

МАТЕМАТИКА

УЧЕБНИК

6



1-я часть



AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ DÖVLƏT HİMNİ

Musiqisi *Üzeyir Hacıbəylinin,*
sözləri *Əhməd Cavadındır.*

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadiriz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!

Minlərlə can qurban oldu,
Sinən hər bə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştəqdir!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!



ГЕЙДАР АЛИЕВ
ОБЩЕНАЦИОНАЛЬНЫЙ ЛИДЕР
АЗЕРБАЙДЖАНСКОГО НАРОДА

Заур Исаев
Магомед Керимов
Гюнай Гусейнзаде
Агшин Абдуллаев

МАТЕМАТИКА

Учебник по предмету математика для 6-х классов общеобразовательных заведений (1-я часть)

6

©Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0International (CC BY-NC-SA 4.0)

Bu nəşr Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International lisenziyası (CC BY-NC-SA 4.0) ilə www.trims.edu.az saytında əlçatandır. Bu nəşrin məzmunundan istifadə edərkən sözügedən lisenziyanın şərtlərini qəbul etmiş olursunuz:

İstinad zamanı nəşrin müəllif(lər)inin adı göstərilməlidir. 

Nəşrdən kommersiya məqsədilə istifadə qadağandır. 

Törəmə nəşrlər orijinal nəşrin lisenziya şərtlərilə yayılmalıdır. 

Замечания и предложения, связанные с этим изданием,
просим отправлять на электронные адреса: trm@arti.edu.az и derslik@edu.gov.az
Заранее благодарим за сотрудничество!

Познакомимся с учебником

Предварительная проверка

Повторение знаний и навыков, приобретенных в младших классах, связанных с материалами, предназначенными для изучения в главе. Можно использовать для диагностического оценивания.



Первая страница главы

Формируется первоначальное представление о темах, которые будут изучены в главе, и их применении.



В этой главе вы научитесь

Знания и навыки, которые будут получены на основе тем в главе.

Попытайтесь!

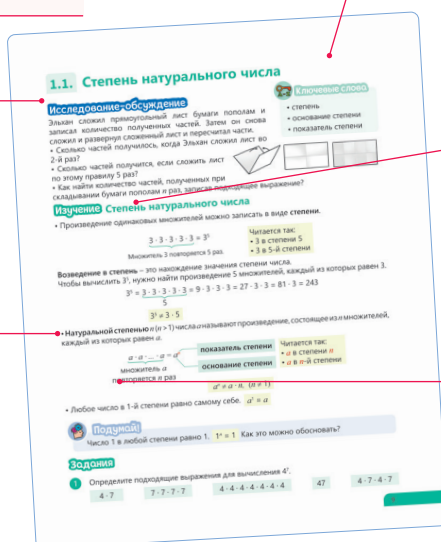
В начале каждой главы дается задача на применение основных идей из этой главы. Не обязательно решать эту задачу. Тем не менее организуется обсуждение стратегии решения задачи и необходимых знаний. Решение этой задачи приведено в конце главы.

Исследование-обсуждение

Предлагаются задания и вопросы, основанные на предыдущих знаниях. Отвечая на вопросы, вспоминаются предварительные знания по теме. Целью является подготовка к этапам обучения.

Ключевые слова

Новые понятия и слова, которые будут изучены в теме.



Изучение

Объяснение новой темы и понятий.

Подумай!

Вопрос или задание для общего обсуждения с целью расширения новых знаний.

Задания

Задания на основе примера для самостоятельного решения и закрепления новых знаний.

Изучено! Взаимно простые числа

Числа, у которых общий делитель равен только 1, называются взаимно простыми числами. Другими словами, если a и b взаимно простые числа, то НОД(a, b) = 1. Например, 9 и 14 взаимно простые числа, так как НОД(9, 14) = 1.

Обобщите: что числа являются взаимно простыми, разложите их на простые множители.

ОБРАТНО: 20 и 49

Решение:

20 = 2 · 2 · 5

49 = 7 · 7

НОД(20, 49) = 1

ОБРАТНО: 12 и 17

Решение:

12 = 2 · 2 · 3

17 = 17

НОД(12, 17) = 1

ОБРАТНО: 25 и 49

Решение:

25 = 5 · 5

49 = 7 · 7

НОД(25, 49) = 1

ОБРАТНО: 21 и 44

Решение:

21 = 3 · 7

44 = 2 · 2 · 11

НОД(21, 44) = 1

ОБРАТНО: 28 и 33

Решение:

28 = 2 · 2 · 7

33 = 3 · 11

НОД(28, 33) = 1

ОБРАТНО: 21 и 44

Решение:

21 = 3 · 7

44 = 2 · 2 · 11

НОД(21, 44) = 1

ОБРАТНО: 28 и 33

Решение:

28 = 2 · 2 · 7

33 = 3 · 11

НОД(28, 33) = 1

ОБРАТНО: 21 и 44

Решение:

21 = 3 · 7

44 = 2 · 2 · 11

НОД(21, 44) = 1

ОБРАТНО: 28 и 33

Решение:

28 = 2 · 2 · 7

33 = 3 · 11

НОД(28, 33) = 1

ОБРАТНО: 21 и 44

Решение:

21 = 3 · 7

44 = 2 · 2 · 11

НОД(21, 44) = 1

ОБРАТНО: 28 и 33

Решение:

28 = 2 · 2 · 7

33 = 3 · 11

НОД(28, 33) = 1

ОБРАТНО: 21 и 44

Решение:

21 = 3 · 7

44 = 2 · 2 · 11

НОД(21, 44) = 1

ОБРАТНО: 28 и 33

Решение:

28 = 2 · 2 · 7

33 = 3 · 11

НОД(28, 33) = 1

ОБРАТНО: 21 и 44

Решение:

21 = 3 · 7

44 = 2 · 2 · 11

НОД(21, 44) = 1

ОБРАТНО: 28 и 33

Решение:

28 = 2 · 2 · 7

33 = 3 · 11

НОД(28, 33) = 1

ОБРАТНО: 21 и 44

Решение:

21 = 3 · 7

44 = 2 · 2 · 11

НОД(21, 44) = 1

ОБРАТНО: 28 и 33

Решение:

28 = 2 · 2 · 7

33 = 3 · 11

НОД(28, 33) = 1

Запомни!

Математические правила, которые имеют особое значение.

Решение задач

Задачи на применение и закрепление новых знаний.

Внимание!

Важные знания или навыки по теме.

Заключение

Темы, понятия и математические термины, изученные в главе, представлены в обобщенном виде через карту понятий.

Из истории математики

Интересные факты из истории математики, касающиеся темы.

Решение исходной задачи

Обсуждается решение задачи, которая была дана на первой странице главы в разделе "Попытайтесь."

STEAM

В конце каждой главы даётся междисциплинарный проект для выполнения в небольших группах или индивидуально.

1. Найдите значения выражений и вычислите их значения.

- а) сумма чисел 1 и 3 в 4-й степени
б) разность чисел 5 и 3 в 4-й степени
в) произведение чисел 2 и 3 в 4-й степени
г) частное чисел 3 и 5 в 4-й степени и числа 27

2. Найдите значения выражений.

- а) $\frac{5 \cdot 15}{5}$
б) $\frac{12}{2 \cdot 4 \cdot 3}$
в) $\frac{15}{2 \cdot 4 \cdot 3}$

3. Вычислите и сравните.

- а) $2^3 \cdot 3^2$
б) $6^3 \cdot 3^2$
в) $12^3 \cdot 3^2$
г) $5^3 \cdot 2^3$
д) $10^3 \cdot 2^3$
е) $15^3 \cdot 2^3$
ж) $20^3 \cdot 2^3$
з) $25^3 \cdot 2^3$
и) $30^3 \cdot 2^3$
к) $35^3 \cdot 2^3$
л) $40^3 \cdot 2^3$
м) $45^3 \cdot 2^3$
н) $50^3 \cdot 2^3$
о) $55^3 \cdot 2^3$
п) $60^3 \cdot 2^3$
р) $65^3 \cdot 2^3$
с) $70^3 \cdot 2^3$
т) $75^3 \cdot 2^3$
у) $80^3 \cdot 2^3$
ф) $85^3 \cdot 2^3$
х) $90^3 \cdot 2^3$
ц) $95^3 \cdot 2^3$
ч) $100^3 \cdot 2^3$

Решение задачи

1. Длина гарки прямоугольной формы 2 м, ширина - 5 м.

Сколько метров составляет периметр парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

Сколько метров составляет площадь парки?

СОДЕРЖАНИЕ

1 Раздел **Натуральные числа и действия с ними** **7**

	Предварительная проверка	8
1.1.	Степень натурального числа	9
1.2.	Простые и составные числа	12
1.3.	Наибольший общий делитель (НОД)	16
1.4.	Наименьшее общее кратное (НОК)	20
	Заключение	25
	Обобщающие задания	26
	STEAM. "Криптография"	28

2 Раздел **Отношение. Пропорция. Процент** **29**

	Предварительная проверка	30
2.1.	Отношение	31
2.2.	Отношение величин	35
2.3.	Деление величины в данном отношении	39
2.4.	Пропорция	42
2.5.	Масштаб	46
2.6.	Прямая пропорциональная зависимость	49
2.7.	Обратная пропорциональная зависимость	53
	Задачи и примеры	57
2.8.	Выражение отношения в процентах	59
2.9.	Выражение изменения величины в процентах	63
	Заключение	67
	Обобщающие задания	68
	STEAM. "Соотношение сторон и разрешение экрана"	70

3 Раздел **Целые числа** **71**

	Предварительная проверка	72
3.1.	Целые числа	73
3.2.	Сравнение и упорядочивание целых чисел	76
3.3.	Абсолютное значение числа	79
3.4.	Сложение целых чисел	82
3.5.	Вычитание целых чисел	86
	Задачи и примеры	89
3.6.	Умножение и деление целых чисел	91
3.7.	Действия над целыми числами	95
	Заключение	99
	Обобщающие задания	100
	STEAM. "Экстремальная температура и абсолютный ноль"	102

4 Раздел **Прямоугольная система координат** **103**

	Предварительная проверка	104
4.1.	Прямоугольная система координат	105
4.2.	Расстояние в прямоугольной системе координат	109
4.3.	Симметрия и перемещение в прямоугольной системе координат	113
	Заключение	117
	Обобщающие задания	118
	STEAM. "Беспилотные автобусы"	120

Обобщающие задания за первое полугодие	121
Словарь математических терминов	125
Ответы	127

Раздел 1

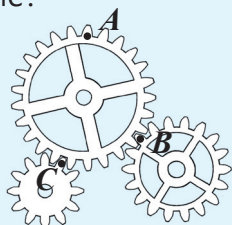
В этой главе вы научитесь:

- находить степень натурального числа
- вычислять значение выражения, содержащего степень
- определять простые и составные числа
- разлагать натуральное число на простые множители
- находить НОД и НОК
- определять взаимно простые числа
- выполнять действия над дробями, используя НОД и НОК

Попытайтесь!

Прежде чем запустить заводной механизм часов, часовщик отметил точки A , B и C на каждом колесе. Маленькое колесо имеет 12 зубцов, среднее колесо — 18 зубцов, а большое колесо — 24 зубца.

- Как минимум через сколько оборотов большого и маленького колес точки A и C вернутся в исходное положение?
- Как минимум через сколько оборотов каждого колеса точки A , B и C вернутся в исходное положение?

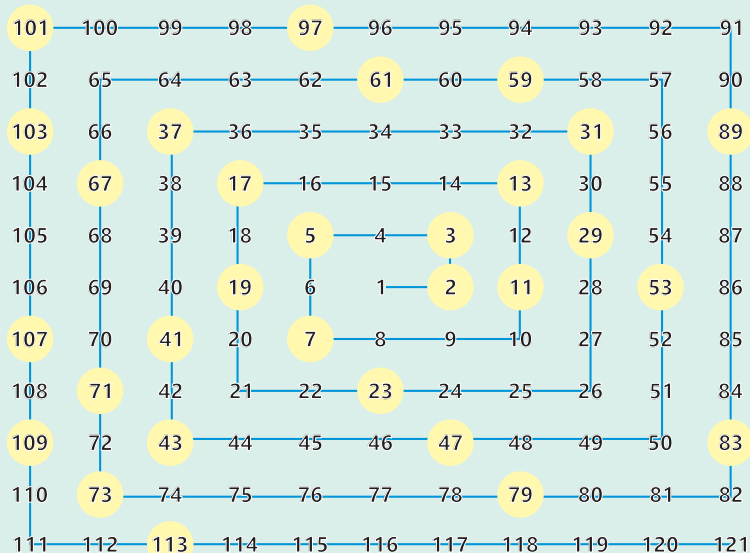


Натуральные числа и действия с ними

Натуральные числа, в том числе простые, широко используются в различных сферах нашей жизни. Например, разложение составных чисел на простые множители используется при шифровании данных. Для этого сначала выбираются два простых числа и полученное из их произведения составное число задается в качестве кода для шифрования и дешифрования данных. Выбранные простые числа хранятся втайне как секретный код.

Когда выбранные простые числа очень велики, практически невозможно найти простые множители составного числа, полученного из их произведения. Поэтому такие алгоритмы считаются более надежными для защиты данных.

Особое значение использование НОД и НОК имеет для определения оптимальных размеров в сфере инженерных работ и строительства, а также для корректировки графиков работы смежных производственных сфер.



Спираль простых чисел. Это графическое представление было впервые предложено в 1963 году американским математиком Станиславом Уламом.

Предварительная проверка

1 Выполните действия.

а) $(225 - (15 \cdot 2 + 12) : 7) \cdot 2$

в) $32 + 60 : 2^2 - 7$

д) $(8^3 - 96 : 8) \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^3$

б) $(345 + (28 : 4 - 2) \cdot 11) : 16$

г) $56 - (108 : 3^2 + 18)$

е) $(5^3 + 75 : 3) \cdot 3^2 - 5^2 \cdot 2$

2 Найдите делители числа. Определите простые числа.

а) 7

б) 20

в) 24

г) 31

д) 40

е) 29

3 Найдите пять кратных числа.

а) 11

б) 15

в) 14

г) 23

д) 30

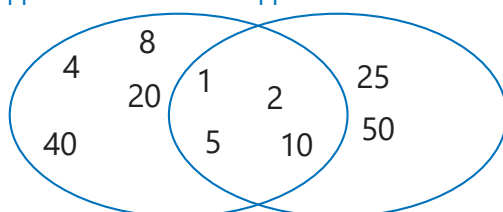
е) 40

4 Используя диаграмму Эйлера-Венна, найдите

а) НОД (40, 50)

делители 40

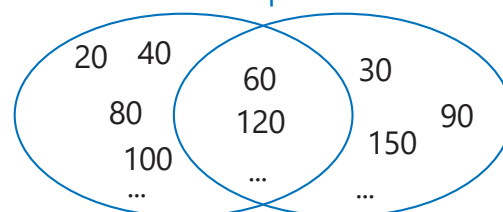
делители 50



б) НОК (20, 30)

кратные 20

кратные 30



5 Напишите первые семь кратных данных чисел. Из этого списка найдите их наименьшее общее кратное.

12 и 18

16 и 20

28 и 70

50 и 70

18 и 24

6 Напишите список делителей для данных чисел. Из этого списка найдите их наибольший общий делитель.

20 и 24

30 и 36

45 и 60

15 и 20

33 и 55

7 Сократите дроби.

$\frac{12}{16}$

$\frac{15}{25}$

$\frac{12}{27}$

$\frac{24}{36}$

$\frac{14}{49}$

$\frac{16}{24}$

$\frac{28}{42}$

$\frac{30}{42}$

$\frac{34}{51}$

8 Вычислите.

$\frac{3}{15} + \frac{1}{5}$

$\frac{6}{7} - \frac{2}{14}$

$\frac{3}{8} + 1\frac{1}{4}$

$2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$

$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{16}$

$4\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{7}$

$3\frac{3}{4} : \frac{3}{4}$

9 Найдите значение выражения при заданных значениях переменной.

а) m^2 при $m = 4; 7; 11$

б) $n^3 + 1$ при $n = 5; 6; 8$

в) $5^2 + k^3$ при $k = 2; 3; 4$

10 В классе учатся 12 мальчиков и 18 девочек. Дети разделились на команды, в каждой из которых одинаковое число игроков. Каждая команда состоит или из мальчиков, или из девочек. Какое наименьшее число таких команд может получиться? Сколько детей будет в каждой команде?

11 В цехе по производству спортивных товаров был куплен клубок верёвки для изготовления скакалки. Мастер может без потерь разрезать эту веревку на одинаковые куски длиной по 5 или же по 6 м. Какова наименьшая длина веревки в клубке в метрах?

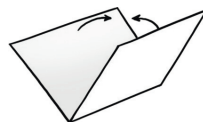


1.1. Степень натурального числа

Исследование-обсуждение

Эльхан сложил прямоугольный лист бумаги пополам и записал количество полученных частей. Затем он еще раз сложил и, развернув сложенный лист, пересчитал полученные части.

- Сколько частей получилось, когда Эльхан сложил лист во 2-й раз?
- Сколько частей получится, если сложить лист по этому правилу 5 раз?
- Как найти количество частей, полученных при складывании бумаги пополам n раз, записав подходящее выражение?



Ключевые слова

- степень
- основание степени
- показатель степени



Изучение Степень натурального числа

- Произведение одинаковых множителей можно записать в виде **степени**.

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{5 \text{ раз}} = 3^5$$

Множитель 3 повторяется 5 раз.

Читается так:

- 3 в степени 5
- 3 в 5-й степени

Возведение в степень – это нахождение значения степени числа.

Чтобы вычислить 3^5 , нужно найти произведение 5 множителей, каждый из которых равен 3.

$$3^5 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_5 = 9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \cdot 3 = 243$$

$$3^5 \neq 3 \cdot 5$$

- **Натуральной степенью** n ($n > 1$) числа a называют произведение, состоящее из n множителей, каждый из которых равен a .

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n$$

Множитель a
повторяется n раз.

показатель степени

основание степени

Читается так:

- a в степени n
- a в n -й степени

- Любое натуральное число в 1-й степени равно самому себе. $a^1 = a$



Подумай!

Число 1 в любой степени равно 1. $1^n = 1$ Как это можно обосновать?

Задания

- 1 Определите подходящее выражение для вычисления 4^7 .

$$4 \cdot 7$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$47$$

$$4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 7$$

2 Запишите в виде степени и прочтите.

а) $4 \cdot 4 \cdot 4$

в) $20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$

д) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

б) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$

г) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

е) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

3 Вычислите.

а) 4^4

б) 5^4

в) 4^5

г) 30^4

д) 12^2

е) 11^3

ж) 20^3

4 Вычислите степени и заполните таблицу.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n										
3^n										

5 Впишите подходящие числа в пустые клетки.

ОБРАЗЕЦ $16 = 2^{\square}$

Решение	Объяснение
$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$	Определяется произведение множителей, каждый из которых равен 2. Когда произведение станет равным 16, количество множителей укажет на показатель степени. $2 \cdot 2 = 4$ $4 \cdot 2 = 8$ $8 \cdot 2 = 16$

а) $64 = 2^{\square}$

б) $81 = 3^{\square}$

в) $256 = 4^{\square}$

г) $625 = 5^{\square}$

Изучение Нахождение значения выражений, содержащих степень

• В выражениях без скобок, содержащих степень натурального числа, сначала выполняется возведение в степень.

$$4 + 2 \cdot 3^5 = 4 + 2 \cdot 243 = 4 + 486 = 490$$

• В выражениях со скобками сначала выполняются действия в скобках.

$$3^4 \cdot (2^3 + 5) = 3^4 \cdot (8 + 5) = 3^4 \cdot 13 = 81 \cdot 13 = 1053$$

$$2^6 : (3^2 - 7)^4 = 2^6 : (9 - 7)^4 = 2^6 : 2^4 = 64 : 16 = 4$$

6 Найдите значение выражения.

а) $3^4 \cdot 5^2$

г) $(3^2)^3$

ж) $24 + (2^7 - 2^5) : 3$

к) $7,2 : 2 \cdot (3^2 + 4^2)$

б) $10^3 : 5^2$

д) $(4 + 2^4)^2$

з) $(5^3 + 5^2) \cdot 8 - 4^2$

л) $(1000 : 5^3)^2 : 16 - 0,4$

в) $5^4 + 2^5$

е) $8^3 - 3^4$

и) $(1 + 7^2)^3 : 1000 - 5^2$

м) $(\frac{5}{8} \cdot 4^2 - 3^2)^3$

7 Напишите подходящие числовые выражения и вычислите их значения.

- а) сумма чисел 1 и 3, возведённая в 4-ю степень
- б) разность числа 5 в кубе и числа 2 в 4-й степени
- в) произведение 5-й степени числа 4 и числа 2
- г) частное числа 3 в 5-й степени и числа 27

8 Найдите значения выражений.

а) $\frac{5 \cdot 15}{5^2}$

в) $\frac{12}{3^2 - 5}$

д) $\frac{5^3 \cdot 2^3}{10^2}$

ж) $\frac{4 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 50} + \frac{1}{2^3}$

б) $\frac{3 \cdot 4^2}{6}$

г) $\frac{15}{2^3 : 4 + 3}$

е) $\frac{3^4 - 1}{5 \cdot 2^3}$

з) $\frac{2}{4 : 2 + 2^3} + \frac{4}{5}$

9 Вычислите значения выражений и сравните.

а) 2^4 и 3^2

в) 6^3 и 3^5

д) $(2^3)^2$ и $(2^2)^3$

ж) $(5^2 - 2^4)^2 - \frac{1}{5} \cdot 5^2$ и $4^3 + 3^2$

б) 5^2 и 3^3

г) 7^3 и 3^6

е) $5^3 - 3^2$ и $3^3 + (2^2)^2$

з) $(4^2 - 1)^2 - \frac{(11-1)^2}{1+2^2}$ и $9,6 : 8 \cdot (12^2 + 9^2)$

Решение задач

10 Длина парка прямоугольной формы 2^7 метров, а ширина — 5^3 метров.

- Сколько километров составляет периметр парка?
- Сколько гектаров составляет площадь парка?

11 Самир написал текст: "Поздравляю! Пошли завтра эту открытку трём друзьям". Приложив к письму поздравительную открытку, он выслал её трём друзьям по электронной почте.

- Если каждый из получивших письмо выполнит просьбу, то скольким людям дойдет открытка на 4-й день?
- Какое наибольшее количество людей могут получить открытку за 4 дня?



12 Процесс деления клетки на две клетки называется митозом. Клетки, полученные при делении, развиваются и через определенное время каждая снова делится на две клетки. Для наблюдения за этим процессом под микроскопом используются прозрачные емкости, называемые "чашками Петри".

- В начале эксперимента в чашке было 24 клетки. Если каждая клетка за час делится на две, то сколько клеток будет в чашке через час?
- Сколько клеток будет в чашке через 3 часа? Как это можно найти, записав выражение, содержащее степень?



1.2. Простые и составные числа

Исследование-обсуждение



Один пекарь испек 13 штук шекер-буры.

- Как собрать эти шекербуры в одинаковом количестве по коробкам?
- Четыре пекаря испекли по 13 штук шекербуры каждый. Во сколько

коробок можно положить все шекербуры так, чтобы в каждой было одинаковое количество? Сколькими способами можно это сделать?



Ключевые слова

- простое число
- составное число
- разложение на простые множители
- дерево множителей

Изучение Степень натурального числа

- Натуральное число, имеющее только два делителя (1 и само число), называется **простым числом**.

Первые десять простых чисел следующие: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Простых чисел бесконечно много.

- Натуральное число, имеющее больше двух делителей, называется **составным числом**.

Первые десять составных чисел следующие: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18.

- 1 не является ни простым, ни составным числом.



Подумай!

Как можно объяснить то, что все простые числа, кроме числа 2, являются нечетными?

Задания

- 1 Определите, является число простым или составным.

ОБРАЗЕЦ а) 31 б) 36 в) 15

Решение	Объяснение
а) Делители числа 31: 1 и 31. Значит, 31 — простое число.	Находятся делители числа 31. 31 — простое число, так как делится только на 1 и на себя.
б) 36 отлично от 2 и четное число, значит, оно составное.	Все четные числа, отличные от 2, являются составными.
в) Делители числа 15: 1, 3, 5, 15. Значит, 15 — составное число.	15 — составное число, так как имеет больше 2-х делителей.

11

12

41

48

59

66

73

17

18

34

43

52

61

78



Из истории математики



ЕВКЛИД
(325–265 гг.
до н. э.)

Древнегреческий ученый Евклид доказал, что простых чисел бесконечно много.

Живший в ту же эпоху греческий математик Эратосфен (276–194 гг. до н.э.) предложил интересный способ нахождения простых чисел. Согласно этому алгоритму, который называется “решето Эратосфена”, сначала записываются все натуральные числа от 1 до определенного числа. Поскольку 1 не простое и не составное число, оно зачеркивается. Первое простое число, то есть 2, сохраняется, а все числа, делящиеся на 2, зачеркиваются. Следующее простое число, то есть 3, сохраняется, а все числа, делящиеся на 3, зачеркиваются. Процесс продолжается для следующих чисел. Таким образом, после зачеркивания составных чисел остаются только простые числа.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

2 Найдите все простые числа до 100, используя “решето Эратосфена”.

3 Определите три подходящих простых числа для каждой пустой клетки.

$\square < 12$ $\square < 25$ $5 < \square < 17$ $11 < \square \leq 23$ $8 < \square \leq 19$ $31 \leq \square < 50$

4 Обоснуйте, что заданные числа составные, используя признаки делимости.

117 242 363 801 1105 3441 9027

5 Запишите числа в виде суммы двух простых чисел.

$8 = \square + \square$ $12 = \square + \square$ $18 = \square + \square$ $10 = \square + \square$ $15 = \square + \square$

6 Запишите числа в виде произведения двух простых чисел.

$69 = \square \cdot \square$ $77 = \square \cdot \square$ $85 = \square \cdot \square$ $121 = \square \cdot \square$ $143 = \square \cdot \square$

7 Определите, являются утверждения верными или неверными, приведя примеры.

а) Любое четное число является составным.

б) Любое нечетное число является простым.

в) Произведение простых чисел является составным числом.

г) Сумма двух простых чисел является составным числом.

Изучение Разложение составного числа на простые множители

Разложить составное число на простые множители означает представить его в виде произведения простых чисел. Любое составное число можно представить в виде произведения простых множителей.

Для этого сначала проверяется делимость заданного числа на 2. Если число делится на 2, то выполняется деление. Если полученное частное делится на 2, то деление продолжается. Если частное или заданное число не делится на 2, то проверяется делимость на следующее простое число (3, 5, 7 и т.д.) Деление выполняется до тех пор, пока в частном не получится число 1. Произведение всех делителей, участвующих в делении, равно данному числу. С помощью этого правила любое составное число можно представить в виде произведения простых множителей.

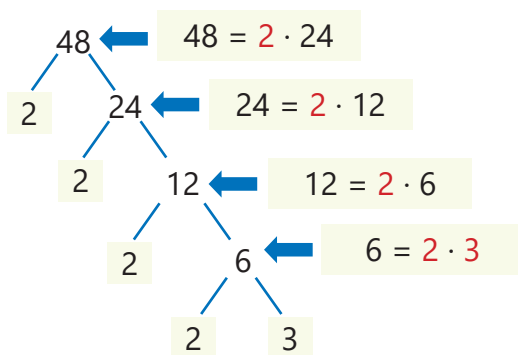
- Представление числа в виде произведения простых чисел называется его разложением на простые множители.

- Разложение числа на простые множители можно представить в виде столбика, разделенного вертикальной чертой, или в виде дерева множителей. Например, число 48 можно разложить на простые множители следующим образом.

Разделение чертой

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Дерево множителей



Разложение числа 48 на простые множители:
 $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

Так как различные простые множители числа 48 равны 2 и 3, то его разложение на простые множители можно записать, используя степень.

$$48 = 2^4 \cdot 3^1$$



Запомни!

Разложение любого составного числа на простые множители, если не учитывать порядок множителей, является единственным.

8 Какое из произведений является разложением некоторого числа на простые множители?

а) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

в) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

д) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10$

ж) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

б) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6$

г) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$

е) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6^3$

з) $2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^1 \cdot 11^1$

9 Разложите числа на простые множители.

45

54

88

120

140

240

324

420

625

60

75

90

160

225

264

360

500

320

10 Найдите все делители числа, используя разложение его на простые множители.

$2 \cdot 3$

$5 \cdot 7$

$5 \cdot 7 \cdot 11$

$2 \cdot 2 \cdot 7$

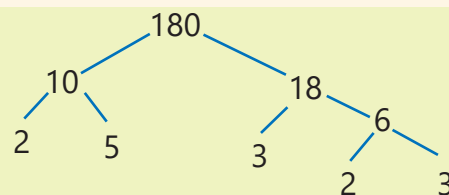
$2 \cdot 3 \cdot 3$

$5 \cdot 5 \cdot 5$



Внимание!

Составное число можно разложить на простые множители, используя признаки делимости. Для этого число записывается в виде произведения двух множителей любым способом. Затем каждый множитель записывается в виде произведения двух чисел. По этому правилу следует продолжать до тех пор, пока множители не станут простыми числами.



$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

- 11 Разложите числа на простые множители удобным способом.

56

80

88

170

150

280

225

300

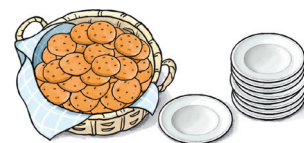
400

Решение задач

- 12 Может ли площадь прямоугольника выражаться простым числом, если длины его сторон – натуральные числа? Периметр этого прямоугольника простое или составное число?
- 13 Сабина и Анар разложили число 120 на простые множители. Чей ответ верный?

$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$
 $120 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6 = 2^2 \cdot 5^1 \cdot 6^1$

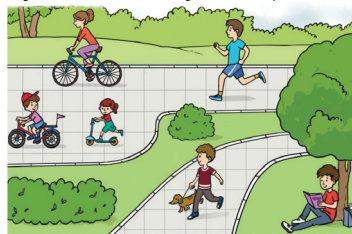
- 14 В ходе мероприятия 91 печенье хотели распределить поровну по тарелкам. Какое наименьшее количество тарелок нужно для распределения печений? В этом случае сколько печений будет в каждой тарелке?



- 15 В кружке по рисованию учитель раздал ученикам 55 карандашей поровну. Затем он распределил 22 кисточки поровну между этими детьми. Сколько карандашей и кисточек получил каждый ребенок?



- 16 В парке 6 человек. Число, указывающее возраст каждого из них, является простым числом. Каждый из пятерых соответственно на 2, 6, 8, 12, 14 лет старше самого младшего. Сколько лет самому младшему в парке?



1.3. Наибольший общий делитель (НОД)

Исследование-обсуждение

Ученики купили 30 магнитных сувениров и 20 маленьких роботов, чтобы сделать подарочные пакеты для гостей школьной ярмарки.

- Сколько подарков получится, если в каждом из этих пакетов будет одинаковое количество магнитных сувениров и одинаковое количество роботов?
- Определите, верны ли утверждения, чтобы решить эту задачу.



Ключевые слова

- общий делитель
- наибольший общий делитель
- взаимно простые числа
- полное сокращение дроби

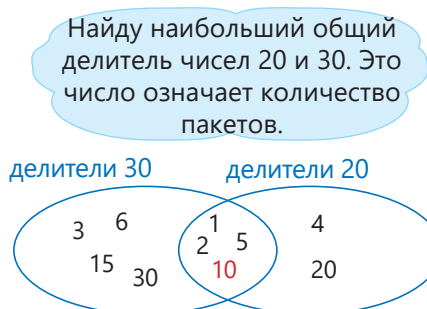


Эльхан

Числа 20 и 30 разложу на простые множители и найду наибольший общий простой множитель. Это число означает количество пакетов.

$$30 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \quad 20 = 5 \cdot 2 \cdot 2$$

Общий множитель



Айнур

Изучение Нахождение наибольшего общего делителя (НОД)

Наибольший общий делитель (НОД) двух чисел можно найти, выбрав среди общих делителей этих чисел наибольший. Часто этот метод не подходит для больших чисел. В этом случае их НОД находится путем разложения чисел на простые множители. Например, $\text{НОД}(180, 168) = ?$

- 1** Заданные числа разлагаются на простые множители. Затем отмечаются общие простые множители.

180	2	168	2
90	2	84	2
45	3	42	2
15	3	21	3
5	5	7	7
1		1	

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

$$168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1$$

- 2** Находится произведение общих простых множителей заданных чисел. Это число равно НОД заданных чисел.

$$\text{НОД}(180, 168) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \text{ или } \text{НОД}(180, 168) = 2^2 \cdot 3^1 = 12$$

$$\text{НОД}(180, 168) = 12$$

- НОД чисел, не имеющих общих делителей, равен 1. Поскольку у этих чисел нет общих делителей, кроме 1. Например:

$$9 = 3 \cdot 3 \text{ и } 14 = 2 \cdot 7 \rightarrow \text{НОД}(9, 14) = 1$$



Внимание!

Если одно из двух чисел делится нацело на другое, то НОД этих чисел равен меньшему из них. Например, число 8 нацело делится на 4. Таким образом, $\text{НОД}(8, 4) = 4$.



Подумай!

Может ли НОД двух чисел быть больше какого-нибудь из них? Как можно объяснить, что $\text{НОД}(a, a) = a$?

Задания

- 1 Найдите наибольший общий делитель заданных чисел, разложив их на простые множители.

ОБРАЗЕЦ НОД (42, 56)

Решение	Объяснение
$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$	Число 42 разлагается на простые множители.
$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$	Число 56 разлагается на простые множители.
$\text{НОД}(42, 56) = 2 \cdot 7 = 14$	Находится произведение общих простых множителей.

а) НОД (24, 30)

в) НОД (28, 40)

д) НОД (44, 50)

ж) НОД (64, 84)

б) НОД (20, 70)

г) НОД (144, 48)

е) НОД (75, 45)

з) НОД (52, 78)

- 2 Найдите устно и обоснуйте ответы.

а) НОД (10, 80)

в) НОД (20, 100)

д) НОД (45, 135)

ж) НОД (18, 90)

б) НОД (18, 72)

г) НОД (25, 75)

е) НОД (26, 130)

з) НОД (32, 192)

- 3 Найдите несколько значений переменной, чтобы равенство было верным.

а) $\text{НОД}(30, x) = 30$

б) $\text{НОД}(m, 20) = 20$

в) $\text{НОД}(k, 20) = k$

- 4 Найдите наибольший общий делитель заданных чисел, разложив их на простые множители.

ОБРАЗЕЦ НОД (24, 36, 48)

Решение	Объяснение
$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$	Число 24 разлагается на простые множители.
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$	Число 36 разлагается на простые множители.
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$	Число 48 разлагается на простые множители.
$\text{НОД}(24, 36, 48) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$	Находится произведение общих простых множителей.

а) НОД (20, 45, 65)

в) НОД (28, 42, 70)

д) НОД (32, 48, 80)

б) НОД (54, 72, 90)

г) НОД (30, 45, 75)

е) НОД (52, 78, 104)

- 5 Найдите наибольший общий делитель чисел a и b по их разложению на простые множители.

а) $a = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$, $b = 2^3 \cdot 5^1 \cdot 11^2$

б) $a = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$, $b = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

Изучение Взаимно простые числа

Числа, у которых общим делителем является только 1, называются **взаимно простыми числами**.

Другими словами, если a и b взаимно простые числа, то $\text{НОД}(a, b) = 1$.

Например, 9 и 14 взаимно простые числа: $\text{НОД}(9, 14) = 1$.

6 и 15 не взаимно простые числа: $\text{НОД}(6, 15) = 3 \neq 1$.

- 6 Обоснуйте, что числа являются взаимно простыми, разложив их на простые множители.

ОБРАЗЕЦ 20 и 49

Решение	Объяснение
$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ $49 = 7 \cdot 7$ $\text{НОД}(20, 49) = 1$	Число 20 разлагается на простые множители. Число 49 разлагается на простые множители. Поскольку у этих чисел нет общих простых множителей, то они взаимно простые.

24 и 35

13 и 18

12 и 17

19 и 23

25 и 49

21 и 44

28 и 33

- 7 Определите, являются ли числа взаимно простыми или нет.

ОБРАЗЕЦ а) 3 и 4 б) 6 и 8

Решение	Объяснение
а) 3 и 4 взаимно простые числа.	Делители числа 3: 1, 3 Делители числа 4: 1, 2, 4 Поскольку у чисел 3 и 4 нет общих делителей, кроме 1, они взаимно простые.
б) 6 и 8 не являются взаимно простыми.	Поскольку 6 и 8 четные числа, они делятся не только на 1 и само себя, но и на 2. Поэтому 6 и 8 не являются взаимно простыми числами.

5 и 7

11 и 13

14 и 24

20 и 60

21 и 22

35 и 44



Запомни!

- Любые два последовательных натуральных числа являются взаимно простыми. Например, $\text{НОД}(8, 9) = 1$.
- Два различных простых числа являются взаимно простыми числами. Например, $\text{НОД}(7, 11) = 1$.
- Любые два последовательных нечетных натуральных числа являются взаимно простыми. Например, $\text{НОД}(7, 9) = 1$.

- 8 Не проводя вычислений, определите, являются ли числа взаимно простыми.

17 и 18

7 и 11

20 и 21

18 и 21

10 и 1

16 и 24

32 и 33

- 9 Не проводя вычислений, обоснуйте, что ответы неверны, и найдите правильный ответ.

$\text{НОД}(25, 75) = 50$

$\text{НОД}(188, 189) = 9$

$\text{НОД}(100, 100) = 10$

Изучение Полное сокращение дроби

Дробь можно полностью сократить различными способами.

1-й способ. Числитель и знаменатель дроби делится на их НОД.

$$\text{НОД}(36, 42) = 6 \quad \frac{36}{42} = \frac{6}{7} \quad \text{или} \quad \frac{36}{42} = \frac{6}{7}$$

2-й способ. Числитель и знаменатель дроби записываются в виде произведения простых множителей, затем общие множители сокращаются.

$$\frac{36}{42} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}$$



Запомни!

Если числитель и знаменатель дроби взаимно простые числа, то эта дробь несократимая.

- 10 Определите сократимые дроби и сократите каждую дробь до несократимой.

$$\frac{10}{30} \quad \frac{28}{56} \quad \frac{7}{17} \quad \frac{48}{80} \quad \frac{18}{90} \quad \frac{15}{22} \quad \frac{57}{114} \quad \frac{24}{30} \quad \frac{32}{60} \quad \frac{72}{120} \quad \frac{20}{21} \quad \frac{75}{200}$$

- 11 Запишите все правильные и несократимые дроби, знаменатель которых равен: а) 8; б) 10; в) 14 г) 20.

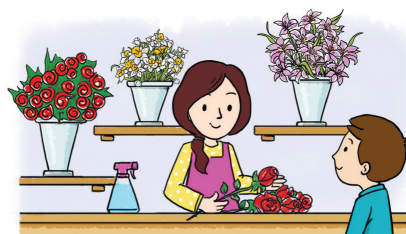
Решение задач

- 12 Привезенные на склад 240 кг яблок и 270 кг груш разложили по ящикам так, чтобы в каждом ящике находился только один вид фруктов. Какую наибольшую массу фруктов можно собрать в каждый ящик, если массы фруктов в ящиках одинаковы?

- 13 В 6-х классах школы учатся 91 мальчик и 119 девочек. Найдите наибольшее количество классов, на которые можно разделить учеников, чтобы в каждом классе было одинаковое количество мальчиков и одинаковое количество девочек? Сколько мальчиков и сколько девочек будет учиться в каждом классе?

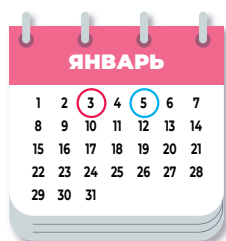


- 14 Для букета Самир выбрал в цветочном магазине 24 лилии, 30 нарциссов и 36 роз. Он попросил продавца положить в букеты одинаковое количество каждого из цветков. Какое наибольшее количество букетов может собрать продавец? Найдите количество каждого цветка в одном букете.



1.4. Наименьшее общее кратное (НОК)

Исследование-обсуждение



Лала записалась в кружок по рисованию, а Самир — в шахматный кружок. Занятия Лалы назначены на даты месяца, делящиеся на 3, а занятия Самира — на даты, делящиеся на 5. Они отметили дни своих первых занятий в календаре.

• В какие дни этого месяца их занятия будут

проходить в один и тот же день?

• Как это найти, не используя календарь?



Ключевые слова

- общее кратное
- наименьшее общее кратное
- общий знаменатель
- дополнительный множитель

Изучение Нахождение наименьшего общего кратного (НОК)

Наименьшее общее кратное (НОК) двух чисел можно найти, выбрав наименьшее из общих кратных этих чисел. Часто этот метод не подходит для больших чисел. В этом случае их НОК находится путем разложения чисел на простые множители. Например, $\text{НОК}(60, 24) = ?$ Поскольку $\text{НОК}(60, 24)$ делится и на 60, и на 24, то оно должно делиться и на простые множители этих чисел.

1 Заданные числа разлагаются на простые множители.

60	2	24	2
30	2	12	2
15	3	6	2
5	5	3	3
1		1	

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^1$$

2 Сначала записывается разложение одного из чисел, затем полученное произведение умножается на простые множители, которые имеются в разложении другого числа, но отсутствуют в разложении первого числа. Произведение равно НОК заданных чисел.

Разложение 60 на простые множители

$$\text{НОК}(60, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \boxed{2} = 120$$

Недостающий простой множитель



Внимание!

Если одно из двух чисел делится нацело на другое, то НОК этих чисел равно большему числу. Например, число 8 нацело делится на 4. Тогда $\text{НОК}(8, 4) = 8$.



Подумай!

Как можно объяснить то, что НОК двух чисел делится на НОД этих чисел? Приведите несколько примеров.

Задания

- 1 Найдите НОК (a , b), используя разложение чисел на простые множители.

ОБРАЗЕЦ $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

Решение	Объяснение
$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \underline{7}$	Записывается разложение одного из чисел. Из разложения второго числа находится множитель, отсутствующий в разложении первого.
$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$ НОК (a , b) = 420	Находится произведение разложения первого числа и недостающего множителя. Произведение равно НОК чисел.

а) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$

в) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

б) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$

г) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

- 2 Найдите наименьшее общее кратное заданных чисел, разложив их на простые множители.

12 и 18	20 и 24	33 и 39	30 и 36	45 и 54
16 и 20	18 и 24	42 и 63	90 и 80	45 и 60
15 и 40	30 и 42	28 и 70	35 и 50	120 и 200

- 3 Не проводя вычислений, объясните неверность ответов и найдите правильный ответ.

НОК (10, 11) = 100

НОК (22, 44) = 22

НОК (6, 16) = 96

- 4 Найдите устно и обоснуйте ответы.

а) НОК (15, 30)

б) НОК (20, 80)

в) НОК (48, 96)

г) НОК (120, 360)

- 5 Найдите НОК чисел, используя произведение общих простых множителей.

ОБРАЗЕЦ НОК (70, 42)

Решение				Объяснение
70	2	42	2	Числа раскладываются на простые множители, и общие простые множители отмечаются. Общие простые множители заданных чисел 2 и 7, а не общие — это числа 5 и 3.
35	5	21	3	
7	7	7	7	
1		1		
2 · 7 · 5 · 3 = 210				Находится произведение общих и не общих простых множителей. Произведение равно НОК этих чисел.
НОК (70, 42) = 210				

а) НОК (48, 80)

б) НОК (85, 102)

в) НОК (120, 130)

г) НОК (165, 132)

6 Какими простыми числами могут быть m и n при заданных условиях?

а) $a = 5 \cdot m$, $b = 5 \cdot n$, НОК $(a, b) = 105$

б) $a = 3 \cdot 7 \cdot m$, $b = 3 \cdot 7 \cdot n$, НОК $(a, b) = 210$

7 Найдите несколько значений переменной так, чтобы равенство было верным.

а) НОК $(20, a) = 20$

б) НОК $(b, 20) = b$

в) НОК $(30, k) = k$

Изучение Произведение НОД и НОК двух чисел

Произведение НОД и НОК двух чисел равно произведению этих чисел.

$$\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = a \cdot b$$

Например, НОД $(24, 36) = 12$ и НОК $(24, 36) = 72$.

$$\text{НОД}(24, 36) \cdot \text{НОК}(24, 36) = 12 \cdot 72 = 864$$

С другой стороны, $24 \cdot 36 = 864$.

Таким образом,

$$\text{НОД}(24, 36) \cdot \text{НОК}(24, 36) = 24 \cdot 36$$



Подумай!

Как можно объяснить, почему, если числа a и b взаимно простые, то НОК $(a, b) = a \cdot b$?

8 Найдите значение выражения, вычислив НОД и НОК. Проверьте ответ с помощью свойства.

а) НОК $(35, 15) \cdot \text{НОД}(35, 15)$

в) НОК $(20, 21) \cdot \text{НОД}(20, 21)$

б) НОК $(12, 15) \cdot \text{НОД}(12, 15)$

г) НОК $(65, 26) \cdot \text{НОД}(65, 26)$

9 Обоснуйте, что числа взаимно простые, и найдите их НОК.

а) 13 и 14

б) 17 и 19

в) 43 и 45

г) 25 и 36

д) 20 и 81

10 Найдите неизвестное.

а) НОД $(33, b) = 11$
НОК $(33, b) = 165$

б) НОД $(42, d) = 14$
НОК $(42, d) = 210$

в) НОД $(a, 54) = 18$
НОК $(a, 54) = 216$

11 Вычислите значение выражения.

а) $\frac{24 \cdot 48}{\text{НОК}(24, 48)} + \frac{72 \cdot 18}{\text{НОД}(18, 72)}$

б) $\frac{32 \cdot 96}{\text{НОД}(32, 96)} - \frac{120 \cdot 15}{\text{НОК}(15, 120)}$

12 Вычислите.

а) $\frac{\text{НОК}(60, 15)}{\text{НОД}(60, 15)}$

б) $\frac{\text{НОК}(120, 20)}{\text{НОД}(120, 15)}$

в) $\frac{\text{НОД}(80, 160)}{\text{НОК}(5, 8)}$

г) $\frac{\text{НОД}(24, 72)}{\text{НОК}(3, 4)}$



Запомни!

Чтобы найти НОК трех чисел, сначала нужно найти НОК любых двух чисел, а затем найти НОК полученного числа и третьего числа.

13 Найдите.

ОБРАЗЕЦ НОК (4, 6, 15)

Решение	Объяснение
НОК (4, 6) = 12	Находится НОК чисел 4 и 6.
НОК (12, 15) = 60	Находится НОК полученного числа и 15.
НОК (4, 6, 15) = 60	Полученное число равно НОК заданных чисел.

а) НОК (2, 4, 8)

б) НОК (8, 40, 50)

в) НОК (24, 36, 60)

г) НОК (18, 27, 45)

Изучение Приведение дробей к общему знаменателю

При сравнении, а также при выполнении операций сложения и вычитания дробей с разными знаменателями дроби обычно приводятся к наименьшему общему знаменателю. Для этого в качестве общего знаменателя берётся НОК знаменателей дробей. Числители и знаменатели каждой дроби умножаются на соответствующие **дополнительные множители**. Например, $\frac{1}{18} + \frac{1}{24} = ?$

$$\text{НОК (18, 24)} = 72$$

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{24} = \frac{4}{72} + \frac{3}{72} = \frac{7}{72}$$

14 Приведите дроби к общему знаменателю и сравните.

а) $\frac{11}{72}$ и $\frac{5}{36}$

в) $\frac{3}{80}$ и $\frac{7}{160}$

д) $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{7}$

ж) $\frac{5}{13}$ и $\frac{4}{11}$

и) $\frac{11}{56}$ и $\frac{5}{42}$

л) $\frac{3}{65}$ и $\frac{2}{55}$

б) $\frac{13}{75}$ и $\frac{4}{25}$

г) $\frac{17}{90}$ и $\frac{11}{30}$

е) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{9}$

з) $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{10}$

к) $\frac{5}{76}$ и $\frac{7}{95}$

м) $\frac{9}{84}$ и $\frac{3}{56}$

15 Выполните действия.

а) $\frac{1}{12} + \frac{1}{13}$

в) $\frac{1}{22} - \frac{1}{33}$

д) $2\frac{1}{52} + \frac{1}{65}$

ж) $\frac{3}{10} + \frac{7}{20} + \frac{9}{40}$

и) $\frac{2}{7} : \frac{24}{35} - \frac{7}{18}$

б) $\frac{11}{15} + \frac{9}{16}$

г) $\frac{7}{40} - \frac{5}{80}$

е) $1\frac{4}{27} - \frac{11}{45}$

з) $\frac{5}{42} - \frac{1}{28} - \frac{3}{70}$

к) $(\frac{1}{18} + \frac{7}{24}) \cdot \frac{48}{125}$

16 Вычислите.

а) $\frac{1}{\text{НОД (33, 34)}} - \frac{1}{\text{НОК (3, 5)}}$

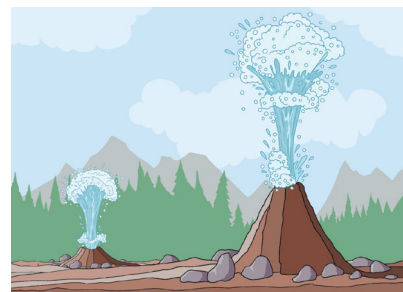
в) $\frac{3}{\text{НОД (42, 45)}} - \frac{3}{\text{НОД (15, 20)}}$

б) $\frac{1}{\text{НОД (5, 21)}} + \frac{1}{\text{НОД (22, 23)}}$

г) $\frac{1}{\text{НОК (6, 7)}} + \frac{1}{\text{НОК (7, 8)}}$

Решение задач

- 17 Гейзеры – это природные фонтаны горячей воды и пара. Один гейзер извергается каждые 4 дня, а другой – каждые 6 дней. Через сколько дней эти два гейзера, извергнувшись в один и тот же день, снова извергнутся одновременно?



- 18 Количество учащихся на уроке физкультуры больше 70, но меньше 80. Сначала они выстроились в 8 рядов, а затем — в 6 рядов, по одинаковому количеству в каждом ряду. Сколько учащихся было на уроке физкультуры?



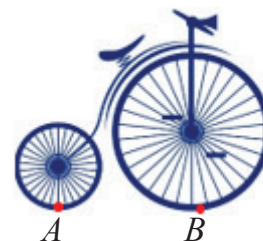
- 19 Расстояние от дома до школы 300 м. Шаг Самира 60 см, шаг сестры 50 см. Они одновременно вышли из дома и пошли в школу. Самир и его сестра сделали свои первые шаги с одинакового уровня. Сколько раз в пути их следы от шагов окажутся рядом?



- 20 Школе было подарено определенное количество книг. Если эти книги упаковать в коробки по десять, двенадцать или пятнадцать, то во всех случаях останется лишних 8 книг. Какое наименьшее число книг было передано в школу?



- 21 Когда велосипед с высоким передним колесом ("penny-farthing") начинает движение, точки A и B , отмеченные на колесах, одновременно касаются земли. За один полный оборот точка A перемещается на 120 см, а точка B — на 180 см. Через какое минимальное расстояние точки A и B одновременно коснутся земли после начала движения? Сколько полных оборотов за это время совершит каждое колесо?

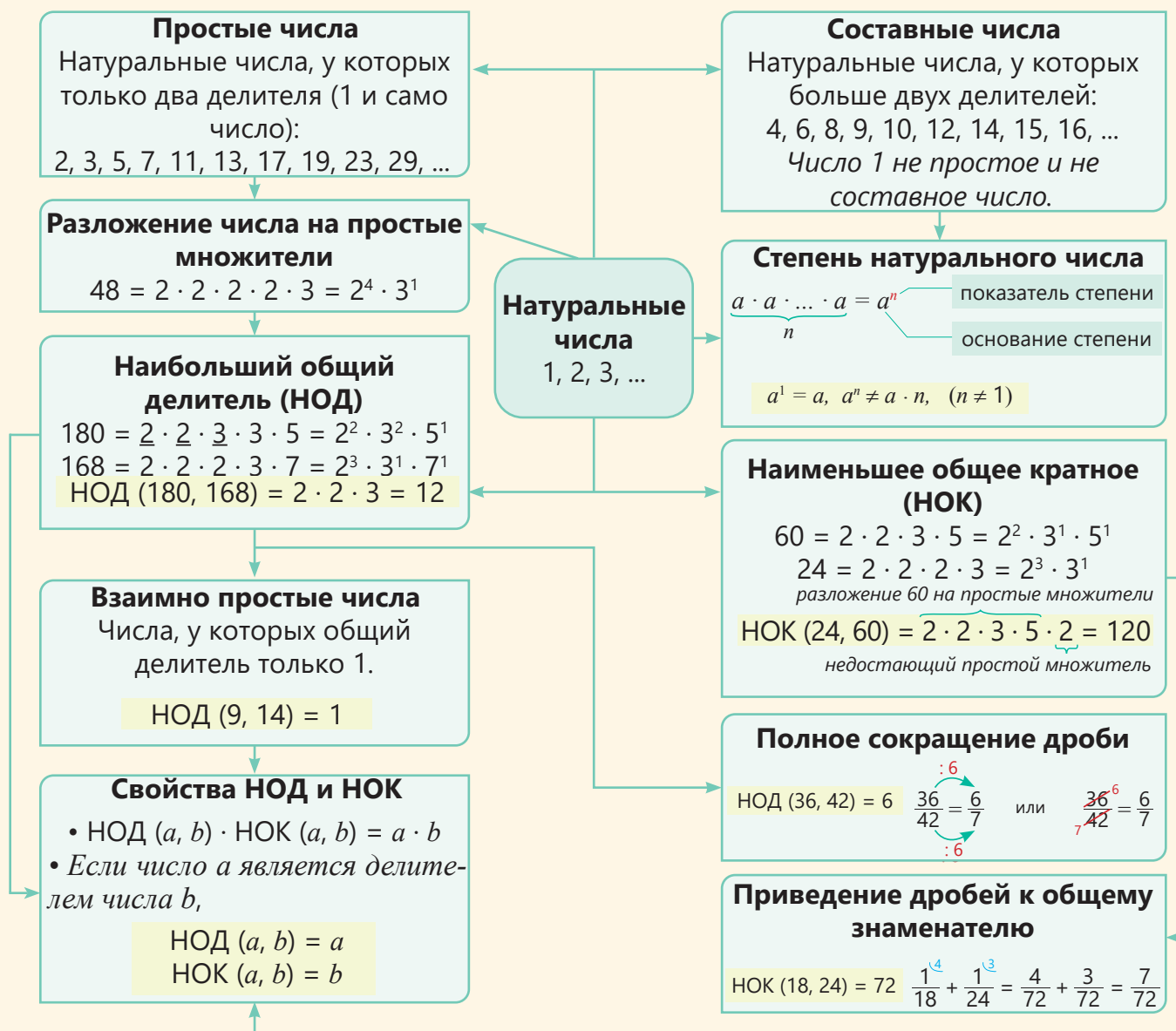


- 22 В зал для боулинга захотели купить одинаковое количество красных, желтых и фиолетовых шаров. Красные шары продаются по 6, желтые — по 8, фиолетовые — по 9 штук в коробке.

- Какое наименьшее количество шаров каждого цвета можно купить в зал для боулинга?
- Сколько всего коробок шаров будет куплено?

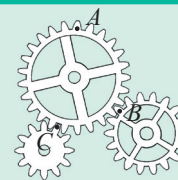


ЗАКЛЮЧЕНИЕ



Решение исходной задачи

Чтобы точка на колесе вернулась в исходное положение, соответствующее колесо должно совершить полный оборот. Точка A возвращается в исходное положение, сдвинувшись на 24 зубца, точка B — на 18 зубцов, а точка C — на 12 зубцов.



• Находится наименьшее количество зубцов, на которые необходимо сдвинуться точкам A и C , чтобы одновременно вернуться в исходное положение: НОК (12, 24) = 24.

В этом случае точка A совершит $24 : 24 = 1$ оборот, а точка C — $24 : 12 = 2$ оборота.

• Находится наименьшее количество зубцов, на которые необходимо сдвинуться точкам A , B и C , чтобы одновременно вернуться в исходное положение: НОК (12, 18, 24) = 72.

В этом случае точка A совершит $72 : 24 = 3$ оборота, точка B — 4 оборота, а точка C — 6 оборотов.

ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

1. Впишите подходящие числа в пустые клетки.

а) $32 = 2^{\square}$

б) $729 = 27^{\square}$

в) $1024 = 4^{\square}$

г) $125 = 5^{\square}$

д) $7776 = 6^{\square}$

2. Сравните.

а) 6^3 и 5^4

б) 9^2 и 3^4

в) 5^4 и 25^2

г) 10^3 и 31^2

д) 2^7 и 7^3

е) 8^3 и 3^6

3. Впишите подходящие числа в пустые клетки.

а) $1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = \square^3$

б) $3^3 + 4^3 + 5^3 = \square^3$

в) $2^6 + 3^5 + 6^2 = \square^3$

4. Найдите значения выражений.

а) $2^4 \cdot 3^2$

в) $3^4 + 6^3$

д) $(3^5 - 2^5 - 1) : 3 + 1^5$

ж) $(9^2 - 1)^2 : 1000 - 2,4$

б) $100^2 : 5^3$

г) $7^3 - 2^5$

е) $(6^3 + 6^2) : 6 - 5^2$

з) $1000 : 2^3 : 25 + 2\frac{1}{2}$

5. Запишите разложение числа на простые множители двумя способами.

20

32

40

75

120

135

280

6. Найдите устно, сколькими нулями оканчиваются данные произведения.

а) $2 \cdot 3 \cdot 5$

б) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

в) $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$

г) $2 \cdot 5 \cdot 10$

д) $2 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 7$

7. Найдите все делители произведения. Определите, сколько различных делителей имеет произведение.

а) $5 \cdot 11$

б) $3 \cdot 10$

в) $2 \cdot 6$

г) $5 \cdot 13 \cdot 3$

д) $2 \cdot 33$

е) $3 \cdot 55$

ж) $4 \cdot 6$

8. Число разложено на простые множители. Найдите числа, соответствующие буквам.

а) $240 = 2^a \cdot 3^1 \cdot b^1$

б) $340 = a^2 \cdot 5^1 \cdot 17^b$

в) $280 = 2^a \cdot b^1 \cdot 7^c$

г) $480 = a^5 \cdot 3^b \cdot c^1$

9. Вычислите.

НОД (45, 72)

НОД (32, 48)

НОД (42, 98)

НОД (36, 54, 108)

НОК (24, 32)

НОК (48, 80)

НОК (32, 48)

НОК (30, 45, 60)

10. Приведите несколько примеров, соответствующих числам.

а) два числа, НОД которых равен 20

б) три числа, НОД которых равен 45

в) три числа, НОК которых равно 24

11. Найдите НОД (a, b) и НОК (a, b), используя разложение чисел a и b на простые множители.

а) $a = 3 \cdot 7 \cdot 11, \quad b = 3 \cdot 5 \cdot 11$

в) $a = 3^1 \cdot 5^2 \cdot 11^1, \quad b = 2^1 \cdot 5^3 \cdot 13^1$

б) $a = 2 \cdot 5 \cdot 13, \quad b = 2 \cdot 7 \cdot 13$

г) $a = 2^4 \cdot 5^3, \quad b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

12. Впишите несколько подходящих чисел в пустую клетку.

а) НОК (25, $\square$) = 75

в) НОК ($\square$, 28) = 140

д) НОК ($\square$, 42) = 210

б) НОД ($\square$, 60) = 12

г) НОД (90, $\square$) = 18

е) НОД ($\square$, 120) = 15

13. Сократите дроби.

$$\frac{16}{24}$$

$$\frac{18}{27}$$

$$\frac{30}{45}$$

$$\frac{33}{66}$$

$$\frac{26}{78}$$

$$\frac{24}{40}$$

$$\frac{64}{84}$$

$$\frac{135}{140}$$

$$\frac{130}{240}$$

$$\frac{120}{320}$$

14. Сравните дроби, приведя к наименьшему общему знаменателю.

а) $\frac{5}{18}$ и $\frac{8}{27}$

б) $\frac{4}{15}$ и $\frac{5}{16}$

в) $\frac{3}{35}$ и $\frac{11}{42}$

г) $\frac{11}{72}$ и $\frac{5}{48}$

д) $\frac{11}{90}$ и $\frac{13}{120}$

15. Выполните действия.

а) $\frac{1}{22} + \frac{1}{33}$

в) $\frac{1}{24} - \frac{1}{36}$

д) $3\frac{2}{111} - \frac{3}{74}$

ж) $\frac{4}{15} + \frac{1}{30} + \frac{7}{45}$

и) $\frac{52}{85} \cdot \frac{68}{91} - \frac{5}{14}$

б) $\frac{1}{13} + \frac{1}{14}$

г) $\frac{7}{50} - \frac{11}{150}$

е) $1\frac{11}{75} + \frac{7}{120}$

з) $\frac{3}{20} + \frac{7}{32} - \frac{11}{40}$

к) $(\frac{1}{20} + \frac{7}{30}) : \frac{34}{45}$

16. Вычислите и сравните.

а) $\frac{\text{НОК}(15, 18)}{15 \cdot 18}$ и $\frac{\text{НОК}(24, 28)}{24 \cdot 28}$

б) $\frac{\text{НОД}(22, 33)}{22 \cdot 33}$ и $\frac{\text{НОД}(35, 45)}{35 \cdot 45}$

17. Вычислите.

а) $54 \cdot (\text{НОК}(12, 18) + \text{НОД}(20, 24))$

б) $24 \cdot (\text{НОК}(39, 65) - \text{НОД}(140, 210))$

18. Ответьте на вопросы.

а) Какое наименьшее натуральное число делится на 6 и 8?

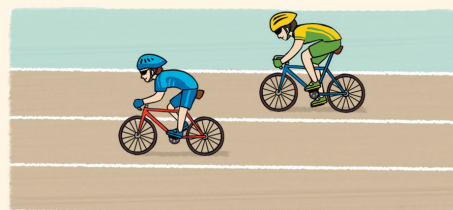
б) При делении какого наименьшего натурального числа на 3 и 5 в остатке будет 2?

в) Какое наименьшее натуральное число при делении на 8 дает остаток 5, а при делении на 7 — остаток 4?

19. Все стороны равнобедренного треугольника, периметр которого равен 7 единицам, выражаются простыми числами. Найдите стороны треугольника.

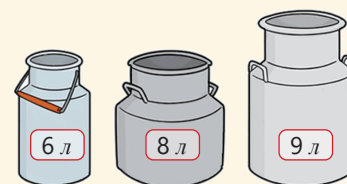


20. Анар и Самир тренируются на велотреке. Анар совершает один полный круг за 90 секунд, а Самир — за 120 секунд. Через сколько минут они снова встретятся на стартовой линии, если одновременно начнут движение со стартовой линии?



21. Произведение двух простых чисел называется полупростым числом. Длины ребер кубоида, объем которого составляет 22 единичных куба, выражаются натуральными числами. Если площадь основания кубоида выразить полупростым числом, то сколько единиц составляют длины его ребер?

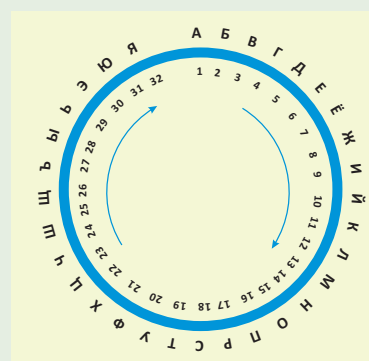
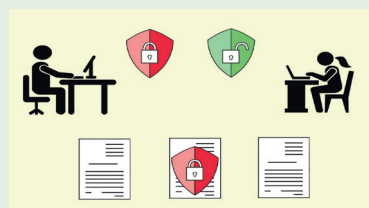
22. На ферме каждый день получают одинаковое количество молока. Для отправки молока на продажу в 1-й день наполнили только 6-литровые бидоны, во 2-й день — только 8-литровые, а в 3-й — только 9-литровые. Если каждый день отправляли более 100 л молока, то какое наименьшее количество бидонов с молоком было отправлено на продажу за 3 дня?



STEAM КРИПТОГРАФИЯ

Простые числа широко используются для защиты и шифрования данных. Буквы в исходном тексте заменяются другими буквами посредством определенных вычислительных алгоритмов. Чтобы прочесть зашифрованный текст, этот текст расшифровывается. Для этого используется правило шифрования наоборот.

Например, выбираются два простых числа a и b . Произведение этих чисел называется “кодом шифрования”. Определяется порядковый номер каждой буквы в исходном тексте. Код шифрования складывается с этим номером и заменяется исходная буква буквой с порядковым номером, соответствующим полученному числу в алфавите. Если полученная сумма больше 32, то сумма делится на 32 и находится остаток. Исходная буква заменяется буквой, соответствующей полученному остатку.



ОБРАЗЕЦ. Предположим, выбраны простые числа 2 и 11. В этом случае код шифрования будет 22, а буквы исходного текста будут заменены буквами после 22-й позиции в алфавите. Например, в исходном тексте буква А будет заменена буквой Ц: $1 + 22 = 23$ (А — 1-я буква, Ц — 23-я буква). Букву Ш заменит буква О: $25 + 22 = 47$, $47 : 32 = 1$ (ост. 15). 15-я буква алфавита — буква О. А для расшифровки текста от порядковых номеров букв в алфавите отсчитывают в обратном порядке число шагов, равное коду шифрования, и заменяют соответствующими буквами алфавита.

1. Напишите любое слово.
2. Используя сайт <https://www.browerling.com/tools/prime-numbers>, выберите два случайных простых числа и найдите их произведение. Определите полученное произведение как код шифрования.
3. Зашифруйте слово, используя код шифрования. Передайте зашифрованное слово другу и попросите его найти исходное слово.
4. Показав исходное слово, попросите друга найти выбранные вами простые числа.
5. В Интернете найдите информацию об информационной безопасности и шифровании, используя простые числа, а также о криптографии и подготовьте соответствующую презентацию.

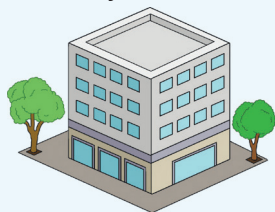
В этой главе вы научитесь:

- находить отношение чисел и величин
- составлять пропорции и применять их свойства
- решать задачи, касающиеся прямой и обратной пропорциональной зависимости
- выражать отношение в виде процента
- выражать изменение величины в виде процента
- решать задачи, связанные с отношением, масштабом, пропорцией и процентом

Попробуйте!

Прежде чем строить здание, готовится его уменьшенный макет. Высота макета здания в форме кубоида – 30 см, а основание – квадрат со стороной 40 см. Масштаб модели 1 : 100. То есть 1 см на макете соответствует 100 см или 1 м в реальности.

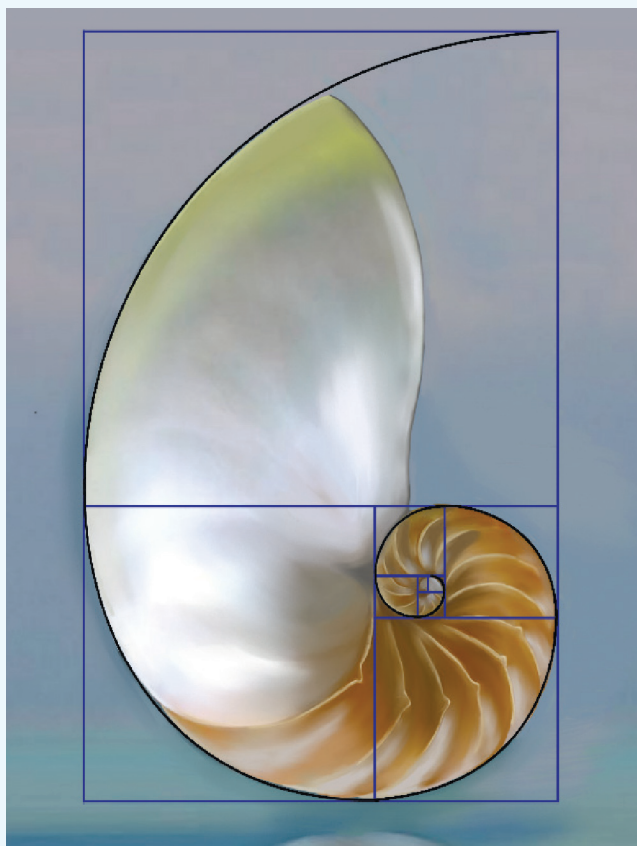
- Каковы действительные размеры здания?
- Архитектор внес изменения в проект и увеличил высоту макета на 3 см. На сколько и на какой процент увеличился объем здания?



Отношение. Пропорция. Процент

Понятия “отношение” и “пропорция” широко используются в различных областях. Такие величины, как скорость и плотность, возникают из отношения двух различных величин. Картографирование и создание моделей основаны на применении равных отношений. Понятие “процент” также связано с отношением.

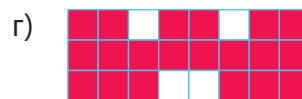
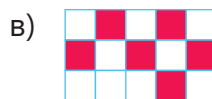
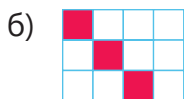
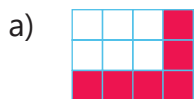
Понятия “отношение” и “пропорция” привлекали внимание философов с древних времен. Пифагорейцы считали, что гармония в природе выражается в виде отношения натуральных чисел.



Элементы архитектуры и произведений искусства также основаны на определенных соотношениях.

Предварительная проверка

- 1 Какая часть фигуры, состоящая из единичных квадратов, закрашена в красный цвет, а какая не закрашена? Выразите в виде обыкновенных дробей, десятичных дробей и в процентах.



- 2 Впишите подходящее число в пустую клетку.

а) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{21}$

б) $\frac{16}{20} = \frac{\square}{5}$

в) $\frac{2}{3} = \frac{8}{\square}$

г) $\frac{5}{6} = \frac{25}{\square}$

д) $\frac{8}{7} = \frac{24}{\square}$

е) $\frac{60}{24} = \frac{\square}{2}$

- 3 Впишите подходящее число в пустую клетку.

а) 4 м = $\square$ см

б) 70 мм = $\square$ дм

в) 40 м = $\square$ км

г) 4,2 кг = $\square$ г

- 4 Вычислите.

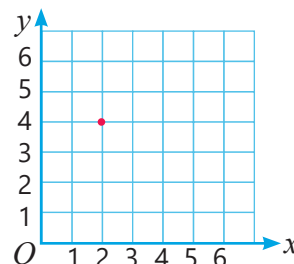
а) $\frac{2}{5}$ части 80 манатов

б) $\frac{3}{4}$ части 40 метров

в) массу, $\frac{2}{3}$ части которой равны 6 кг

- 5 На основе заданной зависимости дополните таблицу и постройте график. Как изменится значение y , если увеличить значение x на 1?

$y = 2x$	
x	y
0	
	2
2	4
	6



- 6 Решите уравнение.

а) $2x + 3x = 15$

б) $4x - x = 18$

в) $x : 2 = 9,6 - 6,9$

г) $x : 3 = 6 : 2$

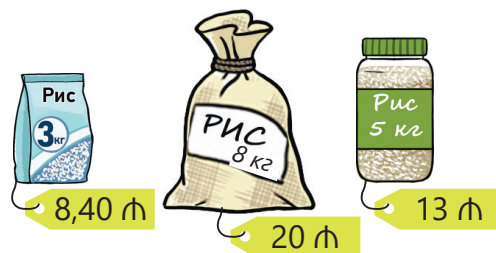
- 7 Выполните задание.

а) увеличьте 60 метров на 25%

б) увеличьте 40 манатов на 125%

в) уменьшите 80 кг на 40%

- 8 В какой из упаковок цена 1 кг риса дешевле, и какова его цена?



- 9 Ответьте на вопросы.

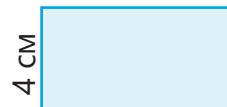
а) Какой путь проедет машина за 3 часа, если, двигаясь с постоянной скоростью, она проезжает 80 км за 2 часа?

б) Покупатель заплатил 7,40 маната за 4 кг яблок. Сколько он заплатит за 3 кг яблок?

- 10 Ширина прямоугольника 4 см. Это составляет $\frac{1}{6}$ часть его периметра.

• Найдите периметр и длину прямоугольника.

• Какую часть от длины составляет ширина прямоугольника?



2.1. Отношение



Ключевые слова

- отношение
- члены отношения
- эквивалентные (равные) отношения

Исследование-обсуждение

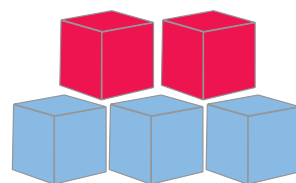


Для получения зеленого цвета маляр добавляет к каждой банке синей краски 3 одинаковые по размеру банки желтой краски.

- Сколько банок зеленой краски получит маляр, используя 1 банку синей краски?
- Какую часть зеленой краски составляет желтая краска?
- Сколько банок каждой краски нужно добавить, чтобы получить 8 банок зеленой краски?

Изучение Отношение

При сравнении чисел или величин часто используется понятие "отношение". Например, при сравнении количества цветных кубиков на рисунке говорят, что *количество красных и синих кубиков относится как 2 к 3*. Это записывается как $2 : 3$ или $\frac{2}{3}$.



Отношение $2 : 3$ означает, что каждые 2 красных кубика соответствуют 3 синим кубикам.

• В общем случае отношение записывается как $a : b$ или $\frac{a}{b}$ и читается как "отношение a к b ". Здесь a называется предыдущим членом отношения, а b – последующим. Члены отношения отличны от 0.

• Если члены отношения поменять местами, то получается отношение, обратное данному. Например, обратным отношению $2 : 3$ является отношение $3 : 2$.



Подумай!

Как записать отношение общего количества кубиков на рисунке к количеству красных кубиков? Какие еще отношения, связанные с количеством кубиков, можно записать? Что показывает обратное значение этих отношений?

Задания

- 1 Запишите требуемое отношение по данным на рисунке. Также запишите обратное этому отношению и объясните, что оно показывает.

а) Отношение количества футбольных мячей к общему количеству мячей.



б) Отношение количества девочек к количеству мальчиков.



- 2 Фигура состоит из 6 конгруэнтных треугольников. Запишите подходящие отношения.

а) Отношение количества неокрашенных треугольников к количеству окрашенных треугольников.

б) Отношение количества окрашенных треугольников к общему количеству треугольников.

в) Отношение общего количества треугольников к количеству окрашенных треугольников.



- 3 Отношение количества девочек к количеству мальчиков в классе составляет $13 : 12$.
 а) Напишите отношение количества мальчиков к общему числу учеников.
 б) Напишите отношение общего числа учеников к числу девочек.

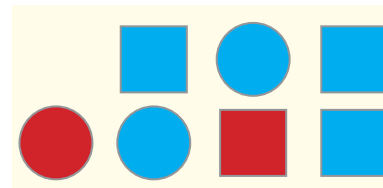
- 4 В тарелке с фруктами 5 яблок, 3 граната, 2 айвы. Запишите подходящие отношения.
 а) Отношение количества гранатов к количеству яблок.
 б) Отношение количества яблок к количеству гранатов.
 в) Отношение количества яблок к количеству айвы.
 г) Отношение общего количества фруктов к количеству гранатов.



- 5 Объясните на основе рисунка, что показывают отношения.

$3 : 4$ $4 : 7$ $5 : 2$ $2 : 7$ $3 : 7$

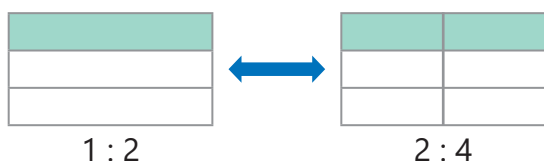
- Запишите обратное отношение и объясните его значение.



Изучение Эквивалентные отношения

Если оба члена отношения умножить или разделить на одно и то же число, большее нуля, то получится отношение, равное или эквивалентное исходному.

Отношения закрашенных частей прямоугольников, изображенных на рисунке, к незакрашенным частям эквивалентны.



$$1 : 2 = 2 : 4 \quad \longleftrightarrow \quad 2 : 4 = 1 : 2 \quad \text{или}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad \longleftrightarrow \quad \frac{2}{4} = \frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2}$$

- Если члены отношения имеют общий делитель, отличный от 1, его можно заменить отношением взаимно простых чисел. Это называется *сокращением отношений*.

Например, поскольку $\text{НОД}(12, 15) = 3$, то отношение $12 : 15$ можно упростить так:

$$12 : 15 = 4 : 5 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

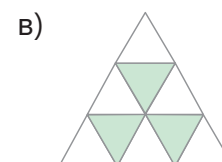
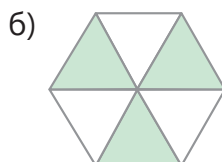
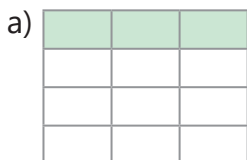


Подумай!

Как объяснить то, что отношение с равными членами эквивалентно отношению $1 : 1$?

- 6 Напишите соответствующие отношения и упростите.

- Отношение количества закрашенных частей к количеству незакрашенных.
- Отношение количества незакрашенных частей к количеству всех частей.
- Отношение количества всех частей к количеству закрашенных частей.



- 7 Напишите три отношения, эквивалентные данному отношению.

а) $5 : 1$ б) $\frac{3}{7}$ в) $7 : 11$ г) $\frac{2}{8}$ д) $16 : 8$ е) $\frac{42}{12}$ ж) $\frac{5}{9}$ з) $4 : 3$ и) $2 : 5$ к) $6 : 6$

- 8 Определите эквивалентные отношения.

$4 : 6$ $2 : 7$ $8 : 10$ $12 : 15$ $200 : 700$ $2 : 3$ $10 : 6$ $36 : 8$ $5 : 3$ $9 : 2$

- 9 Запишите данные отношения как отношения двух натуральных чисел и сократите, если возможно.

ОБРАЗЕЦ а) $0,12 : 0,4$ б) $\frac{2}{5} : \frac{3}{10}$

Решение	Объяснение
а) $0,12 : 0,4 = (0,12 \cdot 100) : (0,4 \cdot 100) = 12 : 40 = (12 : 4) : (40 : 4) = 3 : 10$	а) Члены отношения умножаются на 100, полученные члены делятся на 4.
б) 1-й способ. $\frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \frac{2 \cdot 10}{5 \cdot 3} = \frac{4}{3} = 4 : 3$ 2-й способ. $\frac{2}{5} : \frac{3}{10} = (\frac{2}{5} \cdot 10) : (\frac{3}{10} \cdot 10) = 4 : 3$	б) Дробь делится на дробь и результат записывается в виде отношения. Члены отношения умножаются на НОК (5, 10).

$1,6 : 4,8$

$2,5 : 7,5$

$\frac{3}{7} : \frac{6}{7}$

$\frac{2}{5} : \frac{1}{3}$

$0,6 : \frac{3}{8}$

- 10 Впишите в пустую клетку подходящее число так, чтобы отношения стали эквивалентными.

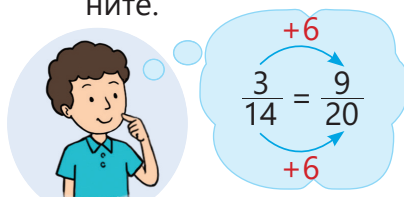
а) $3 : 4 = \square : 20$

б) $\square : 12 = 1 : 3$

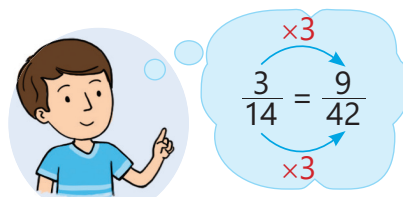
в) $\frac{5}{8} = \frac{\square}{24}$

г) $16 : 4 = 0,8 : \square$

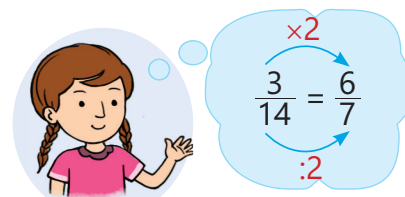
- 11 Дети утверждают, что записали эквивалентные отношения. Найдите ошибки и объясните.



Эльхан



Самир



Лала

- 12 Дополните таблицу, записав эквивалентные отношения.

ОБРАЗЕЦ

Число треугольников	1	2		5
Число сторон	3		9	

Решение

Число треугольников	1	2	3	5
Число сторон	3	6	9	15

Объяснение

Числа, соответствующие пустым клеткам во 2-м столбце, находятся путем умножения чисел в 1-м столбце на 2, в 3-м столбце – умножением на 3, в последнем столбце – умножением на 5. $1 : 3$; $2 : 6$; $3 : 9$ и $5 : 15$ – эквивалентные отношения.

а)

Количество птиц	1	3		9
Количество крыльев	2		10	

б)

Количество коробок с карандашами	1	2	3	
Количество карандашей	8			40

Решение задач

- 13 Для приготовления айрана на каждый стакан кефира необходимо добавить 2 стакана воды. Дополните таблицу, записав эквивалентные отношения, и ответьте на вопросы.

Кефир (стакан)	1	3	4	
Вода (стакан)	2			10

- Сколько айрана получится из 1 стакана кефира и 2 стаканов воды?
- Сколько стаканов кефира нужно для приготовления 15 стаканов айрана?
- Смешали 4 стакана кефира и 6 стаканов воды. Сколько стаканов воды необходимо еще добавить для приготовления айрана из этой смеси?

- 14 Из 48 страниц тетради исписаны 40 страниц. Что выражает каждое отношение? Упростите все отношения.

40 : 8

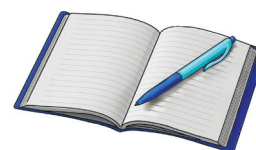
8 : 40

40 : 48

8 : 48

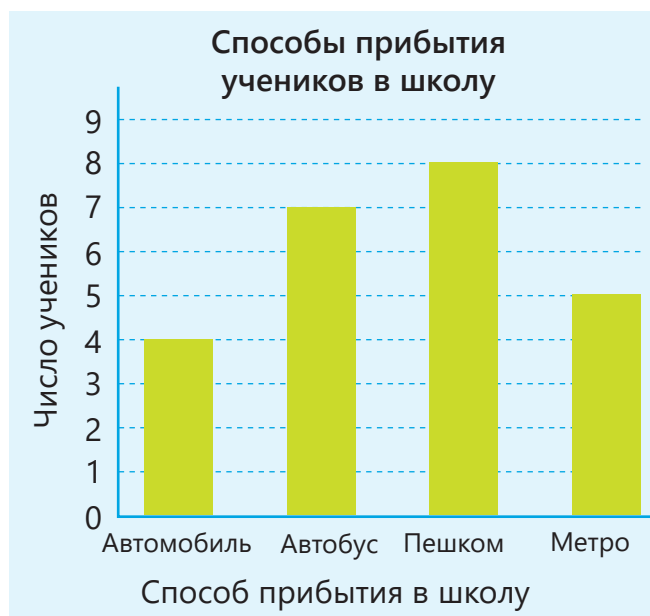
48 : 40

48 : 8



- 15 На столбчатой диаграмме представлена информация о том, какими способами ученики 6"А" класса добираются до школы.

- Запишите отношение числа тех, кто идет пешком, к числу тех, кто едет на автобусе.
 - Запишите отношение числа тех, кто едет на метро, к числу тех, кто едет на автомобиле.
 - Запишите отношение общего числа учеников к числу тех, кто едет на автобусе.
 - Какую часть всех учеников класса составляют те, кто едет на автомобиле?
- Напишите обратные отношения и объясните их значения.



- 16 Для изготовления золотых украшений к каждому 15 г чистого золота добавляют 4 г меди. Ответьте на вопросы, составив таблицу.

- Сколько граммов меди должен добавить ювелир к 90 г золота, чтобы изготовить золотые украшения? Какова будет масса полученного сплава?
- Сколько граммов золота нужно добавить к 20 г меди? Какова будет масса полученного сплава?



2.2. Отношение величин

Исследование-обсуждение

Выберите текст из любой книги и прочитайте его за 2 минуты. По истечении времени посчитайте количество слов, которые прочитали. Запишите отношение количества слов к количеству минут.

- Что выражает полученный результат? Объясните.
- Как найти с помощью этого результата, сколько слов сможете прочитать за 4 минуты?



Ключевые слова

- отношение одноименных величин
- отношение разноименных величин
- скорость
- плотность

Изучение Отношение одноименных величин

При решении многих задач требуется найти отношение одноименных величин (длины к длине, массы к массе, объема к объему и т.д.) В этом случае отношение упрощается и записывается без единиц. Например, найти отношение длины прямоугольника, изображенного на рисунке, к его ширине можно следующим образом:

4 см



6 см

$$\frac{6 \text{ см}}{4 \text{ см}} = \frac{6 \cdot 1 \text{ см}}{4 \cdot 1 \text{ см}} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{3}{2} = 3 : 2$$



Запомни!

Если одноименные величины заданы в разных единицах измерения, то чтобы найти их отношение, нужно выразить их в одинаковых единицах.

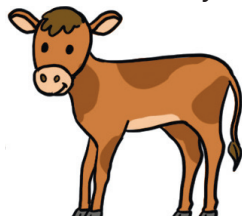
Задания

- 1 По данным на рисунке запишите соответствующее отношение и упростите. Запишите отношение, обратное данному, и объясните, что оно показывает.

а)



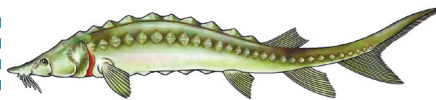
8 кг



68 кг

Отношение массы овечки к массе коровы.

б)



140 см



30 см

Отношение длины осетра к длине хека.

- 2 Выразите величины в одинаковых единицах и упростите отношение.

ОБРАЗЕЦ 750 г : 2 кг

Решение	Объяснение
$\frac{750 \text{ г}}{2 \text{ кг}} = \frac{750 \text{ г}}{2000 \text{ г}} =$ $= \frac{750 : \textcolor{red}{250}}{2000 : \textcolor{red}{250}} = \frac{3}{8} = 3 : 8$	Величины записываются в одинаковых единицах. $2 \text{ кг} = 2\,000 \text{ г}$. Поскольку НОД (750, 2000) = $\textcolor{red}{250}$, отношение упрощается делением каждого члена на 250.

- а) 14 см : 4 м г) 4 дм : 20 см ж) 240 кг : 6 т к) 250 г : 1 кг
 б) 7 л : 500 мл д) 2 часа : 200 мин. з) 36 с : 4 мин. л) 4 месяца : 1 год
 в) 2 недели : 6 дней е) 40 гяп. : 3 ман. и) 3 м² : 40 дм² м) 300 мм³ : 2 см³

- 3 Отрезок AG длиной 18 см разделили на 6 равных частей. Найдите отношение.



- а) $AD : AE$ б) $CE : BG$ в) $EF : AE$ г) $AF : BD$

- 4 Напишите подходящие отношения и упростите.

а) Из 50 л бензина в баке машины было израсходовано 35 л.

- Отношение количества оставшегося бензина к количеству израсходованного бензина.
- Отношение количества израсходованного бензина к исходному количеству бензина в баке.

б) С первого поля было собрано 420 т урожая, а со второго — 140 000 кг.

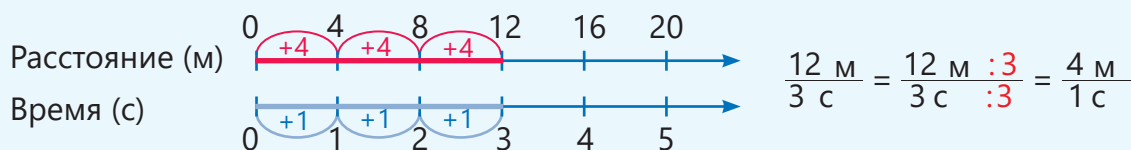
- Отношение количества урожая, собранного со второго поля, к количеству урожая с первого поля.
- Отношение количества урожая, собранного с первого поля, к общему количеству урожая.

в) Площадь одного квадрата 9 см², а периметр второго — 240 мм.

- Отношение стороны маленького квадрата к стороне большого квадрата.
- Отношение площади большого квадрата к площади маленького квадрата.

Изучение Отношение разноименных величин

Из отношения пройденного пути ко времени образуется новая величина – скорость, из отношения оплаченной суммы к количеству купленных предметов – цена, из отношения массы тела к его объему – плотность. При этом определяют, сколько единиц одной величины соответствует одной единице другой. Например, если велосипедист, движущийся с постоянной скоростью, проезжает 12 м за 3 секунды, то его скорость, то есть сколько метров он проедет за 1 секунду, можно определить так:



Велосипедист проезжает 4 метра за 1 секунду. Другими словами, скорость велосипедиста составляет 4 м/с.

Путь, пройденный за единицу времени, определяет **скорость**.

$$v = \frac{s}{t}$$

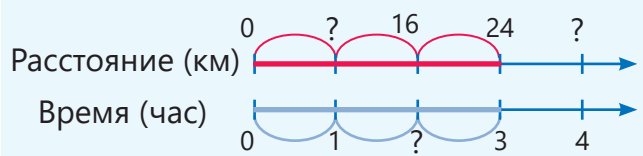
Здесь v означает скорость, s – длину пройденного пути, а t – время, затраченное на этот путь. Когда расстояние измеряется в метрах, а время в секундах, единица скорости записывается как $\frac{\text{м}}{\text{с}}$ или м/с.



Подумай!

Отношение каких величин определяет цену товара? Объясните, приведя примеры.

- 5 Велосипедист с постоянной скоростью проехал 24 км за 3 часа. Определите подходящие числа вместо вопросительных знаков на числовых осях и ответьте на вопросы.



- а) Какова скорость велосипедиста?
 б) Какой путь он проедет за 4 часа с этой скоростью?
 в) За какое время велосипедист проедет 16 км с этой скоростью?

- 6 Автомобиль израсходовал 4 л бензина на 40 км пути. Дополните таблицу и ответьте на вопросы.

Расстояние (км)		20	40		
Бензин (литр)	1		4	8	16

- а) Сколько км пути можно проехать с 1 л бензина?
 б) Сколько л бензина расходуется на 20 км пути?
 в) Сколько км пути можно проехать, используя 16 л бензина?

- 7 Принтер напечатал 30 страниц за 15 секунд.
 а) Сколько страниц будет напечатано за 1 секунду?
 б) За сколько секунд можно напечатать 1 страницу?



- 8 Запишите отношения по данным утверждениям и объясните значения.
 а) Из крана за 6 минут вытекло 15 л воды.
 б) Самир купил 8 бутылок воды за 4 маната.

- 9 На прошедшей неделе мастер Али получил за 36 часов работы 432 маната.
 а) Сколько манатов он заработал за 1 час?
 б) Сколько заработал бы мастер Али на прошлой неделе за 40 часов работы?



Запомни!

Отношение массы тела к его объему называется плотностью тела.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Здесь ρ – плотность, m – масса, V – объем. Если масса измеряется в кг, а объем – в м^3 , то единица плотности выражается в $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Также используется единица плотности $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

- 10 Найдите по данным плотности тел.

ОБРАЗЕЦ Масса железа 31,2 грамма, а объем 4 см^3 .

Решение	Объяснение
$\frac{31,2 \text{ г}}{4 \text{ см}^3} = \frac{31,2 \text{ г} : 4}{4 \text{ см}^3 : 4} = \frac{7,8 \text{ г}}{1 \text{ см}^3} = 7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ Плотность железа: $7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.	Записывается отношение массы к объему и находится масса единицы объема. Таким образом, масса 1 см^3 железа равна 7,8 г.

а) Масса тела 81 г, а объем 18 см^3 .

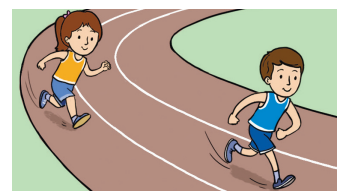
б) Масса деревянного куба, ребро которого 0,4 м, составляет 44,8 кг.

в) Масса металлического кубоида, длина которого 8 см, ширина — 5 см, высота — 3 см, составляет 324 г.

Решение задач

- 11 Лала пробегает 360 м за 3 минуты, а Самир — 600 м за 4 минуты.

а) Чья скорость больше: Лалы или Самира? На сколько?
б) Если каждый продолжит бежать с той же скоростью, то кто пробежит больше пути за 12 минут? На сколько больше?



- 12 Сахарный песок продается в упаковках разной массы.

а) В какой из упаковок цена 1 кг сахарного песка дешевле? На сколько?
б) При покупке 15 кг сахарного песка в какой упаковке можно сэкономить и на сколько?



- 13 Каким стилем пловец плышет быстрее по результатам соревнования?

Стиль плавания	Расстояние (м)	Время (с)
Вольный стиль	25	20
Баттерфляй	50	30
Брасс	100	50

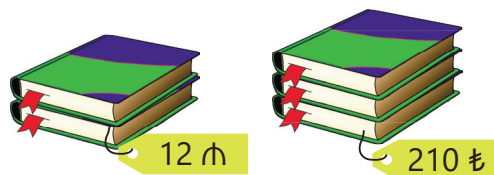


- 14 В таблице указано содержание углеводов и сахара в некоторых соках.

а) В каком соке в 2 раза больше углеводов на единицу объема, чем в других?
б) В каком соке меньше сахара в единице объема?

Сок	Объем (мл)	Углевод (мг)	Сахар (г)
А	300	25,5	30
В	500	42,5	35
С	200	34	18

- 15 В Баку две одинаковые книги продаются за 12 манатов, а в Измире три такие же книги – за 210 лир. Если 1 ₺ = 12 ₺, то в каком городе эта книга продается дешевле?



- 16 Лала, Самир и Эльхан за 4 недели накопили деньги. В конце каждой недели отношение денег Лалы к деньгам Самира было 2 : 3, а отношение денег Самира к деньгам Эльхана было 3 : 5. В таблице показано, сколько всего денег было у этих детей в конце каждой недели. Дополните таблицу и ответьте на вопросы.

Дети	I неделя	II неделя	III неделя	IV неделя
Лала	2 ₺		6 ₺	8 ₺
Самир		6 ₺		
Эльхан	5 ₺			20 ₺

- Сколько манатов было у Эльхана, когда у Лалы было 4 маната?
- На какой неделе всего у детей было больше 30 манатов?
- Какое из соотношений соответствует отношению денег Лалы, Самира и Эльхана?

2 : 3 : 10 2 : 3 : 5 4 : 6 : 15

2.3. Деление величины в данном отношении

Исследование-обсуждение

Памятники, как правило, изготавливают из бронзы. Бронзу получают из сплава меди и олова в отношении 9 : 1.

- Какую часть от всего сплава составляет олово, используемое для памятника?
- Сколько кг олова потребуется на изготовление памятника массой 400 кг?
- Как можно найти массу меди, необходимую для изготовления памятника?



Изучение Деление величины в данном отношении

Иногда требуется поделить число или величину в данном отношении и найти часть, соответствующую каждому члену. Например, чтобы распределить 20 кг пшеницы в две емкости в отношении 2 : 3, массу пшеницы в каждой емкости можно найти следующим образом.

1-й способ. По данному отношению 20 кг пшеницы делится на 5 равных частей и находится масса пшеницы, соответствующая одной части.

$$20 : 5 = 4 \text{ (кг)}$$

$$2 + 3 = 5$$

Затем вычисляются массы, соответствующие 2-м и 3-м частям:

$$2 \cdot 4 = 8 \text{ (кг)} \text{ и } 3 \cdot 4 = 12 \text{ (кг)}$$

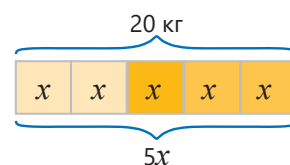
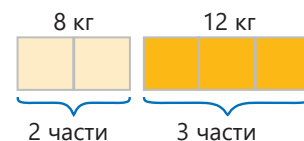
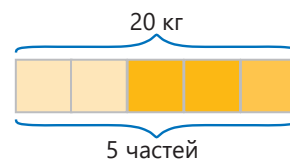
2-й способ. Задачу можно решить, составив уравнение. Для этого 1 часть обозначается через x . Составляется подходящее уравнение и решается.

$$2x + 3x = 20$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

Таким образом, в первой емкости будет $2 \cdot 4 \text{ кг} = 8 \text{ кг}$ пшеницы, а во второй – $3 \cdot 4 \text{ кг} = 12 \text{ кг}$.



Задания

- 1 Отрезок AB разделен на равные части. Определите точку, которая делит отрезок в данном отношении.



а) 1 : 7 б) 2 : 6 в) 3 : 5 г) 4 : 4 д) 5 : 3 е) 3 : 1 ж) 1 : 3 з) 7 : 1 и) 6 : 2

- 2 В каком отношении точка N делит отрезок AB ? Сначала предположите, а затем проверьте ответ, измерив.



- 3 Распределите 120 кг муки по двум мешкам в данном отношении.
 а) 1 : 1 б) 2 : 3 в) 3 : 7 г) 5 : 1 д) 11 : 1 е) 7 : 8 ж) 70 : 50

- 4 Разделите 100 манатов между двумя мастерами в данном отношении.
 а) 3 : 2 б) 2 : 2 в) 14 : 6 г) 3 : 7 д) 11 : 9 е) 10 : 15 ж) 13 : 12

- 5 Ответьте на вопросы

ОБРАЗЕЦ Как можно разделить 42 м ленты в отношении 1 : 2 : 4?

Решение	Объяснение
1-й способ $1 + 2 + 4 = 7$ $42 : 7 = 6$ $1 \cdot 6 = 6 \text{ (м)}; 2 \cdot 6 = 12 \text{ (м)}; 4 \cdot 6 = 24 \text{ (м)}$	Определяется количество равных частей путем сложения членов отношения и находится длина, соответствующая 1 части. 1 часть соответствует 6 м. Определяются длины, соответствующие членам отношения. Длина 1 части обозначается через x и составляется уравнение. Решается уравнение и находится длина, соответствующая 1 части. Определяются длины, соответствующие членам отношения.
2-й способ $x + 2x + 4x = 42$ $7x = 42$ $x = 6$ Определяются соответствующие длины: $x = 6; 2x = 12; 4x = 24$ Ответ: 6 м, 12 м и 24 м	

- а) Как можно разложить 45 кг пшеницы в три мешка в отношении 2 : 2 : 5?
 б) Как можно разлить 80 литров молока в три бидона в отношении 2 : 4 : 2?
 в) Как можно разделить 35 тетрадей между тремя учениками в отношении 1 : 2 : 4?
 г) Как можно разделить 180 манатов между тремя рабочими в отношении 2 : 3 : 4?

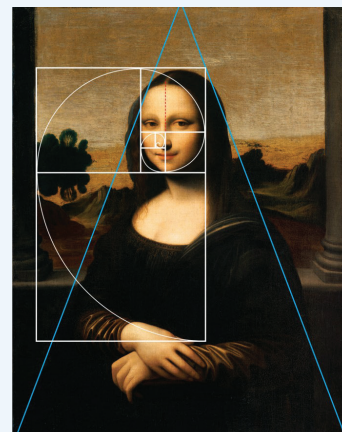


Из истории математики

Золотое сечение – это такое отношение частей к целому, когда большая часть относится к меньшей так же, как целая к большей. Например, если точка C делит отрезок AB в золотом сечении, то верно следующее равенство:

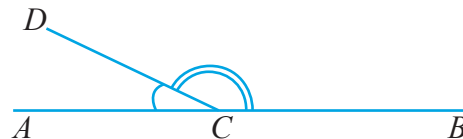
$$\begin{array}{c}
 \text{A} \quad \text{C} \quad \text{B} \\
 \text{AB} : \text{CB} = \text{CB} : \text{AC}
 \end{array}$$

Это отношение приблизительно составляет 1,618 : 1. Древние греки считали произведения искусства, созданные с использованием золотого сечения, более богатыми с эстетической точки зрения. Такие гениальные художники, как Леонардо да Винчи, Сальвадор Дали, в своих произведениях в основном использовали это отношение. Также это отношение можно встретить и в природе. В средних веках золотое сечение называли еще и божественной пропорцией.



Решение задач

- 6 Если отношение градусных мер смежных углов равно $2 : 7$, то какова градусная мера каждого из этих углов?



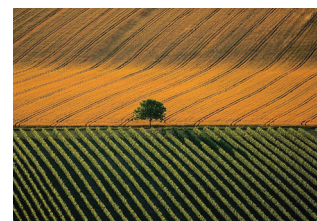
- 7 Бетонная смесь изготавливается из 2 частей цемента, 3 частей песка и 4 частей гравия.
а) Сколько цемента, песка и гравия нужно взять, чтобы изготовить 27 тонн бетонной смеси?
б) Сколько тонн бетонной смеси можно изготовить из 4 тонн цемента?



- 8 Отношение количества грибов, собранных Самиром и его сестрой, равно $3 : 4$.
а) Если Самир собрал 12 грибов, то сколько собрала его сестра?
б) Если было собрано 42 гриба, то сколько грибов собрал каждый из детей?

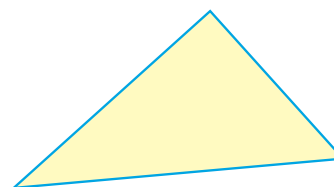


- 9 Площади пшеничного и ячменного полей относятся как $9 : 5$. Площадь пшеничного поля на 20 га больше площади ячменного поля. Какова площадь каждого поля?



- 10 В классе 28 учеников разбились на 3 группы. $\frac{3}{7}$ части учеников попали в первую группу. Отношение числа учеников второй группы к третьей равно $3 : 5$. Сколько учеников в каждой группе?

- 11 Отношение длин сторон треугольника равно $3 : 4 : 5$. Найдите периметр треугольника, если большая сторона на 4 см длиннее меньшей стороны.



- 12 Анар разрезал ленту на три части в отношении $2 : 3 : 8$. Сколько см была первоначальная длина ленты, если длина наименьшей части 12 см?

- 13 Отношение количества гусей и уток, содержащихся на птицефабрике, равно $1 : 2$, а отношение количества уток и кур — $4 : 5$. Общее количество гусей, уток и кур составляет 1320. Сколько гусей, сколько уток и сколько кур содержится на птицефабрике?

- 14 1 кг изюма продается за 6 манатов, а 1 кг кураги — за 12 манатов. Изюм и курагу перемешали в отношении $3 : 2$. Сколько стоит 1 кг этой смеси?

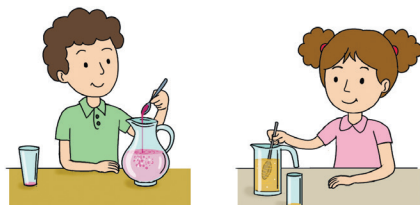
2.4. Пропорция



Ключевые слова

- пропорция
- крайние члены
- средние члены
- основное свойство пропорции

Исследование-обсуждение



Лала добавила 4 ложки сиропа в графин, в котором было 2 стакана воды, и перемешала, а Эльхан — 6 ложек сиропа в графин, в котором было 3 стакана воды.

• Стало ли в смесях одинаковое соотношение воды и сиропа? Как это можно объяснить?

• Сколько ложек сиропа нужно добавить к 9 стаканам воды, чтобы получить такое же соотношение?

Изучение Пропорция

Равенство двух отношений называется **пропорцией**. Например, поскольку отношения 4 : 6 и 10 : 15 равны, они образуют пропорцию.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3} \quad \frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{6} = \frac{10}{15} \text{ или } 4 : 6 = 10 : 15$$

А поскольку отношения 4 : 6 и 5 : 15 не равны, они не образуют пропорцию.

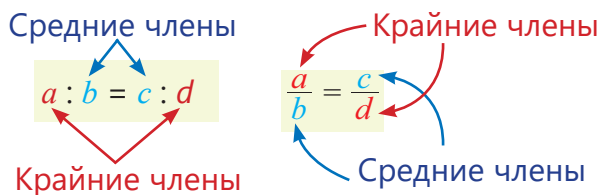
$$\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3} \quad \frac{5}{15} = \frac{5 : 5}{15 : 5} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3} \neq \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{6} \neq \frac{5}{15} \text{ или } 4 : 6 \neq 5 : 15$$

• В общем виде пропорцию можно записать так:

$$a : b = c : d \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Читается так: отношение a к b равно отношению c к d .

Здесь a и d называют **крайними членами** пропорции, а b и c — **средними членами** пропорции.



Задания

- 1 Обоснуйте, что отношения образуют пропорцию, показав, что они эквивалентны. Укажите крайние и средние члены пропорции.

а) $8 : 12 = 4 : 6$

б) $3 : 4,5 = 16 : 24$

в) $\frac{21}{39} = \frac{35}{65}$

г) $\frac{1,2}{8} = \frac{1,8}{12}$

- 2 Упростите данное отношение и, записав эквивалентное ему отношение, составьте пропорцию.

а) $6 : 3$

б) $14 : 7$

в) $12 : 4$

г) $\frac{36}{24}$

д) $\frac{30}{45}$

е) $\frac{27}{63}$

3 Проверьте верность утверждений. Запишите эквивалентные отношения в виде пропорции.

- а) Отношение 51 к 24 равно отношению 34 к 16.
 б) Отношение 12 к 14 равно отношению 25 к 35.
 в) Отношение 2,5 к 4 равно отношению 35 к 56.

4 Определите эквивалентные отношения из заданных и запишите пропорцию.

ОБРАЗЕЦ 8 : 6 14 : 12 24 : 18					
Решение			Объяснение		
8 : 6 = 4 : 3 14 : 12 = 7 : 6 24 : 18 = 4 : 3			Каждое отношение упрощается.		
8 : 6 и 24 : 18 эквивалентные отношения.			Поскольку 8 : 6 = 4 : 3 и 24 : 18 = 4 : 3,		
8 : 6 = 24 : 18			записывается пропорция.		
а) 6 : 14 9 : 21 14 : 28			в) 10 : 14 14 : 21 25 : 35		
б) 18 : 32 6 : 16 15 : 40			г) $\frac{18}{24}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{15}{18}$		
			д) $\frac{14}{16}$ $\frac{21}{24}$ $\frac{24}{32}$		
			е) $\frac{4}{6}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{10}{15}$		

Изучение Основное свойство пропорции

Произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов. Это свойство называется **основным свойством пропорции**.

Произведение средних членов

$$a : b = c : d \xrightarrow{\substack{b \times c \\ a \times d}} a \times d = b \times c \quad \text{или} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \xrightarrow{\substack{b \times d \\ a \times d}} a \times d = b \times c$$

Произведение крайних членов

$$4 : 6 = 10 : 15 \xrightarrow{\substack{4 \cdot 15 \\ 6 \cdot 10}} 4 \cdot 15 = 6 \cdot 10$$

- Верно и обратное основному свойству пропорции. Поскольку для чисел a, b, c, d , отличных от нуля, $a \times d = b \times c$, отношения $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ образуют пропорцию.

$$a \times d = b \times c \xrightarrow{\substack{a \cdot d \\ b \cdot d}} \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Например, так как $6 \times 2 = 3 \times 4$, отношения 6 : 3 и 4 : 2 образуют пропорцию: $\frac{6}{3} = \frac{4}{2}$



Запомни!

- Если в пропорции поменять местами средние или крайние члены, то равенство не нарушится.

$$a : b = c : d \xrightarrow{\substack{a \cdot d \\ b \cdot d}} d : b = c : a \quad \text{или} \quad a : b = c : d \xrightarrow{\substack{a \cdot c \\ b \cdot c}} a : c = b : d$$



Подумай!

Какие еще пропорции можно записать, если поменять местами члены в пропорции $a : b = c : d$?

- 5 Определите, образуют отношения пропорцию или нет, используя основное свойство пропорции.

ОБРАЗЕЦ			
а) $8 : 3$ и $4 : 1,5$		б) $4,8 : 4$ и $\frac{3}{5} : 3$	
Решение		Объяснение	
а) $8 \cdot 1,5 = 12$ $3 \cdot 4 = 12$ $8 : 3 = 4 : 1,5$		Произведение крайних членов равно произведению средних членов. Отношения образуют пропорцию.	
б) $4,8 \cdot 3 = 14,4$ $4 \cdot \frac{3}{5} = 2,4$ $14,4 \neq 2,4$			
$15 : 10$ и $9 : 6$	$0,6 : 4$ и $3 : 20$	$1,8 : 4$ и $\frac{2}{5} : 3$	$\frac{3}{4} : \frac{3}{7}$ и $\frac{7}{8} : \frac{1}{2}$
$\frac{6}{10}$ и $\frac{18}{30}$	$\frac{3}{5}$ и $\frac{45}{75}$	$\frac{4}{3}$ и $\frac{12}{9}$	$\frac{8}{18}$ и $\frac{12}{27}$

- 6 Проверьте, образуют отношения пропорцию или нет. Поменяв местами соответствующие члены пропорции, запишите новые пропорции.

а) $4 : 5$ и $12 : 15$ б) $22 : 14$ и $44 : 26$ в) $1,2 : 1,8$ и $2 : 3$ г) $1 : 2$ и $\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$

- 7 Найдите неизвестное, используя основное свойство пропорции.

ОБРАЗЕЦ $6 : 1,5 = 8 : x$			
Решение		Объяснение	
$6 \cdot x = 8 \cdot 1,5$ $6x = 12$ $x = 2$		Произведение крайних членов равно произведению средних членов. Записывается и решается соответствующее уравнение.	
а) $6 : x = 12 : 28$	в) $3 : 4 = y : 8$	д) $7 : 3 = 5 : x$	ж) $m : 1,2 = 5 : 4$
б) $\frac{2}{9} = \frac{x}{63}$	г) $\frac{21}{5} = \frac{35}{y}$	е) $\frac{m}{3} = \frac{35}{12}$	з) $(x + 2) : 2 = 6 : 3$

- 8 Запишите различные пропорции для заданных равенств.

ОБРАЗЕЦ $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$			
Решение		Объяснение	
$3 : 6 = 4 : 8$		Составляется пропорция из равенства произведений.	
$3 : 4 = 6 : 8$		Средние члены меняются местами.	
$8 : 6 = 4 : 3$		Крайние члены меняются местами.	
$8 : 4 = 6 : 3$		В полученной пропорции средние члены меняются местами.	
а) $6 \cdot 8 = 4 \cdot 12$	б) $9 \cdot 16 = 18 \cdot 8$	в) $3 \cdot 12 = 4 \cdot 9$	г) $2 \cdot 15 = 3 \cdot 10$

- 9 Запишите все возможные пропорции, используя заданные числа.

а) 4 5 8 10 б) 6 8 9 12 в) 8 2 1 16 г) 3 18 2 27

- 10 Составьте 3 пропорции, соответствующие условию.
- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| а) Крайние члены равны 6 и 10 | в) Крайние члены равны 8 и 20 |
| б) Средние члены равны 5 и 8 | г) Оба средних члена равны 6 |
- 11 В пустую клетку впишите такое число, чтобы из полученных четырех чисел можно было составить пропорцию. Сколько различных чисел можно выбрать для каждой тройки чисел? Обоснуйте свое мнение.
- | | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| а) 1 2 5 <input type="text"/> | б) 7 3 14 <input type="text"/> | в) 2 5 6 <input type="text"/> | г) 3 6 9 <input type="text"/> |
|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
- 12 Ответьте на вопросы.
- а) Отношение длины прямоугольника к ширине равно $4 : 3$. Чему равна ширина прямоугольника, если длина равна 6 м?
- б) Отношение возрастов Самира и его сестры равно $3 : 2$. Сколько лет его сестре, если Самиру 12 лет?
- в) В классе 10 девочек. Если отношение количества мальчиков к количеству девочек равно $6 : 5$, то сколько мальчиков в классе?

Решение задач

- 13 Мастер Али часть своего дохода за месяц тратит, а оставшуюся часть денег сохраняет в качестве сбережений. Отношение денег, которые он тратит, к деньгам, которые он копит, примерно $3 : 1$.
- а) Если за первый месяц сбережения мастера Али составили 120 манатов, то сколько он потратил?
- б) Если за второй месяц мастер Али потратил 630 манатов, то каков был его доход?
- 14 Отношение числа марок Лалы к числу марок Эльхана равно $3 : 5$. У Лалы 18 марок.
- а) Сколько марок у Эльхана?
- б) После того, как Лала купила несколько марок, отношение числа ее марок к числу марок Эльхана стало равно $2 : 3$. Сколько марок купила Лала?
- 15 Из 1 кг моркови получается 600 г сока, а остальное теряется.
- а) Запишите отношение полученного сока из моркови к части, которая теряется.
- б) Сколько теряется при получении сока из 2 кг моркови?
- в) Сколько кг моркови нужно на приготовление 3 кг сока?



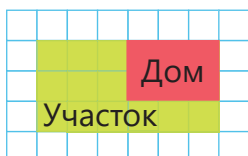
2.5. Масштаб



Ключевые слова

• масштаб

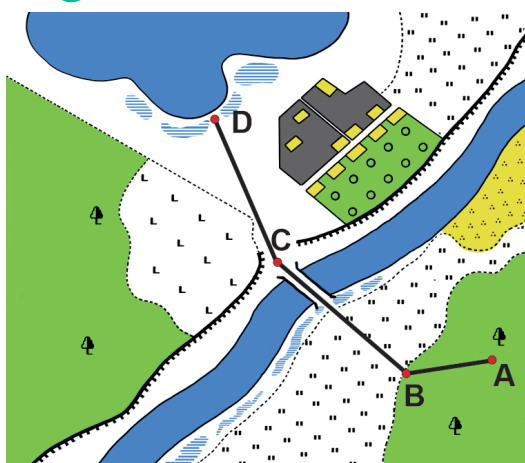
Исследование-обсуждение



На плане дачного дома длина стороны каждой квадратной клетки соответствует 6 м в реальности.

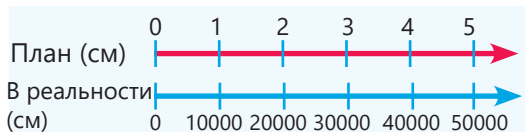
- Как можно определить действительные размеры дома и участка?
- Как можно заново нарисовать план, если на бумаге в клетку сторона каждого квадрата равна 3 м в реальности?

Изучение Масштаб



Часто для изображения объектов на бумаге приходится все расстояния уменьшать или увеличивать на одно и то же число. Для этого используется масштаб. **Масштабом** называют отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности. Если парк на рисунке изображен в 10 000 раз уменьшенном виде, чем в реальности, его масштаб записывается как $1 : 10\,000$ или $\frac{1}{10000}$.

То есть расстояние в 1 см, изображенное на плане, соответствует 10 000 см или 100 м на местности. Чтобы по плану найти действительное или реальное расстояние (расстояние на местности), используется пропорция. Например, чтобы найти действительную длину отрезка BC, длина которого на плане равна 2 см, это расстояние обозначается через x . Поскольку отношение расстояния на плане к действительному расстоянию равно $1 : 10\,000$, то можно составить такую пропорцию:



$$\frac{1}{10000} = \frac{2}{x}$$

← Расстояние на плане
← Реальное расстояние

По основному свойству пропорции

$$x \cdot 1 = 2 \cdot 10\,000$$

$$x = 20\,000 \text{ (см)} = 200 \text{ (м)}$$

- Масштаб также используется и для маленьких в реальности объектов. В этом случае все расстояния на изображении увеличиваются на одно и то же число, а масштаб записывается как $2 : 1$, $10 : 1$, $2000 : 1$ и т.д.

Задания

- 1 Учитывая масштаб и расстояние на плане, найдите реальное расстояние.

ОБРАЗЕЦ Масштаб $1 : 200$. Расстояние на плане 3 см.

Решение	Объяснение
$\frac{1}{200} = \frac{3}{x}$ ← Расстояние на плане ← Реальное расстояние $1 \cdot x = 3 \cdot 200$ $x = 600$ Реальное расстояние равно 600 см или 6 м.	Отношение расстояния на плане (3) к реальному расстоянию (x) равно отношению $1 : 200$. Из пропорции находится реальное расстояние.

- а) Масштаб 1 : 300
Расстояние на плане 3 см.
- б) Масштаб 1 : 400
Расстояние на плане 2 см.
- в) Масштаб 1 : 500
Расстояние на плане 3 см.

- 2 Измерьте расстояние между городами на карте, используя линейку. Найдите расстояние между этими городами в реальности, учитывая масштаб.

- Баку – Гянджа
- Ширван – Кяльбаджар
- Губа – Шуша
- Агдам – Газак

Составьте вопросы по карте и ответьте на них.



- 3 Учитывая масштаб и расстояние на местности, найдите расстояние на плане.

ОБРАЗЕЦ Масштаб 1 : 300, действительное расстояние 900 см.

Решение	Объяснение
$\frac{1}{300} = \frac{x}{900}$ $300 \cdot x = 1 \cdot 900$ $x = 3 \text{ (см)}$	Отношение расстояния на плане (x) к расстоянию на местности (900) равно отношению 1 : 300. Из пропорции находится расстояние на плане. Расстояние на плане равно 3 см.

- а) Масштаб 1 : 100, расстояние на местности 800 см.
- б) Масштаб 1 : 200, расстояние на местности 600 см.
- в) Масштаб 1 : 400, расстояние на местности 1200 см.

- 4 Расстояние на местности между двумя пунктами 4 км. Каким будет расстояние на карте между этими пунктами по заданному масштабу?

а) 1 : 10 000

б) 1 : 20 000

в) 1 : 100 000

г) 1 : 500 000

- 5 Найдите масштаб, зная расстояние на плане и на местности.

ОБРАЗЕЦ Расстояние на местности 400 м, расстояние на плане 2 см.

Решение	Объяснение
$2 \text{ см} : 400 \text{ м} =$ $= 2 \text{ см} : 40\,000 \text{ см} =$ $= 1 : 20\,000$	Записывается отношение расстояния на плане к расстоянию на местности. Учитывается, что 1 м = 100 см. Разделив члены отношения на 2, определяется масштаб.

- а) Расстояние на местности 250 м, расстояние на плане 5 см.
- б) Расстояние на местности 4 км, расстояние на плане 2 мм.
- в) Расстояние на местности 60 км, расстояние на плане 3 см.
- г) Расстояние на местности 800 км, расстояние на плане 16 см.



Запомни!

По масштабу можно определить, во сколько раз увеличивается или уменьшается реальное расстояние. Например, на плане с масштабом $1 : 1000$ реальное расстояние уменьшается в 1000 раз. Таким образом, умножив расстояние на плане на 1000, можно найти реальное расстояние. А разделив реальное расстояние на 1000, можно найти расстояние на плане.

- 6 План нарисован в масштабе $1 : 200$.
- а) Длина комнаты на плане 3 см. Какова длина комнаты в реальности?
- б) Если длина забора в реальности 20 м, то какова его длина на этом плане?
- 7 Дорога длиной 30 м на плане имеет длину 5 см. Определите масштаб и ответьте на вопросы.
- а) Сколько метров составляет длина дороги в реальности, если ее длина на этом плане 10 см?
- б) Сколько метров составляет длина моста на этом плане, если его длина в реальности 15 м?
- 8 Расстояние между двумя пунктами на карте, масштаб которой $1 : 20\,000$, равно 6 см. Каково расстояние между этими пунктами на карте, масштаб которой $1 : 50\,000$?

Решение задач

- 9 Эльхан захотел нарисовать в альбоме в масштабе $1 : 30$ план футбольного поля, длина которого 90 м, а ширина 60 м. Возможно ли это? Обоснуйте свой ответ.

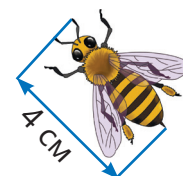
- 10 Дети на кружке по авиамоделированию захотели собрать макет самолета, длина которого в реальности 25 м, а расстояние между крыльями 14 м.

• Какова будет длина макета самолета, масштаб которого $1 : 50$?

• Самир сказал, что расстояние между крыльями макета этого самолета будет 30 см, Лала – 28 см, а Эльхан – 35 см. Чей ответ верен?

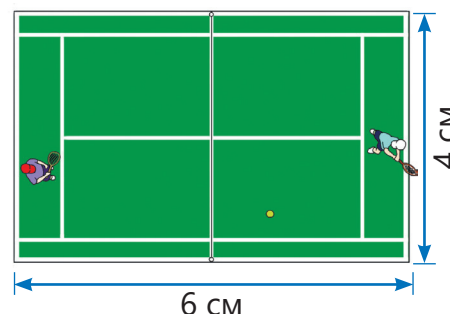


- 11 Найдите длину пчелы на рисунке, изображенном в масштабе $2 : 1$.



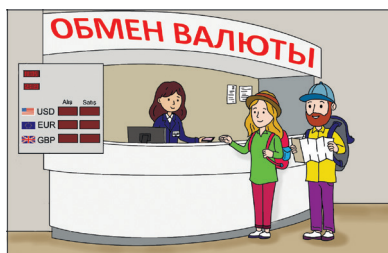
- 12 Реальная длина теннисного корта прямоугольной формы 24 м. Найдите масштаб плана и ответьте на вопросы.

- Сколько метров составляет ширина корта?
- Какое отношение составляет периметр корта к периметру на плане?
- Какое отношение составляет площадь корта к площади на плане?



2.6. Прямая пропорциональная зависимость

Исследование-обсуждение



Турист в пункте обмена валют, дав 100 \$, получил 170 ₴.

- Сколько манатов он получит, если обменяет еще 200 \$?
- Сколько долларов США турист должен обменять, чтобы купить билет за 850 манатов?
- Если обозначить сумму в долларах через d , а соответствующую ей сумму в манатах через m , то как можно выразить зависимость между d и m ?



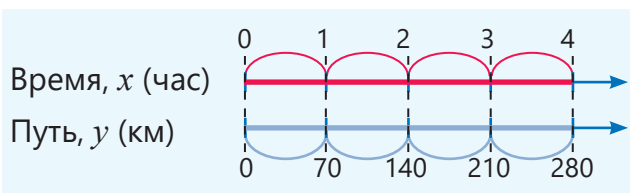
Ключевые слова

- прямая пропорциональность
- коэффициент пропорциональности

Изучение Прямо пропорциональные величины

Если автомобиль, движущийся с постоянной скоростью, проедет 70 км за 1 час, то за 2 часа он проедет в 2 раза больше пути ($2 \cdot 70 = 140$ км), а за 3 часа — в 3 раза больше ($3 \cdot 70 = 210$ км). В этом случае говорят, что при постоянной скорости пройденный путь **прямо пропорционален** времени.

Время, x (час)	1	2	3	4
Путь, y (км)	70	140	210	280



Две величины называются **прямо пропорциональными**, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Отношения соответствующих значений прямо пропорциональных величин эквивалентны.

$$\frac{\text{Пройденный путь (км)}}{\text{Время (час)}} = \frac{70}{1} = \frac{140}{2} = \frac{210}{3} = \dots$$



Подумай!

Как можно объяснить то, что отношения соответствующих значений прямо пропорциональных величин образуют пропорцию? Приведите несколько примеров.

Задания

- Покупатель за несколько упаковок попкорна заплатил 6 манатов. Для каждого пункта ответьте на вопросы, если число упаковок попкорна: а) увеличится в 2 раза; б) увеличится в 3 раза; в) уменьшится в 2 раза; г) уменьшится в 3 раза.
 - Сколько заплатит покупатель?
 - Прямо пропорциональна ли оплаченная сумма денег числу упаковок?
- Как изменится площадь прямоугольника на рисунке, если его ширина не изменится, а длина: а) увеличится в 3 раза; б) увеличится в 4 раза; в) уменьшится в 4 раза?



3 В какой таблице переменные x и y прямо пропорциональны?

а)

x	2	3	4	5
y	6	9	12	15

б)

x	2	3	4	5
y	8	9	12	25

в)

x	3	4	5	6
y	6	8	10	12

4 Дополните таблицу.

а)

Число товаров, x (штук)	1	3	4
Стоимость, y (манат)		8	12

б)

Объем тела, V (см ³)	1	2	4
Масса тела, m (г)		5,8	

5 Ответьте на вопросы, составив пропорции и решив.

ОБРАЗЕЦ Покупатель за 2 одинаковых полотенца заплатил 8 манатов. Сколько он заплатит за 5 таких полотенец?

Решение	Объяснение
Записывается краткое условие задачи: 2 штуки — 8 ман. 5 штук — y ман. $\frac{2}{5} = \frac{8}{y}$ $2y = 5 \cdot 8$ $2y = 40$ $y = 20$	Число полотенец и общая сумма денег прямо пропорциональны. Стрелки, направленные в одну сторону, показывают, что величины прямо пропорциональны. Составляется соответствующая пропорция. Решается уравнение. Покупатель за 5 полотенец заплатит 20 манатов.

а) Масса 2 см³ железа 15,6 г. Какова масса 5 см³ железа?

б) Из 6 ведер молока получается 2 кг масла. Сколько ведер молока нужно, чтоб получить 4 кг масла?

в) Самир читает 18 страниц книги за 20 минут. За какое время он прочитает 126 страниц книги с той же скоростью?



Запомни!

Частное, полученное делением соответствующих прямо пропорциональных величин, постоянно. Оно называется **коэффициентом пропорциональности**. Если обозначить значение одной из прямо пропорциональных величин через x , значение соответствующей другой — через y , а коэффициент пропорциональности — через k , то имеем $\frac{y}{x} = k$. Отсюда получается формула прямой пропорциональности. $y = kx$ ($k \neq 0$)

6 x и y — прямо пропорциональные величины. Определите коэффициент пропорциональности по заданным условиям и запишите формулу зависимости y от x .

ОБРАЗЕЦ $y = 6$ при $x = 3$.

Решение	Объяснение
$\frac{6}{3} = k \quad k = 2$ $y = 2x$	Находится коэффициент пропорциональности из отношения соответствующих значений. Записывается формула зависимости y от x.

а) $y = 8$ при $x = 2$

б) $y = 12$ при $x = 4$

в) $y = 3$ при $x = 6$

7 Чтобы покрасить пол комнаты площадью 18 м^2 , было использовано $3,6 \text{ кг}$ краски.

- Как можно объяснить прямую пропорциональную зависимость количества использованной краски от закрашенной площади?
- Найдите коэффициент пропорциональности и объясните его значение.
- Запишите формулу зависимости использованной краски (m) от площади комнаты (S).
- По формуле найдите соответствующие значения m при $S = 15; 20; 28$.

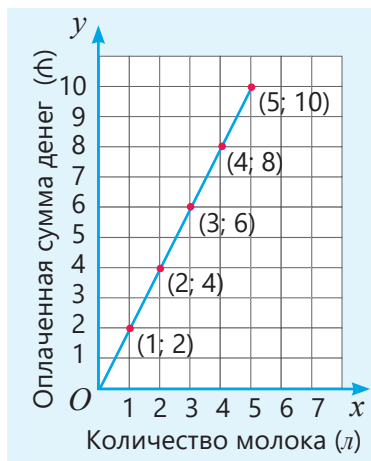
Изучение График прямо пропорциональной зависимости

Зависимость между прямо пропорциональными величинами можно представить с помощью таблицы или графика. Например, поскольку цена 1 л молока 2 маната, цена 2 л — 4 маната, цена 3 л — 6 манатов и т.д., то оплаченная сумма денег и количество молока прямо пропорциональны. Составляется таблица и строится график, соответствующие этой зависимости.

x (купленное молоко, литр)	y (сумма денег, ман.)	$(x; y)$ пара координат
1	2	(1; 2)
2	4	(2; 4)
3	6	(3; 6)
4	8	(4; 8)
5	10	(5; 10)

Соответствующие значения величин делятся друг на друга и находится частное.

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \dots = 2$$



Оплаченная сумма денег и количество купленного молока прямо пропорциональны, и коэффициент пропорциональности $k = 2$.

Таким образом, чтобы купить x литров молока, нужно заплатить $2x$ манатов. Формулу зависимости y от x можно записать так:

$$y = 2x$$

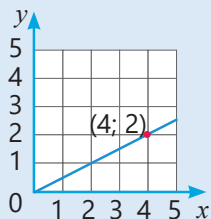


Запомни!

Точки, соответствующие прямо пропорциональной зависимости, находятся на прямой, проходящей через начало координат.

8 По графику прямо пропорциональной зависимости найдите коэффициент пропорциональности и запишите формулу этой зависимости.

ОБРАЗЕЦ



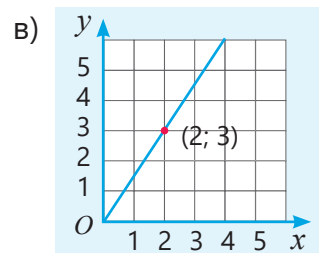
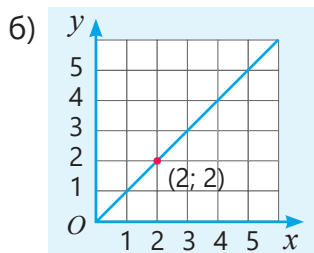
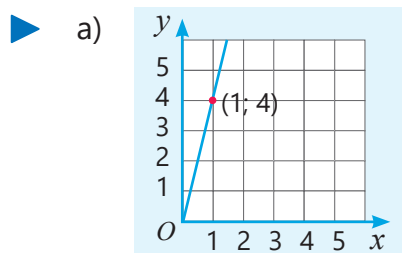
Решение

$$k = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

Объяснение

График проходит через точку $(4; 2)$. Значение y делится на соответствующее значение x и находится коэффициент пропорциональности. Значение k подставляется в формулу прямо пропорциональной зависимости.



- 9 Переменная y находится в прямо пропорциональной зависимости от переменной x . Найдите коэффициент пропорциональности и запишите формулу. Дополните таблицу и постройте график.

а)

x	1		3	4
y		4	6	

б)

x	2		6	
y		2	3	4

в)

x	2	4	6	
y		10		12

- Найдите соответствующие значения y при $x = 10; 100$.

- 10 График прямо пропорциональной зависимости проходит через данную точку. Запишите подходящую формулу, составьте таблицу и постройте график. На графике отметьте координаты еще трех точек.

а) (4; 8)

б) (4; 2)

в) (2; 6)

г) (3; 3)

- 11 График прямо пропорциональной зависимости проходит через точку $M(2; 8)$. Впишите подходящую координату в пустую клетку, если данная точка находится на этом графике.

$B(1; \square)$

$A(\square; 10)$

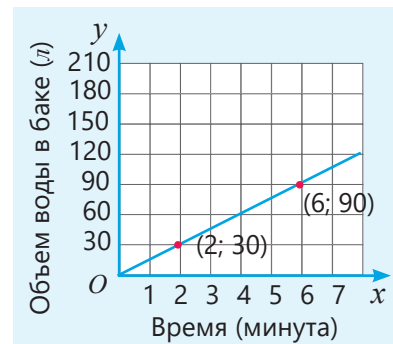
$D(3; \square)$

$E(\square; 16)$

Решение задач

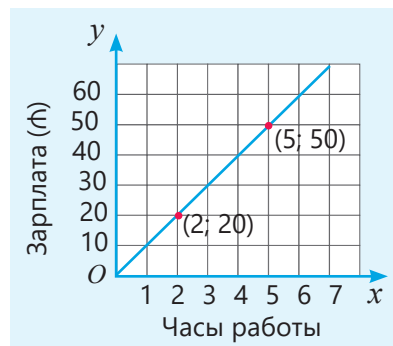
- 12 Объем (y) воды, набираемой в пустой бак после подключения насоса, находится в прямо пропорциональной зависимости от времени (x). По данному графику запишите формулу зависимости объема воды, набираемой в бак, от времени.

- Что показывают координаты точек, отмеченных на графике? Объясните.



- 13 На рисунке дан график зависимости зарплаты работника (y) от часов его работы (x).

- Является ли эта линия графиком прямой пропорциональной зависимости?
- Сколько заработает работник за 2 часа работы?
- Сколько часов он должен работать, чтобы заработать 50 манатов?
- Чему равен коэффициент пропорциональности, и что он показывает?
- Запишите формулу зависимости зарплаты работника (y) от часов работы (x).
- Сколько заработает работник за 10 часов работы?



2.7. Обратная пропорциональная зависимость

Исследование-обсуждение

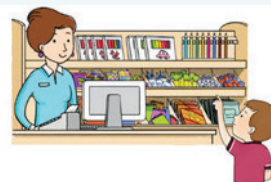
Самир на карманные деньги может купить 10 тетрадей, цена которых 60 гяпиков.

- Если карандаш в 2 раза дешевле тетради, сколько карандашей может купить Самир?
- Если ручка в 5 раз дороже тетради, сколько ручек может купить Самир?
- Как меняется число товаров, которые может купить Самир при увеличении цены товаров?



Ключевые слова

- обратная пропорциональность



Изучение Обратно пропорциональные величины

Если автомобиль проедет путь в 360 км со скоростью 60 км/час, то он доедет за 6 часов. Если это же расстояние автомобиль проедет со скоростью, которая в 2 раза больше ($2 \cdot 60 \text{ км/час} = 120 \text{ км/час}$), то на дорогу потратит в 2 раза меньше времени. При увеличении

скорости в несколько раз время, необходимое для преодоления данного расстояния, уменьшается в столько же раз. В таком случае говорят, что когда расстояние не изменяется, скорость и время, затраченное на преодоление этого расстояния, **обратно пропорциональны**.

Две величины называют **обратно пропорциональными**, если при увеличении (или уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (или увеличивается) во столько же раз.

- Произведение соответствующих обратно пропорциональных величин постоянно.

Скорость, x (км/час)	60	120	180
Время, y (час)	6	3	2

Diagram showing relationships: 60 to 120 is $\times 2$, 120 to 180 is $\times 3$. 6 to 3 is $: 2$, 3 to 2 is $: 3$.

$$\text{Скорость (км/час)} \cdot \text{Время (час)} = 60 \cdot 6 = 120 \cdot 3 = 180 \cdot 2 = \dots$$

Задания

- 1 Поезд проехал расстояние между двумя пунктами с постоянной скоростью. Как изменится время, затраченное на этот путь, если скорость поезда: а) увеличится в 2 раза; б) уменьшится в 3 раза?

- 2 В таблице дана одна из сторон прямоугольника, площадь которого равна 24 квадратных единицы.

Ширина (b)	1		3	4			24
Длина (a)		12			4	2	

- Дополните таблицу.
- Как изменится длина прямоугольника, если его ширина: а) увеличится в 2 раза; б) увеличится в 3 раза?

- 3 В какой таблице переменные x и y обратно пропорциональны?

а)

x	1	2	3	6
y	60	30	20	10

б)

x	2	3	4	8
y	8	12	16	32

в)

x	3	4	9	18
y	12	9	4	2

- 4 В таблице даны число товаров (y), купленных за определенную сумму денег, и цена (x) одной единицы. Дополните таблицу.

а)

Цена, x (манат)	1		3	4
Число, y (штук)		8	12	

б)

Цена, x (манат)	4	6	8	
Масса, y (кг)		8		4

- 5 Ответьте на вопросы, составив и решив пропорцию.

ОБРАЗЕЦ 8 одинаковых тракторов вспахали поле за 9 часов. За сколько часов вспашут поле 3 таких трактора?

Решение	Объяснение
Записывается краткое условие задачи: 8 тракторов — 9 часов 3 трактора — y часов $\frac{8}{3} = \frac{y}{9}$ $3y = 8 \cdot 9$ $3y = 72$ $y = 24$	Для одного и того же поля число тракторов и часы работы каждого трактора обратно пропорциональны. Стрелки, направленные в противоположные стороны, показывают, что величины обратно пропорциональны. Составляется соответствующая пропорция. Решается уравнение. 3 трактора вспашут поле за 24 часа.

- а) Покупатель может купить 3 кг помидоров, цена 1 кг которых 2 маната. Сколько килограммов помидоров на эту же сумму сможет купить покупатель, если килограмм помидоров будет стоить 1,5 маната?
- б) Запас корма хватает 60 коровам на 30 дней. На сколько дней хватит этого корма 90 коровам?
- в) Пустой бассейн наполняется двумя одинаковыми насосами за 6 часов. За сколько часов можно наполнить этот бассейн тремя такими насосами?

- 6 Для перевозки определенного груза нужно 12 машин грузоподъемностью 6 т. Возможно ли перевезти этот же груз на 8 машинах грузоподъемностью 9 т?



- 7 На 6 одинаковых станках определенное количество деталей изготавливается за 4 часа.
- а) За сколько часов можно изготовить такое же число деталей на 3 станках?
- б) Сколько станков нужно, чтобы изготовить такое же число деталей за 2 часа?



Запомни!

Произведение соответствующих значений обратно пропорциональных величин постоянно. Оно называется **коэффициентом пропорциональности**. Если обозначить значение одной из обратно пропорциональных величин через x , значение другой — через y , а коэффициент пропорциональности — через k , то имеем $x \cdot y = k$.

Отсюда получается формула обратной пропорциональности. $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

При обратной пропорциональности ни одна из величин не может быть равна нулю.

- 8 x и y — обратно пропорциональные величины. Определите коэффициент пропорциональности по заданным условиям и запишите формулу зависимости y от x .

ОБРАЗЕЦ $y = 3$ при $x = 2$

Решение	Объяснение
$2 \cdot 3 = k$ $k = 6$ $x \cdot y = 6$ или $y = \frac{6}{x}$	Заданные значения x и y подставляются в формулу $x \cdot y = k$, и находится коэффициент пропорциональности (k). Записывается формула зависимости y от x.

а) $y = 2$ при $x = 4$

б) $y = 4$ при $x = 3$

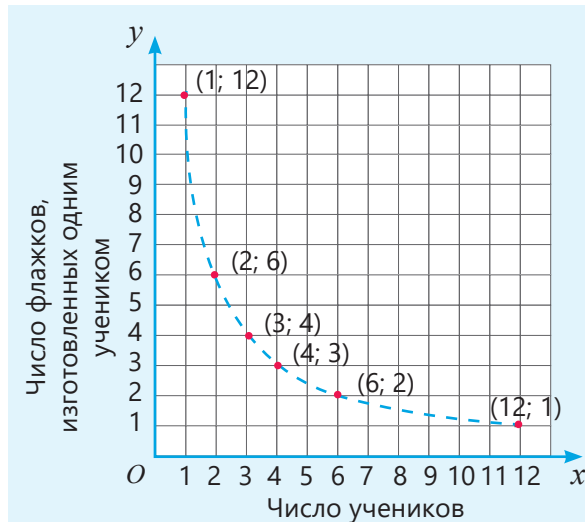
в) $y = 3$ при $x = 6$

- 9 На ферме собранное за день молоко разлили в 50 бидонов, емкость каждого из которых 40 л.
- Если разлить собранное за день молоко в бидоны, емкость которых в 2 раза меньше, то как изменится число бидонов?
 - Емкость бидонов и их число прямо или обратно пропорциональны?
 - Найдите коэффициент пропорциональности и объясните его значение.
 - Запишите формулу зависимости числа бидонов (n) от их емкости (m).
 - По формуле найдите значения n при $m = 20; 25; 50$.
- 10 Какие из величин прямо пропорциональны, а какие — обратно?
- Общая стоимость определенного числа карандашей и цена одного карандаша.
 - Длина и ширина прямоугольника при постоянной площади.
 - Скорость автомобиля и время, затраченное на одинаковое расстояние.
 - Площадь и длина прямоугольника при постоянной ширине.

Изучение График обратной пропорциональной зависимости

Зависимость между обратно пропорциональными величинами можно представить с помощью таблицы или графика. Например, для праздничного мероприятия нужно сделать 12 цветных флажков. Если каждый ученик сделает одинаковое число флажков, то число учеников (x) и число изготовленных ими флажков (y) будет обратно пропорционально. Составляется таблица и строится график, соответствующие этой зависимости.

x (число учеников)	y (число флажков, изготовленных одним учеником)	$(x; y)$ пара координат
1	12	(1; 12)
2	6	(2; 6)
3	4	(3; 4)
4	3	(4; 3)
6	2	(6; 2)
12	1	(12; 1)



Произведение соответствующих значений обратно пропорциональных величин постоянно и равно коэффициенту пропорциональности.

$$1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 6 \cdot 2 = 12 \cdot 1 = 12$$

Поскольку коэффициент пропорциональности $k = 12$, то формулу зависимости y от x можно записать таким образом:

$$x \cdot y = 12 \quad \text{или} \quad y = \frac{12}{x}$$

На графике обратной пропорциональной зависимости при увеличении координаты x координата y уменьшается, и наоборот, при уменьшении координаты x координата y увеличивается.

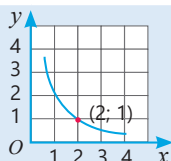


Подумай!

Можно ли назвать зависимость обратной пропорциональной, если при увеличении значения одной величины на 2 единицы другая уменьшается на 2 единицы? Объясните, показав примеры.

- 11 На рисунке изображен график зависимости друг от друга сторон прямоугольника, площадь которого постоянна. Найдите по графику коэффициент пропорциональности, учитывая, что величины обратно пропорциональны, и запишите формулу этой зависимости. Объясните значение коэффициента пропорциональности.

ОБРАЗЕЦ



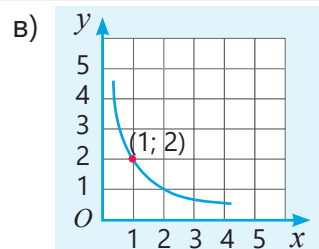
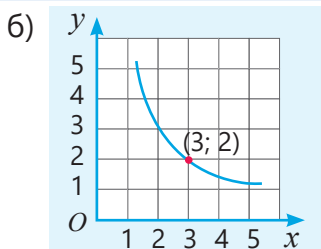
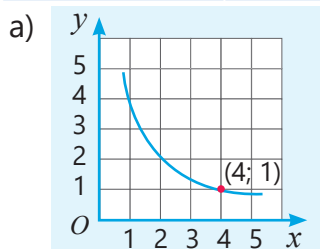
Решение

$$k = 2 \cdot 1 = 2$$

$$y = \frac{2}{x}$$

Объяснение

Поскольку точка (2; 1) лежит на графике, произведение соответствующих координат равно коэффициенту пропорциональности. Значение k подставляется в формулу обратно пропорциональной зависимости. Коэффициент пропорциональности k означает площадь прямоугольника.



- 12 График обратной пропорциональной зависимости проходит через точку $M(4; 3)$. Впишите подходящую координату в пустую клетку, если данная точка находится на этом графике.

$A(3; \square)$

$B(\square; 6)$

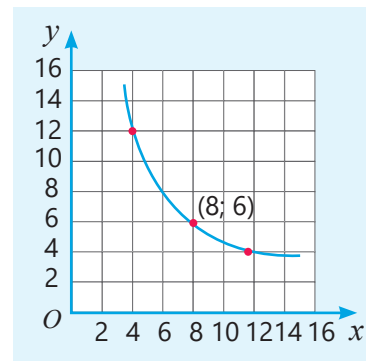
$C(6; \square)$

$D(\square; 1)$

Решение задач

- 13 На рисунке показан график зависимости сторон (x и y) прямоугольника, площадь которого постоянна.

- Найдите коэффициент пропорциональности и объясните его значение.
- Запишите формулу зависимости y от x .
- На что указывают координаты точек, отмеченных на графике? Объясните.
- Как можно найти подходящие координаты в пустых клетках, если точки $A(3; \square)$ и $B(\square; 24)$ находятся на этом графике?



- 14 Чем больше одинаковых тракторов используется для вспахивания поля, тем меньше времени на это будет затрачено. На графике изображена зависимость времени, затраченного на вспахивание поля, от числа тракторов.

- Изобразите информацию, соответствующую отмеченным точкам, с помощью таблицы.
- Сколько тракторов нужно, чтобы вспахать поле за 8 часов?
- Запишите соответствующую формулу обратно пропорциональной зависимости.
- За сколько часов вспашут поле 16 тракторов?



Задачи и примеры

- 1 Впишите подходящее число в пустую клетку так, чтобы отношения стали эквивалентными.

а) $\frac{5}{6} = \frac{\square}{3}$

б) $2 : 5 = \square : 15$

в) $\square : 16 = 3 : 4$

г) $20 : 5 = 1 : \square$

- 2 Найдите такое значение переменной c , чтобы отношение $3 : c : 6$ было эквивалентно отношению а) $6 : 10 : 12$; б) $9 : 12 : 18$; в) $1 : 1 : 2$.

- 3 Найдите значение выражения, используя заданное равенство.

а) $\frac{a}{b}$ при $4a = 3b$

б) $\frac{d}{c}$ при $3c = 2d$

в) $\frac{3n}{4m}$ при $8m = 6n$

- 4 Найдите неизвестное, используя основное свойство пропорции.

а) $\frac{x}{4} = \frac{2}{5}$

б) $y : 3 = 6 : 9$

в) $\frac{8}{c} = \frac{2}{3}$

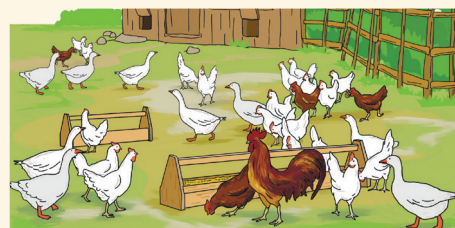
г) $(x - 3) : 4 = 7 : 2$

д) $\frac{7}{3} = \frac{x + 2}{6}$

- 5 Во дворе 40 кур и 25 гусей.

а) Запишите отношение числа гусей к числу кур.

б) Во двор принесли еще 5 гусей. Чтобы сохранить изначальное отношение, сколько еще кур нужно принести во двор?



- 6 Отношение длин сторон треугольника, периметр которого 24 см, равно $3 : 4 : 5$. Найдите длины сторон треугольника.

- 7 Отношение длин сторон прямоугольника, периметр которого 32 см, равно $3 : 1$. Какова площадь этого прямоугольника?

- 8 Ответьте на вопросы.

а) Лала разрезала ленту длиной 2,4 м на две части в отношении $3 : 5$. Сколько сантиметров составляет разность длин этих частей?

б) Эльхан разрезал веревку в отношении $4 : 7$. Одна из частей длиннее другой на 6 см. Какова первоначальная длина веревки?

- 9 Расстояние между двумя пунктами 36 км. На карте расстояние между этими пунктами 1,8 см.

а) Найдите масштаб карты.

б) Какова длина 100-километровой дороги на карте?

- 10 По рецепту 60 штук долмы готовятся из 600 г фарша и 120 г риса.

а) Сколько штук долмы можно приготовить, используя 300 г риса? Сколько фарша потребуется для этого?

б) Сколько штук долмы можно приготовить из 1 кг фарша? Сколько риса потребуется для этого?

- 11 В саду растут яблони, абрикосовые и вишневые деревья. Отношение числа яблонь к числу абрикосовых деревьев равно $3 : 2$, а отношение числа абрикосовых деревьев к числу вишневых равно $4 : 3$.



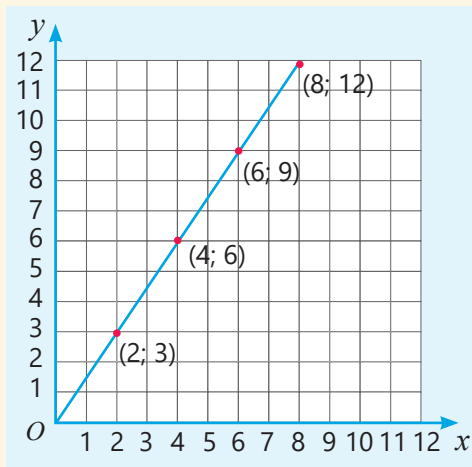
- а) Сколько яблонь и вишневых деревьев, если в саду 40 абрикосовых деревьев?
 б) Каково отношение числа яблонь к числу вишневых деревьев?
- 12 6 одинаковых насосов наполняют пустой бассейн за 24 минуты.
 а) За сколько минут наполнят пустой бассейн 9 таких насосов?
 б) Сколько нужно насосов, чтобы наполнить бассейн за 36 минут?
- 13 Половину запаса корма 8 коров съели за 12 дней. Скольким коровам хватит оставшийся корм на 24 дня?
- 14 Водитель проехал путь со скоростью 70 км/час за 4 часа. По его мнению, если он на обратном пути будет ехать со скоростью 80 км/час, то сэкономит 40 минут. Верно ли его мнение?

- 15 Запаса продуктов в лагере хватает на 120 человек на 15 дней.



- а) На сколько дней хватит этих же продуктов, если в лагерь придут еще 60 человек?
 б) Сколько еще человек может прибыть в лагерь, чтобы продуктов хватило на 9 дней?

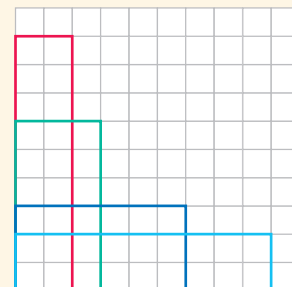
- 16 На рисунке изображен график прямой пропорциональной зависимости.



- а) По заданным точкам постройте таблицу зависимости между y и x .
 б) Найдите коэффициент пропорциональности и запишите его в формулу зависимости.
 в) Вычислите значения y по формуле при $x = 1; 3; 5$.
 г) Впишите подходящие числа в пустые клетки, учитывая, что точки $(12; \square)$ и $(\square; 24)$ принадлежат этому графику.
 д) Какие из точек $(3; 5)$ и $(7; 10,5)$ не принадлежат этому графику?

- 17 Площадь каждого прямоугольника на рисунке равна 18 единичным квадратам.
 а) По рисунку исследуйте изменение длин сторон и дополните таблицу.

Стороны прямоугольника	Красный	Зеленый	Голубой	Синий
Ширина (b)				
Длина (a)				



- б) Запишите формулу, выражающую зависимость между шириной (b) прямоугольника и его длиной (a).

2.8. Выражение отношения в процентах

Исследование-обсуждение

Из 75 игрушек, изготовленных на фабрике, 3 были с дефектом.

- Каково отношение числа продукции с дефектом к числу всей продукции?
- Как записать это отношение в виде обыкновенной дроби?
- Как выразить полученную дробь в процентах?



Изучение Выражение отношения в процентах

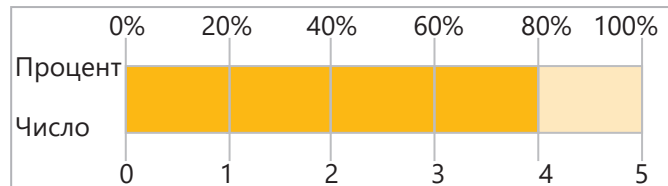
Для того чтобы узнать, сколько процентов одно число (величина) составляет от другого числа (одноименной величины), нужно выразить отношение этих двух чисел в процентах. Например, можно разными способами найти, сколько процентов составляет ширина прямоугольной комнаты от ее длины с размерами, как показано на рисунке.

1-й способ. Записывается отношение ширины комнаты к ее длине.

$$4 : 5 \text{ или } \frac{4}{5}$$

Обыкновенная дробь выражается в виде процента.

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{80}{100} = 80\%$$



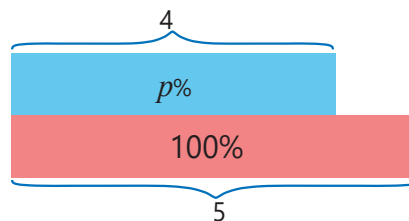
2-й способ. Длина комнаты обозначается 100%, а ширина — $p\%$.

В этом случае краткое условие задачи можно записать так:

$$\begin{array}{ccc} 5 & \text{—} & 100\% \\ \downarrow & & \downarrow \\ 4 & \text{—} & p\% \end{array}$$

Поскольку число и его процент прямо пропорциональны, составляется пропорция и находится неизвестное.

$$\frac{4}{5} = \frac{p}{100} \quad \rightarrow \quad 5 \cdot p = 4 \cdot 100 \quad \rightarrow \quad p = \frac{4 \cdot 100}{5} = 80\%$$



Таким образом, ширина комнаты составляет 80% от ее длины.



Запомни!

Чтобы найти, какой процент число b составляет от числа a , отношение $\frac{b}{a}$ умножается на 100 и справа дописывается знак процента (%).

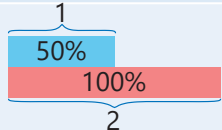
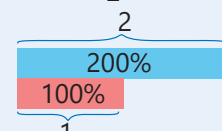
$$p = \frac{b}{a} \cdot 100\%$$

Выражение отношения двух чисел в процентах также называется *процентным отношением чисел*.

Задания

- 1 Найдите, сколько процентов составляет одно число от другого.

ОБРАЗЕЦ а) число 1 от 2 б) число 2 от 1

Решение	Объяснение	
а) $\frac{1}{2} \cdot 100\% = 50\%$	Отношение $\frac{1}{2}$ умножается на 100 и записывается знак %.	
б) $\frac{2}{1} \cdot 100\% = 200\%$	Отношение $\frac{2}{1}$ умножается на 100 и записывается знак %.	

в) число 8 от 10

д) число 45 от 60

ж) число 0,8 от 0,4

и) число $\frac{3}{4}$ от 0,6

г) число 10 от 8

е) число 60 от 45

з) число 0,4 от 0,8

к) число $\frac{1}{2}$ от $\frac{4}{5}$

- 2 Сколько процентов составляет одна величина от другой?

а) 45 м от 180 м

в) 180 манатов от 200 манатов

д) 30 кг от 60 кг

б) 12 литров от 60 литров

г) 45 минут от 30 минут

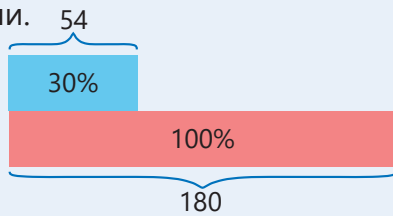
е) 750 г от 3 кг

- 3 Отношение числа белых и синих шариков в ящике равно 1 : 4.

- а) Сколько процентов составляет число белых шариков от числа синих шариков?
 б) Сколько процентов составляет число синих шариков от числа белых шариков?
 в) Какую часть и сколько процентов составляют белые шарики от всех шариков?
 г) Какую часть и сколько процентов от всех шариков составляют синие шарики?

- 4 Составив пропорцию, найдите, сколько процентов составляет одно число (величина) от другого.

ОБРАЗЕЦ число 54 от 180

Решение	Объяснение	
$\frac{54}{180} = \frac{p}{100}$ $180 \cdot p = 54 \cdot 100$ $p = 30$	Записывается краткое условие задачи. $\begin{array}{c} \downarrow 180 \text{ — } 100\% \\ \downarrow 54 \text{ — } p\% \end{array}$ Составляется пропорция и находится неизвестное. Число 54 составляет 30% от 180.	

а) число 18 от 36

в) 36 см от 80 см

д) 5 литров от 8 литров

б) число 21 от 150

г) 27 кг от 18 кг

е) 24 м от 20 м



Запомни!

Существует три основных вида задач на проценты. Каждый из трех видов задач можно решить, используя пропорцию. Поскольку число и его процент прямо пропорциональны, строится пропорция и находится неизвестное.

ВИДЫ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

Вид задачи	Пример	Краткая запись	Пропорция	Решение
1. Нахождение процента от числа.	Чему равно 80% от 5?	$\begin{array}{c} \downarrow 100\% - 5 \\ \downarrow 80\% - x \end{array}$	$\frac{100}{80} = \frac{5}{x}$	$x = \frac{5 \cdot 80}{100} = 4$ 80% от 5 равны 4.
2. Нахождение числа по проценту.	25% какого числа равны 15?	$\begin{array}{c} \downarrow 25\% - 15 \\ \downarrow 100\% - x \end{array}$	$\frac{25}{100} = \frac{15}{x}$	$x = \frac{15 \cdot 100}{25} = 60$ Число, 25% которого равны 15, это 60.
3. Нахождение процентного отношения двух чисел.	Сколько процентов составляет число 9 от 45?	$\begin{array}{c} \downarrow 45 - 100\% \\ \downarrow 9 - x\% \end{array}$	$\frac{45}{9} = \frac{100}{x}$	$x = \frac{9 \cdot 100}{45} = 20\%$ Число 9 составляет 20% от 45.

5 Ответьте на вопросы, используя пропорцию.

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------|--|
| а) Чему равно 30% от 360? | г) 40% какого числа равны 8? | ж) Сколько процентов составляет число 8 от 20? |
| б) Чему равно 20% от 70 л? | д) 20% какого числа равны 32? | з) Сколько процентов составляет 6 кг от 900 г? |
| в) Чему равно 12% от 250 г? | е) 12% какого числа равны 48? | и) Сколько процентов составляет 60 см от 15 м? |

Решение задач

6 Из 25 тонн пшеницы, привезённой на мельницу, было промолото 17 тонн. Какой процент пшеницы был промолот?

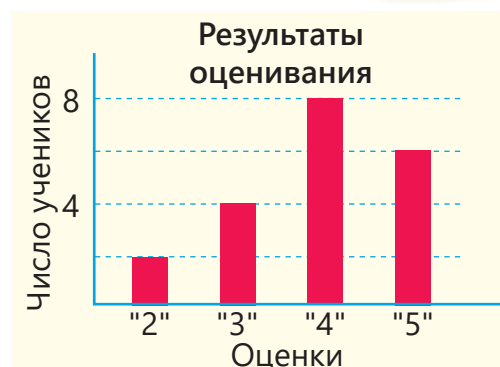
7 Лала прочитала 180 страниц из 240 страниц книги.

- а) Сколько процентов страниц книги она прочитала?
 б) Сколько процентов книги составляют непрочитанные страницы?



8 На диаграмме представлена информация о результатах оценивания, проведенного в 6"А" классе.

- а) Сколько процентов всех учеников получили "3"?
 б) Сколько процентов всех учеников получили "5"?
 в) Сколько процентов всех учеников получили "4" и "5"?

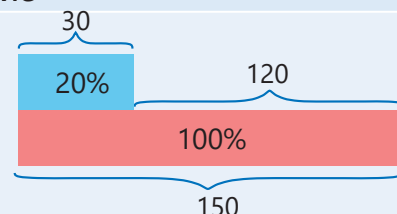


- 9 Если в чистую воду добавить определенное количество соли, то получится солевой раствор. Часть этого раствора — вода, а другая часть — соль. Ответьте на вопросы о растворе.



ОБРАЗЕЦ 120 г чистой воды смешали с 30 г соли. Сколько процентов составляет соль в растворе?

Решение	Объяснение
$120 + 30 = 150 \text{ (г)}$ $\frac{30}{150} \cdot 100\% = 20\%$	Находится общая масса раствора. Находится, сколько процентов составляет соль (30 г) от массы раствора (150 г).



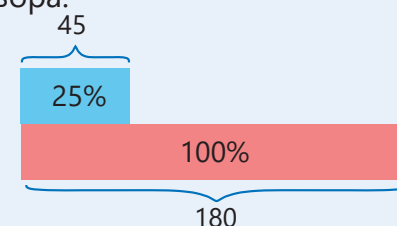
а) 160 г чистой воды смешали с 40 г соли. Сколько процентов составляет соль в растворе?

б) 135 г чистой воды смешали с 45 г соли. Сколько процентов составляет вода в растворе?

- 10 Решите задачи.

ОБРАЗЕЦ В 150 г соленой воды 10% составляет соль. В этот раствор добавили 30 г соли. Сколько процентов составляет соль в растворе?

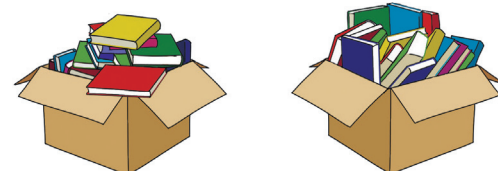
Решение	Объяснение
$150 \cdot \frac{10}{100} = 15 \text{ (г)}$	Находится масса соли в данном растворе.
$15 + 30 = 45 \text{ (г)}$	Находится масса соли в растворе после добавления соли.
$150 + 30 = 180 \text{ (г)}$	Находится масса полученного раствора.
$\frac{45}{180} \cdot 100\% = 25\%$	В полученном растворе вычисляется процентное отношение массы соли (45 г) к массе раствора (180 г).



а) В 140 г соленой воды 10% составляет соль. В этот раствор добавили 10 г соли. Сколько процентов составляет соль в растворе?

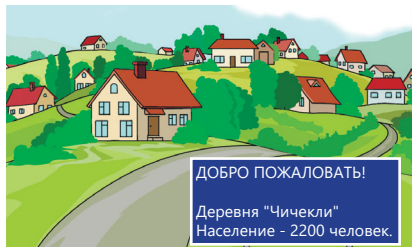
б) В 250 г соленой воды 20% составляет соль. В этот раствор добавили 150 г воды. Сколько процентов составляет соль в растворе?

- 11 В первой коробке 40% из 30 книг составляют учебники по математике, а во второй коробке — 20% из 20 книг. Сколько процентов составляют учебники по математике от всех книг?



2.9. Выражение изменения величины в процентах

Исследование-обсуждение



Пять лет назад население деревни Чичекли было 2000 человек. Согласно новой переписи, население деревни достигло 2200 человек.

- На сколько человек увеличилось население деревни?
- Какой процент составляет рост от изначального числа населения?



Ключевые слова

- процентное изменение
- простой процентный рост

Изучение Выражение изменения величины в процентах

Иногда удобно выражать изменение величины в процентах. Для этого сначала находится разность значений величины путем вычитания меньшего значения из большего значения. Затем вычисляется, сколько процентов составляет полученная разность от первоначального значения.

$$\text{Процентное изменение} = \frac{\text{разность значений}}{\text{первоначальное значение}} \cdot 100\%$$

- Допустим, первоначальная цена книги была 8 манатов, а новая цена книги стала 10 манатов. Чтобы найти, на сколько процентов подорожала книга, нужно сначала найти разность новой и первоначальной цен.

$$10 - 8 = 2 \text{ (ман.)}$$

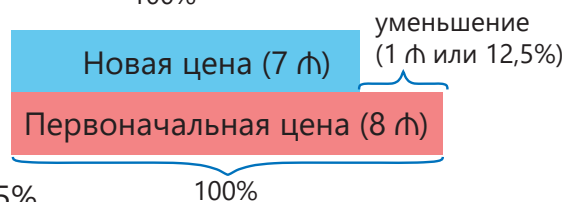
А затем отношение разности к первоначальной цене выражается в процентах.

$$\frac{\text{Разность значений}}{\text{Первоначальное значение}} \cdot 100\% = \frac{2}{8} \cdot 100\% = 25\%$$

Таким образом, цена книги подорожала на 25%.

- А теперь, допустим, цена книги, наоборот, уменьшилась и стала 7 манатов. Найти, на сколько процентов она стала дешевле, можно следующим образом.

$$\frac{\text{Разность значений}}{\text{Первоначальное значение}} \cdot 100\% = \frac{8 - 7}{8} \cdot 100\% = 12,5\%$$



Задания

- 1 Определите, уменьшилась или увеличилась величина. Выразите изменение величины в процентах.

ОБРАЗЕЦ После испарения от 6 л воды осталось 5700 мл.

Решение	Объяснение
$6000 - 5700 = 300 \text{ (мл)}$ $\frac{300}{6000} \cdot 100\% = 5\%$ Ответ: вода уменьшилась на 5%.	Обе величины приводятся к одной единице (6 л = 6000 мл) и находится разность. Вычисляется процентное отношение найденной разности к первоначальному значению. При испарении 5% воды из 6 л осталось 5700 мл.

- ▶ а) Цена компьютерной мыши, первоначальная цена которой была 15 манатов, стала 18 манатов.
- б) Вес человека, первоначальный вес которого был 80 кг, стал 72 кг.
- в) Высота дерева была 8 м, а стала 920 см.



Запомни!

Для того чтобы выразить изменение величины в процентах, можно также использовать выражение отношения в процентах и пропорцию. Для этого определяется, сколько процентов ($p\%$) составляет конечное значение от первоначального и вычисляется разность от 100%. Например, если цена телевизора снизилась с 800 манатов до 720 манатов, то найти, на сколько процентов она снизилась, можно таким образом.

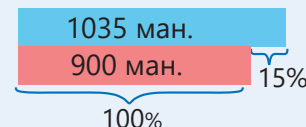


$$\begin{array}{l} \text{Конечное значение} \longrightarrow \frac{720}{800} = \frac{p}{100} \longrightarrow p = 90\% \longrightarrow 100\% - 90\% = 10\% \\ \text{Начальное значение} \longrightarrow \end{array}$$

- 2 Используя пропорцию, выразите изменение величины в процентах и ответьте на вопросы.

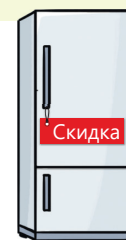
ОБРАЗЕЦ Зарплата работника выросла с 900 манатов до 1035 манатов. На сколько процентов повысилась зарплата работника?

Решение	Объяснение
Записывается краткое условие задачи. 900 ман. – 100% 1035 ман. – $p\%$ $\text{Конечное} \longrightarrow \frac{1035}{900} = \frac{p}{100}$ $\text{Начальное} \longrightarrow$ $900 \cdot p = 1035 \cdot 100$ $p = 115\%$ $115\% - 100\% = 15\%$	Записывается пропорция и находится неизвестное. Вычисляется разность 100% и полученного процента. Зарплата работника повысилась на 15%.



- а) Цена пылесоса снизилась с 400 манатов до 320 манатов. На сколько процентов снизилась цена пылесоса?
- б) Площадь посевного участка увеличили с 24 гектаров до 31,2 гектара. На сколько процентов увеличилась площадь посевного участка?
- в) Длина автомобильной дороги из лагеря в деревню составляет 2 км. Турист, пройдя 1500 м по кратчайшему пути, дошел до деревни. На сколько процентов он сократил пройденный путь?
- г) За прошлый год фермер с каждого гектара собрал 2,5 т урожая. В этом году он собрал с каждого гектара 3000 кг урожая, потому что лучше заботился об урожае. На сколько процентов больше урожая собрал фермер с каждого гектара?

- 3 В магазине А цену холодильника снизили с 800 манатов до 704 манатов. А в магазине В цену этого же холодильника снизили с 780 манатов до 702 манатов. В каком магазине процент скидки больше?



Изучение Простой процентный рост

Иногда первоначальное значение величины может несколько раз увеличиваться или уменьшаться на один и тот же процент. Допустим, клиент на счет в банке кладет 300 манатов с годовым процентным ростом 8%. Если эта сумма каждый год будет увеличиваться на 8%, или 0,08 части от первоначальной суммы, то годовой прирост будет $300 \cdot 0,08 = 24$ ₼.



Используя годовой процентный рост ($r\%$) и число лет (n), прирост величины через n лет можно найти так:

$$\text{Первоначальное значение} \rightarrow A_n = \frac{S_0 \cdot r \cdot n}{100} \leftarrow \begin{matrix} \text{Процентный рост} \\ \text{Число лет} \end{matrix}$$

Прирост

Чтобы найти конечное значение величины, первоначальное значение складывается с общим приростом за n лет.

$$\text{Конечное значение} = \text{Первоначальное значение} + \text{Прирост}$$

Эта формула называется *формулой простого процента*.

В данном примере прирост к первоначальной сумме через 3 года будет определен так:

$$A_3 = \frac{300 \cdot 8 \cdot 3}{100} = 72 \text{ ₼}$$

Тогда конечное значение величины через 3 года будет: $300 \text{ ₼} + 72 \text{ ₼} = 372 \text{ ₼}$



Подумай!

Как можно найти оставшуюся сумму через 3 года, если указанная в примере сумма будет уменьшаться на 8% от первоначальной суммы каждый год?

4

Клиент положил на счет в банке 5000 манатов с 10-процентным годовым ростом. Каким будет прирост через: а) 2 года; б) 3 года; в) 6 лет; г) 8 лет?

ОБРАЗЕЦ Каким будет прирост через 4 года?

Решение	Объяснение
$\frac{5000 \cdot 10 \cdot 4}{100} = 2000 \text{ ₼}$ За 4 года прирост будет 2000 ₼.	Первоначальная сумма ($S_0 = 5000$ ₼), процентный рост ($r = 10\%$) и число лет ($n = 4$) подставляются в формулу и вычисляется значение выражения.

- Через сколько лет прирост будет равен первоначальной сумме?

- 5 Найдите сумму после прироста.

ОБРАЗЕЦ Первоначальная сумма — 2000 ₴, годовой процентный рост — 4%, длительность — 3 года.

Решение	Объяснение
$\frac{2000 \cdot 4 \cdot 3}{100} = 240 \text{ ₴}$	Первоначальная сумма ($S_0 = 2000 \text{ ₴}$), процентный рост ($r = 4\%$) и число лет ($n = 3$) подставляются в формулу и находится прирост.
$2000 + 240 = 2240 \text{ (₴)}$	Первоначальная сумма и прирост складываются. Сумма через 3 года будет 2240 ₴.

- а) Первоначальная сумма 4000 ₴, 3% годового процентного роста, длительность — 2 года.
 б) Первоначальная сумма 5000 ₴, 6% годового процентного роста, длительность — 3 года.
 в) Первоначальная сумма 3000 ₴, 5% годового процентного роста, длительность — 4 года.



Внимание!

Если r — месячный процентный рост, n — число месяцев, то по формуле $A_n = \frac{S_0 \cdot r \cdot n}{100}$ можно найти прирост через n месяцев.

- 6 В магазине продукты продаются в рассрочку в течение определенного периода времени. Путем выплаты определенного процента от первоначальной суммы продукта каждый месяц рассчитывается оставшийся долг на следующий месяц. Найдите долг покупателя за указанное время.

ОБРАЗЕЦ Найдите оставшийся долг через 5 месяцев, если первоначальная сумма 600 ₴, месячный процентный рост 10%.

Решение	Объяснение
$\frac{600 \cdot 10 \cdot 5}{100} = 300 \text{ ₴}$	Первоначальная сумма ($S_0 = 600 \text{ ₴}$), процентный рост ($r = 10\%$) и число месяцев ($n = 5$) подставляются в формулу и находится оплаченная сумма за 5 месяцев.
$600 - 300 = 300 \text{ (₴)}$	Вычитается оплаченная сумма из первоначальной. Через 5 месяцев у покупателя останется долг 300 ₴.

- а) Найдите оставшийся долг через 10 месяцев, если первоначальная сумма 1500 ₴, месячный процентный рост 8%.
 б) Найдите оставшийся долг через 6 месяцев, если первоначальная сумма 5000 ₴, месячный процентный рост 15%.
 в) Найдите оставшийся долг через 4 месяца, если первоначальная сумма 10 000 ₴, месячный процентный рост 20%.

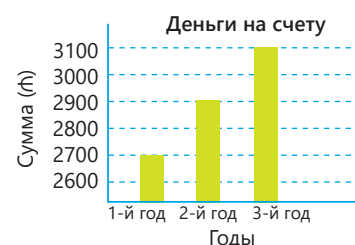
Решение задач

- 7 Цена телевизора 1000 манатов. Цену этого телевизора повысили на 20%. После этого из-за снижения продаж последнюю цену снизили на 20%. Увеличилась или уменьшилась конечная цена телевизора по сравнению с первоначальной? На сколько процентов?

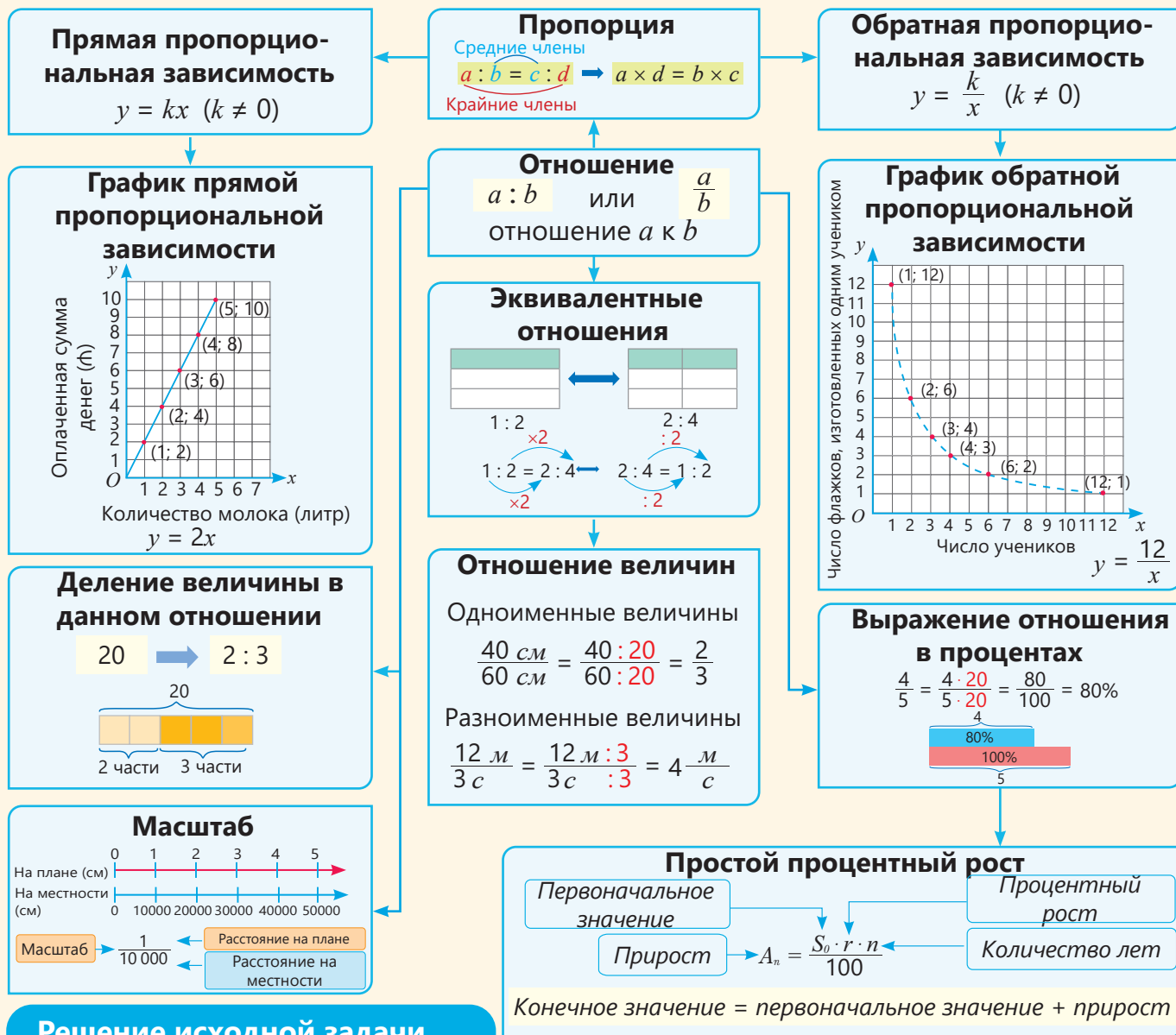


- 8 Клиент положил деньги на банковский счет с определенным годовым процентным ростом. Диаграмма отображает сумму денег на его счете в конце каждого года.

- Какова первоначальная сумма, внесенная клиентом в банк?
- Каков годовой процентный рост?
- Сколько денег будет на счету у клиента через 6 лет?



ЗАКЛЮЧЕНИЕ



Решение исходной задачи

Макет здания в форме прямоугольного параллелепипеда имеет высоту 30 см, а в основании — квадрат со стороной 40 см. Макет изготовлен в отношении 1 : 100.

- Чтобы найти действительные размеры здания, размеры макета следует умножить на 100.

$$30 \text{ см} \cdot 100 = 3000 \text{ см} = 30 \text{ м}, 40 \text{ см} \cdot 100 = 4000 \text{ см} = 40 \text{ м}.$$

Таким образом, высота здания 30 м, длина и ширина 40 м.

- Высота макета нового проекта: 30 см + 3 см = 33 см

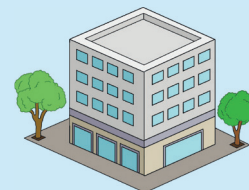
Высота здания по новому проекту: 33 см · 100 = 3300 см = 33 м

Объем здания по новому проекту: 33 м · 40 м · 40 м = 52 800 м³

Изначальный объем здания: 40 м · 40 м · 30 м = 48 000 м³

Определяется, на сколько увеличился объем здания: 52 800 м³ – 48 000 м³ = 4800 м³

Определяется, на сколько процентов увеличился объем здания: $\frac{4800}{48000} \cdot 100\% = 10\%$



ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

1. Впишите подходящее число в пустую клетку так, чтобы отношения стали эквивалентными.

а) $5 : 7 = \square : 21$

б) $\square : 15 = 2 : 3$

в) $\frac{7}{9} = \frac{\square}{54}$

г) $4 : 25 = 0,8 : \square$

2. Выразите величины в одинаковых единицах и упростите отношение.

а) $25 \text{ см} : 3 \text{ м}$

в) $80 \text{ гяп} : 5 \text{ ман}$

д) $720 \text{ г} : 3 \text{ кг}$

ж) $7 \text{ часов} : 150 \text{ минут}$

б) $2 \text{ л} : 150 \text{ мл}$

г) $1500 \text{ мм}^3 : 8 \text{ см}^3$

е) $2 \text{ м}^2 : 500 \text{ см}^2$

з) $8 \text{ месяцев} : 3 \text{ года}$

3. Разделите веревку, длина которой 150 м, в данном отношении.

а) $2 : 3$

б) $1 : 5$

в) $8 : 7$

г) $14 : 1$

д) $7 : 23$

е) $1 : 2 : 3$

ж) $3 : 5 : 7$

4. Найдите неизвестное, используя основное свойство пропорции.

а) $\frac{x}{6} = \frac{17}{3}$

б) $a : 21 = 4 : 7$

в) $\frac{18}{c} = \frac{6}{11}$

г) $\frac{3}{4} = \frac{x-5}{8}$

д) $(13-x) : 12 = 5 : 6$

5. Отношение длин меньшей и средней сторон треугольника равно $3 : 4$, отношение длин средней и большей сторон равно $2 : 3$. Найдите периметр треугольника, если длина меньшей стороны 9 см.

6. На рисунке 1 клетка имеет форму квадрата со стороной 5 мм.

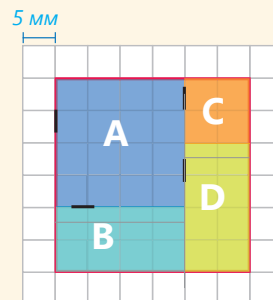
План квартиры дан в масштабе $1 : 400$.

а) Запишите реальные размеры квартиры.

б) Вычислите площадь каждой комнаты.

в) Какова общая площадь квартиры?

г) Каков периметр этой квартиры на плане с масштабом $1 : 500$?



7. На карте, масштаб которой $1 : 50\,000$, расстояние между двумя пунктами 6 см.

а) Каково расстояние между этими пунктами на местности?

б) Сколько см составит расстояние между этими пунктами на карте, масштаб которой $1 : 100\,000$?

8. Найдите, составив пропорцию.

а) 60% от 40 метров

в) массу мешка, 12% которого равны 6 кг

б) 40% от 70 манатов

г) объем бидона, 35% которого равны 14 л

9. Ответьте на вопросы, составив пропорцию.

а) Сколько процентов составляет лента длиной 6 м от ленты длиной 8 м?

б) На сколько процентов яблоки за 3 маната дороже яблок за 2,4 маната?

10. Скульптор использовал 12 кг глины для изготовления 8 одинаковых маленьких статуй.

а) Сколько нужно глины для изготовления 6 таких статуй?

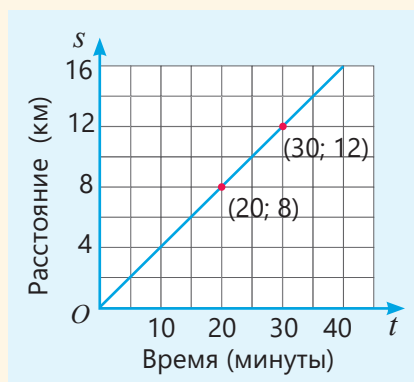
б) На изготовление скольких статуй хватит 3 кг глины?

11. Суточная потребность человека в энергии составляет 1500 килокалорий. В 100 г кураги 250 килокалорий. Сколько кураги следует употребить человеку, чтобы удовлетворить 20% суточной потребности?

12. На рисунке изображен график зависимости пути (s), пройденного велосипедистом с постоянной скоростью, от времени (t).

- Какое расстояние проехал велосипедист за полчаса?
- За какое время он проехал 8 км пути?
- Найдите коэффициент зависимости и запишите формулу зависимости.
- Дополните таблицу, используя формулу.

t	15	25	40
s			

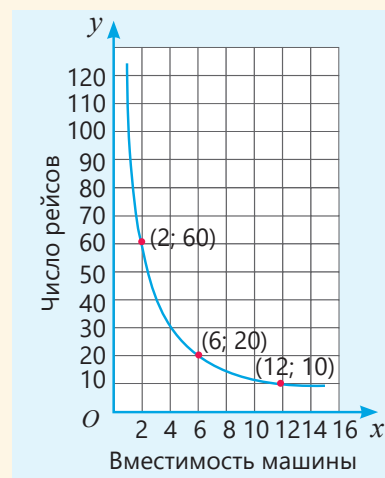


13. Для перевозки груза машина грузоподъемностью 7,5 тонны должна совершить 12 рейсов.

- Сколько рейсов совершит машина грузоподъемностью 9 тонн для перевозки этого груза?
- Машина с какой грузоподъемностью перевезет этот груз за 6 рейсов?

14. Машина определенной грузоподъемности перевозит 120 т зерна из амбара. Чем больше грузоподъемность (x) машины, тем меньше количество рейсов (y), необходимых для перевозки всего зерна.

- Сколько рейсов должна совершить машина грузоподъемностью 12 т, чтобы перевезти все зерно?
- Какова грузоподъемность машины, если она перевозит всё зерно за 20 рейсов?
- Запишите формулу зависимости количества рейсов (y) от грузоподъемности машины (x).
- Найдите значения y при $x = 8; 3$. Объясните значения каждой пары координат, соответствующей этим значениям.



15. 6 одинаковых насосов наполняют пустой бассейн за 15 минут.

- Сколько нужно насосов, чтобы наполнить пустой бассейн за 10 минут?
- Для этого на сколько процентов нужно увеличить число насосов?

16. В магазине одежды отношение новой цены куртки со скидкой к изначальной цене равно 3 : 4.

- На сколько процентов понизили цену куртки?
- Покупатель за одну куртку заплатил на кассе 72 ₴. Сколько манатов составляла цена куртки до скидки?

17. В магазине цену пальто, которое продавалось за 400 манатов, сначала повысили на 15%, а затем понизили на 20%.

- Сколько манатов составляет конечная цена пальто?
- На сколько процентов изменилась конечная цена относительно первоначальной? Увеличилась она или уменьшилась? На сколько?

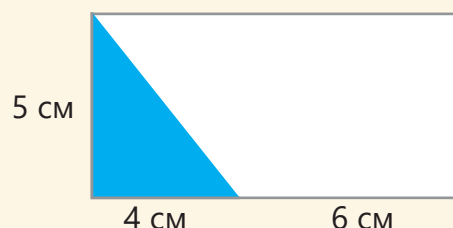
18. Отношение сторон треугольника ABC равно 3 : 4 : 5, а периметр — 36 см.

- Найдите стороны этого треугольника.
- Отношение сторон треугольника DEF равно отношению сторон треугольника ABC . Найдите периметр треугольника DEF двумя способами, если длина меньшей стороны 4,5 см.

19. В 6"А" классе 21 ученик, а в 6"В" — 24 ученика. На уроке физкультуры учитель разделил 15 мячей между этими классами пропорционально количеству учеников. Сколько мячей досталось каждому классу?

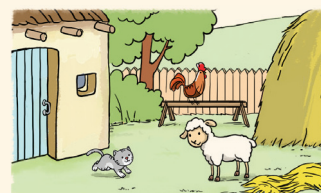
20. По данным на рисунке ответьте на вопросы.

- а) Сколько процентов площади прямоугольника закрашены?
- б) Насколько процентов незакрашенная площадь больше закрашенной?



21. Отношение масс петуха и кошки равно $1 : 2$, а отношение масс кошки и овцы равно $1 : 3$.

- а) Если овца весит 12 кг, то сколько весят петух и кошка?
- б) Сколько процентов составляет масса петуха от массы кошки?
- в) На сколько процентов масса овцы больше массы петуха?



22. В новопостроенном здании есть однокомнатные, двухкомнатные и трехкомнатные квартиры. Отношение числа однокомнатных и двухкомнатных квартир равно $1 : 6$, а отношение числа двухкомнатных и трехкомнатных — $2 : 1$.

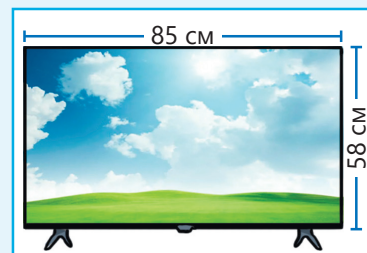
- а) Каково отношение числа однокомнатных квартир к числу трехкомнатных?
- б) Если в здании всего 200 квартир, то сколько из них трехкомнатных?
- в) Сколько процентов квартир двухкомнатные?



СООТНОШЕНИЕ СТОРОН И РАЗРЕШЕНИЕ ЭКРАНА

Одним из основных параметров телевизора, смартфона или монитора компьютера являются разрешение экрана и отношение сторон. Изображения на экране состоят из пикселей (*pictures element*), которые представляют собой очень маленькие точки. Количество пикселей на единицу площади экрана называется его *разрешением*. Чем выше разрешение экрана, тем лучше и четче будет изображение. Чаще всего разрешение монитора выражается количеством пикселей по ширине и длине экрана. Например, экран с разрешением 1280×1024 имеет 1280 пикселей в длину и 1024 пикселя в ширину.

Отношение длины к ширине (*aspect ratio*) мониторов является одним из важных параметров, который показывает, соответствует изображение стандартам или нет. Например, наиболее распространенными отношениями экрана являются $4 : 3$, $16 : 9$ и $21 : 9$.



1. Отношение экрана одного из мобильных телефонов $15 : 8$, а другого — $9 : 4$. Ширина экрана обоих телефонов составляет 8 см. Найдите длины и площади экранов этих телефонов.

2. Если разрешение обоих телефонов будет 1920×1080 , то на каком телефоне изображение будет лучше? Объясните причину.

3. Используя Интернет, найдите самые широко распространенные отношения экранов и значения разрешений HD, FHD, 4K, 8K.

4. Используя Интернет, найдите, как используются отношение экрана и разрешение при создании цифровых ресурсов (фильмы, фото и т.д.), и подготовьте презентацию.

3

- выражать значение величины в виде отрицательных или положительных целых чисел
- сравнивать целые числа и находить их абсолютные значения
- выполнять действия над целыми числами
- возводить в степень целые числа
- выполнять действия в правильном порядке в выражениях, заданных целыми числами

Попытайтесь!

На основе вопросов изобразите положение дельфина и пингвина на числовой оси, считая уровень моря равным 0.

- Дельфин может прыгнуть на высоту 6 м над уровнем моря. На какой глубине плавал дельфин, если эта высота на 11 м выше глубины, на которой он плавает?
- Пингвин может плавать на глубине до 90 м. Если плывущий на этой глубине пингвин поднимется к поверхности воды со скоростью 20 м в минуту, на какой глубине ниже уровня моря он окажется через 3 минуты?



Целые числа

Для представления значений некоторых величин натуральных чисел недостаточно. Для этого используют отрицательные числа. Иногда температура, расположение подводных объектов относительно уровня моря, финансовые затраты указываются числами, меньшими нуля.

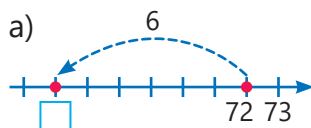
Например, самая низкая температура на Земле (около -89°C) была зафиксирована в Антарктиде в 1983 году.



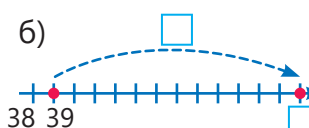
Станция "Восток" – российская научная станция в Антарктиде.

Предварительная проверка

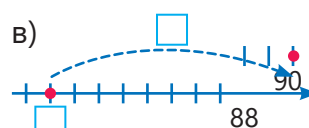
1 Впишите подходящие числа в пустые клетки.



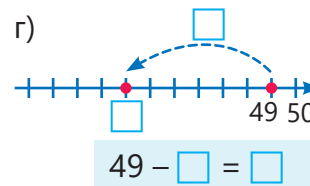
$$72 - \square = \square$$



$$39 + \square = \square$$



$$\square + \square = 90$$



$$49 - \square = \square$$

2 Сравните.

а) 1000 и 999

в) $20 \cdot 15$ и $3 \cdot 10^2$

д) $2^5 + 2^3$ и $5 \cdot 2^3$

ж) $10^3 - 5^3$ и 2^6

б) 2105 и 2015

г) $3000 : 15$ и $4 \cdot 10^2$

е) $3^2 + 4$ и $2^3 + 4$

з) $3^4 - 1$ и $2^4 \cdot 5$

3 Вычислите.

а) $48 + (24 - 4) \cdot 5$

в) $12 - (88 - 4) : 7$

д) $(3^2 - 6) \cdot (12 - 4 \cdot 2)$

б) $10^4 - (20 - 2 \cdot 5) \cdot 2^3$

г) $2 \cdot 12^2 + 6^3 : 18$

е) $\frac{120 - 3 \cdot 2^3}{18 - 12}$

4 Вычислите, используя свойства арифметических действий.

а) $3 \cdot 5 \cdot 2$

б) $128 + 45 + 12$

в) $309 + 218 + 91$

г) $4 \cdot 5 \cdot 25 \cdot 2$

д) $0 : 117$

5 Расставьте скобки так, чтобы получилось верное равенство.

а) $10^2 - 5 + 2 \cdot 6 = 58$

б) $148 - 3 \cdot 4 + 6^2 = 100$

в) $7^2 - 3 \cdot 2 + 8 = 19$

6 Вычислите значения выражений при данных значениях переменной.

а) при $m = 5$

$4m - 20$

$1000 - 16m$

б) при $x = 20$

$4 \cdot x^2$

$242 : (x + 2)$

7 Решите уравнение.

а) $4x - 8 = 32$

в) $126 - 9x = 27$

д) $3 \cdot (2x + 1) = 39$

ж) $(3x - 6) : 5 = 15$

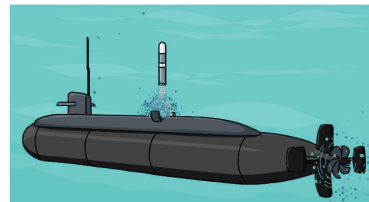
б) $6 + 5x = 86$

г) $12x + 144 = 300$

е) $(2x + 5) \cdot 6 = 114$

з) $505 : (9x - 16) = 5$

8 Ракета, запущенная вертикально вверх с подводной лодки, плавающей на глубине 200 м, движется со скоростью 15 м в секунду. Будет ли ракета под водой или над уровнем моря через 20 секунд? На сколько метров?



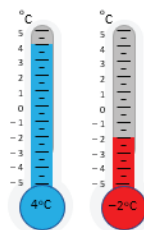
9 Альпинист во время восхождения на вершину горы достиг высоты 3000 м над уровнем моря в 10:00 и сделал получасовой перерыв. После этого он каждые полчаса поднимался на 200 м и делал перерыв на 10 минут. В 13:00 он достиг вершины. Какова высота вершины горы над уровнем моря?



3.1. Целые числа

Исследование-обсуждение

В один зимний день Сабина дважды в течение дня измерила температуру воздуха. Она заметила, что на термометре днем было 4°C , а ночью -2°C . По мнению Сабины, температура ночью понизилась на 2 градуса по сравнению с днем. Как вы думаете, верно ли ее мнение?



Ключевые слова

- целые числа
- положительные числа
- отрицательные числа
- противоположные числа

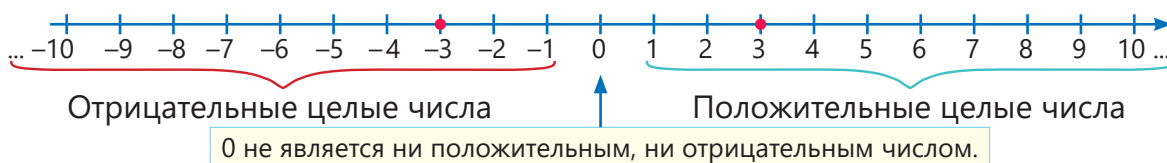


Изучение Положительные и отрицательные числа

Отрицательные числа используются для выражения значений величин, меньших нуля. Например, приняв уровень моря за 0, высоту, на которой летает ласточка, можно записывать как $+20$ м, а глубину, на которой плавает рыба, можно записывать как -15 м.

Числа со знаком "+" называют положительными, а числа со знаком "-" называют отрицательными. Например $+3$ читается как "плюс три", а -3 читается как "минус три". Обычно положительные числа записываются без знака: $+3 = 3$.

- На числовой оси отрицательные числа находятся слева от нуля, а положительные числа – справа от нуля.



Положительные числа больше нуля, а отрицательные — меньше нуля.

- **Противоположные числа** – это числа, которые лежат на одинаковом расстоянии, но по разные стороны от нуля на числовой оси. Например, противоположным числу $+3$ является число -3 , или -3 является противоположным числу $+3$. Такие числа еще называют *взаимно противоположными* числами. Иногда числа записывают в скобках вместе со знаком, чтобы различать их по знакам: (-3) , $(+3)$.



Подумай!

Как можно объяснить то, что $-(-3) = +3 = 3$, то есть противоположное числу -3 равно 3?

Задания

- 1 Определите подходящее число к каждому утверждению. Для каждого случая объясните значение точки 0.
 - а) Самолет летит на высоте 1200 м над уровнем моря. -1200 1200
 - б) Температура воздуха 6°C мороза. -6 6
 - в) Траты за месяц составляют 750 манатов. -750 750
 - г) Дельфин плавает на глубине 300 метров от уровня моря. -300 300
 - д) Автомобиль остановился на 2-м этаже подземной парковки. -2 2

- 2 Запишите числа с соответствующими знаками.
- а) Доход 100 ман. и расход 50 ман. в) Расход 200 ман. и доход 10 ман.
 б) Доход 500 ман. и расход 1000 ман. г) Расход 120 ман. и расход 35 ман.
- 3 Определите противоположные числа среди заданных чисел и изобразите некоторые из них на числовой оси.

-1 +5 6 -4 3 -12 21 -3 12 -5 15 +1

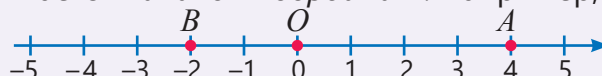
- 4 Найдите числа, противоположные заданным числам, и изобразите некоторые из них на числовой оси.

-2 6 8 -1 -9 -3 14 -20 -11 7 5



Запомни!

Прямую, на которой выбрано начало отсчета, положительное направление и единичный отрезок, называют *координатной прямой* или *координатной осью*. Число, определяющее положение точки на координатной оси, называется *координатой точки* и записывается в скобках. Точка O называется *началом координат*. Например, $A(4)$, $B(-2)$, $O(0)$.



- 5 Определите координаты точек, отмеченных на координатной оси.



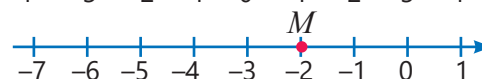
- 6 Начертите координатную ось в тетради. На ней отметьте точки $A(-2)$; $B(-3)$; $C(6)$; $D(2)$; $E(0)$; $F(3)$. Какие числа, соответствующие данным точкам, являются противоположными?

- 7 Используя координатную ось, запишите соответствующие координаты точек.

а) Точка C находится правее точки B на 5 единиц.

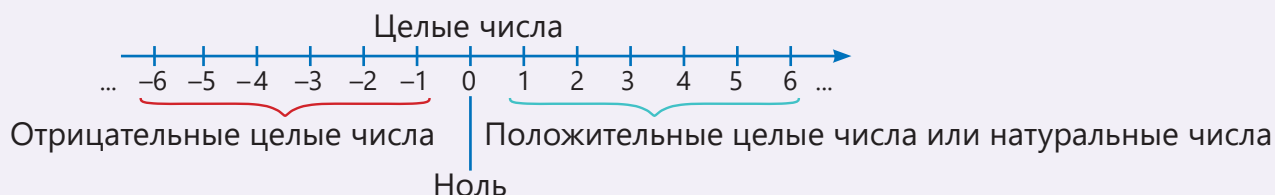


б) Точка K находится левее точки M на 2 единицы.



Запомни!

Натуральные числа, противоположные им числа и число 0 называют **целыми числами**. Натуральные числа — это положительные целые числа, а числа, противоположные им, называются отрицательными целыми числами.



- 8 Определите целые числа среди заданных. Запишите противоположные им числа.

-5 +1,5 +100 1,2 0 $\frac{4}{5}$ 2,1 $1\frac{6}{7}$ -3 -6 5,10

- 9 Определите закономерность и найдите три предыдущих и три следующих числа.

а) ... , -2, -1, 0, ... б) ... , 3, 2, 1, ... в) ... , 6, 4, 2, ... г) ... , -6, -4, -2, ...



Из истории математики

Примерно во II веке до нашей эры отрицательные числа стали использоваться в торговых и налоговых расчетах в Китае. Китайцы выражали отрицательные числа черным цветом, а положительные числа – красным.



Леонардо Фибоначчи
(1170–1250)

Начиная с VII века нашей эры для выражения долгов в Индии стали использовать отрицательные числа.

Знак отрицательных чисел впервые был использован итальянским математиком Леонардо Фибоначчи в XIII веке. Он выражал в отрицательных числах долг при решении финансовых задач.

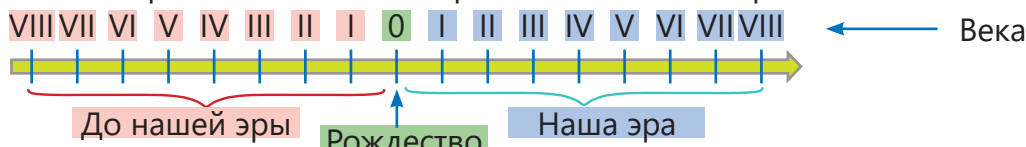
132		I	≡	II
5089	≡		≡	III
-704		II		III
-6027	I		=	II

- 10 m – целое число, отличное от нуля. Определите, верно утверждение или нет, приведя примеры.

а) Число, противоположное m , всегда меньше 0. б) $-(-(-(-m))) = m$ в) $-(-(-m)) = -m$

Решение задач

- 11 По григорианскому календарю началом нашей эры считается год рождения Иисуса Христа. Это событие, произошедшее около двух тысяч лет назад, называется Рождеством Христовым. Предшествующий период до Рождества Христова считается до нашей эры (до н.э.), а период времени после первого года – нашей эрой. Часто исторические события отражаются на такой временной шкале в хронологическом порядке.



- Как написать III век до н.э. и XXI век нашей эры целыми числами?
- Нарисуйте собственную временную шкалу, приняв год вашего рождения за 0. На этой временной шкале отметьте числа, соответствующие годам рождения ваших братьев, сестер и родителей.

- 12 У детей 3 попытки игры в перетягивание каната. Каждая попытка длится 10 секунд. По истечении времени какая из команд имеет узел веревки на своей территории, та и побеждает. По итогам каждой попытки запишите координаты точки узла веревки и узнайте, какая команда в итоге победит.



1-я попытка: точку узла сдвинули на 12 единиц вправо, затем на 8 единиц влево.

2-я попытка: точку узла сдвинули на 12 единиц влево, на 4 единицы влево, затем на 8 единиц вправо.

3-я попытка: точку узла сдвинули на 8 единиц влево, на 4 единицы вправо, затем на 16 единиц вправо.

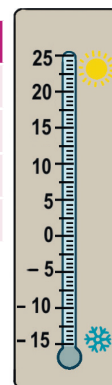
3.2. Сравнение и упорядочивание целых чисел

Исследование-обсуждение

В таблице указана температура воздуха в некоторых городах Азербайджана в один и тот же день и в одно и то же время.

- В каком городе температура была ниже, а в каком городе выше? Как это найти?
- Как расположить города от холодных к теплым по температуре?
- В тот же день температура воздуха в Шамахе была -1°C . Между какими городами будет находиться Шамаха, если упорядочить их температуру от низких до высоких?

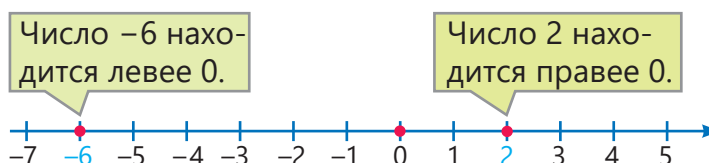
Город	Температура ($^{\circ}\text{C}$)
Губа	-4
Сальян	2
Баку	0
Балакен	-5



Изучение Сравнение целых чисел

Целые числа, так же как натуральные и дробные числа, можно сравнивать по их положению на числовой оси. Из двух чисел на числовой оси меньше то, которое находится левее, и больше то, которое правее.

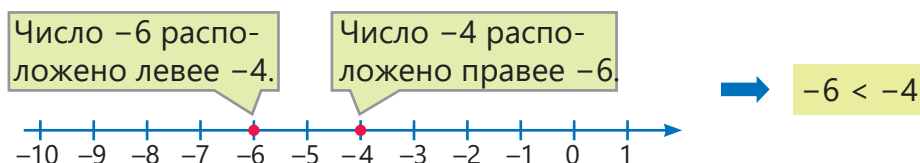
- Поскольку положительные числа находятся справа от отрицательных чисел на числовой оси, любое положительное число больше любого отрицательного числа.



Поскольку на числовой оси число 2 лежит правее числа -6 $2 > -6$ или

поскольку на числовой оси число -6 лежит левее числа 2 $-6 < 2$

- Из двух отрицательных чисел на числовой оси меньше то, что находится левее.



Задания

- 1 Сравните числа, используя числовую ось.

ОБРАЗЕЦ -5 и -2

Решение	Решение
$-5 < -2$	Число -5 расположено левее числа -2. 
-2 и 0	1 и -2
-6 и -1	-5 и 1
0 и -4	-4 и -1

2 Сравните.

-120 и 0	-13 и -9	51 и -72	-18 и -23	25 и -2	0 и -93
-108 и 100	-6 и -12	41 и -41	-27 и 27	0 и -40	-71 и 8

3 Какие числа можно вписать в пустые клетки? Запишите по четыре числа для каждого случая.

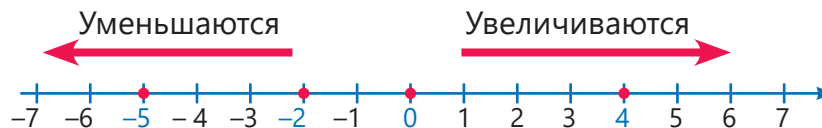
$\square < -2$	$\square \geq -6$	$\square > -14$	$\square \leq 0$	$\square \geq -20$	$\square < -12$
----------------	-------------------	-----------------	------------------	--------------------	-----------------

4 Какие из утверждений неверны? Объясните, приведя примеры.

- Отрицательные числа меньше положительных чисел.
- Ноль меньше отрицательных чисел.
- На числовой оси ноль расположен правее любого отрицательного числа.

Изучение Упорядочивание целых чисел

Целые числа можно упорядочить, сравнив или отметив на числовой оси. На числовой оси числа увеличиваются в направлении слева направо и уменьшаются в направлении справа налево. Например, чтобы упорядочить числа -5 ; 0 ; -2 ; 4 , их отмечают на числовой оси.



В порядке возрастания -5 ; -2 ; 0 ; 4 В порядке убывания 4 ; 0 ; -2 ; -5

5 Упорядочьте числа, используя числовую ось.

ОБРАЗЕЦ В порядке возрастания: -5 ; -4 ; 2 ; 4 ; -2

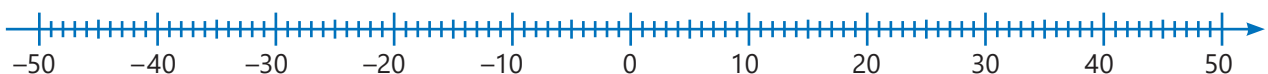
Решение	Объяснение
-5 ; -4 ; -2 ; 2 ; 4	Числа отмечаются на числовой оси и располагаются в порядке возрастания.



В порядке возрастания:	а) -2 ; 5 ; 8 ; -6 ; 4	б) 8 ; -7 ; 6 ; -5 ; 0 ; -3	в) -1 ; 9 ; 10 ; -2 ; 0	г) -2 ; -4 ; 4 ; 2 ; 1 ; -6
В порядке убывания:	а) -3 ; -6 ; 5 ; 8 ; -2	б) -1 ; -3 ; -5 ; 8 ; -2 ; 9	в) 0 ; -2 ; -4 ; 3 ; 7	г) 8 ; -3 ; 6 ; -5 ; 0 ; 3

6 Упорядочьте числа, используя числовую ось.

В порядке возрастания		В порядке убывания	
а) -18 ; 50 ; 48 ; -42	в) -23 ; -17 ; 6 ; -35 ; 0	а) -30 ; -16 ; 25 ; 18	в) -42 ; -15 ; 15 ; 0 ; -29
б) -17 ; -21 ; 50 ; -47	г) -49 ; -32 ; 7 ; -8 ; 31	б) -12 ; -29 ; -34 ; -24	г) -38 ; -43 ; 27 ; -25 ; 4



- 7 Впишите подходящие числа в пустые клетки, используя числовую ось.

ОБРАЗЕЦ $-5 < \square < 2$



Объяснение

Числа -5 и 2 отмечаются на числовой оси.

Находятся числа, которые больше -5 и меньше 2 .

$-8 < \square < -2$

$-5 < \square < 0$

$-2 < \square < 2$

$-4 < \square < 3$

$-6 < \square < -2$

- 8 Какие числа можно вписать в пустые клетки? Запишите по четыре числа для каждого случая.

$-12 < \square < 10$

$-27 < \square < -14$

$-8 < \square < 25$

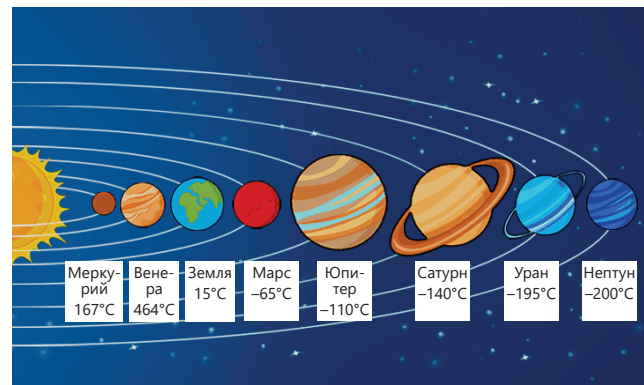
$-31 < \square < 12$

- 9 Определите подходящие числа.

- Наибольшее целое число, меньшее нуля.
- Наименьшее целое число, большее -1 .
- Наименьшее целое число, большее -12 .
- Наименьшее и наибольшее целые числа, большие -3 и меньшие 4 .

Решение задач

- 10 На рисунке показана средняя температура планет Солнечной системы.
- На какой планете средняя температура наименьшая?
 - На какой планете средняя температура наибольшая?
 - Если расположить планеты в порядке возрастания их температур, то на каком месте будет Уран?



- 11 Число, которое задумала Сабина, — наибольшее целое число, меньшее -7 , а число, задуманное Эльханом, — наименьшее целое число, большее -10 . Чьё число меньше?



- 12 В таблице указаны глубины впадин ниже уровня моря.
- Какая из впадин самая глубокая?
 - Какие впадины глубже Японской впадины?
 - Какие впадины глубже впадины Тонга?
 - Между какими впадинами по глубине находится Филиппинская впадина?

Впадины	Глубина ниже уровня моря (м)
Марианская впадина	-11034
Японская впадина	-8046
Филиппинская впадина	-10540
Впадина Тонга	-6500

3.3. Абсолютное значение числа



Ключевые слова

- абсолютное значение числа
- модуль числа

Исследование-обсуждение

В таблице показано, на сколько манатов каждый год увеличивается или уменьшается цена продукта по сравнению с предыдущим годом.

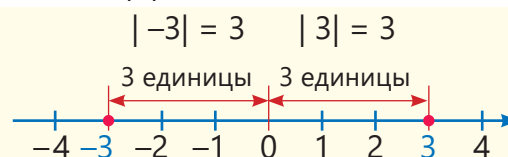
- В каком году цена изменилась меньше всего, а в каком — больше всего? Цена увеличилась или уменьшилась в эти годы?
- В какие годы изменение цены было одним и тем же? Как это можно определить?

Года	Изменение цены (ман.)
2019	-10
2020	16
2021	-20
2022	-16
2023	6

Изучение Абсолютное значение числа (модуль числа)

Расстояние от точки, соответствующей числу, до нуля на числовой оси называется **абсолютным значением числа** или **модулем числа**. Абсолютное значение числа не может быть отрицательным. Абсолютное значение числа a записывается как $|a|$.

- Модуль положительного числа равен самому числу.
- Модуль отрицательного числа равен противоположному числу.
- Модуль нуля равен нулю.



Подумай!

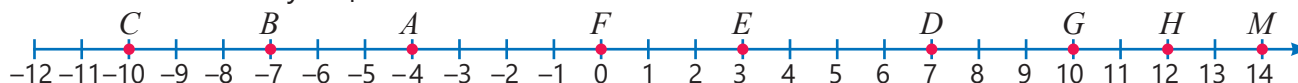
Как можно обосновать, что абсолютные значения противоположных чисел равны?
 $|a| = |-a|$

Задания

- 1 Найдите модули заданных чисел.

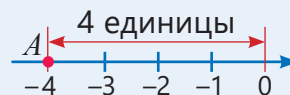
5 10 -81 0 7 -25 -5 -32 -10 63

- 2 Запишите координаты точек, заданных на числовой оси. Найдите абсолютные значения чисел, соответствующие этим точкам.



ОБРАЗЕЦ $A (\square) \rightarrow |\square| = \square$

Решение	Объяснение
$A (-4) \rightarrow -4 = 4$	Определяется число, соответствующее точке, и находится абсолютное значение по расстоянию от этой точки до нуля. Число -4 находится на расстоянии 4 единицы от нуля.



$B (\square) \rightarrow \square = \square$	$C (\square) \rightarrow \square = \square$	$D (\square) \rightarrow \square = \square$	$E (\square) \rightarrow \square = \square$
$F (\square) \rightarrow \square = \square$	$G (\square) \rightarrow \square = \square$	$H (\square) \rightarrow \square = \square$	$M (\square) \rightarrow \square = \square$

3 Впишите подходящее число в пустую клетку и изобразите на числовой оси.

а) $|3| = \square$ б) $|-5| = \square$ в) $|\square| = 15$ г) $|\square| = 20$ д) $|\square| = 0$ е) $|\square| = 16$

4 Найдите ошибки.

$|4| = 4$ $|4| = -4$ $|-4| = -|-4|$ $|-4| = -4$ $|-4| = 4$ $-|-4| = 4$ $-|-4| = -4$

5 Для какого случая утверждение верно? Ответьте, используя слова "Всегда", "Иногда", "Никогда". Объясните, приведя примеры.

- а) Модуль отрицательного числа — положительное число. в) Модуль положительного числа — отрицательное число.
б) Модуль числа больше самого числа. г) Модуль числа равен самому числу.

6 Вычислите.

ОБРАЗЕЦ $|-6| + 3$

Решение	Объяснение
$ -6 + 3 = 6 + 3 = 9$	Находится модуль числа -6 . Складываются числа 6 и 3.

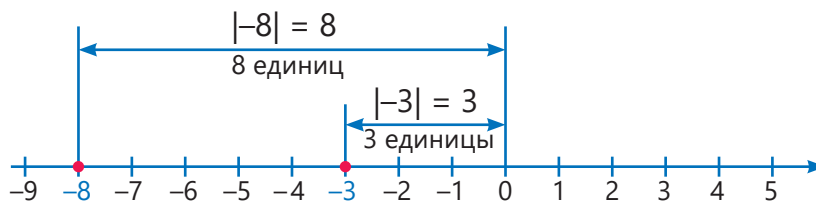
а) $ -8 + 5$	в) $ -5 \cdot -2 $	д) $ -15 : -3 $	ж) $ -6 \cdot 4 - 4$
б) $ -8 - 8$	г) $ -10 \cdot 4 + 6$	е) $12 - -4 \cdot 0$	з) $ -7 \cdot (3 + -3)$

7 Сравните.

а) $|22|$ и -22 б) $|-22|$ и 22 в) $|17 - 7|$ и 0 г) $|-17| - 17$ и -1

Изучение Сравнение отрицательных целых чисел по модулю

Отрицательные числа можно сравнить и по их модулям. Например, чтобы сравнить числа -3 и -8 , сначала находят их модули.



Расстояние от числа -3 до 0 равно 3 единицам, а расстояние от числа -8 до 0 равно 8 единицам. $|-3| < |-8|$



Поскольку число -3 расположено ближе к 0, то оно находится правее -8 .
 $-3 > -8$.

• Из двух отрицательных чисел левее расположено то, у которого модуль больше, а правее — то число, у которого модуль меньше. Из двух отрицательных чисел меньше то, модуль которого больше, и больше то, модуль которого меньше.

8 Сравните числа, используя их модули. Проверьте правильность нескольких ответов, изобразив на числовой оси.

-18 и -10	-32 и -23	-51 и -72	-18 и -23	-25 и -2	-90 и -93
-16 и -12	-41 и -14	-21 и -12	-4 и -40	-71 и -8	-108 и -10

9 Сравните.

а) -26 и -42

б) -10 и $-|-24|$

в) $-|-69|$ и 0

г) $|-44|$ и $|-54| - 10$

10 Расположите.

В порядке возрастания

а) -29 ; $|-36|$; 0 ; $|38|$

б) $|48|$; -20 ; $|-43|$; -29 ; $|-24|$

в) $|72|$; -12 ; 0 ; -74 ; $|-101|$

В порядке убывания

а) -2 ; $|27|$; -3 ; $|-11|$

б) $|15|$; -6 ; $|0|$; -14 ; $|-21|$

в) -9 ; $-|10|$; 12 ; -2 ; $-|-3|$

11 Среди заданных чисел найдите числа, подходящие в пустую клетку.

а) $|\square| < 3$

-5 -3 0 2 4

б) $|\square| \leq 6$

-8 -6 -1 0 2 6

в) $|\square| > 7$

-10 -7 0 4 8 12

г) $|\square| \geq 4$

-5 -4 -1 0 4 5

12 Впишите два положительных и два отрицательных целых числа в пустую клетку.

а) $|\square| > 5$

б) $|\square| \leq 2$

в) $|\square| < 3$

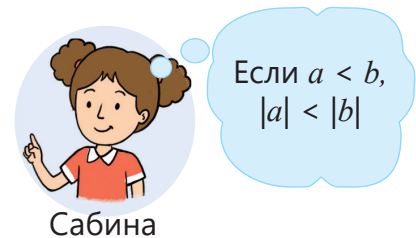
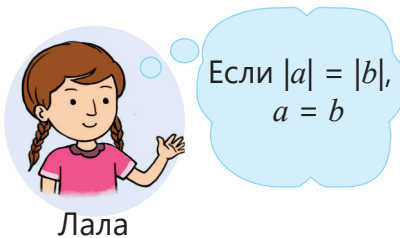
г) $|\square| > 0$

д) $|\square| \geq 1$

е) $|\square| > -1$

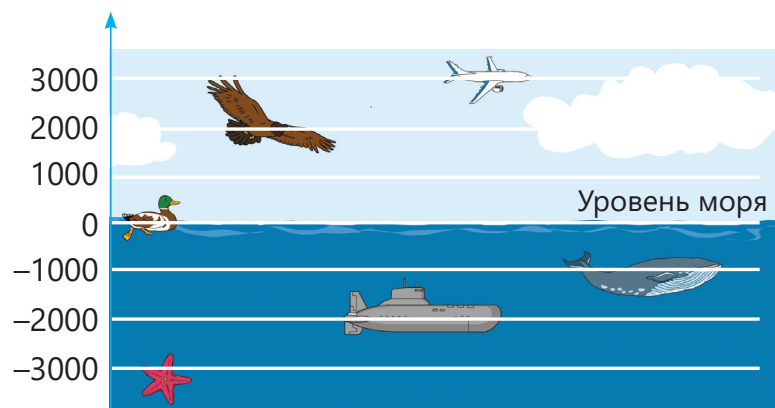
Решение задач

13 Какое из утверждений неверно? Объясните, подставив различные целые числа вместо переменных.



14 На рисунке показаны положения некоторых объектов относительно уровня моря.

- Что находится дальше от уровня моря: самолет или подводная лодка?
- Какой из объектов находится на таком же расстоянии от уровня моря, как и орел?
- Какое из животных плавает на уровне моря?
- Между какими объектами находится кит, который плавает на глубине 1500 м?



3.4. Сложение целых чисел

Исследование-обсуждение

Число игроков: 2-4 человека

Принадлежности: 5 синих и 5 красных кружков

Правила игры:



Один синий кружок соответствует числу $+1$, а один красный кружок — числу -1 .



Один синий кружок убирает один красный.



$$+1 + (-1) = 0$$

Чтобы решить данные примеры, берется число синих кружков, соответствующее слагаемому с положительным знаком, и число красных кружков, соответствующее модулю слагаемого с отрицательным знаком.

$$5 + (-2)$$

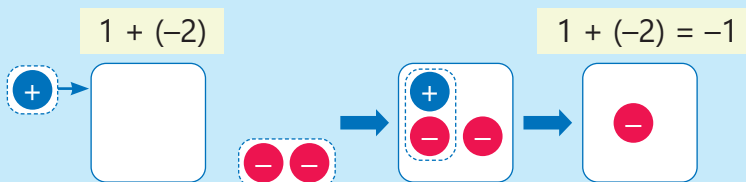
$$3 + (-3)$$

$$-1 + (-3)$$

$$-1 + 2$$

ОБРАЗЕЦ

Чтобы найти сумму $1 + (-2)$, нужно взять 1 синий и 2 красных кружка. Равное количество синих и красных кружков отбрасывается, количество оставшихся кружков показывает сумму.



Игрок, который быстрее всех и правильно решит примеры, выигрывает.

Изучение Сложение отрицательных целых чисел

Если расход выразить отрицательным числом, то общий расход покупателя, потратившего сначала 5 манатов, а затем 3 маната, можно найти следующим образом.

$$-5 + (-3) \rightarrow \text{five red circles and three red circles} \rightarrow -5 + (-3) = -8$$

- Чтобы найти сумму двух отрицательных чисел, нужно сложить их модули и поставить перед полученной суммой знак “-”. Например, $-5 + (-3) = ?$

Складываются модули чисел.

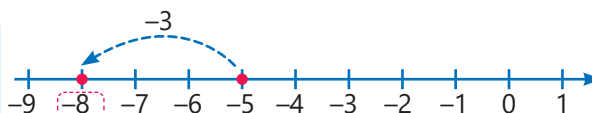
$$|-5| + |-3| = 5 + 3 = 8$$

Перед суммой ставится знак “-”.

$$-5 + (-3) = -8$$

- Чтобы найти сумму двух отрицательных чисел на числовой оси, сначала отмечается первое слагаемое. Затем, поскольку второе слагаемое отрицательное, производится сдвиг влево на расстояние, равное его модулю. Полученное число будет равно их сумме.

Сумма чисел -5 и -3 расположена на 3 единицы левее от числа -5 .



$$-5 + (-3) = -8$$



Подумай!

Как объяснить равенство $|a + b| = |a| + |b|$, если a и b — целые числа с одинаковыми знаками? Обоснуйте, приведя примеры.

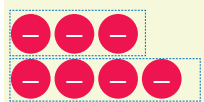
Задания

- 1 Найдите сумму, используя рисунок.

а) $-2 + (-3)$



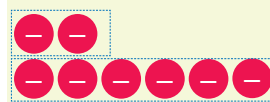
б) $-3 + (-4)$



в) $-4 + (-4)$



г) $-2 + (-6)$



- 2 Найдите сумму, используя модуль числа. Проверьте ответ на числовой оси.

ОБРАЗЕЦ $-2 + (-4)$

Решение	Объяснение
$ -2 = 2$; $ -4 = 4$; $2 + 4 = 6$; $-2 + (-4) = -6$ 	Складываются модули чисел -2 и -4 и перед суммой пишется знак “-”. Если произвести сдвиг влево на 4 единицы от числа -2, то получится число -6.

а) $-2 + (-7)$

б) $-12 + (-8)$

в) $-10 + (-3)$

г) $-7 + (-7)$

д) $-4 + (-12)$

- 3 Запишите соответствующий пример, используя свойства сложения, и решите его. Проверьте правильность нескольких ответов на числовой оси.

а) число, расположенное на 2 единицы левее от -3

б) число, расположенное на 3 единицы левее от -5

в) число, расположенное на 3 единицы левее от -14

г) число, расположенное на 5 единиц левее от -20

- 4 Вычислите и сравните.

а) $-12 + (-50)$ и -55

в) $-26 + (-75)$ и $-72 + (-15)$

д) $-125 + (-125)$ и $-200 + (-12)$

б) $-32 + (-13)$ и -3

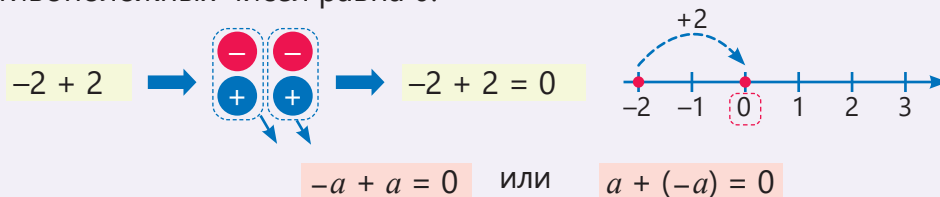
г) $-23 + (-87)$ и $-96 + (-14)$

е) $-201 + (-18)$ и $-188 + (-73)$



Запомни!

Сумма противоположных чисел равна 0.



- 5 Найдите сумму.

а) $4 + (-4)$

б) $-7 + 7$

в) $-52 + 52$

г) $1001 + (-1001)$

д) $-63387 + 63387$

- 6 Впишите подходящее число в пустую клетку.

а) $15 + \square = 0$

б) $\square + 21 = 0$

в) $-10 + \square = 0$

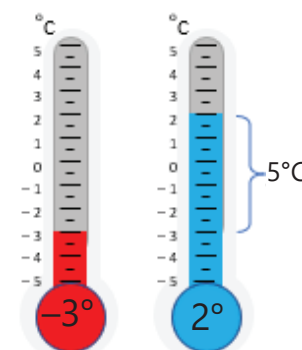
г) $\square + (-7) = 0$

д) $\square + |-3| = 0$

Изучение Сложение целых чисел с разными знаками

Если утром температура составляла -3°C , а днем она повысилась на 5°C , то температуру воздуха можно вычислить так.

$$-3 + 5 \rightarrow \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \rightarrow -3 + 5 = 2$$



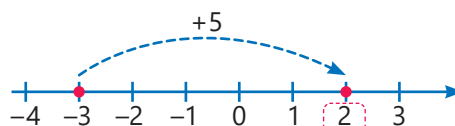
• При сложении чисел с разными знаками сначала находятся их модули. Затем находится разность модулей, вычитая из большего меньшее, и перед разностью ставится знак числа, модуль которого больше. Например, $-3 + 5 = ?$

Находятся модули чисел.
 $|-3| = 3$ $|5| = 5$

Из большего модуля
вычитается меньший.
 $5 - 3 = 2$

Ставится знак числа, модуль которого больше.
 $-3 + 5 = +2$

Сумма чисел -3 и 5 расположена на 5 единиц правее от числа -3 .



$$-3 + 5 = 2$$

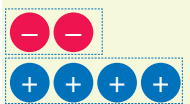


Подумай!

Как можно, не выполняя вычислений, определить, является сумма двух целых чисел положительной, отрицательной или равной нулю?

7 Найдите сумму, используя рисунок.

а) $-2 + 4$



б) $3 + (-4)$



в) $-1 + 5$



г) $4 + (-6)$

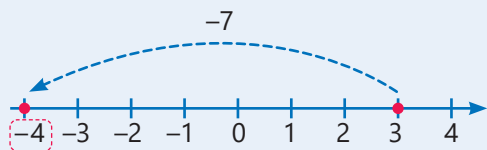


8 Найдите сумму и проверьте ответ на числовой оси.

ОБРАЗЕЦ $3 + (-7)$

Решение

$$|3| = 3; \quad |-7| = 7; \quad 7 - 3 = 4; \quad 3 + (-7) = -4$$



Объяснение

Находятся модули чисел 3 и -7 .

Из 7 вычитается 3, ставится знак "-".

Если сместиться на 7 единиц левее от числа 3, то получится число -4 .

а) $-3 + 6$

б) $4 + (-5)$

в) $7 + (-2)$

г) $-6 + 5$

д) $-7 + 3$

9 Вычислите.

а) $-13 + 7$

в) $10 + (-2)$

д) $-100 + 106$

ж) $-6 + 20$

и) $-12 + 5$

б) $-11 + 18$

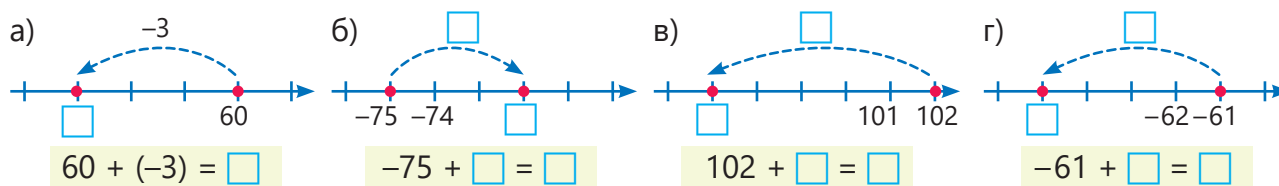
г) $32 + (-32)$

е) $15 + (-29)$

з) $13 + (-25)$

к) $150 + (-178)$

- 10 Запишите по рисунку пример на сложение. Впишите подходящее число в пустую клетку.



Запомни!

Свойства сложения действительны и для целых чисел.

Переместительное свойство

$$a + b = b + a$$

$$-4 + 5 = 5 + (-4)$$

Сочетательное свойство

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$-4 + 7 + (-6) = -4 + (7 + (-6))$$

- 11 Найдите сумму, используя свойства сложения.

ОБРАЗЕЦ а) $5 + (-4) + 4$ б) $8 + (-4) + 12 + (-6)$

Решение	Объяснение
а) $5 + (-4) + 4 = 5 + (-4 + 4) = 5 + 0 = 5$	Согласно тому, что сумма противоположных чисел равна 0, и по сочетательному свойству находится сумма.
б) $8 + (-4) + 12 + (-6) = (8 + 12) + (-4 + (-6)) = 20 + (-10) = 10$	Определяются числа с одинаковыми знаками, и по переместительному и сочетательному свойствам находится сумма.
$7 + (-5) + 5$	$8 + (-6) + 9 + (-8)$
$(-2) + 4 + 2$	$10 + 1 + (-5) + (-7)$
	$21 + (-12) + 12$
	$32 + (-3) + 15 + (-7)$
	$18 + (-24) + 24$
	$18 + 37 + (-27) + (-10)$

- 12 Сравните.

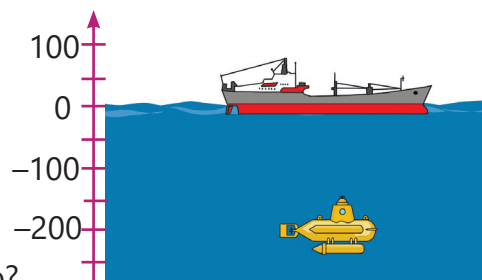
$-30 + 50$ и $-21 + 10$	$43 + (-125)$ и $127 + (-127)$	$ 13 + -13 $ и $ 13 + (-13) $
$ -2 + 5 $ и $ -2 + 5 $	$-312 + 72 + (-14)$ и $ -21 + 91 $	$ -12 + -6 $ и $ -12 + (-6) $

Решение задач

- 13 Утром температура воздуха в Баку была -3°C , а в Джульфе -6°C . Днем температура в Баку поднялась на 4°C , а в Джульфе – на 8°C . Где температура днем была выше: в Баку или Джульфе?



- 14 Морской исследователь опустил на батискафе на глубину 100 м. Сделав различные снимки, он опустил еще на 200 м. Затем батискаф подняли на 310 м и разместили на палубе корабля. Ответьте, выразив положения батискафа в отрицательных и положительных числах.



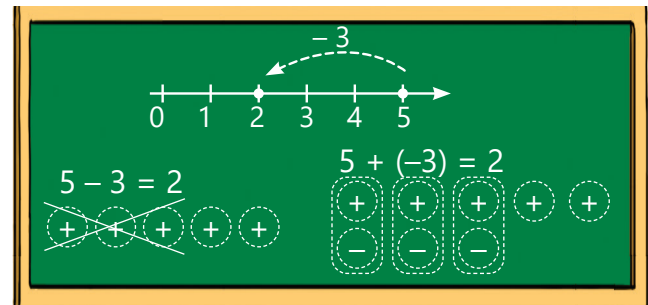
- На какую максимальную глубину опустил батискаф?
- На какой высоте находится палуба корабля над уровнем моря?

3.5. Вычитание целых чисел

Исследование-обсуждение

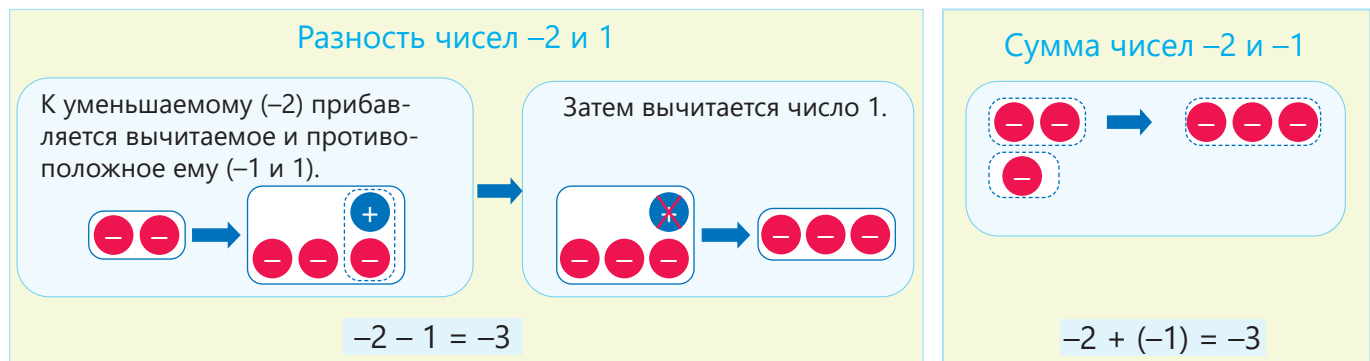
На доске записано два примера в соответствии с изображением на числовой оси.

- Как можно объяснить решение этих примеров?
- Как можно объяснить равенство $5 - 3 = 5 + (-3)$?

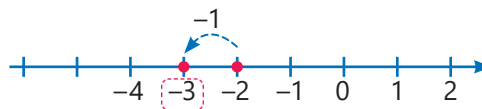


Изучение Вычитание целых чисел

Разность двух чисел можно найти, прибавив к уменьшаемому число, противоположное вычитаемому. Например, $-2 - 1 = -2 + (-1)$ можно обосновать следующим образом.



Разность чисел -2 и 1 расположена на 1 единицу левее числа -2 .



$$-2 - 1 = -3$$



Запомни!

Разность чисел a и b равна сумме числа a и числа, противоположного b .

$$a - b = a + (-b)$$

Задания

- 1 Найдите разность, используя свойства сложения. Изобразите ответ на числовой оси.

ОБРАЗЕЦ $-2 - (-5)$

Решение	Объяснение
$-2 - (-5) = -2 + 5 = 3$ 	Чтобы вычесть -5 из числа -2, число -2 складывается с числом, противоположным -5, то есть с числом 5. Ответ изображается на числовой оси.

а) $4 - 6$

в) $-1 - (-5)$

д) $0 - 3$

ж) $-6 - (-6)$

и) $4 - 10$

б) $-5 - 3$

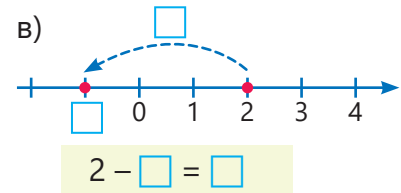
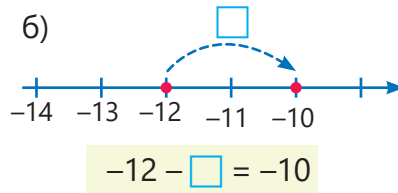
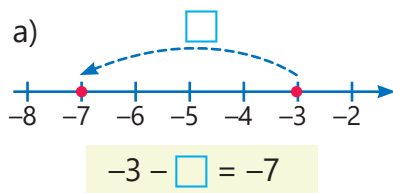
г) $4 - (-5)$

е) $1 - (-7)$

з) $-8 - 4$

к) $-12 - 2$

- 2 Запишите по рисунку пример на вычитание. Впишите подходящее число в пустую клетку.



- 3 Вычислите значение выражения при заданных значениях переменной.

ОБРАЗЕЦ $-6 - n$ при $n = -2$

Решение	Объяснение
$-6 - (-2) = -6 + 2 = -4$	Данное значение переменной подставляется и вычисляется значение выражения.

а) при $m = -2$	$m - 4$	$5 - m$	$-3 - m$	$-1 - (-m)$
б) при $c = 4$	$-7 - c$	$2 - (-c)$	$-6 - c$	$-c - (-8)$

- 4 Решите уравнения.

$3 - x = 5$	$10 - y = -2$	$8 + c = -3$	$-4 - a = -6$	$-9 - b = 1$
$-2 + d = 3$	$z - 13 = -4$	$n + 6 = -1$	$8 - t = -3$	$m + 7 = -7$

- 5 Вычислите значения выражений.

ОБРАЗЕЦ $-3 - (1 - 5)$

Решение	Объяснение
$-3 - (1 - 5) = -3 - (-4) = -3 + 4 = 1$	Сначала вычисляется значение выражения в скобках, затем выполняется вычитание.

а) $-2 + (2 - 4)$	в) $5 + (-3 - 2)$	д) $5 - (-1 + 3)$	ж) $-(-1 + 9) - 10$
б) $-9 + (-4 + 5)$	г) $6 - (-1) + 2$	е) $-5 - 2 - (1 + 8)$	з) $-7 - (1 + 9 - 2)$

- 6 Сравните.

а) $-5 - (-1)$ и -6	в) $ 1 - 3 $ и $-5 - (-5)$	д) $8 - -1 $ и $ 8 - (-1) $
б) $-4 - (-4)$ и $-4 - 4$	г) $ -6 - (-10)$ и $100 - 101$	е) $- -5 + 1 $ и $- -5 + 1$

- 7 Вычислите значение выражения удобным способом.

ОБРАЗЕЦ $-5 - 4 + 3 + 4 - 8$

Решение	Объяснение
$-5 - 4 + 3 + 4 - 8 = -5 + (-4) + 3 + 4 + (-8) = -5 + (-4 + 4) + 3 + (-8) = -5 + 3 + (-8) = -2 + (-8) = -10$	Заменив вычитаемые на противоположные им числа, вычитание заменяется сложением. Находится значение выражения, используя свойства сложения и суммы противоположных чисел.

а) $-2 - 3 - 5 + 3$	в) $-6 - 7 + 10 + 7 - 2$	д) $-6 - 4 + 2 + 4 + 6 - 1$
б) $6 - 4 - 1 + 4 - 6$	г) $11 - (-2) - 3 + 5 + 3 + 3 - 2$	е) $2 - 2 - 3 - 4 + 5 + 4 + 3 + 2$

Изучение Расстояние между двумя точками на координатной оси

Расстояние между двумя точками на координатной оси равно модулю разности координат этих точек. Например, расстояние между точками $A(-2)$ и $B(-6)$ можно найти так.

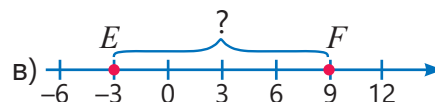
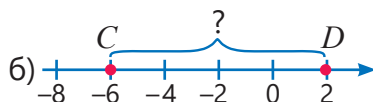
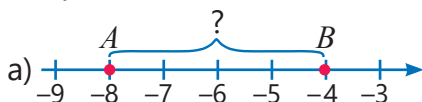


$$|-2 - (-6)| = |-2 + 6| = |4| = 4$$

или

$$|-6 - (-2)| = |-6 + 2| = |-4| = 4$$

- 8 Запишите координаты точек. Найдите расстояние между двумя точками по этим координатам.



- 9 Найдите расстояние между точками, заданными на координатной оси.

а) $A(-2)$ и $B(-8)$

б) $C(-5)$ и $D(5)$

в) $E(0)$ и $F(-6)$

г) $G(1)$ и $H(-3)$

- 10 Чье мнение неверно? Проверьте при $a = 2$, $b = 6$.

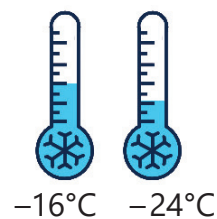


Решение задач

- 11 Вулканический очаг находится на глубине 3 км ниже уровня моря, а его кратер — на высоте 5 км над уровнем моря.
- Выразите расположение очага и кратера вулкана в отрицательных и положительных числах.
 - Каково расстояние между вулканическим очагом и его кратером?



- 12 Температуру морозильной камеры изменили с -16°C до -24°C .
- Температура морозильной камеры увеличилась или уменьшилась?
 - На сколько изменилась температура камеры?



Задачи и примеры

- 1 В соответствии с каждой информацией запишите число с положительным или отрицательным знаком.

а) На 100 м ниже уровня моря

в) На 2 этажа выше первого этажа

б) Добавить 400 манатов на счет

г) Проиграть в игре 5 очков

- 2 Ответьте на вопросы по заданным числам.

-9

-15

-10

-1

0

5

-6

21

-18

а) Какое из отрицательных чисел наибольшее?

б) Какое из них наименьшее число?

в) Чему равна разность наибольшего и наименьшего чисел?

г) Чему равна сумма наибольшего отрицательного и наименьшего положительного чисел?

- 3 Сравните данные числа с числом в кружке.

а) **-2** -4; 0; 12; -9

б) **-6** -5; -7; 0; 12

в) **-8** -1; -8; 0; 8

- 4 Расположите.

В порядке возрастания: а) -1; -7; 5; -10 б) -8; -2; 2; 5; -11 в) -140; -201; 200; -105; 0; 110

В порядке убывания: а) -9; -3; -6; 0 б) -5; -4; -21; 28; -32 в) -40; 28; -50; -115; 30; -100

- 5 Подберите три подходящих числа в каждую пустую клетку.

$-4 < \square$

$\square \leq 1$

$-6 < \square < 0$

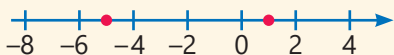
$-1 < \square \leq 2$

$-2 < \square < 2$

$-5 \leq \square \leq -2$

- 6 Из заданных чисел выберите числа, соответствующие точкам, отмеченным на числовой оси.

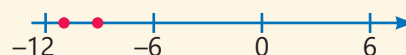
а) -5; -3; 1; 3



б) -9; -6; 3; 7



в) -13; -10; 4; -8



- 7 Вычислите и сравните.

а) $-2 + 10$ и -4

в) $5 - (-1) - 8$ и $-3 + 3$

д) $|-6 + (-2)|$ и $|-6| + |-2|$

б) $-3 + 11$ и -8

г) $4 + 6 + (-4)$ и $5 - (-1)$

е) $0 - (-2 + 1)$ и $-5 - |-3|$

- 8 Найдите значение выражения при заданном значении переменной.

а) при $a = -2$

$a - (-4)$

в) при $m = 1$

$-m - (-6)$

б) при $b = -10$

$5 + (-b)$

г) при $x = -2$

$8 - (-x) + 3$

- 9 Вычислите удобным способом.

а) $-1 - 2 - 3 - 4 - 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

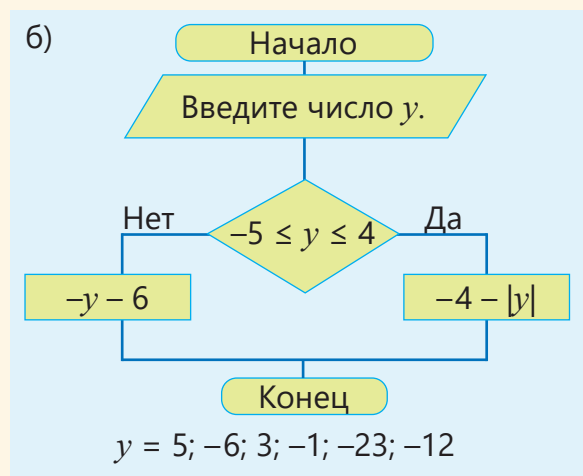
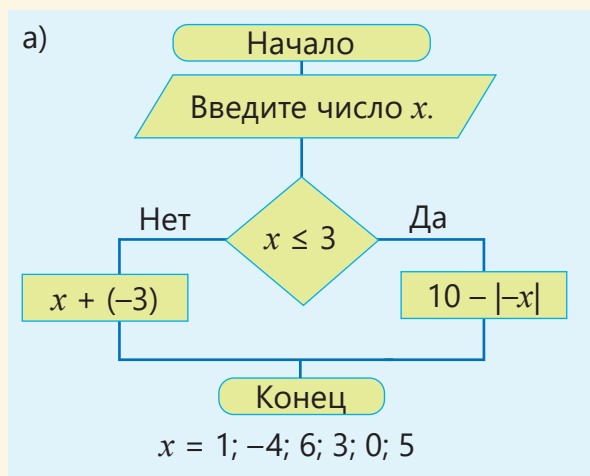
в) $-1 - 2 - 3 - \dots - 20 - 21 + 20 + \dots + 3 + 2 + 1$

б) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

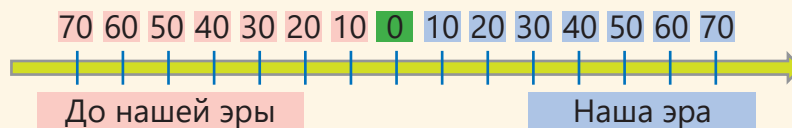
г) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 97 - 98 + 99 - 100$

- 10 Приведите три примера, соответствующие условиям.
- Два целых положительных числа, разность которых отрицательное число
 - Два целых отрицательных числа, разность которых положительное число
 - Два целых отрицательных числа, разность которых отрицательное число
 - Два целых числа с разными знаками, разность которых положительное число

- 11 Какие числа получатся на выходе, если применить алгоритм к данным числам?

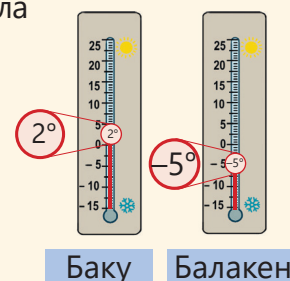


- 12 Первый римский император Октавиан Август родился в 63 году до н.э., а умер в 14 году нашей эры. В каком возрасте он умер?



- 13 Термометр показывает температуру воздуха в полдень в один из зимних дней в Баку и Балакене. В это же время температура в Шамахе была на 2 градуса выше, чем в Балакене, и на 3 градуса ниже, чем в Губе.

- В каком из этих городов была самая низкая температура?
- Между какими городами будет расположена Шамаха, если упорядочить температуры городов от низких до высоких?
- Какова разность температур в самом теплом и самом холодном городах?



- 14 Глубина Марианской впадины — 11034 м ниже уровня моря, глубина Черного моря — 2210 м ниже уровня моря. Гора Эверест находится на высоте 8848 м над уровнем моря, а гора Эльбрус — на высоте 5642 м над уровнем моря.

- Выразите уровень этих объектов относительно моря в положительных и отрицательных числах.
- Какова разница в уровне между вершиной Эльбруса и глубиной Черного моря?
- Какова разница в уровне между самой глубокой впадиной и самой высокой вершиной?

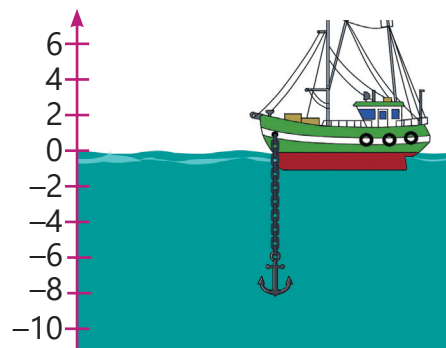


3.6. Умножение и деление целых чисел

Исследование-обсуждение

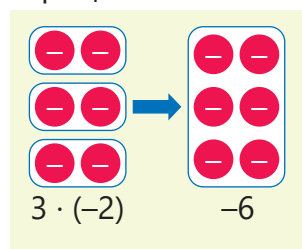
Якорь корабля опускается на глубину 2 м за одну секунду.

- На какой глубине ниже уровня моря будет находиться якорь через 3 секунды, 4 секунды и 5 секунд после погружения в воду? Как это найти путем умножения целых чисел?
- Через сколько секунд якорь окажется на глубине 10 м ниже уровня моря? Как это найти путем деления целых чисел?



Изучение Умножение целых чисел с разными знаками

- Произведение положительного и отрицательного чисел можно найти, повторно сложив отрицательное число. Например, $3 \cdot (-2) = ?$

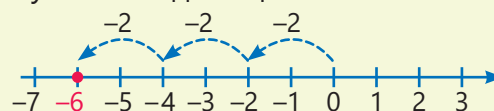


Число -2 складывается 3 раза.

$$3 \cdot (-2) = \underbrace{(-2) + (-2) + (-2)}_3 = -6$$

$$3 \cdot (-2) = -6$$

На числовой оси это можно изобразить, 3 раза сместившись от нуля на 2 единицы влево.



- Произведение положительного и отрицательного чисел можно найти на основе переместительного свойства умножения следующим образом. Например, $(-2) \cdot 3 = ?$

$$(-2) \cdot 3 = 3 \cdot (-2) = -6.$$

Таким образом, чтобы найти произведение положительного и отрицательного чисел, их модули перемножаются и перед полученным произведением ставится знак “-”. Например, $-4 \cdot 5 = ?$

Перемножаются модули чисел.

$$|-4| \cdot |5| = 4 \cdot 5 = 20$$



Ставится знак “-”.

$$-4 \cdot 5 = -20$$

- Произведение положительного и отрицательного чисел – отрицательное число.



Запомни!

- Произведение любого числа с числом -1 равно числу, противоположному данному.

$$-1 \cdot 2 = -2$$

$$-1 \cdot (-2) = -(-2) = 2$$



$$-1 \cdot a = -a$$

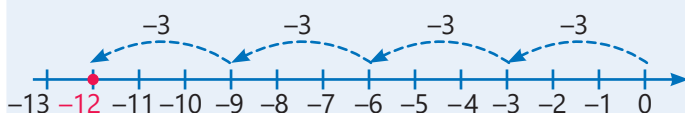
Задания

- 1 Найдите произведение. Проверьте правильность некоторых ответов на числовой оси.

ОБРАЗЕЦ $4 \cdot (-3)$

Решение

$$|4| \cdot |-3| = 4 \cdot 3 = 12; \quad 4 \cdot (-3) = -12$$



Объяснение

Перемножаются модули чисел и перед полученным произведением ставится знак “-”.

Ответ проверяется на числовой оси. ►

- а) $2 \cdot (-8)$ в) $-5 \cdot 6$ д) $-3 \cdot 3$ ж) $-10 \cdot 6$ и) $12 \cdot (-12)$
 б) $-2 \cdot 4$ г) $4 \cdot (-1)$ е) $-6 \cdot 8$ з) $8 \cdot (-11)$ к) $-15 \cdot 16$

2 Найдите ответ с помощью умножения. Проверьте несколько ответов повторным сложением.

а) $-1 + (-1) + (-1) + (-1) + (-1)$

б) $-2 + (-2) + (-2) + (-2)$

в) $-8 + (-8) + \dots + (-8) + (-8)$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{12}$

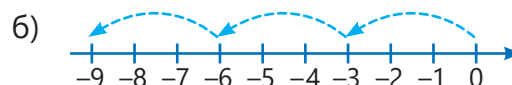
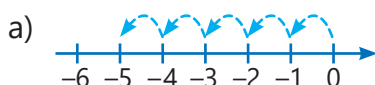
г) $-9 + (-9) + (-9) + (-9) + (-9) + (-9)$

д) $-15 + (-15) + (-15) + (-15) + (-15)$

е) $-21 + (-21) + \dots + (-21) + (-21)$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{10}$

3 Запишите несколько примеров на умножение по данным изображениям на числовой оси. Проверьте ответ повторным сложением.



4 Какое из утверждений верно? Объясните на примерах.

- а) Если один из множителей равен -1 , то произведение равно числу, противоположному другому множителю.
 б) Произведение трех чисел с одинаковыми знаками — положительное число.
 в) Если один из множителей равен нулю, то и произведение равно нулю.

Изучение Умножение целых чисел с одинаковыми знаками

Произведение двух отрицательных чисел равно произведению модулей этих чисел. Например, $(-4) \cdot (-2) = ?$

Модули чисел умножаются.
 $|-4| \cdot |-2| = 4 \cdot 2 = 8$



Знак перед полученным произведением не ставится.
 $-4 \cdot (-2) = 8$



Запомни!

Произведение двух чисел с одинаковыми знаками — положительное число, а произведение двух чисел с разными знаками — отрицательное.

$3 \cdot 6 = 18$

$-3 \cdot (-6) = 18$

$3 \cdot (-6) = -18$

$-3 \cdot 6 = -18$



+	×	+	=	+
-	×	-	=	+
+	×	-	=	-
-	×	+	=	-

5 Найдите произведение.

а) $-3 \cdot (-7)$

в) $-5 \cdot (-4)$

д) $-6 \cdot (-8)$

ж) $-14 \cdot (-6)$

и) $-13 \cdot (-5)$

б) $-2 \cdot (-1)$

г) $-4 \cdot (-4)$

е) $-9 \cdot (-11)$

з) $-7 \cdot (-12)$

к) $-18 \cdot (-10)$

6 Сравните.

а) $-3 \cdot 5$ и $-5 \cdot 3$

в) $2 \cdot (-12)$ и $-4 \cdot 7$

д) $5 \cdot (-6)$ и $-16 - 16$

б) $-4 \cdot (-5)$ и $-6 \cdot (-4)$

г) $-20 + |-4|$ и $-1 \cdot (-16)$

е) $16 \cdot |-4|$ и $-8 \cdot 9$

- 7 Найдите устно подходящие числа в пустых клетках. Проверьте ответ, подставив их.

$\square \cdot (-2) = -6$

$-8 \cdot \square = -24$

$\square \cdot (-10) = 50$

$\square \cdot (-4) = 16$

$\square \cdot (-3) = 9$

$\square \cdot (-20) = -60$

$-12 \cdot \square = 0$

$-14 \cdot \square = -28$



Внимание!

Свойства умножения выполняются и для целых чисел.

Переместительное свойство	$a \cdot b = b \cdot a$ $-2 \cdot 6 = 6 \cdot (-2)$
Сочетательное свойство	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $3 \cdot (-2) \cdot 5 = (3 \cdot (-2)) \cdot 5 = 3 \cdot ((-2) \cdot 5)$
Распределительное свойство	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $(-5 + 4) \cdot 2 = -5 \cdot 2 + 4 \cdot 2$
Умножение на ноль	$a \cdot 0 = 0$
Умножение на единицу	$a \cdot 1 = a$



Подумай!

Как влияет на знак произведения четное или нечетное количество отрицательных множителей? Объясните на примерах.

- 8 Найдите произведение.

ОБРАЗЕЦ $-3 \cdot (-10) \cdot (-2)$

Решение	Объяснение
$ -3 \cdot -10 \cdot -2 = 60$	Перемножаются абсолютные значения множителей.
$-3 \cdot (-10) \cdot (-2) = -60$	Поскольку число отрицательных множителей нечетное, перед произведением ставится знак "-".

а) $-4 \cdot (-2) \cdot (-3)$

б) $-2 \cdot (-5) \cdot (-6)$

в) $-7 \cdot 5 \cdot (-6)$

г) $-2 \cdot (-8) \cdot (-3) \cdot (-4)$

- 9 Определите, является произведение положительным или отрицательным, не выполняя вычислений.

а) $-2 \cdot (-6)$

б) $5 \cdot (-3)$

в) $6 \cdot (-8) \cdot (-8)$

г) $15 \cdot 5 \cdot (-3)$

д) $-2 \cdot (-4) \cdot 10 \cdot (-1)$

- 10 Вычислите устно.

а) $-2 \cdot (-6) \cdot 5$

в) $-25 \cdot 7 \cdot 4$

д) $18 \cdot (-50) \cdot (-2)$

ж) $-12 \cdot (-8) \cdot (-125)$

б) $-1 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 6$

г) $2 \cdot 1 \cdot (-15)$

е) $-17 \cdot 0 \cdot (-4)$

з) $-2 \cdot (-4) \cdot 5 \cdot (-25)$

- 11 Вычислите значение выражения при заданном значении переменной.

а) $2 \cdot m$ при $m = -3$

в) $-30 \cdot a$ при $a = -5$

д) $-4 \cdot b$ при $b = -12$

б) $n \cdot (-7)$ при $n = -7$

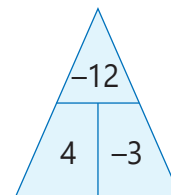
г) $-k \cdot 9$ при $k = -3$

е) $-45 \cdot (-c)$ при $c = -2$

Изучение Деление целых чисел

Частное, полученное делением целых чисел, можно найти по связи умножения и деления. Например, $-12 : (-3) = ?$

$$-3 \cdot 4 = -12 \quad \rightarrow \quad -12 : (-3) = 4$$



• Чтобы найти частное двух целых чисел с одинаковыми знаками, следует найти частное их модулей. И поскольку частное положительное, знак перед полученным частным не ставится. Например, $-12 : (-3) = ?$

$$\text{Модули чисел делятся.} \\ |-12| : |-3| = 12 : 3 = 4$$



$$\text{Знак не пишется.} \\ -12 : (-3) = 4$$

• Чтобы найти частное двух целых чисел с разными знаками, находится частное их модулей и перед полученным частным ставится знак "-". Например, $-18 : 2 = ?$

$$\text{Модули чисел делятся.} \\ |-18| : |2| = 18 : 2 = 9$$



$$\text{Ставится знак "-".} \\ -18 : 2 = -9$$



Запомни!

Частное, полученное делением двух чисел с одинаковыми знаками, положительное число, а частное, полученное делением двух чисел с разными знаками, отрицательное.

$$18 : 6 = 3$$

$$-18 : (-6) = 3$$

$$18 : (-6) = -3$$

$$-18 : 6 = -3$$



+	:	+	=	+
-	:	-	=	+
+	:	-	=	-
-	:	+	=	-



Внимание!

Свойства деления для натуральных чисел выполняются и для целых чисел.

12 Найдите частное.

а) $-20 : (-4)$

в) $-28 : (-1)$

д) $0 : (-4)$

ж) $-28 : 14$

и) $-76 : (-4)$

б) $-18 : 2$

г) $-30 : (-3)$

е) $-35 : 7$

з) $-100 : 10$

к) $38 : (-1)$

13 Решите уравнения.

$$3 \cdot x = -15$$

$$-2 \cdot d = -12$$

$$-28 : z = -4$$

$$-8 \cdot a = 0$$

$$n : 6 = -1$$

$$2 \cdot 5 \cdot y = -20$$

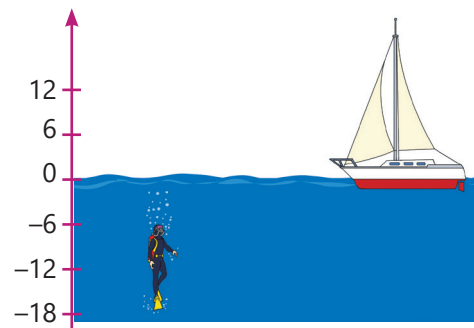
Решение задач

14 В полночь температура воздуха составила 1°C . В течение 3 часов температура воздуха каждый последующий час падала на 2°C .

- Какой будет температура через 3 часа?
- В какое время температура станет -3°C ?

15 Дайвер поднялся на поверхность воды за 3 минуты, проплыв 6 м за одну минуту.

- Как определить, на какой глубине от поверхности воды он находился?
- С какой скоростью должен всплыть дайвер, чтобы достичь поверхности на 1 минуту быстрее?



3.7. Действия над целыми числами

Исследование-обсуждение

Ученики, решив записанный на доске пример, получили разные ответы. Чей ответ верен? Обоснуйте свое мнение.



Сабина



Анар

$$\begin{aligned}(-1)^1 &= -1 \\ (-1)^2 &= (-1) \cdot (-1) = 1 \\ (-1)^3 &= (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1 \\ (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{10} &= ?\end{aligned}$$



Лала



Самир

Изучение Натуральная степень целого числа

• Как и для натуральных чисел, степень целых чисел используется для записи произведения одинаковых множителей в краткой форме.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}} = a^n$$

Здесь a – целое число, n – натуральное число. Например,

$$\underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_3 = (-2)^3$$

Множитель (-2) повторяется 3 раза.

- Любое целое число в 1-й степени равно самому числу. $a^1 = a$
- Любая натуральная степень числа 0 равна 0. $0^n = 0$
- Отрицательное число в нечетной степени – отрицательное число, а отрицательное число в четной степени – положительное.

Нечетное
число

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

Отрицательное
число

Четное
число

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

Положительное
число



Внимание!

При возведении отрицательного числа в степень основание степени записывается в скобках. Например, запись $(-5)^2$ означает квадрат числа -5 , а запись -5^2 означает число, противоположное 5 в квадрате.

$$(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$$

$$-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25$$

$$(-5)^2 \neq -5^2$$

Задания

- 1 Запишите выражение в виде степени. Определите основание и показатель степени.

$$(-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$$

$$(-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$$

$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$$

- 2 Вычислите.

$$6^3$$

$$3^6$$

$$(-6)^3$$

$$(-3)^6$$

$$(-1)^{12}$$

$$(-1)^{13}$$

$$0^3$$

$$(-3)^3$$

$$(-4)^4$$

$$4^4$$

- 3 Вычислите значение выражения a^n при заданных значениях a и n .

а) $a = -7, n = 3$

в) $a = -1, n = 108$

д) $a = 0, n = 215$

ж) $a = -4, n = 2$

б) $a = -2, n = 4$

г) $a = -1, n = 109$

е) $a = -8, n = 2$

з) $a = -3, n = 5$

- 4 Определите, не выполняя вычислений, является значение выражения положительным или отрицательным числом. Проверьте ответ путем вычисления.

ОБРАЗЕЦ $(-2)^6$

Решение	Объяснение
Ответ – положительное число. $(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 64$	Поскольку степень четная, результат будет положительным числом. Возводится в степень.

а) $(-2)^5$

б) $(-3)^4$

в) $(-1)^6$

г) $(-5)^3$

д) $(-14)^2$

- 5 Найдите устно, не выполняя вычислений, является значение выражения положительным или отрицательным числом.

ОБРАЗЕЦ $(-2)^8 \cdot (-1)^7$

Решение	Объяснение
$(-2)^8$ положительное число. $(-1)^7$ отрицательное число. Произведение $(-2)^8 \cdot (-1)^7$ отрицательное число.	Степень четная. Степень нечетная. Произведение положительного и отрицательного чисел – отрицательное число.

а) $(-1)^6 \cdot (-2)^3$

б) $(-3)^4 \cdot (-6)^2$

в) $(-5)^5 \cdot (-2)^3$

г) $(-4)^7 \cdot (-3)^5$

- 6 Сравните.

а) $(-1)^4$ и -1^4

в) $(-5)^3$ и -5^2

д) -8^2 и -6^3

ж) $-2^4 \cdot (-1)^5$ и -4^2

б) $(-1)^3$ и -1^2

г) -2^6 и $(-4)^3$

е) -1^6 и $-(-2)^3$

з) $-3^3 \cdot (-2)^2$ и -12^2

- 7 Ответьте на вопросы.

а) Чему равно наибольшее отрицательное двузначное число в 5-й степени?

б) Какое число в кубе равно наибольшему отрицательному четырехзначному числу?

в) Чему равна 4-я степень суммы двух целых чисел, произведение которых равно -5 ?

Изучение Порядок действий

- В выражениях, содержащих скобки (или знак модуля), сначала вычисляется значение выражения внутри скобок (или знака модуля).

$$-2 \cdot |-8 + 3| = -2 \cdot |-5| = -2 \cdot 5 = -10$$

- При вычислении значения выражений, содержащих степени целых чисел, сначала производится возведение в степень.

$$-3 + 5 \cdot (-2)^2 = -3 + 5 \cdot 4 = -3 + 20 = 17$$



Запомни!

Значение выражений, содержащих скобки, модуль и степень, вычисляется в таком порядке:

- 1 Выполняются действия в скобках или модуле.
- 2 Производится возведение в степень
- 3 Выполняются умножение и деление (слева направо)
- 4 Выполняются сложение и вычитание (слева направо)

$$|-6 + 4| \cdot (-2)^3 = -16$$

$$1 \quad |-6 + 4| = |-2| = 2$$

$$2 \quad (-2)^3 = -8$$

$$3 \quad 2 \cdot (-8) = -16$$

$$\frac{2^4 - |-8 + 7|}{-3} = -5$$

$$1 \quad |-8 + 7| = |-1| = 1 \quad 3 \quad 16 - 1 = 15$$

$$2 \quad 2^4 = 16$$

$$4 \quad \frac{15}{-3} = -5$$

- 8 Вычислите значение выражения.

ОБРАЗЕЦ $-30 - 8 : |-7 + 5| \cdot (-3)^2$

Решение	Объяснение
$\begin{array}{l} 5 \quad 3 \quad 1 \quad 4 \quad 2 \\ -30 - 8 : -7 + 5 \cdot (-3)^2 = -66 \\ 1 \quad -7 + 5 = -2 = 2 \\ 2 \quad (-3)^2 = 9 \\ 3 \quad 8 : 2 = 4 \\ 4 \quad 4 \cdot 9 = 36 \\ 5 \quad -30 - 36 = -66 \end{array}$	Определяется порядок действий. Находится сумма и вычисляется ее модуль. Производится возведение в степень. Выполняется деление. Выполняется умножение. Выполняется вычитание и находится значение выражения.

а) $3^2 + 18 : (-2)$

в) $-10^2 - (-50) : 5$

д) $|4 - 6^2| : 8$

ж) $-9 + \frac{2 - 20}{(-1)^5}$

б) $-8^2 : (-4)^2$

г) $\frac{(-2)^2}{1 - 3} + 2$

е) $|-2^3 - 1| : (-3)^2$

з) $-10 + 27 : (-3)^2$

- 9 Выполните действия.

а) $-18 \cdot 3 - 12 : (-2)$

в) $3 \cdot (-6) - (-4) : (-1)$

д) $-18 + 8^2 \cdot ((-4) + 4)$

б) $-9^2 : 27 - (-20) : 10$

г) $-18 - |-68 + 4| : (-2)^5$

е) $-18 \cdot (-5^2 : (-5) - 5)$

- 10 Расставьте скобки так, чтобы получилось верное равенство.

а) $2 \cdot (-5) + (-3) : 1 = -16$

б) $60 : (-2)^2 + (-1) \cdot 2 = 28$

в) $-5 - 5^2 : 5 - 7 = -3$

- 11 Вычислите и сравните.

а) $-25 - 2$ и $60 : (-2)$

в) $(-6)^3$ и $-43 \cdot (-1)^2$

д) $(-3) \cdot (-2 + 2)$ и $64 : (-2)^4$

б) $-24 : |-2^2 - 10| : (-5)$ и 4

г) $|-3^3 + 20|$ и $(-3)^2$

е) $12^2 : (-9 - 3)$ и 12

- 12 Запишите соответствующие числовые выражения и найдите их значения.
- | | |
|----------------------------------|--|
| а) куб суммы чисел -2 и 5 | в) квадрат разности чисел 6 и -8 |
| б) -4 в кубе, деленное на -8 | г) сумма чисел 2 и -3 в 7 -й степени |

- 13 Вычислите значение выражения при заданном значении переменной.

а) при $a = -2$; $b = -8$

$$a + b : 4$$

$$-a^2 + 4b$$

$$ab - 4 \cdot (-1)$$

б) при $a = -1$; $b = 6$; $c = 3$

$$|-b + ac|$$

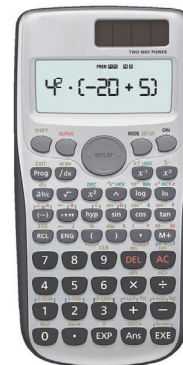
$$-c : a - b$$

$$b : (a + c)$$

Изучение Вычисления на научном калькуляторе

Для более сложных вычислений используется научный калькулятор. Чтобы на научном калькуляторе ввести отрицательное число, используется кнопка $\pm$ или $(-)$, а для возведения в степень – кнопка x^y или $\wedge$. Например, чтобы вычислить значение выражения $4^2 \cdot (-20 + 5)$ на научном калькуляторе, можно нажать на кнопки в такой последовательности:

$$4 \ x^y \ 2 \ * \ (\ - \ 2 \ 0 \ + \ 5 \) \ =$$



- 14 Вычислите, пользуясь научным калькулятором.

а) $180 : (-3)^2 - 16^2$

в) $-35 \cdot (-6) - (-3)^5$

д) $126 + 5^3 \cdot (12 + (-2)^5)$

б) $20^3 : (-22 + (-3) \cdot 6)$

г) $1235 \cdot ((-3)^3 + 287)$

е) $(-6^3 + 21) \cdot (-5^3 - (-3^4))$

- 15 При каких значениях a и n верно равенство $(-a)^n = -a^n$?

а) $n = 2, a = -2$

б) $n = 3, a = -2$

в) $n = 2, a = 2$

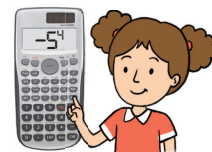
г) $n = 3, a = 2$

Решение задач

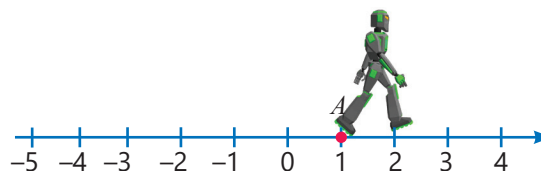
- 16 Эльхан задумал число. Квадрат этого числа равен 4 . Если возвести это число в 3 -ю степень, то получится число, меньшее его самого. Какое число задумал Эльхан?



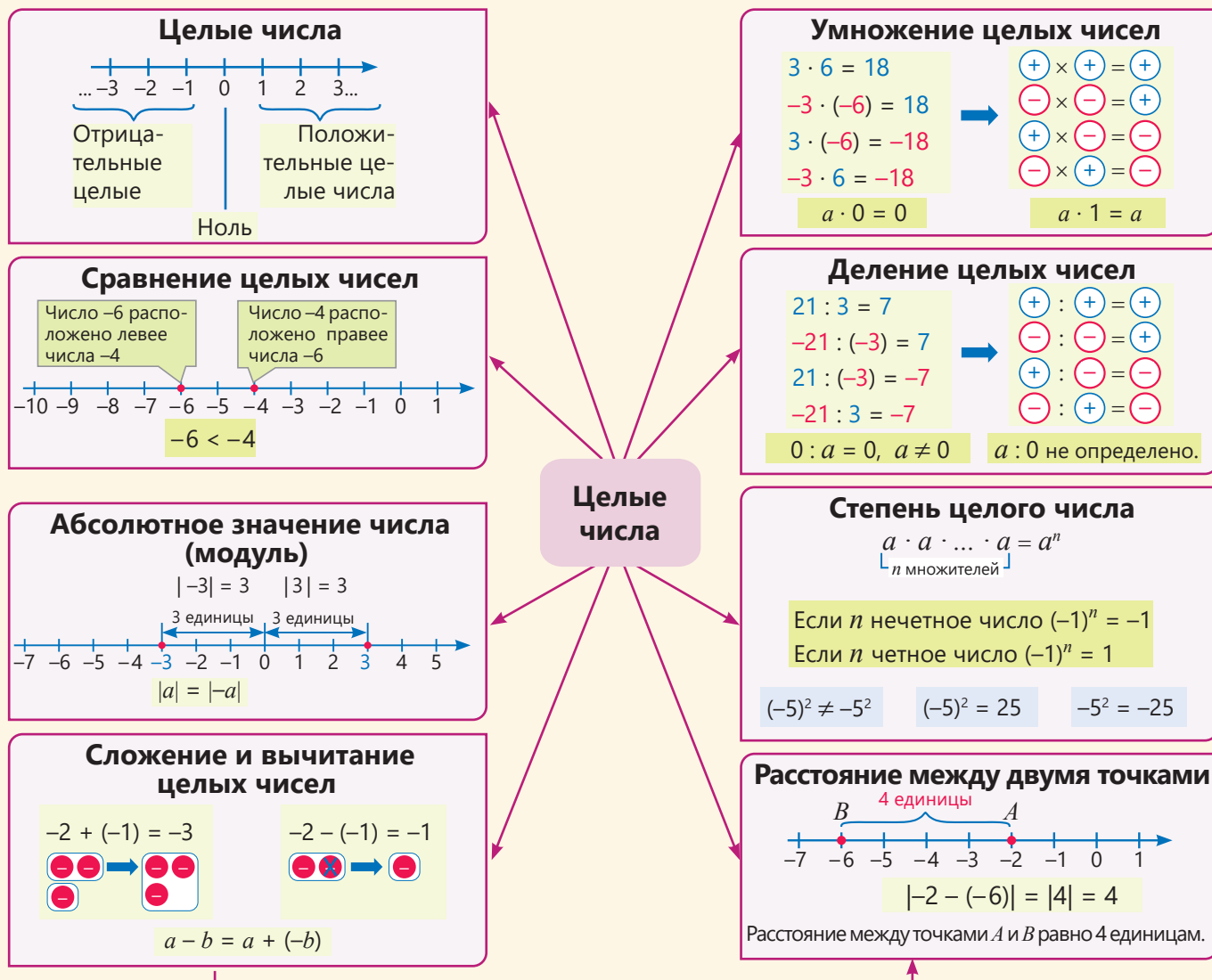
- 17 Сабина вычислила 4 -ю степень числа -5 на калькуляторе и получила в ответе -625 . Какую ошибку она допустила?



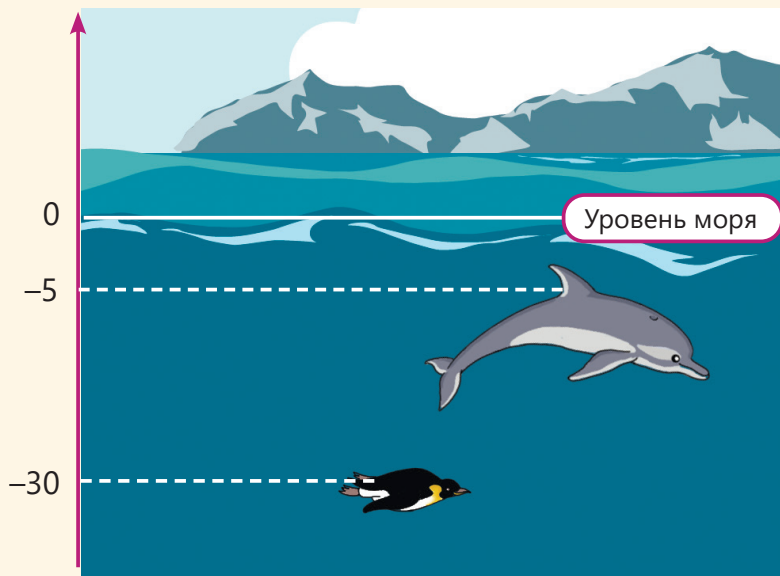
- 18 Робот может выполнять только команду " 2 единицы вперед, 5 единиц назад". В начале стоящий в точке $A(1)$ робот после выполнения команды 3 раза оказался в точке F . Запишите выражение для нахождения координаты этой точки и вычислите ее значение.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ



Решение исходной задачи



- Вычисляется глубина, на которой плавает дельфин.

$$6 - 11 = -5$$

Дельфин плавал на глубине 5 м ниже уровня моря.

- Определяется, на какой глубине будет пингвин через 3 минуты:

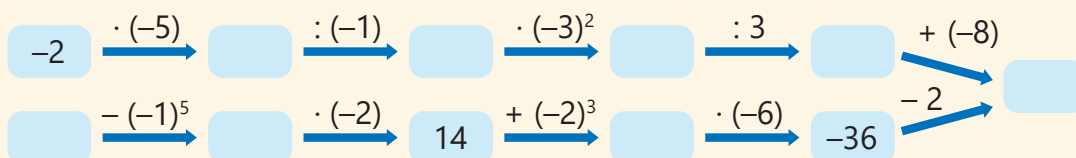
$$-90 + 3 \cdot 20 = -30$$

Через 3 минуты пингвин будет на глубине 30 м ниже уровня моря.

Считая уровень моря равным 0, дельфин будет на глубине 5 м ниже уровня моря, а пингвин — на глубине 30 м ниже уровня моря.

ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

1. Впишите в пустые клетки подходящие числа.



2. Дополните таблицу.

а)

x	5	-3		-18	
$2x$			-16		-98

б)

x	-3		-4		-12	
$x + 6$		-10		2		0

3. Сравните при $n = 2$ и $n = 3$.

$-(-3)^n \text{ и } (-5)^n$

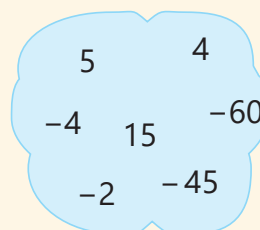
$(-4)^n \text{ и } 6^n$

$3^n \text{ и } (-1)^n$

$-2^n \text{ и } -(-6)^n$

4. Из заданных чисел выберите два таких числа, чтобы:

- а) их сумма была наибольшей.
- б) их разность была наименьшей.
- в) их произведение было наименьшим.
- г) их частное было наибольшим.



5. Определите утверждения, которые верны для всех целых чисел.

- а) Целое число может быть или отрицательным, или положительным.
- б) Произведение двух отрицательных целых чисел равно положительному целому числу.

6. Решите уравнения.

а) $x + (-3) = -18$

в) $x - (-6) = -22$

д) $-15 - 2x = -27$

ж) $4 \cdot (x + (-6)) = 20$

б) $y : 2 = -20$

г) $-4y = 0$

е) $-7y + 14 = 28$

з) $y + 8y = -72$

7. Подставив вместо переменной ноль, положительное и отрицательное числа, проверьте неравенство для каждого из трех случаев. Определите, в каком случае оно верно, а в каком нет.

а) $-|d| > |d|$

б) $a \leq |a|$

в) $-|-b| < |b|$

г) $-|a| < |-a|$

8. Вычислите.

а) $\frac{1}{2} + (-2)^4 : 4$

в) $-3^4 + |-2| \cdot 5$

д) $(-33 + 15) \cdot (-2^3 - (-2) \cdot 4^2)$

б) $|-2| - (-3)^3$

г) $4,5 + (-1)^8 : 2$

е) $-26 - (-5^2 - 25) : 5$

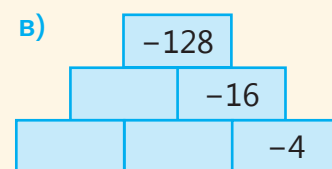
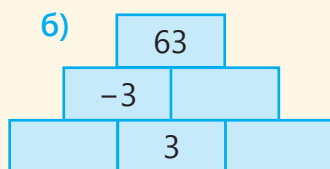
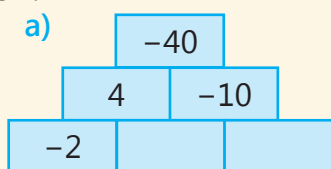
9. Сначала сравните, не выполняя вычислений. Затем проверьте ответ путем вычисления.

а) $(-2)^3 : 8$ и $|-3|$

б) $(-1)^{10} \cdot 20$ и $23 - 25$

в) $-4 - 5$ и $10 - 5^2 : (-1)$

10. Впишите подходящие числа в пустые клетки, используя связь между умножением и делением.



11. Найдите среднее арифметическое данных чисел.

а) -28; -3; -6; 9

б) 45; -30; -20; -10; 15

в) -100; -88; -80; -92

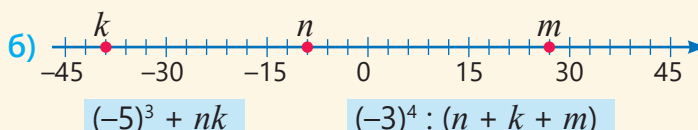
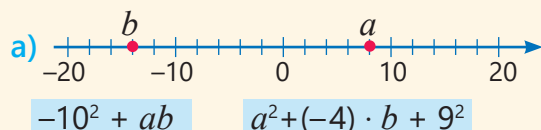
12. Ответьте на вопросы.

а) Чему равно среднее арифметическое чисел -1; -3 и -5?

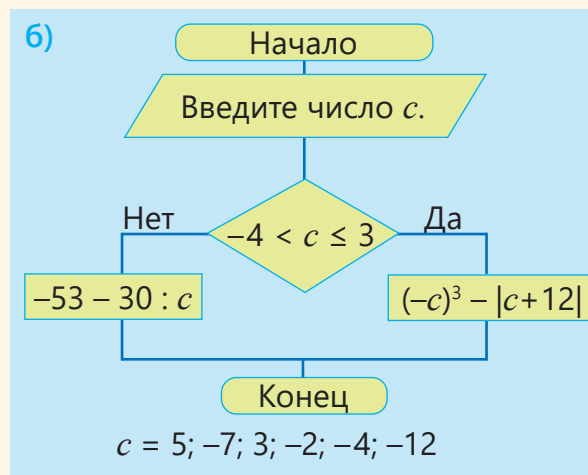
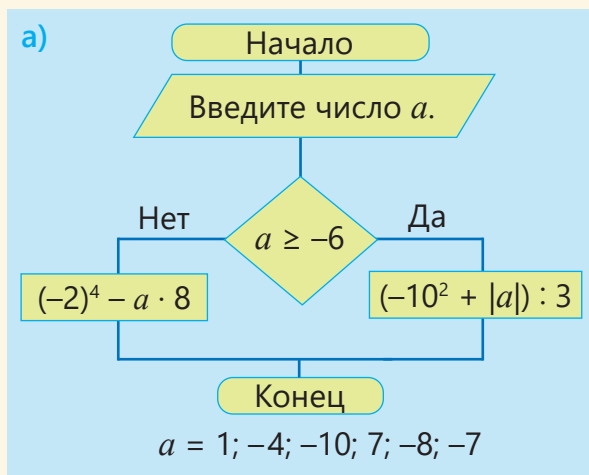
б) Среднее арифметическое четырех чисел равно -5. Если три из этих чисел будут -4; -16 и -35, то чему будет равно четвертое число?

в) Среднее арифметическое двух чисел равно -10. При прибавлении какого числа к этим числам среднее арифметическое будет равно -7?

13. Найдите числа, соответствующие заданным на числовой оси точкам, и вычислите значения выражений.

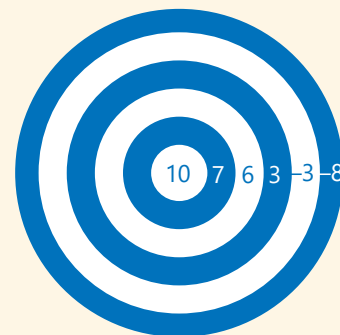


14. Какие числа получатся на выходе, если применить алгоритм к данным числам?

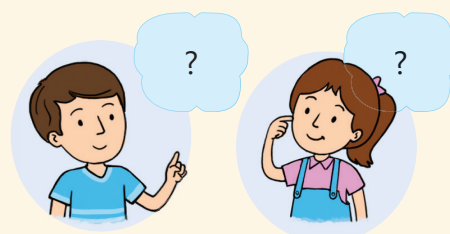


15. Анар и Сабина сделали мишень для соревнований по стрельбе из лука, и у каждого было по 6 попыток. В первых четырех попытках Анар попал стрелой в части мишени с положительными четными числами. В остальных попытках, попав в части мишени с отрицательными числами, он в итоге набрал 17 очков.

- Сколько очков он набрал при каждой попытке?
- В первых четырех попытках Сабина попала в части с числами 7, -3, -3, -3. В части с какими числами должны попасть две последние стрелы Сабины, чтобы она победила? Сколько тогда очков она наберет?



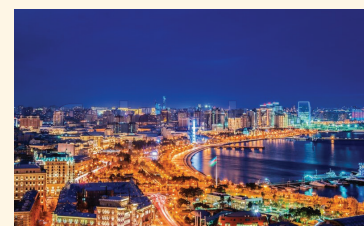
16. Айнур и Самир задумали по одному числу. Айнур, умножив задуманное число на 2 и прибавив 15, получила число 3. А Самир, отняв из задуманного числа 4 и разделив полученное число на 3, получил число -2 . Чье задуманное число было меньше? На сколько?



Решите задачу, составив выражение.

17. Баку – самая низкорасположенная по уровню моря столица в мире. На сколько метров ниже уровня моря расположен город, можно выразить отрицательным числом. Это число на 2 единицы больше, чем увеличенное в 3 раза наибольшее двузначное отрицательное число.

- Выразите отрицательным числом, на сколько метров ниже уровня моря расположен город Баку.
- Деление этого числа на 14 показывает, на сколько метров ниже уровня моря расположен Амстердам. На сколько метров ниже уровня моря находится Амстердам?
- Какова разница между уровнями Баку и Амстердама?



ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА И АБСОЛЮТНЫЙ НОЛЬ

Наша планета испытывает резкие изменения температуры в результате глобального потепления. Во всем мире растут средние температуры. Глобальное потепление приводит к повышению средней температуры в холодных регионах, что приводит к таянию ледников. А вот на юге Гренландии температура снижается в области под названием “Холодная капля” (*Cold Blob*). В научных исследованиях шкала Кельвина используется для измерения очень низких температур. 0 K — ноль градусов Кельвина называется **абсолютным нулем температуры**. Эта температура является самым низким пределом температуры, который теоретически может выдержать тело.

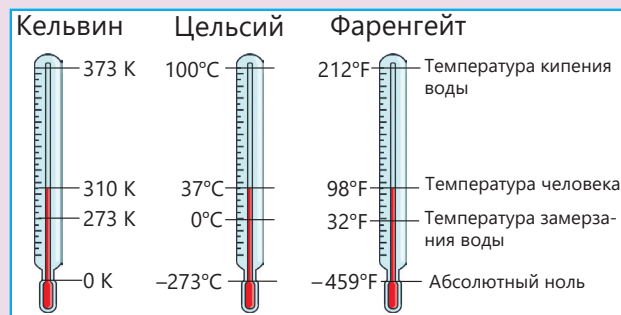


1. На основе рисунка выразите формулой связь температурных шкал Цельсия ($^{\circ}\text{C}$) и Кельвина (K).

2. Соберите информацию о так называемой области “Холодная капля” (*Cold Blob*) и последствиях, которые может вызвать эта область. Запишите самую низкую температуру в этой местности в градусах Кельвина.

3. Назовите несколько областей на Земле, где были зафиксированы самые низкие и самые высокие температуры. Вычислите разницу между самой низкой и самой высокой температурой. Запишите эту разницу по шкале Цельсия ($^{\circ}\text{C}$) и Кельвина (K).

4. Соберите информацию об абсолютном нуле температуры и телах во Вселенной с температурой, близкой к ней. Подготовьте презентацию на тему “Можно ли получить абсолютный ноль температуры?”



Прямоугольная система координат

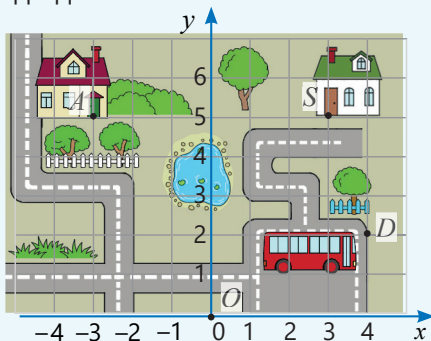
В этой главе вы научитесь:

- определять координаты точки в прямоугольной системе координат;
- находить расстояние между двумя точками, расположенными на горизонтальных или вертикальных прямых в прямоугольной системе координат;
- вычислять площади некоторых фигур в прямоугольной системе координат;
- применять симметрию и движение в прямоугольной системе.

Попробуйте!

На рисунке дан план местности.

- Анар и Сабина сошли на остановке в точке D. Сабина дошла до дома, пройдя на 3 единицы вверх и 1 единицу влево. В какую точку она пришла?
- Дома Анара и Сабина расположены симметрично относительно оси y . Найдите координаты дома Анара. Сколько единиц составляет расстояние между домами Анара и Сабина?
- Сколько единиц вверх и влево от остановки должен пройти Анар, чтобы дойти до дома?

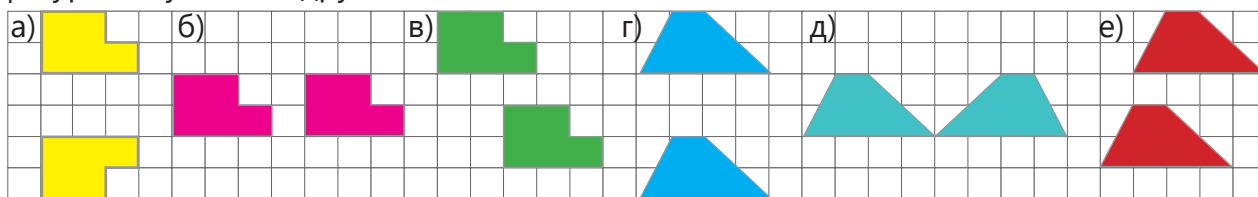


Система координат используется для точного определения местоположения объектов. В системе координат расположение объекта задается в соответствии с точкой начала и осями координат. Например, движение самолетов и кораблей, изменение местоположения дистанционно управляемых роботов регулируются GPS и различными навигационными системами на координатной сетке. GPS (*Global Positioning System* — глобальная позиционирующая система) — это спутниковая навигационная система. С помощью этой системы получается информация о местонахождении объекта в определенное время.



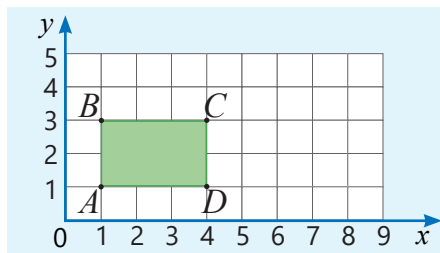
Предварительная проверка

- 1 Определите, фигуры отображены зеркально или перемещены. Объясните, как одна фигура получена из другой.

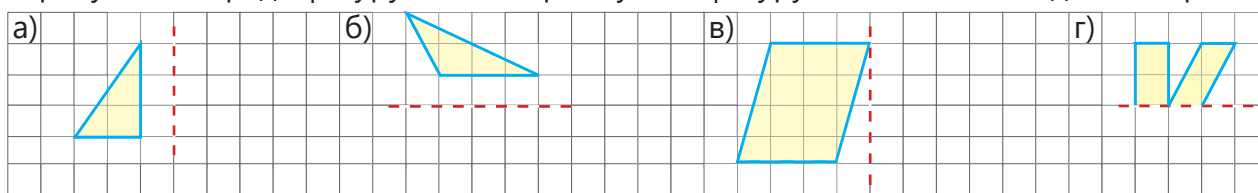


- 2 Нарисуйте в тетради прямоугольник $ABCD$, переместив его в соответствии с условиями. Запишите координаты вершин полученного прямоугольника.

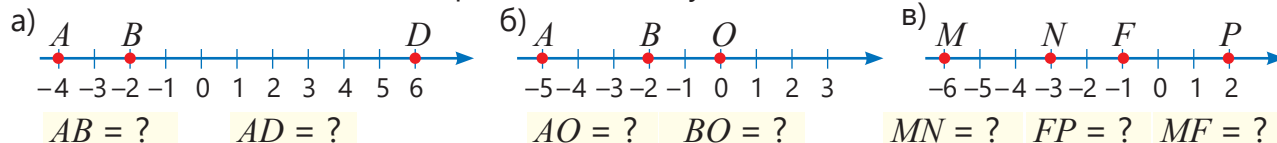
- а) на 2 единицы вверх
б) на 1 единицу влево
в) на 3 единицы вправо, на 1 единицу вниз



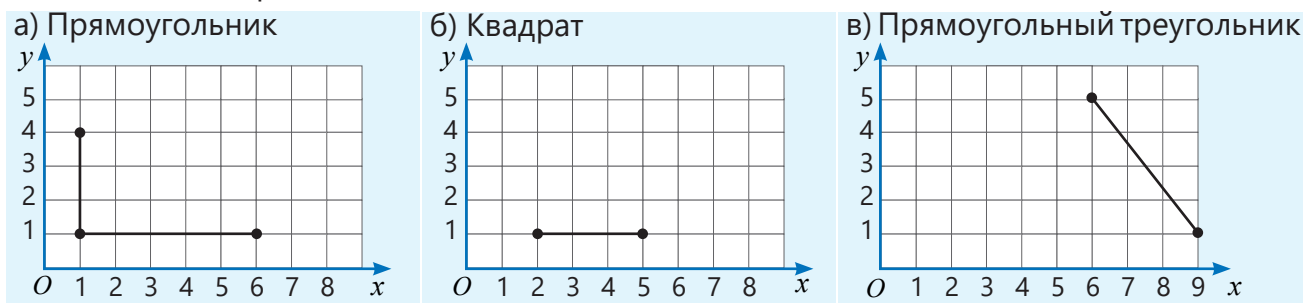
- 3 Нарисуйте в тетради фигуру и симметричную ей фигуру относительно заданной прямой.



- 4 Найдите длины отмеченных отрезков, используя абсолютное значение числа.



- 5 По заданным точкам найдите другие вершины многоугольников и запишите их координаты. Нарисуйте соответствующие фигуры в тетради и найдите их площади в единичных квадратах.



- 6 На координатной плоскости магазин находится на 4 единицы правее и на 1 единицу выше остановки, а музей находится на 4 единицы внизу от магазина.

- Каковы координаты точек, в которых расположены магазин и музей?
- Если на координатной плоскости 1 единица равна 200 м, то сколько метров составит наименьшее расстояние от музея до остановки, двигаясь только по вертикальным и горизонтальным прямым?



4.1. Прямоугольная система координат

Исследование-обсуждение

На рисунке дом Эльхана расположен в начале координат.

- Куда придет Эльхан, если он пройдет на 2 единицы вправо и 3 единицы вверх от дома?
- Каким образом Эльхан может прийти до развлекательного центра, театра или магазина?
- Каким образом можно записать координаты этих мест, продлив оси координат влево и вниз?



Ключевые слова

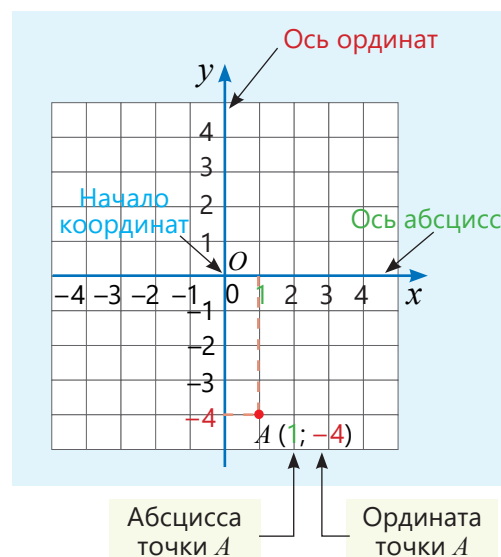
- начало координат
- оси координат
- пара координат
- ось абсцисс (ось x)
- ось ординат (ось y)
- Декартова система координат
- четверть

Изучение Прямоугольная система координат

• Местоположение точки на плоскости можно определить по горизонтальной и вертикальной **осям координат**, проведенным перпендикулярно друг другу. Горизонтальная ось называется **осью абсцисс (ось x)**, а вертикальная – **осью ординат (ось y)**. Оси указывают на положительное направление, и на них выбираются единичные отрезки одинаковой длины. Точка пересечения осей координат обозначается через O и называется **началом координат**. Определенная таким образом система координат называется **прямоугольной системой координат** или **декартовой системой координат**.

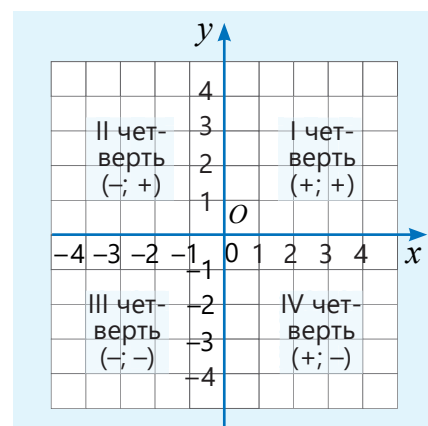
Плоскость, на которой задана система координат, называется **координатной плоскостью**. Местоположение каждой точки на плоскости определяется **парой координат** ($x; y$). Например, $O(0; 0)$, $A(1; -4)$. В паре координат первая координата называется **абсциссой точки**, а вторая координата – **ординатой точки**.

• Чтобы указать координаты любой точки A в прямоугольной системе координат, от этой точки к осям абсцисс и ординат проводятся перпендикулярные линии. Соответствующие координаты точек пересечения с этими осями представляют собой абсциссу и ординату точки A .



Запомни!

Оси координат разбивают координатную плоскость на 4 части. Эти части называются **четвертями**. Четверти нумеруются против часовой стрелки. Определить четверть, в которой находится точка с заданными координатами, можно по знакам ее абсциссы и ординаты.



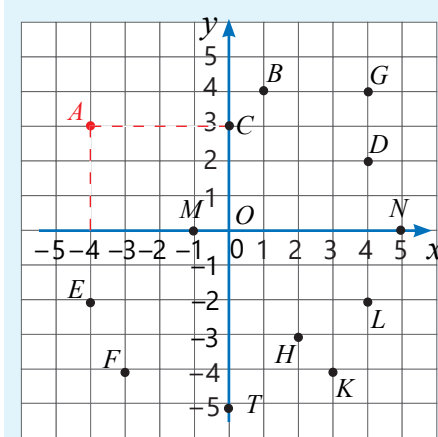
Задания

- 1 Определите координаты точек, отмеченных на прямоугольной системе координат.

ОБРАЗЕЦ $A (\square; \square)$

Решение	Объяснение
$A (-4; 3)$	Перпендикуляр, проведенный из точки A к осям координат, пересекает ось абсцисс в точке -4 , а ось ординат в точке 3 .

$B (\square; \square)$ $E (\square; \square)$ $H (\square; \square)$ $M (\square; \square)$
 $C (\square; \square)$ $F (\square; \square)$ $L (\square; \square)$ $N (\square; \square)$
 $D (\square; \square)$ $G (\square; \square)$ $K (\square; \square)$ $T (\square; \square)$



- 2 Ответьте на вопросы.

а) Координаты каких точек записаны неверно? Исправьте ошибки.

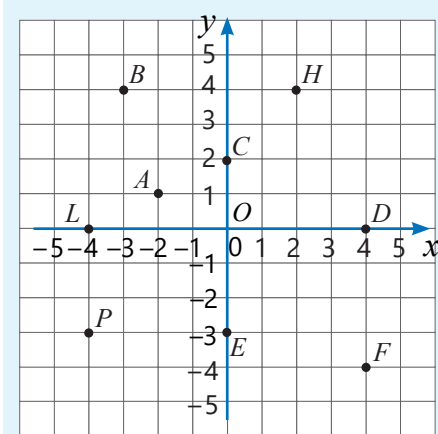
$A (-2; 1)$, $B (4; -3)$, $C (2; 0)$, $D (5; 0)$, $E (-3; 0)$, $F (4; -4)$

б) Какие точки находятся на оси абсцисс? Запишите их координаты.

в) Какие точки находятся на оси ординат? Запишите их координаты.

г) Какие точки находятся во 2-й четверти? Запишите их координаты.

д) В каких четвертях находятся точки A , H , F и P ?

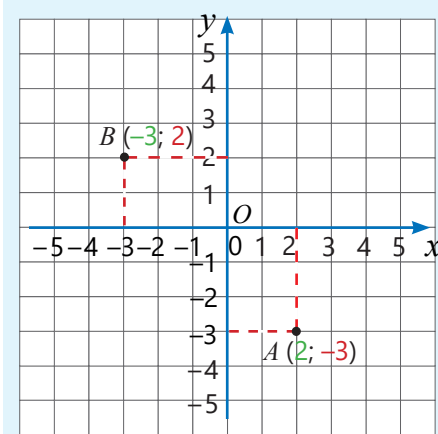


Изучение Построение точки по координатам

Чтобы отметить на координатной плоскости точку, координаты которой даны, сначала на координатных осях находят точки, соответствующие абсциссе и ординате этой точки. Точкой пересечения перпендикуляров, проведенных из этих точек к осям координат, и будет точка, координаты которой даны.

Точка $A (2; -3)$ расположена на пересечении перпендикуляров, проведенных к соответствующим осям из точки, абсцисса которой равна 2 на оси x , и из точки, ордината которой равна -3 на оси y .

Точка $B (-3; 2)$ расположена на пересечении перпендикуляров, проведенных к соответствующим осям из точки, абсцисса которой равна -3 на оси x , и из точки, ордината которой равна 2 на оси y .



Подумай!

На какой оси координат находится точка, абсцисса которой равна 0 ?

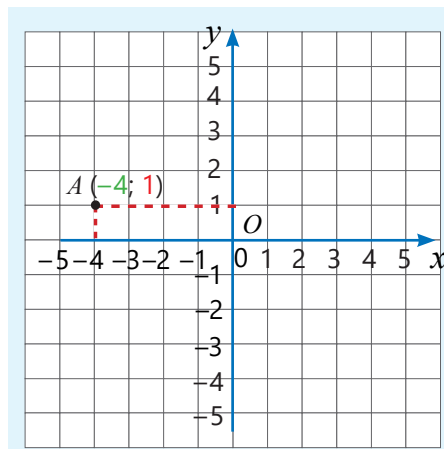
На какой оси координат находится точка, ордината которой равна 0 ?

- 3 Отметьте на прямоугольной системе координат точки с заданными координатами. Определите, в какой четверти находится каждая точка.

ОБРАЗЕЦ $A(-4; 1)$

Решение	Объяснение
$A(-4; 1)$ II четверть	Точка A расположена на 4 единицы левее и на 1 единицу выше начала координат.

$B(2; 5)$ $C(-1; -2)$ $D(-5; -1)$ $E(4; -4)$ $F(3; -5)$ $G(-1; -4)$

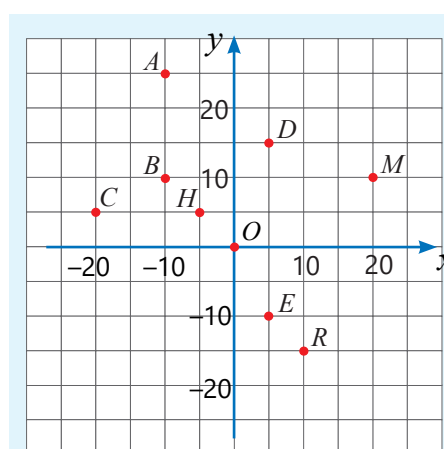


- 4 Выполните задание.

- а) Определите координаты точек, отмеченных на прямоугольной системе координат.
б) Записав точки, соответствующие заданным координатам, прочитайте полученное слово.

$(10; -15)$ $(0; 0)$ $(20; 10)$ $(-10; 10)$

- в) Какие две точки расположены на прямой, параллельной оси абсцисс?
г) Какие две точки расположены на прямой, параллельной оси ординат?



- 5 Какие из заданных точек расположены: а) в I четверти; б) во II четверти; в) в III четверти; г) в IV четверти? Отметьте эти точки на прямоугольной системе координат.

$A(-2; 1)$ $B(5; 2)$ $C(5; -1)$ $D(-3; 5)$ $E(-1; 2)$ $F(2; -2)$ $G(-5; -1)$ $H(1; -3)$

- 6 Отметьте данные точки на прямоугольной системе координат. Нарисуйте прямую, проходящую через эти точки, и запишите координаты точек пересечения с осями координат.

а) $A(2; 4)$ и $B(-3; -6)$

б) $A(-4; -1)$ и $B(2; 5)$

в) $A(-2; 2)$ и $B(4; -1)$



Из истории математики



Рене Декарт
(1596–1650)

Прямоугольную систему координат называют еще *декартовой системой координат* в честь французского математика Рене Декарта, описавшего ее в XVII веке. Он выбрал начальную точку на плоскости и исследовал, как из этой точки можно достичь любого объекта, двигаясь в горизонтальном и вертикальном направлениях. При этом он представил каждую точку на плоскости с помощью пары координат. Декарт впервые ввел в математике понятия "переменные величины" и "функция". Эти понятия он изложил в своей книге "Геометрия" в 1637 году.



- 7 Отметьте данные точки на прямоугольной системе координат. Нарисуйте отрезки AB и CD . Обозначьте точку пересечения через K и найдите ее координаты.

а) $A(0; 3)$ $B(6; 3)$ $C(1; 1)$ $D(1; 6)$

в) $A(-1; 0)$ $B(-1; 5)$ $C(-4; 3)$ $D(3; 3)$

б) $A(-1; -2)$ $B(-6; -2)$ $C(-3; 5)$ $D(-3; -4)$

г) $A(0; 2)$ $B(0; -4)$ $C(-1; -2)$ $D(5; -2)$

- 8 Отметьте заданные точки на прямоугольной системе координат и последовательно соедините их. Определите, какая фигура получилась.

а) $A(-2; 1)$ $B(-1; 4)$ $C(2; 4)$ $D(3; 1)$

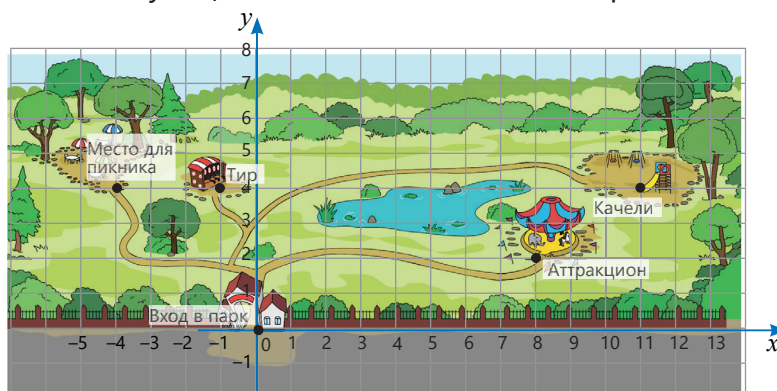
в) $A(-2; -2)$ $B(-2; 4)$ $C(2; 4)$

б) $A(-3; 1)$ $B(2; 1)$ $C(1; -2)$ $D(-4; -2)$

г) $A(0; 0)$ $B(-3; 0)$ $C(-3; -4)$ $D(0; -4)$

Решение задач

- 9 Лала, начиная со входа в парк, прошла 4 единицы вверх и 11 единиц вправо. Запишите координаты соответствующей точки и ответьте на вопросы.



- Она дошла до аттракциона или качелей?
- Куда дойдет Лала, если пройдет 14 единиц влево?
- Сколько единиц в вертикальном и горизонтальном направлениях должна пройти она, чтобы из точки прибытия вернуться ко входу в парк?

- 10 В таблице дана информация о температуре воздуха в ночные часы одного зимнего дня.

x (сколько прошло часов после полуночи)	0	1	2	3	4	5
y (температура воздуха, °C)	3	0	-2	-4	2	3

- Постройте линейную диаграмму, отметив координаты.
- Объясните значение координат, отмеченных на линейной диаграмме.
- По диаграмме определите, в какое время температура увеличивалась или уменьшалась.

- 11 Анар отметил точки $A(1; -3)$, $B(5; -3)$, $C(2; 2)$, $D(1; 2)$ на прямоугольной системе координат.

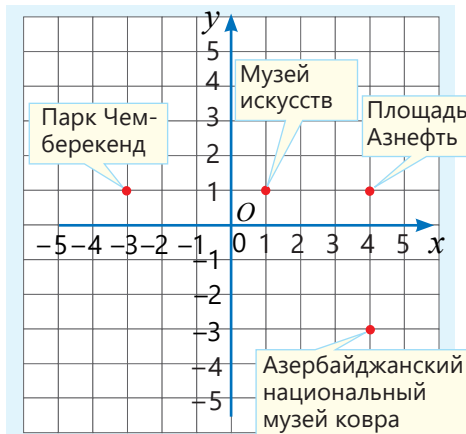
- Какая фигура получится, если он последовательно соединит эти точки?
- Какую точку и как ее должен поменять Анар, чтобы получился прямоугольник? Сколькими способами можно это сделать? Для каждого случая запишите координаты новой точки.
- Найдите площадь и периметр полученного прямоугольника.

4.2. Расстояние в прямоугольной системе координат

Исследование-обсуждение

Как можно найти, сколько единиц составляет расстояние между отмеченными точками на прямоугольной системе координат?

- Музей искусств и площадь Азнефть
- Музей искусств и парк Чемберкенд
- площадь Азнефть и Национальный музей ковра



Ключевые слова

- расстояние между двумя точками
- горизонтальная прямая
- вертикальная прямая

Изучение Расстояние между точками на горизонтальной прямой

В прямоугольной системе координат ординаты точек, расположенных на прямой, параллельной оси абсцисс, равны. Например, точки $A(-3; 2)$ и $B(4; 2)$ расположены на прямой, параллельной оси x (или горизонтальной прямой). Расстояние между точками на **горизонтальной прямой** равно модулю разности абсцисс этих точек.

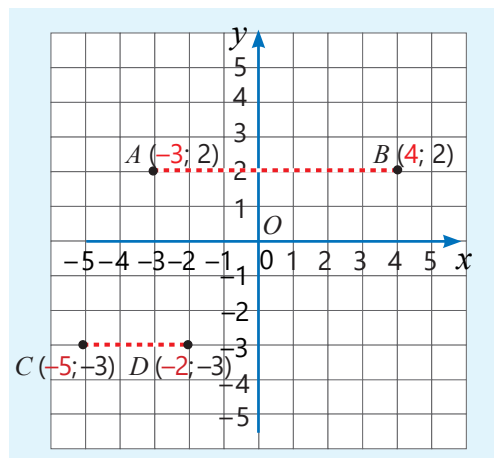
$$AB = |4 - (-3)| = 7 \text{ или } AB = |(-3) - 4| = 7$$

Длина отрезка AB равна 7 единицам.

Расстояние между точками $C(-5; -3)$ и $D(-2; -3)$ можно найти по этому же правилу.

$$CD = |-2 - (-5)| = 3.$$

Длина отрезка CD равна 3 единицам.



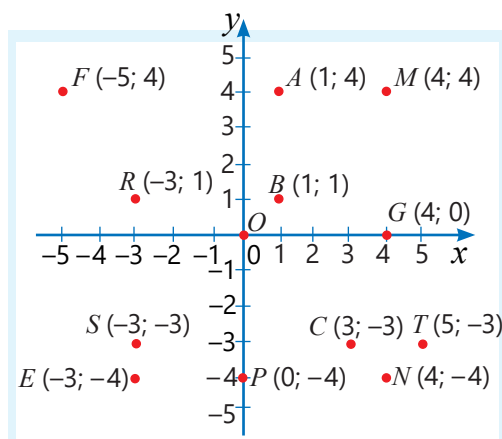
Задания

- Найдите расстояние между точками, отмеченными на прямоугольной координатной системе.

A и F	R и B	P и N	S и C	C и T
S и T	E и P	M и F	O и G	E и N

ОБРАЗЕЦ A и M

Решение	Объяснение
$A(1; 4)$ $M(4; 4)$	Поскольку ординаты точек A и M равны, эти точки расположены на горизонтальной прямой. Находится модуль разности абсцисс.
$AM = 4 - 1 = 3$	



- 2 Отметьте точки на прямоугольной системе координат и найдите расстояние между ними.

а) $A(-5; 0)$ и $B(-1; 0)$

в) $C(-6; 1)$ и $D(-4; 1)$

д) $E(3; 0)$ и $F(-5; 0)$

б) $G(0; -1)$ и $H(-3; -1)$

г) $K(-3; 5)$ и $L(3; 5)$

е) $N(-7; -2)$ и $M(1; -2)$

- 3 Нарисуйте прямоугольную систему координат и отметьте точки. По длине горизонтального отрезка определите подходящую координату в пустую клетку. Сколько случаев может быть?

а) $AB = 4$

$A(2; 4)$ и $B(\square; 4)$

б) $MK = 1$

$M(-2; 0)$ и $K(\square; 0)$

в) $CD = 2$

$C(\square; 2)$ и $D(-3; 2)$

г) $GF = 3$

$G(1; -1)$ и $F(\square; -1)$

Изучение Расстояние между точками на вертикальной прямой

В прямоугольной системе координат абсциссы точек, расположенных на прямой, параллельной оси ординат, равны. Например, точки $A(-2; 3)$ и $B(-2; -3)$ расположены на прямой, параллельной оси y (или вертикальной прямой). Расстояние между точками на **вертикальной прямой** равно модулю разности ординат этих точек.

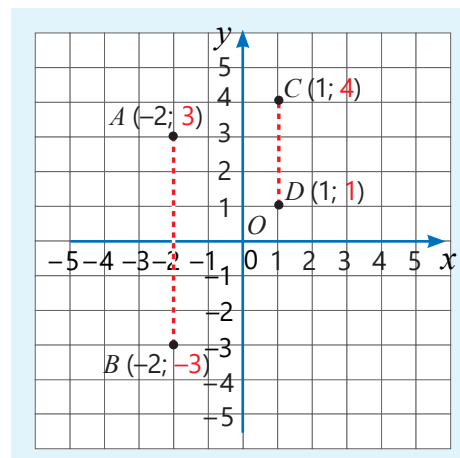
$$AB = |3 - (-3)| = 6 \quad \text{или} \quad AB = |(-3) - 3| = 6$$

Длина отрезка AB равна 6 единицам.

Расстояние между точками C и D можно найти по этому же правилу.

$$CD = |4 - 1| = 3$$

Длина отрезка CD равна 3 единицам.



- 4 Найдите расстояние между точками, отмеченными на прямоугольной координатной системе.

ОБРАЗЕЦ A и B

Решение

$A(1; 5)$ $B(1; -1)$

$$AB = |5 - (-1)| = 6$$

Объяснение

Поскольку абсциссы точек A и B равны, эти точки расположены на вертикальной прямой.

Находится модуль разности ординат.

A и C

C и B

M и N

O и P

P и T

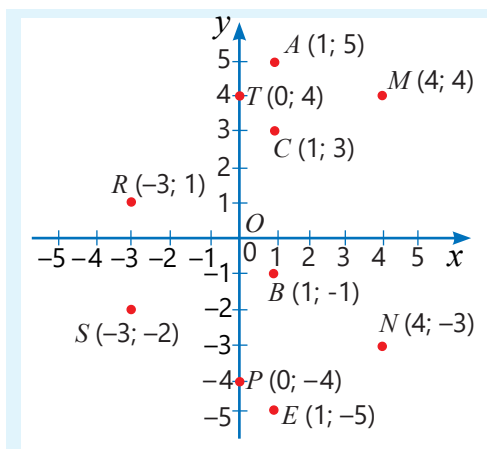
O и T

R и S

B и E

C и E

A и E



- 5 Отметьте точки на прямоугольной системе координат и найдите расстояние между ними.

а) $A(-1; 0)$ и $B(-1; -8)$

в) $C(-4; -1)$ и $D(-4; 6)$

д) $E(5; -2)$ и $F(5; -10)$

б) $G(0; -3)$ и $H(0; 1)$

г) $K(3; 5)$ и $L(3; -6)$

е) $N(-5; 3)$ и $M(-5; -3)$

- 6 Нарисуйте прямоугольную систему координат и отметьте точки. По длине вертикального отрезка определите подходящую координату в пустую клетку. Сколько вариантов может быть?

а) $AB = 3$

$A(2; \square)$ и $B(2; 3)$

б) $CD = 1$

$C(5; \square)$ и $D(5; -1)$

в) $MN = 2$

$M(-3; 1)$ и $N(-3; \square)$

г) $EF = 3$

$E(0; -1)$ и $F(0; \square)$

- 7 Определите расстояние между точками.

а) $A(-3; 0)$ и $B(-3; 6)$

в) $C(5; 7)$ и $D(-2; 7)$

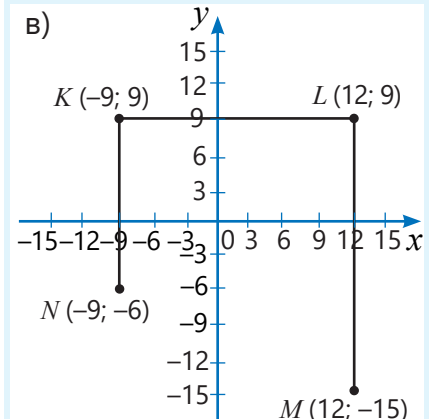
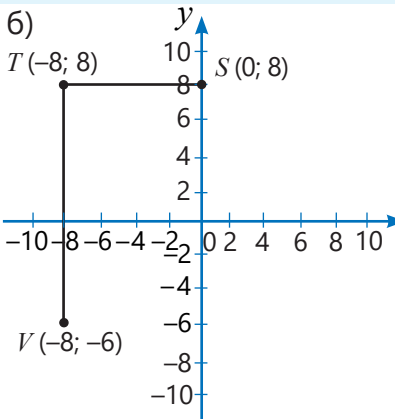
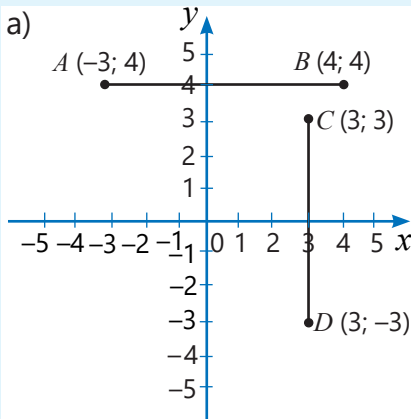
д) $E(-8; 1)$ и $F(1; 1)$

б) $G(4; -2)$ и $H(4; -5)$

г) $K(-2; -3)$ и $L(-5; -3)$

е) $N(0; -6)$ и $M(0; -10)$

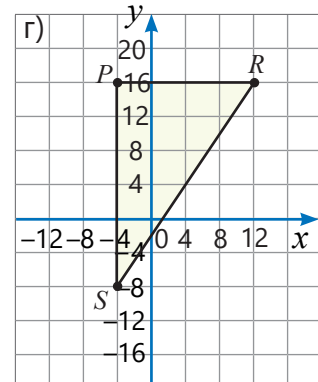
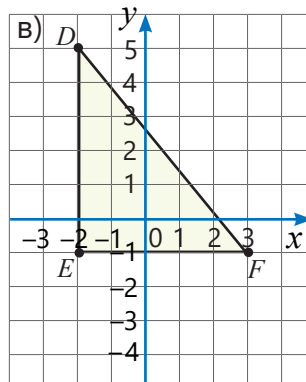
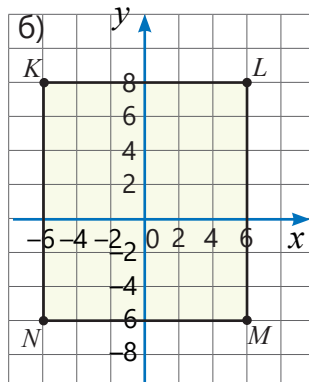
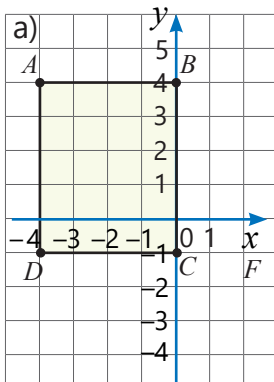
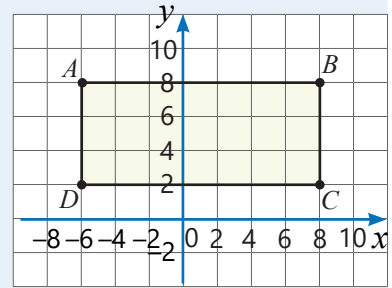
- 8 Найдите длины заданных отрезков.



- 9 Определите координаты вершин фигуры. Найдите площадь фигуры, вычислив длины соответствующих сторон.

ОБРАЗЕЦ

Решение	Объяснение
$A(-6; 8) \quad B(8; 8) \quad C(8; 2) \quad D(-6; 2)$ $AB = DC = -6 - 8 = -14 = 14$ $BC = AD = 8 - 2 = 6$ $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 14 \cdot 6 = 84$	Отмечаются координаты вершин. Находятся длины сторон. Вычисляется площадь прямоугольника.



- 10 Нарисуйте прямоугольник, вершины которого находятся в заданных точках. Вычислите периметр и площадь этого прямоугольника.

а) $A(-2; -1)$ $B(-2; 3)$ $C(3; 3)$ $D(3; -1)$

в) $K(-3; -1)$ $L(0; 4)$ $M(-3; 4)$ $N(0; -1)$

б) $M(-2; 1)$ $N(-2; 4)$ $P(5; 4)$ $K(5; 1)$

г) $P(-3; 0)$ $R(-3; 4)$ $S(4; 4)$ $T(4; 0)$

- 11 Нарисуйте треугольник, вершины которого находятся в заданных точках, и вычислите его площадь.

а) $A(-1; 4)$ $B(4; 1)$ $C(4; 4)$

в) $K(2; -2)$ $L(4; -2)$ $M(2; 3)$

б) $D(2; -1)$ $E(-1; -1)$ $F(2; 5)$

г) $A(-4; 1)$ $B(0; 5)$ $C(0; 1)$

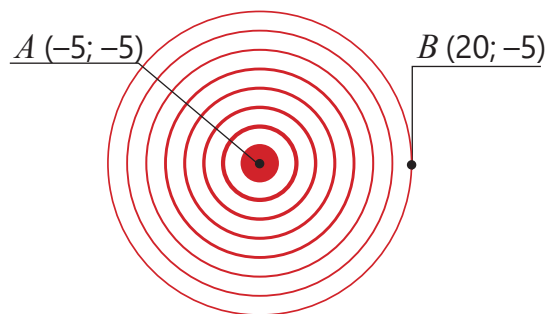
- 12 Какие три точки из заданных следует соединить, чтобы получился прямоугольный треугольник?

а) $A(-3; 1)$ $B(4; 1)$ $C(-2; -4)$ $D(4; 4)$

б) $A(0; 4)$ $B(-2; -2)$ $C(0; -5)$ $D(-5; 4)$

Решение задач

- 13 По мере удаления от эпицентра землетрясения его действие уменьшается. Сотрудники сейсмологической станции определили, что эпицентр землетрясения находился в точке $A(-5; -5)$ в системе координат, а самое дальнее место, где ощущались колебания, – это точка $B(20; -5)$. Если 1 единица соответствует 20 км в системе координат, каков радиус распространения землетрясения?



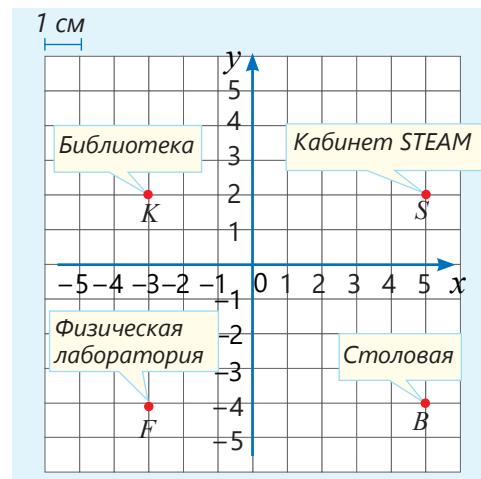
- 14 Айнур нарисовала квадрат, вершины которого расположены во 2-й четверти. Одна из вершин этого квадрата находится в точке $(-2; 1)$, а другая – в точке $(-2; 4)$.

- Определите координаты остальных вершин квадрата.
- Вычислите периметр и площадь квадрата.



- 15 Расположение некоторых комнат 1-го этажа школы изображено на прямоугольной системе координат в масштабе 1 : 1000.

- Напишите координаты точки, соответствующей каждому кабинету, заданному в системе координат.
- Сколько метров составляет расстояние между библиотекой и кабинетом STEAM?
- На сколько метров больше расстояние между физической лабораторией и столовой, чем расстояние между лабораторией и библиотекой?

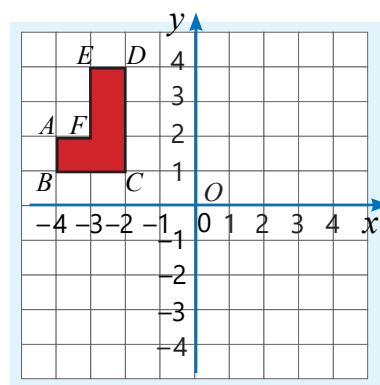


4.3. Симметрия и перемещение в прямоугольной системе координат

Исследование-обсуждение

Анар на бумаге в клетку нарисовал в прямоугольной системе координат изображенную на рисунке фигуру.

- Если он сложит эту бумагу по оси ординат, то в какую четверть попадет зеркальное отражение фигуры? Как можно найти координаты вершин этой фигуры?
- Если он сложит эту бумагу по оси абсцисс, то в какую четверть попадет зеркальное отражение фигуры? Как можно найти координаты вершин этой фигуры?



Изучение Симметрия в прямоугольной системе координат

- Если в системе координат, не меняя абсциссу точки, заменить ординату на противоположную, то получится точка, симметричная относительно оси абсцисс.

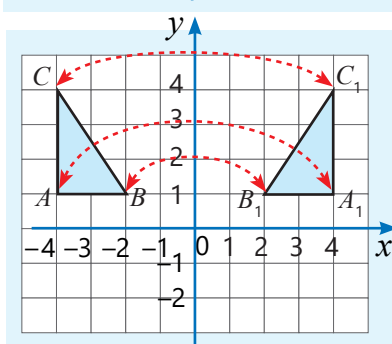
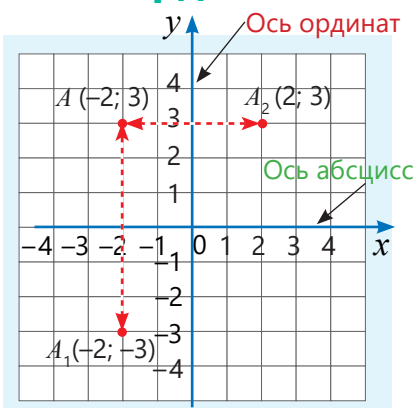
$$A(-2; 3) \rightarrow A_1(-2; -3)$$

- Если в системе координат, не меняя ординату точки, заменить абсциссу на противоположную, то получится точка, симметричная относительно оси ординат.

$$A(-2; 3) \rightarrow A_2(2; 3)$$

- Для построения фигуры, симметричной заданному многоугольнику относительно оси абсцисс или ординат, отмечают симметричные вершинам точки и соединяют их последовательно. Например, если построить фигуру, симметричную относительно оси ординат треугольнику ABC , изображенному на рисунке, то получится треугольник $A_1B_1C_1$.

$$A(-4; 1) \rightarrow A_1(4; 1) \quad B(-2; 1) \rightarrow B_1(2; 1) \quad C(-4; 4) \rightarrow C_1(4; 4)$$



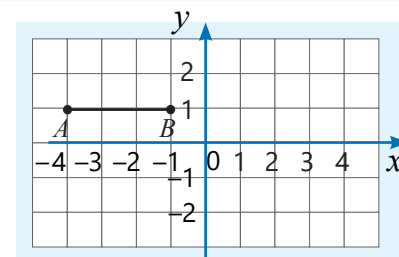
Запомни!

Фигура, симметричная относительно оси абсцисс или ординат, конгруэнтна исходной фигуре. Например, на рисунке треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ конгруэнтны.



Подумай!

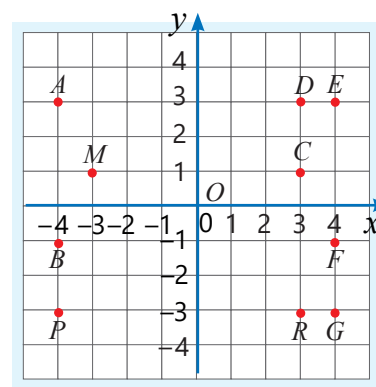
Как можно обосновать то, что длины отрезков, симметричных относительно оси координат, равны?



Задания

- 1 Ответьте на вопросы и запишите координаты соответствующих точек.

- Какая точка симметрична точке A относительно оси абсцисс?
- Какая точка симметрична точке E относительно оси ординат?
- Какие точки симметричны относительно оси абсцисс?
- Какие точки симметричны относительно оси ординат?



- 2 Отметьте точку, симметричную данной точке относительно: а) оси абсцисс; б) оси ординат.

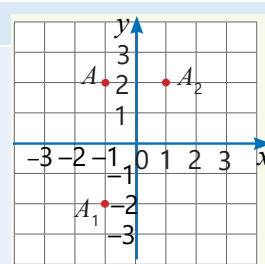
ОБРАЗЕЦ $A(-1; 2)$

а) $A(-1; 2) \rightarrow A_1(-1; -2)$

б) $A(-1; 2) \rightarrow A_2(1; 2)$

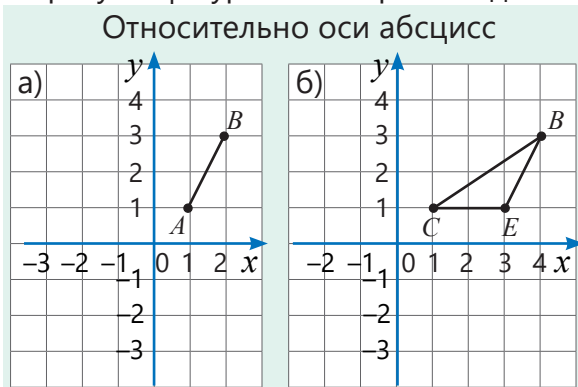
Объяснение
В симметрии относительно оси абсцисс ордината точки A заменяется на противоположное число.

В симметрии относительно оси ординат абсцисса точки A заменяется на противоположное число.

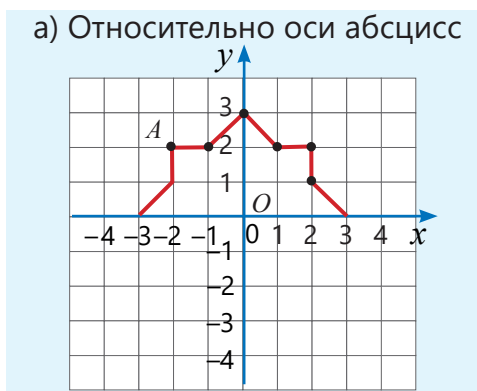


$B(1; 5)$ $C(2; -2)$ $D(-3; 4)$ $E(5; -2)$ $F(-4; -1)$ $G(3; 3)$ $H(-4; -5)$ $M(-1; 1)$

- 3 Нарисуйте фигуры, симметричные данным фигурам относительно отмеченной оси координат.

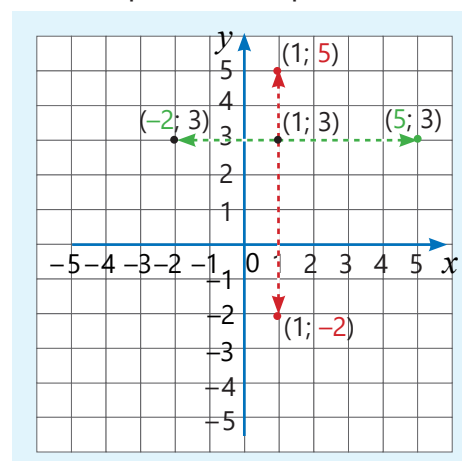
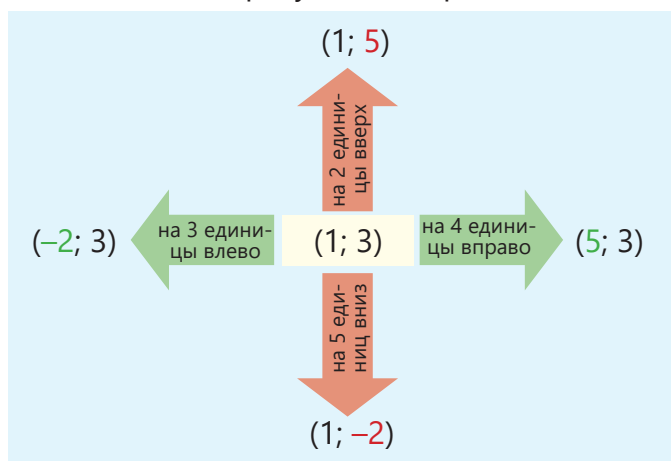


- 4 Нарисуйте фигуру, симметричную заданной фигуре относительно соответствующей оси координат. Запишите координаты отмеченных и симметричных им точек.



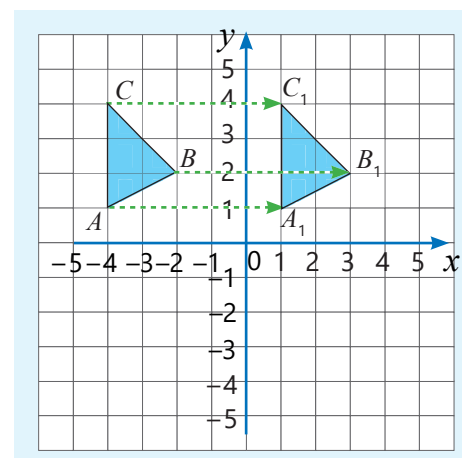
Изучение Перемещение в прямоугольной системе координат

- В системе координат в результате перемещения вдоль горизонтальной прямой меняются абсциссы точек, а в результате перемещения вдоль вертикальной прямой — ординаты.



- Для построения фигуры, полученной в результате перемещения многоугольника в системе координат, точки всех его вершин смещают на одинаковое число единиц в нужном направлении и соединяют последовательно. Например, если переместить треугольник ABC , изображенный на рисунке, на 5 единиц вправо, то получится треугольник $A_1B_1C_1$.

$$A(-4; 1) \rightarrow A_1(1; 1) \quad B(-2; 2) \rightarrow B_1(3; 2) \quad C(-4; 4) \rightarrow C_1(1; 4)$$



Запомни!

Фигура, полученная в результате перемещения, конгруэнтна исходной фигуре. Например, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ на рисунке конгруэнтны.

- 5 Запишите координаты точек, полученных при перемещении точек $B(1; -2)$, $C(3; 5)$, $D(-2; -6)$, и отметьте их на системе координат.

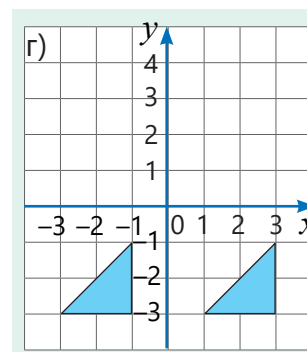
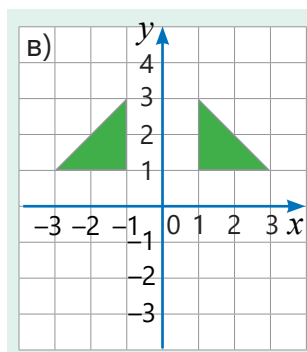
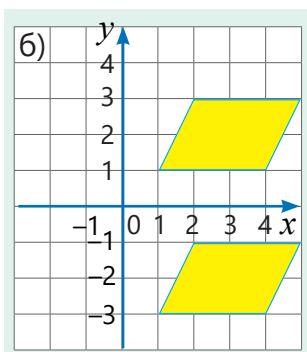
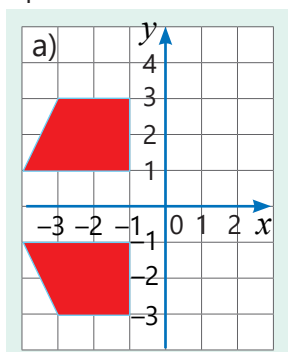
а) на 2 единицы влево

б) на 3 единицы вправо

в) на 1 единицу вверх

г) на 5 единиц вниз

- 6 Каким образом получена одна фигура из другой: в результате симметрии или перемещения? Объясните.

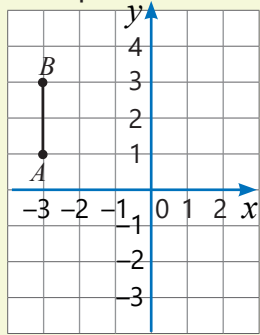


- 7 Нарисуйте фигуру, полученную в результате перемещения заданной фигуры в системе координат. Запишите координаты точек, полученных в результате перемещения отмеченных точек.

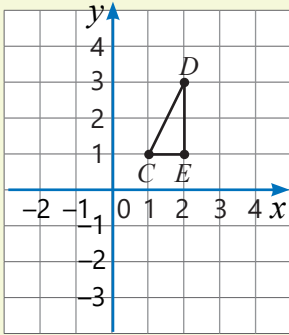
ОБРАЗЕЦ на 4 единицы вниз

Решение	Объяснение
$A(3; 3) \rightarrow A_1(3; -1)$ $B(2; 5) \rightarrow B_1(2; 1)$ $C(4; 6) \rightarrow C_1(4; 2)$ $D(5; 4) \rightarrow D_1(5; 0)$	

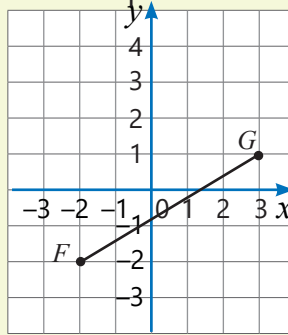
а) на 4 единицы вправо



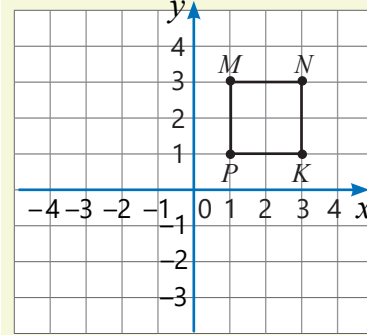
б) на 3 единицы вниз



в) на 2 единицы вверх

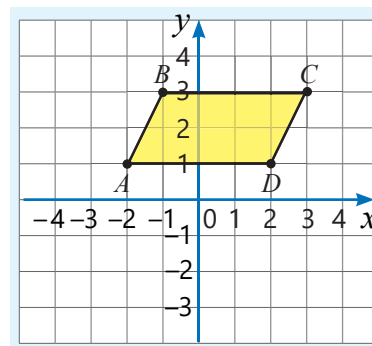


г) на 5 единиц влево



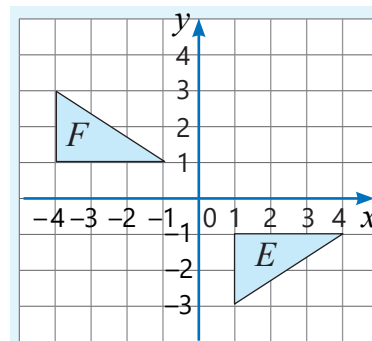
Решение задач

- 8 Лала переместила по вертикали параллелограмм, изображенный в прямоугольной системе координат. В результате одна из вершин попала в точку $(-1; -2)$.
- Лала сдвинула фигуру вниз или вверх?
 - На сколько единиц она сместила фигуру в этом направлении?
 - Нарисуйте полученную фигуру в системе координат и запишите координаты остальных вершин.

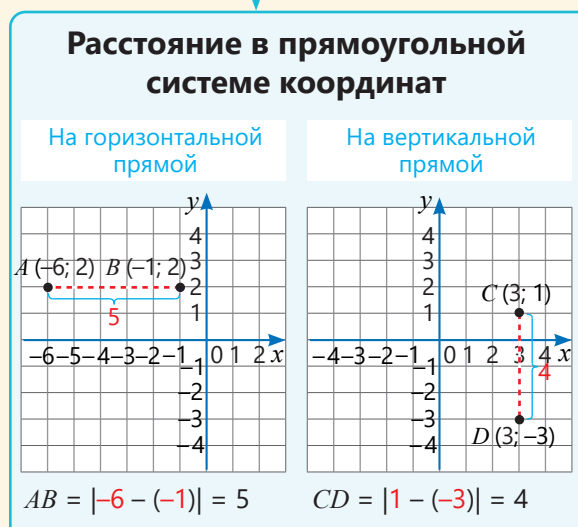


- 9 Определите правильные шаги, чтобы получить фигуру E из фигуры F.

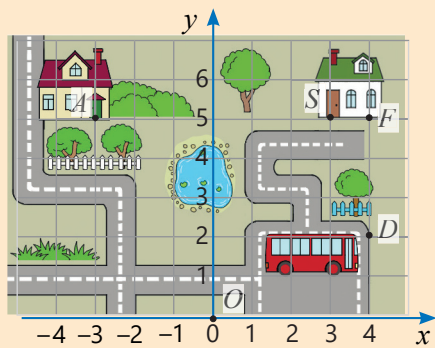
- А) 1-й шаг. Симметрия относительно оси ординат.
2-й шаг. Перемещение на 2 единицы вниз.
- Б) 1-й шаг. Перемещение на 4 единицы вправо.
2-й шаг. Симметрия относительно оси абсцисс.
- В) 1-й шаг. Перемещение на 5 единиц вправо.
2-й шаг. Симметрия относительно оси абсцисс.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ



Решение исходной задачи



- Определяются координаты точки, в которую пришла Сабина.
 $D(4; 2) \rightarrow F(4; 5) \quad F(4; 5) \rightarrow S(3; 5)$
- Находятся координаты дома Анара.
 $S(3; 5) \rightarrow A(-3; 5)$
- Находится расстояние между точками, соответствующими домам Анара и Сабины.
 $AS = |3 - (-3)| = 6$
- Анар должен пройти 3 единицы вверх и 7 единиц влево, чтобы дойти от остановки до дома.
 $D(4; 2) \rightarrow F(4; 5) \quad F(4; 5) \rightarrow A(-3; 5)$

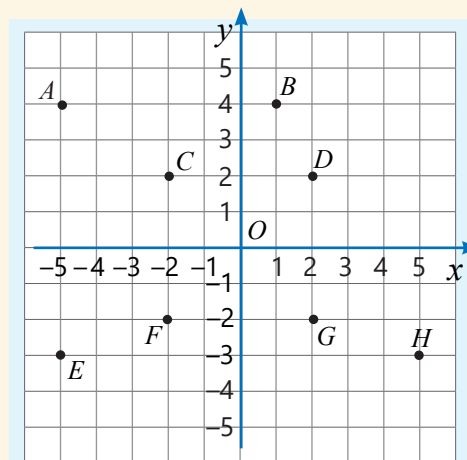
ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ

1. На прямоугольной системе координат отметьте три точки, соответствующие условию.

- а) ординаты положительны б) абсциссы отрицательны в) ординаты равны абсциссам

2. Определите из заданных точек те, которые соответствуют условию, и запишите координаты этих точек.

- а) Какие точки симметричны относительно оси абсцисс, а какие точки – относительно оси ординат?
 б) Какие точки находятся в III четверти?
 в) Если точка A сдвинется на 3 единицы вправо и 2 единицы влево, то какими будут ее координаты?
 г) Абсциссы каких точек положительны?
 д) Расстояние между какими точками, расположенными на горизонтальной или вертикальной прямой, одинаковое?



3. Нарисуйте четырехугольник, вершины которого расположены в прямоугольной системе координат в заданных точках. Определите вид четырехугольника.

а) $A(-2; 2)$ $B(-3; 6)$ $C(2; 6)$ $D(3; 2)$

б) $A(0; 3)$ $B(-2; 0)$ $C(2; 3)$ $D(4; 0)$

4. Нарисуйте треугольник, вершины которого расположены в прямоугольной системе координат в заданных точках. Найдите точки пересечения сторон этого треугольника с осями координат.

а) $A(-6; -2)$ $B(3; 4)$ $C(3; -2)$

б) $M(2; 3)$ $N(2; -2)$ $P(5; 1)$

в) $D(0; -2)$ $E(-4; -1)$ $F(2; 2)$

5. Определите верные утверждения. Объясните на примерах.

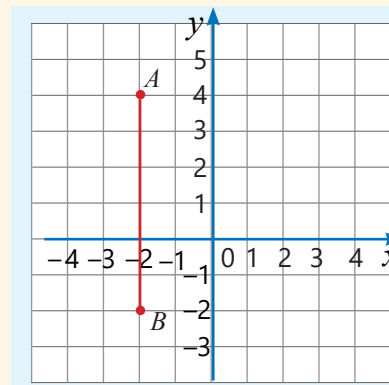
- а) Ординаты точек, расположенных в I и III четвертях, положительны.
 б) Абсциссы точек, расположенных во II и III четвертях, отрицательны.
 в) Точки, симметричные расположенным в III четверти точкам, расположены в I четверти.

6. Отметьте соответствующие точки в прямоугольной системе координат и ответьте на вопросы.

- а) Отметьте две точки, абсциссы которых равны 4 и расположенные в разных четвертях. Какой оси параллельна прямая, проходящая через эти точки: оси абсцисс или ординат?
 б) Отметьте две точки, ординаты которых равны 4 и расположенные в одинаковых четвертях. Какой оси перпендикулярна прямая, проходящая через эти точки: оси абсцисс или ординат?

7. В системе координат отмечена сторона AB прямоугольника, вершины которого находятся в разных четвертях. Запишите координаты двух других вершин прямоугольника по условию. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.

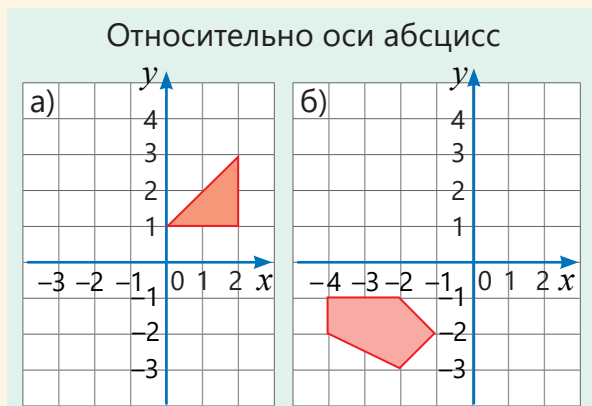
- а) Другая сторона этого прямоугольника в 2 раза короче стороны AB .
 б) Другая сторона этого прямоугольника на 1 единицу короче стороны AB .
 в) Другая сторона этого прямоугольника симметрична стороне AB относительно оси ординат.



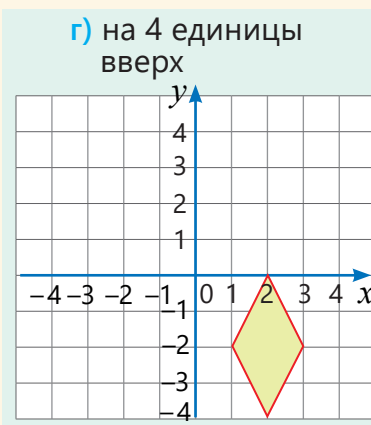
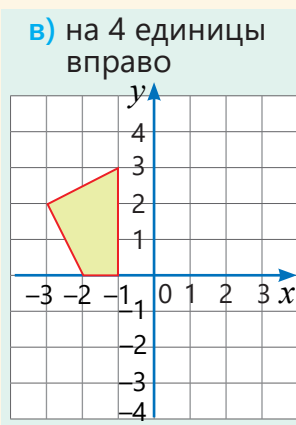
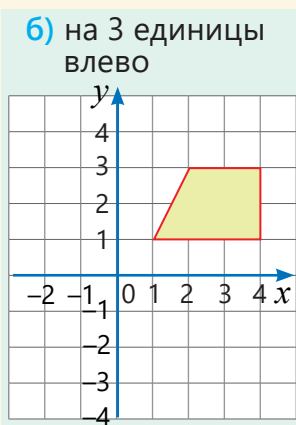
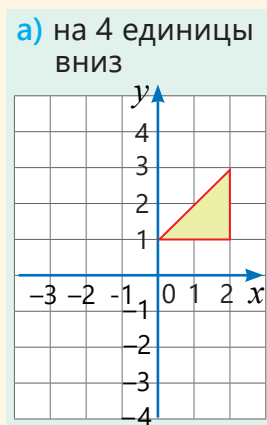
8. Даны координаты трех вершин прямоугольника. Найдите координату 4-й вершины. Вычислите периметр и площадь этого прямоугольника.

а) $A(-7; 0)$ $B(-1; 0)$ $C(-1; -4)$ б) $A(-1; -1)$ $B(-4; 3)$ $C(-4; -1)$ в) $A(1; -5)$ $B(4; -5)$ $C(4; 1)$

9. Нарисуйте фигуры, симметричные относительно соответствующей оси. Запишите координаты вершин обеих фигур.

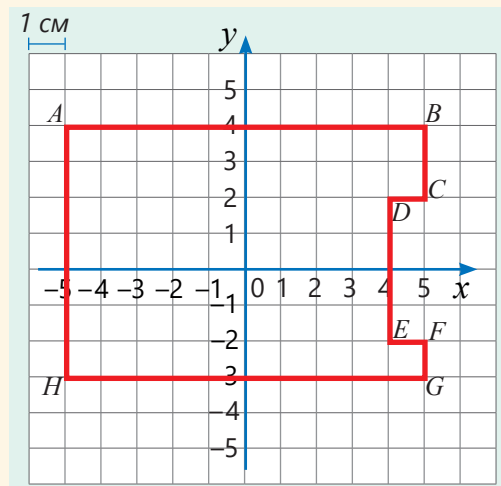


10. Определите координаты вершин фигуры, полученной в результате перемещения.

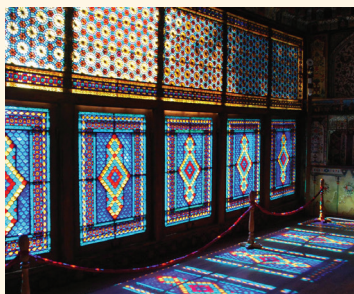


11. В системе координат изображен план одноэтажной библиотеки в масштабе 1 : 2000.

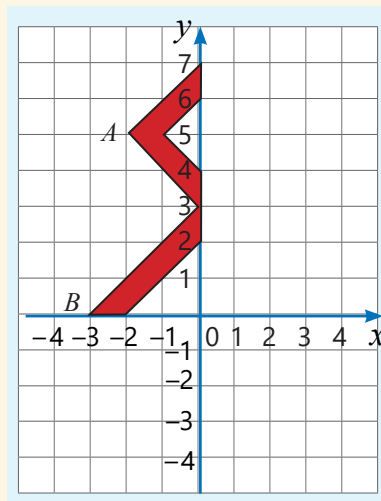
- Какие точки симметричны относительно оси абсцисс, а какие точки – относительно оси ординат?
- Каково расстояние от точки D до стены AH в метрах?
- Сколько метров составляет общий периметр библиотеки?
- Какова площадь библиотеки?



12. В системе координат изображена часть модели шебеке, которая является одним из древних декоративно-прикладных искусств Азербайджана. Сначала нарисуйте фигуру, симметричную данной фигуре относительно оси ординат. Затем завершите орнамент, нарисовав фигуру, симметричную данной относительно оси абсцисс.



Дворец Шекинских ханов



- Какая точка симметрична точке A относительно оси абсцисс?
- Какая точка симметрична точке B относительно оси ординат?
- Покажите на фигуре несколько точек с целыми координатами, у которых абсцисса равна ординате.

STEAM БЕСПИЛОТНЫЕ АВТОБУСЫ

Впервые в мире беспилотные (управляемые без водителя) автобусы были разработаны компанией Stagecoach и с мая 2023 года введены в эксплуатацию в Шотландии. Для регулирования работы современных технологий беспилотного вождения используются специальные языки программирования.



1. Узнайте, какие языки программирования используются для управления движением беспилотных автобусов и как работают навигационные системы, такие как GPS и Galileo.

2. Соберите информацию о том, в каких странах используются эти автобусы.

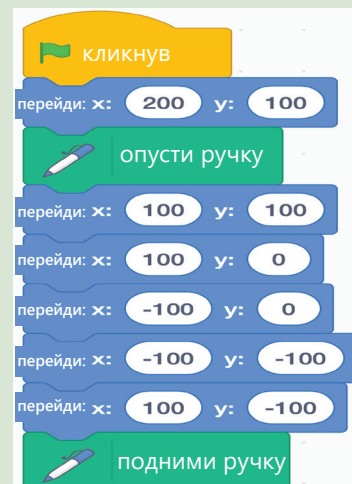
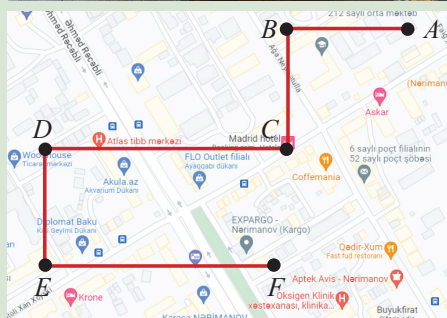
3. Подготовьте презентацию о движении таких автобусов по определенному маршруту в Баку.

4. Запрограммируйте маршрут движения беспилотного автомобиля с помощью языка программирования *Scratch*. Для этого отметьте остановки в системе координат на карте и определите их координаты. В примере на рисунке автобус едет по маршруту $A-B-C-D-E-F$. Нарисуйте отмеченный маршрут сначала в тетради, а затем в программе *Scratch*. Для этого можно использовать сайт: <https://scratch.mit.edu/>.

Код движения также можно скачать здесь:

<https://scratch.mit.edu/projects/886664550>

5. Измените маршрут беспилотного автобуса, используя готовые коды.



ОБОБЩАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ ЗА ПЕРВОЕ ПОЛУГОДИЕ

- 1 Найдите значение выражения.

а) $5^4 \cdot 2^3$	в) $2^5 + 5^3$	д) $8^3 : 2^4 - 3^3$
б) $6^3 : 3^2$	г) $(2^6)^2$	е) $3^2 \cdot 2^4 + 6^3$

- 2 Найдите значения выражений по заданным равенствам.

а) если $256 = 2^a$ и $256 = 4^b$, $a + b = ?$	
б) если $625 = 5^m$ и $125 = 5^n$, $m \cdot n = ?$	

- 3 Сравните.

а) 2^5 и 5^2	в) $(-3)^5$ и $(-6)^3$
б) $(-5)^4$ и $(-3)^7$	г) 10^4 и 7^3

- 4 Впишите в пустые клетки подходящие условия числа.

а) $\square < 11$, наибольшее простое число	
б) $\square < -4$, наибольшее целое число	
в) $12 < \square < 15$, простое число	
г) $\square > 16$, наименьшее составное число	

- 5 Найдите.

а) НОД (15, 16) НОК (15, 16)	в) НОД (13, 31) НОК (13, 31)
б) НОД (15, 75) НОК (15, 75)	г) НОД (23, 92) НОК (23, 92)

- 6 Вычислите значение выражения.

а) НОД (18, 80) · НОК (18, 80)	
б) НОД (25, 70) · НОК (25, 70)	
в) НОК (45, 60) : НОД (24, 30)	
г) НОК (32, 36) : НОД (48, 64)	

- 7 Запишите все обыкновенные правильные и несократимые дроби, знаменатель которых равен: а) 14; б) 21; в) 19.

- 8 Сократите каждую дробь до несократимой.

а) $\frac{12}{28}$	в) $\frac{24}{40}$	д) $\frac{80}{120}$	ж) $\frac{24}{120}$
б) $\frac{48}{64}$	г) $\frac{80}{240}$	е) $\frac{19}{361}$	з) $\frac{120}{630}$

- 9 Приведите дроби к общему знаменателю и сравните.

а) $\frac{5}{14}$ и $\frac{8}{21}$	в) $\frac{7}{72}$ и $\frac{11}{90}$
б) $\frac{5}{17}$ и $\frac{3}{11}$	г) $\frac{7}{120}$ и $\frac{9}{140}$

- 10 Вычислите.

а) $\frac{5}{12} + \frac{7}{18}$	г) $\frac{5}{26} + \frac{11}{52} - \frac{6}{65}$
б) $1\frac{1}{28} - \frac{19}{42}$	д) $\frac{28}{39} \cdot \frac{26}{49} - \frac{3}{14}$
в) $\frac{4}{15} + \frac{11}{45} + \frac{7}{60}$	е) $(\frac{9}{34} + \frac{11}{51}) : 1\frac{31}{74}$

- 11 Впишите подходящее число в пустую клетку.

а) $5 : 12 = \square : 60$	в) $\frac{3}{11} = \frac{\square}{44}$
б) $\square : 7 = 6 : 21$	г) $24 : 3 = 5,6 : \square$

- 12 На рисунке изображен развернутый угол EOB и лучи, проведенные из его вершины. Найдите отношение.

а) $\angle AOB : \angle AOC$	в) $\angle BOE : \angle AOE$
б) $\angle AOB : \angle COB$	г) $\angle BOC : \angle EOC$

- 13 Найдите неизвестное, используя основное свойство пропорции.

а) $(x + 7) : 4 = 5 : 2$	в) $6 : 7 = (21 - y) : 21$
б) $\frac{3}{7} = \frac{x + 2}{14}$	г) $\frac{13}{6} = \frac{26}{y - 1}$

- 14 В пустую клетку впишите такое число, чтобы из четырех полученных чисел можно было составить пропорцию.

а) 3 5 8

в) 12 15 20

б) 6 4 8

г) 20 24 30

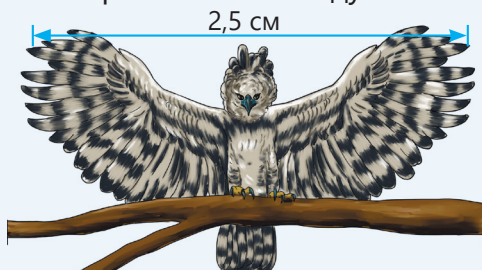
- 15 Ответьте на вопросы, составив пропорцию.

а) Из 24 кг вишни получают 8 кг сока. Сколько вишни потребуется, чтобы получить 5 кг сока?

б) Если мастер изготавливает 12 деталей за 3 часа, то за сколько часов он изготовит 40 деталей?

в) Отношение девочек и мальчиков, занимающихся в кружке, равно 7 : 8. Сколько девочек в кружке, если мальчиков 16?

- 16 Южноамериканская гарпия (*Harpia harpyja*) считается крупнейшим орлом на земле. Если на изображении, нарисованном в отношении 1 : 90, расстояние между крыльями гарпии 2,5 см, то каково реальное расстояние между ними?



- 17 Между какими из величин зависимость прямая, а между какими – обратная?

а) Периметр квадрата и его сторона.

б) Расстояние, пройденное автомобилем с постоянной скоростью, и время, затраченное на путь.

в) Общая стоимость, необходимая для покупки товара, и цена одной единицы.

г) Масса тела и его объем.

- 18 По таблице определите прямую или обратную пропорциональность между переменными. Дополните таблицу.

а)

x	5	6	7	
y	20		28	44

б)

x	15	5	2	
y	4	12		10

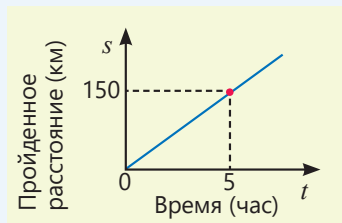
в)

x	5	2		4
y	8		20	10

г)

x	6	2		12
y	18		21	36

- 19 На рисунке показан график зависимости расстояния, пройденного автомобилем с постоянной скоростью, от времени. Сколько еще км пути проедет автомобиль за 3 часа после указанного времени?



- 20 Ответьте на вопросы.

а) Как можно разделить 500 манатов между двумя работниками в отношении 12 : 13?

б) Как можно разрезать 400 м веревки на три части в отношении 6 : 8 : 11?

в) Как можно разлить 9 л жидкости в три емкости в отношении 3 : 5 : 4?

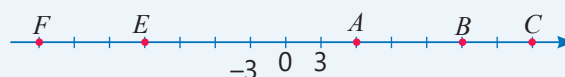
г) Как можно разложить 34 кг муки в три мешка в отношении 5 : 4 : 1?

- 21 Найдите значение выражения.

а) $-45 : 5 - 50 : 5^2 + 23$

б) $-125 : 5^3 + 96 : (-12) + 8$

- 22 Запишите числа, соответствующие точкам на числовой оси, и числа, противоположные им.



- 23 Расположите.

а) в порядке возрастания

3 5 -6 0 -2

б) в порядке убывания

-1 4 -7 8 -9

- 24 Найдите произведение всех чисел, которые меньше 30 и больше -12.

- 25 Вычислите.

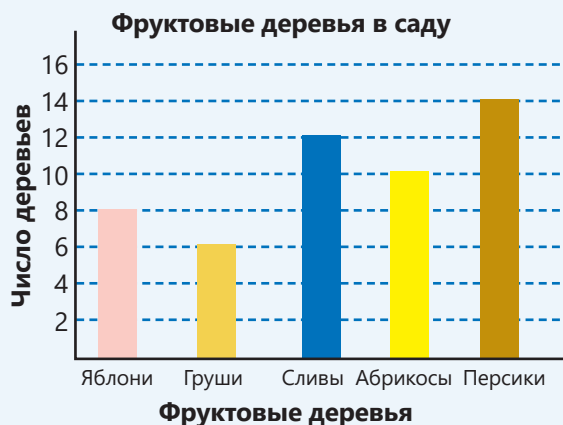
а) $|4| + 5 - |-3|$

в) $|-24| + |-13| : 0,1$

б) $|-8|^2 + |-4|$

г) $|-3^4| : 9 - |-12| : 2^2$

- 26 Сколько процентов составляет первое число от второго?
 а) число 8 от 20 в) число 12 от 60
 б) число 25 от 80 г) число 40 от 200
- 27 Сколько процентов составляет одна величина от другой?
 а) 3 см от 2 м в) 40 гяп. от 5 ман.
 б) 100 г от 5 кг г) 3 минуты от 1 часа
- 28 На диаграмме показано количество фруктовых деревьев в саду.
 а) Сколько процентов составляют яблони от всех деревьев?
 б) Сколько процентов составляют сливовые и абрикосовые деревья от всех деревьев?
 в) Какие деревья составляют 20% от всех деревьев?
 г) 50% от каких деревьев составляют грушевые деревья?



- 29 Найдите расстояние между заданными точками.
 а) $A(-24)$ и $B(-16)$ в) $C(-12)$ и $B(26)$
 б) $C(-12; 0)$ и $D(3; 0)$ г) $K(0; -11)$ и $L(0; -5)$
- 30 Определите, к какой четверти относятся точки.
 $A(-3; 2)$ $B(8; -5)$ $C(4; 1)$ $D(4; -1)$
 $E(-2; -3)$ $F(-2; -3)$ $G(13; 2)$ $H(-3; -2)$
- 31 Найдите площади фигур с вершинами в заданных точках.
 а) $A(-2; -3)$ $B(-2; 5)$ $C(6; 5)$
 б) $K(-2; -2)$ $L(-2; 5)$ $M(5; 5)$ $N(5; -2)$

- 32 Длина ребер прямоугольного параллелепипеда 8, 9 и 3 единицы. Сколько единиц составляет ребро куба, объем которого равен объему этого прямоугольного параллелепипеда?

- 33 Число Харди-Рамануджана. Число 1729 называется числом Харди-Рамануджана. Число 1729 – это наименьшее число, которое можно представить в виде суммы кубов двумя различными способами. То есть это число можно представить таким образом:

$$1729 = 12^3 + \square^3 = 9^3 + \square^3$$

Впишите подходящие числа в пустые клетки.

- 34 Французский математик Альфонс де Полиньяк высказал следующую гипотезу: "Любое нечетное число можно представить в виде суммы степени числа 2 и одного простого числа". Например, $75 = 2^6 + 11$. Можно ли представить число 127 таким образом?

- 35 Во время флешмоба, когда в каждый ряд выстраиваются по 4 ученика, остаются 2 человека, а когда в каждый ряд выстраиваются по 5 учеников, остаются 3 человека. Когда ученики выстраиваются в каждый ряд по 6 человек, никто не остается в стороне. Какое наименьшее число учеников участвует во флешмобе?

- 36 Отношение площадей полей, засеянных пшеницей и ячменем, равно 9 : 5, а отношение площадей полей, засеянных ячменем и рожью, равно 5 : 2. Площадь поля, засеянное пшеницей, на 14 га больше площади поля, засеянного рожью. На поле какой площади посажено каждое растение?

- 37 Айнур теряет 210 килокалорий, проходя 5,1 км пути. Килокалории, которые она теряет, прямо пропорциональны пути, который она проходит. Сколько килокалорий потеряет Айнур, пройдя 10,2 км?

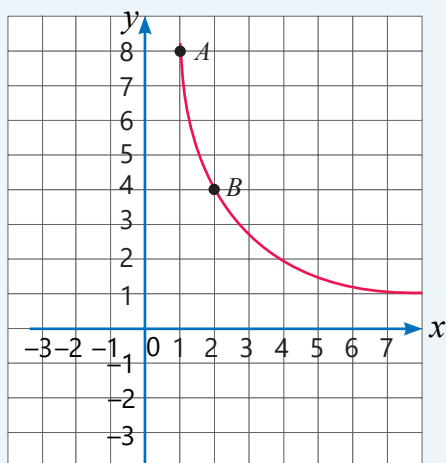


- 38 В начале года в классе учились 10 мальчиков и 20 девочек. За год количество мальчиков увеличилось на 5%, а количество девочек уменьшилось на 25%. Какой процент класса составляли мальчики в конце года?

- 39 Экологи приняли меры по ликвидации загрязнения водной поверхности вблизи нефтяных скважин в море. Через некоторое время площадь загрязненной поверхности уменьшилась с 24 га до 15 га. На сколько процентов уменьшилась площадь загрязненной водной поверхности?



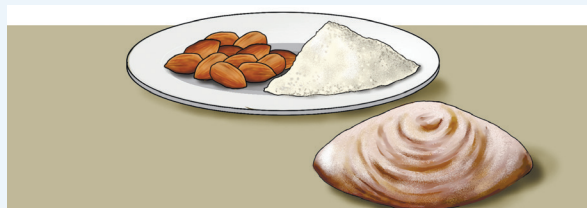
- 40 Найдите координаты точек A и B по графику обратно пропорциональной зависимости. Напишите соответствующую формулу. Найдите на графике ординату точки, абсцисса которой равна 8.



- 41 В опросе о том, какое время года им нравится больше всего, приняли участие 90 учеников. 20% из них указали лето, а 50% от оставшихся – весну. Отношение числа выбравших осень и зиму составило 5 : 4. Сколько человек выбрали каждое время года?

- 42 Из 200 г раствора, содержащего 30% сахара, выпарили 50 г воды. Каково процентное содержание сахара в оставшемся растворе?

- 43 Для начинки бадамбуры смешивают миндаль и сахарную пудру в отношении 8 : 7. 1 кг миндаля стоит 7 манатов, 1 кг сахарной пудры – 2 маната. Сколько нужно заплатить за миндаль и сахарную пудру, чтобы приготовить 3 кг начинки бадамбуры?

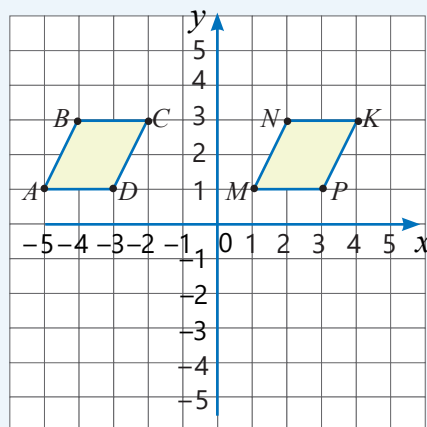


- 44 Количество кустов роз и количество лилий в саду относятся как 2 : 3.

- Если в саду 10 кустов роз, сколько тогда лилий?
- В саду было посажено еще несколько кустов роз. После этого отношение количества кустов роз к количеству лилий стало 4 : 5. Сколько дополнительных кустов роз было посажено?

- 45 Как в прямоугольной системе координат из параллелограмма $ABCD$ был получен параллелограмм $MNKP$: в результате симметрии или перемещения?

Нарисуйте фигуру, симметричную параллелограмму $ABCD$ относительно оси абсцисс. Запишите координаты вершин полученной фигуры.



СЛОВАРЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕРМИНОВ

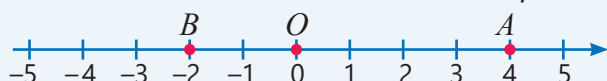
Абсолютное значение числа (модуль числа) – расстояние от точки, соответствующей числу, до нуля на оси координат. Абсолютное значение числа не может быть отрицательным. Абсолютное значение числа a записывается как $|a|$.

- Модуль положительного числа равен самому числу.
- Модуль отрицательного числа равен противоположному числу.
- Модуль нуля равен нулю.



Взаимно простые числа – числа, у которых общим делителем является только 1. Например, 9 и 14. Если a и b взаимно простые числа, то НОД (a, b) = 1 и НОК (a, b) = $a \cdot b$.

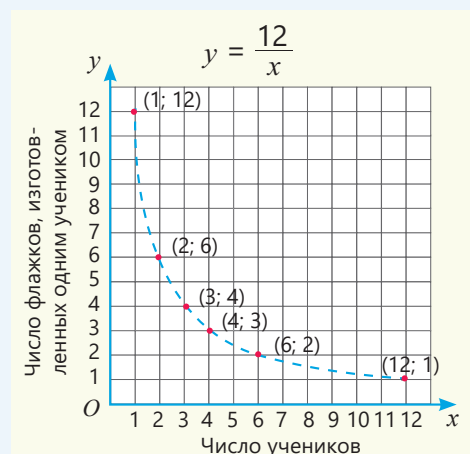
Координатная прямая (координатная ось) – прямая, на которой выбраны начало отсчета, положительное направление и единичный отрезок. Число, определяющее положение точки на координатной оси, называется *координатой точки*. Например, $A(4)$, $B(-2)$. Точка $O(0)$ называется *началом координат*.



Масштаб – отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности.



Обратная пропорциональная зависимость – зависимость между двумя величинами (x и y), которая выражается формулой $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$). В такой зависимости при увеличении x уменьшается y и наоборот при уменьшении x увеличивается y .



Обратно пропорциональные величины – при увеличении (или уменьшении) одной из величин в несколько раз другая уменьшается (или увеличивается) во столько же раз.

Основное свойство пропорции – произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов.

Произведение средних членов

$$a:b=c:d \quad \text{или} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Rightarrow \quad a \times d = b \times c$$

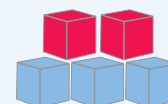
$b \times c$ (средние члены)

$a \times d$ (крайние члены)

Произведение крайних членов

Отношение – используется для сравнения чисел или величин и записывается как $a:b$

или $\frac{a}{b}$. Читается как "отношение a к b ". Здесь a называется предыдущим членом отношения, а b – последующим.



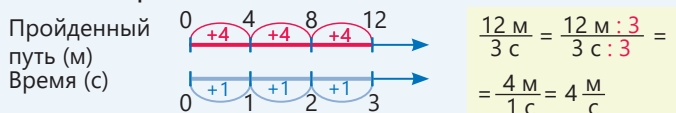
Отношение 2 : 3 означает, что каждые 2 красных кубика соответствуют 3 синим кубикам.

Отношение одноименных величин – величины выражаются одинаковыми единицами, отношение упрощается и записывается без единиц.

$$4 \text{ см} : 60 \text{ мм} = \frac{4 \text{ см}}{6 \text{ см}} = \frac{4 \cdot 1 \text{ см}}{6 \cdot 1 \text{ см}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 2 : 3$$

Отношение разноименных величин – при нахождении отношения разноименных величин возникают новые величины. Например, чтобы найти скорость, отношение пройденного пути ко времени записывается как

эквивалентное отношение со следующим членом, равным 1.



Пропорция – равенство двух отношений.

$$a : b = c : d \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Читается так: отношение a к b равно отношению c к d .

Средние члены: $a : b = c : d$
 Крайние члены: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Простое число – натуральное число, у которого только два делителя – 1 и само число. Простых чисел бесконечно много: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

Противоположные числа – числа, которые лежат на одинаковом расстоянии, но по разные стороны от нуля на оси координат. Например, числа 2 и -2 противоположные числа.

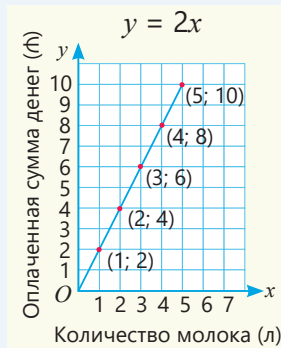


Сумма противоположных чисел равна 0:

$$a + (-a) = 0$$

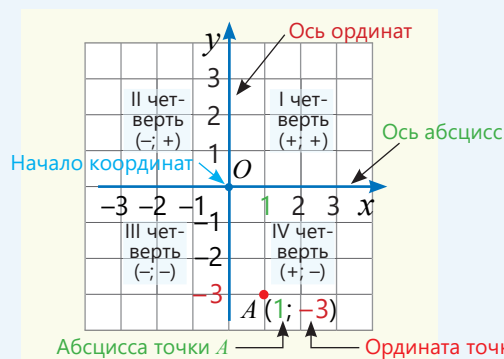
Прямая пропорциональная зависимость –

зависимость между двумя величинами (x и y), которая выражается формулой $y = kx$ ($k \neq 0$). Точки, соответствующие прямо пропорциональной зависимости, находятся на прямой, проходящей через начало координат.



Прямо пропорциональные величины – при увеличении (уменьшении) одной из величин в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Прямоугольная система координат – система, образованная взаимно перпендикулярными осями координат. Местоположение точки определяется парой координат (x ; y). Определенная таким образом система координат называется *декартовой системой координат*.



Расстояние между двумя точками – равно модулю разности координат этих точек.



$$|-2 - (-6)| = |-2 + 6| = |4| = 4 \text{ или}$$

$$|-6 - (-2)| = |-6 + 2| = |-4| = 4$$

Составное число – натуральное число, у которого больше двух делителей. Например, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, ...

1 не является ни простым, ни составным числом.

Степень числа – произведение n множителей, каждый из которых равен a .

Любое число в 1-й степени равно самому числу.

$$a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

показатель степени

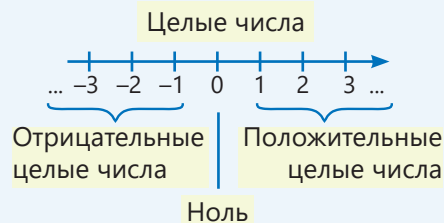
множитель a повторяется n раз

основание степени

$$a^1 = a$$

$$a^n \neq a \cdot n \quad (n \neq 1)$$

Целые числа – положительные числа, отрицательные числа и ноль.



Эквивалентные (равные) отношения – если оба члена отношения умножить или разделить на одно и то же число, большее нуля, то получится эквивалентное отношение.

$$1 : 2 = 2 : 4 \xrightarrow{\times 2} 2 : 4 = 1 : 2 \text{ или } \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \xrightarrow{:2} \frac{2}{4} = \frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2}$$

ОТВЕТЫ

1-й раздел

- стр.8 **10.** 5 команд, 6 учеников
11. 30 м
- стр.11 **8.** г) 3 е) 2 з) 1
10. 0,506 км, 1,6 га
11. 81; 120
12. 48; 192
- стр.15 **12.** Нет
14. 7 тарелок, 13 печений
15. 5 карандашей, 2 точки
16. 5 лет
- стр.17 **1.** а) 6 в) 4 е) 15 з) 26
4. а) 5 б) 18 в) 14 г) 15
д) 16 е) 26
5. а) 5 б) 60
- стр.19 **12.** 30 кг
13. 7 классов, 13 мальчиков, 17 девочек
14. 6 букетов, 4 лилии, 5 нарциссов, 6 роз
- стр.21 **5.** а) 240 б) 510 в) 1560
- стр.22 **10.** а) 55 б) 70 в) 72
11. а) 96 б) 81
12. а) 4 б) 8 в) 2 г) 2
- стр.23 **13.** а) 8 б) 200 в) 360 г) 270
16. в) $\frac{2}{5}$ г) $\frac{1}{24}$
- стр.24 **17.** 12
18. 72
19. 100
20. 68
21. 360 см, 3; 2
22. 72; 29
- стр.26 **3.** а) 5 б) 6 в) 7
4. д) 71 е) 17 ж) 4
7. а) 1;5; 11; 55. Всего 4 делителя
8. а) $a = 4, b = 5$
в) $a = 3, b = 5, c = 1$
- стр.27 **17.** а) 2160
18. в) 53
19. 2; 2; 3
20. 6 мин.
22. 58

2-й раздел

- стр.30 **6.** а) 3 б) 6 в) 5,4 г) 9
7. а) 75 м б) 90 ман. в) 48 кг
9. а) 120 км б) 5,55 ман.
10. 24 см, 8 см, $\frac{1}{2}$ часть

- стр.32 **3.** а) 12 : 25 б) 25 : 13
4. а) 3 : 5 г) 10 : 3
- стр.34 **13.** а) 3 б) 5 в) 2
15. а) 8 : 7 б) 5 : 4 в) 24 : 7
16. а) 24 г, 114 г
б) 75 г, 95 г
- стр.36 **2.** а) 7 : 200 б) 14 : 1 в) 7 : 3
4. а) 3 : 7; 7 : 10 б) 1:3; 3 : 4
в) 1 : 2; 4 : 1
- стр.37 **5.** а) 8 км/ч
б) 32 км в) 2 ч
6. а) 10 км б) 2 литра
в) 160 км
7. а) 2 стр. б) 0,5 с
9. а) 12 л б) 480 л
10. а) $4,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ б) $0,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
в) $2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
- стр.38 **13.** Брассом
14. а) Сок С б) Сок В
15. в Измире
16. 10 л; 4-й;
2 : 3 : 5
- стр.40 **5.** а) 10 кг, 10 кг, 25 кг
в) 5; 10; 20
г) 40 л, 60 л, 80 л
- стр.41 **6.** 40°; 140°
7. а) 6 т цемента, 9 т песка, 12 т гравия б) 18 т
8. а) 16 б) 18; 24
9. 45 га, 25 га
10. 1-й 12; 2-й 6; 3-й 10
11. 24 см
12. 78 см
13. 240 гусей, 480 уток,
600 куриц
14. 8,40 л
- стр.44 **7.** а) 14 в) 6 ж) 1,5 з) 2
- стр.45 **11.** а) 10; 2,5 или 0,4
г) 18; 4,5 или 2
12. а) 4,5 см б) 8 в) 12
13. а) 360 л б) 840 л
14. а) 30 б) 2
15. а) 3 : 2 б) 800 г в) 5 кг
16. 6
- стр.47 **1.** а) 9 м б) 8 м в) 15 м
3. а) 8 см б) 3 см
4. б) 20 см в) 4 см
5. а) 1 : 5 000 б) 1 : 2 000 000

- стр.48 **6.** а) 6 м б) 10 см
7. а) 60 м б) 2,5 см
8. 2,4 см
10. 50 см; Лалы
11. 2 см
12. 1 : 400; 16 м;
400 : 1; 160 000 : 1
- стр.50 **5.** а) 39 г б) 12
в) 2 часа 20 минут
- стр.51 **7.** б) $k = 0,2$ в) $m = 0,2S$
г) 3 кг, 4 кг, 5,6 кг
- стр.52 **12.** $y = 15x$;
в бак за 2 минуты набирается 30 литров воды, а за 6 минут – 90 литров
13. Прямая пропорциональность, 20 л, 5 часов,
 $k = 10, y = 10 x, 100 \text{ л}$
- стр.54 **5.** а) 4 кг б) 20 дней
в) 4 часа
6. возможно
7. а) 8 часов б) 12 станков
8. а) $k = 8, y = \frac{8}{x}$
б) $k = 12, y = \frac{12}{x}$
- стр.55 **9.** а) увеличится 2 раза
б) обратная пропорциональность в) $k = 2000$
г) $n = \frac{2000}{m}$
- стр.56 **11.** а) $k = 4, y = \frac{4}{x}$ б) $k = 6,$
 $y = \frac{6}{x}$ в) $k = 2, y = \frac{2}{x}$
13. а) $k = 48$ б) $y = \frac{48}{x}$
14. б) 2 в) $y = \frac{16}{x}$ г) 1 час
- стр.57 **3.** а) $\frac{3}{4}$ б) $\frac{3}{2}$ в) 1
4. а) 1,6 г) 17 д) 12
5. а) 5 : 8 б) 8
6. 6 см, 8 см, 10 см
7. 48 см²
8. а) 60 см б) 22 см
9. а) 1 : 2 000 000 кг б) 5 см
10. а) 150, 1,5 кг б) 100, 200 г
- стр.58 **11.** 60 яблонь, 30 вишневых деревьев, 2 : 1
12. а) 16 мин. б) 4
13. 4
14. Нет
15. а) 10 дней б) 80 человек
16. б) $k = \frac{3}{2}, y = \frac{3}{2} x$

- стр.60 1. в) 80% г) 125%
2. а) 25% б) 20% в) 90% г) 150%
3. а) 25% б) 400%
4. б) 14% в) 45% г) 150% д) 62,5%
- стр.61 5. в) 30 г) 400 и) 4%
6. 68%
7. а) 75%
8. а) 20% б) 30% в) 70%
- стр.62 9. а) 20% б) 75%
10. а) 16% б) 12,5%
11. 32%
- стр.64 2. а) 20% б) 30% в) 25% г) 20%
3. В магазине А (12%)
- стр.65 4. а) 1000 ₺ б) 1500 ₺ в) 3000 ₺ г) 4000 ₺. Через 10 лет
- стр.66 6. а) 300 ₺ б) 500 ₺ в) 2000 ₺
7. Уменьшилась на 4%
8. 2500 ₺, 8%, 3700 ₺
- стр.68 2. а) 1 : 12 б) 40 : 3 в) 4 : 25 г) 14 : 5
4. а) 34 б) 12 д) 3
5. 39 см
6. в) 144 м² г) 9,6 см
7. а) 3 км б) 3 см
8. а) 24 м б) 28 ₺ в) 50 кг г) 40 литров
9. а) 75% б) 25%
10. а) 9 кг б) 2
11. 120 г
- стр.69 12. а) 12 км б) 20 мин.
в) $k = \frac{2}{5}$, $s = \frac{2}{5}t$
13. а) 10 рейсов б) 15 т
14. а) 10 рейсов б) 6 т
в) $y = \frac{120}{x}$
15. 50%
16. а) 25% б) 96 ₺
17. б) уменьшилось на 8%
18. б) 18 см
19. 7 и 8
- стр.70 20. а) 20% б) 300%
21. а) 2 кг, 4 кг б) 50% в) 500%
22. а) 1 : 3 б) 60 в) 60%

3-й раздел

- стр.72 3. в) 0 е) 16
8. 100 м вверх
9. 3800 м
- стр.74 5. А (-9), В (-5), С (-2),
D (-1), Е (3), F (6)
7. С (3), К (-4)
- стр.78 9. а) -1 б) 0 в) -11 г) -2 и 3
11. Эльхан, -9
- стр.83 6. а) -15 б) -21 д) -3
- стр.84 9. а) -6 б) 7 в) 8 г) 0
- стр.85 13. Джульфа, 2°C
14. 300 м, 10 м
- стр.86 1. а) -2 б) -8 в) 4 г) 9
- стр.88 11. -3; 5; 8 км
12. Уменьшилась на 8°C
- стр.89 2. а) -1 б) -18 в) 39
8. а) 2 б) 15 в) 5 г) 9
9. в) -21 г) -50
- стр.90 12. 77 лет
13. Балакен, 2-й, 7°C
- стр.93 9. а) 12 б) -15
11. а) -6 б) 49 д) 48 е) -90
- стр.94 12. а) 5 б) -9
14. -5°C, в 2:00
- стр.96 3. а) -343 б) 16 в) 1 г) -1
4. а) -32 б) 81 г) -125 д) 196
5. а) -8
7. б) -10 в) 256
- стр.97 8. а) 0 б) -4 в) -90 д) 4 е) 1
ж) 9 з) -7
9. а) -48 в) -22 г) -16
- стр.98 12. а) 27 б) 8 в) 196 г) -1
13. а) -4; -36; 20
16. -2
18. F (-8)
- стр.100 6. а) -15 б) -10 в) -28 г) 0
д) 6 е) -2 ж) 11 з) -8
8. б) 29 в) -71 г) 5 е) -16
- стр.101 11. а) -7 б) 0 в) -90
12. а) -3 б) 35 в) -1
- стр.102 16. Айнур, на 4 единицы меньше
17. -28; -2; 26

4-й раздел

- стр.104 4. а) 2; 10 б) 5; 2
6. (5; 4), (5; 0), 1400 м
- стр.107 4. б) РОМБ в) С и Н,
В и М г) А и В, D и E
6. в) (0; 1), (2; 0)
- стр.108 7. а) К (1; 3) б) К (-3; -2)
8. б) параллелограмм
в) прямоугольный треугольник
- стр.110 2. а) 4 б) 3 в) 2 г) 6 д) 8
3. а) 6 или -2
5. а) 8 б) 4 в) 7 г) 11
- стр.111 7. а) 6 б) 3 в) 7 г) 3
8. а) 7; 6 б) 8; 14 в) 15; 21; 24
9. а) AB = 4, BC = 5, S = 20
в) DE = 6, EF = 5, S = 15
- стр.112 10. а) 18; 20 б) 20; 21
11. б) 9 в) 5 г) 8
13. 500 км
14. (-5; 1), (-5; 4),
периметр 12; площадь 9
- стр.115 6. а) симметрия относительно оси x б) перемещение на 4 единицы вниз
- стр.118 4. б) (2; 0), (4; 0)
в) (-2; 0), (1; 0), (0; 1)
7. а) (1; -2), (1; 4),
периметр 18, площадь 18
- Обобщающие задания за первое полугодие**
- стр.121 1. д) 5 е) 360
2. а) 12 б) 12
4. б) -5 г) 18
6. в) 30 г) 18
12. а) 5 : 2 г) 1 : 2
- стр.122 15. а) 15 кг в) 14
16. 225 см
19. 90 км
20. б) 96 м, 128 м, 176 м
- стр.123 31. а) 32 б) 49
32. 6
33. 1; 10
34. Нет
36. 18 га, 10 га, 4 га
37. 420 килокалорий
- стр.124 38. 50%
44. 15; 2

BURAXILIŞ MƏLUMATI

*Ümumi təhsil müəssisələrinin 6-cı sinifləri üçün
riyaziyyat fənni üzrə*

***Dərslik
rus dilində
(1-ci hissə)***

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər	Zaur İsayev Məhəmməd Kərimov Günay Hüseynzadə Aqşin Abdullayev
Redaktor	Ayhan Kürşat Erbaş
Tərcüməçi	İradə Şıxəliyeva
Tərcümə redaktoru	Naidə İsayeva, Sahib Abdurahimov
Dil redaktoru	Aygün Əliyeva
Bədii redaktor	Eldəniz Xocayev
Texniki redaktor	Zeynal İsayev
Dizayner	Eldəniz Xocayev
Üz qabığı	Taleh Məlikov
Rəssam	Fərid Quliyev, Elmir Məmmədov
Korrektor	Olqa Kotova
Rəyçilər	Rəxşəndə Məmmədova
Məsləhətçi qurum	“Kavendiş” Nəşriyyat Evi

© Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin qrif nömrəsi: 2 025-017

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri
və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq,
elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

ISBN 978-9952-550-13-9

Hesab-nəşriyyat həcmi: 14,5. Fiziki çap vərəqi: 16.
Səhifə sayı: 128. Kəsimdən sonra: 220 × 275. Kağız formatı: 57 × 90 ¹/₈.
Şriftin adı və ölçüsü: Segoe UI, 12 pt. Ofset kağızı. Ofset çapı.
Sifariş _____. Tiraj: 18000. Pulsuz. Bakı – 2025.

Əlyazmanın yığma verildiyi və çapa imzalandığı tarix:

Çap məhsulunu hazırlayan:
Azərbaycan Respublikasının Təhsil İnstitutu (Bakı ş. A.Cəlilov küç., 86).

Pulsuz



Əziz məktəbli !

Bu dərslik sizə Azərbaycan dövləti tərəfindən bir dərs ilində istifadə üçün verilir. O, dərs ili müddətində nəzərdə tutulmuş bilikləri qazanmaq üçün sizə etibarlı dost və yardımçı olacaq.

İnanırıq ki, siz də bu dərsliyə məhəbbətlə yanaşacaq, onu zədələnməldən qoruyacaq, təmiz və səliqəli saxlayacaqsınız ki, növbəti dərs ilində digər məktəbli yoldaşınız ondan sizin kimi rahat istifadə edə bilsin.

Sizə təhsildə uğurlar arzulayırıq!

