიგანე სიგრძის 40%-ია. ამ ფართობის 25%-ზე შვრია, დანარჩენზე კი ხორბალი დათესეს. რამდენ ჰექტარ ფართობზე დათესეს ხორბალი?

157. 120 კალმიდან 40% თითოეულში რვა-რვად, ხოლო დანარჩენი თითოეულში ექვს-ექვსად ყუთებში გადაანაწილეს. რამდენი ყუთი კალამი გამოვიდა სულ?

158. მარწყვი გახმობისას თავისი მასის 80% კარგავს. რამდენი ახალი მარწყვის ყიდვაა საჭირო 5 კგ გამხმარი მარწყვის მისაღებად?

159. ორი რიცხვის ჯამი 60-ია. პირველი რიცხვის 25% მეორე რიცხვის 75%-ის ტოლია. იპოვეთ ეს რიცხვები.

160. რამდენი პროცენტი იქნება ხსნარის მარილიანობა თუ 540 გრ ხსნარში 30 გრ მარილია?

161. 600 გრ 20%-იან მარილის ხსნარს რამდენი მარილი უნდა დავუმატოთ, რომ 30%-იანი მარილის ხსნარი მივიღოთ?

162. გაამარტივეთ გამოსახულებები:

ა) $2 + (b - 4)$; გ) $(3 + y) - 42$; ე) $2(x + y) - 2x$;

ბ) $-(3 - y) + 7$; დ) $(x - 5) + (x + 7)$; ვ) $4(a - 2b) + 8b$.

163. 90 მ. სიგრძის თოკი ორ ნაწილად გაიყო. პირველის 0,4 ნაწილი მეორის 0,5 ნაწილის ტოლია. იპოვეთ თითოეული ნაწილის სიგრძე.

164. 56 და 82 ერთიდაიგივე რიცხვზე გაიყო. პირველ შემთხვევაში ნაშთი 2, მეორე შემთხვევაში კი 1 მიიღეს. განსაზღვრეთ გამყოფი.

165. ერთი რიცხვი მეორეზე 3-ჯერ მეტია. თუ მეტ რიცხვს 30-ს გამოვაკლებთ, მეორე რიცხვს კი 20-ს მივუმატებთ, ტოლი რიცხვები მიიღება. იპოვეთ თავდაპირველი რიცხვების სხვაობა.

166. ამოხსენით განტოლებები.

ა) $\frac{4x - 32}{12} = \frac{4}{5}$; ბ) $\frac{6x + 3}{27} = \frac{5}{9}$; გ) $\frac{4x - 24}{60} = \frac{4}{15}$; დ) $\frac{3}{4} = \frac{7x + 9}{40}$.

167. ორ კალათაში 60 ვაშლია. თუ პირველი კალათიდან 8 ვაშლს ამოვიღებთ და მეორე კალათაში ჩავდებთ, მეორე კალათაში მყოფი ვაშლების რაოდენობა პირველ კალათაში მყოფი ვაშლების რაოდენობაზე ორჯერ მეტი გახდება. რამდენი ვაშლი იყო თითოეულ კალათაში თავდაპირველად?

168. იპოვეთ $14 < 8 + x$ უტოლობის უმცირეს ნატურალურ ამონახსენზე 10-ის მიმატებით მიღებული რიცხვი.

169. მამა შვილზე 30 წლით უფროსია. მამის ასაკის 40%-ისა და შვილის ასაკის 50%-ის სხვაობა 11-ია. რამდენი წლის არიან მამა და შვილი?

170. ზაფხულის არდადეგების მანძილზე სახელმძღვანელოში მოცემულ ნებისმიერ თემასთან დაკავშირებით მოამზადეთ პროექტი. (თემა დამოუკიდებლად შეარჩიეთ).

პასუხები:

მარტივი რიცხვების ცხრილი

ისტორიული ცნობა: მარტივი რიცხვების ცხრილი ჩვ.წ.აღ-მდე 2000 წლის წინ ბერძენმა მათემატიკოსმა ერატოსთენესმა შეადგინა, მან მარტივი რიცხვების ცხრილი შესადგენად ასეთი ხერხი შეიმუშავა: ნატურალური რიცხვები თანმიმდევრობით დაალაგა და ამ რიგიდან 1 ამოშალა. ცხრილში 2 შეინახა, მის ყველა გამყოფს ხაზი გადაუსვა. იმავე წესით 3 შეინახა, მისი ყველა გამყოფი წაშალა. იგივე წესი გამოიყენა 5, 7, 11, 13 და სხვა რიცხვებთან მიმართებაში. ამრიგად, „ერატოსთენეს ცხავად“ წოდებული ამ ხერხის გამოყენებით შეიქმნა მარტივ რიცხვთა ცხრილი. მარტივი რიცხვები უსასრულოა.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79
83	89	97	101	103	107	109	113	127	131	137
139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193
197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257
263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317
331	337	347	349	353	359	367	373	379	383	389
397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823
827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977
983	991	997	1009	1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049
1051	1061	1063	1069	1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117
1123	1129	1151	1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213
1217	1223	1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1289
1291	1297	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373
1381	1399	1409	1423	1427	1429	1433	1439	1447	1451	1453
1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511	1523	1531
1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583	1597	1601	1607
1609	1613	1619	1621	1627	1637	1657	1663	1667	1669	1693
1697	1699	1709	1721	1723	1733	1741	1747	1753	1759	1777
1783	1787	1789	1801	1811	1823	1831	1847	1861	1867	1871
1873	1877	1879	1889	1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951
1973	1979	1987	1993	1997	1999	2003	2011	2017	2027	2029

V კლასში გავლილი მასალის გამეორება

გვერდი 5: **№ 7.** ნაილი –167 სმ; ელი – 158 სმ; სამირი – 152 სმ; იუსიფი – 149 სმ; **№ 8.** 4 კგ; **№ 9.** 90000; **№ 10.** 48; **№ 11.** 9 საათი; 7 საათი; 5 საათი; 3 საათი.

გვერდი 6. **№ 1.** m(m – 5); **№ 2.** 8x – 85; **№ 3.** 105; 207; **№ 4.** 67; 42; **№ 5.** ა) 33; ბ) 100; **№ 8.** ა) 8991; ბ) 99960; გ) 153114; **№ 9.** 28 კმ; 32 კმ; **№ 11.** ა) 324; ბ) 340; თ) 2760; **№ 13.** 21.

გვერდი 7. **№ 2.** 3 ჯერ; **№ 6.** 19; **№ 7.** 12 დღე; **№ 9.** 4; **№ 10.** 2,1 კგ; 2,7 კგ; **№12.** ა) 16,3; ბ) 1,8554; გ) 37,37; **№ 13.** 33 მ 68 სმ.

გვერდი 8. **№ 1.** 33,3 კმ/სთ; 27,7 კმ/სთ; **№ 3.** 7,75 კგ; 4,1 კგ; **№ 7.** ა) 63; ბ) 7,29; გ) 105,92; დ) 249,24; ე) 76,59. **№ 8.** 19,25 მ; 14,8225 $მ^2$.

წილადი რიცხვები

გვერდი 9 **№ 4.** ა) 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; **№ 7.** შეუძლებელია; **№ 8.** ა) 125 შედგენილია; ბ) 49 შედგენილია.

გვერდი 11. **№ 1.** 35; 1; 15;21; 24; 1; 1.

გვერდი 12. **№ 4.** 7; **№ 5.** 12; **№ 7.** 31 მოსწავლე; 2 კალამი და 5 რვეული; **№ 9.** ა) 4 სმ; 6 ცალი; ბ) 12 სმ; 6 ცალი; **№ 10.** ა) 12 და 48; ბ) 200 და 40; **№ 11.** 10 ბავშვი; **№ 12.** ტოლად გაყოფა შეუძლებელია.

გვერდი 14. **№ 3.** 70 პირი.

გვერდი 15. **№ 6.** 450 სმ; **№ 7.** ა) 18960; გ) 27; დ) 124; **№ 8.** ა) 55; ბ) 624; გ) 4; **№ 9.** ა) 21; ბ) 4268; გ) 8; **№ 10.** ა) 1; ბ) ab; გ) ab; დ) $ab+1$; ე) ab; **№ 11.** ა) n; ბ) m; გ) mn; დ) $m+n$; ე) $\frac{m}{n}$; **№ 12.** 21 ჯერ; **№ 13.** 11 შეკვრა.

გვერდი 17. **№ 11.** ა) 2; ბ) 4; გ) 12; დ) 20; ე) 1; თ) 72; ლ) 48; ზ) 10; **№ 12.** ა) 17; ბ) 16; გ) 2; დ) 17; ე) 4; ვ) 4.

გვერდი 19. **№ 2.** ა) $\frac{11}{12};\frac{5}{42};\frac{13}{36}$; **№ 5.** ა) $\frac{1}{4};\frac{5}{12};\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{11}{12}$; ბ) 0,03; 0,15; 0,26; 0,54; 0,89; 0,95; დ) $\frac{1}{45};\frac{1}{6};\frac{2}{5};\frac{5}{6};\frac{89}{90}$; **№ 9.** ვ) 6; ზ) $\frac{6}{7}$; თ) $\frac{8}{9}$; ი) $\frac{8}{5}$; **№ 10.** ე) $\frac{13}{3}$; ვ) $\frac{1}{9}$.

გვერდი 23. **№ 8.** $\frac{9}{16}<\frac{13}{20}$; **№ 11**; ა) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; ბ) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; **№ 14.** ა) $\frac{13}{48};\frac{14}{48};\frac{15}{48}$;

გვერდი 24. **№ 1.** ლ) $1\frac{1}{18}$; ო) $\frac{7}{24}$; ტ) $1\frac{3}{32}$; ჟ) $1\frac{5}{42}$; ს) $\frac{5}{12}$; ქ) $\frac{13}{28}$.

გვერდი 25. **№ 4.** მეორეში $\frac{7}{110}$ ლიტრით მეტი რძეა; **№ 6.** 58 წუთი. **№ 9.** დ) $\frac{67}{100}$; ე) $\frac{5}{6}$; ვ) $\frac{1}{12}$; ზ) $\frac{13}{24}$; თ) $\frac{13}{16}$; **№ 10.** ა) 2; ბ) 2; გ) 1; დ) $1\frac{2}{3}$; **№ 11.** $1\frac{18}{25}$.

გვერდი 26. **№ 12.** 6 დღე; **№ 13.** 28 საათი; **№ 14.** არ გაივსება; **№ 16.** $\frac{17}{24}$. **№ 17.** 12 წუთი.

გვერდი 28. **№ 2.** ლ) $7\frac{1}{30}$; ო) $44\frac{61}{225}$; ტ) $26\frac{47}{175}$; **№ 3.** ზ) $3\frac{9}{16}$; თ) $2\frac{5}{18}$; ო) $4\frac{7}{51}$; ლ) $17\frac{17}{22}$;

№ 4. ა) $7\frac{5}{8}$; ბ) $19\frac{1}{3}$;**№ 6.**ა) $6\frac{1}{100}$ გ) $\frac{6}{19}$ დ) $5\frac{161}{180}$;**№ 7.** $23\frac{1}{14}$ კმ/სთ; $17\frac{1}{2}$ კმ/სთ; **№ 8.** $24\frac{4}{9}$ კმ/სთ.

გვერდი 29. **№ 10.** ა) $6\frac{4}{9}$; დ) $1\frac{29}{108}$; **№ 12.** $11\frac{13}{16}$ კგ; $17\frac{1}{16}$ კგ; $7\frac{11}{16}$ კგ; **№ 13.** $13\frac{44}{45}$ წუთი; $10\frac{43}{45}$ წუთი.; $28\frac{7}{15}$ წუთი.; **№ 14.** $2\frac{23}{60}$ კგ; **№ 16.** $36\frac{7}{12}$.

გვერდი 30. **№ 4.** ა) $\frac{3}{20}$; ბ) $\frac{5}{64}$; გ) $\frac{18}{325}$; დ) $\frac{13}{80}$; **№ 5.** ა) 0,45; ბ) 0,424; გ) 2,688125; დ) 0,580125.

გვერდი 31. **№ 9.** 150 გრამი; **№ 10.** 9 $მ^2$; **№ 12.** ტოლტევადობიანია; **№ 13.** ა) ძროხა $\frac{1}{3}$ ნაწილს; თხა $\frac{1}{6}$ ნაწილს; ბ) 2 günə; **№ 14.** 4,5 საათი.

გვერდი 32. **№ 3.** $13\frac{3}{5}$ დმ; **№ 4** გ) 4,5 წუთი.; **№ 6.** არა.

გვერდი 33. **№ 3.** ა) $\frac{2}{3}$; ბ) $\frac{2}{3}$; გ) 2,56; დ) 1; ე) $\frac{2}{25}$; ვ) $\frac{1}{8}$.

გვერდი 35. **№ 2.** 3 მ; **№ 3.** 60 ლ; **№ 4.** 400 კგ; **№ 5.** $10\frac{1}{2}$ საათში;

გვერდი 36. **№ 8.** 121 კმ; **№ 9.** ა) $\frac{4}{5}$ ნაწილს; ბ) $\frac{1}{3}$; **№ 10.** 39 გვერდი; **№ 11.** 60; 36; **№ 12.** კალა – 145 გრ; სპილენძი – 95 გრ; რკინა – 55 გრ; ოქრო – 305 გრ. **№ 13.** 21 მ.

პროცენტი, შეფარდება, პროპორცია.

გვერდი 41. **№ 4.** ა) $\frac{1}{3}$; ბ) 30; გ) $\frac{5}{70}$; დ) $\frac{1}{15}$; ე) 60; ვ) 6; ო) 1; ტ) 4; **№ 10.** 1:2; 1:1; 2:3; 1:9; **№ 11.** 4:5; 4:3; 5:3;5:4.

გვერდი 42. **№ 14.** ა) 8:3; ბ) 15:34; გ) 27:10; დ) 5:4; ე) 4:11; ვ) 80:3; ზ) 63:76; თ) 35:36.

გვერდი 43. **№ 26.** ა) 9; ბ) 138; გ) 312; დ) 18 პირი; ე) 24 სტუდენტი.

გვერდი 46. **№ 4.** ა) 5; ბ) 13,5; გ) $\frac{7}{4}$ დ) 6; ე) 490; ვ) 35; **№ 6.** ა) 72 მან.; ბ) 33,6 კმ; გ) 10 საათი; დ) 990 გრ; ე) 60 მ; **№ 8.** 9 საათი; **№ 9.** 75,6 კგ, 170 კგ.

გვერდი 47. **№ 12.** ა) $\frac{5}{6}$; ბ) $1\frac{1}{4}$; გ) $\frac{2}{75}$; დ) 1,2; ე) 3,4; **№ 13.** ბ) 13; გ) 10,5; ე) 12; **№ 17.** 54 ასაკი; **№ 18.** 52 გრ; **№ 19.** 4 მ; **№ 20.** 1 მ; 2 მ.

გვერდი 49. **№ 5.** ა) 5 საათი; ბ) 30 საათი; **№ 6.** ა) 3 ჯერ გაიზრდება; ბ) 4 ჯერ შემცირდება; **№ 7.** ა) 6 ჯერ შემცირდება; ბ) 2 ჯერ გაიზრდება.

გვერდი 51. **№ 15.** 77 კმ; **№ 17.** 6,25 კგ; **№ 18.** 6,8 კგ, 7,2 კგ; **№ 19.** 312 სმ; **№ 20.** 380 სმ; **№ 21.** არ შეიძლება ითქვას; **№ 22.** 30 მან., 35 მან., 45 მან.

გვერდი 52. **№ 1.** ა) 108; 30; ბ) 7,5; 15; 20; 27,5; **№ 2.** ა) 28; 44; ბ) 18,4; 27,6; 46; **№ 3.** 96 კგ; 136 კგ; **№ 4.** 1435 გ; 1025 გ; **№ 5.** 14 სმ, 16 სმ, 18 მ; **№ 6.** 115 სმ.

გვერდი 53. **№ 8.** 50°; 130°; **№ 9.** 95°; 35°; **№ 12.** 160 მან., 240 მან., 400 მან.; **№ 13.** 112 ტონა, 168 ტ, 260 ტ; **№ 14.** 60, 135, 24; **№ 15.** 36, 90, 120, 140; **№ 17.** ≈ 23 გრ, ≈ 185 გრ, ≈ 116 გრ, ≈ 576 გრ; **№ 18.** 6 დათვის ბელი; 12 მგლის ლეკვი; 30 მელიის ნაშური.

გვერდი 55. **№ 6.** 36; **№7.** 20 კგ; **№ 8.** 12 ჩანთა; **№ 10.** 4,9 ტონა; **№ 14.** 8 საათი; **№ 15.** 15 საათი; **№ 16.** 100 დღე; 25 დღე.

გვერდი 56. **№ 1.** ა) 80 და 60; ბ) 40 და 100; **№ 2.** 200 და 180; **№ 3.** 196 და 147; **№ 5.** ა) 60; ბ) 90; **№ 6.** 8 კონფეტი.

გვერდი 57. **№ 1.** ა) 1:300000; ბ) 1:30000; გ) 1:20000000.

გვერდი 58. **№ 4.** ა) 2 სმ; ბ) 12,5 სმ.

გვერდი 61. **№ 1.** 25; **№ 2.** ა) 625; ბ) 112,5; გ) 800; დ) 400; **№ 3.** 140; **№ 7.** 18,4 სმ; **№ 8.** 7,65 სმ; **№ 9.** დიახ.

გვერდი 62. **№ 10.** 300, 400, 600, 700; **№ 11.** ა)1707; ბ) 224,16; გ) 833,25; **№ 12.** 6; 11 და 8; **№ 13.** ა) 3; ბ) 392; გ) 2; დ) 2100; **№ 14.** 300; **№ 15.** ა) 1500; ბ) $7\frac{49}{93}$ % **№ 16.** 100^{0}; **№ 17.** 29; **№ 18.** ა) $\frac{400}{1407}$ ბ) $3\frac{1}{8}$; გ) 3,5.

გვერდი 63. **№ 4.** 250%; **№ 5.** $80\frac{20}{21}$ %; **№ 7.** 95%.

გვერდი 64. **№ 14.** $73\frac{9}{17}$; $26\frac{8}{17}$; **№ 17.** $83\frac{1}{3}$ %; **№ 19.** 25% çox; **№ 21.** 12%; **№ 22.** 6%.

გვერდი 65. **№ 1.** 20% შემცირდა; **№ 2.** $16\frac{2}{3}$ % გაიზარდა

გვერდი 66. **№ 10.** 5750 მან. შემოსავალი.

გვერდი 67. **№ 4.** ა) 132%; ბ) 50%.

გვერდი 68. **№ 1.** 24 გრ; **№ 2.** 18% და 23 %; **№ 3.** 35% და 40%; **№ 4.** $76\frac{4}{21}$%; $23\frac{17}{21}$%. **№ 5.** 112 *l*; **№ 6.** არიფა 29,28 გრ; **№ 8.** ≈ 8,42 %.

გვერდი 69. **№ 1.** ა) $\frac{40}{3}$ *l*; **№ 2.** 20 *l*; **№ 3.** 75 გრ; **№ 4.** 40 გრ; **№ 7.**100 გრ; **№ 9.** 150 გრ, 450 გრ.

მთელი რიცხვები

გვერდი 76. **№ 5.** 48 მან. მოგება; **№ 6.** 35 მ. სიღრმეში; –35; **№ 7.** ა) 34; ბ) –34; გ) 90; დ) 63; ე) –34; **№ 8.** ა) 5; ბ) –46; გ) 5; დ) –325; **№ 10.** $0^{\circ}C$; **№ 11.** $22^{\circ}C$; **№ 12.** ა) 5; ბ) 12; გ) 5; დ) 2.

გვერდი 77. **№ 3.** ა) 79; ბ) 3911; დ) 489; ე) 979; თ) 100; ი) 51.

გვერდი 79. **№ 6.** ა) {–4; –3; –2; –1; 0}; ბ) {–6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6;}; **№ 7.** ა) –9; ბ) –1; გ) 2; დ) –201; ე) –12; ვ) 10; ზ) –66; **№ 13.** 19870; **№ 15.** ა) { –14; –13; –12; –11; –10; –9; –8; –7; –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0}; ბ) { –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2}; გ) {–2; –1; 0; 1; 2; 3} დ) {–1; 0; 1; 2; 3; 4}.

გვერდი 80. **№ 1.** ა) –11; –27; –250; ბ) –33; –99; –100; **№ 2.** ა) –442; ბ) –1000; გ) –154919936; დ) –107471100; **№ 3.** ა) –9400; ბ) –40084; გ) –13600; დ) –189999930; **№ 4.** ა) –765; ბ) –6966; გ) –9500000; დ) –58675.

გვერდი 81. **№ 9.** ა) –7; –2; ბ) –109; 0; გ) –54; –1; **№ 10.** ა) –1000; ბ) –190; **№ 12.** ა) –65; ბ) –1014; გ) –151; დ) –102799.

გვერდი 82. **№ 1.** ა) 27; ბ) 6380; გ) 0; დ) 0; **№ 2.** ა) 222 მან.; ბ) 1189 მან.; გ) 500000 მან.; დ) 12910 მან.; **№ 3.** ა) –12; ბ) 20; გ) 17; დ) 36; ე) 70000; ვ) 100; ზ) –460; თ) 0; ი) –4619.

გვერდი 83. **№ 6.** 4834 მან.; **№ 7.** 47 მ; **№ 8.** ა) 45; ბ) 129; გ) 45; დ) 129; ე) 45; **№ 9.** ა) 89; ბ) 673; გ) 1,92; **№ 13.** ა) 1; ბ) 27; გ) 10; დ) 48.

გვერდი 84. **№ 2.** ა) –30; ბ) –85; გ) –99; დ) –44; ე) –85; ვ) –1; ზ) 100; თ) –9; ი) 50; ლ) 12; **№ 4.** ა) –8; ბ) 2; გ) –6; დ) –20; ე) 7; ვ) –43; ზ) –42; თ) 62; პ) 0; ლ) –32029; ო) –898019; **№ 6.** ა) –48; ბ) 1324; გ) –185; დ) –2035;

გვერდი 85. **№ 9.** $t = +15^{o}C$; **№ 13.** 3754 მან.; **№ 16.** ა) 6; ბ) 94; გ) 26; დ) 195.

გვერდი 86. **№ 1.** ა) –180; ბ) –100; გ) 21; დ) 180; ე) –15162; ვ) –56000; ზ) 1040; თ) –14940; **№ 2.** ა) 8; ბ) –24; გ) –8; დ) 2; ე) 12; ვ) 240; ზ) –480; თ) –374.

გვერდი 87. **№ 5.** ა) 16; 16; 144; –8; 625; –1000000; –1; 27; –16; ბ) –775; გ) 9744; დ) –100; ე) 17; ვ) –8; ზ) 91; თ) –288; ი) 8; **№ 10.** ა) 384; ბ) 13400; გ) 70; დ) 173.

გვერდი 88. **№ 18.** ა) 875; ბ) –67000; გ) –726; დ) –9000; ე) –4144; ვ) 1600; ზ) –18; თ) 112; ი) –1095; ლ) 230; პ) 3633; ჟ) –84; ტ) –297; უ) 7136.

გვერდი 89. **№ 5.** ა) $y = -24$; ბ) $a = -25$; გ) $k = -12$; დ) $c = -670$.

გვერდი 90. **№ 8.** ა) 21; ბ) 5; გ) –7; დ) –40; ე) –19; ვ) –7; **№ 9.** ა) –25; ბ) –22; გ) –3; დ) –1; ე) –250; ვ) –32; **№ 10.** ა) 4; ბ) –6; გ) 6; დ) 3; **№ 11.** ა) –3; ბ) –10; გ) –2; დ) –2; **№ 13.** ა) 16; ბ) 0; გ) 800; დ) 6; **№ 14.** ა) 18000; ბ) 45; გ) 18000; დ) 5; **№ 15.** ა) $x = -3$; ბ) $y = -2$; გ) $a = 3$; დ) $b = -2$; **№ 16.** ა) 2; ბ) 72; გ) –5; დ) –12; ე) –36; ვ) –1000.

გვერდი 91. **№ 2.** ა) 33; ბ) –4; გ) –146; დ) –30039; **№ 3.** ა) 16; ბ) 3; გ) 4; დ) –6; ე) –2; ვ) 19.

გვერდი 92. **№ 4.** ა) 906; ბ) 616; გ) –1296; დ) –500; **№ 5.** ა) 36; ბ) 225; გ) –2; დ) 131; **№ 8.** ა) –14; ბ) 24; გ) –16; დ) –6; ე) 15; ვ) 15; ზ) 67; თ) 38; ი) 7; ლ) –3; ო) 13; ტ) 23; უ) 24; **№ 9.** ა) –1; ბ) –16; გ) 8; დ) 45; ე) –61; ვ) 8; ზ) 33; თ) 54; ი) –2.

გვერდი. 95. **№ 1.** ა; **№ 2.** გ; **№ 3.** ბ; **№ 4.** ბ; **№ 5.** გ; **№ 6.** ა; **№ 7.** გ; **№ 8.** გ; **№ 9.** დ; **№ 10.** ა; **№ 11.** ბ; **№ 12.** დ; **№ 13.** ბ; **№ 14.** ბ.

მათემატიკური გამოსახულება, განტოლება, უტოლობა

გვერდი 98. **№ 5.** ა) –40000; ბ) 6; **№ 6.** ა) 2c; ბ) $\frac{1}{8}y$; გ) 4x; **№ 7.** ა) 0; ბ) 38; გ) –3; დ) –110;

გვერდი 99. **№ 1.** ა) 565 ; ბ) 196; გ) 130; დ) 100; **№ 2.** ა) 410; ბ) 525; გ) –115; დ) 10; **№ 5.** ა) $2a + 6b - 14c$; დ) $mk - 29mn + 389m$; **№ 6.** ა) $14n - 10m - 8$; დ) $276x - 23k - 1495p$.

გვერდი 101. **№ 6.** ბ) 115,2; გ) 1,6; დ) 323; ე) 21,2.

გვერდი 102. **№ 1**. ა) 8x; ბ) 21b; გ) –7a–7b; დ) –20k+23p; **№ 2.** ა) –6a; ბ) –93x; გ) –4x+4y; დ) 25n–15m; **№ 4.** ა) 12x–72; ბ) 4 – 4y; გ) 38x–16; დ) 56c+49; **№ 5.** ა) 62; ბ) –81.

გვერდი 104. **№ 4.** ა) 0,5; ბ) –2; გ) –4; დ) –11; **№ 5.** ა) 3; ბ) 0,5; გ) 3; დ) –18; **№ 6.** ა) –2; ბ) $\frac{5}{9}$; გ) $3\frac{1}{3}$; დ) –1; **№ 8.** ა) –3; ბ) –1; **№ 9.** ა) 0,4; ბ) –1; გ) 9,5; დ) –2; **№ 10.** ა) 0,5; ბ) 3; **№ 11.** ა) –7; ბ) –3.

გვერდი 105-108. **№ 2.** ა) 13,82; ბ) 3,01; გ) 67,24; **№ 3.** ა) 24,4; ბ) 4; **№ 5.** 22; **№ 6.** 1,9 კმ; **№ 7.** 898; **№ 8.** 14 და 28; **№ 9.** 1 მან. 20 კაპ.; **№ 10.** 21; 63; **№ 11.** 171 კმ; **№ 12.** 9,9; 14,7; **№ 13.** 8,8 სმ^2; **№ 14.** 7; 11 ასაკი; **№ 15.** 12; 84; 78; **№ 16.** 14 კმ; **№ 17.** 80 კმ; 70 კმ; 72 კმ; **№ 19.** 13 საათის შემდეგ; **№ 20.** 5 საათის შემდეგ; **№ 21.** 800 მლ; **№ 22.** 103,5 კგ; **№ 23.** 30; 90; **№ 24.** 7 მან.; 8 მან.; **№ 25.** 2 კმ/სთ; **№ 26.** 6 კმ/სთ; **№ 27.** 10 დღე; **№ 28.** 408 დეტალი; **№ 29.** 15 საათის შემდეგ; **№ 31.** 20 კგ; 80 კგ; **№ 32.** 13,4.

გვერდი 111. № 1. ა) 4a+7; ბ) 7x–2y–11; გ) 7x+26y; დ) 11a+b+5; № 2. ა) 1; ბ) 6; გ) 4,5; დ) 12; ე) $2\frac{16}{17}$; ვ) 6; № 3. {–12; –6; –4; –3; –2; –1; 1; 2; 3; 4; 6; 12}; № 4. ა) $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$; ბ) –5 > –7; გ) 10 > –7; № 7. 8; № 8. 10; № 9. 15; № 10. 142; № 11. 0.

კუთხე, წრეწირი, სიმეტრია

გვერდი 128. **№ 4.** ა) $\angle 3 = 50^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = 130^\circ$; ბ) $\angle 4 = 127^\circ$; $\angle 1 = \angle 3 = 53^\circ$; გ) $\angle 2 = \angle 3 = \angle 1 = 90^\circ$; **№ 9.** $\angle 1 = \angle 3 = 120^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = 60^\circ$.

გვერდი 129. **№ 10.** ა) 60; ბ) 65°; გ) 22°; ე) 20°; **№ 11.** ა) 55° və 35°; ბ) 12° და 78°; გ) 65° და 25°; **№ 12.** ა) 96°; 84° ბ) 35° და 145°; **№ 13.** ა) 110°; 70°; ბ) 53°; 127°.

გვერდი 131. **№ 3.** ა) 5 სმ; ბ) 4 მმ; გ) 6 სმ 6 მმ; **№ 4.** ა) 6 სმ; ბ) 11 სმ; გ) 15 სმ 3 მმ.

გვერდი 133. **№ 2.** ა) 13,5 სმ; ბ) 7,2 მმ; **№ 3.** ბ) 4,1 დმ; **№ 4.** 3:2.

გვერდი 134. **№ 2.** ა) 3 სმ; ბ) 1,5 სმ; **№ 3.** 10 დმ. **№ 4.** წრეწირები არ იკვეთებიან; **№ 5.** არ იკვეთებიან; **№ 6.** AB = 12 სმ.

გვერდი 135. **№ 3.** 70 სმ; **№ 4.** 17 სმ; **№ 5.** 5 სმ; 4 სმ; 3 სმ; 0,3 სმ.

გვერდი 136. **№ 4.** შეუძლებელია.

გვერდი 137. **№ 1.** ა) 60°; ბ) 110°; გ) 180°; **№ 2.** ა) 50°; ბ) 123°; გ) 180°; **№ 3.** ა) 135°; ბ) 76°; გ)34°.

გვერდი 138-139. **№ 4.** ა) 31,4 სმ; 18,84 მ; 75,36 მმ; 15,7 დმ; ბ) 31,4 სმ; 50,24 მმ; 197,82 დმ; 34,54 მ; **№ 5.** ბ) 3 ჯერ გაიზრდება; გ) 4 ჯერ შემცირდება; **№ 8.** 42013,2 კმ; **№ 9.** 6,908 მ; 2,512 მ; 9,42 მ; **№ 10.** 213,52 სმ ≈ 213,5 სმ; **№ 11.** 55 სმ; **№ 14.** 0,6879 მ ≈ 1 მ; **№ 17**. ≈ 0,63694 მ.

გაზომვები, ფართობი, მოცულობა

გვერდი 146. **№ 1.** ა) 23 მ; ბ) 5,43 კმ; გ) 9250 დმ; დ) 4067000 მმ; ე) 625 სმ; ვ) 8,863 კმ.

გვერდი 147. **№ 7.** 24,06 მ; **№ 8.** 94 მ; **№ 9.** მოთავსდება.

გვერდი 148. **№ 2.** ა) 1400 სმ^2; ბ) 370 არი; გ) 8000 სმ^2; დ) 790 მ^2; **№ 3.** ა) 0,34 ჰა; ბ) 2100 არი; გ) 52100 სმ^2; დ) 0,0071 არი; ე) 480000 მ^2; ვ) 40000000 მმ^2.

გვერდი 150. **№ 13.** ა) 64 სმ^2; ბ) 260 მმ^2.

გვერდი 152. **№ 2.** ა) 12,56 სმ^2; დ) 314 მმ^2; **№ 4.** 15,7 სმ^2.

გვერდი 153. **№ 6.** ა) 12,56 სმ^2; ბ) 6,0288 სმ^2; გ) 1,884 სმ^2; **№ 7.** ბ) 21,98 სმ^2; **№ 8.** ა) 10,535 მმ^2; ვ) 10,9025 მ^2.

გვერდი 155. **№ 4.** 42; 14; **№ 5.** 2) 216 დმ^2 ; 3) 270 სმ^2.

გვერდი 156. **№ 5.** ა) 30,4 მმ^3; ბ) 50,4 სმ^3; გ) 49,6 მ^3; **№ 6.** 3,5 ლ; **№ 7.** 607 ლ

გვერდი 157. **№ 13.** ა) 226,08 სმ^3; ბ) 565,2 სმ^3; გ) 87,92 სმ^3; **№ 14.** 5მ^3.

სტატისტიკა. ალბათობა

გვერდი 166. № 1. ა) 13; ბ) 13; № 2. ამ რიცხვს; № 3. 1-ლი და მე-3-1-ლი და მე-3-რიცხვების არითმეტიკული საშუალო მე-2-რიცხვის ტოლი უნდა იყოს.

გვერდი 167. № 7. ა) 12; ბ) 4; გ) 7; № 9. არითმეტიკული საშუალო 3,07; მედიანა 2,5; რიცხვის მწკვრივის სხვაობა 6,9; № 12. უდიდესი სხვაობა 26; არითმეტიკული საშუალო 45; მოდა 43; სტატისტიკური საშუალო 43.

გვერდი 168. **№ 13.** 95,45 მ; **№ 14.** 1,57 მ; **№ 15.** 6 კგ; **№ 16.** 14 მან.; **№ 17.** 79,625 კმ/სთ; **№ 18.** 68 კმ/სთ; **№ 19.** 5,0875; **№ 20.** 4,1 – საშუალო ქულა; 4,2 – სტატისტიკური საშუალო; **№ 21.** 76; **№ 22.** 3.

გვერდი 172. **№ 4.** ა) შემთხვევითი ხდომილება; ბ) შემთხვევითი ხდომილება; გ) შეუძ-ლებელი ხდომილება; **№ 7.** ა) აუცილებელი ხდომილება; ბ) შეუძლებელი ხდომილება; **№ 8.** გ) აუცილებელი ხდომილება; დ) შეუძლებელი ხდომილება.

გვერდი 173-174. **№ 1.** ა) დაბალალბათობიანი; ბ) მაღალალბათობიანი; **№ 3.** ა) აუცილებელი; გ); ტოლალბათობიანი; გ) ტოლალბათობიანი; **№ 4.** ტოლალბათობიანი; **№ 5.** ა) 4 ხდომილება შესაძლებელია; **№ 6.** ა) აუცილებელი; ბ) ტოლალბათობიანი; გ) შავი ბურთულის ამოსვლის; დ) დიახ; **№ 7.** დიახ; **№ 10.** დ), ბ), ა), გ); **№ 11.** დიახ.

გვერდი 176. **№ 1.** ა) 123, 132, 213, 231, 312, 321 – 6 რიცხვი; ბ) 95, 90, 50, 59 – 4 რიცხვი; **№ 3.** 10; **№ 4.** 10; **№ 6.** 15 მონაკვეთი; **№ 7.** ა) 6; ბ) 10; **№ 8.** 6 შემთხვევა.

გვერდი 177. **№ 10.** 6 ხელჩამორთმევა; **№ 11.** 8 ხერხით; **№ 13.** 10; **№ 14.** ა) 28 და 2; ბ) 21 და 12.

გვერდი 178. **№ 1.** ა) 5; ბ) 3; გ) 1; **№ 2.** 11; **№ 3.** 6; **№ 4.** c; **№ 5.** 150; **№ 6.** 3.

გვერდი 179. **№ 8**. 6-ზე მეტი ქულის მოსვლის ხელსაყრელ შემთხვევათა რიცხვი 0, 0-ზე მეტი ქულის მოსვლის ხელსაყრელი შემთხვევათა რიცხვი 6-ია; **№ 9.** 6; **№ 14.** 1; **№ 15.** ა) 3; ბ) 3.

გვერდი 180. **№ 16.** ა) 1; ბ) 1; **№ 18.** შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი 20; ხელსაყრელი შემთხვევათა რიცხვი 4;**№ 19.** შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი 6; ხელსაყრელი შემთხვევათა რიცხვი 1; **№ 20.** შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი 4; ხელსაყრელი შემთხვევათა რიცხვი 1; **№ 21.** შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი 50; ხელსაყრელი შემთხვევათა რიცხვი 30; **№ 23.** შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი 2; ხელსაყრელი შემთხვევათა რიცხვი 1.

გამეორება

№ 1. ა) 376; ბ) –4176; გ) –468; დ) 1; **№ 2.** ა) –347000; ბ) 549000; გ) 2300; დ) 130000; **№ 3.** ა) 4; ბ) –71; გ) 42; დ) 14; **№ 5.** ა) –5; ბ) –4714; გ) 8; დ) –4537; **№ 6.** 7 თამაში; **№ 7.** ა) –86; ბ) –2; გ) 9; დ) –1; **№ 8.** ა) $a = b$; ბ) a და b მოპირდაპირე რიცხვებია; გ) $a = 0, b \neq 0$;

№ 10. ა) { – 6; 12; 0; –1; 11}; ბ) {– 7; 2; 1; 10}; **№ 13.** ა) 1; ბ) 1; **№ 15.** 50 კოსტუმი და 45 კოსტუმი; 1-მა უფრო მეტი კოსტუმი შეკერა; **№ 17.** ა) 6 სამკუთხედი, 3 კვადრატი; 2 სამკუთხედი, 6 კვადრატი; ბ) 1 სამკუთხედი, 3 კვადრატი; **№ 18.** 6 მან.-ად – 3 წიგნი; 8 მან.-ად – 4 წიგნი;

№ 22. 1410 მან.; **№ 29.** ა) 10; ბ) 69; გ) 30; დ) 83. **№ 41.** ა) 3,8; ბ) 260,1; **№ 43.** ა) 31; ბ) 108,8; **№ 44.** ა) 360; ბ) 0,2; **№ 45.** ა) 131; ბ) 0,3; გ) 0,4;დ) 4,9; **№ 54.** ა){ 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}; ბ) {11; 10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2; 1}; გ) {1; 2; 3; 4}; დ) ∅. **№ 57.** { –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6}; **№ 60.** ა) –20; ბ) 22; გ) –3; დ) 3; d) 35; ვ) –35; ზ) 0; თ) –41; ი) 20; ლ) 78; ო) –1720; ტ) 0; **№ 69.** –364; **№ 71.** ა) $x = -3$; ბ) $x = -15$; გ) $x = -5$; დ) $x = -9$; ე) $y = 12$; ვ) $a = -7$; ზ) $b = -54$; თ) $z = 159$; ი) $k = 39$; **№ 77.** ა) $\frac{11}{20}$; ბ) $\frac{3}{14}$; **№ 78.** ა) $\frac{8}{15}$; ბ) $\frac{59}{72}$; გ) $\frac{11}{12}$; დ) $7\frac{20}{21}$; ე) $2\frac{4}{57}$; **№ 101.** 194,4 მან.;

№ 102. 1000; **№ 103.** 400 გრამი; **№ 107.** 1600 მან. და 800 მან.; **№ 108.** 75 გვერდი, 45; გვერდი; **№ 109.** 720 და 480 დავალება; **№ 110.** 40 და 50 წუთი; **№ 111.** 1350 გრამი და 1200 გრამი; **№ 112.** 840 გრამი; **№ 113.** ა) 500 სმ^2; ბ) 450 სმ^2; გ) 200 სმ^2; დ) 486 სმ^2; **№ 118.** 35 გრ; **№ 119.** შეცდომაა; **№ 121.** 35, 30, 10 ასაკი; **№ 125.** 96 ფურცელი; **№ 127.** 24; **№ 128.** 36; **№ 132.** 3 მ; **№ 133.** 40; **№ 153.** 205 გრ; **№ 155.** 1 l; **№ 157.** 18 ყუთი; **№ 158.** 25 კგ; **№ 159.** 45 კგ და 15 კგ; **№ 163.** 50 მ და 40 მ; **№ 166.** ა) 10,4; ბ) 2; გ) 10; დ) 3; **№ 167.** 28; 32; **№ 168.** 17.

RİYAZİYYAT 6

Ümumtəhsil məktəblərinin 6-cı sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə

DƏRSLİK

(Gürcü dilində)

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər: **İsmayılova Sevda Camal qızı**
Hüseynova Arzu Talıb qızı

Tərcümə edən və redaktor **Abdurahmanov Çalabi**

Buraxılışa məsul **Sevil İsmayılova**
Baş redaktor **Gültəkin Cəfərova**
Dizayner **Elşən Qurbanov**
Səhifələyici **Ramin Abdurahmanov**
Texniki redaktor **Fəridə Səmədova**
Texniki direktor **Xəqani Fərzalıyev**
Nəşriyyat direktoru **Kəmalə Qarayeva**

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin qrif nömrəsi:
2017-014

© **Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi – 2017**

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

Hesab-nəşriyyat həcmi. Fiziki çap vərəqi 13. Formatı 70x100 $^{1}/_{16}$.
Səhifə sayı 208. Ofset kağızı. Jurnal qarnituru. Ofset çapı.
Tiraj 200. Pulsuz. Bakı – 2017.

"Şərq-Qərb" ASC
AZ1123, Bakı, Aşıq Ələsgər küç., 17.

Pulsuz