



**ГЕЙДАР АЛИЕВ**  
**ОБЩЕНАЦИОНАЛЬНЫЙ ЛИДЕР**  
**АЗЕРБАЙДЖАНСКОГО НАРОДА**

Levin

ЗАУР ИСАЕВ, МАНСУР МАГЕРРАМОВ, МАГОМЕД КЕРИМОВ,  
ГЮНАЙ ГУСЕЙНЗАДЕ, АГШИН АБДУЛЛАЕВ

# МАТЕМАТИКА



Учебник по предмету математика для 5-х классов  
общеобразовательных заведений  
(2-я часть)


© Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi




**Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0  
International (CC BY-NC-SA 4.0)**

Bu nəşr Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International  
lisensiyası (CC BY-NC-SA 4.0) ilə [www.trims.edu.az](http://www.trims.edu.az) saytında əlçatandır.

Bu nəşrin məzmunundan istifadə edərkən  
sözügədən lisenziyanın şərtlərini qəbul etmiş olursunuz:

İstinad zamanı nəşrin müəllif(lər)inin adı göstərilməlidir. 

Nəşrdən kommersiya məqsədilə istifadə qadağandır. 

Törəmə nəşrlər orijinal nəşrin lisenziya şərtləri ilə yayılmalıdır. 

Замечания и предложения, связанные с этим изданием,  
просим отправлять на электронные адреса:

**[trm@arti.edu.az](mailto:trm@arti.edu.az) и [derslik@edu.gov.az](mailto:derslik@edu.gov.az)**

Заранее благодарим за сотрудничество!

# СОДЕРЖАНИЕ

## 5 Выражения с переменной. Уравнение. Неравенство 5

Предварительная проверка	6
5.1. Выражения с переменной	7
5.2. Упрощение выражений с одной переменной	10
5.3. Равенство и уравнение	13
5.4. Решение задач на составление уравнений	19
5.5. Неравенства	23
5.6. Зависимые и независимые переменные	27
Заключение	32
Обобщающие задания	33
STEAM. Глобальное потепление	34

## 6 Плоские фигуры 35

Предварительная проверка	36
6.1. Конгруэнтные углы. Биссектриса угла	37
6.2. Смежные и вертикальные углы	41
Задачи	44
6.3. Площадь прямоугольного треугольника	46
6.4. Площадь составных фигур	49
6.5. Построение перпендикулярных и параллельных прямых	52
6.6. Построение треугольника	56
Заключение	58
Обобщающие задания	59
STEAM. Автомобильная парковка	60

## 7 Пространственные фигуры 61

Предварительная проверка	62
7.1. Площадь поверхности куба и кубоида	63
7.2. Площадь поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник	68
Задачи	70
7.3. Объем прямой призмы	71
7.4. Единицы площади	76
7.5. Единицы объема	79
Заключение	82
Обобщающие задания	83
STEAM. Птицы – наши друзья.	84

## 8 Статистика и представление информации 85

Предварительная проверка	86
8.1. Среднее арифметическое	87
8.2. Круговая диаграмма	91
8.3. Представление информации	93
Заключение	96
Обобщающие задания	97
STEAM. Статистика распространения инфекции COVID-19	98
Обобщающие задания за 5-й класс	99
Словарь математических терминов	104
Ответы	107

# Выражения с переменной. Уравнение. Неравенство

## В этой главе вы научитесь:

- записывать и читать выражения с переменной
- упрощать выражения с переменной
- вычислять значение выражения при заданном значении переменной
- решать простые уравнения
- решать задачи на составление уравнений
- выражать формулой зависимость между величинами
- представлять зависимость между величинами в виде таблицы и графика
- решать простые неравенства методом подбора

Первые математические задачи, связанные с повседневной жизнью, появились в Древнем Египте. Один из источников, рассказывающих о математических способностях древних египтян, известен как «Папирус Райнда». Эта рукопись, скопированная на папирусе каллиграфом Ахмесом приблизительно в 1650 году до н.э., сейчас хранится в Британском музее. Длина этого папируса с 84 задачами и их решениями составляет более 5 метров. Эта рукопись была учебником по математике для египтян. Некоторые задачи здесь решаются простыми уравнениями. Египтяне обозначали неизвестную величину особым иероглифом.

## Попытайтесь!

Решите задачу, аналогичную одной из задач в папирусе Райнда.

*В 17 домов было роздано 100 буханок хлеба. Каждому дому, в которых живут сторож, мастер и лодочник, было отдано по 2 доли, а остальным – по 1 доле. Сколько хлеба было роздано в каждый дом?*



# Предварительная проверка

1 Запишите произведение в виде суммы, а сумму в виде произведения.

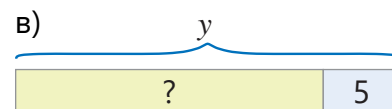
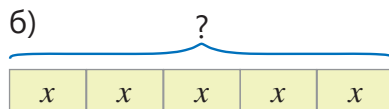
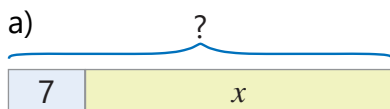
$5 \cdot b$

$7 \cdot c$

$x + x + x + x$

$m + m + m + m + m + m$

2 Запишите соответствующее математическое выражение вместо знака "?".



3 Вычислите значение выражения  $m \cdot (2 - n) + m : n$  при  $m = 8$  и  $n = 0,25$ .

4 Заполните таблицу при заданных значениях переменной.

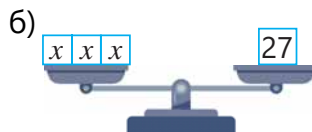
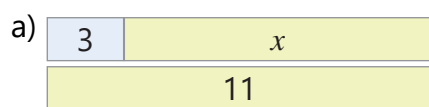
а)

$c$	2	3	3,5
$c + 3$			

б)

$m$	1	2,5	$3\frac{5}{8}$
$4 \cdot m$			

5 Составьте уравнение по рисунку и решите его.



6 Запишите сумму переменных в виде произведения и решите уравнение.

$x + x + x + x = 30 - 6$

$y + y + y + y + y = 7 + 8$

$x + x + x = 36 : 4$

7 Решите уравнение.

$5 \cdot x = 42 - 7$

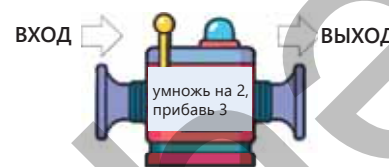
$y \cdot 7 = 3 \cdot 21$

$a : 3 = \left(\frac{1}{3} + 1\frac{4}{6}\right) \cdot 7 + 4$

$27 : b = 3^2$

8 Запишите результат, полученный на выходе из вычислительной машины, если на входе будет число

а) 5; б) 8; в)  $n$ .



9 Запишите математическое выражение, для вычисления стоимости покупки, состоящей из  $n$  тетрадей по 0,2 маната и  $m$  ручек по 0,3 маната. Вычислите значение выражения при  $n = 5$  и  $m = 6$ .

10 Решите задачи, составив уравнения.

а) Произведение какого числа с числом 2 будет равно сумме чисел 12,8 и 7,2?

б) Если поделить учеников в классе на 3 группы, то в каждой группе будет 8 человек. Сколько получится групп, если поделить их на группы по 6 человек в каждой?

11 Определите закономерность по рисунку и заполните таблицу.



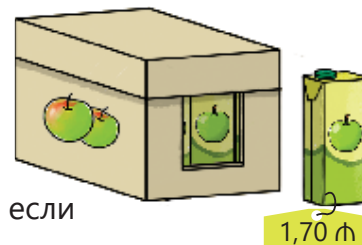
Порядковый номер фигуры	1	2	3	4	5	$n$
Количество кружочков	2	4	6	8		

## 5.1. Выражения с переменной

### Исследование-обсуждение

В каждом из 10 ящиков одинаковое количество коробок сока. Из 9 ящиков были проданы все коробки, а из 10-го ящика – 3 коробки.

- Как можно записать сумму денег, полученных от продажи сока, в виде математического выражения?
- Как можно вычислить сумму денег, полученных от продажи сока, если в каждом ящике 8 коробок?



### Изучение Составление математических выражений

В некоторых задачах в зависимости от ситуаций величины могут принимать разные значения. В этом случае эти величины заменяются переменными и записываются выражения с переменной. Чтобы записать математическое выражение, нужно обозначить переменную определённой буквой и правильно выбрать соответствующее действие.

сумма 5 и $a$  $5 + a$	разность 7 и $b$  $7 - b$	произведение 2 и $c$  $2 \cdot c$	частное $d$ и 2  $d : 2$
------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------------	--------------------------------

Если в математическом выражении нужны скобки, то следует обратить особое внимание на правильную их расстановку.

произведение числа 3 и суммы 2 и $a$  $(2 + a) \cdot 3$	произведение числа 2 и разности 3 и $b$  $(3 - b) \cdot 2$	частное суммы чисел $c$ и 4 и числа 3  $(c + 4) : 3$
---------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------



### Внимание!

Если один или несколько множителей в выражении являются переменной, то обычно знак умножения не пишется. Например, произведения  $3 \cdot n$  и  $n \cdot 3$  можно также записать как  $3n$ . В этом случае число пишут перед буквой.

### Задания

- 1 Прочитайте данные выражения.

ОБРАЗЕЦ $(m - 3) : 6$	
Читается	Объяснение
Частное разности $m$ и 3 и числа 6.	Частное разности $m$ и 3 и числа 6. 
а) $(x - 2,5) \cdot 7$	б) $y + (5 - c)$
в) $(a + \frac{2}{3}) : 5$	г) $(3,4 - m) \cdot (4 + 3)$

2 Запишите в виде математического выражения.

- а) сумма числа 8 и произведения чисел 5 и  $m$
- б) разность чисел  $a$  и 3, деленная на 2
- в) произведение  $\frac{1}{4}$  и суммы чисел 4 и  $n$
- г) произведение суммы чисел 7 и  $x$  и разности чисел 8 и 5
- д) сумма квадрата числа  $a$  и квадрата числа 4.

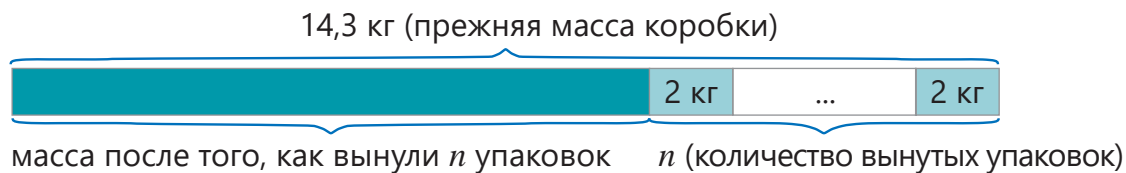
## Изучение Запись математических выражений, соответствующих различным ситуациям

Выражения с переменной часто используются при решении задач, связанных с однотипными ситуациями. В этом случае записанное выражение также называется *общим решением задачи*.

**ОБРАЗЕЦ.** Общая масса коробки с 2-килограммовыми упаковками конфет составляет 14,3 кг. Какое математическое выражение можно записать, чтобы найти массу коробки, если из нее вынуть  $n$  упаковок?



**РЕШЕНИЕ.** Это можно изобразить с помощью рисунка следующим образом:



Чтобы найти массу коробки, можно составить такое выражение:



### Подумай!

Как можно найти общую массу коробки, используя записанное выражение, если количество вынутых упаковок будет 3?

3 Запишите выражения с переменной, соответствующие задачам. Вычислите значения выражений при данных значениях переменной и объясните полученные результаты.

**ОБРАЗЕЦ** Самир купил  $n$  альбомов по 2 маната и 1 книгу за 6 манатов.

- Сколько он заплатил за альбомы и книгу?
- Сколько он заплатит за покупку, если  $n = 4$ ?

Решение	Объяснение
• $2n + 6$	Цена 1 альбома умножается на их количество, к произведению прибавляется цена книги.
• $2 \cdot 4 + 6 = 14$ (ман.)	Вычисляется значение выражения при подстановке 4 вместо $n$ . Самир заплатил 14 манатов за 4 альбома и 1 книгу.



- ▶ а) Скорость пешехода  $a$  км/ч. Скорость всадника в 3 раза больше скорости пешехода. Найдите скорость всадника. Какой будет скорость всадника, если  $a = 4$ ?
- б) Айнур задумала число  $c$ . Если из этого числа вычесть 2 и полученную разность разделить на 3, то получится число, задуманное Сабиной. Какое число задумала Сабина? Найдите задуманное Сабиной число, если  $c = 17$ .
- в) В ящике  $n$  кг яблок. Масса яблок в корзине в 4 раза меньше, чем масса яблок в ящике. Сколько яблок в корзине? Чему будет равна масса яблок в корзине, если  $n = 28$ ?

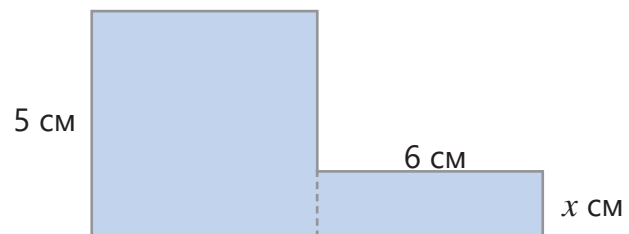
## Решение задач

Решите задачи, записав выражения с переменной.

- 4 В туристическом лагере было установлено 8 трёхместных и  $b$  четырёхместных палаток.
- Сколько людей разместилось в них?
  - Сколько всего мест в палатках, если  $b = 6$ ?



- 5 На рисунке показана фигура, состоящая из квадрата и прямоугольника.
- Обозначьте площадь данной фигуры через  $x$ .
  - Вычислите значение выражения при  $x = 2$ .



- 6 Из одного пункта одновременно в противоположных направлениях выехали две машины. Одна машина ехала со скоростью 40 км/ч, а другая – со скоростью  $a$  км/ч.
- Каким будет расстояние между ними через 2 ч?
  - Найдите это расстояние при  $a = 50$ .
- 7 Самир купил  $n$  ручек по 0,45 маната и дал на кассе 10 манатов.
- Какое математическое выражение можно написать, чтоб найти, сколько сдачи ему дали?
  - Сколько сдачи дадут Самиру, если  $n = 6$ ?
- 8 Запишите выражения с переменной, соответствующие задачам.
- Лале  $b$  лет.
- Брат Лалы младше ее на 5 лет. Сколько лет брату Лалы?
  - Отец Лалы старше ее на 24 года. Сколько лет отцу?
  - Возраст матери на 1 больше, чем утроенный возраст Лалы. Сколько лет матери Лалы?
  - Сколько лет матери, отцу и брату, если Лале 11 лет?
- 9 Составьте задачи, соответствующие выражениям, и решите их.

а)  $3n + 2$

б)  $(c - 1) : 2$

в)  $2 \cdot (k + 5)$

г)  $4m - 1$

## 5.2. Упрощение выражений с одной переменной



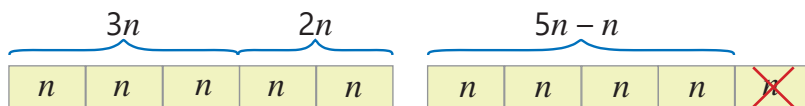
Ключевые слова

- эквивалентные выражения
- общий множитель

### Исследование-обсуждение

В каждой коробке  $n$  карандашей.

- Если Анар сначала купил 3 коробки, а затем еще 2 коробки, то сколько всего карандашей он купил?
- Если теперь он подарит 1 коробку карандашей другу, то сколько карандашей у него останется?
- Как можно объяснить решение по данным моделям?



### Изучение Упрощение выражений с использованием распределительного свойства

Значение выражения с переменной зависит от значения переменной. Выражения, которые имеют одинаковые значения при любых возможных значениях переменной, называются **эквивалентными**. Например,  $a + 2$  и  $(a + 5) - 3$  эквивалентные выражения, так как при любых значениях  $a$ , например, 1, 2, 3 и т. д., значения обоих выражений равны.

Чтобы легче найти значение выражения, можно упростить его, заменив эквивалентным выражением. Для этого используются свойства действий. Например, по распределительному свойству умножения можно записать эквивалентное выражение для  $2 \cdot (c + 5)$  следующим образом:

$$2 \cdot (c + 5) = 2 \cdot c + 2 \cdot 5 = 2c + 10$$

$2 \cdot (c + 5)$        $2c + 10$   
 $c$   $5$   $c$   $5$        $c$   $c$   $5$   $5$   
 $c + 5$      $c + 5$        $c + c$      $5 + 5$

Распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания можно записать в общем виде так:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

**ОБРАЗЕЦ.** Выражение  $0,5 \cdot (6x + 8)$  можно упростить, используя распределительное и сочетательное свойства умножения:

$$0,5 \cdot (6x + 8) = 0,5 \cdot 6x + 0,5 \cdot 8 = (0,5 \cdot 6) \cdot x + 4 = 3x + 4$$



### Запомни!

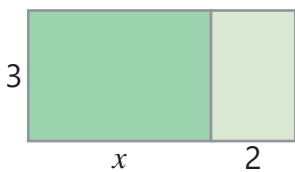
Равенство означает эквивалентность выражений справа и слева от знака (=). Если поменять местами выражения в левой и правой части равенства, то равенство не нарушится.

$$a = b \rightarrow b = a$$

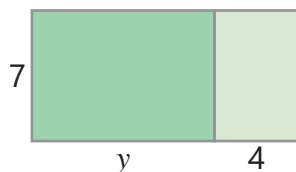
## Задания

1 Впишите подходящие числа в пустые клетки. Объясните своё решение на модели площади.

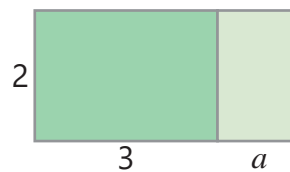
а)  $3 \cdot (x + 2) = 3x + \square$



б)  $7 \cdot (y + 4) = \square \cdot y + \square$



в)  $2 \cdot (3 + a) = \square + \square \cdot a$



2 Запишите эквивалентные выражения, используя распределительное свойство умножения.

а)  $4 \cdot (x + 3)$

б)  $6 \cdot (x + 5)$

в)  $9 \cdot (3m - 2)$

г)  $\frac{1}{2} \cdot (4x + 8)$

д)  $0,25 \cdot (8y - 4)$

3 Впишите в пустые клетки подходящие числа так, чтобы получилось верное равенство.

а)  $8 \cdot (n + 5) = 8n + \square$

б)  $9 \cdot (c - 4) = 9c - \square$

в)  $6 \cdot (7 + 2y) = 42 + \square \cdot y$

4 Какие из равенств неверны? Найдите ошибки и запишите в тетради правильные равенства.

$2 \cdot (x + 3) = 2x + 3$

$6 \cdot (x + 3) = 3 \cdot (2x + 6)$

$3 \cdot (x - 1) = 3x - 1$

$6 \cdot (x + 3) = 6x + 18$

$4 \cdot (x - 1) = 2(2x - 2)$

$6 \cdot (x + 3) = 6x + 12$

## Изучение Вынесение общего множителя за скобки

Если поменять местами правую и левую части равенства в распределительном свойстве умножения, то получится правило вынесения общего множителя за скобки:

$$a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$$

$$a \cdot c - b \cdot c = (a - b) \cdot c$$

Некоторые выражения с переменными можно упростить, вынося за скобки общий множитель.

Например:  $5n + 3n = (5 + 3) \cdot n = 8n$

$7k - 2k = (7 - 2) \cdot k = 5k$

5 Упростите выражения.

**ОБРАЗЕЦ.**  $4n + 3n - 2n$

**Решение**

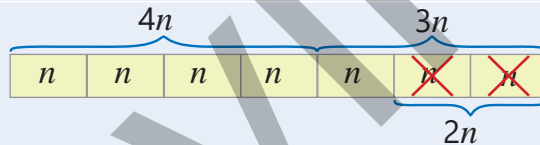
$$4n + 3n - 2n = (4 + 3) \cdot n - 2n = 7n - 2n =$$

$$= (7 - 2) \cdot n = 5n$$

или

$$4n + 3n - 2n = (4 + 3 - 2) \cdot n = 5n$$

**Объяснение**



а)  $7c + 2c$

в)  $n + 6n$

д)  $8c - 3c$

ж)  $4n + 5n - 6n$

и)  $3c + 6c + c$

б)  $4x + 3x$

г)  $5y - 2y$

е)  $7k - k$

з)  $7m - 2m - 3m$

к)  $5x - x + 2x$

6 Впишите в пустые клетки подходящие числа так, чтобы получилось верное равенство.

а)  $3n + \square \cdot n = 10n$

б)  $\square \cdot x - 3x = 5x$

в)  $m + 7m - \square \cdot m = 2m$

- 7 Упростите выражение, вынеся за скобки общий множитель, и найдите значение выражения при данном значении переменной.

а)  $6a + 3a + a$   
 $a = 2,3$

б)  $8c + 9c - 2c$   
 $c = 8$

в)  $15n - 3n - 2n$   
 $n = \frac{2}{5}$

- 8 Упростите выражение и вычислите его значение при данном значении переменной.

**ОБРАЗЕЦ**  $4n + 2,8 + 5n - 3n$   $n = 1,2$

**Решение**

$$\begin{aligned} 4n + 2,8 + 5n - 3n &= 2,8 + 4n + 5n - 3n = \\ &= 2,8 + (4n + 5n - 3n) = \\ &= 2,8 + (4 + 5 - 3) \cdot n = 2,8 + 6n. \\ 2,8 + 6 \cdot 1,2 &= 2,8 + 7,2 = 10 \end{aligned}$$

**Объяснение**

Применяются переместительное и сочетательное свойства сложения. Общий множитель выносится за скобки и упрощается выражение. Подставляется значение переменной, и вычисляется значение выражения.

а)  $2c + 5c - 3c - 1,2$   
 $c = \frac{1}{2}$

б)  $8n - 7n + 5n + \frac{3}{4}$   
 $n = 0,2$

в)  $x + 0,8 + 3x + 0,3$   
 $x = 1,5$

- 9 Упростите выражение.

**ОБРАЗЕЦ**  $3 \cdot (x + 2) - 2x$

**Решение**

$$\begin{aligned} 3 \cdot (x + 2) - 2x &= 3x + 6 - 2x = \\ &= 6 + 3x - 2x = 6 + x \end{aligned}$$

**Объяснение**

Для упрощения используется распределительное свойство умножения и переместительное свойство сложения.

а)  $5m + 5 + 2m$

г)  $6 \cdot (x + 1) - 2x$

ж)  $7x + 2 \cdot (x + 4)$

к)  $8 + 4 \cdot (3n - 2)$

б)  $3 \cdot 5m + 7 + 4m$

д)  $2x + 3 \cdot (x - 2)$

з)  $6 \cdot (a + 3) - 18$

л)  $7 \cdot (2 + y) - 8$

в)  $0,5 \cdot 2m - m$

е)  $4x + 5 \cdot (x - 1)$

и)  $4x + 3 \cdot (2x - 1)$

м)  $3 \cdot (5 + 2y) - 6y$

## Решение задач

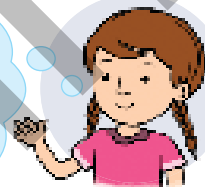
- 10 Чьё мнение верно? Объясните.



Анар

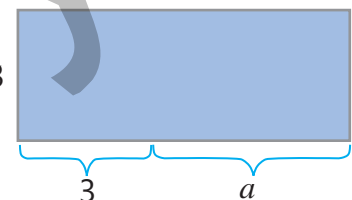
При любом значении  $c$  значение выражения  $2c + c - 3c + 1$  равно 1.

Значение выражения  $2c + c - 3c + 1$  равно 1 только при  $c = 0$ .



Лала

- 11 Запишите выражения для вычисления длины, периметра и площади прямоугольника, размеры которого даны на рисунке в сантиметрах. Чему будут равны периметр и площадь прямоугольника, если  $a = 5$ ?



## 5.3. Равенство и уравнение



### Ключевые слова

- решение уравнения
- обратное действие

### Исследование-обсуждение

На рисунке весы находятся в равновесии.

- Если с одной чаши весов убрать одну гирю, то что нужно сделать, чтобы сохранить равновесие?
- Каков вес коробки? Как это можно найти?
- Если к обеим чашам весов, которые находятся в равновесии, добавить или убрать одинаковое количество гирь, нарушится ли равновесие?
- Если увеличить вес в чашах в несколько раз, нарушится ли равновесие?



### Изучение Свойства равенств

Равенства обладают некоторыми свойствами.

Свойства равенств	Образец	
Если к обеим частям верного равенства прибавить одно и то же число, то равенство не нарушится.	$5 = 5$ $5 + 3 = 5 + 3$ $8 = 8$	$12 - 3 = 9$ $12 - 3 + 3 = 9 + 3$ $12 = 12$
Если из обеих частей верного равенства вычесть одно и то же число, то равенство не нарушится.	$9 = 9$ $9 - 2 = 9 - 2$ $7 = 7$	$6 + 4 = 10$ $6 + 4 - 4 = 10 - 4$ $6 = 6$
Если обе части равенства умножить на одно и то же (не равное нулю) число, то равенство не нарушится.	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} \cdot 6 = \frac{1}{2} \cdot 6$ $3 = 3$	$\frac{6}{2} = 3$ $\frac{6}{2} \cdot 2 = 3 \cdot 2$ $6 = 6$
Если обе части равенства разделить на одно и то же (не равное нулю) число, то равенство не нарушится.	$12 = 12$ $12 : 4 = 12 : 4$ $3 = 3$	$5 \cdot 3 = 15$ $5 \cdot 3 : 3 = 15 : 3$ $5 = 5$

### Задания

- 1 Используя свойства равенств, найдите устно подходящее число или действие, соответствующее пустым клеткам.

а)  $12 - 3 = 9$   $\rightarrow$   $(12 - 3) + 4 = 9 + \square$

д)  $28 + 9 = 37$   $\rightarrow$   $(28 + 9) - 9 = 37 - \square$

б)  $18 + 7 = 25$   $\rightarrow$   $(18 + 7) - 6 = 25 - \square$

е)  $17 - 5 = 12$   $\rightarrow$   $(17 - 5) + 5 = 12 + \square$

в)  $18 : 6 = 3$   $\rightarrow$   $(18 : 6) \cdot 6 = 3 \cdot \square$

ж)  $27 : 9 = 3$   $\rightarrow$   $(27 : 9) \cdot \square = 3 \cdot 8$

г)  $9 \cdot 4 = 36$   $\rightarrow$   $(9 \cdot 4) : 3 = 36 : \square$

з)  $7 \cdot 9 = 63$   $\rightarrow$   $(7 \cdot 9) : 21 = 63 : \square$

- 2 Сначала проверьте правильность первого равенства. Затем объясните правильность второго равенства, используя соответствующее свойство.

а)  $\frac{8}{16} = \frac{3}{6}$   $\rightarrow$   $\frac{8}{16} - \frac{1}{4} = \frac{3}{6} - \frac{1}{4}$

б)  $\frac{9}{12+3} = \frac{2+1}{5}$   $\rightarrow$   $\frac{9}{12+3} \cdot 15 = \frac{2+1}{5} \cdot 15$

## Изучение Решение простых уравнений

**Корень уравнения** – это число, которое при подстановке вместо переменной обращает уравнение в верное числовое равенство. Например, корень уравнения  $x + 7 = 11$  равен 4. Потому что, если подставить 4 вместо  $x$ , получится верное равенство. Чтобы решить уравнение, то есть найти его корень, можно применять свойства равенств. В этом случае используется то, что сложение и вычитание, умножение и деление являются взаимно обратными действиями.

$$\begin{array}{l} x + 7 = 11 \\ \downarrow \\ 4 + 7 = 11 \\ 11 = 11 \end{array}$$

$x + 5 = 9$   
 $x + 5 - 5 = 9 - 5$   
 $x = 4$

$x - 2 = 6$   
 $x - 2 + 2 = 6 + 2$   
 $x = 8$

$3x = 6$   
 $3x : 3 = 6 : 3$   
 $x = 2$

$x : 2 = 3$   
 $x : 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2$   
 $x = 6$

Уравнение можно решить различными способами. Найденные корни в этом случае должны быть одинаковыми.



### Подумай!

Как можно решить данные в образце уравнения, используя правило нахождения неизвестного слагаемого, неизвестного уменьшаемого, неизвестного множителя и неизвестного делимого?

3 Проверьте, является ли корнем уравнения данное число.

а)  $2x = 18$

б)  $0,5x = 12$

в)  $x : 0,2 = 4$

г)  $x - \frac{3}{4} = 0,25$

д)  $\frac{5}{3} + x = 3$

4 Решите уравнение.

ОБРАЗЕЦ		а) $x + 3 = 4,2$	б) $x - 2 = 3,3$
		Решение	Объяснение
а) $x + 3 = 4,2$	б) $x - 2 = 3,3$	$x + 3 - 3 = 4,2 - 3$ $x = 1,2$	а) В левой части равенства к неизвестному прибавляется 3. Обратным действием сложению является вычитание, поэтому из обеих частей вычитается 3. Находится корень уравнения и проверяется ответ.
		$x - 2 + 2 = 3,3 + 2$ $x = 5,3$	б) В левой части равенства из неизвестного вычитается 2. Обратным действием вычитанию является сложение, поэтому к обеим частям прибавляется 2. Находится корень уравнения и проверяется ответ.
		$\boxed{1,2} + 3 = 4,2$ $4,2 = 4,2$	
		$\boxed{5,3} - 2 = 3,3$ $3,3 = 3,3$	
		Ответ: а) $x = 1,2$ б) $x = 5,3$	

а)  $x + 1,3 = 3,9$

в)  $x - 3,1 = 2,9$

д)  $x + 0,8 = 5$

ж)  $x - 0,6 = 4,2$

б)  $x + \frac{1}{2} = 12,5$

г)  $x - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

е)  $x + 0,2 = \frac{13}{5}$

з)  $x - \frac{3}{4} = 1,25$

5 Решите уравнение.

ОБРАЗЕЦ		а) $4x = 3,2$	б) $x : 2 = 4,6$
		Решение	Объяснение
а) $4x = 3,2$	б) $x : 2 = 4,6$	$4x : 4 = 3,2 : 4$ $x = 0,8$	а) В левой части равенства неизвестное умножается на 4. Обратным действием умножению является деление, поэтому обе части делятся на 4. Находится корень уравнения и проверяется ответ.
		$x : 2 \cdot 2 = 4,6 \cdot 2$ $x = 9,2$	б) В левой части равенства неизвестное делится на 2. Обратным действием делению является умножение, поэтому обе части умножаются на 2. Находится корень уравнения и проверяется ответ.
		$4 \cdot \boxed{0,8} = 3,2$ $3,2 = 3,2$	
		$\boxed{9,2} : 2 = 4,6$ $4,6 = 4,6$	
		Ответ: а) $x = 0,8$ б) $x = 9,2$	

а)  $2x = 3,8$

в)  $3x = 4,5$

д)  $x : 2 = 2,9$

ж)  $x : 6 = 4,2$

б)  $6x = 12,6$

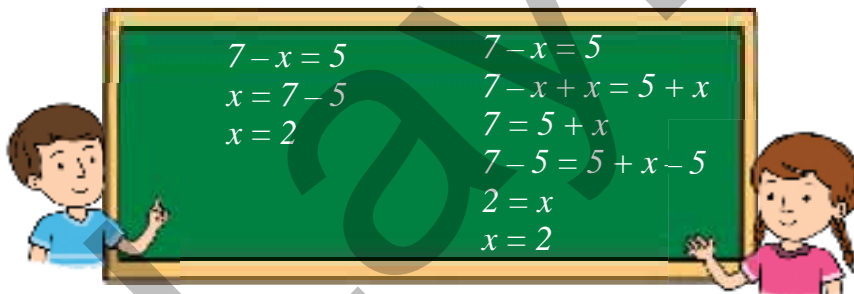
г)  $4x = \frac{12}{5}$

е)  $x : 3 = \frac{5}{6}$

з)  $x : 4 = 1,25$

6 Лала и Анар решили одно и то же уравнение разными способами.

- Как можно объяснить их способы решения?
- Как можно решить уравнение  $8 - x = 3$  этим способом?



## Изучение Решение уравнений, содержащих несколько действий

Некоторые уравнения могут содержать несколько действий. Уравнения можно решить, используя свойства равенств и обратные действия. При решении уравнений сначала определяется последнее действие в той части равенства, которая содержит неизвестное. Затем применяется обратное ему действие и уравнение упрощается. Это повторяется до того, как будет найдено неизвестное.

$$3 \cdot x + 2 = 8$$

1-е действие    2-е действие

**ОБРАЗЕЦ 1.**

$$3x + 2 = 8$$

$$3x + 2 - 2 = 8 - 2$$

$$3x = 6$$

$$3x : 3 = 6 : 3$$

$$x = 2$$


---


$$3 \cdot 2 + 2 = 8$$

$$8 = 8$$

Ответ:  $x = 2$

В левой части число 3 умножается на  $x$ , затем к произведению прибавляется 2.

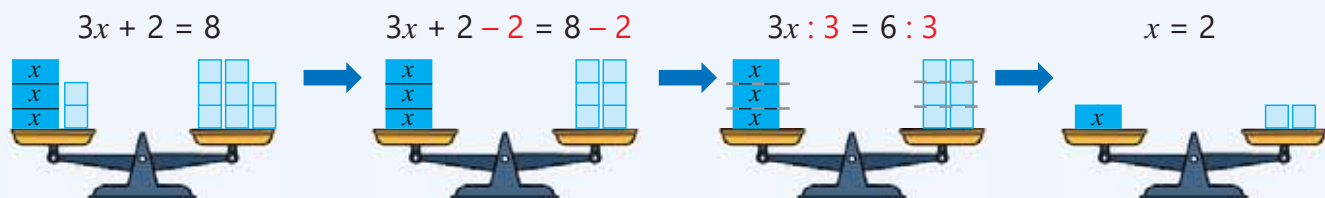
Обратным сложению является вычитание, поэтому из обеих частей вычитается 2.

Уравнение упрощается.

Обратным умножению является деление, поэтому обе части делятся на 3.

Находится корень уравнения.

Найденный корень подставляется в уравнение, проверяется верность равенства.



**ОБРАЗЕЦ 2.**

$$(x - 3) \cdot 2 = 10$$

$$(x - 3) \cdot 2 : 2 = 10 : 2$$

$$x - 3 = 5$$

$$x - 3 + 3 = 5 + 3$$

$$x = 8$$


---


$$(8 - 3) \cdot 2 = 10$$

$$10 = 10$$

Ответ:  $x = 8$

В левой части из  $x$  вычитается 3, затем разность умножается на 2.

Обратным умножению является деление, поэтому обе части делятся на 2.

Уравнение упрощается.

Обратным вычитанию является сложение, поэтому к обеим частям прибавляется 3.

Находится корень уравнения.

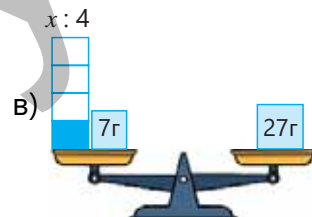
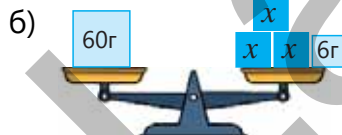
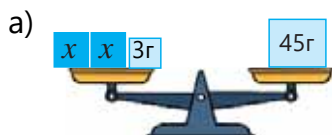
Найденный корень подставляется в уравнение, проверяется верность равенства.



### Подумай!

Как можно решить уравнение во втором образце в соответствии с первым, раскрыв скобки в левой части?

7 Составьте уравнение по рисунку и решите его.





8 Решите уравнение и сделайте проверку.

$2x + 3 = 7$

$3x + 1 = 10$

$4x + 5 = 13$

$5x + 2 = 17$

$2x + 1,3 = 3,3$

$3x + 0,8 = 5$

$6x + \frac{1}{2} = 12,5$

$4x + 0,2 = \frac{13}{5}$

$2x - 3 = 5$

$3x - 2 = 10$

$5x - 2 = 23$

$2x - 3,1 = 2,9$

$3x - 0,6 = 4,2$

$6x - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

$4x - \frac{3}{4} = 1,25$

9 Решите уравнение и сделайте проверку.

$(x + 3) \cdot 2 = 14$

$(x - 5) \cdot 4 = 12$

$(x + 1) \cdot 3 = 18$

$(x + 3) : 2 = 5$

$3 \cdot (x + 7) = 36$

$5 \cdot (x - 2) = 1,5$

$(x - 4) \cdot 2 = 14$

$(x - 3) : 4 = 7$

10 Решите уравнение и сделайте проверку.

**ОБРАЗЕЦ**  $x : 2 - 5 = 4$

**Решение**

$x : 2 - 5 = 4$

$x : 2 - 5 + 5 = 4 + 5$

$x : 2 = 9$

$x : 2 \cdot 2 = 9 \cdot 2$

$x = 18$

$18 : 2 - 5 = 4$

$4 = 4$

Ответ:  $x = 18$

**Объяснение**

Обратным вычитанию является сложение, поэтому к обеим частям прибавляется 5.

Уравнение упрощается.

Обратным делению является умножение, поэтому обе части умножаются на 2. Находится корень уравнения.

Найденный корень подставляется в уравнение, проверяется верность равенства.

а)  $x : 2 - 4 = 1$

д)  $x : 4 - 3 = 3$

и)  $x : 2 + 1 = 4$

н)  $x : 4 + 3 = 8$

б)  $x : 2 - 0,4 = 2,6$

е)  $x : 6 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

к)  $x : 2 + 0,5 = 4,5$

о)  $x : 5 + 6 = 7$

в)  $x : 3 - 7 = 2$

ж)  $x : 5 - 7 = 4$

л)  $x : 3 + 2 = 7$

п)  $x : 6 + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

г)  $x : 3 - 0,4 = 1$

з)  $x : 10 - 0,8 = \frac{1}{5}$

м)  $x : 3 + 0,4 = 4$

р)  $x : 10 + 0,7 = \frac{4}{5}$

11 Решите уравнение, упростив выражение в левой части равенства.

а)  $2x + 4x = 12$

в)  $7x - 3x = 2,4$

д)  $5x + 4x - 3 = 6$

ж)  $8x - 2x + 5 = 17$

б)  $3x + x = 20$

г)  $6x - x = 15$

е)  $2x + x + 7 = 19$

з)  $9x - x - 3 = 1$

12 Ответьте на вопрос задачи, составив и решив уравнение.

а) На какое число надо умножить 2, чтобы сумма полученного произведения и 7 была равна 10?

б) Какое число надо разделить на 3, чтобы сумма полученного частного и 0,2 была равна  $\frac{3}{5}$ ?

в) На какое число надо умножить 4, чтобы разность полученного произведения и 4 была равна 44?

г) Какое число надо разделить на 5, чтобы разность полученного частного и 1,6 была равна  $\frac{2}{5}$ ?

- 13 Обсудите мнение Эльхана и проверьте правильность ответа. Решите уравнения, используя этот метод.

$9 - 2x = 5$   $2x$  – неизвестное вычитаемое.  
 $2x = 9 - 5$  Чтобы найти неизвестное вычитаемое, из уменьшаемого вычитаю разность. Чтобы найти неизвестный множитель, произведение делю на известный множитель.  
 $2x = 4$   
 $x = 4 : 2$   
 $x = 2$



Эльхан

а)  $23 - 4x = 7$

б)  $17 - 3x = 5$

в)  $3,3 - 2x = 0,7$

г)  $8 - 5x = 2$

д)  $4 - 0,5x = 3$



## Из истории математики



**АЛЬ-ХОРЕЗМИ**  
(780–850)

Мухаммад аль-Хорезми в IX веке разработал общее правила решения простых уравнений. В своей книге "Аль-джабр ва аль-мукабала" он указал два способа решения уравнений.

- 1) Если в уравнении есть вычитаемые члены, их нужно прибавить к обеим частям уравнения.
- 2) Из обеих частей уравнения можно вычесть равные члены, и в этом случае уравнение упрощается.

Этот ценный труд Аль-Хорезми привёл к возникновению алгебры как отдельной области математики. Само слово "алгебра" взято из названия книги.

## Решение задач

- 14 Анар и Лала поделились идеями, как решить уравнение  $2 \cdot (x - 3) = 4$ . Запишите решения способами, предложенными каждым из них.



Анар

Сначала поделю обе части уравнения на 2. Затем прибавлю 3 к обеим частям и найду корень уравнения.

Сначала упрощу выражение в левой части уравнения, прибавлю 6 к обеим частям уравнения. Затем поделю обе части на 2 и найду корень уравнения.



Лала

- 15 Возраст Самира на 2 больше утроенного возраста его сестры. Сколько лет сестре, если Самире 11 лет?



- 16 Сабина задумала число. Если из этого числа вычесть 2 и полученную разность умножить на 3, то получится 18. Какое число задумала Сабина?



## 5.4. Решение задач на составление уравнений

### Исследование-обсуждение

Покупатель приобрел 2 кг красных яблок и несколько килограммов груш. Он заплатил продавцу 9 манатов.

- Сколько килограммов груш купил покупатель?
- Как это можно найти, составив уравнение?

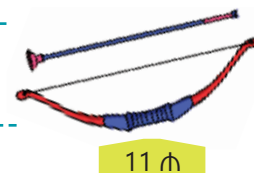


### Изучение Решение задач на составление уравнений

Уравнение является одним из способов перевода условия задачи на математический язык. Для этого значение искомой величины принимается за неизвестное и обычно обозначается через  $x$ . Значение искомой величины находится путём решения уравнения. Следующие шаги могут быть использованы для решения задачи путем составления уравнения.

1. **Пойми задачу.** Изучите условие и убедитесь, что понимаете его.
2. **Составь план.** Обдумайте, как записать выражение или уравнение в соответствии с условием задачи. Если будет необходимость, сделайте рисунок.
3. **Реши задачу.** Обозначьте искомую величину переменной (например,  $x$ ) и составьте уравнение. Найдите значение искомой величины, решив уравнения.
4. **Проверь.** Проверьте, что полученный ответ удовлетворяет условию задачи.

**ОБРАЗЕЦ 1.** Цена лука и стрелы – 11 манатов. Лук дороже стрелы на 10 манатов. Сколько стоит стрела?



#### 1. ПОЙМИ ЗАДАЧУ

Что нужно найти: цену стрелы.

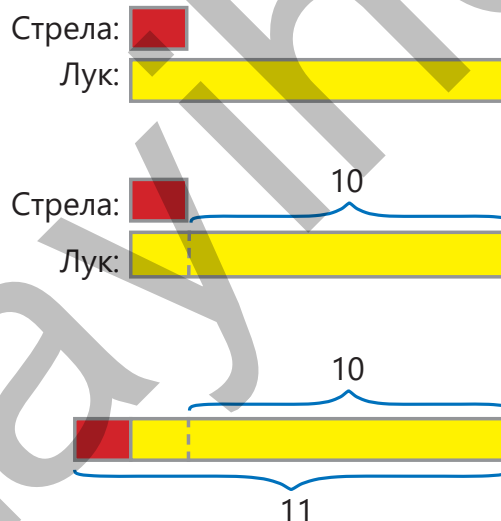
Что известно: цена лука и стрелы – 11 манатов, лук дороже стрелы на 10 манатов.

#### 2. СОСТАВЬ ПЛАН

Как можно решить: представить цену стрелы красным прямоугольником, а цену лука – жёлтым.

Так как лук дороже стрелы на 10 манатов, то и жёлтый прямоугольник на 10 единиц длиннее красного прямоугольника.

Общая цена лука и стрелы 11 манатов, поэтому сумма длин прямоугольников равна 11.



### 3. РЕШИ ЗАДАЧУ

Если цену стрелы обозначить через  $x$ , то цена лука будет  $x + 10$ . По условию сумма  $x$  и  $x + 10$  равна 11. Составим уравнение по условию и решим его.  
Ответ. Цена стрелы 0,5 ман.

$$\begin{aligned}x + x + 10 &= 11 \\2x + 10 &= 11 \\2x + 10 - 10 &= 11 - 10 \\2x &= 1 \\2x : 2 &= 1 : 2 \\x &= 0,5\end{aligned}$$

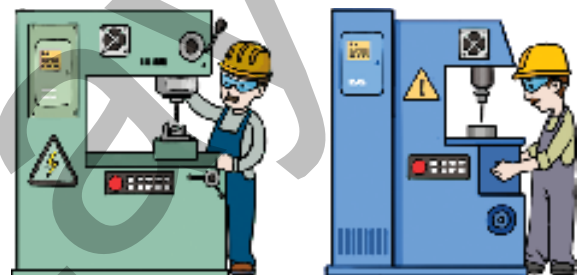
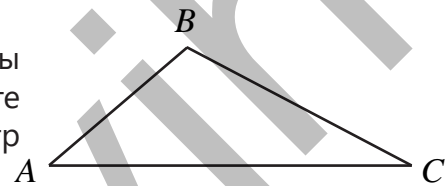
### 4. ПРОВЕРЬ

Если цена стрелы 0,5 маната, то тогда цена лука будет  $10 + 0,5 = 10,5$  (ман). А общая цена лука и стрелы будет  $10,5 + 0,5 = 11$  (ман). Значит, ответ верный. Записав ответ в уравнение, можно проверить правильность равенства.

$$\begin{aligned}0,5 + 0,5 + 10 &= 11 \\11 &= 11 \quad \checkmark\end{aligned}$$

### Решение задач

- 1 Сумма двух чисел, одно из которых больше другого на 20, равна 48. Найдите эти числа.
- 2 Сумма двух чисел равна 222. Одно из чисел больше другого в 2 раза. Найдите эти числа.
- 3 В бочке 8 л воды. После того, как добавили еще 4 ведра, в бочке стало 56 л воды. Каков объем одного ведра?
- 4 Стоимость проезда в такси рассчитывается путём добавления 1 маната при посадке пассажира в машину и 0,5 маната за каждый пройденный километр. Если пассажир заплатил 6 манатов, то сколько километров он проехал на такси?
- 5 В трёх коробках всего 50 карандашей. Во второй коробке на 2 карандаша больше, чем в первой, а в третьей коробке – в 2 раза больше, чем в первой. Сколько карандашей в каждой коробке?
- 6 В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC$  в 2 раза больше стороны  $AB$ , сторона  $BC$  на 2 см длиннее стороны  $AB$ . Найдите длины сторон треугольника  $ABC$ , если его периметр равен 22 см?
- 7 На двух станках за день изготавливается 484 детали. Количество деталей, изготовленных на одном станке, в 3 раза больше, чем на другом. Сколько изготавливается деталей на каждом станке за день?



**ОБРАЗЕЦ 2.** Грузовая машина привезла груз из города *A* в город *B*, расстояние между которыми 180 км. На обратном пути после того, как груз был разгружен, она увеличила скорость на 15 км/ч и доехала до города *A* за 2 ч. С какой скоростью машина везла груз из города *A* в город *B*?

### 1. ПОЙМИ ЗАДАЧУ

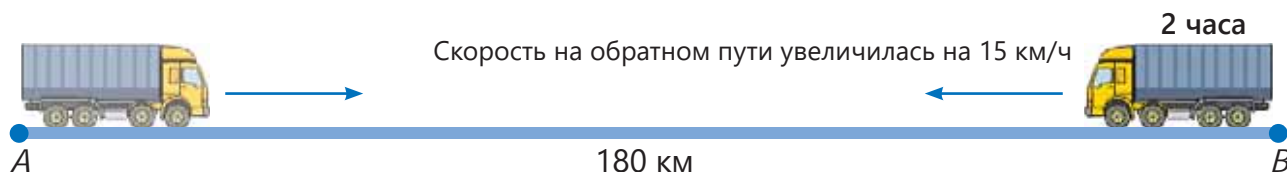
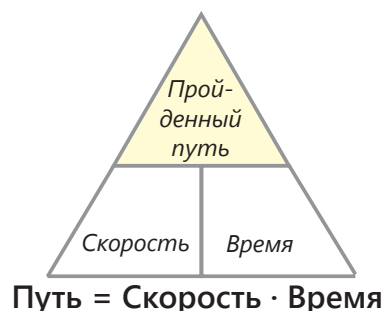
**Что нужно найти:** скорость, с которой машина везла груз из города *A* в город *B*.

**Что известно:** расстояние между городами *A* и *B* равно 180 км, на обратном пути машина увеличила скорость на 15 км/ч и доехала до города *A* за 2 ч.

### 2. СОСТАВЬ ПЛАН

**Как можно решить:** задачу можно решить, составив уравнение. Для этого нужно использовать связь между пройденным путём, временем и скоростью.

На обратном пути грузовая машина увеличила скорость на 15 км/ч и поэтому доехала до города *A* за 2 ч. В этом случае можно нарисовать такую схему:



### 3. РЕШИ ЗАДАЧУ

Если скорость машины, когда она везла груз, обозначить через  $x$  км/ч, то скорость на обратном пути будет  $x + 15$  км/ч. По условию машина, возвращаясь со скоростью  $x + 15$  км/ч, за 2 ч проехала 180 км. Составим уравнение по условию и решим его.

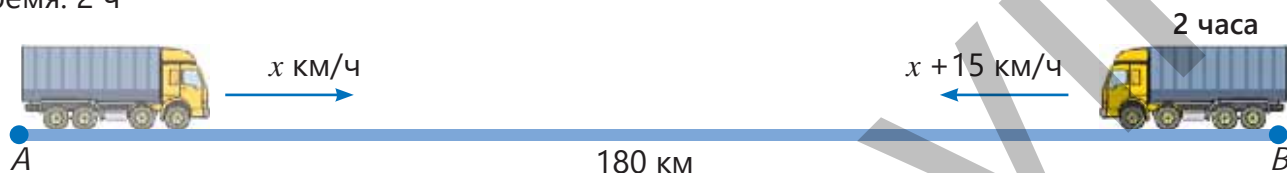
**Путь = Скорость · Время**

Пройденный путь: 180 км

Скорость:  $x + 15$  км/ч

Время: 2 ч

$$\rightarrow 180 = 2 \cdot (x + 15)$$



$$2(x + 15) = 180$$

$$2(x + 15) : 2 = 180 : 2$$

$$x + 15 = 90$$

$$x + 15 - 15 = 90 - 15$$

$$x = 75$$

*Ответ.* Грузовая машина везла груз из города *A* в город *B* со скоростью 75 км/ч.

#### 4. ПРОВЕРЬ

Если машина ехала со скоростью 75 км/ч, то на обратном пути она ехала со скоростью  $75 + 15 = 90$  (км/ч). Таким образом, машина со скоростью 90 км/ч проехала 180 км за 2 ч. Значит, ответ верный. Записав ответ уравнения, можно проверить правильность равенства.

$$2 \cdot (75 + 15) = 180$$

$$2 \cdot 90 = 180$$

$$180 = 180 \checkmark$$

- 8 Бабушка Эсмер из приготовленных ею кутабов 6 отдала соседям, а остальные поделила между 4 внуками. Каждому внуку досталось 4 кутаба. Сколько кутабов приготовила бабушка Эсмер?



- 9 Ширина рамки картины прямоугольной формы 40 см. Найдите длину рамки, если её периметр равен 190 см.



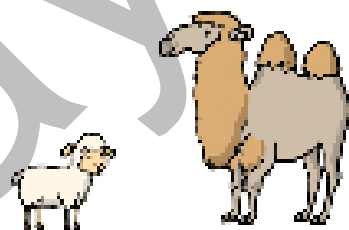
- 10 Из одного пункта одновременно в противоположных направлениях выехали две машины. Скорость одной машины больше скорости другой на 10 км/ч. Через час расстояние между машинами стало 170 км. С какой скоростью ехала каждая машина?



- 11 1 кг мандаринов стоит 1,5 маната, а 1 кг апельсинов – 2 маната. Покупательница купила несколько килограммов апельсинов, а мандаринов – в 2 раза больше и заплатила всего 10 манатов. Сколько килограммов каждого вида фруктов она купила?



- 12 Верблюд и овечка вместе весят 612 кг. Вес верблюда на 12 кг больше, чем вес овечки, увеличенный в 39 раз. Сколько весит верблюд?



## 5.5. Неравенства



### Ключевые слова

- неравенство
- $>$  больше
- $\geq$  больше или равно
- $<$  меньше
- $\leq$  меньше или равно
- $\neq$  не равно
- решение неравенства

### Исследование-обсуждение



Анар купил подарок на день рождения брату, которому исполнилось 5 лет.

• Для детей какого возраста рекомендуется использование игрушки, на коробке которой указано "3+"?

• Если возраст ребёнка обозначить

через  $n$ , то как можно записать рекомендуемый возраст на игрушке с

помощью знака сравнения?

• Подходит ли эта игрушка для возраста брата Анара?

### Изучение Числовые неравенства

**Неравенство** – это представление отношения между двумя математическими выражениями с помощью знаков  $>$  (**больше**),  $<$  (**меньше**). Иногда в неравенствах также используются знаки  $\geq$  (**больше или равно**),  $\leq$  (**меньше или равно**),  $\neq$  (**не равно**).

Знак  $\geq$  (больше или равно) также читается как "**не меньше**", а знак  $\leq$  (меньше или равно) – как "**не больше**".

• **Числовым неравенством** называют неравенство, в обеих частях которого стоят числовые выражения. Например:

$$150 > 105$$

$$2^3 < 3^2$$

$$\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

$$2,45 - 0,55 < 18,01 - 4^2$$

$$2 \neq 3$$

Если знак сравнения при записи неравенства правильно отражает связь между выражениями в правой и левой частях, то неравенство называется *верным*. В противном случае это неравенство называется *неверным*. Например:

$$5,6 > 5,56 \quad 2,7 + 1,41 > 4,26 - 0,99 \quad \frac{2}{5} < 0,41 \text{ – верные неравенства..}$$

$$6 > 9 \quad 5,8 - 1,2 < 4,5 \quad \frac{1}{2} \neq \frac{2}{4} \quad 3\frac{1}{4} < 3 \text{ – неверные неравенство.}$$

### Задания

1 Впишите вместо "\*" подходящий знак равно (=) или не равно ( $\neq$ ).

$$\frac{67}{100} * 0,5$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} * 1$$

$$\frac{(3 - 0,7) \cdot 2}{20} * 0,3$$

$$5^2 \cdot \frac{1}{5} * \frac{35}{7}$$

$$4^2 - 7 * 2^3 + 1$$

2 Из данных чисел выберите те, которые удовлетворяют условию.

а) натуральные числа, которые меньше 6:

7

6

5,5

5

4

2

б) натуральные числа, которые не равны 7:

1

2,2

3

7

8

9

в) натуральные числа, которые больше или равны 5:

4

5

6

6,5

7

8

## Изучение Неравенства с переменными

Если в левой или правой части неравенства есть выражение с переменной, то такое неравенство называется *неравенством с переменной*. Например:

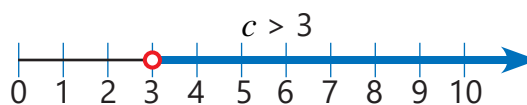
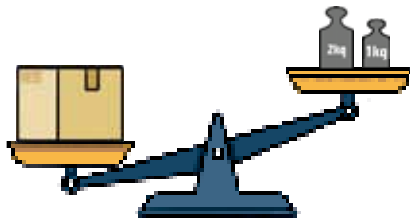
$$x > 3$$

$$y < 10$$

$$n > 35 : 7$$

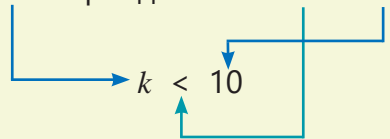
$$5 > c$$

• Чтобы записать представленное словами неравенство с переменной, нужно обозначить переменную некоторой буквой и правильно выбрать знак сравнения. Например, в утверждении "Масса посылки больше 3 кг" масса посылки может быть любым числом больше 3 (4 кг, 5 кг, 5,5 кг и т. д.). Если обозначить массу упаковки через  $c$ , то словесное выражение можно записать математическими символами следующим образом:  $c > 3$ .

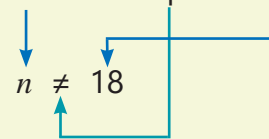


Посмотрим и на другие примеры.

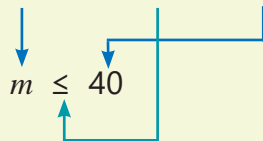
Число карандашей меньше 10.



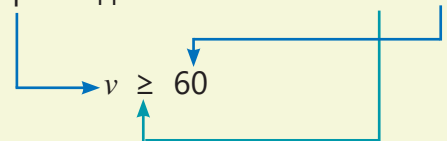
Возраст Лалы не равен 18.



Анар весит не больше 40 кг.



Скорость движения не меньше 60 км/ч.



3 Запишите неравенства, соответствующие утверждениям.

а) число  $n$  больше  $\frac{5}{7}$

г) сумма  $x$  и 3 не меньше 8,4

б) число  $c$  не равно 3

д) число 12 не больше  $c$ , увеличенного в 2 раза

в) число  $m$  меньше 8

е)  $m$ , увеличенное в 2 раза, больше или равно 9

4 Запишите неравенства с переменными, заменив в соответствующих утверждениях неизвестные величины буквами.

а) Возраст Сабины больше 12

г) Денег у Анара меньше 15 манатов

б) Масса ящика меньше 9 кг

д) Длина ленты больше 3 м

в) Книг у Самира не меньше 8

е) Балл на экзамене не больше 100

5 Гульсум сказала, что каждый день ходит пешком не меньше 4 км. Какая запись верна?

$$s \geq 4$$

$$s < 4$$



6 Согласно дорожному знаку скорость движения не должна превышать 30 км/ч. Запишите это в виде неравенства.

7 Выскажите мнение в соответствии с данным неравенством и объясните, что оно может выражать?



а)  $n < 24$

б)  $m > 12$

в)  $x \leq 12$

г)  $y > 8 + 3$

д)  $x \geq 14$

## Изучение Решение неравенств

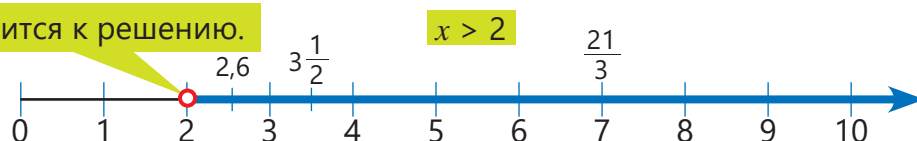
Значение переменной, при котором неравенство становится верным, называется **решением неравенства**. Для проверки того, что данное число является решением неравенства, необходимо записать это число вместо переменной и проверить правильность полученного числового неравенства.

**ОБРАЗЕЦ 1.** Отметьте несколько чисел, удовлетворяющих неравенству  $x > 2$ .

$x$	2,1	$3\frac{1}{2}$	5	$\frac{21}{3}$	2	0
Подходящее числовое неравенство	$2,1 > 2$ ✓	$3\frac{1}{2} > 2$ ✓	$5 > 2$ ✓	$\frac{21}{3} > 2$ ✓	$2 > 2$ ✗	$0 > 2$ ✗

Неравенство  $x > 2$  верно для любого значения  $x$  больше 2, и эти значения могут быть натуральными числами, обыкновенными или десятичными дробями и даже смешанными числами. Чтобы изобразить это на числовой оси, число 2 отмечается маленькой окружностью (○). Все числа справа от 2 на числовой прямой являются решениями неравенства  $x > 2$ .

Число 2 не относится к решению.



Изображение точки на числовой оси маленькой окружностью (○) означает, что соответствующее число не принадлежит решению.

**ОБРАЗЕЦ 2.** Отметьте несколько чисел, удовлетворяющих неравенству  $x \leq 8$ .

$x$	5	7	8	8,5	9	11
Подходящее числовое неравенство	$5 \leq 8$ ✓	$7 \leq 8$ ✓	$8 \leq 8$ ✓	$8,5 \leq 8$ ✗	$9 \leq 8$ ✗	$11 \leq 8$ ✗

Неравенство  $x \leq 8$  верно для любого значения  $x$ , которое меньше или равно 8. Чтобы изобразить это на числовой оси, число 8 отмечается маленьким кружком. Число 8 и все числа слева от него на числовой прямой являются решениями неравенства  $x \leq 8$ .

$x \leq 8$

Число 8 относится к решению.



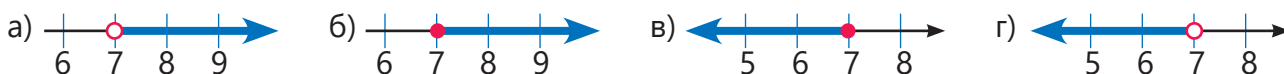
Изображение точки на числовой оси маленьким кружком (●) означает, что соответствующее число принадлежит решению.



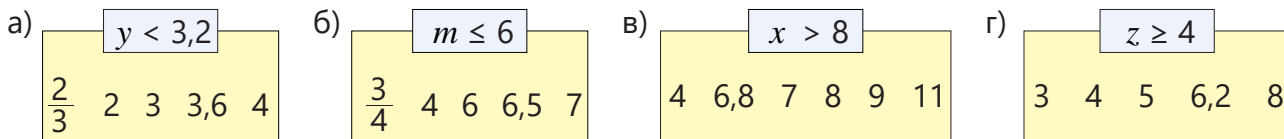
### Подумай!

Какая связь между знаками " $<$ " и " $\leq$ "? Какая связь между знаками " $>$ " и " $\geq$ "? Объясните сходства и различия на примерах.

8 Выберите рисунок, соответствующий неравенству:  $x \leq 7$ ;  $x < 7$ ;  $x > 7$ ;  $x \geq 7$ .



9 При каком из данных значений переменной неравенство будет верным?



10 Найдите три натуральных числа, удовлетворяющих неравенству, и изобразите решение на числовой оси.

- а)  $x < 10$       б)  $x > 5$       в)  $x \geq 3$       г)  $x \leq 6$       д)  $x < 4,5$       е)  $x > 9,2$

11 Найдите наименьшее натуральное число, удовлетворяющее неравенству.

- а)  $x > 4$       б)  $m > \frac{3}{4}$       в)  $n \geq 7,4$       г)  $y > 8,7$       д)  $x > \frac{23}{3}$

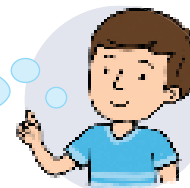
12 Найдите наибольшее натуральное число, удовлетворяющее неравенству.

- а)  $x < 5$       б)  $m < 8,9$       в)  $n \leq 7$       г)  $y \leq 9,3$       д)  $x \leq \frac{24}{4}$

### Решение задач

13 Верно ли мнение Самира?

Количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенствам  $x < 15$  и  $x \leq 14$ , одинаково.



14 Круизный лайнер вмещает не больше 168 пассажиров. Какое неравенство показывает возможное число проданных билетов на лайнер?

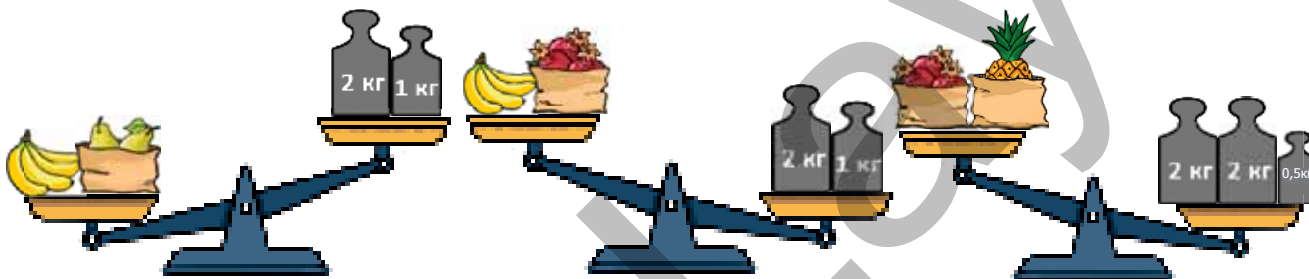
- $n < 168$        $n < 169$        $n \leq 168$        $n \geq 168$



15 Мастер посчитал, что на стены дома понадобится не меньше 6 и не больше 9 рулонов обоев. Один рулон обоев стоит 8 манатов. Какая из данных сумм денег может быть суммой, заплаченной за обои?

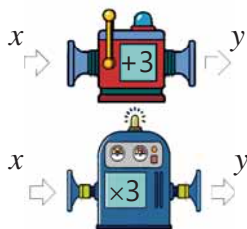
- 40 ман.      48 ман.      64 ман.      72 ман.      80 ман.      88 ман.

16 Фрукты на весах весят 1 кг, 1,5 кг, 3 кг и 4 кг. Найдите вес каждого вида фруктов.



## 5.6. Зависимые и независимые переменные

### Исследование-обсуждение



Одна из вычислительных машин добавляет к числу на входе 3, а другая умножает его на 3. Если обозначить число на входе через  $x$ , а число на выходе – через  $y$ , то как можно выразить связь между  $x$  и  $y$  для каждой машины?



### Ключевые слова

- формула
- зависимая переменная
- независимая переменная
- система координат
- график

### Изучение Зависимые величины

Длина, масса, время, температура, скорость – величины. У каждой величины есть своя основная единица измерения (метр, килограмм, час и т.д.). Значение величины находится измерением или вычислением.

Значение некоторых величин зависит от других величин. Например, периметр квадрата зависит от длины его стороны, площадь прямоугольника – от его длины и ширины, а путь – от скорости и времени. В математике эти зависимости выражаются **формулами**. В формуле каждая величина обозначается определённой буквой.

Формула периметра квадрата

$$P = 4a$$

Формула площади прямоугольника

$$S = a \cdot b$$

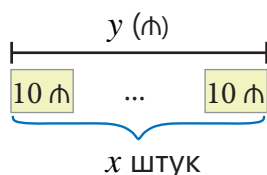
Формула пройденного пути

$$S = v \cdot t$$

Обычно в формуле зависимая величина записывается в левой части равенства, а независимая – в правой. Чтобы решить некоторые задачи, нужно выразить одну величину через другую.

**ОБРАЗЕЦ.** Цена 1 спортивной майки – 10 манатов. Как можно выразить зависимость вырученных денег от продажи этих маек и количества проданных маек?

**РЕШЕНИЕ.** Обозначим количество проданных за день маек через  $x$ , а сумму денег от продажи – через  $y$ .



Количество проданных маек ( $x$ )	Полученная сумма денег ( $y$ )
1	$1 \cdot 10 = 10$ (man)
2	$2 \cdot 10 = 20$ (man)
...	...
$x$	$x \cdot 10 = 10x$ (man)

Когда цена майки известна, сумма денег, вырученных от проданных за день маек, зависит от их количества. В этом случае зависимость полученной в течение дня суммы денег ( $y$ ) от количества проданных маек ( $x$ ) может быть выражена следующим образом:

$$y = 10x$$



### Запомни!

Выражение  $y$  через  $x$  означает, что  $y$  – зависимая переменная, а  $x$  – независимая переменная. Другими словами, переменная  $y$  зависит от переменной  $x$ .

Зависимая переменная

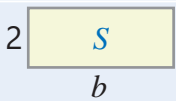
Независимая переменная

$$y = 10x$$

## Задания

1 Выполните задания.

**ОБРАЗЕЦ.** Ширина прямоугольника 2 м. Обозначив длину прямоугольника буквой  $b$ , а площадь – буквой  $S$ , выразите формулой зависимость  $S$  от  $b$ .

Решение	Объяснение
$S = 2b$ 	Площадь прямоугольника равна произведению его длины и ширины.

а) В каждой коробке 12 карандашей. Обозначив число коробок буквой  $n$ , а общее количество карандашей – буквой  $m$ , выразите формулой зависимость  $m$  от  $n$ . Найдите значение  $m$  при  $n = 2; 3$  и  $5$ .

б) 1 кг груш продаётся за 3 маната. Обозначив полученную от продажи  $a$  кг груш сумму денег буквой  $b$ , выразите формулой зависимость  $b$  от  $a$ . Найдите значение  $b$  при  $a = 2$  и  $5$ .

в) Сторона ромба  $a$  см, а периметр  $P$  см. Выразите формулой зависимость  $P$  от  $a$ . Найдите значение  $P$  при  $a = 4; 7$  и  $10$ .

г) На станке за 1 час изготавливается 6 деталей. Если за  $t$  часов количество изготовленных деталей будет  $m$ , то выразите  $m$  через  $t$ . Найдите значение  $m$  при  $t = 4; 6$  и  $8$ .

д) Автомобиль движется со скоростью 70 км/ч. Обозначив пройденный за  $t$  часов путь буквой  $s$ , выразите  $s$  через  $t$ . Найдите значение  $s$ , если  $t = 2; 3$  и  $5$ .

2 По данной формуле зависимости заполните таблицу.

а)  $y = 2x$

$x$	$y$
1	
2	
3	
	8
5	

б)  $y = x + 3$

$x$	$y$
0	
1	
2	
	6
4	

в)  $y = 12 - x$

$x$	$y$
2	
3	
4	
	7
6	

3 По данной таблице выразите зависимость между переменными формулой и заполните таблицу в тетради.

а)  $y = ?$

$x$	$y$
1	2
2	3
3	4
4	5
5	

б)  $y = ?$

$x$	$y$
1	4
2	8
3	12
4	16
5	

в)  $y = ?$

$x$	$y$
1	4
2	5
3	6
4	7
5	

- 4 Длина прямоугольника в 2 раза больше ширины. Его периметр  $P$  см, ширина  $b$  см.

а) Выразите переменную  $P$  через  $b$ .

$b$ (ширина)	3	5	6	9
$P$ (периметр)				

б) Заполните таблицу в тетради.

- 5 Число  $y$  получается на выходе путём выполнения определенных действий над числом  $x$ , которое было подано на вход вычислительной машины. Определите закономерность по данным таблицы, напишите соответствующую формулу и заполните таблицу.



$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	3	5	7	9		

- 6 Работник получает зарплату в размере 8 манатов за каждый рабочий час. По какой формуле можно вычислить его зарплату, если обозначить количество рабочих часов через  $x$ , а зарплату – через  $y$ ?

- Какую зарплату получит работник, если проработает 7 ч?
- Сколько часов он должен работать, чтобы получить 96 манатов?

- 7 В баке 2 000 л воды. На полив деревьев каждую минуту расходуется 5 л воды. Если количество воды, оставшейся в баке через  $t$  минут, обозначить через  $y$ , то по какой формуле можно определить, сколько воды осталось в баке?

$$y = 2000 + 5t$$

$$y = 2000 - 5t$$

$$y = 5 \cdot (2000 - t)$$

$$y = 2000t - 5$$

## Изучение Представление зависимости между переменными в виде графика

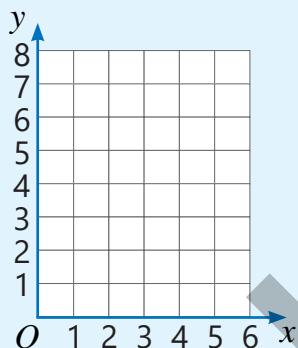
Зависимость между переменными можно изобразить в виде графика. Для этого сначала находят и записывают в таблицу значения зависимой переменной ( $y$ ), соответствующие нескольким значениям независимой переменной ( $x$ ). Затем точки, соответствующие каждой паре ( $x$ ;  $y$ ), отмечаются на координатной сетке, и отмеченные точки соединяются отрезками.

**ОБРАЗЕЦ.** Зависимость, заданную формулой  $y = x + 3$ , можно представить в виде графика следующим образом.

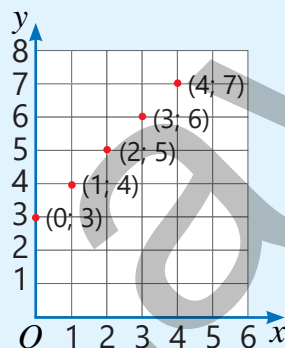
1 Находятся значения  $y$ , соответствующие нескольким значениям  $x$ , и записываются в таблицу.

$y = x + 3$	
$x$	$y$
0	3
1	4
2	5
3	6
4	7

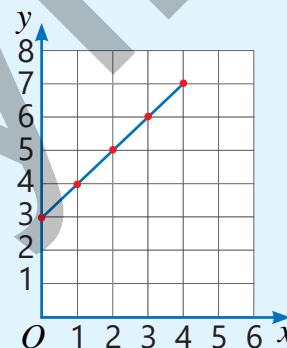
2 Изображается координатная сетка, горизонтальная ось обозначается  $x$ , а вертикальная ось –  $y$ .



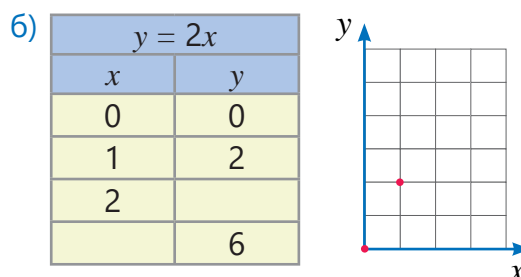
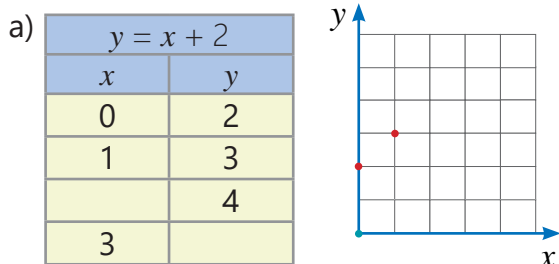
3 Согласно таблице на координатной сетке отмечаются точки, соответствующие координатам (0; 3), (1; 4), (2; 5), (3; 6), (4; 7).



4 Точки последовательно соединяются отрезками. При необходимости график может быть продолжен.



8 Заполните в тетради таблицу и график, соответствующие данной формуле.



9 Заполните таблицу и постройте график на основе данной формулы.

а)  $y = 3x$

б)  $y = x + 1$

в)  $y = 4x$

г)  $y = x + 4$

д)  $y = 5 - x$

10 Постройте график зависимости  $y = 8 - x$ . Определите, какие из данных точек соответствуют этой зависимости.

а) (3; 5)

б) (4; 8)

в) (2; 6)

г) (5; 3)

д) (8; 0)

11 Сторона квадрата  $c$  см, а периметр  $P$  см.

а) Выразите формулой зависимость  $P$  от  $c$ .

б) Постройте график, соответствующий этой зависимости.

в) По графику определите периметр квадрата со стороной 2,5 см.

## Решение задач

12 В столовой вокруг каждого стола расставлены 4 стула. Обозначьте количество столов через  $n$ , а количество стульев – через  $k$ . Выразите формулой зависимость между количеством стульев и количеством столов. Составьте таблицу и постройте график по этой формуле при  $n = 1; 2$  и  $3$ .



а) Сколько будет стульев, если  $n = 5$ ?

б) Если к каждому столу добавить еще 1 стул, то как изменится формула?

13 Цена 1 м ленты 2 маната. Обозначьте длину купленной ленты через  $n$ , а оплаченную сумму денег – через  $p$ . Выразите формулой зависимость между  $p$  и  $n$ . Составьте таблицу и постройте график, соответствующие четырём значениям независимой переменной, по этой формуле.

а) Сколько нужно заплатить за 4,5 м ленты?

б) Сколько метров ленты можно купить на 12 манатов 50 гяпиков?

14 Для загрузки каждой песни из Интернета требуется 1 манат после внесения первоначального взноса в размере 3 манатов. Составьте формулу зависимости между количеством скачанных песен ( $x$ ) и потраченными деньгами ( $y$ ). Составьте таблицу и постройте график, соответствующие трём значениям независимой переменной, по этой формуле.

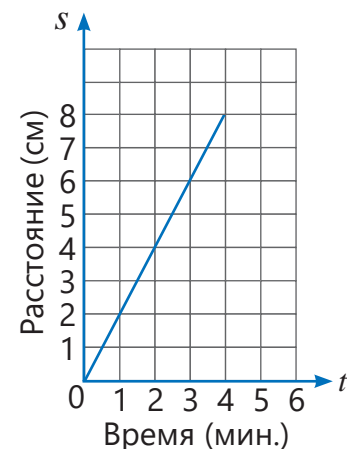
а) Сколько нужно заплатить, чтобы скачать 3 песни?

б) Сколько песен можно скачать, заплатив 10 манатов?

- 15) Машина на каждый километр расходует 0,12 л бензина. Изначально в баке машины было 60 л бензина. Обозначив пройденный автомобилем путь через  $s$  (км), а остаток топлива в баке через  $y$  (л), выразите формулой зависимость переменной  $y$  от  $s$ .
- Найдите значение  $y$  при  $s = 50$ ; 100.
  - Сколько литров бензина останется в баке, если машина проедет 400 км?
  - На сколько километров хватит оставшегося в баке бензина?

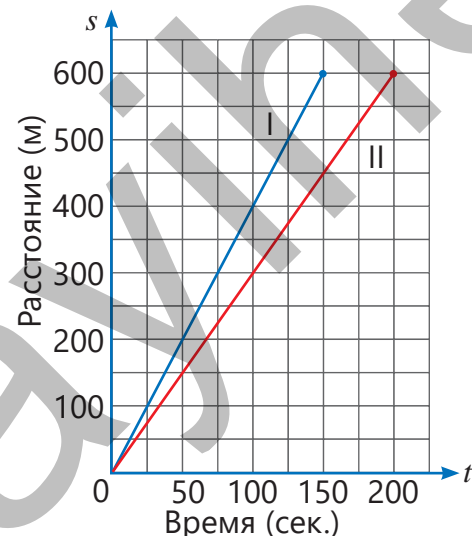


- 16) На графике показана зависимость пути, пройденного улиткой, от времени, затраченного на этот путь. Ответьте на вопросы по графику.
- а) Какое расстояние проползла улитка за 3 минуты?
  - б) Как можно записать формулу зависимости пройденного пути ( $s$ ) от времени ( $t$ )?
  - в) По этой формуле какое расстояние пройдёт улитка за 8 минут?
  - г) Что означает пара координат (4; 8) на графике?
  - д) Через сколько минут улитка пройдёт путь, равный 10 см? Как это можно найти, продолжив график?

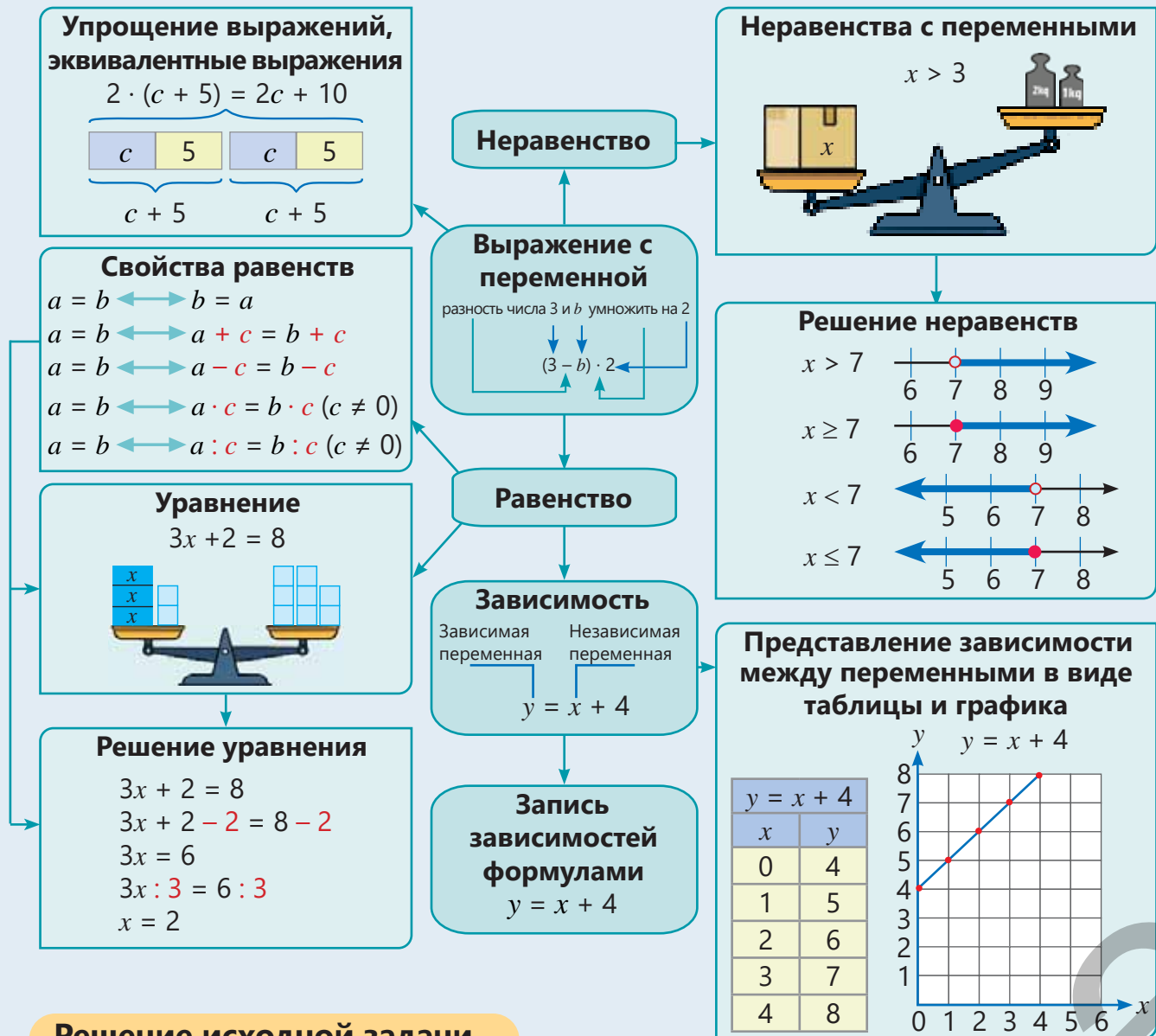


- 17) Эльхан посадил в горшок цветок высотой 8 см. По его словам, этот вид цветка, если за ним правильно ухаживать, должен вырастать на 1 см каждый день в течение определённого периода времени. Составьте формулу зависимости между количеством дней ( $n$ ) и высотой цветка ( $h$ ).
- а) Составьте таблицу и постройте график соответствующие трём значениям независимой переменной, по этой формуле.
  - б) Какой будет высота цветка через две недели?
  - в) Через сколько дней высота цветка будет 30 см?

- 18) На рисунке представлены графики зависимости расстояний от времени, пройденных двумя спортсменами на соревнованиях по спортивной ходьбе на 600 м.
- а) Кто из спортсменов победил?
  - б) За какое время каждый из спортсменов преодолел это расстояние? Какова была скорость каждого из них?
  - в) За какое время каждый из них преодолеет расстояние 900 м, если продолжит движение с этой же скоростью?
  - г) Кто из спортсменов был впереди через 100 секунд после начала движения, и на сколько?



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

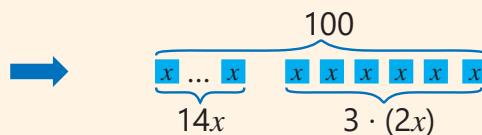


## Решение исходной задачи

В 17 домов было роздано 100 буханок хлеба. Каждому дому, в которых живут сторож, мастер и лодочник, было отдано по 2 доли, а остальным – по 1 доле. Сколько хлеба было роздано в каждый дом?

Обозначим 1 долю через  $x$ . Тогда в каждый дом, в котором живут сторож, мастер и лодочник, было роздано по  $2x$  доли, то есть всего  $3 \cdot (2x)$  доли. Количество домов, в которые было отдано по 1 доле,  $17 - 3 = 14$ . Задачу можно решить, составив следующее уравнение:

1 доля       $x$   
 Сторож     $x \ x$   
 Мастер     $x \ x$   
 Лодочник  $x \ x$



$$14x + 3 \cdot (2x) = 100$$

$$14x + 6x = 100$$

$$20x = 100$$

$$20x : 20 = 100 : 20$$

$$x = 5$$

В каждый из  $17 - 3 = 14$  домов по  $x$

В каждый из 14 домов было роздано по 5 буханок хлеба, а в каждый дом, в котором живут сторож, мастер и лодочник, было роздано по 10 буханок хлеба.



## ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

1. Запишите в виде математического выражения.

- а) Сумма числа 2 и разности чисел  $a$  и 3, увеличенной в 4 раза.  
 б) Сумма 4 и увеличенного в 2 раза числа  $c$ , деленная на 7.  
 в) Сумма  $m$  в квадрате и 5, увеличенная в 3 раза.  
 г) Сумма двукратного значения квадрата  $m$  и 5.

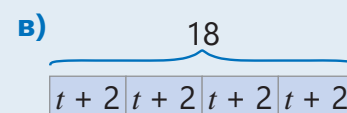
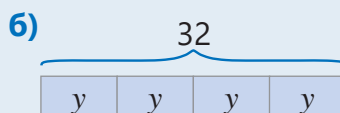
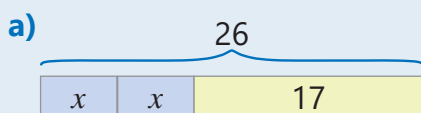
2. Упростите и найдите значение выражения при заданном значении переменной.

а)  $7x + 3 \cdot (x - 1)$   
 $x = 4,2$

б)  $2b + 3 \cdot (b + 1)$   
 $b = \frac{2}{5}$

в)  $8 \cdot (n + 4) - 3n$   
 $n = 2,6$

3. Составьте уравнение по рисунку и решите его.



4. Решите уравнение.

а)  $2x + 13 = 20$

в)  $(x + 8) : 3 = 3,5$

д)  $2x + x = 12$

ж)  $2,6x + 1,4x = 16$

б)  $6x - 5 = 16$

г)  $4(x - 1) = 24$

е)  $4x - 2x = 18$

з)  $3,2x - 1,2x = 10$

5. Ответьте на вопросы, составив уравнение.

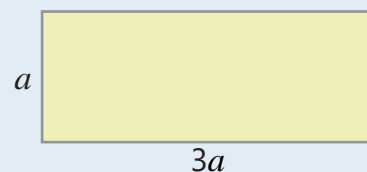
а) При умножении какого числа на 3 и вычитании 6 из полученного произведения разность будет равна 21?

б) При вычитании из какого числа 4 и делении полученной разности на 5 получится 7?

6. По рисунку запишите математическое выражение для вычисления периметра прямоугольника и упростите его.

а) Найдите периметр при  $a = 4,5$ .

б) Найдите площадь прямоугольника, если его периметр 48 см.



7. Бабушка Эсмер приготовила 20 кутабов. Самир и Лала съели по  $n$  штук каждый.

а) Напишите математическое выражение, соответствующее числу оставшихся кутабов.

б) Сколько останется кутабов, если  $n = 3$ ?

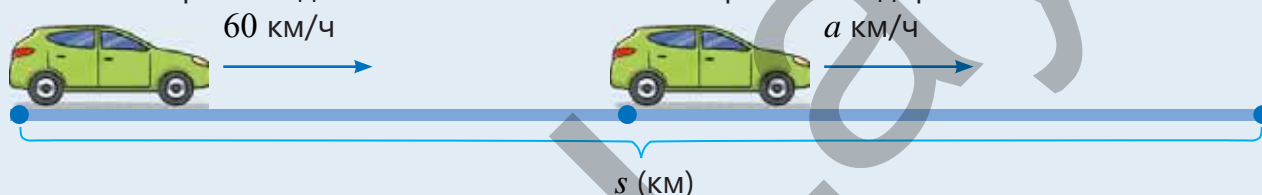
8. Число зрителей, пришедших в театр в воскресенье, в 2 раза больше числа зрителей, пришедших в субботу. Сколько человек пришло в театр в воскресенье, если всего за субботу и воскресенье театр посетили 642 зрителя?

9. Машина одну часть дороги ехала 2 ч со скоростью 60 км/ч, а вторую часть 3 ч со скоростью  $a$  км/ч. За это время машина проехала всего  $s$  км.

а) Выразите зависимость расстояния  $s$  от  $a$ .

б) Найдите это расстояние при  $a = 70$ ; 75 км/ч.

в) С какой скоростью должна ехать машина во второй части дороги, чтобы  $s = 360$ ; 390 км?



10. Али работает в мебельном магазине. За неделю его зарплата составляет 200 манатов и 2% от суммы денег от продаж.

а) По какой формуле можно найти зарплату Али, если обозначить его недельную зарплату через  $y$ , а сумму денег от продаж – через  $x$ ?  $y = 0,02 \cdot (200 + x)$   $y = 200 + 0,02x$

б) Если еженедельная продажа составит 4 000 манатов, то какой будет зарплата Али?

в) На прошлой неделе Али получил зарплату в размере 300 манатов. Сколько манатов составила продажа на прошлой неделе?

11. Постройте график зависимости  $y = 12 - x$ .

а) Определите из данных точек те, чьи координаты соответствуют этой зависимости.

(2; 14) (4; 8) (5; 7) (8; 4)

б) По графику найдите подходящее число вместо \*: (3; \*); (\*; 5)

12. У Эльхана имеется 10 манатов. У Лалы больше 4 манатов, но меньше, чем у Эльхана. Как можно выразить деньги Лалы в виде неравенства с переменной?

13. Изобразите решение неравенства на числовой оси и найдите требуемое число.

наименьшее натуральное число

а)  $a \geq 17$  б)  $2,05 < x$  в)  $2 < x$  г)  $x \neq 1$

наибольшее натуральное число

а)  $n \leq 16$  б)  $18 > a$  в)  $21,1 \geq b$

14. Сторона квадрата  $x$  см. Длина прямоугольника больше стороны этого квадрата на 5 см, а ширина – больше на 2 см.

а) По какой формуле можно вычислить периметр прямоугольника?

б) Чему будет равен периметр прямоугольника, если сторона квадрата 7 см?



## ГЛОБАЛЬНОЕ ПОТЕПЛЕНИЕ

Глобальное потепление – одна из самых серьезных проблем, стоящих перед человечеством. В основном это результат деятельности человека. Глобальное потепление может привести к повышению уровня воды в Мировом океане, изменению количества осадков, выпадающих на поверхность Земли, преобладанию на всей Земле жарких погодных условий, увеличению площади пустынь. По наблюдениям ученых, примерное увеличение средней температуры на Земле с 1960 года можно выразить определенной формулой. Повышение температуры равно сумме 0,05 и количества десятилетий с 1960 года, умноженное на 0,1. Например, повышение температуры в 1980 г. по сравнению с 1960 г. можно найти так:



$$\begin{array}{l} \text{количество десятилетий} \\ (1980 - 1960) : 10 = 2 \end{array} \quad \leftarrow \quad 2 \cdot 0,1 + 0,05 = 0,25 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

1. Составьте формулу зависимости повышения средней температуры ( $T^\circ\text{C}$ ) от количества десятилетий ( $x$ ) с 1960 года.

2. Каково было повышение температуры в 2020 году по сравнению с 1960 годом?

3. Исходя из зависимости  $T$  от  $x$ , составьте таблицу и постройте график по десятилетиям до 2040 года.

4. В каком году температура на Земле будет на  $1,05^\circ\text{C}$  выше по сравнению с 1960 годом?

5. Найдите материалы в Интернете о причинах глобального потепления и способах его устранения и подготовьте презентацию.

# BU BIRI BÖLMƏLƏRLƏ YISƏSƏ NAZIKDIR

## Угловые фигуры

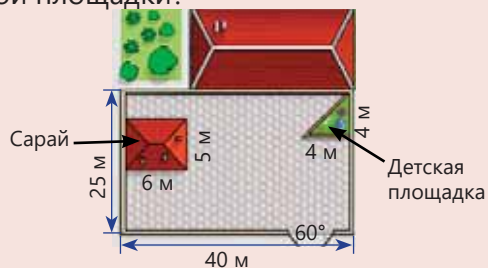
### В этой главе вы научитесь:

- определять конгруэнтные фигуры и конгруэнтные углы;
- определять биссектрису угла по его градусной мере;
- решать задачи на смежные и вертикальные углы;
- находить площадь прямоугольного треугольника;
- находить площади некоторых составных фигур;
- чертить квадрат и прямоугольник;
- чертить треугольник по его сторонам и углам.

### Попытайтесь!

Архитектор представил заказчику чертеж двора. Заказчик предложил сдвинуть прямоугольный сарай на 10 м вправо.

- Если 1 м в реальности соответствует 1 см на чертеже, как нарисовать этот чертеж с помощью линейки, транспортира и линейки?
- Как можно найти площадь детской площадки в форме прямоугольного треугольника, у которого длины сторон, образующих прямой угол, 4 м?
- Чему равна площадь оставшейся части двора, если вычесть площади сарая и детской площадки?

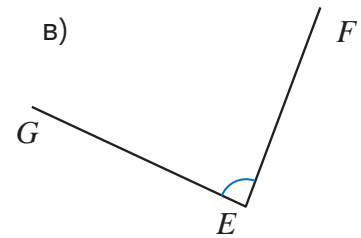
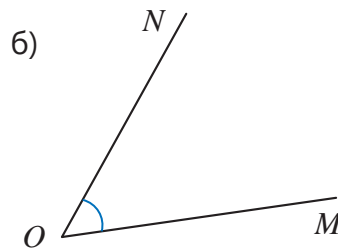
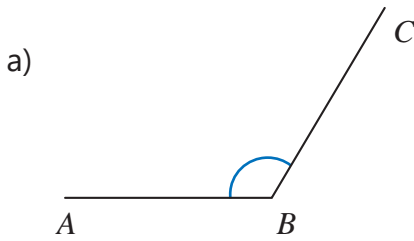


Виды углов и их свойства широко применяются при строительстве различных инженерных сооружений, зданий и домов, а также дорог и других работах. Перед началом таких сложных строительных работ готовятся их чертежи. На этих чертежах реальные объекты, которые предстоит построить, изображаются в виде различных плоских фигур. На фигурах записываются реальные размеры предметов, которые они изображают.

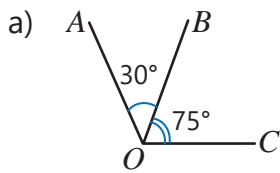


# Предварительная проверка

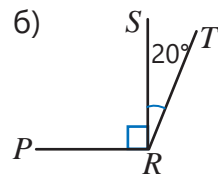
1 Определите виды углов. Используя транспортир, найдите их градусную меру.



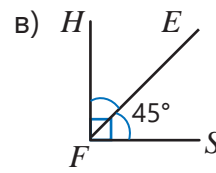
2 Найдите градусные меры углов.



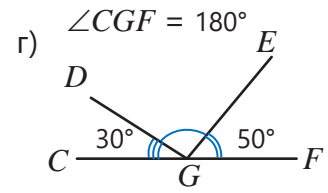
$\angle AOC = ?$



$\angle PRT = ?$



$\angle HFE = ?$



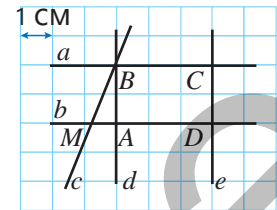
$\angle DGE = ?$

3 На рисунках покажите пересекающиеся, параллельные и перпендикулярные прямые.

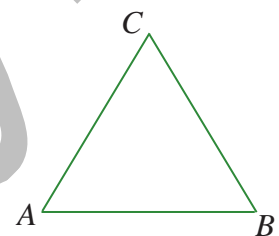
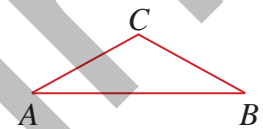
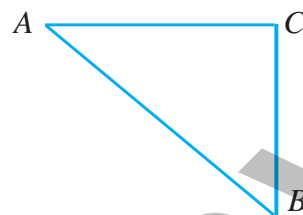


4 Ответьте на вопросы.

- Определите, какими являются прямые  $c$  и  $e$  – параллельными или пересекающимися?
- Какие из прямых перпендикулярны прямой  $a$  и пересекаются с прямой  $c$ ?
- Укажите прямые, перпендикулярные прямой  $b$ . Параллельны ли они?
- Определите вид треугольника  $ВAM$  по его углам.
- Чему равны периметр и площадь прямоугольника  $ABCD$ ?



5 Лала, Самир и Сабина нарисовали в своих тетрадях по треугольнику и указали некоторые размеры. Какую фигуру нарисовал каждый из них? Объясните свое мнение.



$AB = 3$  см

$\angle ABC = 60^\circ$

$\angle BAC = 60^\circ$

**Лала:**



$AB = 4$  см

$\angle ACB = 90^\circ$

$\angle CBA = 50^\circ$

**Сабина:**



$AB = 3$  см

$\angle BAC = 40^\circ$

$\angle CBA = 40^\circ$

**Самир:**

## 6.1. Конгруэнтные углы. Биссектриса угла



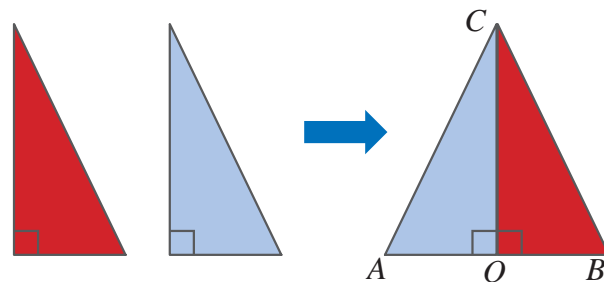
### Ключевые слова

- конгруэнтные фигуры
- конгруэнтные углы
- биссектриса угла
- $\cong$  конгруэнтны

### Исследование-обсуждение

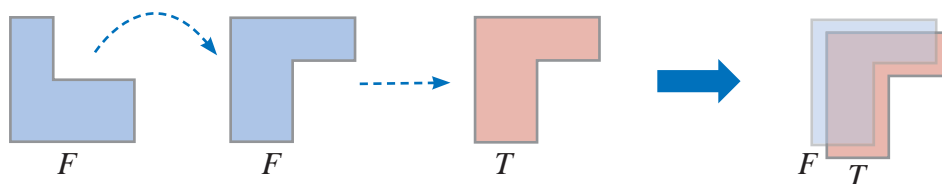
Анар вырезал прямоугольный треугольник из бумаги красного цвета. Затем, наложив эту фигуру на бумагу синего цвета, он вырезал еще один треугольник. Анар перевернул синий треугольник, приложил его к красному и назвал полученный треугольник  $ABC$ .

- Что можно сказать о равенстве углов  $COB$  и  $COA$  и сторон треугольника  $ABC$ ?
- Как можно объяснить, что  $CO$  делит угол  $ACB$  пополам?



### Изучение Конгруэнтные углы

Если две плоские фигуры можно наложить друг на друга так, что они полностью совпадут, то такие фигуры называются **конгруэнтными**. Например, если вы повернете фигуру  $F$  и наложите ее на фигуру  $T$ , они полностью совпадут. Значит,  $F$  и  $T$  – конгруэнтные фигуры.



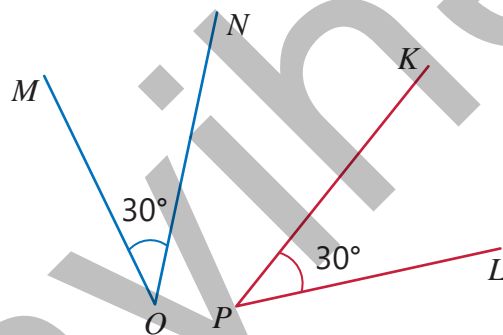
Конгруэнтность фигур обозначается символом  $\cong$ .

$$F_{\text{фигура}} \cong T_{\text{фигура}}$$

- Углы с равной градусной мерой называются **конгруэнтными углами**. Например, на рисунке углы  $MON$  и  $KPL$  конгруэнтные углы.

$$\angle MON \cong \angle KPL$$

Эти два угла можно наложить друг на друга, совместив их вершины и стороны.

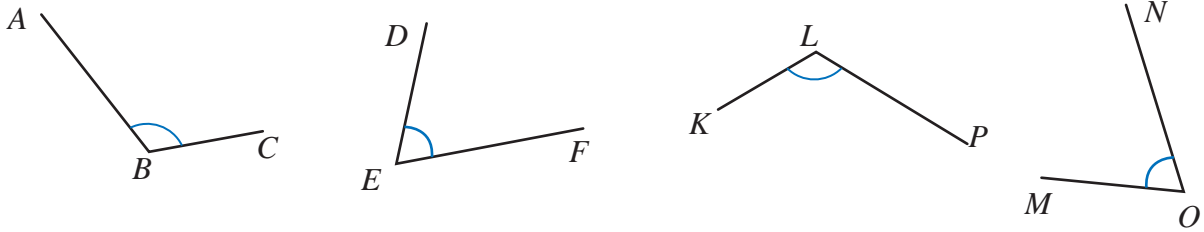


### Подумай!

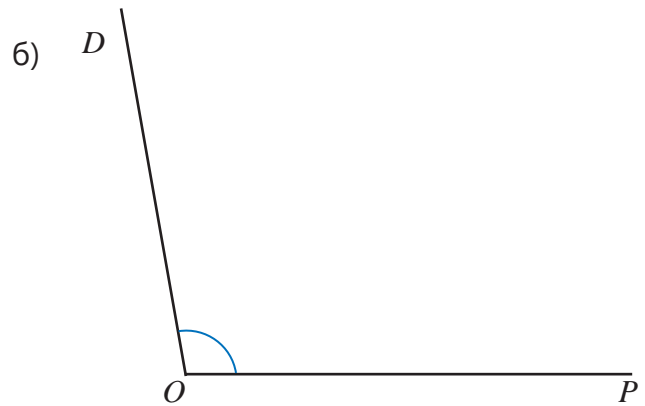
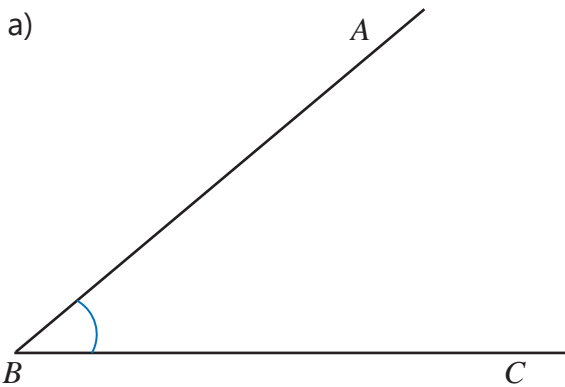
В каком случае два квадрата будут конгруэнтны? В каком случае два прямоугольника будут конгруэнтны?

## Задания

- 1 На рисунке даны две пары конгруэнтных углов. Найдите эти углы и запишите их.



- 2 Используя транспортир, определите градусные меры данных углов и нарисуйте конгруэнтные им углы.

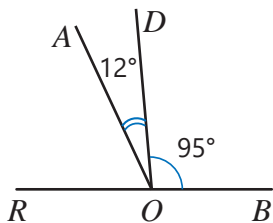


- 3 Определите верные мнения и обоснуйте их.

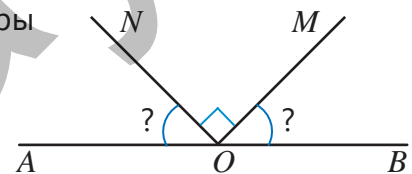
**ОБРАЗЕЦ** Все прямые углы конгруэнтны.

Решение	Объяснение
Мнение верное.	Все прямые углы конгруэнтны, так как имеют одинаковую градусную меру ( $90^\circ$ ).
а) Все острые углы конгруэнтны.	в) Все тупые углы конгруэнтны.
б) Все равносторонние треугольники конгруэнтны.	г) Все развернутые углы конгруэнтны.

- 4  $\angle ROB$  и  $\angle CSM$  развернутые углы. Определите конгруэнтные углы.

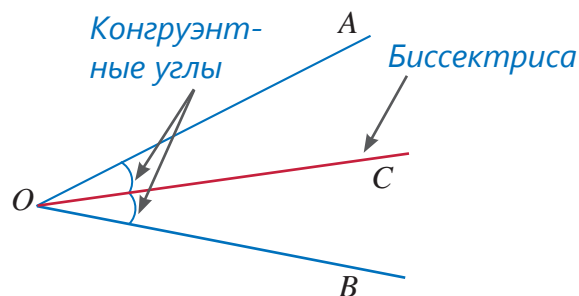


- 5 На рисунке угол  $\angle AOB$  развернутый. Найдите градусные меры углов  $\angle AON$  и  $\angle BOM$ , если  $\angle AON \cong \angle BOM$  и  $\angle NOM = 90^\circ$ .



## Изучение Биссектриса угла

**Биссектриса угла** – это луч, который выходит из вершины этого угла и делит его на два конгруэнтных угла. На рисунке  $\angle AOC \cong \angle BOC$ , поэтому луч  $OC$  – биссектриса угла  $AOB$ .

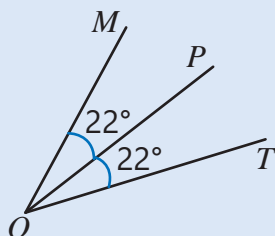


### Подумай!

Верно ли высказывание, что биссектриса тупого угла делит его на два острых угла? Обоснуйте свое мнение.

- 6 По рисунку определите конгруэнтные углы и биссектрису.

#### ОБРАЗЕЦ



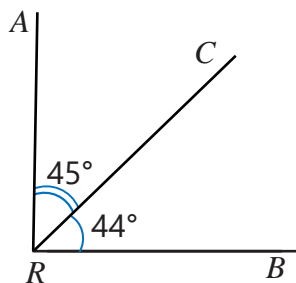
#### Решение

$\angle MOP \cong \angle POT$   
Луч  $OP$  – биссектриса  $\angle MOT$ .

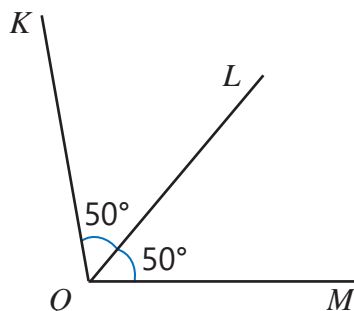
#### Объяснение

По условию  $\angle MOP = 22^\circ$  и  $\angle POT = 22^\circ$ , тогда  $\angle MOP \cong \angle POT$ . Таким образом, луч  $OP$  – биссектриса угла  $MOT$ .

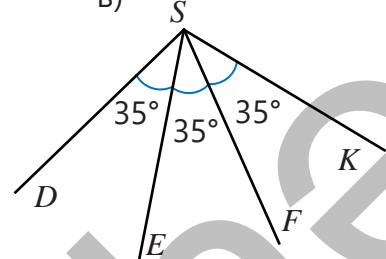
а)



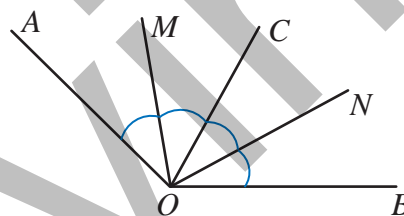
б)



в)



- 7 По рисунку определите, какой луч является биссектрисой какого угла, если  $\angle AOM \cong \angle MOC \cong \angle CON \cong \angle NOB$ . Биссектрисой какого угла является луч  $OC$ ? Обоснуйте свое мнение.



#### ОБРАЗЕЦ

#### Решение

Луч  $OM$  – биссектриса угла  $AOC$ .

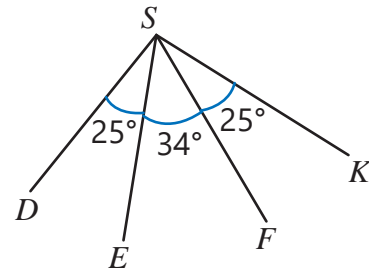
#### Объяснение

По условию  $\angle AOM \cong \angle MOC$ , поэтому луч  $OM$  делит угол  $AOC$  на два конгруэнтных угла.

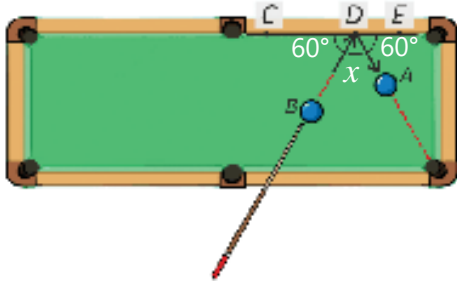
Аналогично найдите остальные биссектрисы.

## Решение задач

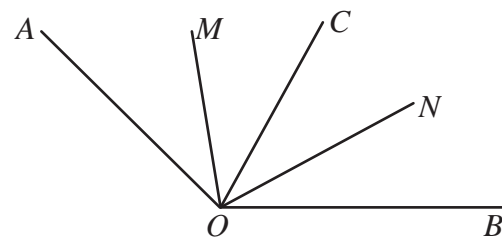
- 8 Как можно обосновать, что биссектрисы углов  $DSK$  и  $ESF$  совпадают?



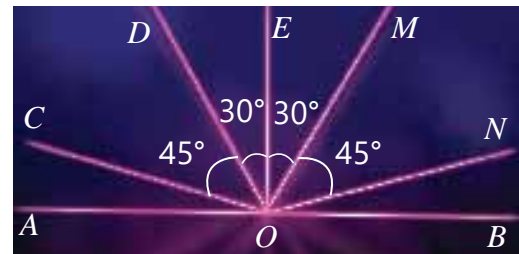
- 9 Бильярдный шар отскакивает под углом, равным углу, под которым он ударился о бортик. Найдите  $x$ , если  $CDE$  – развернутый угол. Определите биссектрисы и конгруэнтные углы.



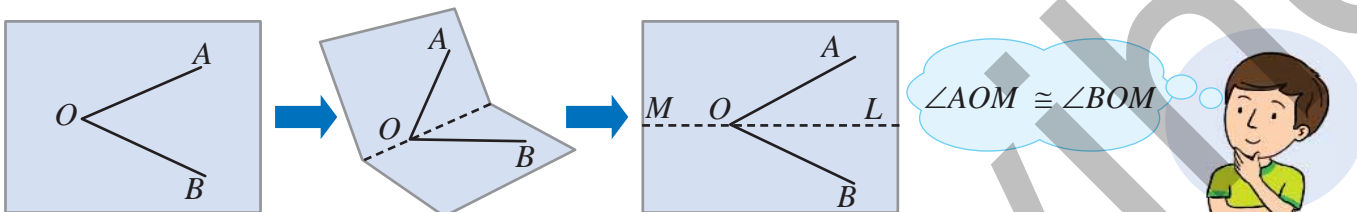
- 10 Луч  $OC$  делит угол  $AOB$  на две равные части. Лучи  $OM$  и  $ON$  соответственно являются биссектрисами углов  $AOC$  и  $COB$ . Найдите градусную меру угла  $MON$ , если  $\angle AOB = 160^\circ$ .



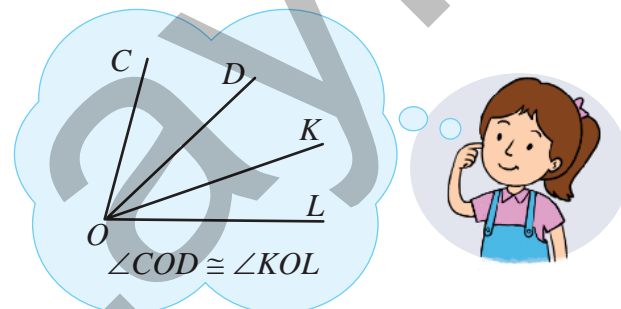
- 11 На лазерном шоу выходящие из одной точки лазерные лучи выглядят как на рисунке. Луч  $OE$  перпендикулярен прямой  $AB$ . Ответьте на вопросы.  
 а) Какие углы конгруэнтны?  
 б) Биссектрисой какого угла является луч  $OE$ ?  
 в) Какие еще лучи являются биссектрисами? Биссектрисами каких углов являются эти лучи? Обоснуйте свое мнение.



- 12 Самир нарисовал на кальке угол  $AOB$ . Он так сложил лист, чтоб лучи  $OA$  и  $OB$  совпали. Затем Самир развернул бумагу, нарисовал прямую на месте сгиба и обозначил ее. Как можно обосновать его мнение?



- 13 Луч  $OD$  – биссектриса угла  $COK$ , а луч  $OK$  – биссектриса угла  $DOL$ .  
 • Верно ли мнение Лалы?  
 • Найдите градусную меру угла  $KOL$ , если  $\angle COL = 84^\circ$ .



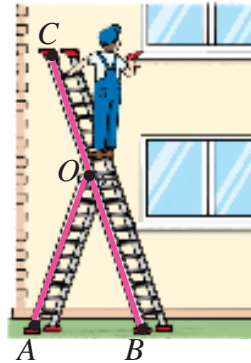


## 6.2. Смежные и вертикальные углы

### Исследование-обсуждение

Мастер забрался на лестницу, чтобы починить окно. Точка пересечения открывающихся частей лестницы условно обозначена буквой  $O$ .

- Определите вид углов  $AOB$ ,  $AOC$  и  $BOC$ .
- Какая связь между градусными мерами углов  $AOB$ ,  $AOC$  и  $BOC$ ?
- Как изменится градусная мера угла  $AOC$ , если уменьшить градусную меру угла  $AOB$ ?



### Ключевые слова

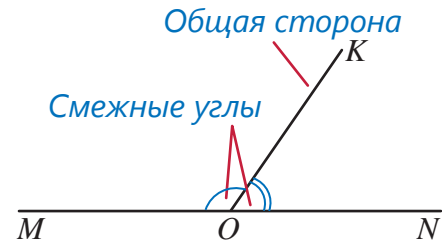
- угол
- развернутый угол
- острый угол
- тупой угол
- прямой угол
- смежные углы
- вертикальные углы

### Изучение Смежные углы

Смежные углы – это такие углы, у которых одна сторона общая, а две других образуют прямую. На рисунке углы  $МОК$  и  $КОН$  являются смежными, а луч  $OK$  – их общая сторона.

$$\angle MOK + \angle KON = \angle MON \text{ и } \angle MON = 180^\circ, \text{ поэтому}$$

$$\angle MOK + \angle KON = 180^\circ$$



Таким образом, сумма смежных углов равна  $180^\circ$ .



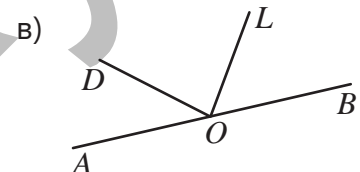
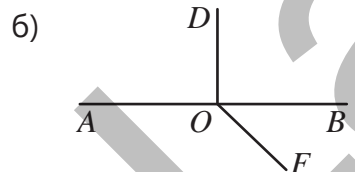
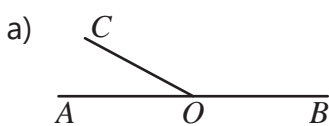
### Подумай!

Могут ли два смежных угла быть одновременно а) острыми углами? б) тупыми углами? в) прямыми углами? Объясните, показав на соответствующих примерах.

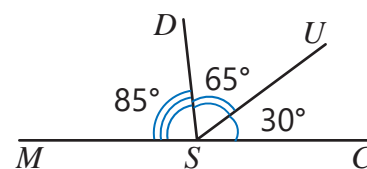
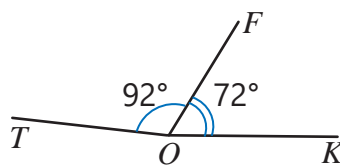
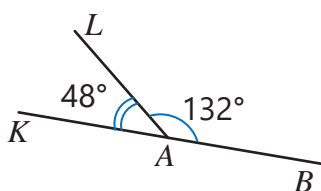
### Задания

- 1 Запишите все смежные углы и их общие стороны, если угол  $\angle AOB$  развернутый.

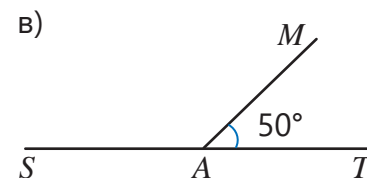
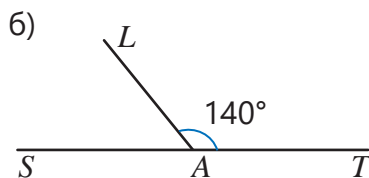
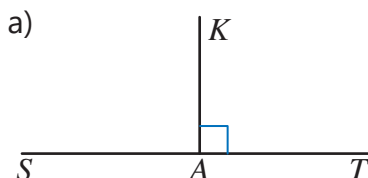
ОБРАЗЕЦ	
Решение	Объяснение
Углы $AOM$ и $MOB$ смежные. Луч $OM$ – общая сторона.	По условию угол $AOB$ развернутый, тогда $AB$ прямая. А углы $AOM$ и $MOB$ смежные, так как луч $OM$ – их общая сторона.



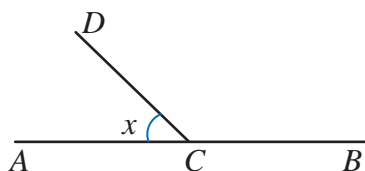
- 2 Определите смежные углы.



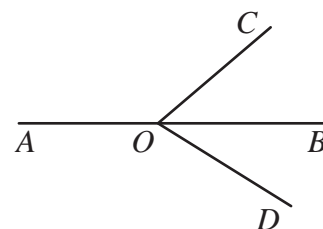
- 3 Найдите градусную меру угла, смежного с данным углом, если  $\angle SAT = 180^\circ$ .



- 4 Угол  $DCB$  в 2 раза больше смежного с ним угла  $ACD$ . Найдите градусную меру угла  $ACD$ .



- 5 Луч  $OB$  – биссектриса угла  $COD$ . Найдите градусную меру угла  $COB$  и смежного ему угла  $AOC$ , если  $\angle COD = 86^\circ$ .



- 6 Решите задачи, составив уравнение.

- а) Найдите градусные меры смежных углов, если один больше другого на  $50^\circ$ .  
 б) Найдите градусные меры смежных углов, если один больше другого в 5 раз.

## Изучение Вертикальные углы

Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного из них являются продолжениями сторон другого. При пересечении двух прямых  $AB$  и  $CD$  получаются вертикальные углы  $AOD$  и  $COB$ , а также  $AOC$  и  $DOB$ .

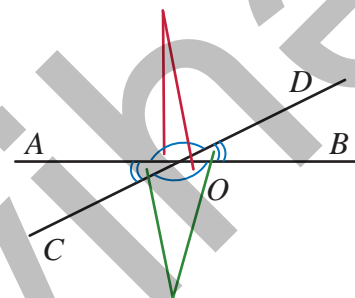
*Вертикальные углы конгруэнтны.* Например, на рисунке угол  $DOB$  с углами  $AOD$  и  $COB$  являются смежными углами. Углы, смежные с одним и тем же углом, имеют равные градусные меры. Потому что

$$\angle AOD + \angle DOB = 180^\circ \text{ и } \angle DOB + \angle BOC = 180^\circ$$

Таким образом:

$$\angle AOD \cong \angle BOC$$

Вертикальные углы



Вертикальные углы

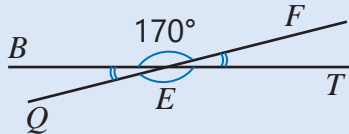


### Подумай!

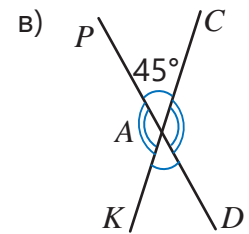
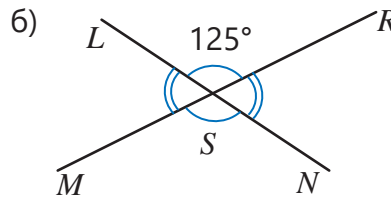
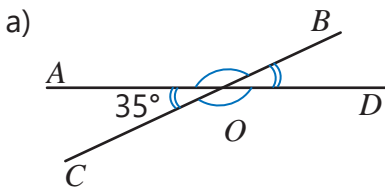
Как можно обосновать то, что  $\angle BOD \cong \angle AOC$ , используя это же правило?

- 7 Определите вертикальные углы, полученные при пересечении двух прямых, и найдите градусные меры всех углов.

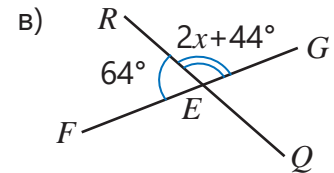
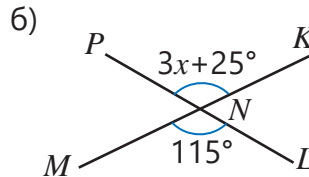
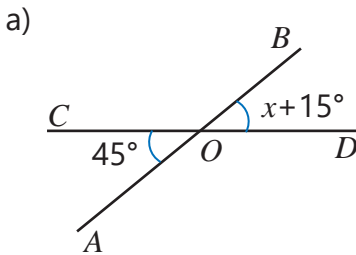
**ОБРАЗЕЦ**



Решение	Объяснение
Вертикальные углы: $\angle BEF$ и $\angle QET$ , $\angle BEQ$ и $\angle FET$ . $\angle BEF + \angle FET = 180^\circ$ $\angle FET = 180^\circ - \angle BEF = 10^\circ$ $\angle QET = \angle BEF = 170^\circ$ $\angle BEQ = \angle FET = 10^\circ$	Находятся вертикальные углы.  Так как $BEF$ и $FET$ смежные углы.  Углы $BEF$ и $QET$ , $FET$ и $BEQ$ конгруэнтны, так как они вертикальные углы.

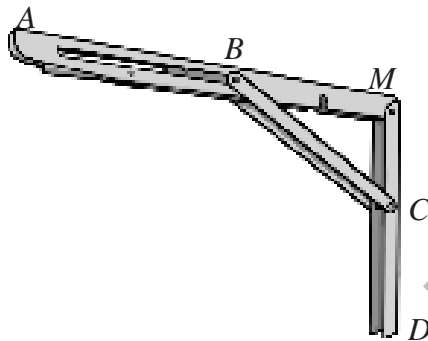


- 8 На рисунке две пересекающиеся прямые. Найдите значение  $x$  по рисунку.



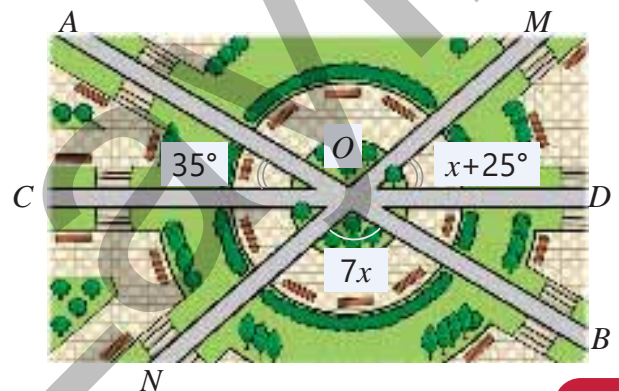
### Решение задач

- 9 Для надежного крепления к стене книжной полки используется кронштейн. Найдите сумму  $\angle ABC + \angle BCD$ , если  $\angle MBC = 35^\circ$  и  $\angle MCB = 55^\circ$ .



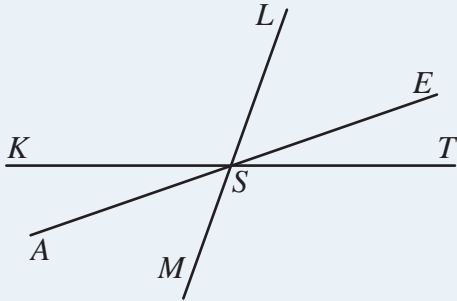
- 10 На территории парка пересекаются три дороги. Ответьте на вопросы, используя рисунок.

- Каковы градусные меры углов  $AOM$ ,  $MOD$  и  $NOB$ ?
- Как можно найти градусную меру угла  $AON$  другим способом?

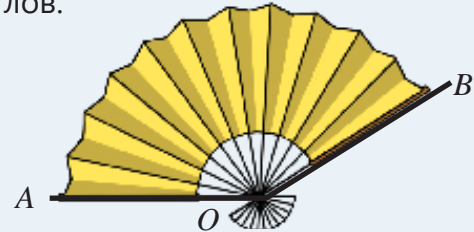


# Задачи

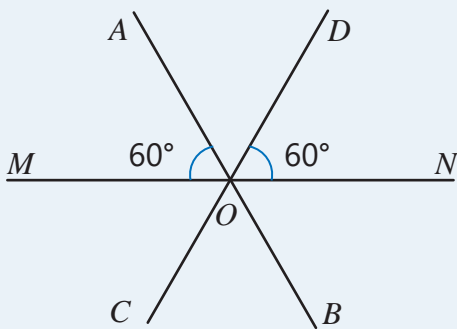
- 1 На рисунке три прямые пересекаются в одной точке. Определите конгруэнтные и смежные углы.



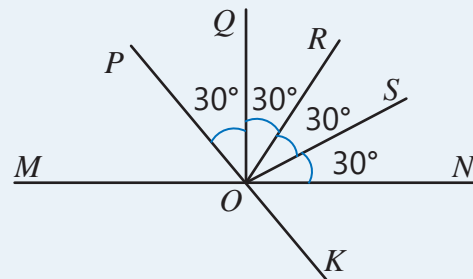
- 2 При полном раскрытии веера угол между спицами  $OA$  и  $OB$  составляет  $154^\circ$ . Если углы между соседними спицами конгруэнтны, найдите градусные меры этих углов.



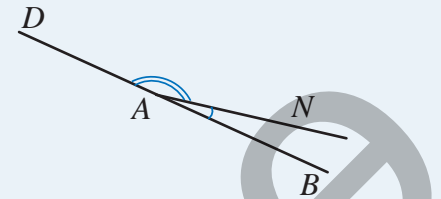
- 3 На рисунке три прямые пересекаются в одной точке. Найдите биссектрисы и конгруэнтные углы. Определите вертикальные и смежные углы.



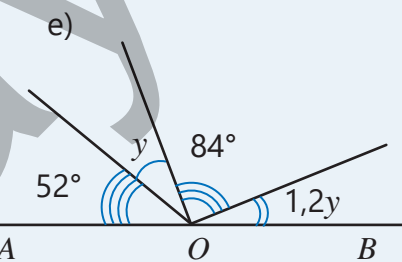
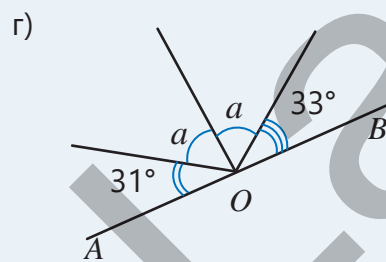
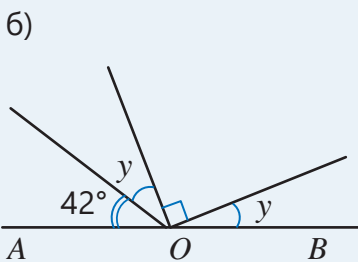
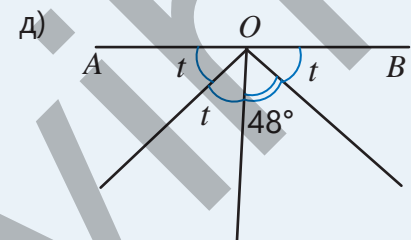
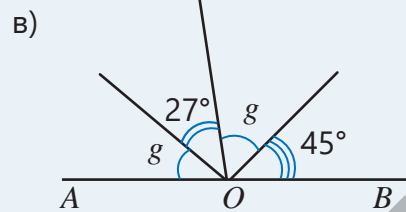
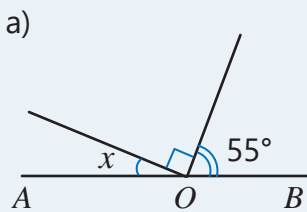
- 4 Определите лучи, которые являются биссектрисами. Биссектрисами каких углов они являются?



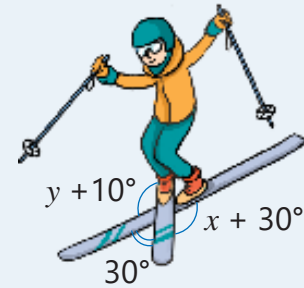
- 5 Один из двух смежных углов больше другого в 9 раз. Найдите разность градусных мер этих углов.



- 6 Найдите градусную меру неизвестного угла, если  $\angle AOB = 180^\circ$ .

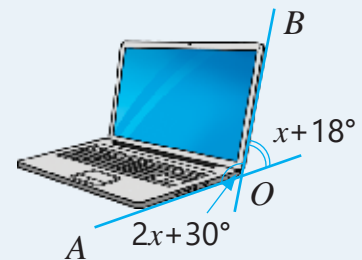


- 7 В соревнованиях по лыжной акробатике спортсмен, прыгая с небольших холмов, держал лыжи скрещенными, как показано на рисунке. Найдите по рисунку значения  $x$  и  $y$ .

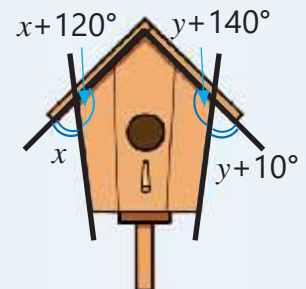


- 8 Найдите градусные меры смежных углов, составив уравнения.  
 а) один больше другого на  $40^\circ$                       в) один больше другого в 11 раз  
 б) один меньше другого на  $30^\circ$                       г) один больше другого в 4 раза

- 9 Крышка ноутбука, изображенного на рисунке, открыта на угол  $AOB$ . Найдите этот угол.

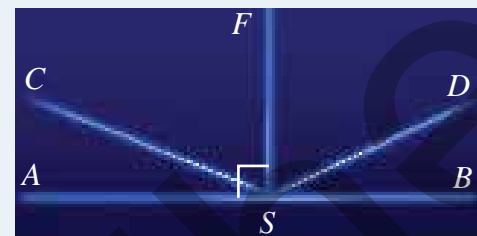


- 10 Крыша скворечника должна образовывать с боковыми стенками конгруэнтные углы. Подходит ли скворечник, изображенный на рисунке, под это условие?

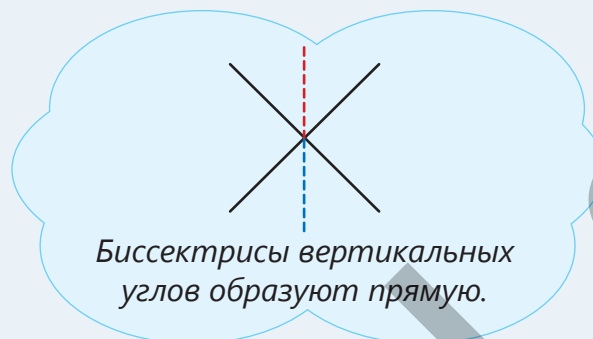


- 11 На лазерном шоу световые лучи направлены, как показано на рисунке. Угол  $ASB$  развернутый. Градусная мера угла  $BSC$  в 6,2 раза больше градусной меры угла  $ASC$ .

- Какова градусная мера угла  $ASC$ ?
- Какова градусная мера углов  $CSF$  и  $DSF$ , если эти углы конгруэнтны?



- 12 Верно ли мнение Сабины? Объясните свое мнение.



## 6.3. Площадь прямоугольного треугольника

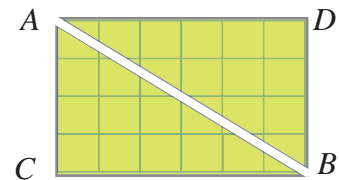
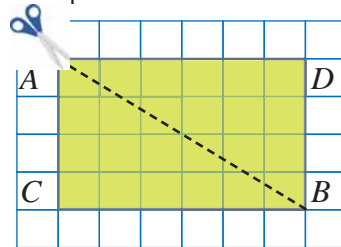
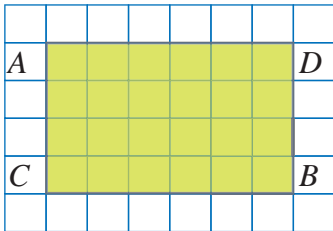


### Ключевые слова

- прямоугольный треугольник
- катет и гипотенуза

### Исследование-обсуждение

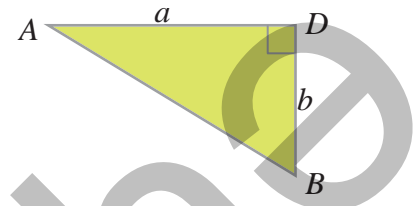
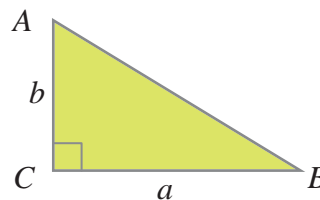
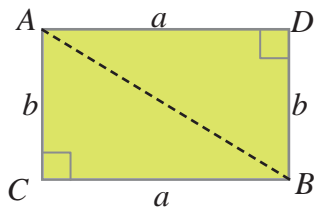
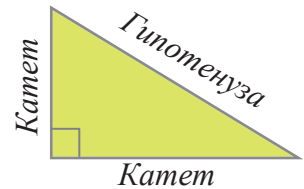
На бумаге в клетку нарисуйте прямоугольник  $ACBD$ . Соедините отрезком две противоположные вершины и разрежьте ножницами.



- Как можно определить, являются ли треугольники  $ACB$  и  $BDA$  конгруэнтными?
- Скольким единичным квадратам равна площадь прямоугольника  $ACBD$ ?
- Как можно найти площадь треугольников  $ACB$  или  $BDA$ , используя площадь прямоугольников  $ACBD$ ?

### Изучение Площадь прямоугольного треугольника

В прямоугольном треугольнике стороны, которые образуют прямой угол, называются **катетами**, а сторона, которая лежит напротив прямого угла, – **гипотенузой**. Произвольный прямоугольник можно разделить на два конгруэнтных прямоугольных треугольника. Площади конгруэнтных фигур равны, поэтому площадь каждого прямоугольного треугольника будет равна половине площади прямоугольника.



$S_{ACBD} = a \cdot b$  В формуле площади индекс у буквы  $S$  обозначает название соответствующей фигуры

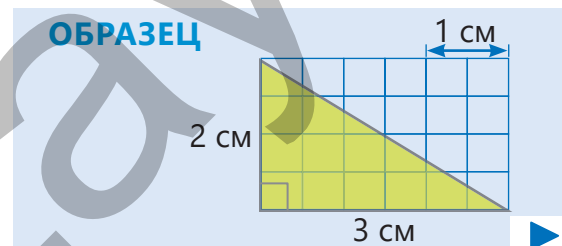
$$S_{ACB} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

Таким образом, площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин катетов.

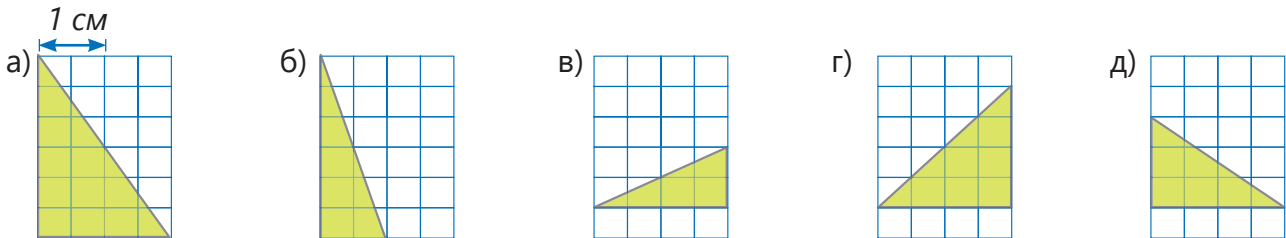
### Задания

- 1 Найдите длины катетов прямоугольного треугольника и вычислите его площадь. Проверьте ответ, найдя половину площади соответствующего прямоугольника.

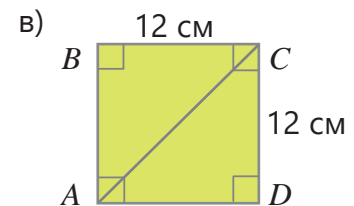
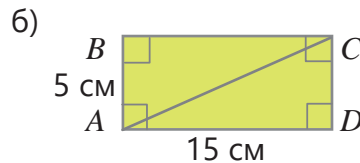
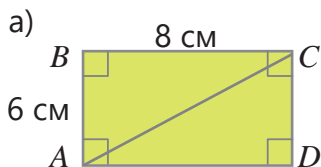




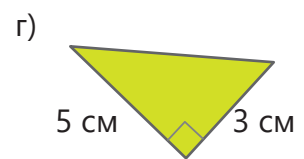
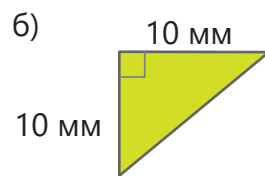
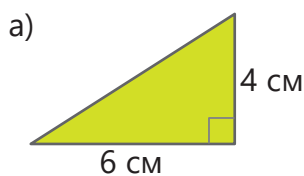
Решение	Объяснение
$a = 3 \text{ см}, b = 2 \text{ см}$ $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ (см}^2\text{)}$ $2 \cdot 3 = 6 \text{ (см}^2\text{)} \quad 6 : 2 = 3 \text{ (см}^2\text{)}$	Длина 2 клеток равна 1 см, тогда длины катетов: $6 : 2 = 3 \text{ (см)}$ и $4 : 2 = 2 \text{ (см)}$ . Находится площадь прямоугольного треугольника как половина произведения его катетов. Ответ проверяется путем нахождения половины площади соответствующего прямоугольника.



2 Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

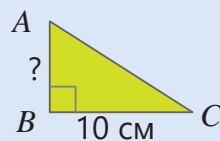


3 Найдите площадь прямоугольного треугольника.



4 Даны площадь и длина одного из катетов прямоугольного треугольника. Найдите длину другого катета.

**ОБРАЗЕЦ**



$$S_{ABC} = 30 \text{ см}^2$$

**Решение**

$$30 = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot 10$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot AB = 30$$

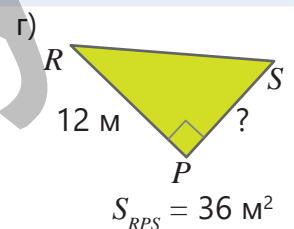
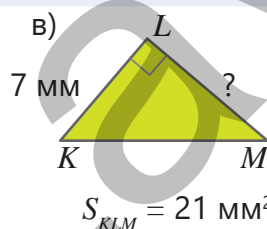
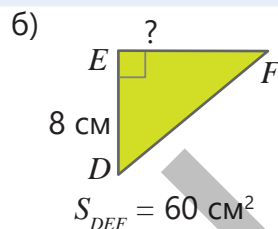
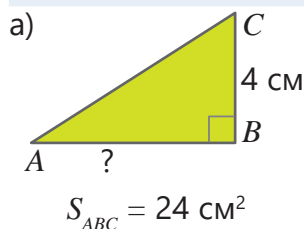
$$5 \cdot AB = 30$$

$$AB = 6 \text{ (см)}$$

**Объяснение**

Записываются данные в формулу площади прямоугольного треугольника.

Катет  $AB$  находится по правилу нахождения неизвестного множителя.

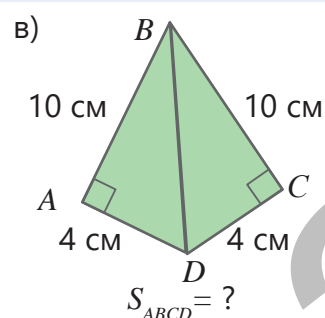
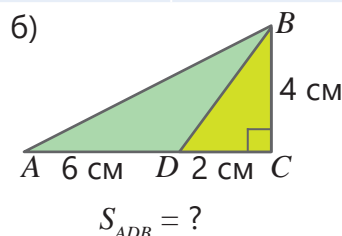
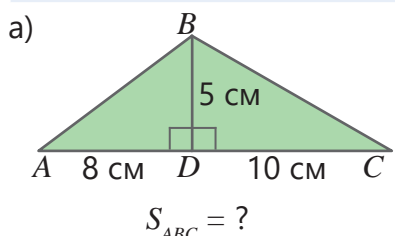


- 5 Ответьте на вопросы.
- а) В прямоугольном треугольнике длина одного катета 12 м, а длина другого составляет  $\frac{2}{3}$  от него. Какова площадь этого прямоугольного треугольника?
- б) В прямоугольном треугольнике длина одного катета 5 м, а длина другого на 20% больше. Какова площадь этого прямоугольного треугольника?
- в) В прямоугольном треугольнике длина гипотенузы 5 см. Длина одного катета равна 80% длины гипотенузы, а длина другого катета – 60%. Найдите периметр и площадь треугольника.
- 6 Найдите площадь требуемой фигуры.

**ОБРАЗЕЦ**  $S_{ABC} = ?$



Решение	Объяснение
$S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10 \text{ (см}^2\text{)}$	Находится площадь треугольника $ADB$ .
$S_{BDC} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16 \text{ (см}^2\text{)}$	Находится площадь треугольника $BDC$ .
$S_{ABC} = 10 + 16 = 26 \text{ (см}^2\text{)}$	Вычисляется сумма площадей треугольников $ADB$ и $BDC$ и находится площадь треугольника $ABC$ .



## Решение задач

- 7 У катера два паруса, которые имеют форму прямоугольных треугольников. Катеты большого паруса равны 2,5 м и 5 м, а катеты маленького паруса короче на 0,5 м. Сколько квадратных метров ткани нужно, чтобы изготовить эти паруса?



- 8 В парке построили зону отдыха для детей в форме прямоугольного треугольника. Длина одного из катетов этого треугольника 16 м, а длина другого на 25% короче. Найдите площадь этой зоны отдыха.



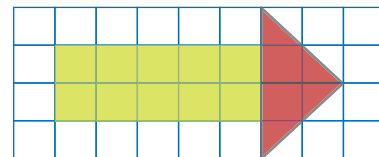


## 6.4. Площадь составных фигур

### Исследование-обсуждение

Айнур вырезала из бумаги фигуры и склеила их, как показано на рисунке.

- Какие фигуры она вырезала?
- Как можно найти площадь полученной фигуры?



### Изучение Нахождение площади составных фигур

Площади некоторых фигур можно найти, разделив их на прямоугольники и прямоугольные треугольники или дополнив до прямоугольника.

*Разделив на прямоугольник и  
прямоугольный треугольник*

$$S = 4 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 28 (\text{см}^2)$$

*Дополнив до  
прямоугольника*

$$S = 4 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 28 (\text{см}^2)$$

Площадь фигуры на рисунке равна  $28 \text{ см}^2$ .



### Подумай!

Как можно найти площадь данной фигуры, разделив ее только на прямоугольные треугольники?

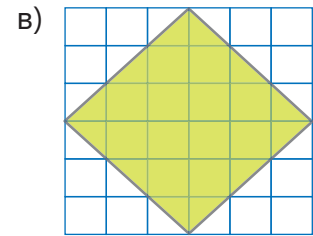
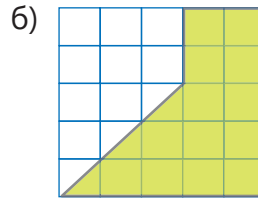
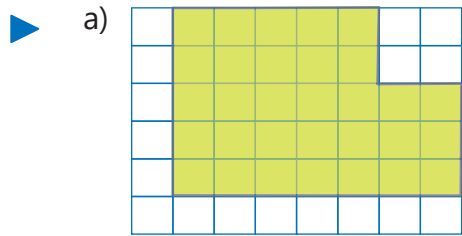
### Задания

- 1 Найдите, сколько единичных квадратов составляет площадь данной фигуры путем деления ее на простые фигуры.

**ОБРАЗЕЦ**

– 1 единичный квадрат

Решение	Объяснение
$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 28 (\text{ед. кв.})$	Находятся площади каждой фигуры и складываются.

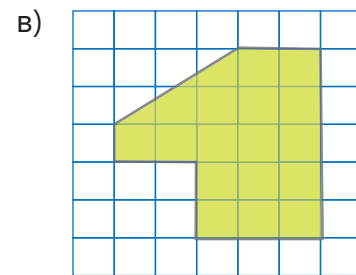
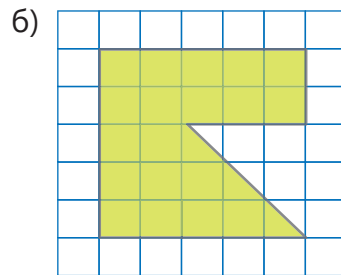
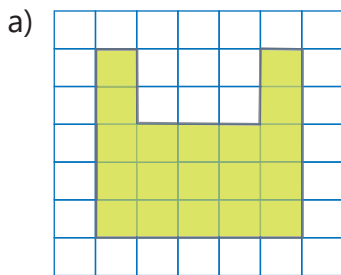


2 Найдите площадь данной фигуры в единичных квадратах, дополнив ее до прямоугольника.

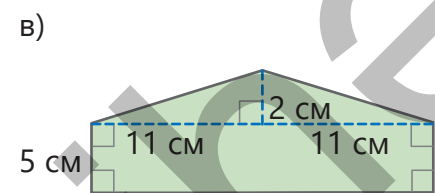
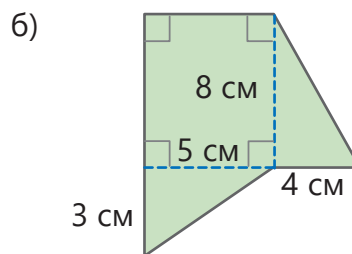
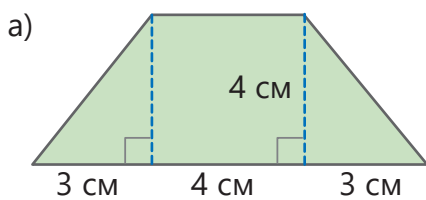
**ОБРАЗЕЦ**

– 1 единичный квадрат

Решение	Объяснение
$S_{\text{пря}} = 4 \cdot 8 = 32$ (ед. кв.) $S_{\text{тр}} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$ (ед. кв.) $S_{\text{фигуры}} = 32 - 9 = 23$ (ед. кв.)	Фигура дополняется до прямоугольника. Находится площадь дополненной фигуры. Из площади прямоугольника вычитается площадь треугольника.



3 Фигура разделена на простые фигуры. Найдите площадь данной фигуры.



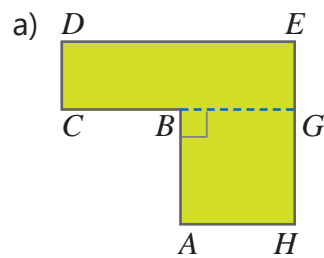
4 Фигура разделена на простые фигуры. Сначала определите величины, необходимые для нахождения площадей простых фигур. Затем найдите площадь данной фигуры, вычислив площади каждой простой фигуры.

**ОБРАЗЕЦ**

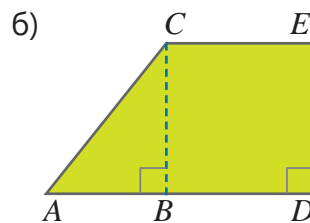
$EF = 4$  см  
 $BG = 6$  см  
 $GD = 4$  см  
 $DE = 5$  см  
 $CG = 3$  см



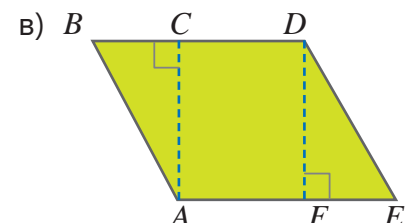
Решение	Объяснение
$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9 \text{ (см}^2\text{)}$	Величины, необходимые для определения площади каждой простой фигуры, отмечены на рисунках. 
$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ (см}^2\text{)}$	
$4 \cdot 15 = 60 \text{ (см}^2\text{)}$	
$S = 9 + 6 + 60 = 75 \text{ (см}^2\text{)}$	
	Находится площадь каждой фигуры. Площади складываются.



$DC = 3 \text{ см}$     $BC = 4 \text{ см}$   
 $DE = 9 \text{ см}$     $HE = 6 \text{ см}$

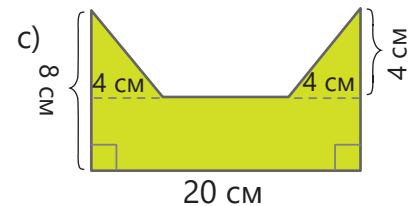
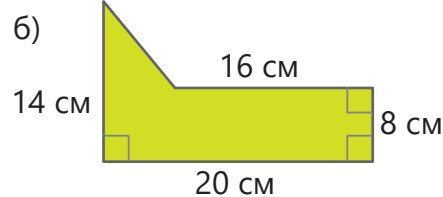
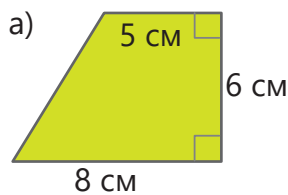


$AB = 3 \text{ см}$   
 $AD = 7 \text{ см}$   
 $BC = 5 \text{ см}$



$AF = 6 \text{ см}$     $BC = 3 \text{ см}$   
 $FE = 3 \text{ см}$     $AC = 7 \text{ см}$

5 Вычислите площадь фигуры удобным способом.

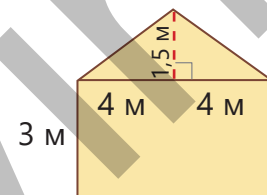


### Решение задач

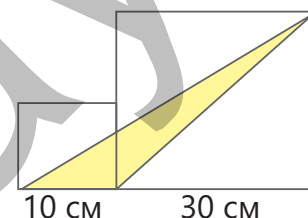
6 На рисунке дан план участка двора, который будет выложен плиткой. Найдите площадь этого участка.



7 Мастер хочет покрасить заднюю стену дома. На каждые  $2 \text{ м}^2$  используется  $1,2 \text{ л}$  краски. Сколько банок краски объемом  $1,5 \text{ л}$  нужно, чтоб покрасить эту область?



8 Анар в тетради нарисовал 2 квадрата и желтый треугольник внутри них, как показано на рисунке. Найдите площадь желтой фигуры.

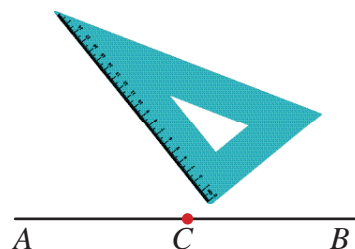


## 6.5. Построение перпендикулярных и параллельных прямых

### Исследование-обсуждение

Для построения прямого угла используется инструмент, который называется угольник. Часто вместо угольника также может использоваться прямоугольный треугольник с линейкой на одном из катетов.

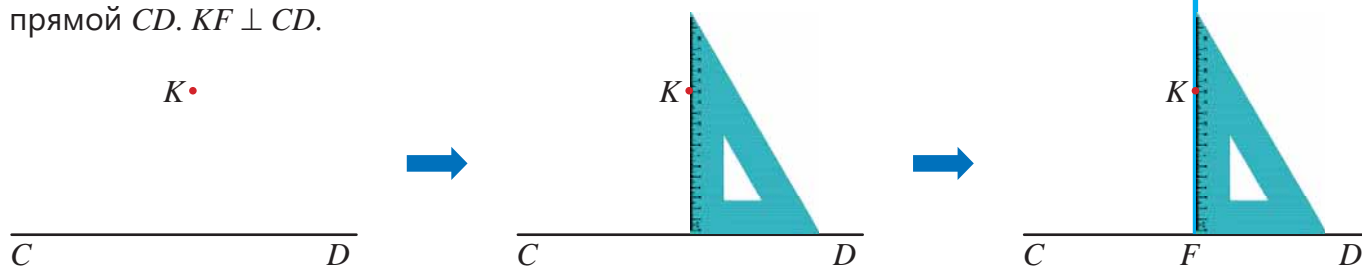
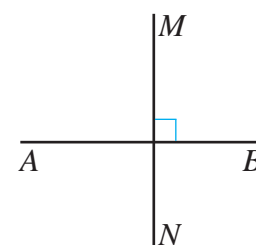
• Как с помощью угольника можно построить из точки  $C$  отрезок длиной 3 см, перпендикулярный прямой  $AB$ ?



### Изучение Построение прямой, перпендикулярной данной

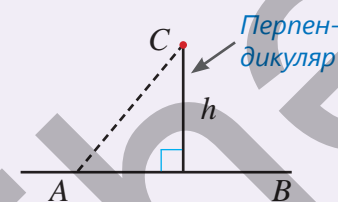
Перпендикулярность прямых обозначается знаком  $\perp$ . Например, перпендикулярность прямых  $AB$  и  $MN$  можно записать так:  $AB \perp MN$

С помощью угольника из точки  $K$ , не лежащей на прямой  $CD$ , можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой. Для этого угольник прикладывают одним катетом к прямой  $CD$ , а другим – к точке  $K$ . Прямая  $KF$ , проведенная из точки  $K$  вдоль катета угольника, перпендикулярна прямой  $CD$ .  $KF \perp CD$ .



### Запомни!

Длина отрезка, проведенного перпендикулярно прямой из данной точки, не лежащей на данной прямой, есть *расстояние от этой точки до прямой*, а сам отрезок называется *перпендикуляром*. Это расстояние ( $h$ ) меньше, чем расстояние между данной точкой и произвольной точкой на прямой (например:  $AC$ ).



### Подумай!

Как можно построить перпендикуляр из точки на прямой к этой прямой с помощью линейки и транспортира?

### Задания

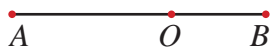
- 1 Постройте перпендикулярный отрезок, соответствующий условию.

**ОБРАЗЕЦ** Из точки  $O$ , расположенной на прямой  $AB$ , постройте перпендикуляр  $MO$  длиной 9 см.

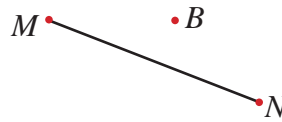


Решение	Объяснение
	<p>Один из катетов угольника прикладывается к прямой <math>AB</math>, из точки <math>O</math> проводится перпендикуляр. С помощью угольника отмеряется 9 см и отмечается точка <math>M</math>. Точки <math>M</math> и <math>O</math> соединяются: <math>MO \perp AB</math>.</p>

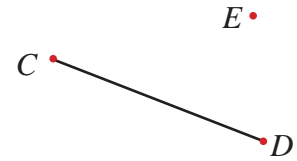
а) Постройте перпендикуляр длиной 7 см из точки  $O$ , расположенной на отрезке  $AB$ .



б) Постройте перпендикуляр длиной 5 см из точки  $B$ , не расположенной на отрезке  $MN$ .



в) Постройте перпендикуляр из точки  $E$  к отрезку  $CD$  и измерьте его.

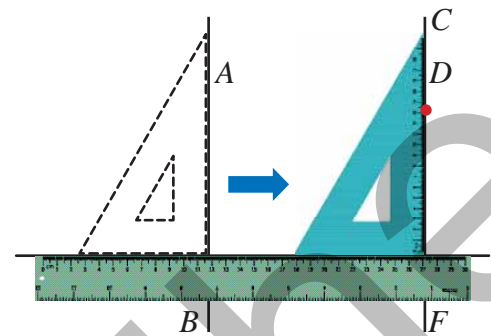
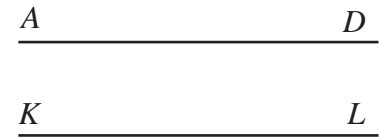


- 2 Из точки  $S$  проведены две различные прямые, пересекающие прямую  $PT$ . Могут ли обе эти прямые быть перпендикулярны прямой  $PT$ ? Обоснуйте свое мнение.

## Изучение Построение прямой, параллельной данной

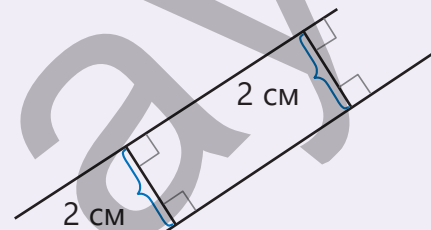
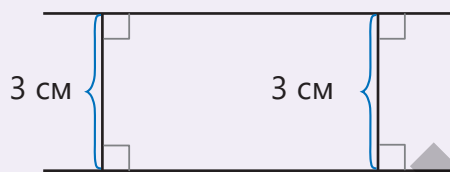
Параллельность прямых обозначается знаком  $\parallel$ . Например, параллельность прямых  $AD$  и  $KL$  можно записать так:  $AD \parallel KL$ .

• Через данную точку  $D$  с помощью линейки и угольника можно провести прямую, параллельную прямой  $AB$ . Для этого сначала один из катетов угольника прикладывают к прямой  $AB$ . Линейка помещается вдоль другого катета угольника, и угольник перемещается к точке  $D$ , двигаясь по линейке. Когда соответствующая сторона угольника достигает точки  $D$ , вдоль этой стороны проводится прямая:  $CF \parallel AB$ .



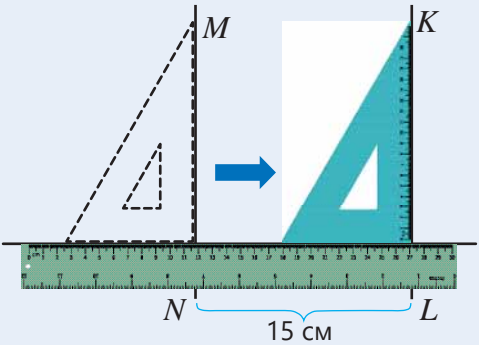
### Запомни!

Длина перпендикуляра, проведенного из любой точки одной из параллельных прямых к другой, называется *расстоянием между этими прямыми*. Расстояние между параллельными прямыми не меняется.



- 3 Начертите параллельные прямые по условию.

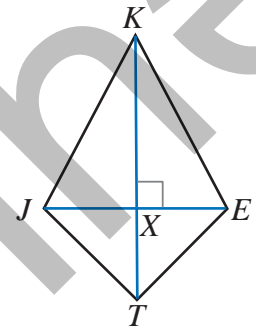
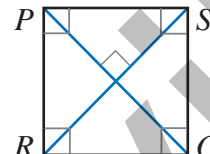
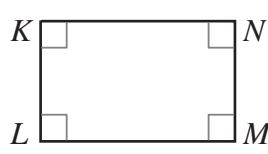
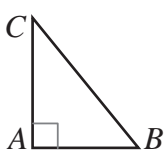
**ОБРАЗЕЦ** Начертите прямую  $KL$ , параллельную прямой  $MN$ , расстояние между которыми 15 см.

Решение	Объяснение
	<p>Приложив один из катетов угольника к прямой <math>MN</math>, линейка помещается вдоль другого катета. Угольник перемещается по линейке на 15 см вправо (или влево) и вдоль соответствующего катета проводится прямая <math>KL</math>. <math>MN \parallel KL</math>.</p>

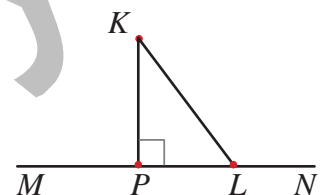
а) Расстояние между точкой  $O$  и прямой  $AB$  2 см. Через точку  $O$  проведите прямую, параллельную прямой  $AB$ .

б) Начертите отрезок  $KL$  длиной 5 см параллельно прямой  $MN$  на расстоянии 1 см от неё.

- 4 Длина отрезка  $AB = 5$  см. Через точки  $A$  и  $B$  проведите прямые, перпендикулярные отрезку  $AB$ . Параллельны ли эти прямые? Каково расстояние между ними?
- 5 На плоскости проведены прямые  $AB$ ,  $SP$  и  $PT$ . Прямая  $SP$  перпендикулярна прямой  $PT$ . Прямая  $AB$  не пересекается с прямой  $SP$ , но пересекается с прямой  $PT$ . Начертите эти прямые.
- 6 Запишите параллельные и перпендикулярные отрезки в данных фигурах, используя знаки  $\perp$  и  $\parallel$ .



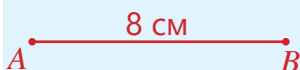
- 7 Сумма длины перпендикуляра  $KP$ , проведенного из точки  $K$  к прямой  $MN$ , и длины отрезка  $KL$  равна 9 см. Отрезок  $KL$  на 1 см длиннее перпендикуляра  $KP$ . Найдите расстояние от точки  $K$  до прямой  $MN$ .



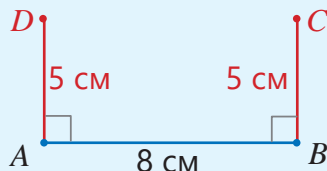
## Изучение Построение прямоугольника и квадрата

Используя угольник и линейку, можно начертить прямоугольник со сторонами, длины которых даны. Например, начертим прямоугольник с длиной 8 см, шириной 5 см.

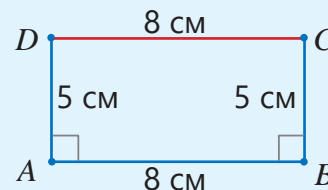
- 1 Используя линейку, чертится отрезок  $AB$  длиной 8 см.



- 2 С помощью угольника из точек  $A$  и  $B$  чертятся отрезки длиной 5 см, которые перпендикулярны отрезку  $AB$ . Концы отрезков соответственно обозначаются  $C$  и  $D$ .



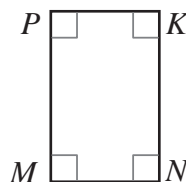
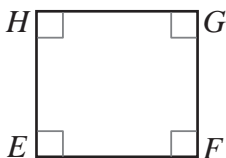
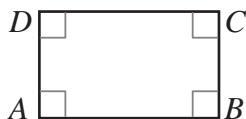
- 3 Точки  $D$  и  $C$  соединяются.



### Подумай!

Как можно начертить квадрат, используя угольник и линейку?

- 8 Измерьте стороны фигур на рисунке и начертите эти фигуры в тетради.



- 9 Начертите квадрат со стороной:

а) 5 см

б) 7 см

в) 12 см

г) 15 см

- 10 Начертите прямоугольник со сторонами:

а) 8 см и 4 см

б) 2 см и 5 см

в) 6 см и 3 см

г) 4 см и 9 см

- 11 Начертите прямоугольник по данным условиям.

а)  $AB = 2$  см,  $AD = 3$  см,  $AB \perp AD$

б)  $KL = 4$  см,  $MN = 4$  см,  $KL \parallel MN$ , расстояние между отрезками  $KL$  и  $MN$  равно 2 см.

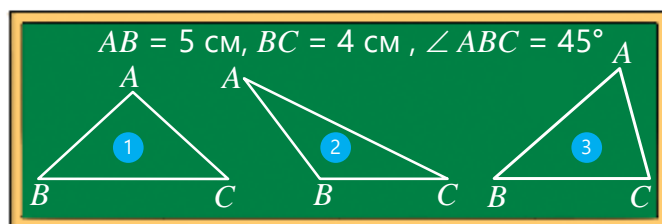
### Решение задач

- 12 Начертите отрезок  $AB$  длиной 9 см. Отметьте на нем точки  $C$  и  $D$  так, чтобы длина отрезка  $AC$  была 4 см, а длина отрезка  $BD$  – 2 см. Из точек  $C$  и  $D$  начертите отрезки длиной 4 см, которые перпендикулярны прямой  $AB$ . Найдите расстояние между этими отрезками.
- 13 Начертите отрезок  $AB$  длиной 10 см, затем из точки  $A$  проведите перпендикулярный ему отрезок длиной 5 см.
- Как можно достроить прямоугольник  $ABCD$ ?
  - Какие из отрезков, пересекающихся в точке  $C$ , параллельны стороне  $AB$ , а какие – перпендикулярны?
  - Найдите периметр и площадь прямоугольника  $ABCD$ .

## 6.6. Построение треугольника

### Исследование-обсуждение

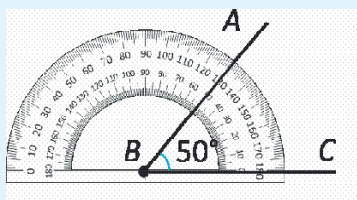
- Какой из треугольников подходит под указанные условия? Как это можно определить?
- Как можно начертить треугольник, подходящий под условие?



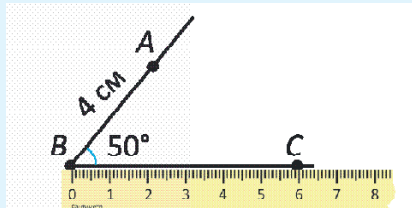
### Изучение Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Если даны длины двух сторон и градусная мера угла между ними, то можно начертить треугольник, используя линейку и транспортир. Например, треугольник со сторонами 4 см и 6 см и углом между ними, который равен  $50^\circ$ , можно начертить следующим образом:

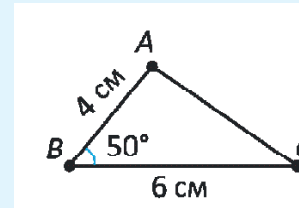
- 1** Чертится угол, градусная мера которого  $50^\circ$ .



- 2** Начиная от вершины угла, на сторонах откладываются отрезки длиной 4 см и 6 см.



- 3** Концы этих отрезков (A и C) соединяются отрезком.



### Задания

- 1** Используя транспортир и линейку, определите величины, соответствующие данному треугольнику.

**A**

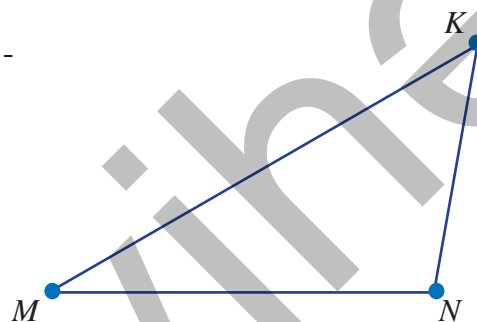
$MN = 5$  см  
 $MK = 7,5$  см  
 $\angle KMN = 30^\circ$

**B**

$MN = 5$  см  
 $MK = 6,5$  см  
 $\angle KMN = 40^\circ$

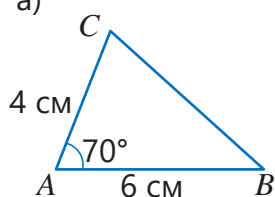
**C**

$MN = 5$  см  
 $MK = 6,5$  см  
 $\angle KMN = 30^\circ$

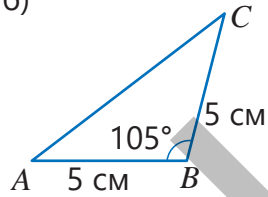


- 2** Используя транспортир и линейку, начертите в тетради данные треугольники.

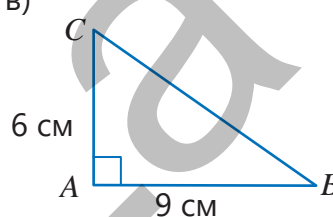
а)



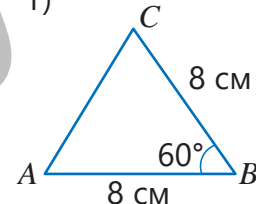
б)



в)



г)

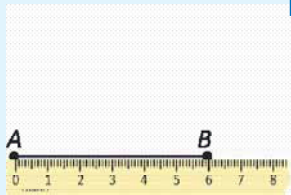




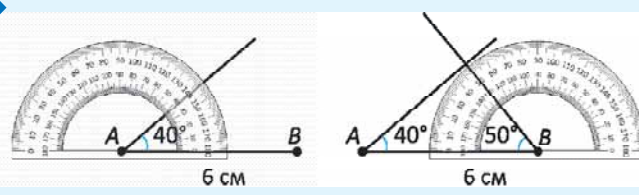
## Изучение Построение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

Если даны длина стороны и градусные меры двух прилежащих к ней углов, то можно начертить треугольник, используя линейку и транспортир. Например, треугольник со стороной 6 см и прилежащими к ней углам, которые равны  $40^\circ$  и  $50^\circ$ , можно начертить следующим образом:

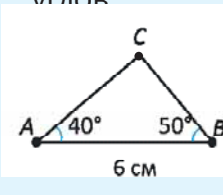
**1** Чертится отрезок длиной 6 см.



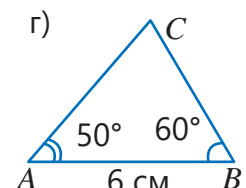
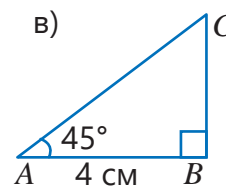
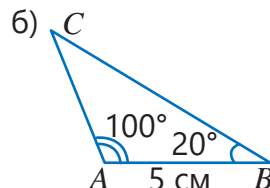
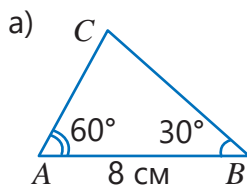
**2** Чертятся углы в  $40^\circ$  и  $50^\circ$ , вершины которых в концах отрезка, как показано на рисунке.



**3** Отмечается точка пересечения начерченных сторон углов



**3** Начертите данный треугольник в тетради, используя транспортир и линейку.



**4** Начертите треугольник, соответствующий условию.

а) Длины сторон 5 см и 8 см, угол между ними  $50^\circ$

б) Длина стороны 8 см, прилежащие к ней углы  $30^\circ$  и  $110^\circ$

## Решение задач

**5** Самир из проволоки сделал треугольник, стороны которого 5 см и 8 см, а угол между ними равен  $60^\circ$ . Хватит ли Самиру проволоки длиной 15 см для этого? Найдите ответ, нарисовав соответствующий треугольник в тетради и измерив длину третьей стороны.



**6** Верно ли мнение Лалы? Объясните свой ответ, нарисовав треугольник в тетради и измерив нужные стороны.

В треугольнике  $ABC$ :

$AB = 6$  см,  $\angle CAB = 35^\circ$ ,  $\angle CBA = 50^\circ$

Сторона  $CA$  этого треугольника короче стороны  $CB$ .



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

## Конгруэнтные фигуры

Конгруэнтные углы – углы, градусные меры которых равны

Луч  $OC$  – биссектриса угла  $AOB$

Конгруэнтные углы

Биссектриса

$\angle ABC \cong \angle MNO$

$\angle AOC \cong \angle BOC$

## Смежные и вертикальные углы

$\angle AOC$  и  $\angle COB$  смежные углы.

Смежные углы

Общая сторона

$\angle AOB$  и  $\angle COD$  вертикальные углы.

Вертикальные углы

$\angle AOB \cong \angle COD$

$\angle AOC \cong \angle BOD$

$\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$

## Площадь прямоугольного треугольника

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

## Площадь составных фигур

Поделив на прямоугольник и прямоугольный треугольник

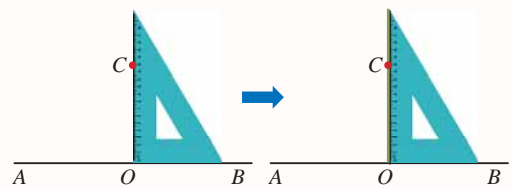
Дополнив до прямоугольника

$S = 4 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 28 \text{ (см}^2\text{)}$

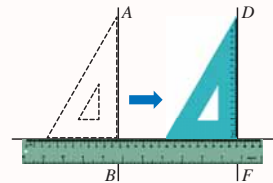
$S = 4 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 28 \text{ (см}^2\text{)}$

## Построение параллельных и перпендикулярных прямых

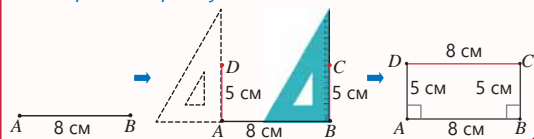
Построение перпендикуляра из точки на прямую



Построение прямой, параллельной данной

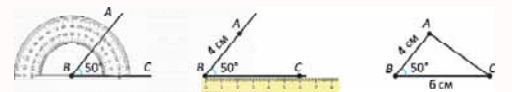


Построение прямоугольника

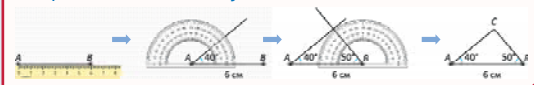


## Построение треугольника

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними



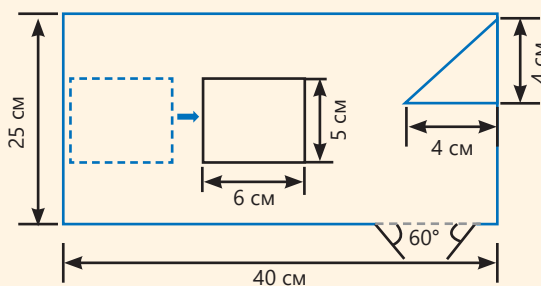
Построение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам



## Плоские фигуры

## Решение исходной задачи

На рисунке 1 см составляет 1 м в реальности.



- Используя угольник и линейку, построить большой прямоугольник со сторонами 25 см и 40 см, маленький прямоугольник со сторонами 5 см и 6 см, прямоугольный треугольник, катеты которого равны 4 см. Используя линейку и транспортир, нарисовать отрезки, изображающие ворота.
- Вычислить площадь детской площадки в форме прямоугольного треугольника, катеты которого равны 4 м.

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ (м}^2\text{)}$$

- Вычислить площадь остального участка, не считая сарай и детскую площадку.

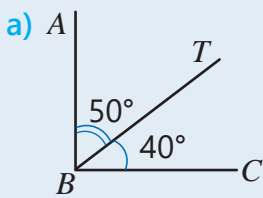
Площадь детской площадки:  $25 \cdot 40 = 1000 \text{ (м}^2\text{)}$

Площадь сарая:  $5 \cdot 6 = 30 \text{ (м}^2\text{)}$

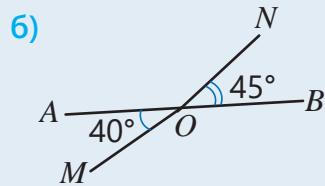
$$S = 1000 - (8 + 30) = 962 \text{ (м}^2\text{)}$$

## ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

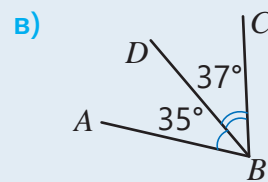
1. Определите верные и неверные утверждения о градусных мерах углов. Объясните свое мнение.



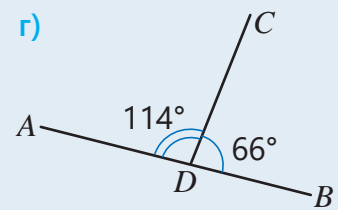
$ABC$  – прямой угол.



$AOM$  и  $BON$  – вертикальные углы.

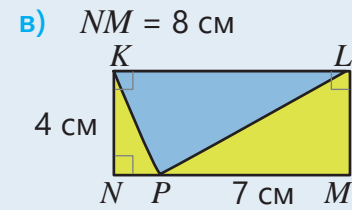
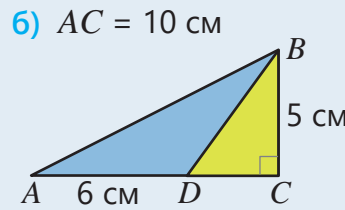
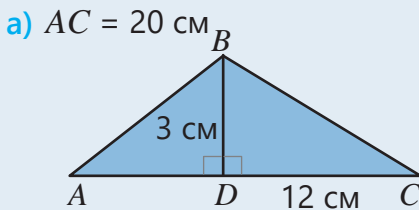


$BD$  – биссектриса.

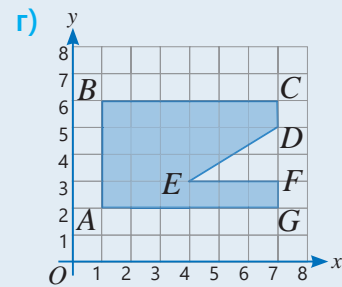
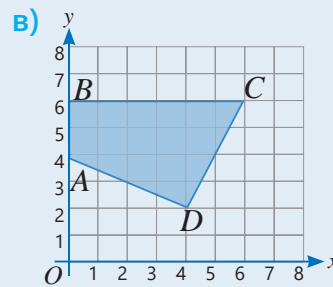
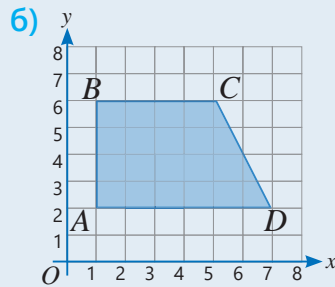
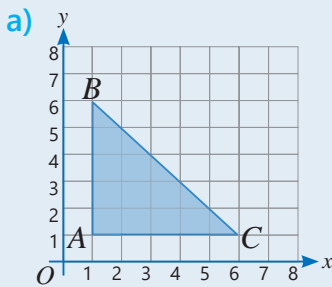


$ADC$  и  $CDB$  – смежные углы.

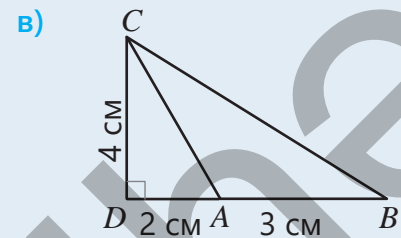
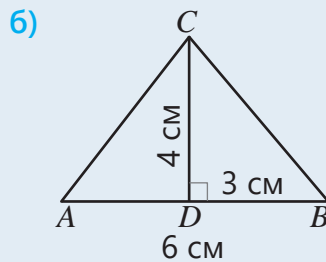
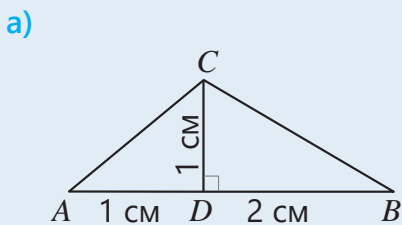
2. Найдите площадь синей фигуры.



3. Какие из сторон данной фигуры параллельны, а какие перпендикулярны?



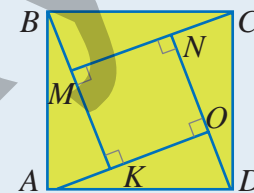
4. Начертите в тетради треугольник с указанными размерами.



5. Начертите несколько треугольников по заданным измерениям и отметьте соответствующие размеры на них.

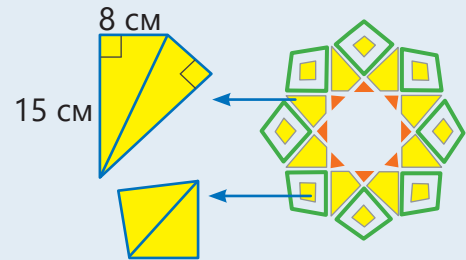
- а) Два угла  $30^\circ$  и  $60^\circ$ .
- б) Одна сторона 5 см, а прилежащий к ней угол  $50^\circ$ .
- в) Стороны 2 см и 5 см.

6. Лала начертила в тетради квадрат со стороной 13 см и поделила этот квадрат прямыми так, что получилось 4 конгруэнтных прямоугольных треугольника и 1 квадрат, как на рисунке. Найдите площадь маленького квадрата, если катеты каждого прямоугольного треугольника 5 см и 12 см. Решите задачу двумя способами.



7. Вычислите площади соответствующих фигур.
- Стороны прямоугольника равны 6 см и 14 см. Квадрат, периметр которого равен 25% периметра этого прямоугольника.
  - Прямоугольник, одна сторона которого в 3 раза длиннее другой, а периметр равен 12 см.

8. На геометрическом орнаменте каждый большой желтый четырехугольник состоит из двух конгруэнтных прямоугольных треугольников. Площадь маленьких желтых четырехугольников равна  $\frac{1}{4}$  площади больших желтых четырехугольников. Какова общая площадь желтой части этого орнамента?



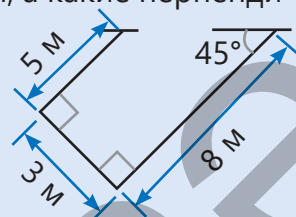
## STEAM АВТОМОБИЛЬНАЯ ПАРКОВКА

В крупных городах особую важность составляют парковки, построенные перед жилыми домами, магазинами и отелями. Их следует планировать таким образом, чтобы машин разместилось на них больше, и машины не мешали движению друг друга.

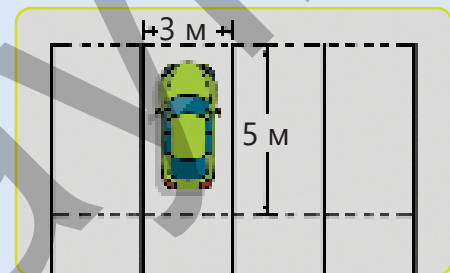
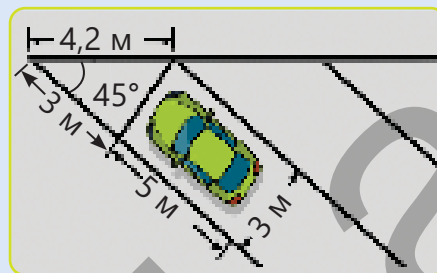
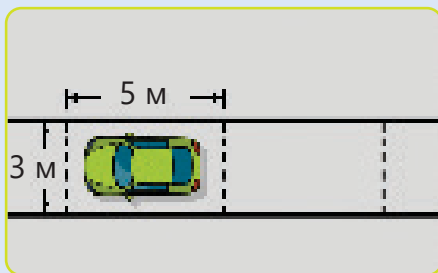


1. Какие из прямых, представленных в образце на рисунке, параллельны, а какие перпендикулярны? Под каким углом стоят желтая и синяя машины?

2. Какова площадь места, предназначенного для одного автомобиля, с учетом измерений указанных на рисунке?



3. Перед строящимся зданием планируется построить парковку на участке длиной 100 м и шириной 60 м. Спроектируйте эту парковку, чтобы вместить больше автомобилей. Вы можете воспользоваться предложенными ниже схемами.



4. Подготовьте соответствующую презентацию.

# Пространственные фигуры

## В этой главе вы научитесь:

- вычислять площадь поверхности кубоида и правильной призмы, в основании которой прямоугольный треугольник;
- вычислять площадь поверхности составных фигур, состоящих из кубов и кубоидов;
- находить объём некоторых правильных призм;
- переводить одни единицы площади в другие;
- переводить одни единицы объема в другие.

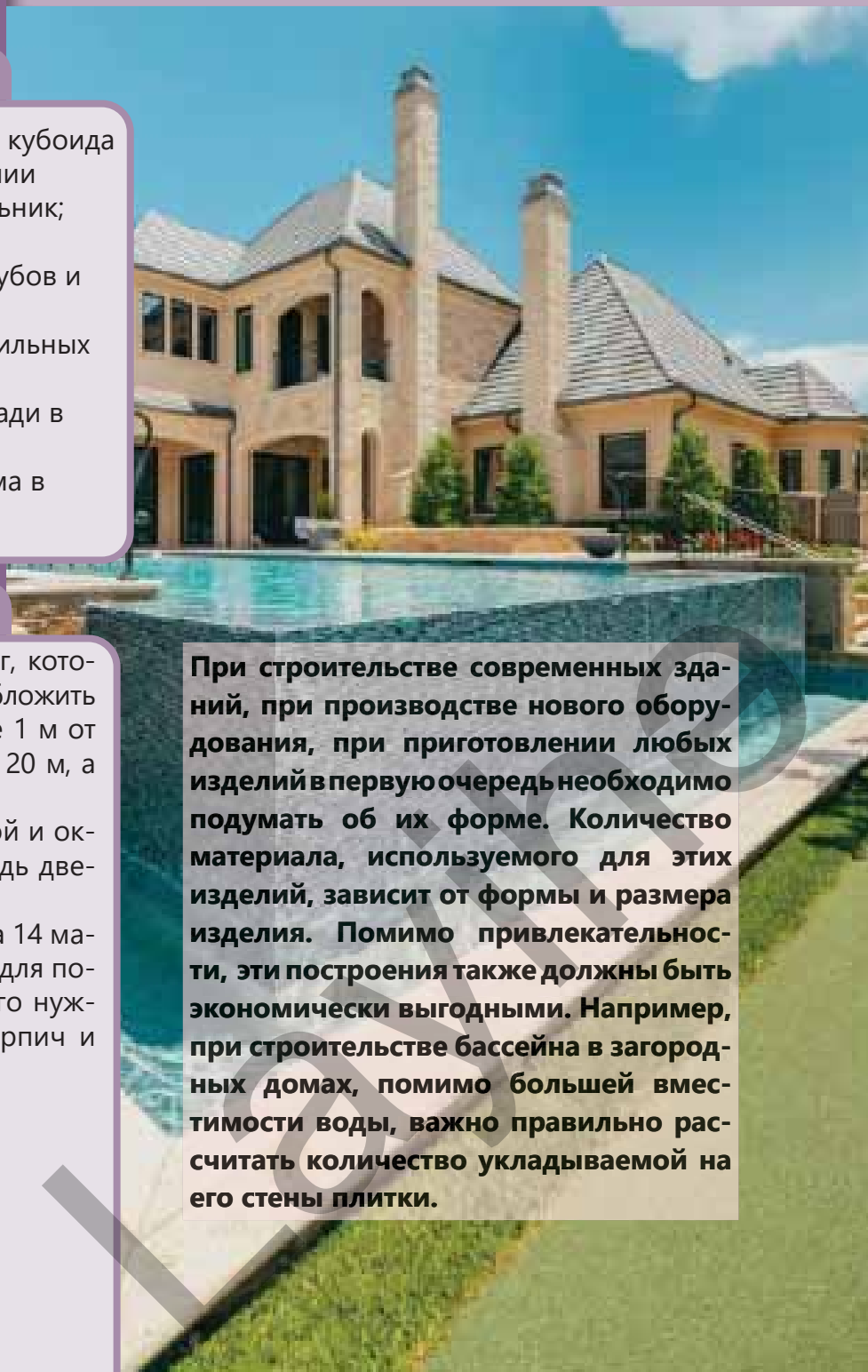
## Попробуйте!

Необходимо рассчитать сумму денег, которую нужно потратить на то, чтобы облицовочным кирпичом на высоте 1 м от земли дом шириной 14 м и длиной 20 м, а остальную часть дома – покрасить.

- Вычислите площади облицованной и окрашенной частей стен, если площадь двери и каждого окна составляет  $2 \text{ м}^2$ .
- Цена  $1 \text{ м}^2$  облицовочного кирпича 14 манатов, а цена краски, необходимой для покраски  $1 \text{ м}^2$ , 3 маната. Сколько всего нужно заплатить за облицовочный кирпич и краску?

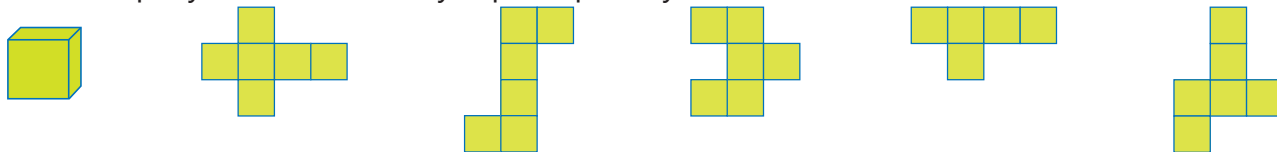


При строительстве современных зданий, при производстве нового оборудования, при приготовлении любых изделий в первую очередь необходимо подумать об их форме. Количество материала, используемого для этих изделий, зависит от формы и размера изделия. Помимо привлекательности, эти построения также должны быть экономически выгодными. Например, при строительстве бассейна в загородных домах, помимо большей вместимости воды, важно правильно рассчитать количество укладываемой на его стены плитки.

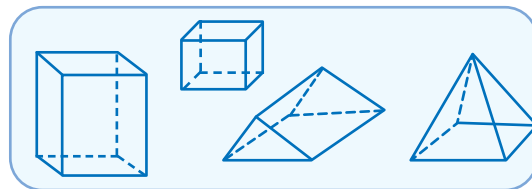
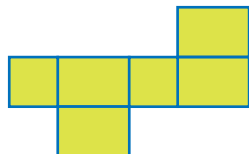
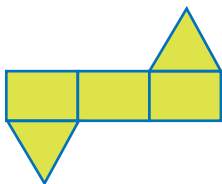


# Предварительная проверка

1 Какой из рисунков соответствует развёртке куба?



2 Определите пространственные фигуры, соответствующие развёрткам.



3 Сравните.

а)  $18 \text{ см} + 20 \text{ мм}$  и  $230 \text{ мм} - 3 \text{ см}$

в)  $2 \text{ 000 мм} - 0,14 \text{ м}$  и  $100 \text{ см} + 7,6 \text{ дм}$

б)  $3 \text{ 200 мм} + 500 \text{ см}$  и  $0,78 \text{ км} - 772 \text{ м}$

г)  $2,2 \text{ л} + 900 \text{ мл}$  и  $3 \text{ л} + 112 \text{ мл}$

4 Ответьте на вопросы.

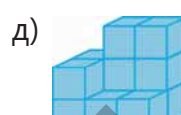
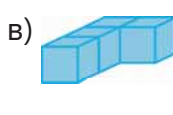
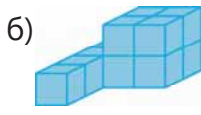
а) Какими фигурами являются грани треугольной призмы?

б) Каков объём куба, длина ребра которого 3 см?

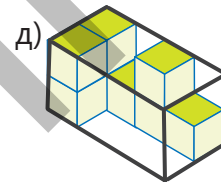
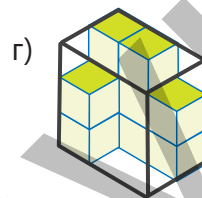
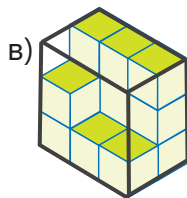
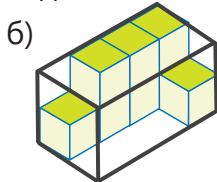
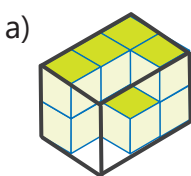
в) Каков объём куба, площадь одной грани которого  $4 \text{ см}^2$ ?

г) Каков объём прямоугольного параллелепипеда, высота которого 4 м, длина 3 м, а ширина 2 м?

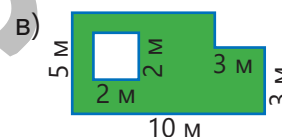
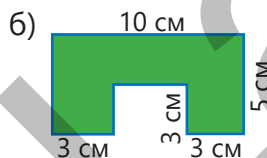
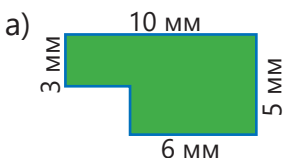
5 Найдите объём фигуры, составленной из единичных кубов. Нарисуйте вид этой фигуры спереди, сверху и сбоку.



6 Сколько единичных кубов необходимо, чтоб дополнить данную фигуру до прямоугольного параллелепипеда?



7 Вычислите площадь фигуры зеленого цвета.

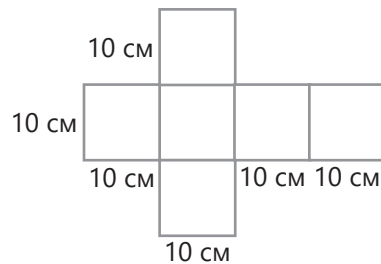


## 7.1. Площадь поверхности куба и кубоида

### Исследование-обсуждение

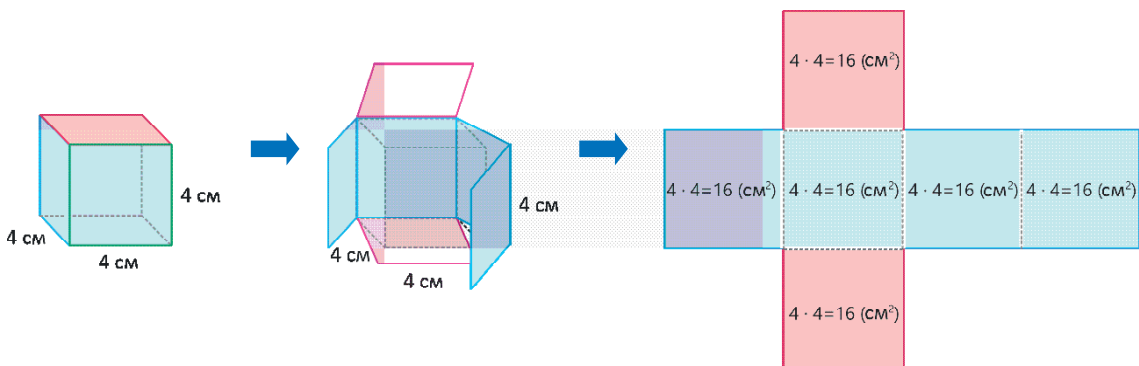
Лала и Самир вырезали из бумаги фигуру, изображённую на рисунке, и сделали куб. Затем они покрасили все грани этой фигуры в красный цвет.

• Какова общая площадь покрашенных граней фигуры? Как это можно найти?



### Изучение Площадь поверхности куба

Площадь полной поверхности куба равна сумме площадей шести квадратов, являющихся его гранями. Например, площадь полной поверхности куба, ребро которого 4 см, можно найти следующим образом:

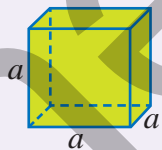


$$S = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 = 6 \cdot 16 = 96 \text{ (см}^2\text{)}$$



### Запомни!

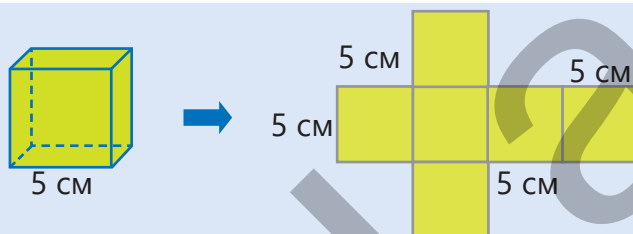
Поверхность куба состоит из 6 конгруэнтных квадратов. Для того, чтобы найти площадь полной поверхности куба, нужно найти площадь одной его грани и умножить на 6. Площадь полной поверхности куба с ребром  $a$  вычисляется по формуле:  $S_{\text{полн}} = 6 \cdot a^2$



### Задания

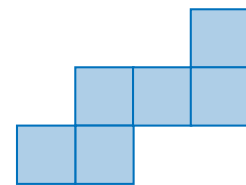
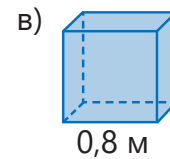
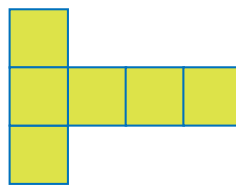
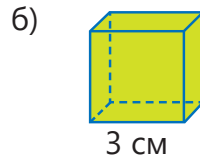
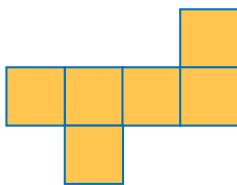
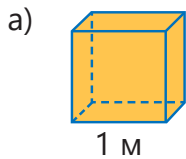
- 1 Вычислите площадь полной поверхности куба, найдя сумму площадей его граней, и по формуле.

#### ОБРАЗЕЦ

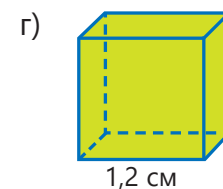
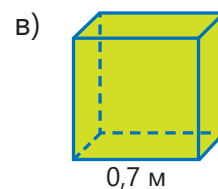
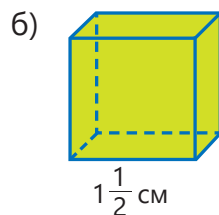
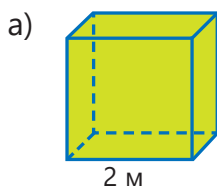




Решение	Объяснение
$S_{\text{квадрат}} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ (см}^2\text{)}$ $S_{\text{полн}} = 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 = 150 \text{ (см}^2\text{)}$ $S_{\text{полн}} = 6 \cdot 5^2 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ (см}^2\text{)}$	Грани куба – это квадраты со стороной 5 см. Находится площадь каждого квадрата, эти площади складываются. Площадь полной поверхности куба находится по формуле.

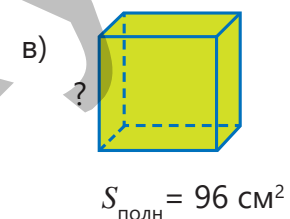
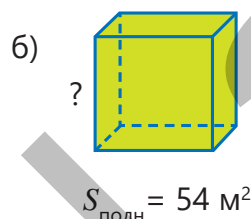
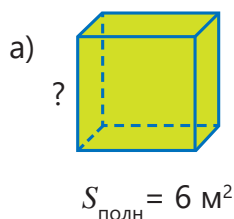


2 Найдите площадь поверхности куба.



3 Найдите длину ребра куба, площадь поверхности которого известна. Проверьте ответ.

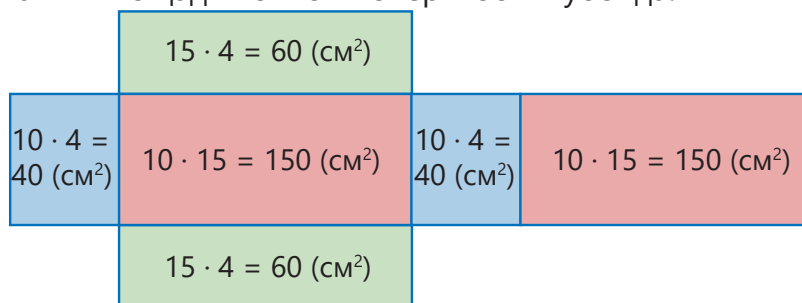
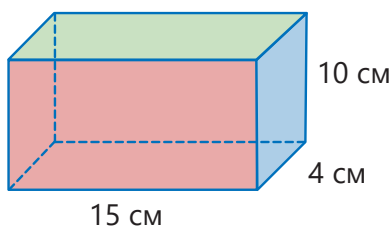
<p><b>ОБРАЗЕЦ</b> <math>S_{\text{полн}} = 24 \text{ см}^2</math></p> <p style="text-align: center;">? </p>	
Решение	Объяснение
Площадь одной грани $24 : 6 = 4 \text{ (см}^2\text{)}$ $4 = 2^2$ <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 2px; margin-left: 20px;"> <math>4 \text{ см}^2</math> </div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; margin-left: 5px;"> <math>2 \text{ см}</math>  <math>2 \text{ см}</math> </div> Длина ребра куба 2 см. $S_{\text{полн}} = 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot 4 = 24 \text{ (см}^2\text{)}$	Куб состоит из 6 граней. Площадь одной грани находится делением площади полной поверхности на 6. Находится длина стороны квадрата, площадь которого $4 \text{ см}^2$ . Число 4 равно квадрату числа 2. Проверяется правильность ответа.





## Изучение Площадь поверхности кубоида

Противоположные грани кубоида – попарно конгруэнтные прямоугольники. Сложив площади этих прямоугольников, можно найти площадь полной поверхности кубоида.



$$S_{\text{полн}} = 40 + 40 + 150 + 150 + 60 + 60 = 500 \text{ (см}^2\text{)}$$

Также площадь полной поверхности кубоида можно найти, умножив площадь одной из каждой пары конгруэнтных граней на 2 и сложив полученные произведения.

$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 150 + 2 \cdot 60 = 500 \text{ (см}^2\text{)} \text{ или}$$

$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (40 + 150 + 60) = 500 \text{ (см}^2\text{)}$$

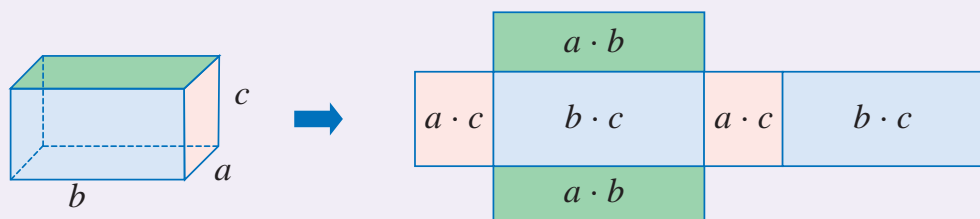


### Запомни!

Площадь поверхности кубоида с ребрами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  можно вычислить по формуле:

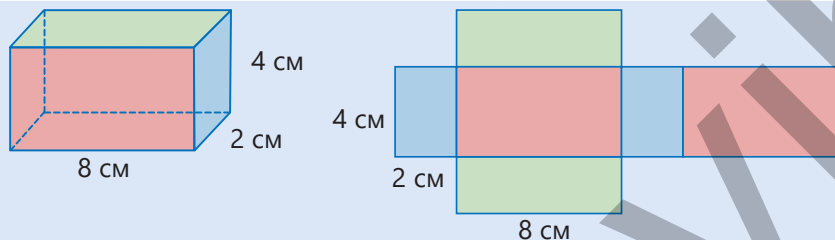
$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (a \cdot b) + 2 \cdot (b \cdot c) + 2 \cdot (a \cdot c) \text{ или}$$

$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$



- 4 Вычислите площадь полной поверхности кубоида, найдя сумму площадей его граней, и по формуле.

### ОБРАЗЕЦ



#### Решение

$$S = 4 \cdot 2 + 4 \cdot 8 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 2 = 112 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S = 2 \cdot (4 \cdot 2) + 2 \cdot (4 \cdot 8) + 2 \cdot (8 \cdot 2) = 112 \text{ (см}^2\text{)}$$

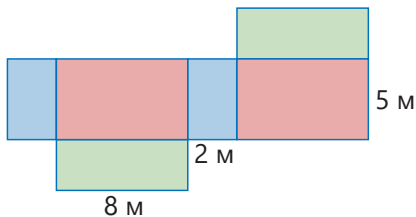
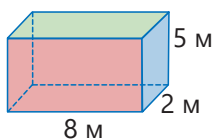
#### Объяснение

Определяется площадь каждой грани кубоида, эти площади складываются.

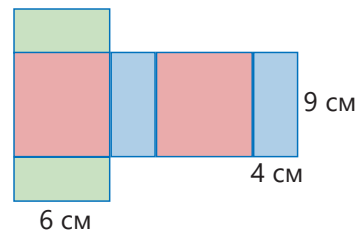
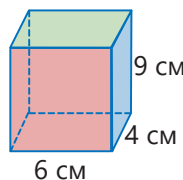
Площадь полной поверхности кубоида находится по формуле.



а)



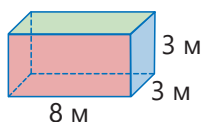
б)



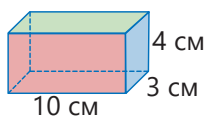
5

Найдите площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда.

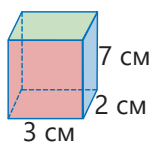
а)



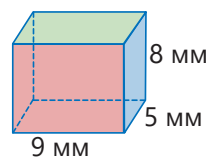
б)



в)

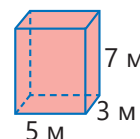
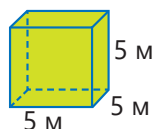
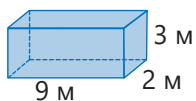
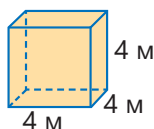


г)



6

Расположите фигуры в порядке убывания их площадей поверхности.

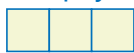


7

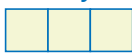
Найдите площадь полной поверхности фигуры, составленной из единичных кубов, по ее виду с разных сторон.



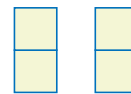
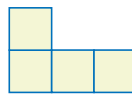
Сверху



Снизу



С боков



Решение

Объяснение

3 ед. кв.

3 ед. кв.

 $4 + 4 + 2 + 2 = 12$  ед. кв. $3 + 3 + 12 = 18$  ед. кв.

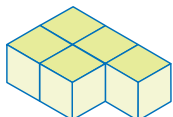
Определяется количество единичных квадратов по виду сверху.

Определяется количество единичных квадратов по виду снизу.

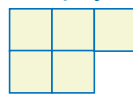
Определяется количество единичных квадратов по виду с боков.

Определяется площадь полной поверхности.

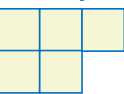
а)



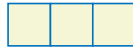
Сверху



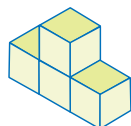
Снизу



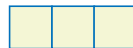
С боков



б)



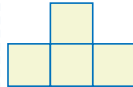
Сверху



Снизу



С боков



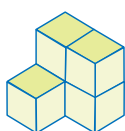
8

Найдите площадь полной поверхности фигуры, составленной из единичных кубов.

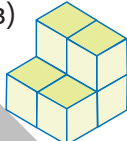
а)



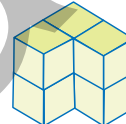
б)



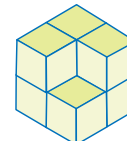
в)



г)

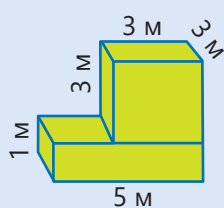


д)

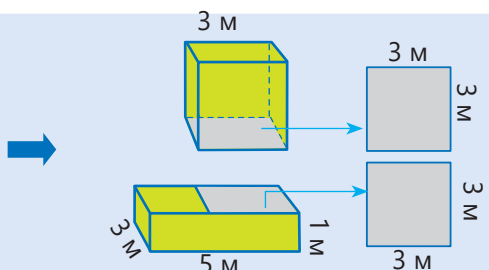


- 9 Найдите площадь поверхности фигуры, составленной из кубоидов.

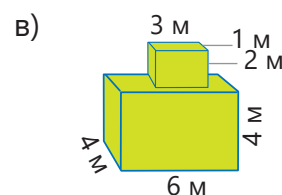
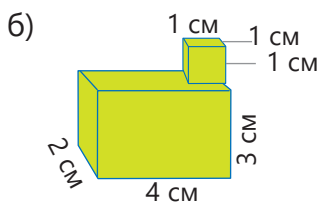
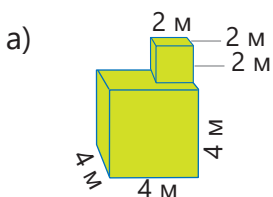
**ОБРАЗЕЦ**



Фигура разбивается на куб и кубоид. Определяются поверхности, перекрывающие друг друга.

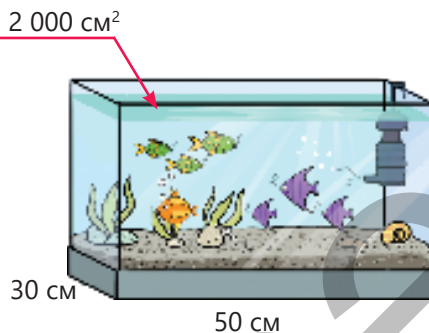


Решение	Объяснение
$6 \cdot 3^2 = 54 \text{ (м}^2\text{)}$ $2(1 \cdot 5 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 5) = 46 \text{ (м}^2\text{)}$ $3^2 + 3^2 = 18 \text{ (м}^2\text{)}$ $54 + 46 - 18 = 82 \text{ (м}^2\text{)}$	<p>Определяется площадь поверхности куба.          Определяется площадь поверхности кубоида.          Определяются площади поверхностей, перекрывающих друг друга.          Из общей площади поверхности фигур вычитается площадь, перекрывающих друг друга поверхностей.          Площадь поверхности фигуры равна <math>82 \text{ м}^2</math>.</p>

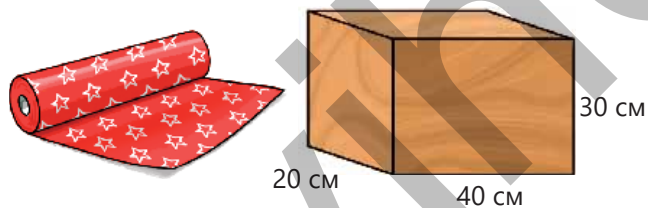


**Решение задач**

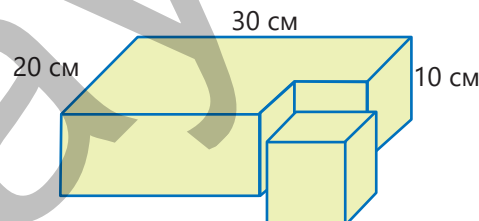
- 10 На рисунке показан аквариум в форме кубоида, у которого боковые стенки стеклянные. Площадь его передней грани  $2\,000 \text{ см}^2$ . Сколько квадратных сантиметров стекла необходимо, чтобы изготовить этот аквариум?



- 11 Ширина деревянной коробки, изготовленной в цеху, 20 см, длина 40 см, а высота 30 см. Эта коробка по всей поверхности обклеивается подарочной бумагой. Каково наибольшее число таких коробок, которые можно обклеить, используя  $20\,000 \text{ см}^2$  подарочной бумаги?



- 12 От прямоугольного параллелепипеда отрезали куб, ребро которого 10 см.
- Какова площадь поверхности оставшейся фигуры?
  - Чтобы покрасить  $20 \text{ см}^2$ , потребуется 20 мл краски. Хватит ли 2 л краски, чтоб покрасить поверхность полученной фигуры?



## 7.2. Площадь поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник

### Исследование-обсуждение

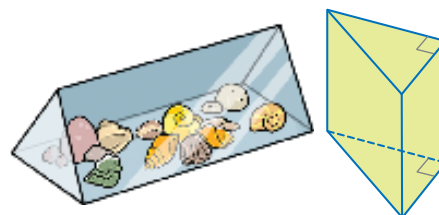
На рисунке изображены стеклянный сувенир в форме призмы и его модель.

- Какими фигурами являются основания и боковые грани призмы?
- Сколько плоских фигур каждого вида потребуется, чтобы собрать этот сувенир?
- Как можно найти площадь полной поверхности этой фигуры?



### Ключевые слова

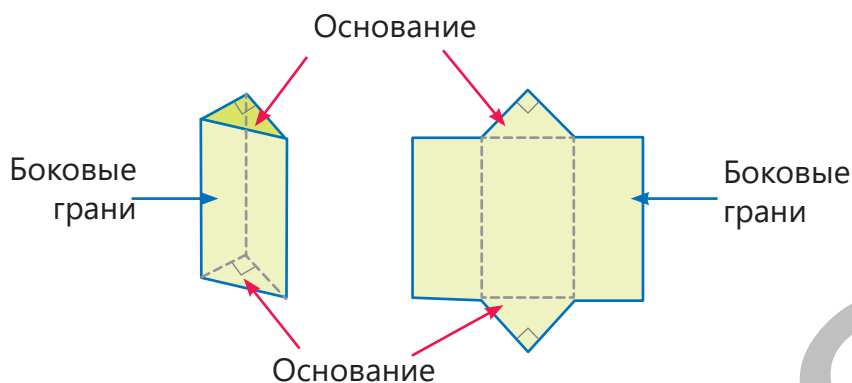
- прямая призма



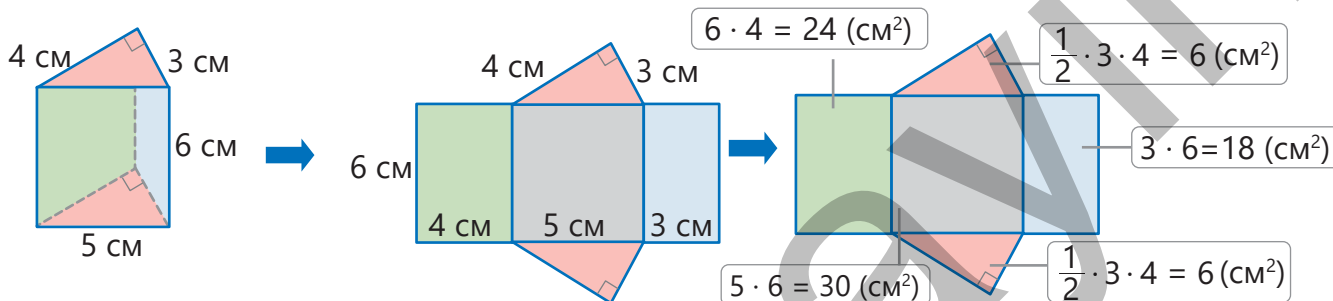
### Изучение Площадь полной поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник

Все боковые грани призмы могут быть прямоугольниками. Такая призма называется **прямой призмой**.

Призма, в основании которой прямоугольный треугольник



- Чтобы найти площадь полной поверхности прямой призмы, основания которой прямоугольные треугольники, нужно вычислить сумму площадей 3-х прямоугольников в боковых гранях и прямоугольных треугольников в основаниях.



Площадь полной поверхности призмы:  $S_{\text{полн}} = 24 + 30 + 18 + 6 + 6 = 84 \text{ (cm}^2\text{)}$

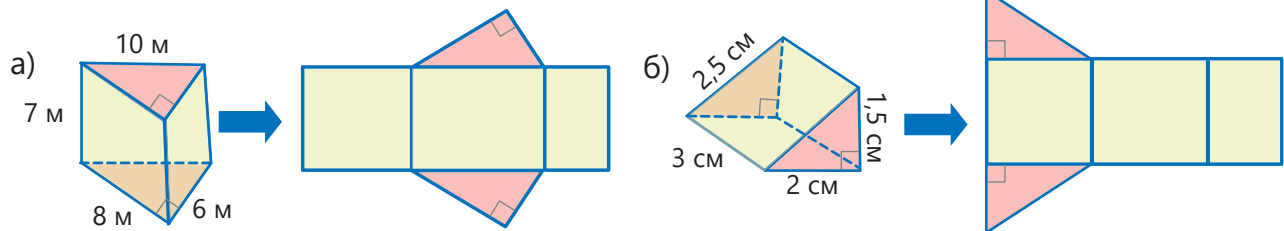
## Задания

- 1 Найдите площадь полной поверхности прямой призмы по развертке.

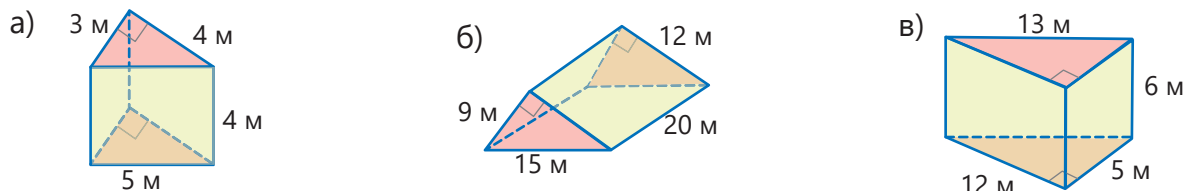
**ОБРАЗЕЦ**

$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30 \text{ (см}^2\text{)}$   
 $12 \cdot 8 = 96 \text{ (см}^2\text{)}$   
 $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30 \text{ (см}^2\text{)}$   
 $5 \cdot 8 = 40 \text{ (см}^2\text{)}$   
 $13 \cdot 8 = 104 \text{ (см}^2\text{)}$

Решение	Объяснение
$S_{\text{полн}} = 96 + 104 + 40 + 30 + 30 = 300 \text{ (см}^2\text{)}$	Находятся площади всех граней, а затем они складываются.

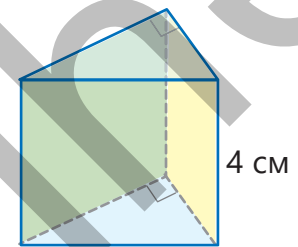


- 2 Найдите площадь полной поверхности прямой призмы, основания которой прямоугольные треугольники.

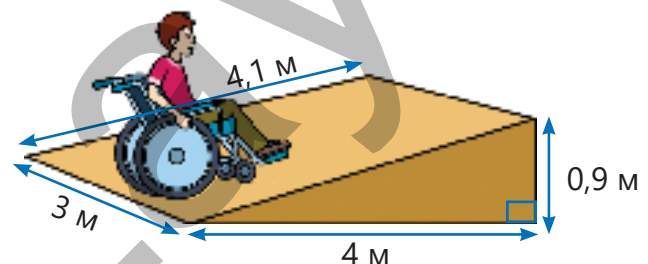


## Решение задач

- 3 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник. Площадь зеленой грани  $48 \text{ см}^2$ , а площадь желтой грани –  $20 \text{ см}^2$ . Площадь передней грани на  $4 \text{ см}^2$  больше зеленой грани. Найдите площадь полной поверхности этой призмы.

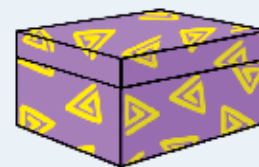


- 4 На рисунке даны размеры проезда для инвалидов колясок в форме прямой призмы. Чтобы покрасить  $1 \text{ м}^2$  этого проезда, нужно  $100 \text{ мл}$  краски. Найдите наименьшее количество краски, необходимой для покраски всей поверхности этой фигуры.



## Задачи

- 1 Лала изготовила подарочную коробку в форме кубоида, размеры которого 0,5 м, 0,2 м и 0,6 м. Поверхность этой коробки она обклеила бумагой. Хватит ли бумаги в форме прямоугольника с шириной 50 см, а длиной 2 м, чтобы обклеить эту коробку? Сколько бумаги не хватит или останется в избытке?



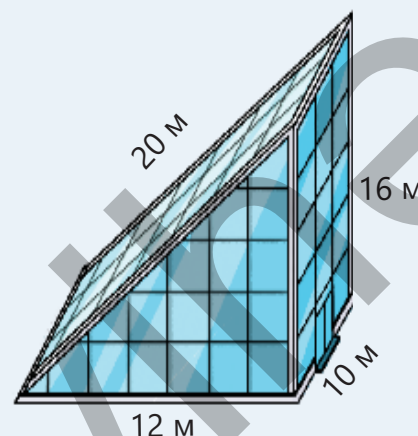
- 2 Маляр должен покрасить стены комнаты в форме кубоида, высота которого составляет 2,8 метра. Ширина этой комнаты 4 м, а длина на 25% больше.
- Найдите площадь стен, которые нужно покрасить, если площадь окна  $2,25 \text{ м}^2$ , а площадь двери  $2 \text{ м}^2$ .
  - На покраску  $1 \text{ м}^2$  используется 200 мл краски. Хватит ли 9 л краски, чтобы покрасить все стены комнаты?
  - Сколько краски не хватит или останется в избытке?



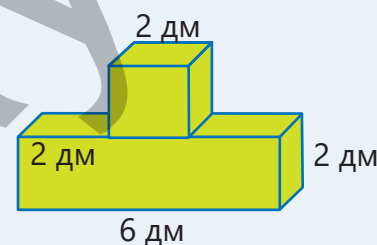
- 3 Палатка имеет форму прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник. Какое минимальное количество квадратных метров ткани ушло на ее изготовление? Дно палатки не покрывается тканью.



- 4 Планируется остеклить поверхность здания в форме прямой призмы.
- Сколько квадратных метров составляет вся поверхность, которую нужно остеклить?
  - Если  $1 \text{ м}^2$  стекла стоит 28 манатов, то сколько всего нужно заплатить, чтобы остеклить поверхность здания?



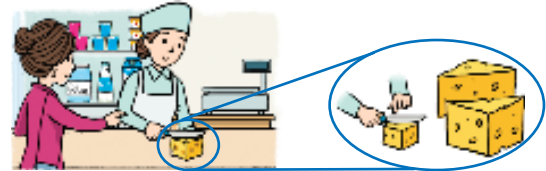
- 5 Мастер изготовил модель, положив друг на друга куб и кубоид. Найдите площадь поверхности этой модели по размерам на рисунке.



## 7.3. Объём прямой призмы

### Исследование-обсуждение

Покупатель попросил отрезать половину сыра, который имеет форму куба. Продавец разрезал сыр как на рисунке.



- Смог ли продавец выполнить просьбу покупателя, разрезав сыр таким образом?
- Какая связь между объёмом каждой полученной части и объёмом сыра в форме куба?
- Как можно найти объём каждой из получившихся частей, если сыр имеет форму куба с ребром 20 см?

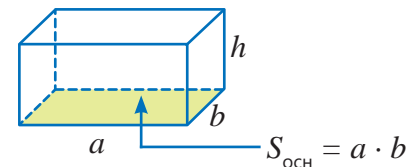
### Изучение Объём прямоугольного параллелепипеда

Все грани прямоугольного параллелепипеда – прямоугольники. Другими словами, прямоугольный параллелепипед – это призма, в основании которой лежит прямоугольник.

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению его ширины, длины и высоты.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

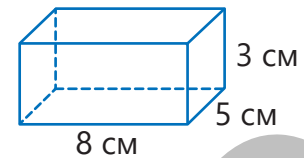
Рассмотрим прямоугольник со сторонами  $a$  и  $b$ , который лежит в основании прямоугольного параллелепипеда, представленного на рисунке, и обозначим высоту этого параллелепипеда через  $h$ .



В этом случае формулу объёма прямоугольного параллелепипеда можно записать так:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Здесь  $S_{\text{осн}}$  – это площадь основания. Например, объём прямоугольного параллелепипеда, длина которого 8 см, ширина 5 см, а высота 3 см, находится следующим образом:



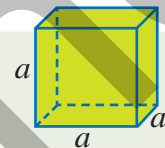
$$V = 8 \cdot 5 \cdot 3 = 120 \text{ (см}^3\text{)} \quad \text{или} \quad S_{\text{осн}} = 8 \cdot 5 = 40 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$V = 40 \cdot 3 = 120 \text{ (см}^3\text{)}$$



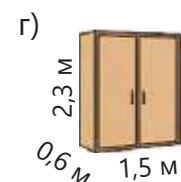
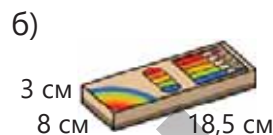
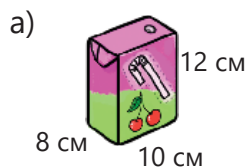
### Подумай!

Какую формулу можно использовать для нахождения объёма куба с ребром  $a$ ?



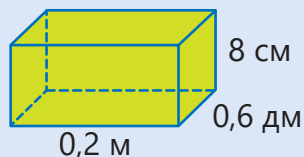
### Задания

- 1 Найдите объём предмета, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда или куба.



- 2 Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда, приведя к одинаковым единицам измерения. Обоснуйте выбранную единицу.

**ОБРАЗЕЦ**

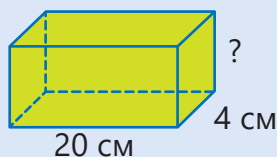


Решение	Объяснение
$0,2 \text{ м} = 20 \text{ см}$ $0,6 \text{ дм} = 6 \text{ см}$ $V = 20 \cdot 6 \cdot 8 = 960 \text{ (см}^3\text{)}$	При вычислениях величины должны выражаться в одних единицах измерения. После перевода в сантиметры, вычислять становится легче. Находится произведение ребер прямоугольного параллелепипеда.

- а) б) в) г)

- 3 Найдите неизвестное ребро прямоугольного параллелепипеда, если даны объём и два других ребра.

**ОБРАЗЕЦ**  $V = 800 \text{ см}^3$



Решение	Объяснение
$20 \cdot 4 \cdot x = 800$ $80 \cdot x = 800$ $x = 10 \text{ (см)}$ $V = 20 \cdot 4 \cdot 10 = 800 \text{ (см}^3\text{)}$	Длина искомого ребра обозначается через $x$ и записывается в виде формулы объема прямоугольного параллелепипеда. Решается уравнение и находится длина ребра. Длина неизвестного ребра параллелепипеда равна 10 см. Проверяется правильность ответа.

- а)  $V = 18 \text{ м}^3$   
 б)  $V = 210 \text{ см}^3$   
 в)  $V = 450 \text{ мм}^3$

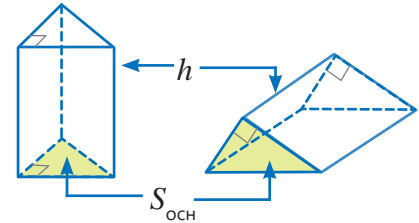
- 4 Ответьте на вопросы.
- Каков объём прямоугольного параллелепипеда, у которого высота 2 м, а площадь основания  $32 \text{ м}^2$ ?
  - Сколько квадратных сантиметров составляет площадь основания прямоугольного параллелепипеда, у которого высота 1 дм, а объём  $350 \text{ см}^3$ ?
  - Длина прямоугольного параллелепипеда равна 12 м, а ширина составляет  $\frac{2}{3}$  длины. Чему равна высота параллелепипеда, если объём равен  $360 \text{ м}^3$ ?



## Изучение Объём прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник

Объём прямой призмы равен произведению площади основания на высоту.

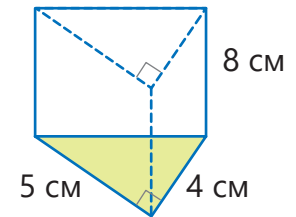
$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$



Например, если высота прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник, 8 см, катеты основания 4 см и 5 см, то объём призмы можно найти следующим образом:

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$V = 10 \cdot 8 = 80 \text{ (см}^3\text{)}$$

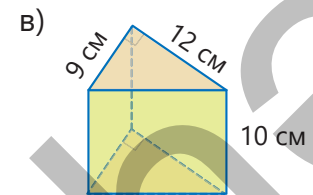
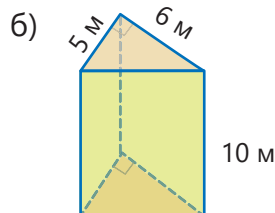
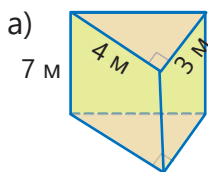


### Подумай!

Как можно объяснить правило нахождения объёма прямой призмы с прямоугольным треугольником в основании, используя формулу нахождения объёма прямоугольного параллелепипеда? Объясните по следующей схеме.

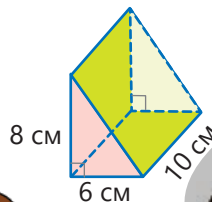


- 5 Вычислите объём прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник.



- 6 Лала и Самир хотят найти объём прямой призмы на рисунке. Чьё мнение верно? Объясните.

Высота призмы 8 см, а основание – прямоугольник со сторонами 6 см и 10 см.  
 $S_{\text{осн}} = 6 \cdot 10 = 60 \text{ (см}^2\text{)}$   
 $V = 60 \cdot 8 = 480 \text{ (см}^3\text{)}$

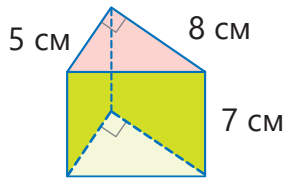


Высота призмы 10 см, а основание – прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см.  
 $S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24 \text{ (см}^2\text{)}$   
 $V = 24 \cdot 10 = 240 \text{ (см}^3\text{)}$

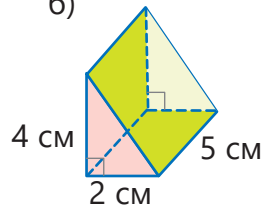


7 Вычислите объём прямой призмы.

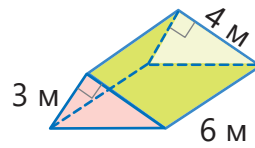
а)



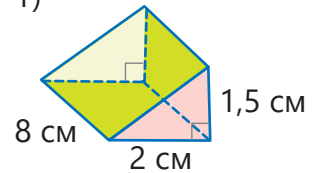
б)



в)



г)



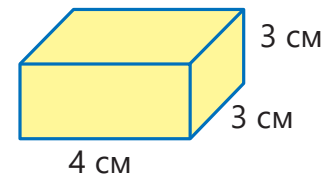
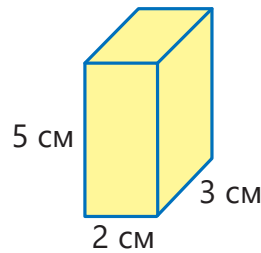
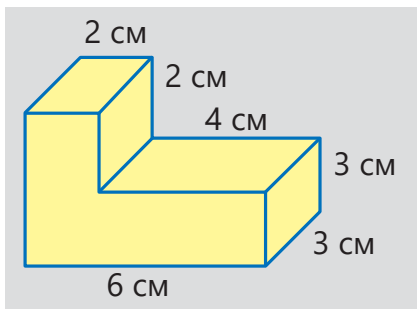
8 Ответьте на вопросы.

а) Каков объём треугольной прямой призмы, у которой высота 6 м, а площадь основания  $16 \text{ м}^2$ ?

б) В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 5 м и 14 м. Каков объём этой призмы, если высота равна 3 м?

## Изучение Объём фигуры, составленной из кубоидов

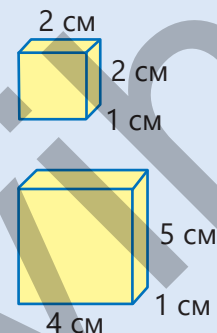
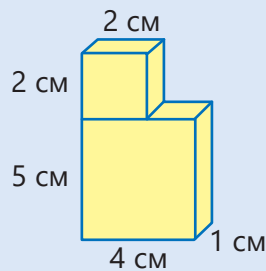
Объём некоторых пространственных фигур можно найти, разделив их на несколько меньших кубоидов. Например, так можно найти объём фигуры на рисунке, поделив ее на два меньших кубоида:



$$V = 5 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 66 \text{ (см}^3\text{)}$$

9 Найдите объём фигуры, разделив ее на кубоиды.

### ОБРАЗЕЦ



#### Решение

$$2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \text{ (см}^3\text{)}$$

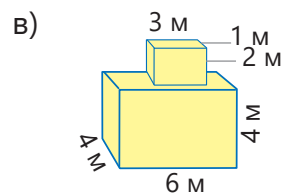
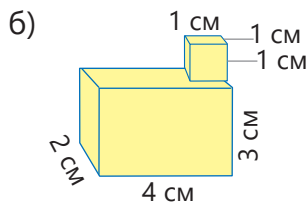
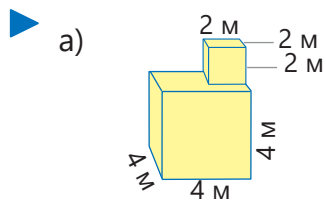
$$4 \cdot 1 \cdot 5 = 20 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$V = 4 + 20 = 24 \text{ (см}^3\text{)}$$

Объём фигуры равен  $24 \text{ см}^3$ .

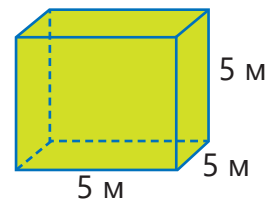
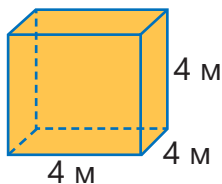
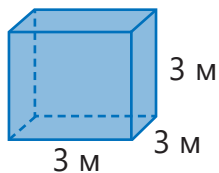
#### Объяснение

Фигура делится на два кубоида, находится объём каждого кубоида. Найденные объёмы складываются.

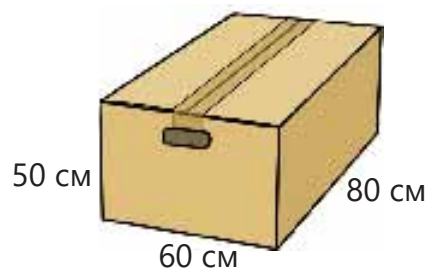


## Решение задач

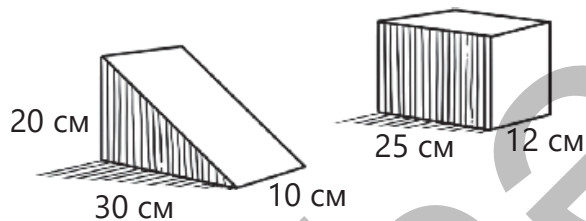
- 10 Объем прямоугольного параллелепипеда, у которого высота 2 м, а площадь основания  $32 \text{ м}^2$ , равен объёму одного из данных кубов. Какой это куб?



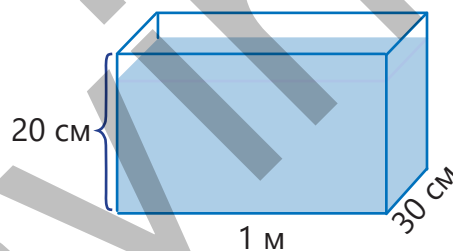
- 11 Коробка чая имеет форму прямоугольного параллелепипеда, размеры которого 15 см, 20 см и 10 см. Сколько коробок чая можно положить в три большие коробки, размер которых дан на рисунке?



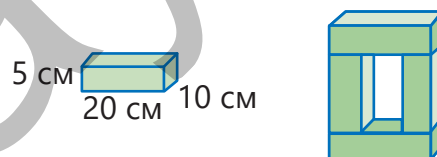
- 12 Объёмы двух прямых призм, изображенных на рисунке, равны. Сколько сантиметров составляет высота параллелепипеда?



- 13 Аквариум наполнен водой на  $\frac{4}{5}$  его высоты.
- На какой высоте находится уровень воды в аквариуме?
  - Сколько кубических сантиметров воды в аквариуме?



- 14 На рисунке показаны размеры кирпича в форме прямоугольного параллелепипеда. Каков объём фигуры, составленной из 4 таких кирпичей? Вычислите двумя разными способами.



## 7.4. Единицы площади



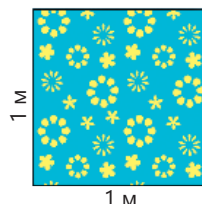
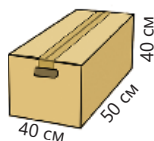
### Ключевые слова

- ар (а)
- гектар (га)

### Исследование-обсуждение

Хватит ли бумаги в форме квадрата со стороной 1 м, чтобы обклеить коробку на рисунке?

- Сколько бумаги не хватит или останется в избытке? Как это можно найти?



### Изучение Связь между единицами площади

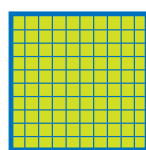
При нахождении площади фигуры в первую очередь важно выбрать единицу измерения. Это зависит от того, площадь чего вычисляется. Например, площадь страницы тетради выражается в квадратных сантиметрах, площадь квартиры – в квадратных метрах, территория стран – в квадратных километрах. В некоторых вычислениях необходимо выразить площадь, данную в одних единицах измерения, через другие. Например:

$$1 \text{ см}^2 = 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 10 \text{ мм} \times 10 \text{ мм} = 100 \text{ мм}^2$$



1 см

1 см



10 мм

10 мм

Чтобы перевести площадь фигуры из какой-либо единицы измерения в меньшую, нужно умножить значение площади на соответствующее значение единицы измерения.

$$\begin{array}{ccc} & \times 100 & \\ \text{см}^2 & \text{---} & \text{мм}^2 \\ 5 \text{ см}^2 & = 5 \times 100 \text{ мм}^2 = & 500 \text{ мм}^2 \end{array}$$

Чтобы перевести площадь фигуры из какой-либо единицы измерения в большую, нужно разделить значение площади на соответствующее значение единицы измерения.

$$\begin{array}{ccc} & : 100 & \\ \text{мм}^2 & \text{---} & \text{см}^2 \\ 60 \text{ мм}^2 & = 60 : 100 = & 0,6 \text{ см}^2 \end{array}$$

- По этому же правилу можно записать связь между другими единицами площади следующим образом:

$$1 \text{ дм}^2 = 1 \text{ дм} \times 1 \text{ дм} = 10 \text{ см} \times 10 \text{ см} = 100 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 1 \text{ м} \times 1 \text{ м} = 10 \text{ дм} \times 10 \text{ дм} = 100 \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 1 \text{ м} \times 1 \text{ м} = 100 \text{ см} \times 100 \text{ см} = 10\,000 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ км}^2 = 1 \text{ км} \times 1 \text{ км} = 1000 \text{ м} \times 1000 \text{ м} = 1\,000\,000 \text{ м}^2 = 10^6 \text{ м}^2$$

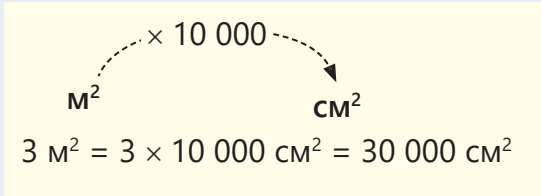


### Подумай!

Как можно найти, сколько  $\text{см}^2$  в  $1 \text{ м}^2$  и сколько  $\text{м}^2$  в  $800 \text{ см}^2$ ?

## Задания

1 Впишите подходящие числа в пустые клетки.

ОБРАЗЕЦ $3 \text{ м}^2 = \square \text{ см}^2$	
Решение	Объяснение
$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$ $1 \text{ м}^2 = 100 \text{ см} \times 100 \text{ см} = 10\,000 \text{ (см}^2\text{)}$ $3 \text{ м}^2 = 30\,000 \text{ см}^2$	Определяется связь между единицами измерения. Данное значение площади умножается на соответствующее значение между единицами измерения. 

а)  $10 \text{ м}^2 = \square \text{ см}^2$

в)  $20 \text{ м}^2 = \square \text{ мм}^2$

д)  $0,5 \text{ км}^2 = \square \text{ м}^2$

ж)  $\frac{3}{4} \text{ м}^2 = \square \text{ мм}^2$

б)  $100 \text{ см}^2 = \square \text{ м}^2$

г)  $400 \text{ мм}^2 = \square \text{ см}^2$

е)  $2000 \text{ м}^2 = \square \text{ км}^2$

з)  $8000 \text{ мм}^2 = \square \text{ см}^2$

2 Сравните.

а)  $1 \text{ см}^2$  и  $120 \text{ мм}^2$

в)  $3,2 \text{ м}^2$  и  $350 \text{ см}^2$

д)  $500 \text{ см}^2$  и  $5 \text{ м}^2$

б)  $5 \text{ км}^2$  и  $5\,200 \text{ м}^2$

г)  $1 \text{ м}^2$  и  $120 \text{ см}^2$

е)  $\frac{3}{4} \text{ км}^2$  и  $1\,700 \text{ м}^2$

## Изучение Единицы площади: гектар и ар

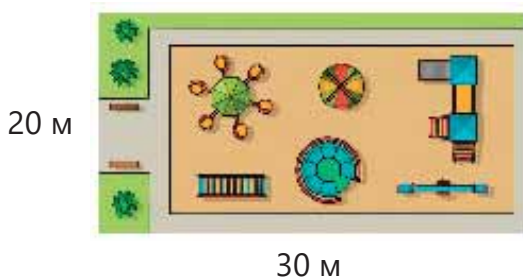
Ар и гектар используются при вычислении площади земельных участков.

$100 \text{ м}^2$  принимается за **1 ар**. Другими словами, площадь квадрата со стороной  $10 \text{ м}$  равна  $1 \text{ ар}$ .

$$1 \text{ ар} = 10 \text{ м} \times 10 \text{ м} = 100 \text{ м}^2$$

$10\,000 \text{ м}^2$  равны **1 гектару (га)**. Площадь квадрата со стороной  $100 \text{ м}$  равна  $1 \text{ га}$ .

$$1 \text{ га} = 100 \text{ м} \times 100 \text{ м} = 10\,000 \text{ м}^2$$



$$20 \text{ м} \times 30 \text{ м} = 600 \text{ м}^2 = 6 \cdot 100 \text{ м}^2 = 6 \text{ ар}$$



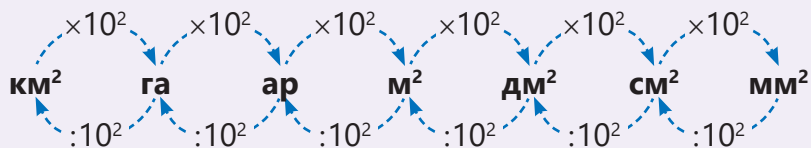
$$100 \text{ м} \times 200 \text{ м} = 20\,000 \text{ м}^2 = 2 \cdot 10\,000 \text{ м}^2 = 2 \text{ га}$$

Площадь игровой площадки на рисунке –  $6 \text{ ар}$ . Площадь посевного участка на рисунке –  $2 \text{ га}$ .



### Запомни!

Чтобы перевести площадь из какой-либо единицы измерения в меньшую, нужно умножить значение площади на соответствующее значение единицы измерения, а чтобы перевести в большую, нужно разделить.



### Подумай!

В каких единицах удобнее выражать площади стран, парков:  $\text{км}^2$ , гектар или ар?

3

Впишите подходящие числа в пустые клетки.

ОБРАЗЕЦ $2,1 \text{ га} = \square \text{ м}^2$	
Решение	Объяснение
$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$	Определяется связь между единицами измерения. Данное значение площади умножается на соответствующее значение между единицами измерения. <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div>
$2,1 \text{ га} = 21\,000 \text{ м}^2$	

а)  $40\,000 \text{ м}^2 = \square \text{ га}$

б)  $5\,000 \text{ м}^2 = \square \text{ га}$

в)  $0,2 \text{ ар} = \square \text{ м}^2$

г)  $2400 \text{ м}^2 = \square \text{ ар}$

4

Впишите подходящие числа в пустые клетки.

а)  $231 \text{ мм}^2 = \square \text{ см}^2$

в)  $77 \text{ м}^2 = \square \text{ см}^2$

д)  $8,5 \text{ км}^2 = \square \text{ м}^2$

ж)  $0,3 \text{ га} = \square \text{ м}^2$

б)  $4,6 \text{ ар} = \square \text{ м}^2$

г)  $2\,700 \text{ мм}^2 = \square \text{ см}^2$

е)  $1\,900 \text{ га} = \square \text{ км}^2$

з)  $7,46 \text{ м}^2 = \square \text{ мм}^2$

### Решение задач

5

Солнечные панели размещены на прямоугольном участке шириной 200 м и длиной 400 м. Лала предположила, что площадь этого участка меньше 7 гектаров, а Самир предположил, что больше 7 500 аров. Верны ли их предположения о площади этого участка? Объясни.



## 7.5. Единицы объёма

### Исследование-обсуждение

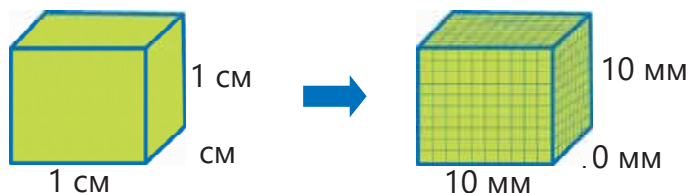
На молочной ферме за день производится 5 000 л молока, которое разливается по пакетам. Сколько пакетов нужно, чтобы разлить произведенное за день молоко, если  $1 \text{ л} = 1\,000 \text{ см}^3$ ?



### Изучение Связь между единицами объёма

Используя связь между единицами длины, можно определить связь между единицами объёма.

$$1 \text{ см}^3 = 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 10 \text{ мм} \times 10 \text{ мм} \times 10 \text{ мм} = 1\,000 \text{ мм}^3$$



Чтобы перевести объём фигуры из какой-либо единицы измерения в меньшую, нужно умножить значение объёма на соответствующее значение единицы измерения.

$$2 \text{ см}^3 = 2 \times 1000 \text{ мм}^3 = 2000 \text{ мм}^3$$

Чтобы перевести объём фигуры из любой единицы измерения в большую, нужно разделить значение объёма на соответствующее значение единицы измерения.

$$400 \text{ мм}^3 = 400 : 1000 = 0,4 \text{ см}^3$$

• По этому же правилу можно записать связь между другими единицами объёма следующим образом:

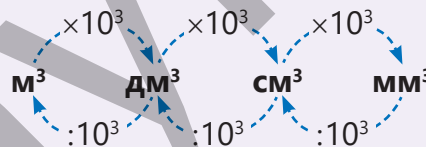
$$1 \text{ дм}^3 = 10 \text{ см} \times 10 \text{ см} \times 10 \text{ см} = 1000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ м}^3 = 10 \text{ дм} \times 10 \text{ дм} \times 10 \text{ дм} = 1000 \text{ дм}^3$$



### Запомни!

Чтобы перевести объём из какой-либо единицы измерения в меньшую, нужно умножить его значение на соответствующее значение единицы длины в кубе, а чтобы перевести в большую, нужно разделить.

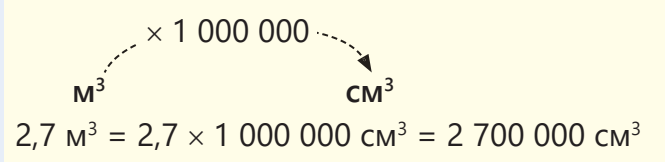


### Подумай!

Как можно найти, сколько  $\text{см}^3$  в  $1 \text{ м}^3$  и сколько  $\text{м}^3$  в  $2\,000\,000 \text{ см}^3$ ?

## Задания

- 1 Впишите подходящие числа в пустые клетки.

ОБРАЗЕЦ $2,7 \text{ м}^3 = \square \text{ см}^3$	
Решение	Объяснение
$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$ $1 \text{ м}^3 = 100 \text{ см} \times 100 \text{ см} \times 100 \text{ см} =$ $= 1\,000\,000 \text{ см}^3$ $2,7 \text{ м}^3 = 2\,700\,000 \text{ см}^3$	Определяется связь между единицами измерения. Данное значение умножается на соответствующее значение единицы объёма. 

а)  $5 \text{ м}^3 = \square \text{ см}^3$

в)  $1,02 \text{ м}^3 = \square \text{ мм}^3$

д)  $72\,000 \text{ мм}^3 = \square \text{ см}^3$

б)  $8 \text{ см}^3 = \square \text{ мм}^3$

г)  $6\,000 \text{ см}^3 = \square \text{ м}^3$

е)  $29\,000\,000 \text{ мм}^3 = \square \text{ м}^3$

- 2 Сравните.

а)  $5 \text{ см}^3 + 2\,000 \text{ мм}^3$  и  $7 \text{ см}^3$

в)  $0,65 \text{ м}^3 - 15\,000 \text{ см}^3$  и  $635\,000 \text{ см}^3$

б)  $83\,000 \text{ мм}^3 - 3 \text{ см}^3$  и  $8\,000 \text{ мм}^3$

г)  $1\,000\,000 \text{ см}^3 + 0,09 \text{ м}^3$  и  $190\,000 \text{ мм}^3$

## Изучение Связь между единицами ёмкости

Объём и ёмкость – связанные с друг другом понятия. Ёмкость посуды равна объёму жидкости, которой наполнена эта посуда. Объём жидкостей часто измеряется в литрах. Объём куба с ребром 10 см равен  $1\,000 \text{ см}^3$ . Такой куб вмещает 1 л жидкости.

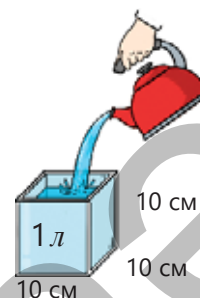
$$1 \text{ л} = 10 \text{ см} \times 10 \text{ см} \times 10 \text{ см} = 1\,000 \text{ см}^3 \text{ или}$$

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм} \times 1 \text{ дм} \times 1 \text{ дм} = 1 \text{ дм}^3$$

А ёмкость куба с ребром 1 см равна 1 мл.

$$1 \text{ мл} = 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 1 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ л} = 1\,000 \text{ мл}$$



- 3 Выразите в указанных единицах.

а) в миллилитрах:  $15 \text{ см}^3$ ,  $220 \text{ см}^3$ ,  $189\,000 \text{ мм}^3$

б) в литрах:  $2 \text{ дм}^3$ ,  $4\,500 \text{ см}^3$ ,  $300\,000 \text{ мм}^3$

- 4 Ответьте на вопросы.

а) Сколько миллилитров жидкости вмещает сосуд в форме куба с ребром 8 см?

б) Хватит ли 5 л воды, чтобы наполнить пустой сосуд в форме прямоугольного параллелепипеда с ребрами 2 дм, 3 дм и 1 дм?

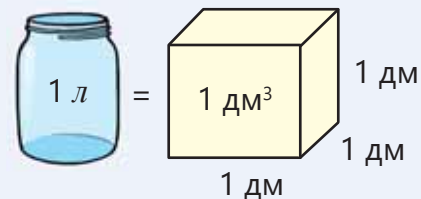




## Из истории математики

Понятие "литр" впервые было представлено в 1793 году во Франции как новая единица измерения. Литр обозначает один кубический дециметр. Название происходит от слова "литрон", старой французской единицы измерения. В 1879 году Международный комитет мер и весов принял определение литра и символ  $L$  (строчная  $l$ ).

В 1901 году на 3-й конференции по мерам и весам за литр был принят объём 1 кг чистой воды с температурой  $4^{\circ}\text{C}$ . Это примерно равно  $1,000\ 028\ \text{дм}^3$ .



5 Сравните.

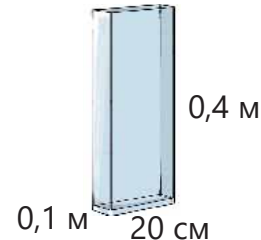
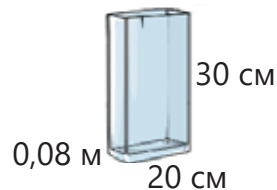
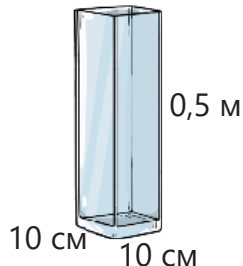
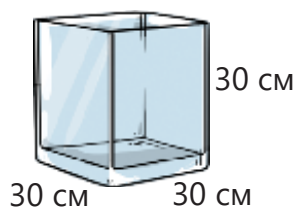
а)  $0,4\ \text{л} + 2\ 000\ \text{мл}$  и  $3\ \text{дм}^3$

в)  $0,21\ \text{м}^3 - 21\ 000\ \text{см}^3$  и  $200,1\ \text{л}$

б)  $900\ \text{см}^3 - 1\ 200\ \text{мм}^3$  и  $800\ \text{мл}$

г)  $500\ \text{мл} + 0,04\ \text{л}$  и  $540\ \text{дм}^3$

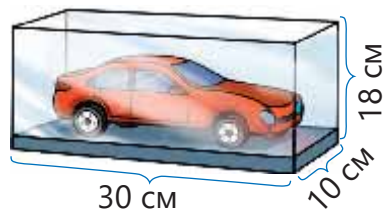
6 Расположите сосуды в форме прямоугольной призмы в порядке возрастания их емкостей.



## Решение задач

7 Анар и Сабина захотели выразить объём коробки для машинки через  $\text{мм}^3$ . Верны ли мнения детей? Обоснуйте свой ответ и найдите объём коробки.

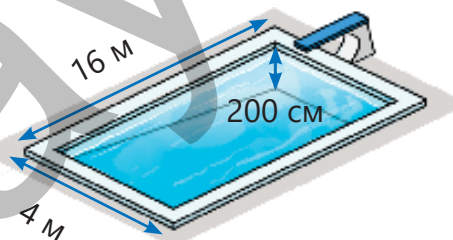
Сначала выражаю длину каждого ребра в миллиметрах, затем нахожу объём.



Сначала нахожу объём, затем перевожу в  $\text{мм}^3$ .




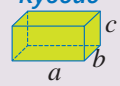
8 Бассейн имеет форму прямой призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник. Размеры этого бассейна даны на рисунке. Хватит ли  $40\ 000\ \text{л}$  воды, чтобы наполнить бассейн? Сколько воды не хватит или останется в избытке?



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ


**Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда**

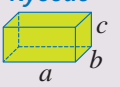
**Куб**  
  
 $S = 6a^2$

**Кубоид**  
  
 $S = 2 \cdot (a \cdot b) + 2 \cdot (b \cdot c) + 2 \cdot (a \cdot c)$   
 или  $S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

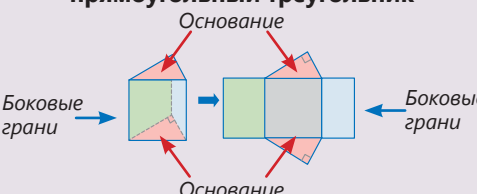
**Объем прямоугольного параллелепипеда**

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его ширины, длины и высоты.

**Куб**  
  
 $V = a^3$

**Кубоид**  
  
 $V = a \cdot b \cdot c$ , или  $V = S_{\text{осн}} \cdot c$

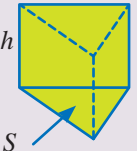
**Площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник**



Площадь поверхности прямой призмы, основания которой прямоугольные треугольники, равна сумме площадей ее боковых граней и оснований.

**Объем прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник**

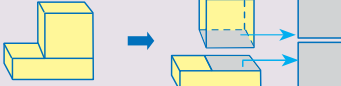
Объем прямой призмы равен произведению площади ее основания на высоту.

  
 $V = S_{\text{осн}} \cdot h$

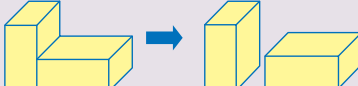
**Площадь поверхности и объем пространственных фигур**

**Площадь поверхности и объем фигуры, составленной из куба и кубоидов**

Чтобы найти площадь поверхности фигуры, составленной из куба и кубоидов, из общей площади поверхности фигур вычитается площадь, перекрывающихся друг друга поверхностей.



Чтобы найти объем фигуры, составленной из куба и кубоидов, находится объем каждой фигуры, из которых она составлена, и результаты складываются.



**Преобразования между единицами площади**

$\text{км}^2 \xrightarrow{\times 10^2} \text{га} \xrightarrow{\times 10^2} \text{ар} \xrightarrow{\times 10^2} \text{м}^2 \xrightarrow{\times 10^2} \text{дм}^2 \xrightarrow{\times 10^2} \text{см}^2 \xrightarrow{\times 10^2} \text{мм}^2$

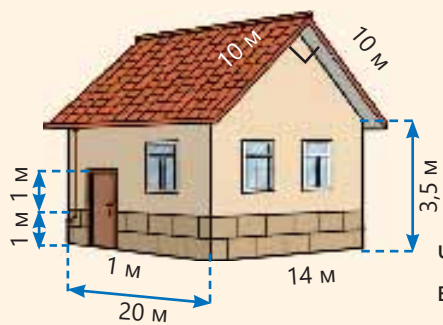
$\text{мм}^2 \xrightarrow{: 10^2} \text{см}^2 \xrightarrow{: 10^2} \text{дм}^2 \xrightarrow{: 10^2} \text{м}^2 \xrightarrow{: 10^2} \text{ар} \xrightarrow{: 10^2} \text{га} \xrightarrow{: 10^2} \text{км}^2$

**Преобразования между единицами объема**


$\text{м}^3 \xrightarrow{\times 10^3} \text{дм}^3 \xrightarrow{\times 10^3} \text{см}^3 \xrightarrow{\times 10^3} \text{мм}^3$

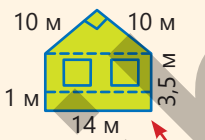
$\text{мм}^3 \xrightarrow{: 10^3} \text{см}^3 \xrightarrow{: 10^3} \text{дм}^3 \xrightarrow{: 10^3} \text{м}^3$

## Решение исходной задачи



Находится площадь боковых стен.

  
 $3,5 \cdot 20 = 70 \text{ (м}^2\text{)}$

  
 $14 \cdot 3,5 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 99 \text{ (м}^2\text{)}$

$70 + 70 + 99 + 99 = 338 \text{ (м}^2\text{)}$

Чтобы найти площадь облицованной части стен, площадь части, соответствующей двери, вычитается из площади поверхности на высоте 1 м от земли.

$1 \cdot (14 + 20 + 14 + 20) - 1 \cdot 1 = 67 \text{ (м}^2\text{)}$

Чтобы найти площадь фасада дома, которая будет покрашена, из площади боковых стен вычитаются сумма площадей двери, окон и площади облицованной части стен.

$338 - (67 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1) = 264 \text{ (м}^2\text{)}$

Рассчитывается сумма денег, израсходованная на покупку облицовочного кирпича.  $67 \cdot 14 = 938 \text{ (ман)}$

Рассчитывается сумма денег, израсходованная на покупку краски.  $264 \cdot 3 = 792 \text{ (ман)}$

Рассчитывается общая сумма денег, израсходованная на покупку облицовочного кирпича и краски.

$938 + 792 = 1\,730 \text{ (ман.)}$

## ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

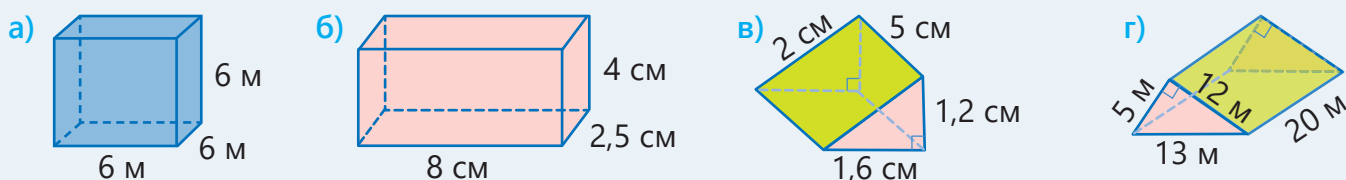
1. В каких единицах удобнее вычислять: мм, см, м, см<sup>2</sup>, м<sup>2</sup>, км<sup>2</sup>, ар, га, см<sup>3</sup>, м<sup>3</sup>?

Высоту здания	Площадь комнаты	Площадь двора
Длину зерна пшеницы	Объём вазы	Площадь города
Объём воды в одной чайной ложке	Объём бассейна	Площадь футбольной площадки

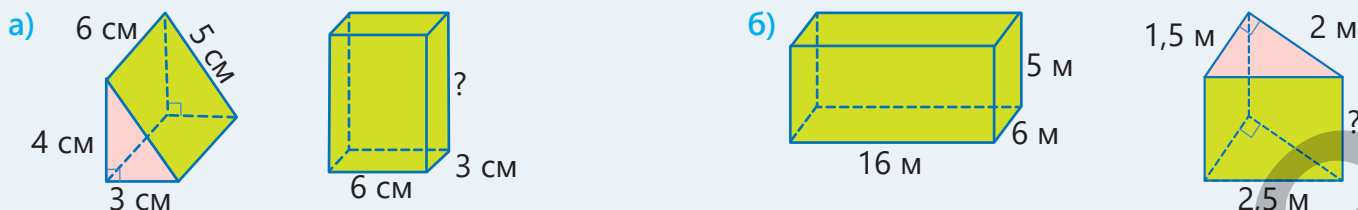
2. Сравните.

а) $2,4 \text{ см}^2 - 100 \text{ мм}^2$ и $0,4 \text{ см}^2$	д) $0,27 \text{ м}^3 + 12\,000 \text{ см}^3$ и $240\,000 \text{ см}^3$
б) $2\frac{1}{4} \text{ см}^2 + 400 \text{ мм}^2$ и $625 \text{ мм}^2$	е) $200 \text{ см}^3 - 1\frac{4}{5} \text{ см}^3$ и $190\,000 \text{ мм}^3$
в) 1 га – 10 ар и $1\,000 \text{ м}^2 + 0,5 \text{ ар}$	ж) $8\,100 \text{ см}^3 + 0,1 \text{ м}^3$ и $800\,000 \text{ мм}^3 + 0,1 \text{ м}^3$
г) 1 л – $120 \text{ см}^3$ и $200 \text{ мл} + 0,8 \text{ дм}^3$	з) $1 \text{ л} + 80 \text{ см}^3$ и $0,2 \text{ л} + 0,8 \text{ дм}^3$

3. Найдите площадь поверхности и объём прямой призмы.



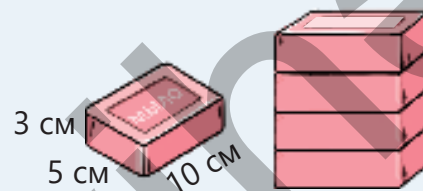
4. Объёмы данных фигур равны. Найдите площадь полной поверхности каждой фигуры.



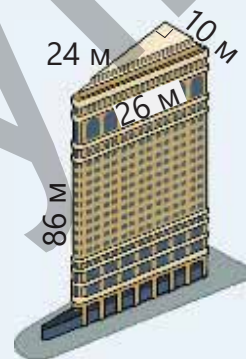
5. На рисунке даны размеры мыла в форме кубоида.

Для продажи мыло собирают в пакеты по 4 в каждом.

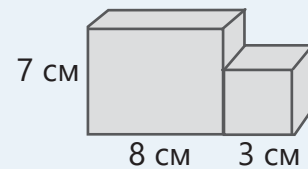
- Каков объём каждого пакета?
- Найдите минимальное количество квадратных сантиметров бумаги, необходимой, чтобы обклеить каждый пакет.



6. Здание "Флэтайрон", расположенное в Нью-Йорке, имеет форму прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник. Общая площадь окон на боковых гранях здания равна  $3\,000 \text{ м}^2$ . Остальная часть боковых граней покрашена краской. Какова площадь закрасенной части?



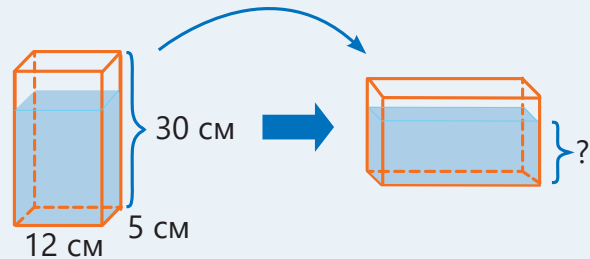
7. Деталь, изготовленная из алюминия, имеет форму фигуры, составленной из куба и кубоида. Сколько граммов составляет масса детали, если ее размеры даны на рисунке, а масса  $1 \text{ см}^3$  алюминия  $2,7 \text{ г}$ ?



8. В закрытый сосуд в форме кубоида, размеры которого показаны на рисунке, налито  $1,2 \text{ л}$  воды.

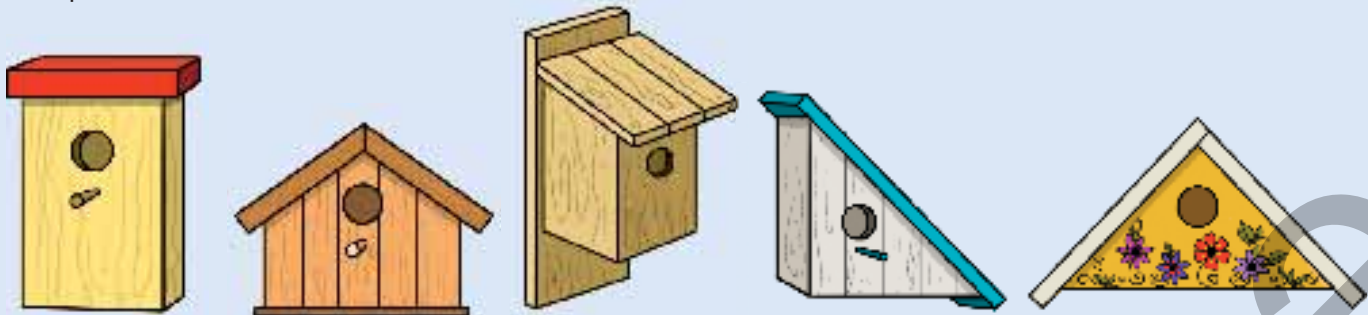
а) На какой высоте уровень воды в сосуде?

б) На какой высоте будет уровень воды в сосуде, если разместить его, как на втором рисунке?

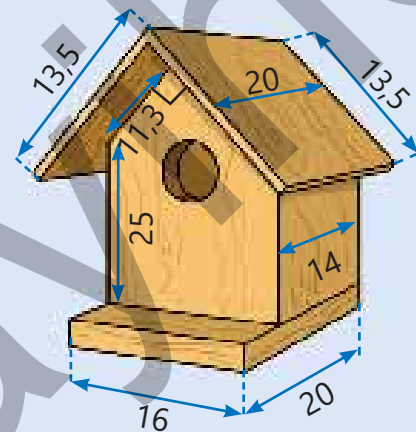


## STEAM ПТИЦЫ – НАШИ ДРУЗЬЯ

Птицы – часть живой природы. Они выполняют важные функции в экологической системе. Птицы играют роль санитаров в борьбе с вредителями. Они также играют важную роль в распространении и опылении семян растений. Люди строят для птиц скворечники разного вида. Птицы откладывают яйца, а затем высиживают птенцов в своих гнездах. Для разных птиц часто делают разнообразные скворечники.



1. Узнайте, какие птицы живут рядом с вашей школой и домом.
2. Изучите, почему строят скворечники для птиц, и какой вид скворечника подходит различным птицам.
3. Рассчитайте, сколько квадратных сантиметров досок потребуется для изготовления скворечника, исходя из приблизительных размеров, указанных в сантиметрах в образце.
4. Подготовьте скворечник для птиц рядом со школой или домом. Для этого сначала нарисуйте его проект на компьютере. Затем подготовив необходимые материалы (доски, гвозди и т. д.), соберите скворечник.
5. В технически оснащенных классах проект, сделанный на компьютере, можно распечатать на 3D-принтере.



# Статистика и представление информации

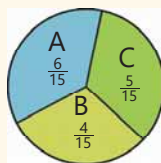
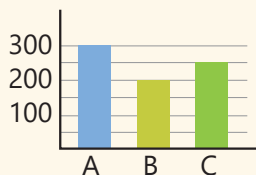
## В этой главе вы научитесь:

- вычислять среднее арифметическое нескольких чисел;
- вычислять соответствующие значения частей на круговой диаграмме, выраженных в процентах;
- выбирать удобную таблицу или диаграмму для представления информации.

## Попробуйте!

Информация о количестве гостей, размещенных в 3 отелях в течение сезона, представлена в таблице и на диаграммах.

Отель	Количество комнат	Количество гостей
A	30	300
B	20	200
C	25	250



В конце сезона представитель отеля "B" пожаловался, что гостей неправильно распределяют. По его словам, гостей следует размещать поровну в каждый отель.

- По вашему мнению, прав ли представитель отеля "B"? Если так, то сколько гостей нужно было разместить в каждый отель в течении сезона?
- Какой из способов представления информации удобнее, чтобы увидеть, какая часть гостей находится в каждом отеле?

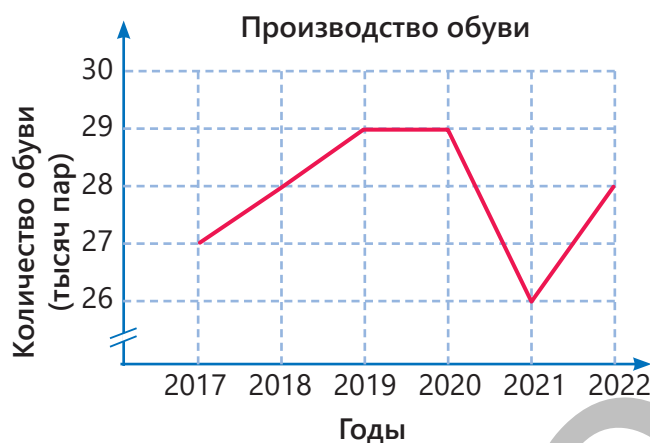
В различных газетах, журналах и на сайтах в Интернете часто можно встретить таблицы, столбчатые и круговые диаграммы, а также линейные диаграммы и графики. Представление информации такими способами широко используется в различных докладах и презентациях. Все это служит для более легкого и быстрого восприятия информации. Методами сбора, представления, анализа информации и получения результатов занимается специальный раздел математики – математическая статистика.

## Предварительная проверка

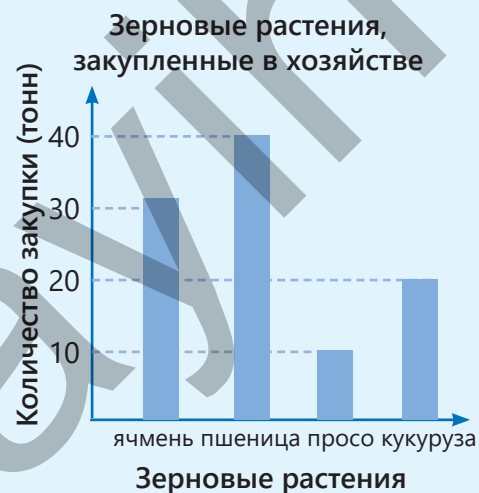
- 1 На круговой диаграмме представлена информация о квартирах в одном здании. Зная, что всего в здании 40 квартир, ответьте на вопросы.
- Квартир из скольких комнат больше в доме?
  - На сколько больше 2-комнатных квартир, чем 1-комнатных?
  - Если продали  $\frac{1}{4}$  часть 4-комнатных квартир, то сколько 4-комнатных квартир осталось?
  - В скольких квартирах число комнат больше 2?



- 2 На линейной диаграмме представлена информация о количестве произведенных на фабрике пар обуви за 6 лет.
- В каком году было произведено меньше всего обуви?
  - В каких годах было произведено одинаковое количество обуви?
  - Увеличилось или уменьшилось производство обуви в 2022 году по сравнению с 2017 годом?
  - Сколько всего пар обуви было произведено на фабрике за 6 лет?



- 3 На столбчатой диаграмме представлена информация о закупке зерновых растений в хозяйстве за год. Ответьте на вопросы по диаграмме.
- Какого зернового растения было закуплено меньше всего? Сколько тонн?
  - Какого зернового растения было закуплено больше всего? Сколько тонн?
  - На сколько тонн больше было закуплено пшеницы, чем проса?
  - Сколько приблизительно тонн ячменя было закуплено?
  - Сколько приблизительно тонн зерновых растений было закуплено?



## 8.1. Среднее арифметическое



### Ключевые слова

- среднее арифметическое
- средняя скорость

### Исследование-обсуждение

На коробках указано количество конфет в них.

- Как можно поровну разделить конфеты в коробках между Лалой, Эльханом и Самиром?



### Изучение Среднее арифметическое

Мы часто используем понятия "средняя зарплата", "средняя скорость", "средняя температура". Одна и та же величина может принимать разные значения. Например, в течение дня температура воздуха принимает различные значения. Знание температуры воздуха помогает правильно подобрать одежду, запланировать дела, которые нужно сделать.



Утро



День



Вечер



Ночь

Различные значения некоторой величины для удобства можно "усреднить" и представить эту величину одним числом. Для этого используется среднее арифметическое значений величины. Чтобы найти среднее арифметическое нескольких чисел, нужно сложить эти числа и полученную сумму разделить на их количество.

Среднее арифметическое = Сумма чисел : Количество чисел

или

$$\text{Среднее арифметическое} = \frac{\text{Сумма чисел}}{\text{Количество чисел}}$$

Например, если температура воздуха утром 21°C, днем 28°C, вечером 23°C, ночью 20°C, то среднюю температуру за день можно найти следующим образом:

$$\frac{21 + 28 + 23 + 20}{4} = 23 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

Таким образом, средняя температура воздуха в течение дня была 23°C.

### Задания

- 1 Найдите среднее арифметическое данных чисел.

**ОБРАЗЕЦ** 3; 5; 10

**Решение**

$$\frac{3 + 5 + 10}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

**Объяснение**

Данные числа складываются и сумма делится на количество чисел.

- ▶
- |           |               |                    |                     |                                                          |
|-----------|---------------|--------------------|---------------------|----------------------------------------------------------|
| а) 10; 16 | в) 2; 4; 6    | д) 34; 56; 27; 3   | ж) 67; 4; 23; 50    | и) 1,6; 3; 2,2; 4,4                                      |
| б) 13; 21 | г) 12; 25; 44 | е) 7; 16; 1; 15; 6 | з) 33; 53; 4; 0; 11 | к) $\frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{7}{12}; \frac{1}{2}$ |

2 Найдите среднее арифметическое значений, которые принимают величины.

- |                                   |                                                                        |                                                     |
|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| а) 68 см; 45 см; 34 см            | в) 12 кг; 16 кг; 11 кг                                                 | д) 0,4 л; 3,2 л; 1,8 л; 5,4 л                       |
| б) 1,3 км; 2,2 км; 6,4 км; 4,1 км | г) $\frac{1}{2}$ т; $\frac{3}{5}$ т; $\frac{4}{5}$ т; $\frac{1}{10}$ т | е) $\frac{3}{4}$ часа; 0,2 часа; $\frac{1}{4}$ часа |

3 Ответьте на вопросы.

- а) Во время оценивания по математике, которое проводилось 5 раз за учебный год, Айнур набрала 74, 89, 63, 96 и 94 балла. Каково среднее арифметическое ее баллов?
- б) В пекарне за первую неделю было продано 37 тортов, за вторую – 43, за третью – 52, а за четвертую – 40. Сколько тортов было продано в среднем за одну неделю?



4 В таблице указана зарплата мастера Али в манатах по месяцам в течение года.

Янв.	Февр.	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сент.	Окт.	Ноябрь	Дек.
850	1100	1030	1400	1370	1150	1240	1190	1220	1580	1080	1190

- Каков общий заработок мастера Али за год?
- Каков средний заработок в месяц мастера Али в течение года?



## Изучение Нахождение суммы чисел по их количеству и среднему арифметическому

По количеству чисел и их среднему арифметическому можно найти сумму этих чисел. Для этого нужно найти произведение их количества и среднего арифметического:

$$\text{Сумма чисел} = \text{Среднее арифметическое} \times \text{Количество чисел}$$

Например, если среднее арифметическое 6 чисел равно 8, то сумму этих чисел можно найти так:  $8 \cdot 6 = 48$ .

5 Вычислите.

- а) Чему равна сумма пяти чисел, если их среднее арифметическое равно 7?
- б) Чему равна сумма девяти чисел, если их среднее арифметическое равно 1,2?

6 Найдите неизвестное число.

**ОБРАЗЕЦ** Среднее арифметическое четырёх чисел равно 19. Первые три числа равны 25, 12, 17. Найдите четвёртое число. .

Решение	Объяснение
$19 \cdot 4 = 76$ $76 - (25 + 12 + 17) = 22$	<p>Среднее арифметическое чисел умножается на их количество, находится их сумма.</p> <p>Из полученного результата вычитается сумма первых трех чисел.</p>



- ▶ а) Среднее арифметическое трех чисел равно 15, а первые два числа 16 и 15. Найдите третье число.
- б) Среднее арифметическое четырех чисел равно 3,6. Первые три числа 4,5; 2,3 и 7,1. Найдите четвертое число.
- в) Среднее арифметическое четырех чисел равно  $\frac{2}{5}$ . Первые три числа  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{4}{5}$  и  $\frac{1}{4}$ . Найдите четвертое число.

7 Ответьте на вопросы.

- а) Среднее арифметическое толщин трех книг 2,1 см. Если толщина одной книги 2,4 см, а другой 1,9 см, то какова толщина третьей книги?
- б) Средняя цена четырех ручек 60 гяпиков. Чему равна цена четвертой ручки?



### Запомни!

Обычно при преодолении определенного расстояния невозможно проехать весь путь с одинаковой скоростью. В некоторых местах необходимо уменьшить скорость, а в некоторых – увеличить. Следовательно, под скоростью понимается средняя скорость при преодолении определенного расстояния. Средняя скорость находится делением пройденного пути на время, затраченное на этот путь.

$$\text{Средняя скорость} = \frac{\text{Пройденный путь}}{\text{Время}}$$

Например, если велосипедист преодолевает 70 км за 2 ч, то его среднюю скорость можно найти следующим образом:

$$\frac{70 \text{ км}}{2 \text{ часа}} = 35 \text{ км/час}$$

8 Ответьте на вопросы.

- а) Дедушка Самира, делая остановки, прошел пешком 10,8 км за 3 часа. Какова его средняя скорость?
- б) Автобус в 11:00 выехал из города А в город Б, между которыми 360 км. Останавливаясь в нескольких местах, он приехал в город Б в 16:00. Чему равна средняя скорость автобуса?

### Решение задач

- 9 В таблице представлены данные о количестве молока, которое дают три коровы за день, в литрах. Сколько в среднем литров молока дает одна корова за день?

Коровы	Полученное молоко (л)
Рыжая корова	18
Серая корова	23
Черная корова	16

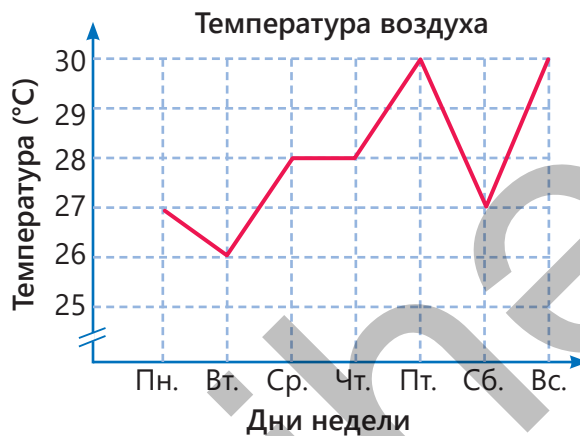
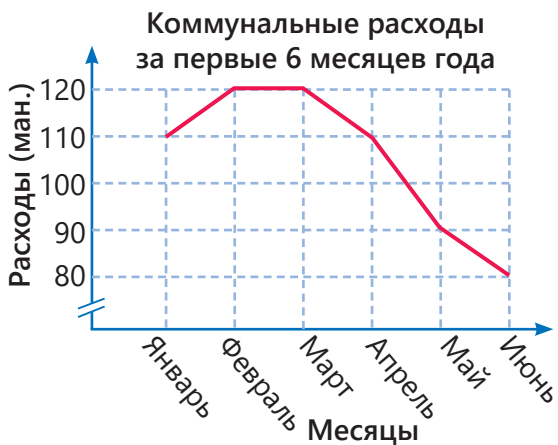
- 10 Результат каждого участника в спортивном соревновании рассчитывается как среднее арифметическое баллов, выставленных 5 судьями. В таблице приведены баллы, выставленные судьями двум спортсменам. Результат какого спортсмена выше?

Спортсмены	1-й судья	2-й судья	3-й судья	4-й судья	5-й судья
Айнур	8	7	9	9	8
Сабина	9	8	9	8	8

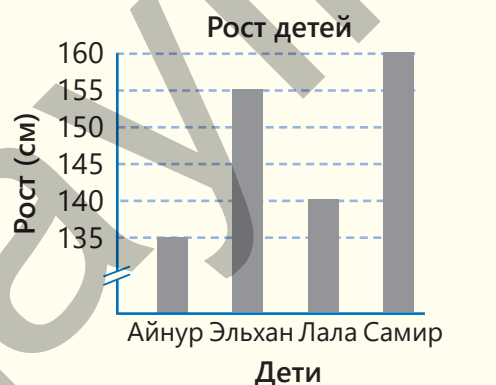
- 11 На книжной ярмарке Самир купил 5 книг, а Сабина 6 книг. Средняя цена книг, купленных Самиром, составляет 3,40 маната, а средняя цена книг Сабины – 2,40 маната. Кто больше заплатил за книги? На сколько?
- 12 Самир сначала прошел 6 км за 1 час, а затем 8 км за следующий час. Какова его средняя скорость?



- 13 На линейной диаграмме представлены коммунальные расходы одной семьи за первые 6 месяцев года. Сколько манатов составляют ежемесячные коммунальные расходы в среднем?
- 14 На линейной диаграмме показана температура, которая измеряется каждый день в 12:00 в течение одной недели. Какова средняя температура в течение недели?



- 15 На столбчатой диаграмме показан рост четырех игроков из пяти, состоящих в баскетбольной команде. Пятый игрок – Сабина. Если средний рост игроков команды 145 см, то каков рост Сабины?



## 8.2. Круговая диаграмма

### Исследование-обсуждение

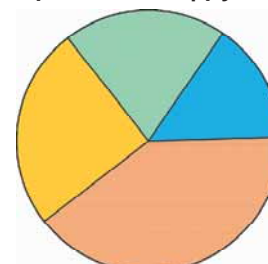
В таблице представлена информация о фруктах, проданных в магазине.

- Сколько процентов составляет масса каждого проданного фрукта от общей массы фруктов?
- Если перенести эту информацию на круговую диаграмму, то определите соответствие между фруктами и частями круговой диаграммы.

Проданные фрукты

Фрукты	Масса (кг)
Груша	40
Яблоко	40
Гранат	15
Айва	20
Всего	100

Проданные фрукты



### Изучение Круговая диаграмма

Круговая диаграмма используется, чтобы наглядно показать информацию о целом и его частях. Части круговой диаграммы можно выражать как дробями, так и процентами. В этом случае сумма всех процентов, соответствующих частям, должна быть равна 100. Например, на круговой диаграмме дана информация о том, сколько процентов составляют книги каждого жанра от всех книг в шкафу. Если общее количество книг равно 180, то чтобы найти количество книг по художественной литературе, нужно вычислить 35% от 180:

$$180 \cdot 0,35 = 63 \quad \text{или} \quad 180 \cdot \frac{35}{100} = 63.$$

Таким образом, в шкафу 63 книги по художественной литературе. Информацию, содержащуюся в диаграмме, можно представить с помощью таблицы следующим образом:

	Художественная литература	Научная литература	Учебники	Книги по истории	Энциклопедии	Всего
Процент	35%	25%	20%	10%	10%	100%
Количество	63	45	36	18	18	180



### Задания

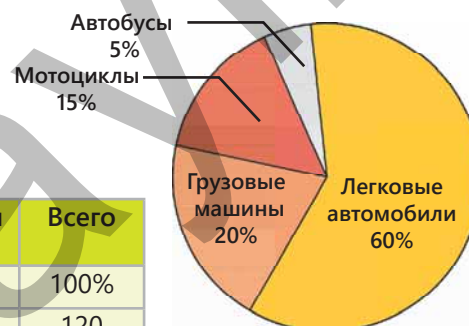
- 1 На круговой диаграмме приведена информация о количестве транспортных средств на парковке в процентах. Отобразите информацию, содержащуюся в диаграмме, в подходящей таблице, если общее количество транспортных средств на парковке равно 120.

**ОБРАЗЕЦ** Количество мотоциклов

Решение	Объяснение
$120 \cdot 0,15 = 18$ штук	Вычисляется 15% от общего количества транспортных средств.

	Мотоциклы	Грузовые машины	Легковые автомобили	Автобусы	Всего
Процент	15%				100%
Количество	18				120

Транспортные средства на парковке

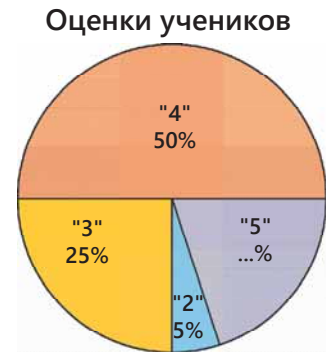


- 2 На круговой диаграмме приведена информация о количестве животных на ферме в процентах. Отобразите информацию, содержащуюся в диаграмме, в подходящей таблице, если всего на ферме 600 животных.



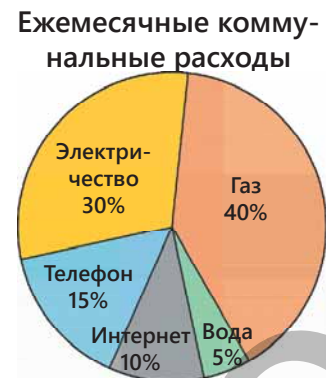
- а) Сколько процентов от всех животных составляют козы?  
 б) Каких животных меньше, а каких больше всего?  
 в) Количество каких животных одинаковое?  
 г) Сколько всего буйволов на ферме?  
 д) На сколько больше овец, чем коз?

- 3 В школе на экзамене 5-го класса по математике участвовали 60 учеников. На круговой диаграмме представлена информация об оценках, полученных этими учениками, в процентах.



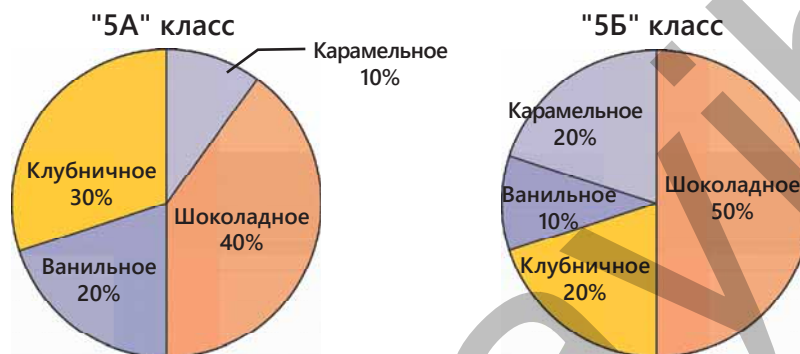
- а) Сколько учеников получили "5"?  
 б) На сколько больше учеников, которые получили "4", чем тех, которые получили "5"?  
 в) Сколько учеников получили "3"?

- 4 На круговой диаграмме представлены ежемесячные коммунальные расходы одной семьи. Ответьте на вопросы, если ежемесячный расход семьи за электричество составляет 72 маната.



- а) Каковы были ежемесячные расходы семьи на коммунальные услуги?  
 б) Сколько заплатила семья за использование газа в течение месяца?  
 в) На сколько больше заплатили за телефон, чем за использование воды?

- 5 20 учеников из "5А" класса и 30 учеников из "5Б" класса приняли участие в опросе среди школьников о любимом мороженом. Результат опроса представлен на круговых диаграммах.



- а) Сколько учеников "5А" класса любят карамельное мороженое?  
 б) Сколько учеников "5Б" класса любят карамельное мороженое?  
 в) В каком классе учеников, которые любят клубничное мороженое, больше?  
 г) Сколько всего учеников в двух классах любят ванильное мороженое?

## 8.3. Представление информации

### Исследование-обсуждение

Информация о 60 тортах, которые продаются в пекарне, представлена на круговой диаграмме и таблице.

Какой из способов представления удобнее использовать, отвечая на вопросы: круговую диаграмму или таблицу? Обоснуйте свое мнение.

- На сколько больше фруктовых тортов, чем медовых?
- Какой из видов тортов составляет большую часть от всех тортов?

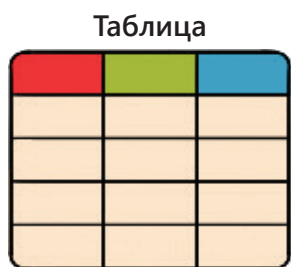
Торты, которые продаются

Торты	Количество
Шоколадные	24
Фруктовые	18
Медовые	15
Карамельные	3

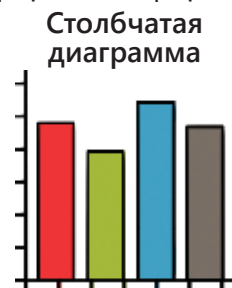


### Изучение Представление информации в различных формах

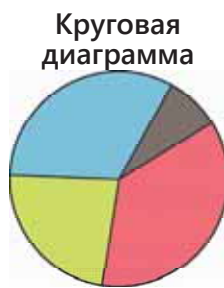
Чтобы четко понимать информацию и делать правильные выводы, необходимо представлять ее в более удобной форме. Информация может быть представлена в различных формах.



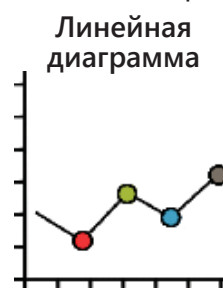
Удобна для того, чтобы производить вычисления, исходя из значений величины.



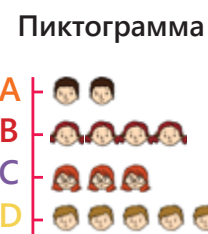
Удобна для того, чтобы сравнивать значения величины.



Удобна для того, чтобы представлять информацию о целом и его частях.



Удобна для того, чтобы представлять изменение величины в зависимости от времени.

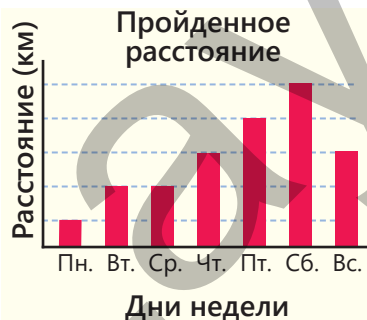
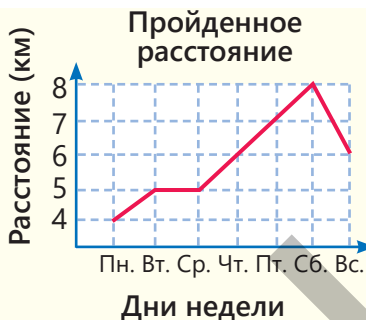
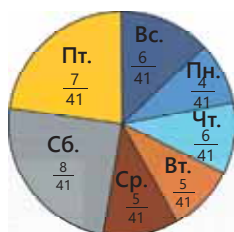


Удобна для того, чтобы представлять значения величины с помощью символов.

### Задания

- 1 Расстояние, которое Самир прошел за 7 дней недели, представлено различными способами. Ответьте на вопросы.

Пройденное расстояние



Пройденное расстояние

Дни недели	Расстояние (км)
Пн.	4
Вт.	5
Ср.	5
Чт.	6
Пт.	7
Сб.	8
Вс.	6

**ОБРАЗЕЦ** а) На какой из форм представления лучше можно увидеть зависимость пройденного расстояния от дня недели?

Решение	Объяснение
а) Линейная диаграмма	Зависимость пройденного расстояния от времени более наглядно представлена на линейной диаграмме.

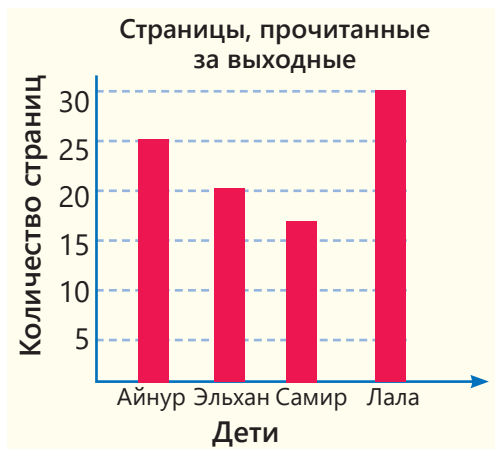
б) Какая из форм представления удобнее для вычисления пройденного в течение недели расстояния?

в) На какой из форм представления удобнее определить, какую часть составит пройденное за каждый день расстояние от общего расстояния?

г) На какой из форм представления удобнее сравнить пройденное расстояние по дням?

2 Ответьте на вопросы. Удобна ли используемая форма представления информации? Обоснуйте свое мнение.

а) Как можно расположить детей в порядке возрастания количества прочитанных ими страниц?



б) Какую часть участников опроса составляют те, кто любит весну и лето?



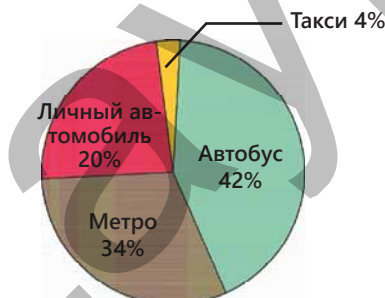
в) Какова численность населения каждого города?



3 Одна и та же информация представлена двумя способами. Какая из форм представления удобнее для того, чтоб ответить на вопрос? Обоснуйте свое мнение.

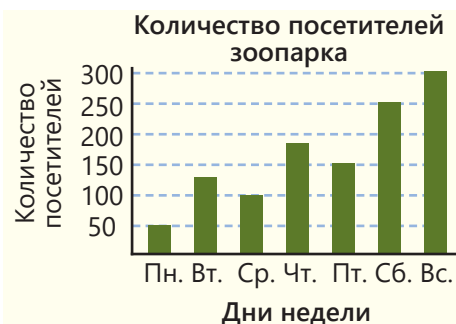
а) Какую часть от всего транспорта в городе составляет каждый вид транспортных средств?

Транспортные средства	Количество пассажиров
Автобус	42 000
Метро	34 000
Личный автомобиль	20 000
Такси	4 000



б) Расположите в порядке убывания дни недели в зависимости от количества посетителей зоопарка. Какой по счету в ряду будет пятница?

Дни недели	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.	Пн.	Сб.	Вс.
Количество посетителей	50	135	100	180	150	250	300



в) В каком месяце доход мастера Али увеличился больше всего по сравнению с предыдущим месяцем?



## Из истории математики

Круговая диаграмма в первый раз была использована шотландским инженером и экономистом Уильямом Плейфером (*William Playfair*). Он использовал несколько новых методов для описания территорий, населения и финансовых ресурсов государств в своей книге статистических исследований, опубликованной в Лондоне в 1801 году. Плейфер описал с помощью круговой диаграммы территории Османской империи на континентах Азии, Европы и Африки до 1789 года.



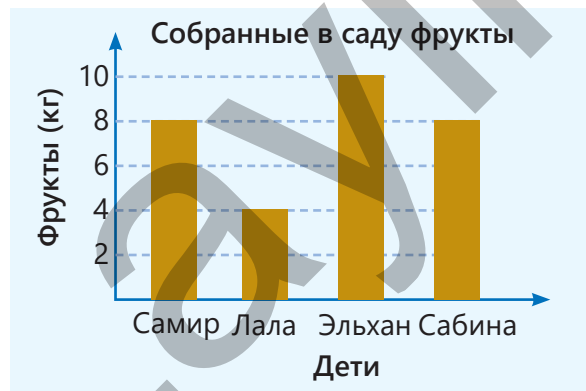
4. Какая из форм представления удобнее для того, чтоб ответить на вопрос? Каким образом можно более удобно описать информацию, о которой спрашивают?

а) Сколько учеников записалось в каждый кружок, если всего записалось 200 учеников?

Ученики, записавшиеся в кружок



б) Какую часть фрукты, собранные каждым из детей, составляют от всех собранных фруктов?



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

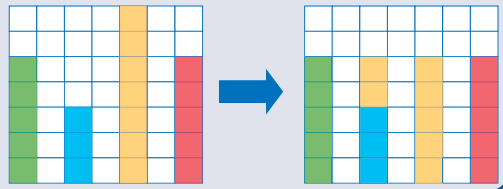
## Статистика и представление информации

### Среднее арифметическое

$$\text{Среднее арифметическое} = \frac{\text{Сумма чисел}}{\text{Количество чисел}}$$

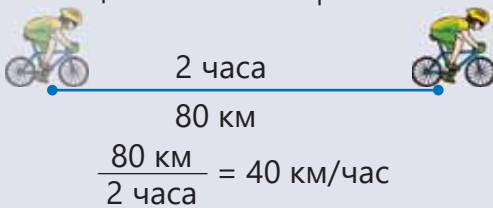
Среднее арифметическое чисел 5, 3, 7 и 5 находится следующим образом:

$$\frac{5 + 3 + 7 + 5}{4} = 5$$

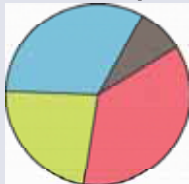


### Средняя скорость

$$\text{Средняя скорость} = \frac{\text{Пройденный путь}}{\text{Время}}$$



### Круговая диаграмма

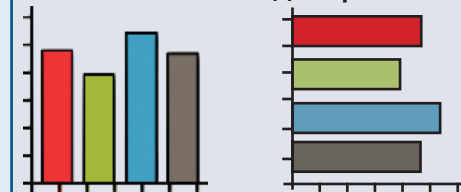


### Таблица

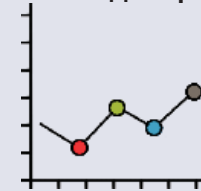

### Пиктограмма



### Столбчатая диаграмма



### Линейная диаграмма

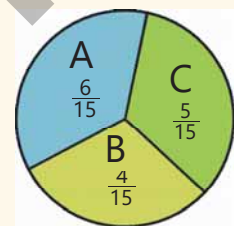
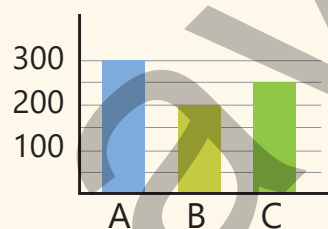


## Решение исходной задачи

Общее число гостей (750) делится на общее число комнат в трех отелях (75). В течение сезона в каждую комнату было размещено в среднем 10 гостей.

• По предложению представителя гостиницы В необходимо было найти среднее арифметическое чисел 300, 200 и 250. В этом случае в каждом отеле должно было разместиться по  $(300 + 200 + 250) : 3 = 250$  гостей. Поскольку количество номеров в каждой гостинице неодинаково, такое размещение было бы нечестным. Представитель отеля В не прав.

Отель	Количество комнат	Количество гостей
A	30	300
B	20	200
C	25	250
Всего	75	750



• Чтобы увидеть, какая часть гостей находится в каждом отеле, удобнее использовать круговую диаграмму.



## ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

1. Найдите среднее арифметическое данных чисел и значений величин.

- а) 12; 9                      в) 5; 27; 37                      д) 2,5; 4,7; 6,2; 0,4                      ж) 0,5; 1,6;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{5}{8}$ ;  $\frac{3}{2}$   
 б) 19 л; 25 л                      г) 4 м<sup>2</sup>; 10 м<sup>2</sup>; 1 м<sup>2</sup>                      е) 2 т; 3 т; 1,1 т; 1500 кг                      з) 7,1 км; 0,4 км;  $\frac{3}{5}$  км

2. Найдите среднее арифметическое чисел, указанных в таблице, и объясните значение.

- а) Обувь, продаваемая в магазине.                      б) Книги на полке.                      в) Дети в команде.

Обувь	Цена (₽)
A	17
B	28
C	34
D	25

Книги	Количество страниц
A	126
B	238
C	116
D	86
E	324

Дети	Возраст
A	12
B	15
C	8
D	11
E	9

3. Ответьте на вопросы.

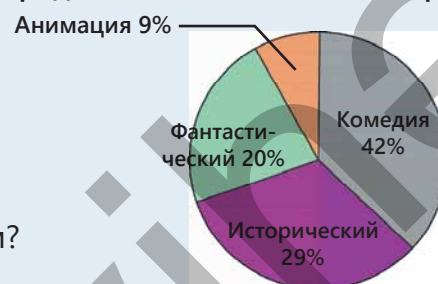
- а) Если среднее арифметическое чисел  $a$ ; 16; 13 равно 15, то чему равно  $a$ ?  
 б) Если среднее арифметическое чисел 4,5;  $b$ ; 2,3; 7,1 равно 3,6, то чему равно  $b$ ?  
 в) Если среднее арифметическое чисел  $\frac{1}{2}$ ; 2;  $\frac{1}{4}$ ;  $k$  равно 1, то чему равно  $k$ ?

4. Самир хотел набрать в среднем 20 баллов за пять попыток в игре. За первые четыре попытки он набрал 13, 22, 26 и 14 баллов. Сколько баллов нужно набрать Самиру в последней попытке, чтоб достичь своей цели?

5. В кинотеатре за день было продано 400 билетов. На круговой диаграмме представлена информация о количестве проданных билетов на фильмы. Ответьте на вопросы по диаграмме.

- а) На какой фильм было продано меньше всего билетов?  
 б) Сколько билетов было продано на исторический фильм?  
 в) 30% билетов на фантастический фильм было продано онлайн. Сколько билетов на фантастический фильм было продано онлайн?  
 г) Сколько в среднем билетов было продано на один фильм?

Проданные билеты в кинотеатре

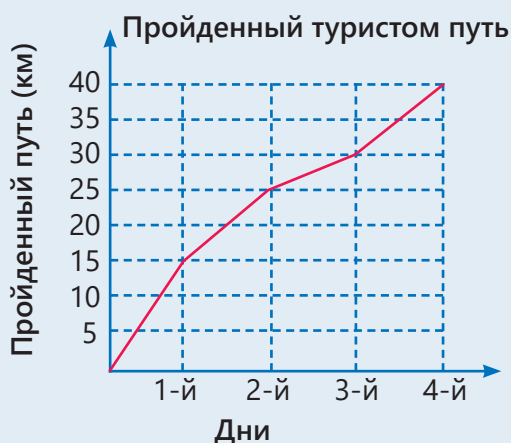


6. Гости, приглашенные на мероприятие, расселись за 3 стола. За первым столом расселись 4 гостя, за вторым – 8, а за третьим – 15 гостей. Организаторы мероприятия хотели, чтоб за каждым столом было одинаковое количество гостей.

- Как это можно сделать, пересадив наименьшее количество гостей?
- Сколько гостей будет сидеть за каждым столом?



7. На диаграммах дана информация о пройденном туристом пути за 4 дня. Какая форма представления удобнее, чтоб определить, какую часть всего пути турист прошел за первые два дня?

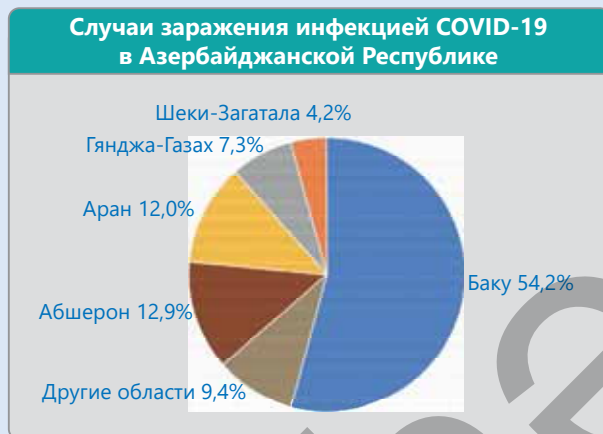


## СТАТИСТИКА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФЕКЦИИ COVID-19

В середине декабря 2019 года среди жителей китайского города Ухань была выявлена пневмония неизвестного происхождения. Число смертей от этого инфекционного заболевания, начавшего распространяться с очень высокой скоростью, стало резко возрастать, и 11 марта 2020 года Всемирная организация здравоохранения (ВОЗ) объявила пандемию коронавируса. Статистика по всем странам представлена на официальном сайте ВОЗ (<https://covid19.who.int/>). В нашей стране организация ОУМТП (ТӘВІВ) реализует мероприятия по борьбе с этим заболеванием.

1. Найдите в Интернете официальный сайт организации ОУМТП (ТӘВІВ), перейдите на страницу коронавируса и ознакомьтесь там со статистическими данными. Объясните диаграмму, представленную организацией.

2. Опросите не менее 20 человек, которых вы знаете, и заполните таблицу.



№	Имя	Возраст	Пол	Заражение COVID-19		
				Не заразился	1 раз заразился	Несколько раз заразился

3. Представьте на пиктограмме, сколько среди опрошенных женщин и сколько мужчин.
4. Представьте на столбчатой диаграмме количество опрошенных по их возрасту.
5. Представьте на столбчатой диаграмме количество людей, заразившихся 1 раз, несколько раз и тех, кто не заразился. Сравнив, определите, в какой группе наибольшее и наименьшее количество людей.
6. Постройте линейную диаграмму, изображающую число заражений за последние 6 месяцев в Азербайджане, используя сайт ВОЗ (<https://covid19.who.int/region/euro/country/az>).
7. В Интернете найдите больше информации об инфекции COVID-19 и подготовьте презентацию.

## ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ ЗА 5-Й КЛАСС

Задачи с относительно высокой степенью сложности отмечены знаком " \* " .

1 Какое число получится при округлении до тысяч суммы наибольшего и наименьшего семизначных чисел, цифры которых различны?

2 Произведение двух натуральных чисел равно 5 120. Чему будет равно произведение, если один из множителей увеличить в 2 раза, а другой уменьшить в 5 раз?

3 Пульс здорового человека равен приблизительно 75 ударам в минуту. Чему равен пульс этого человека за час, за день, за неделю, за год? Сколько всего ударов пульса пробьется у 60-летнего человека до этого возраста?

4 Наблюдатель услышал гром через 12 с после молнии. Если скорость звука 300 м/с, то на каком расстоянии от наблюдателя ударила молния?

5\* Среднее арифметическое возрастов 9 игроков команды равно 12. Если среднее арифметическое возрастов этих игроков и тренера равно 14, то сколько лет тренеру?

6 Расположите числа в порядке возрастания.

а) 0,8; 0,75;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{5}{6}$ ;  $\frac{6}{7}$  б)  $\frac{24}{25}$ ;  $\frac{25}{24}$ ; 1;  $\frac{22}{23}$ ;  $\frac{21}{22}$

7 Выполните задания.

а) Найдите  $c$  из равенства  $a + b - c = 111$ , если  $a + 674 = 964$  и  $b - 549 = 162$ .

б) Найдите значение выражения  $(b + a) : (b - a)$ , если  $a + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$  и  $\frac{3}{4} - b = \frac{5}{12}$ .

8 Вычислите удобным способом.

а)  $67 \cdot 253 - 67 \cdot 153 + 33 \cdot 100$

б)  $76 \cdot 59 + 76 \cdot 41 - 26 \cdot 100$

9 Вычислите значение выражения  $6^2 + 4^3$  и найдите делители получившегося числа.

10 Расставьте скобки в выражении  $2,5 \cdot 200 - 120 : 5 + 7$  таким образом, чтобы значение выражения было равно а) 47; б) 490.

11 Впишите подходящие числа в пустые клетки.

а)  $6,3 \xrightarrow{: 0,9} \square \xrightarrow{- 1,4} \square \xrightarrow{+ 0,8} \square \xrightarrow{\cdot 0,5} \square$

б)  $\square \xrightarrow{\cdot 1,5} \square \xrightarrow{- 3,6} \square \xrightarrow{: 3} \square \xrightarrow{+ 0,2} 20$

12 Найдите устно подходящие пустым клеткам числа.

а)  $\frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{\square}$

б)  $\frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{\square} - \frac{1}{6}$

в)  $\frac{1}{3 \cdot 5} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{\square}$

13 Найдите значение выражения при заданных значениях переменной.

а)  $9,8 \cdot b - 0,8 \cdot 8,3$   
 $b = 8,3$

б)  $7,2 \cdot 5,4 + 2,8 \cdot c$   
 $c = 5,4$

в)  $8,7 \cdot m - 4,5 \cdot 2,6 + 2,6 \cdot 5,8$   
 $m = 2,6$

14 На каждый 1 га поля посадили 260 кг гороха. Хватит ли 5 т гороха, чтоб засадить поле, длина которого 500 м, а ширина 400 м?

- 15 Хватит ли 860 кафельных плиток в форме квадрата со стороной 15 см, чтобы облицевать одну стену кухни, длина которой 6 м, а высота 3 м? Сколько штук кафельных плит останется в избытке или не хватит?



- 16 Длина прямоугольника 50 см, а ширина равна 60% от длины.

- а) Найдите периметр и площадь прямоугольника.  
 б) Чему будут равны периметр и площадь этого прямоугольника, если ширину увеличить на 20%, а длину уменьшить на 20%?

- 17 В магазине в первый день было продано 32% картофеля, а во второй день оставшиеся 204 кг. Сколько всего килограммов картофеля было продано за два дня?

- 18 В магазине в первый день было продано 89 кг риса, во второй день – 112 кг, а в третий день – 90 кг. Сколько в среднем риса продается за день в магазине?

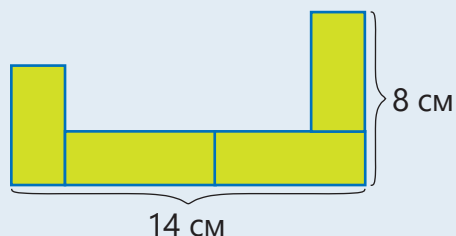
- 19 Решите уравнение.

а)  $7 \cdot (3x + 4) = 91$       в)  $9 \cdot (4x - 3) = 45$

б)  $(3x - 7) : 4 = 11$       г)  $(2x + 5) : 3 = 15$

- 20\* При каком значении  $a$  корень уравнения  $2x + a = 21$  будет равен 8?

- 21\* Найдите площадь фигуры, составленной из четырех конгруэнтных прямоугольников.

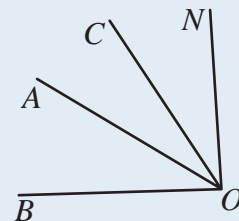


- 22\* Если можно разбить прямоугольник, периметр которого 12 см, на два конгруэнтных квадрата, то какова площадь этого прямоугольника?

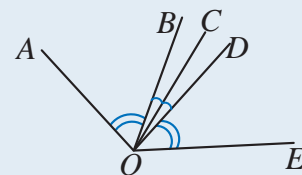
- 23 1 кувшин вмещает 4 стакана молока. Какова ёмкость кувшина, если 4 стакана и 1 кувшин вмещают 1,2 л молока?



- 24  $\angle BOC = 74^\circ$   
 $\angle AON = 62^\circ$   
 $\angle BON = 90^\circ$   
 Найдите градусную меру угла  $AOC$ .

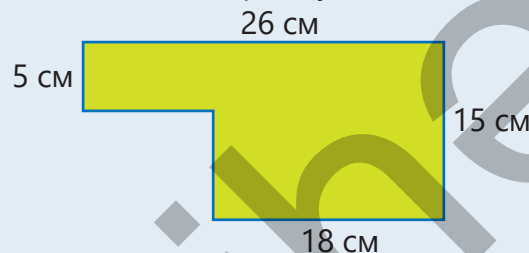


- 25 На рисунке  $\angle AOB \cong \angle DOE$   
 $\angle BOC \cong \angle COD$   
 Какие еще углы на рисунке конгруэнтны?

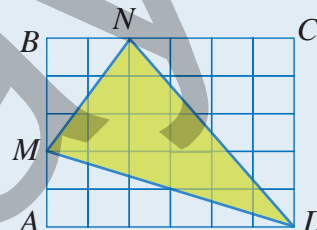


- 26 Найдите градусную меру угла, смежного с углом в  $40^\circ$ . Какова градусная мера угла между биссектрисами этих углов?

- 27 Найдите периметр и площадь фигуры, составленной из прямоугольников.

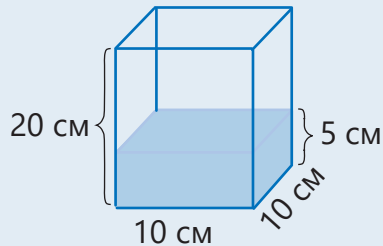


- 28 Сколько единичных квадратов составляет площадь прямоугольника  $ABCD$  и треугольника  $MND$ ?



- 29 Выполните задания.
- а) Отметьте точки  $A(5; 0)$ ,  $B(0; 3)$ ,  $C(2; 5)$  на координатной сетке.
- б) Постройте треугольник  $ABC$ , вершины которого лежат в этих точках.
- в) Найдите площадь треугольника  $ABC$  в единичных квадратах.

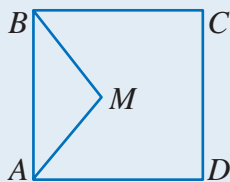
- 30 Если положить закрытый контейнер, изображенный на рисунке, на боковую грань, то на каком уровне будет вода?



- 31 Найдите площадь полной поверхности и объем кубоида, длина которого 20 см, ширина 10 см, а высота 25 см. На сколько увеличится площадь полной поверхности и объем кубоида, если длины всех ребер увеличить на 5 см?

- 32 В саду собрали 200 кг яблок и груш. Яблоки были собраны в 8 ящиков по 14,5 кг в каждом, а груши – поровну в 12 корзин. Сколько груш в каждой корзине?

- 33\* На плане строящегося нового парка беговые дорожки намечены по сторонам квадрата  $ABCD$  и треугольника  $ABM$ . Длина стороны квадрата 40 м.

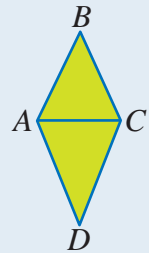


- а) Если длина дороги по периметру пятиугольника  $AMBCD$  равна 176 м, то какова длина дороги по периметру треугольника  $ABM$ ?
- б) Если площадь пятиугольника  $AMBCD$  равна  $1216 \text{ м}^2$ , какова площадь треугольника  $ABM$ ?

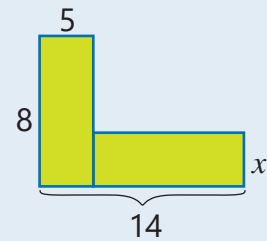
- 34 Площадь прямоугольника, стороны которого даны в натуральных числах, равна 16 единичным квадратам.

- а) Каким может быть периметр прямоугольника? Запишите все варианты.
- б) Периметр какого из этих прямоугольников наименьший?

- 35 Периметр равностороннего треугольника  $ABC$  равен 42 см, а периметр равнобедренного треугольника  $ADC$  равен 54 см. Найдите периметр четырехугольника  $ABCD$ .



- 36 Чему равен  $x$ , если площадь закрашенной фигуры на рисунке равна 67 единичным квадратам?



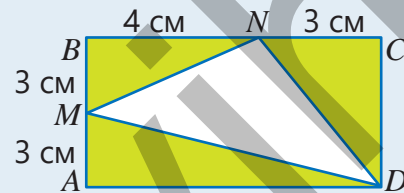
- 37 Первое число равно 150, второе число составляет 60% от него, а третье составляет 20% от разности первого и второго чисел. Чему равно среднее арифметическое этих чисел?

- 38 Туристы прошли в первый день  $x$  км, а во второй день на 6 км меньше удвоенного значения этого пути.



- а) Напишите математическое выражение, соответствующее пути, пройденному за два дня.
- б) Если во второй день прошли 22 км, то сколько прошли в первый день?
- в) Если в первый день прошли 12 км, то сколько всего прошли за два дня?
- г) Если за два дня прошли всего 27 км, то сколько прошли за каждый день?

- 39) Цена рубашки составляет  $\frac{3}{4}$  от цены сумки, а цена ремня равна  $\frac{1}{3}$  цены рубашки. Если цена рубашки 30 манатов, то сколько стоят сумка и ремень по отдельности?
- 40) Бак для воды, сделанный из железных пластин, имеет форму кубоида, длина которого 120 см, ширина 80 см, а высота 60 см.  
 а) Найдите площадь полной поверхности бака.  
 б) Сколько квадратных метров железных пластин понадобится, чтобы изготовить бак, если при изготовлении теряется 4% материала?
- 41) Бассейн имеет форму кубоида, длина которого 12 м, ширина 5 м, глубина 2 м.  
 а) Сколько литров воды вмещает бассейн?  
 б) Дно и стены бассейна облицованы кафелем, 1 квадратный метр которого стоит 18 манатов. Сколько манатов было потрачено на кафель?
- 42) В одном саду собрали 72 ящика винограда, а в другом – 80 ящиков. Масса винограда во всех ящиках одинаковая. Винограда, собранного со второго сада, на 96 кг больше, чем собранного с первого сада. Сколько килограммов винограда было собрано с каждого сада?
- 43) Площадь квадрата  $49 \text{ см}^2$ . Если ширина прямоугольника, периметр которого на 18 см больше периметра квадрата, то какова площадь прямоугольника?
- 44) Три друга купили 1 футбольный мяч. Первый дал 30 манатов, что составило  $\frac{1}{3}$  от цены мяча. Третий дал на 20 манатов меньше, чем утроенное количество денег, которые дал второй. Сколько денег заплатил каждый из друзей?
- 45)\* Периметр треугольника  $ABC$  равен 25,2 см. Найдите стороны треугольника, если  $AB + BC = 16 \text{ см}$ ,  $AC + BC = 17,6 \text{ см}$ .
- 46) Один из двух автобусов, которые движутся по маршрутам  $A$  и  $B$ , отправляется из диспетчерского центра каждые 42 минуты, а другой – каждые 48 минут. Оба автобуса вышли на свои маршруты от диспетчерского пункта в 8:00. Во сколько они снова будут выходить одновременно от диспетчерского пункта?
- 47) В посуде ёмкостью 540 мл есть 60 мл воды. В посуду налили еще 120 мл воды.  
 а) Какая часть посуды заполнилась?  
 б) Сколько еще воды нужно добавить, чтобы посуда наполнилась на 90%?
- 48) Длина пути из пункта  $A$  в пункт  $B$  равна 5 км. 2 км пути составляет подъем, а 3 км – спуск. Сколько времени потратит пешеход на путь из пункта  $A$  в  $B$  и обратно, если его скорость на подъеме 4 км/час, а на спуске – 5 км/час?
- 49)  $\frac{4}{5}$  от денег Самира равны  $\frac{2}{3}$  от денег Лалы. Если у Самира 60 манатов, то сколько манатов у Лалы?
- 50) Найдите площадь треугольника  $MND$  по данным измерениям на прямоугольнике  $ABCD$ .



- 51)  $\frac{1}{8}$  бака наполнена водой. Если добавить еще 150 л воды, то  $\frac{3}{4}$  бака будут наполнены.  
 а) Сколько литров воды вмещает бак?  
 б) Сколько литров воды было в баке изначально?

52\* 87 тетрадей и 116 ручек поровну раздали ученикам в классе.

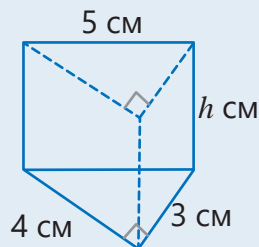
- а) Сколько учеников в классе?
- б) Сколько ручек и сколько тетрадей досталось каждому ученику?

53 Одна из девяти металлических монет фальшивая. Известно, что фальшивые монеты легче настоящих. Как определить фальшивую монету, взвесив ее два раза на весах с двумя чашами и без гирь?



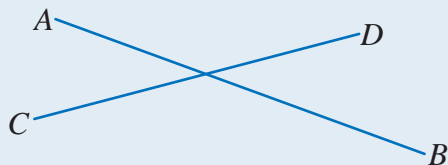
54\* Самир, Лала и Сабина должны были поделить поровну между собой наклейки. Сначала пришел Самир, посчитав наклейки и взяв  $\frac{1}{3}$  часть, ушел. Потом пришла Лала и, предположив, что пришла первой, взяла  $\frac{1}{3}$  часть наклеек и ушла. В конце пришла Сабина и взяла  $\frac{1}{3}$  часть оставшихся наклеек. После этого осталось 8 наклеек. Сколько всего наклеек было первоначально?

55 Объем прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник, равен  $30 \text{ см}^3$ .

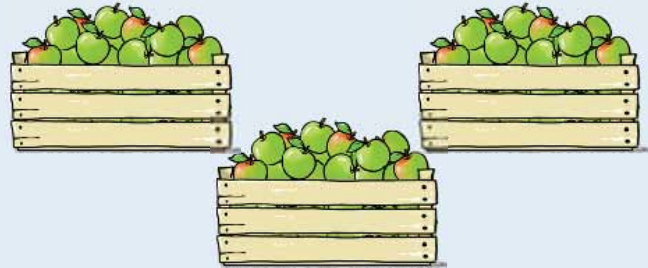


- а) Сколько сантиметров составляет высота призмы?
- б) Чему равна площадь полной поверхности призмы?

56\* Сумма трех углов, полученных при пересечении двух прямых, равна  $320^\circ$ . Каковы градусные меры этих углов?

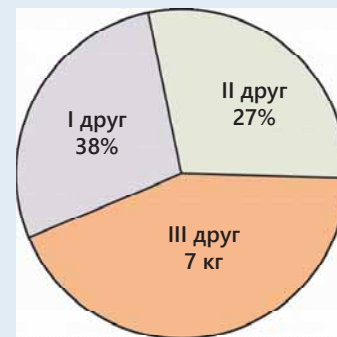


57 В три ящика собрали яблоки, в каждом из которых в среднем по 20 кг. Сколько килограммов яблок в третьем ящике, если в первом ящике 19 кг, а во втором 23 кг?



58 На круговой диаграмме показано количество клубники, которую собрали три друга. Сколько всего килограмм клубники собрали три друга, если третий собрал 7 кг?

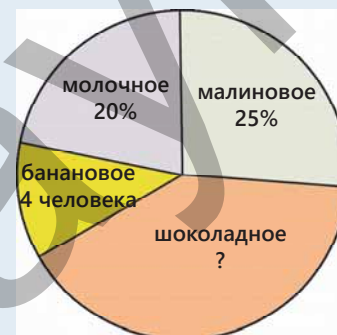
Клубника, собранная 3 друзьями



59\* На круговой диаграмме дана информация о результате опроса про самое любимое мороженое. 10 человек выбрали малиновое мороженое, а 4 человека – банановое.

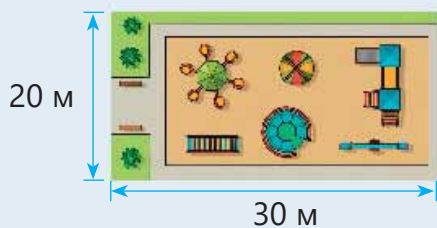
- а) Сколько человек участвовало в опросе?
- б) Сколько человек выбрали молочное мороженое, и сколько – шоколадное?

Самое любимое мороженое



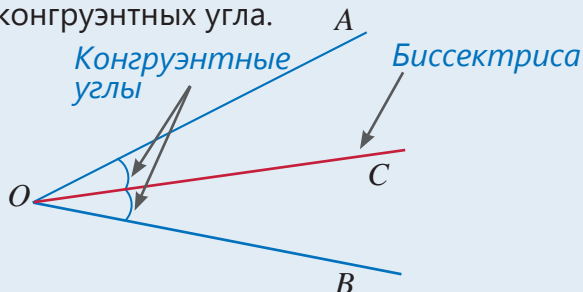
# СЛОВАРЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕРМИНОВ

**Ар** – единица площади, равная 100 квадратным метрам.  $1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2$ .



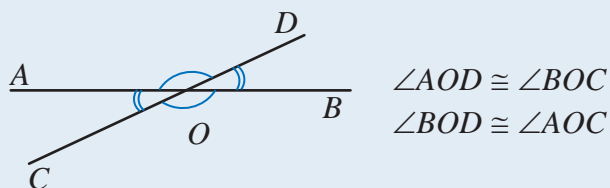
$$20 \text{ м} \times 30 \text{ м} = 600 \text{ м}^2 = 6 \cdot 100 \text{ м}^2 = 6 \text{ ар}$$

**Биссектриса угла** – это луч, который выходит из вершины этого угла и делит его на два конгруэнтных угла.



**Величина** – означает "количество", "число". Длина, масса, время, скорость – величины. У каждой величины есть единица измерения. При вычислениях одинаковые величины должны выражаться в одинаковых единицах. Чтобы выразить величины одной единицей, используют преобразования.

**Вертикальные углы** – углы, у которых общая вершина и стороны одного угла являются продолжениями сторон другого угла.



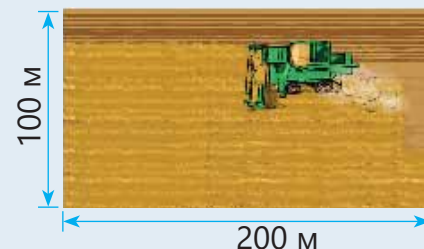
**Вынесение общего множителя за скобки** – если при сложении или вычитании вынести одинаковый множитель за скобки, то получится эквивалентное выражение.

$$a \cdot c \pm b \cdot c = (a \pm b) \cdot c$$

Например,  $27 \cdot 47 + 73 \cdot 47 = 100 \cdot 47$

**Гектар (га)** – единица площади, которая используется при вычислении площади земельных участков.

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$$

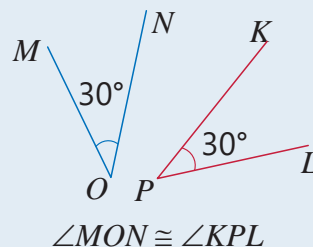


$$100 \text{ м} \times 200 \text{ м} = 20\,000 \text{ м}^2 = 2 \cdot 10\,000 \text{ м}^2 = 2 \text{ га}$$

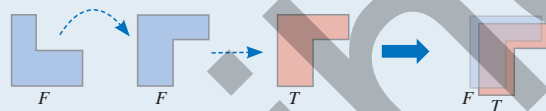
**Зависимые и независимые переменные** – значения некоторых величин зависят от других величин. Пройденный путь ( $s$ ) машины, движущейся со скоростью 70 км/час, зависит от времени ( $t$ ):

Зависимая переменная  $s = 70 \cdot t$  Независимая переменная

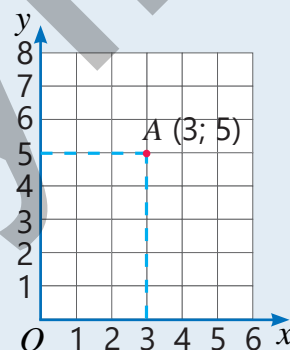
**Конгруэнтные углы** – углы, у которых градусные меры равны.



**Конгруэнтные фигуры** – фигуры, которые полностью совпадут, если их наложить друг на друга.



**Координатная сетка** – система, образованная двумя перпендикулярными числовыми прямыми, пересекающимися в точке начала отсчета. Каждая точка на координатной плоскости задается парой координат.





**Корень уравнения** – число, которое при подстановке вместо переменной обращает уравнение в верное числовое равенство. Число 4 является корнем уравнения  $x + 7 = 11$ .

$$x + 7 = 11$$

$$\downarrow$$

$$4 + 7 = 11$$

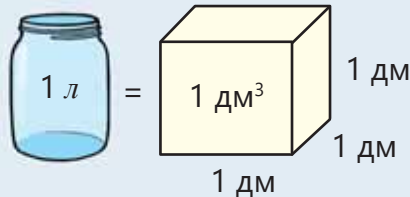
$$11 = 11$$

**Круговая диаграмма** – представление данных в виде круга, разделенного на части.

Любимое мороженое



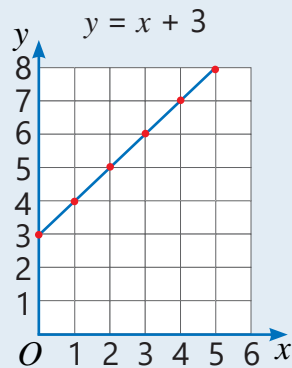
**Литр** – единица измерения объёма жидкостей и емкости сосудов.  $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$



**Миллилитр** – одна тысячная часть литра.  $1 \text{ мл} = 0,001 \text{ л}$ .  $1 \text{ мл} = 1 \text{ см}^3$

**Начертить график** – изобразить зависимость величин на координатной сетке.

$y = x + 3$	
$x$	$y$
0	3
1	4
2	5
3	6
4	7
5	8



**Неравенство** – это представление отношения между двумя математическими выражениями с помощью знаков  $>$  (больше),  $<$  (меньше),  $\geq$  (больше или равно),  $\leq$  (меньше или равно),  $\neq$  (не равно).

$4 < 7$

$2 + 8 > 5$

$20 : 4 < 3 \cdot 3$

$3 \neq 4$

$x \geq 3 - 1$

$y \leq 3 + 8$

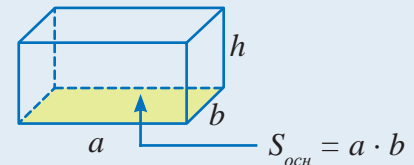
**Неравенство с переменной** – неравенство, в левой или правой части которого есть выражение с переменной.

$a \leq 7 \quad 8 > b$

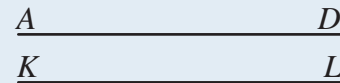
**Объем прямоугольного параллелепипеда** – равен произведению его длины, ширины и высоты или произведению площади основания на высоту.

$$V = a \cdot b \cdot h$$

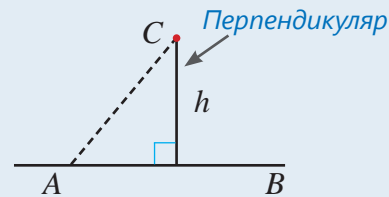
$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$



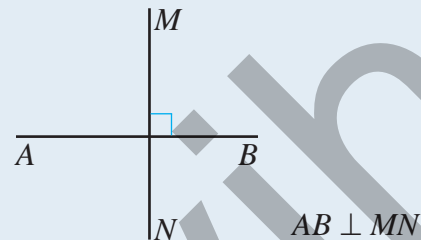
**Параллельные прямые** – прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие точек пересечения. Обозначается знаком  $\parallel$ .  $AD \parallel KL$



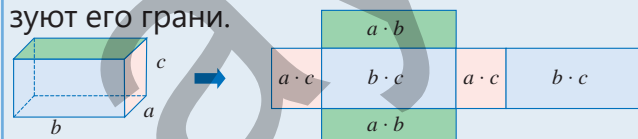
**Перпендикуляр** – отрезок, перпендикулярно проведенный от данной точки до прямой.



**Перпендикулярные прямые** – прямые, пересекающиеся под прямым углом. Обозначается знаком  $\perp$ .



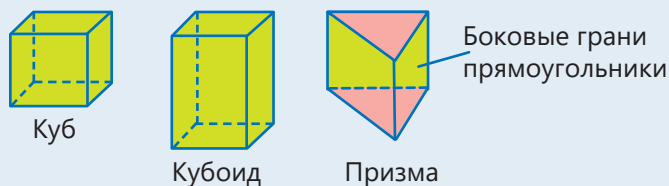
**Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда** – равна сумме площадей прямоугольников, которые образуют его грани.



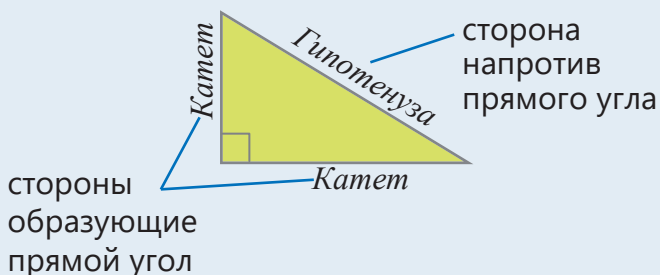
$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (a \cdot b) + 2 \cdot (b \cdot c) + 2 \cdot (a \cdot c), \text{ или}$$

$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

**Прямая призма** – призма, боковые грани которой прямоугольники.

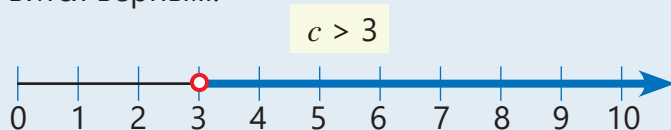


**Прямоугольный треугольник** – треугольник, у которого один из углов прямой.



**Равенство** – выражения слева и справа от знака равенства (=) эквивалентны.

**Решение неравенства** – все значения переменной, при которых неравенство становится верным.



**Решить уравнение** – найти корень (корни) уравнения или доказать, что корней у него нет. Чтобы решить уравнение, можно использовать свойства равенств и то, что сложение и вычитание, умножение и деление являются обратными действиями.

**Свойства равенств** – используя эти свойства, можно упростить выражения.

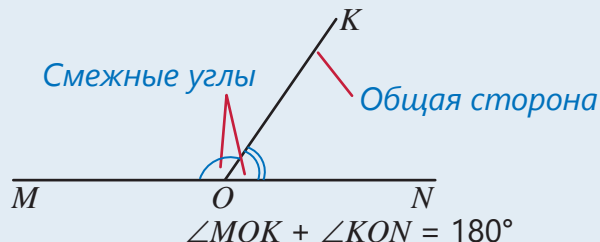
Если  $a = b$ , то  $b = a$

Если  $a = b$ , то  $a \cdot c = b \cdot c, c \neq 0$

Если  $a = b$ , то  $a \pm c = b \pm c$

Если  $a = b$ , то  $a : c = b : c, c \neq 0$

**Смежные углы** – углы, у которых одна сторона общая, а две другие образуют прямую.



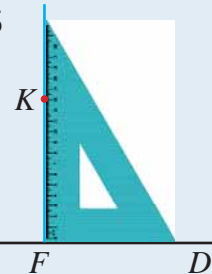
**Составить уравнение** – выразить в математической форме связь между данными (известными) и искомыми (неизвестными) величинами.

**Среднее арифметическое** – частное, которое получается в результате деления суммы нескольких чисел на их количество.

Среднее арифметическое чисел 3, 5, 6, 8 находится так:

$$\frac{3 + 5 + 6 + 8}{4} = 5,5$$

**Угольник** – инструмент, который используется для того, чтобы провести перпендикуляр, построить прямой угол.



**Формула** – выражение зависимости между величинами с помощью математических знаков. Формула площади прямоугольника, длина которого  $a$ , а ширина  $b$ :

$$S = ab$$

**Числовое неравенство** – неравенство, в записи которого используются только числа и математические действия.

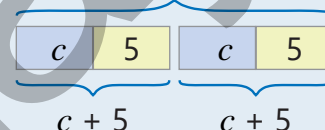
$$4 + 3 > 8 - 5$$

$$20 : 4 < 3 \cdot 3$$

$$1 + 2 \neq 2$$

**Эквивалентные выражения** – выражения, которые имеют равные значения при всех допустимых значениях переменных.  $2 \cdot (c + 5)$  и  $2c + 10$  эквивалентные выражения.

$$2 \cdot (c + 5) = 2c + 10$$



# ОТВЕТЫ

## Раздел 5

- стр. 6 **8.** а) 13; б) 19; в)  $2n + 3$   
**9.**  $0,2n + 0,3m$ ; 2,8  
**10.** а) 10; б) 4
- стр. 9 **4.**  $24 + 4b$ ; 48  
**5.**  $25 + 6x$ ; 37  
**6.**  $80 + 2a$ ; 180 км  
**7.**  $10 - 0,45n$ ; 7,30 ман  
**8.**  $b - 5$ ;  $b + 24$ ;  $3b + 1$ ; 35; 34; 6
- стр. 12 **11.**  $a + 3$ ;  $P = 12 + 2a$ ;  $S = 3(3 + a)$ ;  
22 см и 24 см<sup>2</sup>
- стр. 17 **12.** а) 1,5; б) 1,2; в) 12; г) 10
- стр. 18 **13.** в)  $x = 1,3$ ; г)  $x = 1,2$   
**15.** 3 года  
**16.** 8
- стр. 20 **1.** 14 и 34  
**2.** 74 и 148  
**3.** 12 л  
**4.** 10 км  
**5.** 12; 14; 24  
**6.** 5 см, 7 см, 10 см  
**7.** 121 и 363
- стр. 22 **8.** 22 кутаба  
**9.** 55 см  
**10.** 80 км/час, 90 км/час  
**11.** 2 кг апельсинов, 4 кг мандаринов  
**12.** 597 кг
- стр. 26 **11.** а) 5; б) 1; в) 8  
**12.** а) 4; б) 8; в) 7  
**14.**  $n < 169$  или  $n \leq 168$   
**16.** Бананы – 1,5 кг, груши – 4 кг,  
гранаты – 1 кг, ананасы – 3 кг
- стр. 29 **6.**  $y = 8x$ ; 56 ман.; 12 ч  
**7.**  $y = 2000 - 5t$
- стр. 30 **11.** а)  $P = 4c$ ; в) 10 см  
**12.**  $k = 4n$ ; а) 20  
**13.**  $p = 2n$ ; а) 9 ман; б) 6,25 м  
**14.**  $y = 3 + x$ ; а) 6 ман; б) 7
- стр. 31 **15.**  $y = 60 - 0,12s$ ; 54 л, 48 л; 12 л; 100 км  
**16.** а) 6 см; б)  $s = 2t$ ; в) 16 см  
**17.**  $h = 8 + n$ ; б) 22 м; в) 22 дня  
**18.** а) 1-й атлет; б) 150 с и 200 с,  
4 м/с и 3 м/с;  
в) 225 с и 300 с;  
г) 1-й спортсмен, 100 м
- стр. 33 **1.** а)  $4(a - 3) + 2$ ; б)  $(2c + 4) : 7$   
**6.**  $P = 8a$ ; а) 36 см; б) 108 см<sup>2</sup>  
**7.**  $20 - 2n$ ; 14 кутабов  
**8.** 428 зрителей  
**9.** а)  $s = 120 + 3a$ ; б) 330 км; 345 км  
в) 80 км/час; 90 км/час
- стр. 34 **10.** б) 280 ман.; в) 5000 ман.  
**14.** а)  $P = 4x + 14$ ; б) 42 см

## Раздел 6

- стр. 36 **2.** а) 105°; б) 110°; в) 45°
- стр. 40 **10.** 80°
- стр. 42 **3.** а) 90°; б) 40°; в) 130°  
**4.** 60°  
**5.** 43° и 137°  
**6.** а) 65° и 115°; б) 30° и 150°
- стр. 43 **8.** а) 30°; б) 30°; в) 36°  
**9.** 270°
- стр. 44 **2.** 14°  
**5.** 144°  
**6.** а) 35°; в) 54°; г) 58°; е) 44°
- стр. 45 **7.**  $x = 120$ ;  $y = 140$   
**8.** а) 70° и 110°; б) 105° и 75°  
**9.** 118°  
**10.** Нет
- стр. 47 **1.** а) 3 см<sup>2</sup>; б) 1,5 см<sup>2</sup>  
**2.** а) 24 см<sup>2</sup>; б) 37,5 см<sup>2</sup>; в) 72 см<sup>2</sup>  
**3.** а) 12 см<sup>2</sup>; г) 7,5 см<sup>2</sup>  
**4.** а) 12 см; б) 15 см; в) 6 мм
- стр. 48 **5.** а) 48 м<sup>2</sup>; б) 15 м<sup>2</sup>; в) 12 см и 6 см<sup>2</sup>  
**6.** а) 45 см<sup>2</sup>; б) 12 см<sup>2</sup>; в) 40 см<sup>2</sup>  
**7.** 10,75 м<sup>2</sup>  
**8.** 96 м<sup>2</sup>
- стр. 50 **1.** а) 31 ед. кв.; б) 14,5 ед. кв.; в) 18 ед. кв.  
**2.** а) 19 ед. кв.; б) 20,5 ед. кв.  
**3.** а) 28 см<sup>2</sup>; б) 63,5 см<sup>2</sup>; в) 132 см<sup>2</sup>
- стр. 51 **4.** а) 42 см<sup>2</sup>; б) 27,5 см<sup>2</sup>; в) 63 см<sup>2</sup>  
**5.** а) 39 см<sup>2</sup>; б) 172 см<sup>2</sup>  
**6.** 132 м<sup>2</sup>  
**7.** 12 банок  
**8.** 150 см<sup>2</sup>
- стр. 54 **7.** 4 см
- стр. 57 **5.** не хватит
- стр. 59 **2.** а) 30 см<sup>2</sup>; б) 15 см<sup>2</sup>; в) 16 см<sup>2</sup>  
**3.** а)  $AB \perp AC$ , 12,5 кв. ед.;  
б)  $AB \perp AD$ ,  $AB \perp BC$ ,  $BC \parallel AD$ , 20 ед. кв.  
**4.** а) 1,5 см<sup>2</sup>; б) 12 см<sup>2</sup>  
**6.** 49 см<sup>2</sup>
- стр. 60 **7.** а) 6,25 см<sup>2</sup>; б) 6,75 см<sup>2</sup>  
**8.** 1200 см<sup>2</sup>
- стр. 62 **4.** б) 27 см<sup>3</sup>; в) 8 см<sup>3</sup>; г) 24 м<sup>3</sup>  
**7.** а) 42 мм<sup>2</sup>; б) 38 см<sup>2</sup>
- стр. 64 **1.** а) 6 м<sup>2</sup>; б) 54 см<sup>2</sup>  
**2.** а) 24 м<sup>2</sup>; б) 13,5 см<sup>2</sup>  
**3.** а) 1 м; б) 3 м
- стр. 66 **4.** а) 132 м<sup>2</sup>; б) 228 см<sup>2</sup>  
**5.** а) 114 м<sup>2</sup>; б) 164 см<sup>2</sup>; в) 82 см<sup>2</sup>  
**8.** а) 14 ед. кв.

## Раздел 7

- стр. 62 **4.** б) 27 см<sup>3</sup>; в) 8 см<sup>3</sup>; г) 24 м<sup>3</sup>  
**7.** а) 42 мм<sup>2</sup>; б) 38 см<sup>2</sup>
- стр. 64 **1.** а) 6 м<sup>2</sup>; б) 54 см<sup>2</sup>  
**2.** а) 24 м<sup>2</sup>; б) 13,5 см<sup>2</sup>  
**3.** а) 1 м; б) 3 м
- стр. 66 **4.** а) 132 м<sup>2</sup>; б) 228 см<sup>2</sup>  
**5.** а) 114 м<sup>2</sup>; б) 164 см<sup>2</sup>; в) 82 см<sup>2</sup>  
**8.** а) 14 ед. кв.

- стр. 67 9. а)  $112 \text{ м}^2$ ; б)  $56 \text{ см}^2$ ; в)  $114 \text{ м}^2$   
 10.  $6400 \text{ см}^2$   
 11. 3 коробки  
 12.  $2000 \text{ см}^2$ ; достаточно
- стр. 69 1. а)  $216 \text{ м}^2$ ; б)  $21 \text{ см}^2$   
 2. а)  $60 \text{ м}^2$ ; б)  $855 \text{ м}^2$   
 3.  $180 \text{ см}^2$   
 4.  $3,06 \text{ л}$
- стр. 70 1. не хватит  $0,04 \text{ м}^2$   
 2.  $46,15 \text{ м}^2$ ;  $0,23 \text{ л}$  не хватит  
 3.  $11,04 \text{ м}^2$   
 4.  $552 \text{ м}^2$ ;  $15 \text{ 456}$  манатов  
 5.  $72 \text{ дм}^2$
- стр. 72 2. а)  $216 \text{ см}^3$ ; б)  $1800 \text{ см}^3$   
 3. а)  $3 \text{ м}$ ; б)  $7 \text{ см}$ ; в)  $5 \text{ мм}$   
 4. а)  $64 \text{ м}^2$ ; б)  $35 \text{ см}^2$ ; в)  $3,75 \text{ м}$
- стр. 73 5. а)  $42 \text{ м}^3$ ; б)  $150 \text{ м}^3$ ; в)  $540 \text{ см}^3$   
 6. Мнение Самира верно
- стр. 74 7. а)  $140 \text{ см}^3$ ; б)  $20 \text{ см}^3$ ; в)  $36 \text{ м}^3$   
 8. а)  $96 \text{ м}^3$ ; б)  $105 \text{ м}^3$
- стр. 75 9. а)  $72 \text{ м}^3$ ; б)  $25 \text{ см}^3$ ; в)  $102 \text{ м}^3$   
 11. 240 штук  
 12.  $10 \text{ см}$   
 13.  $16 \text{ см}$ ;  $48 \text{ 000 см}^3$   
 14.  $4000 \text{ см}^3$
- стр. 80 4. а)  $512 \text{ мл}$ ; б) нет
- стр. 81 8. нет,  $24 \text{ 000 л}$  не хватит
- стр. 83 3. б)  $124 \text{ см}^2$ ;  $80 \text{ см}^3$ ; в)  $25,92 \text{ см}^2$ ;  $4,8 \text{ см}^3$   
 4. а)  $2 \text{ см}$ ;  $84 \text{ см}^2$ ;  $72 \text{ см}^2$   
 5.  $600 \text{ см}^3$ ;  $460 \text{ см}^2$   
 6.  $2160 \text{ м}^2$
- стр. 84 7.  $526,5 \text{ г}$   
 8. а)  $20 \text{ см}$ ; б)  $8 \text{ см}$

### Раздел 8

- стр. 86 1. а) 3-х комнатная; б) 8; в) 6; г) 24
- стр. 88 2. а) 49; г) 0,5  
 3. а) 83,2; б) 43  
 4. 1200 ман.
- стр. 89 7. а)  $2 \text{ см}$ ; б)  $0,1 \text{ ман}$   
 8. а)  $3,6 \text{ км/час}$ ; б)  $72 \text{ км/час}$   
 9.  $19 \text{ л}$
- стр. 90 10. Сабина,  $0,2 \text{ балла}$   
 11. Самир на  $2,6 \text{ ман.}$  больше  
 12.  $7 \text{ км/час}$   
 14.  $28^\circ\text{C}$   
 15.  $135 \text{ см}$
- стр. 92 2. а)  $10\%$ ; г) 30; е) 390  
 3. а) 12 человек; б) 18 человек  
 4. а) 240 ман.; б) 96 ман.  
 5. а) 2; б) 6; г) 7

- стр. 94 1. в) круговая диаграмма; г) столбчатая диаграмма
- стр. 95 3. в) линейная диаграмма
- стр. 97 4. 25  
 5. б) 116; в) 24; в) 100

### Задания за 2-е полугодие

- стр. 99 1. 10 900 000  
 2. 2048  
 4.  $3,6 \text{ км}$   
 5. 32
- стр. 100 16. а)  $160 \text{ см}$ ;  $1500 \text{ см}^2$ ; б)  $152 \text{ см}$ ;  $1440 \text{ см}^2$   
 17.  $300 \text{ кг}$   
 18.  $97 \text{ кг}$   
 20. при  $a = 5$   
 21.  $48 \text{ см}^2$   
 22.  $8 \text{ см}^2$   
 23.  $0,6 \text{ л}$   
 24.  $46^\circ$   
 26.  $140^\circ$ ;  $90^\circ$   
 27.  $82 \text{ см}$ ,  $310 \text{ см}^2$   
 28. 30 ед. кв., 11 ед. кв.
- стр. 101 29. 8 кв. ед.  
 30.  $2,5 \text{ см}$   
 31.  $1900 \text{ см}^2$ ;  $5000 \text{ см}^3$ ;  
 площадь увеличится на  $1250 \text{ см}^2$ ,  
 а объем –  $6250 \text{ см}^3$   
 32.  $7 \text{ кг}$   
 33. а)  $96 \text{ м}$ ; б)  $384 \text{ м}^2$ ;  
 35.  $68 \text{ см}$   
 36.  $x = 3$   
 38. а)  $3x - 6$ ; б)  $14 \text{ км}$ ; в)  $30 \text{ км}$ ;  
 г)  $11 \text{ км}$  и  $16 \text{ км}$
- стр. 102 40. а)  $4,32 \text{ м}^2$ ; б)  $4,5 \text{ м}^2$   
 41. а)  $120 \text{ 000 л}$ ; б) 2304 ман.  
 42.  $864 \text{ кг}$ ;  $960 \text{ кг}$   
 43.  $126 \text{ см}^2$   
 44. 30 ман.; 20 ман.; 40 ман.  
 45.  $7,6 \text{ см}$ ,  $8,4 \text{ см}$ ,  $9,2 \text{ см}$   
 46. в 13:36  
 47. а)  $\frac{1}{3}$  часть; б)  $306 \text{ мл}$   
 48.  $2\frac{1}{4} \text{ ч}$   
 49. 72 ман.  
 50.  $16,5 \text{ см}^2$   
 51. а)  $240 \text{ л}$ ; б)  $30 \text{ л}$
- стр.103 52. а) 29; б) 3 тетради, 4 ручки  
 53. Указание: поделите на группы по 3-3  
 54. 27 наклеек  
 55. а)  $5 \text{ см}$ ; б)  $72 \text{ см}^2$   
 57.  $18 \text{ кг}$   
 58.  $20 \text{ кг}$   
 59. а) 40 человек;  
 б) 8 молочных, 18 шоколадных