



RİYAZİYYAT

METODİK VƏSAİT

7

Günay Hüseynzadə

Sevda İsmayılova

Zaur İsayev

Məhəmməd Kərimov

Aqşin Abdullayev

RİYAZİYYAT

7

Ümumi təhsil müəssisələrinin 7-ci sinifləri
üçün riyaziyyat fənni üzrə

METODİK VƏSAİT

©Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0International (CC BY-NC-SA 4.0)

Bu nəşr Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International lisenziyası (CC BY-NC-SA 4.0) ilə www.trims.edu.az saytında əlçatandır. Bu nəşrin məzmunundan istifadə edərkən sözügedən lisenziyanın şərtlərini qəbul etmiş olursunuz:

İstinad zamanı nəşrin müəllif(lər)inin adı göstərilməlidir. 

Nəşrdən kommersiya məqsədilə istifadə qadağandır. 

Törəmə nəşrlər orijinal nəşrin lisenziya şərtlərilə yayılmalıdır. 

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi trm@arti.edu.az və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur.
Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!

MÜNDƏRİCAT

Dərslik komplekti haqqında	3
Dərsləyin quruluşu və təlim konsepsiyası	4
Məsələ həlli dərslərinin təşkili	6
Riyaziyyat fənn kurikulumu	8
7-ci sinif riyaziyyat fənni üzrə məzmun standartları	9
Məzmun standartlarının reallaşdırılması cədvəli	11
İllik planlaşdırma	18
1-ci BÖLMƏ. RASİONAL ƏDƏDLƏR	21
2-ci BÖLMƏ. NATURAL ÜSTLÜ QÜVVƏT VƏ ONUN XASSƏLƏRİ	52
3-cü BÖLMƏ. BİRHƏDLİLƏR VƏ ÇOXHƏDLİLƏR	69
4-cü BÖLMƏ. MÜXTƏSƏR VURMA DÜSTURLARI	93
5-ci BÖLMƏ. DÖRDBUCAQLILAR	116
6-cı BÖLMƏ. FUNKSİYA	141
7-ci BÖLMƏ. ÇEVİRƏ, DAİRƏ VƏ KÜRƏ	155
8-ci BÖLMƏ. XƏTTİ TƏNLİK. TƏNLİKLƏR SİSTEMİ. BƏRABƏRSİZLİKLƏR	175
9-cu BÖLMƏ. DÖNMƏ VƏ SİMMETRİYA. QURMA MƏSƏLƏLƏRİ	207
10-cu BÖLMƏ. STATİSTİKA VƏ EHTİMAL	223

GİRİŞ

1

DƏRSLİK KOMPLEKTİ HAQQINDA

7-ci sinif üzrə riyaziyyat dərslik komplektinə aşağıdakı komponentlər daxildir:

- Dərslik
- Metodik vəsait
- İş dəftəri

Dərslikdə bilavasitə şagird üçün nəzərdə tutulan və kurikulumda təsbit olunmuş müvafiq məzmun standartlarını reallaşdıran tədris materialları əks olunur.

Dərslik ikihissəli olub ümumilikdə 10 bölmədən ibarətdir. Uyğun bölmələrin ümumi titul səhifəsi var və hər bir bölmə ümumiləşdirici dərslər üçün nəzərdə tutulmuş tapşırıqlarla bitir. Bölməyə daxil olan hər mövzu yeni səhifədən başlayır. Hər bir dərslə aid olan sual və tapşırıqlar nömrələnmişdir.



Müəllimlər üçün nəzərdə tutulan *metodik vəsait* ümumi (giriş) hissədən və dərslərin şərhindən ibarətdir. Ümumi hissədə dərslərin məzmun-struktur və metodoloji konsepsiyası əks olunur. Bunlar aşağıdakılardır:

- VII sinifdə riyazi təhsilin əsas prinsipləri.
- Riyaziyyat təliminin fəaliyyət xətləri üzrə təşkili.
- Məsələ həlli dərslərinin təşkili.
- İllik planlaşdırma.
- Məzmun standartlarının bölmə və mövzular üzrə reallaşma cədvəli.
- Ümumiləşdirici dərslərin təşkili.

Hər bir bölmənin girişində uyğun tədris materiallarının icmal və dərslər komponentləri üzrə bölmənin məzmun xəritəsi (bölmə, dərslər, standart, səhifə və s.) verilir.

Hər bir dərslərin şərhində aşağıdakılar öz əksini tapır:

- Standartlar üzrə təlim nəticəsi.
- Dərslər üçün lazım olan resurslar (əyani vəsaitlər və elektron mənbələr).
- Motivasiya üzrə tövsiyələr (mövzuya yönəltmə).
- Təlim texnologiyası üzrə tövsiyələr.
- Təlim prosesində, adətən, şagirdlərin çətinlik çəkdiyi məqamları aradan qaldırmaq istiqamətində tövsiyələr.
- Misal və məsələlərin həlli üzrə tövsiyələr.
- Diferensial təlim üzrə tövsiyələr.
- Məsələ həlli dərslərinin təşkili üzrə tövsiyələr.
- Formativ qiymətləndirmə meyarları və vasitələri.
- Bölmə üzrə ümumiləşdirici dərslərin təşkili.

İş dəftəri. Dərslikdə verilmiş məzmunun şagirdlər tərəfindən daha dərinlən mənimsənilməsi üçün misal və məsələləri ehtiva edir. Qazanılmış bilik və bacarıqların tətbiqləndirilməsi, praktik vərdişlərin formalaşdırılması üçün iş dəftəri xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Şagirdin iş dəftərindəki fəaliyyətinə əsasən formativ qiymətləndirmə, təlim prosesinin monitorinqi və şagird nailiyyətlərinə nəzarət həyata keçirilə bilər.



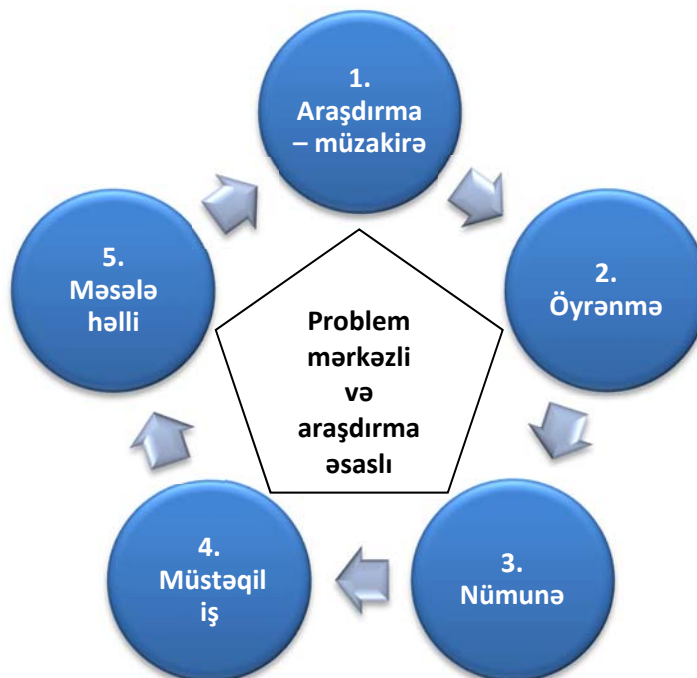
Mövzuların təlim modeli “Öyrən” → “Möhkəmləndir” → “Tətbiq et” modelinə əsaslanır.

Öyrən – bilik və bacarıqların mənimsədilməsidir.

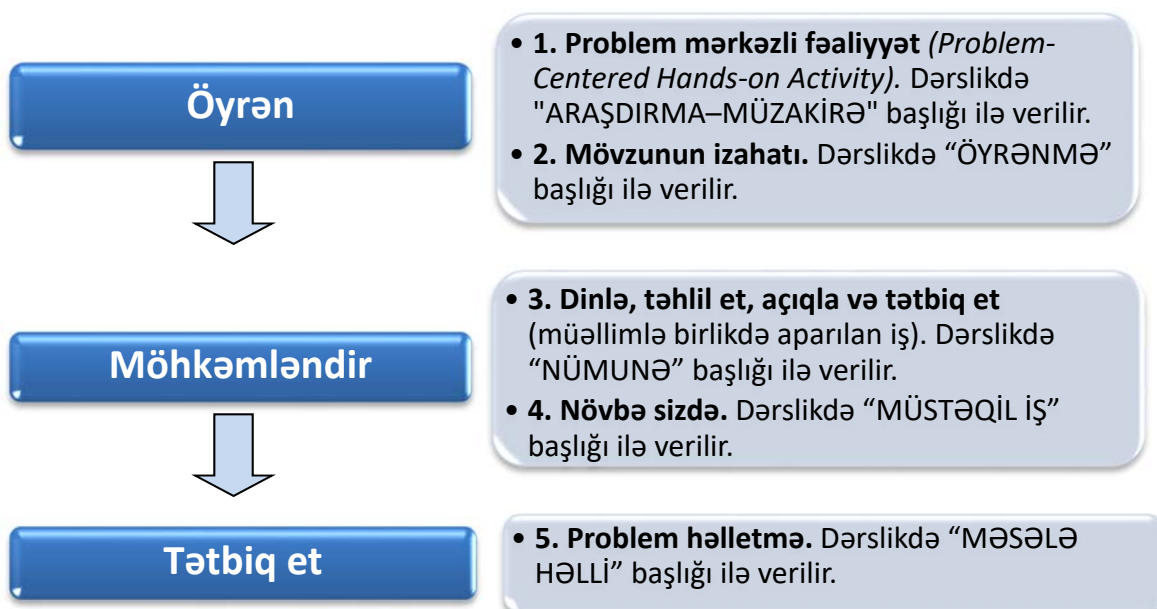
Möhkəmləndir – qazanılmış yeni bilik və bacarıqların praktik tapşırıq, çalışmalar, layihələr və başqa üsullarla təkmilləşdirilməsidir.

Tətbiq et – öyrənilən bilik və bacarıqların getdikcə mürəkkəbləşən məsələ həllinə və riyazi modelləşdirməyə tətbiq olunmasıdır.

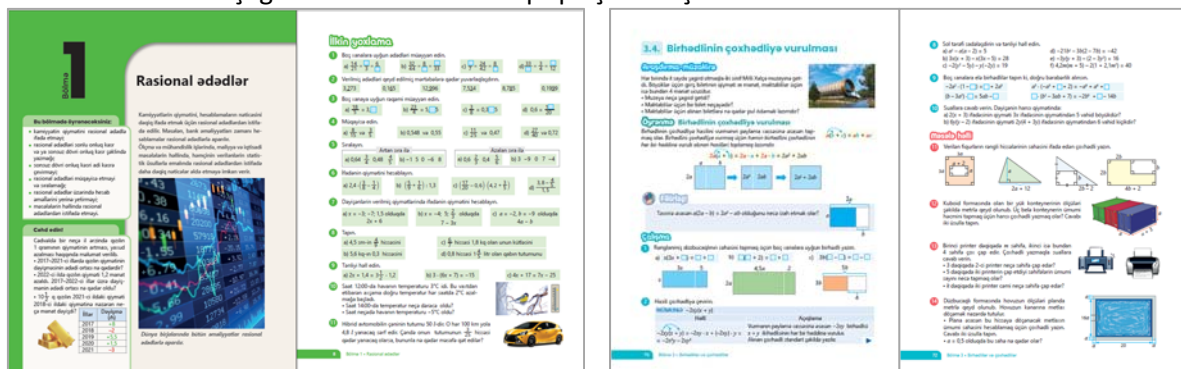
Hər bir mövzu beşmərhələli təlim tsikli əsasında tədris edilir. Mövzu araşdırma-müzakirə xarakterli məsələ həlli ilə başlayıb öyrənilən yeni biliklərin məsələ həllinə tətbiqi ilə bitir.



Təlim modeli ilə mövzulardakı rubrikaların uyğunluğu:



Təlim materialları aşağıdakı rubrikalar üzrə qruplaşdırılmışdır:



Dərslikdə təqdim olunan təlim bloklarının funksiyaları dərsliyin “Kitabınızla tanış olun” hissəsində izah edilmişdir.

Bölmənin ilk səhifəsi. Bölmələrin giriş hissəsində öyrədiləcək mövzularla və onların tətbiqi ilə bağlı ilkin təsəvvürlər verilir. Bu səhifədə “Bu bölmədə öyrənəcəksiniz” başlığı altında öyrədiləcək bilik və bacarıqlar təqdim olunur. “Cəhd edin!” başlığı altında təqdim olunan məsələ bölmədə öyrədilən bacarıqların əhəmiyyətini şagirdlərə izah etmək üçün nəzərdə tutulur. Bu məsələni həll etmək vacib olmasa da, məsələnin həll strategiyası və tələb olunan biliklər barədə müzakirə təşkil etmək olar. Bölmənin sonunda “İlkin problemin həlli” başlığı ilə bu məsələnin həlli verilir.

İlkin yoxlama. Bölmədə öyrədiləcək materiallarla bağlı şagirdlərin aşağı siniflərdən öyrəndikləri bilik və bacarıqların təkrarı üçün nəzərdə tutulur və diaqnostik qiymətləndirmə məqsədilə istifadə oluna bilər.

Araşdırma-müzakirə. Hər bir mövzunun öyrənilməsi əhəmiyyətli riyazi fikirləri formalaşdırmağa imkan verən, məsələ həlli bacarıqlarının təkmilləşdirilməsinə yardım edən fəaliyyətlə başlanır. Bu fəaliyyət şagirdləri konkret, yaxud təsviri modeldən istifadə etməklə və dərsdə daha fəal iştiraka həvəsləndirməklə həyata keçirilir. Fəaliyyətdə şagirdlər qrup şəklində də iştirak edə bilərlər. Bununla əlaqədar olaraq müəllim üçün metodik vəsaitdə problem mərkəzli fəaliyyətin sinifdə necə həyata keçirilməsi, dərkətmənin inkişafı üçün şagirdlərə düzgün istiqamətdə fikirləşmə və əlaqələndirmə apara bilmələri üçün hansı sual və göstərişlərdən (ipucundan) istifadə etməsi, fəaliyyətin nəticələrinin bölüşülməsinə və ümumiləşdirilməsinə dair qısa tövsiyələr və başqa şərhlər veriləcəkdir.

Öyrənmə. Yeni bilik və məlumatların izahıdır. Problem mərkəzli fəaliyyətdən sonra müvafiq mövzunun izahı zamanı “konkret-təsviri-müərrəd” yanaşmasına uyğun konkret və təsviri modellərdən istifadə edilir. Bir mövzuda bir neçə öyrənmə materialı ola bilər. Hər öyrənmə materialından sonra nümunəli tapşırıq verilir.

Şagirdlərin fəaliyyəti zamanı onların daha çox hansı səhvlərə yol verdikləri araşdırılır və onları aradan qaldırmaq üçün lazımi göstərişlər və şərhlər verilir. Bu prosesdə dərslikdə və iş dəftərində mövzu ilə bağlı əhəmiyyətli məqamlara, əsas məlumatlara, şagirdlərin düzgün düşünmə tərzlərinə, tez-tez verilən səhvlərə və ya anlaşılmazlıqlara diqqət çəkmək üçün xüsusi tövsiyələr verilir.

Yeni anlayışların öyrənilməsi prosesində “konkret-təsviri-müərrəd” yanaşmasına əsasən şagirdlərin eyni anlayışa uyğun bir neçə modeli təcrübədən keçirmələrinə imkan yaradılmalıdır. Digər tərəfdən “scaffolding” (taxtabənd) strategiyası ilə tədris prosesini şagirdlərin fərdi ehtiyaclarına uyğunlaşdırmaq nəzərdə tutulur. Başqa sözlə, məqsəd şagirdləri tədricən daha yaxşı anlamağa yönəltmək və nəticədə onların dərs prosesində daha müstəqil olmalarını təmin etməkdir.

Nümunə. Fəaliyyət, yaxud mövzu izahının əsasını təşkil edən riyazi bilik və bacarıqları müərrədləşdirən nümunə və uyğun tapşırıqlara yer verilir. Şagirddən bunları əvvəlcə təhlil etməsi (və ya müəllimin açıqlamasına qulaq asması), daha sonra isə onu izah etməsi gözlənilir. Ardınca şagirdlərin öyrəndiklərini tətbiq etmələri üçün bənzər tapşırıqlar nəzərdə tutulur.

Diqqət. Mövzu ilə bağlı mühüm bilik və ya bacarıqlar.

Yadda saxla. Xüsusi əhəmiyyət daşıyan riyazi qaydalar.

Riyaziyyat tarixindən. Mövzuya aid riyaziyyat tarixindən maraqlı faktlar.

Çalışma. Nümunə üçün verilmiş tapşırığın həllini nəzərdən keçirərək şagirdlərin onu sərbəst şəkildə həll edə biləcəklərini və qazanılması nəzərdə tutulan müvafiq bilik və bacarıqları qüvvətləndirəcək az sayda tapşırıqlar verilir. Bu həmçinin müəllimə formativ qiymətləndirmə aparmağa da yardım edəcəkdir. Metodik vəsaitdə diferensial təlim üçün nəzərdə tutulan tapşırıqlar üzrə tövsiyələr əks olunur. Belə ki, sərbəst iş zamanı zəif nəticə göstərən şagirdlərə təkrar izah, yaxud yüksək nəticə göstərən şagirdlər üçün veriləcək əlavə fəaliyyət, çalışma və tapşırıqlara dair materiallar verilir.

Məsələ həlli. Hər bir mövzu üçün bir neçə məsələ həll etmək nəzərdə tutulur. Problem həlletmə bacarıqları qoyulan problemin mərhələlərlə həll edilməsi şəklində formalaşdırılır.

7-ci sinifdə dərsliyə əlavə edilən yeni bloklar və onların funksiyaları ilə bağlı şagirdlərə məlumat verilməsi vacibdir.

Səhvi düzəlt! Mövzuda yeni öyrədilən materialla əlaqəli şagirdlərin daha çox yol verdikləri səhvləri və onlarda yarana bilən yanlış təsəvvürləri aradan qaldırmaq üçün nəzərdə tutulur. Bu tapşırıqlarda yol verilən səhvlər şagirdlər tərəfindən əvvəlcə fərdi müəyyən olunur, sonra isə bütün siniflə müzakirə edilir.

Riyazi kaleydoskop. Hər bölmənin sonunda dərinləşdirilmiş və qeyri-standart məsələlər təqdim olunur. Bu tapşırıqlar, əsasən, riyazi məntiqə əsaslanan sadə üsulla həll edilir. Belə tapşırıqlar şagirdlərin riyaziyyata marağının artmasına xidmət edir, şagirdlərdə daha geniş, integrativ və sistemli düşünmə bacarıqlarının inkişafına zəmin yaradır. Bu tip tapşırıqlar həm də onların müşahidə və analiz qabiliyyətini gücləndirir, riyazi bilikləri yaradıcı şəkildə tətbiq etməyə təşviq edir.

3

MƏSƏLƏ HƏLLİ DƏRSLƏRİNİN TƏŞKİLİ

Məsələ həlli riyaziyyat təliminin ayrılmaz hissəsidir. Şagirdlər daim həlli aşkar görünməyən və adi riyazi prosedurların tətbiqini deyil, daha çox riyazi təfəkkür və yaradıcılıq tələb edən məsələ həlli ilə məşğul olmalıdırlar. *Riyaziyyat Müəllimlərinin Milli Şurası (National Council of Teachers of Mathematics) tərəfindən təsdiq olunmuş standartlarda qeyd edilir: "Məsələ həlli – riyazi təhsilin əsas məqsədi olmaqla yanaşı, həm də bunun üçün əsas vasitədir. Şagirdlər üçün daha çox məsələ qurmaq və onları həll etmək, özü də daha çox say tələb edən mürəkkəb məsələləri həll etmək imkanları yaratmaq lazımdır" (NCTM, Principles and Standards for School Mathematics, p.52, 2000).*

Şagirdlərin məsələ həlli zamanı yol verdikləri səhvləri təhlil edən Avstraliya təhsil tədqiqatçısı Anne Nyuman (Anne Newman) bu səhvləri 5 mərhələyə ayırmışdır:

Səhvin xarakteri	Şərhi	Aradan qaldırmaq üçün şagirdə verilən tövsiyələr
Oxuma	Termin və riyazi simvollar düzgün oxunmur.	Sualı təkrar oxu
Anlama	Məsələ tam dərk olunmur.	Məsələdə sizdən nəyi tapmaq tələb olunur?
Çevirmələr	Çevirmələr düzgün yerinə yetirilmir.	Məsələni necə həll etməyi düşünürsünüz?
Riyazi prosedur və faktlar	Riyazi hesablamalarda səhvə yol verilir.	Cavabı necə hesablayardınız?
Kodlaşdırma	Həll tapılsa da, məsələnin cavabı düzgün göstərilir.	Təkrar həll edib cavabı altından yaz.

Newman, M. A. (1977). *An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks*. Victorian Institute for Educational Research Bulletin, 39, 31-43.

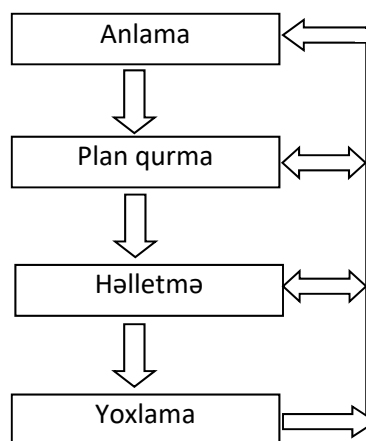
Newman, M. A. (1983). *Strategies for diagnosis and remediation*. Sydney: Harcourt, Brace Jovanovich.

Məşhur riyaziyyatçı, elmin təbliğatçısı və riyazi təhsilin araşdırıcısı Corc Polyanın (George Pólya, "How to Solve It", 2nd ed., Princeton University Press, 1957) nəzəriyyəsinə əsasən, məsələ həlli 4 fazadan keçir:

1. Məsələni başa düşmək (anlama).

Çox vaxt müəllimlər bu mərhələyə ciddi fikir vermədiklərindən şagirdlər hətta sadə məsələləri də həll etməkdə çətinlik çəkirlər. Bu çətinliyi tədricən aradan qaldırmaq məqsədilə şagirdlərə müxtəlif suallar vermək olar:

- Məsələnin şərtindəki bütün sözlərin mənası aydındır mı?
- Sizdən nəyi tapmaq və ya göstərmək tələb olunur?
- Məsələnin şərtini öz sözlərinizlə necə söyləyə bilərsiniz?
- Məsələnin şərtini necə təsəvvür edirsiniz?
- Məsələni daha yaxşı başa düşmək üçün onu şəkil, yaxud sxemlə necə təsvir etmək olar?



Məsələnin şərtini daha yaxşı başa düşmək üçün qısa yazılış forması, cədvəl, sxem, şəkil və digər təsvirlərdən də istifadə etmək olar.

2. Məsələni həll etmək üçün plan qurmaq.

Bir məsələni həll etmək üçün müxtəlif üsullardan istifadə etmək olar. Düzgün üsulu seçmək bacarıqlarını formalaşdırmağın ən yaxşı yolu daha çox məsələ həll etməkdir. Təcrübə qazandıqca şagirdlər məsələ həllinin daha asan strategiyasını seçə biləcəklər. Ümumi məsələ həlli strategiyaları (Alfred S. Posamentier & Stephen Krulik, "Problem Solving Strategies in Mathematics", Corwin, 2009) aşağıdakılardır:

- Təxmin etmə və yoxlama (*guess and check*) – bu strategiya cavabı təxmin edib yoxlamağı və həlli təkmilləşdirməyi nəzərdə tutur.
- Praktiki fəaliyyət (*Act It Out*) – vəsaitlərdən istifadə etməklə praktiki fəaliyyət.
- Şəkil çəkmə (*Draw*) – şəkil və diaqramlar çəkmək.
- Siyahı tərtib etmək və cədvəl qurmaq (*Make a List and table*).
- Məntiqi düşünmə (*Think*) – əvvəlki biliklərdən istifadə etməklə məntiqi düşünmə.

3. Məsələni həll etmək.

Bu mərhələ plan qurma ilə müqayisədə daha sadədir. Şagirdlərə izah etmək lazımdır ki, əgər seçdiyiniz həll üsulu kömək etmirsə, onu dəyişmək lazımdır. Bundan çəkinmək lazım deyil: ən güclü riyaziyyatçılar da məsələnin həlli alınmayanda həll üsulunu dəyişmək məcburiyyətində qalırlar.

4. Cavabı yoxlamaq.

Yoxlama mərhələsi şagirdlərə çox fayda verə bilər. Məsələ həllini müzakirə edərkən səhvlər aydınlaşdırılır və bu tipli məsələlərin həllində hansı üsullardan istifadə etməyin daha səmərəli olduğu müəyyənləşdirilir.

Ümumiyyətlə, "məsələ həll etmək" və "məsələ həllinin tədrisi" anlayışlarını fərqləndirmək çox vacibdir. Bu baxımdan tədris prosesində hər bir məsələ həllinin 4 fazalı idrak prosesinə (anlama – plan qurma – həll etmə – yoxlama) üçmərhələli şagird fəaliyyəti kimi yanaşılması tövsiyə olunur. Mason, Burton və Stacey'ə (2010) görə (Mason J., Burton L., & Stacey K. "Thinking Mathematically", 2nd. ed., New York, Pearson, 2010), məsələ həllinin tədrisi üç mərhələdə reallaşdırılır: *cəlbətmə, aqli hücum və müzakirə*.

1. Cəlbətmə mərhələsi məsələnin həllinə zəmin yaratdığı üçün buna kifayət qədər vaxt ayırmaq lazımdır. Bu mərhələdə şagirdlərin məsələdə nəyi tapmaq lazım olduğunu anladıqlarına və şərti tam olaraq başa düşdüklerine əmin olmaq lazımdır. Bunun üçün müəllim şagirdləri aşağıdakı suallar ətrafında düşünməyə istiqamətləndirir:

- Nəyi bilirəm?
- Nə etmək istəyirəm?
- Nə edə bilərəm?

Məsələnin şərtini daha yaxşı başa düşmək üçün qısa yazılış forması, cədvəl, sxem, şəkil və digər təsvirlərdən də istifadə etmək olar. Adətən, bu mərhələ şagirdlərin daha fəal iştirakı ilə keçir. Onlar məsələni anlamaq və daha asan həll etmək üçün məsələni müxtəlif üsullarla modelləşdirirlər. Bu, rollu oyun, müxtəlif ssenari əsasında qurulmuş səhnəcik, yaxud praktiki fəaliyyət ola bilər.

2. Məsələnin həlli (aqli hücum) – plan qurmağa və həll etməyə xidmət edir. Müəllim şagirdlərin düzgün strategiya seçmələrinə nəzarət edir. O, məsələni müxtəlif üsullarla həll etmək üçün şagirdlərə şərait yaradır və fərqli düşünən şagirdləri daha da həvəsləndirir. Bunun üçün onlara müxtəlif manipulyativlərdən (birləşən kublar, say çöpləri, müxtəlif konstruktorlar, maqnit dairələr, onluq kublar, onluq çərçivələr və s.) sərbəst istifadə etməyə imkan yaradılır.

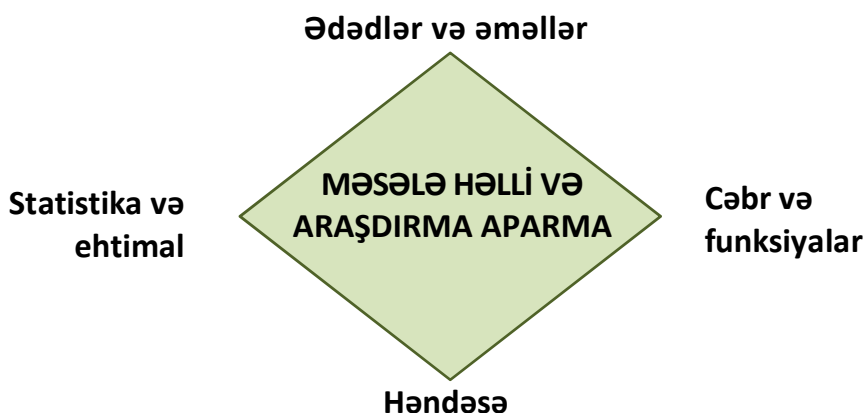
3. Müzakirə – yoxlamaya və ümumiləşdirməyə xidmət edir. Bu mərhələdə:

- Həllin düzgünlüyü yoxlanılır.
- Əsas ideyalar (*key ideas*) və həll prosesinin mühüm mərhələləri müzakirə edilir (reflektiv təfəkkür).
- Məsələ və onun həlli ümumiləşdirilir.

Metodik vəsaitdə nisbətən mürəkkəb məsələlərin həllinin izahında *cəlbətmə* mərhələsi üzrə tövsiyələr verilib.

Ümumi təhsil pilləsinin dövlət standartları və proqramları (kurikulumları) şagirdlərdə riyazi təfəkkürün və riyazi dəyərləndirmə bacarıqlarının formalaşdırılmasına xidmət edir.

7-ci sinifdə riyaziyyat fənni təkmilləşdirilmiş fənn kurikulumuna əsasən 4 məzmun xətti üzrə tədris olunur: *ədədlər və əməllər*, *cəbr və funksiyalar*, *həndəsə*, *statistika və ehtimal*. Bütün məzmun xətlərinin əsas hədəfi şagirdlərdə məsələ həlli bacarıqlarının formalaşdırılmasıdır.



Məzmun xətləri üzrə təlimin təşkili zamanı mənimsənilən bilik və bacarıqların sadədən mürəkkəbə doğru olmaqla dərinləşdirilməsi və genişləndirilməsi nəzərdə tutulur. Bununla yanaşı, fənnin məzmununa daxil olan hər hansı bir bilik və bacarıq yalnız bu məzmun xətti çərçivəsində məhdudlaşmır, digər xətlərlə də əlaqələndirilir.

Məzmun xətti 1. ƏDƏDLƏR VƏ ƏMƏLLƏR**Standart 7-1.1. “Rasional ədəd” anlayışını başa düşür, rasional ədədləri sıralayır.**

- 7-1.1.1. Rasional ədədi iki tam ədədin nisbəti (bölən sıfırdan fərqli olmaqla) kimi izah edir.
- 7-1.1.2. Sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre və adi kəsri sonsuz dövrü onluq kəsre çevirir.
- 7-1.1.3. Ədəd oxunda rasional ədədə uyğun nöqtəni göstərir.
- 7-1.1.4. Rasional ədədləri müqayisə edir və sıralayır.
- 7-1.1.5. Ölçmənin nəticəsinin mütləq və nisbi xətasını tapır.

Standart 7-1.2. Rasional ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirir, onlardan məsələ həllində istifadə edir.

- 7-1.2.1. Rasional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.
- 7-1.2.2. Rasional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır, qüvvətin xassələrini tətbiq edir.
- 7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır.
- 7-1.2.4. Rasional ədədlər üzərində əməllərdən məsələ həllində istifadə edir.
- 7-1.2.5. Mürəkkəb faiz artımına aid sadə məsələlər həll edir.

Məzmun xətti 2. CƏBR VƏ FUNKSİYALAR**Standart 7-2.1. Çoxhədliləri tanıyır, toplayır, çıxır, vurur, sadələşdirir, qiymətini tapır.**

- 7-2.1.1. “Birhədlili” və “çoxhədlili” anlayışlarını izah edir.
- 7-2.1.2. Çoxhədlini sadələşdirir.
- 7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır.
- 7-2.1.4. Çoxhədliləri toplayır, çıxır, vurur.
- 7-2.1.5. Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq edir.
- 7-2.1.6. Çoxhədlini vuruqlarına ayırır.

Standart 7-2.2. Xətti tənliyi, xətti tənliklər sistemini araşdırır və həll edir, dəyişənin sadə bərabərsizliyi ödəyən rasional qiymətini seçmə üsulu ilə müəyyən edir.

- 7-2.2.1. Birdəyişənli xətti tənliyi araşdırır və həll edir.
- 7-2.2.2. Sadə modullu tənlikləri həll edir.
- 7-2.2.3. İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir.
- 7-2.2.4. Birdəyişənli xətti tənliklər, ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.
- 7-2.2.5. Dəyişənin sadə bərabərsizliyi ödəyən rasional qiymətlərini müəyyən edir.

Standart 7-2.3. Kəmiyyətlər arasındakı xətti asılılıqları funksiya şəklində ifadə və izah edir.

- 7-2.3.1. “Funksiya” anlayışı haqqında ilkin təsəvvürü olduğunu nümayiş etdirir.
- 7-2.3.2. “Xətti funksiya” anlayışını izah edir.
- 7-2.3.3. Xətti funksiyanın qrafikini qurur.

Məzmun xətti 3. HƏNDƏSƏ**Standart 7-3.1. Düz xətlə çevrənin, iki çevrənin qarşılıqlı vəziyyətini araşdırır, çevrədəki bucaqların xassələrini tətbiq edir.**

- 7-3.1.1. Çevrədə “toxunan” və “kəsən” anlayışını izah edir.
- 7-3.1.2. İki çevrənin qarşılıqlı vəziyyətlərini araşdırır.
- 7-3.1.3. Çevrədə bucaqların xassələrini tətbiq edir.

Standart 7-3.2. Qövsün uzunluğunu, dairə sektorunun sahəsini hesablayır.

- 7-3.2.1. Çevrə qövsünün uzunluğunu hesablayır.
- 7-3.2.2. Dairə sektorunun sahəsini hesablayır.

Standart 7-3.3. Dördbucaqlıların və üçbucaqların xassələrini izah edir.

- 7-3.3.1. Qabarıq və çökük dördbucaqlıları fərqləndirir.
- 7-3.3.2. Dördbucaqlıların daxili və xarici bucaqlarının xassələrini tətbiq edir.
- 7-3.3.3. Paraleloqramın, rombun, düzbucaqlının, kvadratın və trapesiyanın xassələrini tətbiq edir.
- 7-3.3.4. Üçbucağın və trapesiyanın orta xəttinin xassələrini izah edir.
- 7-3.3.5. Üçbucağın medianlarının və hündürlüklərin xassələrini tətbiq edir.

Standart 7-3.4. Düz xəttin tənliyini yazır, koordinat müstəvisində çəkir.

- 7-3.4.1. "Bucaq əmsalı" anlayışını izah edir, xassələrini tətbiq edir.
- 7-3.4.2. Düz xəttin tənliyini yazır, koordinat müstəvisində çəkir.

Standart 7-3.5. Hərəkətə dair məsələləri həll edir.

- 7-3.5.1. Koordinat müstəvisində "dönmə" anlayışını tətbiq edir.
- 7-3.5.2. "Nöqtəyə görə simmetriya" anlayışını izah edir, nöqtəyə nəzərən fiqura simmetrik olan fiquru çəkir.

Standart 7-3.6. Fiqurları qurur.

- 7-3.6.1. Pərgar və xətkəşin köməyi ilə parçanın orta perpendikulyarını, bucağın tən bölməni qurur.

Standart 7-3.7. Fəza fiqurlarının səthinin sahəsini və həcmi hesablayır.

- 7-3.7.1. Kürənin səthinin sahəsini hesablayır.
- 7-3.7.2. Kürənin həcmi hesablayır.

Məzmun xətti 5. STATİSTİKA VƏ EHTİMAL

Standart 7-5.1. Məlumatları toplayır, təsvir və təhlil edir.

- 7-5.1.1. Qruplaşdırılmamış məlumat üçün tezlik cədvəlini qurur və şərh edir.
- 7-5.1.2. Qruplaşdırılmamış məlumat üçün nisbi tezliklər cədvəlini qurur və şərh edir.
- 7-5.1.3. Tezlik cədvəlinə əsasən ədədi ortanı, medianı, modanı hesablayır.

Standart 7-5.2. Hadisənin nəzəri ehtimalını və sınaq əsasında ehtimalını tapır.

- 7-5.2.1. Hadisəni elementar hadisələr fəzasının alt çoxluğu kimi təsvir edir.
- 7-5.2.2. Hadisənin ehtimalını hesablayır.
- 7-5.2.3. Ehtimal nəzəriyyəsinin aksiomlarını şərh edir.
- 7-5.2.4. Aksiomların sadə nəticələrini şərh edir.

*Qeyd: 4. ÖLÇMƏ məzmun xətti 5-11-ci siniflərdə digər məzmun xətləri ilə integrativ tədris olunduğundan ayrıca bir xətt kimi nəzərdə tutulmur.

I yarım il üzrə məzmun standartlarının reallaşdırılması cədvəli

Bölmə və mövzular	I bölmə						II bölmə				III bölmə					IV bölmə					V bölmə				
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	5.1-5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
Məzmun standartları																									
Məzmun xətti 1. Ədədlər və əməllər																									
Standart 7-1.1. “Rasional ədəd” anlayışını başa düşür, rasional ədədləri sıralayır.																									
7-1.1.1. Rasional ədədi iki tam ədədin nisbəti (bölən sıfırdan fərqli olmaqla) kimi izah edir.	✓		✓																						
7-1.1.2. Sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre və adi kəsri sonsuz dövrü onluq kəsre çevirir.		✓				✓																			
7-1.1.3. Ədəd oxunda rasional ədədə uyğun nöqtəni göstərir.	✓		✓	✓																					
7-1.1.4. Rasional ədədləri müqayisə edir və sıralayır.			✓																						
7-1.1.5. Ölçmənin nəticəsinin mütləq və nisbi xətasını tapır.																									
Standart 7-1.2. Rasional ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirir, onlardan məsələ həllində istifadə edir.																									
7-1.2.1. Rasional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.				✓	✓	✓	✓	✓	✓																
7-1.2.2. Rasional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır, qüvvətin xassələrini tətbiq edir.							✓	✓	✓																
7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır.				✓	✓	✓																			
7-1.2.4. Rasional ədədlər üzərində əməllərdən məsələ həllində istifadə edir.				✓	✓	✓				✓															
7-1.2.5. Mürəkkəb faiz artımına aid sadə məsələlər həll edir.										✓															
Məzmun xətti 2. Cəbr və funksiyalar																									
Standart 7-2.1. Çoxhədliləri tanıyır, toplayır, çıxır, vurur, sadələşdirir, qiymətini tapır.																									
7-2.1.1. “Birhədli” və “çoxhədli” anlayışlarını izah edir.											✓	✓													
7-2.1.2. Çoxhədlini sadələşdirir.												✓	✓		✓										
7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır.											✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓					
7-2.1.4. Çoxhədliləri toplayır, çıxır, vurur.												✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓							
7-2.1.5. Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq edir.																✓	✓	✓		✓					
7-2.1.6. Çoxhədlini vuruqlarına ayırır.																			✓	✓					
Standart 7-2.2. Xətti tənliyi, xətti tənliklər sistemini araşdırır və həll edir, dəyişənin sadə bərabərsizliyi ödəyən rasional qiymətini seçmə üsulu ilə müəyyən edir.																									
7-2.2.1. Birdəyişənli xətti tənliyi araşdırır və həll edir.																									
7-2.2.2. Sadə modullu tənlikləri həll edir.																									
7-2.2.3. İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir.																									

[illegible]

Bölmə və mövzular	I bölmə						II bölmə				III bölmə					IV bölmə					V bölmə				
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	5.1-5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
Məzmun standartları																									
Standart 7-3.7. Fəza fiqurlarının səthinin sahəsini və həcmi hesablayır.																									
7-3.7.1. Kürənin səthinin sahəsini hesablayır.																									
7-3.7.2. Kürənin həcmi hesablayır.																									
Məzmun xətti 5. Statistika və ehtimal																									
Standart 7-5.1. Məlumatları toplayır, təsvir və təhlil edir.																									
7-5.1.1. Qruplaşdırılmamış məlumat üçün tezlik cədvəlini qurur və şərh edir.																									
7-5.1.2. Qruplaşdırılmamış məlumat üçün nisbi tezliklər cədvəlini qurur və şərh edir.																									
7-5.1.3. Tezlik cədvəlinə əsasən ədədi ortanı, medianı, modanı hesablayır.																									
Standart 7-5.2. Hadisənin nəzəri ehtimalını və sınaq əsasında ehtimalını tapır.																									
7-5.2.1. Hadisəni elementar hadisələr fəzasının alt çoxluğu kimi təsvir edir.																									
7-5.2.2. Hadisənin ehtimalını hesablayır.																									
7-5.2.3. Ehtimal nəzəriyyəsinin aksiomlarını şərh edir.																									
7-5.2.4. Aksiomların sadə nəticələrini şərh edir.																									

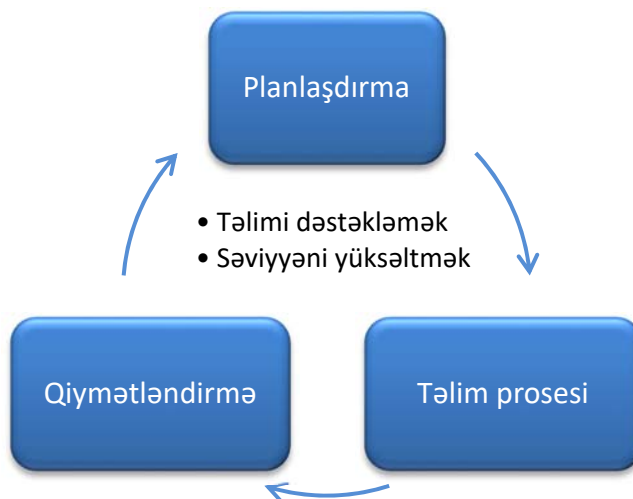
II yarımil üzrə məzmun standartlarının reallaşdırılması cədvəli

Bölmə və mövzular	VI bölmə			VII bölmə					VIII bölmə								IX bölmə			X bölmə		
	6.1	6.2	6.3	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.8	9.1	9.2	9.3	10.1	10.2	10.3
Məzmun standartları																						
Məzmun xətti 1. Ədədlər və əməllər																						
Standart 7-1.1. “Rasional ədəd” anlayışını başa düşür, rasional ədədləri sıralayır.																						
7-1.1.1. Rasional ədədi iki tam ədədin nisbəti (bölən sıfırdan fərqli olmaqla) kimi izah edir.																						
7-1.1.2. Sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre və adi kəsri sonsuz dövrü onluq kəsre çevirir.																						
7-1.1.3. Ədəd oxunda rasional ədədə uyğun nöqtəni göstərir.																						
7-1.1.4. Rasional ədədləri müqayisə edir və sıralayır.																						
7-1.1.5. Ölçmənin nəticəsinin mütləq və nisbi xətasını tapır.																✓						
Standart 7-1.2. Rasional ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirir, onlardan məsələ həllində istifadə edir.																						
7-1.2.1. Rasional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.																						
7-1.2.2. Rasional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır, qüvvətin xassələrini tətbiq edir.																						
7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır.																✓						
7-1.2.4. Rasional ədədlər üzərində əməllərdən məsələ həllində istifadə edir.																						
7-1.2.5. Mürəkkəb faiz artımına aid sadə məsələlər həll edir.																						
Məzmun xətti 2. Cəbr və funksiyalar																						
Standart 7-2.1. Çoxhədliləri tanıyır, toplayır, çıxır, vurur, sadələşdirir, qiymətini tapır.																						
7-2.1.1. “Birhədli” və “çoxhədli” anlayışlarını izah edir.																						
7-2.1.2. Çoxhədlini sadələşdirir.																						
7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır.									✓													
7-2.1.4. Çoxhədliləri toplayır, çıxır, vurur.																						
7-2.1.5. Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq edir.																						
7-2.1.6. Çoxhədlini vuruqlarına ayırır.																						
Standart 7-2.2. Xətti tənliyi, xətti tənliklər sistemini araşdırır və həll edir, dəyişənin sadə bərabərsizliyi ödəyən rasional qiymətini seçmə üsulu ilə müəyyən edir.																						
7-2.2.1. Birdəyişənli xətti tənliyi araşdırır və həll edir.									✓													
7-2.2.2. Sadə modullu tənlikləri həll edir.															✓							

7-2.2.3. İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir.											✓	✓	✓	✓								
7-2.2.4. Birdəyişənli xətti tənliklər, ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.												✓	✓	✓								
7-2.2.5. Dəyişənin sadə bərabərsizliyi ödəyən rəşional qiymətlərini müəyyən edir.															✓							
Standart 7-2.3. Kəmiyyətlər arasındakı xətti asılılıqları funksiya şəklində ifadə və izah edir.																						
7-2.3.1. "Funksiya" anlayışı haqqında ilkin təsəvvürü olduğunu nümayiş etdirir.	✓	✓	✓																			
7-2.3.2. "Xətti funksiya" anlayışını izah edir.			✓																			
7-2.3.3. Xətti funksiyanın qrafikini qurur.			✓																			
Məzmun xətti 3. Həndəsə																						
Standart 7-3.1. Düz xətlə çevrənin, iki çevrənin qarşılıqlı vəziyyətini araşdırır, çevrədəki bucaqların xassələrini tətbiq edir.																						
7-3.1.1. Çevrədə "toxunan" və "kəsən" anlayışını izah edir.				✓		✓																
7-3.1.2. İki çevrənin qarşılıqlı vəziyyətlərini araşdırır.				✓																		
7-3.1.3. Çevrədə bucaqların xassələrini tətbiq edir.					✓	✓																
Standart 7-3.2. Qövsün uzunluğunu, dairə sektorunun sahəsini hesablayır.																						
7-3.2.1. Çevrə qövsünün uzunluğunu hesablayır.							✓															
7-3.2.2. Dairə sektorunun sahəsini hesablayır.							✓															
Standart 7-3.3. Dördbucaqlıların və üçbucaqların xassələrini izah edir.																						
7-3.3.1. Qabarıq və çökük dördbucaqlıları fərqləndirir.																						
7-3.3.2. Dördbucaqlıların daxili və xarici bucaqlarının xassələrini tətbiq edir.																						
7-3.3.3. Paraleloqramın, rombun, düzbucaqlının, kvadratın və trapesiyanın xassələrini tətbiq edir.																						
7-3.3.4. Üçbucağın və trapesiyanın orta xəttinin xassələrini izah edir.																						
7-3.3.5. Üçbucağın medianlarının və hündürlüklərin xassələrini tətbiq edir.																						
Standart 7-3.4. Düz xəttin tənliyini yazır, koordinat müstəvisində çəkir.																						
7-3.4.1. "Bucaq əmsalı" anlayışını izah edir, xassələrini tətbiq edir.				✓																		
7-3.4.2. Düz xəttin tənliyini yazır, koordinat müstəvisində çəkir.				✓					✓													
Standart 7-3.5. Hərəkətə dair məsələləri həll edir.																						
7-3.5.1. Koordinat müstəvisində "dönmə" anlayışını tətbiq edir.															✓							
7-3.5.2. "Nöqtəyə görə simmetriya" anlayışını izah edir, nöqtəyə nəzərən fiqura simmetrik olan fiquru çəkir.																	✓					
Standart 7-3.6. Fiqurları qurur.																						
7-3.6.1. Pərgar və xətkəşin köməyi ilə parçanın orta perpendikulyarını, bucağın tən böləninini qurur.																		✓				

[illegible]

Dərslik komplektinə daxil olan komponentlər təlim prosesinin effektivliyini artırmaqla yanaşı, şagirdlərin təlim nəticələrini yüksəltməyə xidmət edir. Təklif olunan dərslik komplekti VII sinif riyaziyyat fənni üzrə altstandartların tam reallaşdırılmasına xidmət edir və müəllimlərə illik və gündəlik planlaşdırmaya yardım göstərir.



Gündəlik planlaşdırma

Müəllim üçün vəsaitin əsas hissəsini gündəlik planlaşdırmaya dair tövsiyələr təşkil edir. Hər bir mövzunun tədrisi aydın şəkildə təsvir edilir və təqdim olunan təlim materialları ilə müxtəlif üsullarla istifadə üzrə məsləhətlər verilir. Müəllim şagirdlərin hazırlıq səviyyəsindən və sinfin texniki təchizatından asılı olaraq müxtəlif rəqəmsal texnologiyalardan (interaktiv lövhə, proyektor və s.) istifadə etməklə təlim məqsədlərinə nailolma səviyyəsini yüksəldə bilər.

Ümumiləşdirici dərslərin təşkili

Bölmələr və ya yarımillər üzrə ümumiləşdirici dərslərin əsas məqsədi mövzuların tədrisi zamanı qazanılan biliklərin sistemləşdirilməsi və möhkəmləndirilməsidir. Belə dərslər əldə olunmuş biliklərin əlaqələndirilməsinə və daha da dərinləşdirilməsinə, həmçinin nəzərdə tutulmuş bacarıqların təkmilləşdirilməsinə yardım edir. Bölmə və ya yarımillər üzrə ümumi sorğu keçirməklə şagirdlərin çətinlik çəkdiyi mövzuları və nisbətən zəif reallaşdırılmış standartları müəyyənləşdirmək olar. Bu zaman dərsi şagirdlərin zəif cəhətlərinin aradan qaldırılması istiqamətində qurmaq daha məqsədəuyğundur.

Dərslik və iş dəftərində verilmiş tapşırıqlarla yanaşı, müəllim şagirdlərə bölmə, yaxud yarımillərdə reallaşdırılması nəzərdə tutulan altstandartlar üzrə əlavə sual və tapşırıqlar da verə bilər.

Müəllim şagirdlərin inkişaf dinamikasını nəzarətdə saxlamalıdır. Dərsin digər bir məqsədi tapşırıqlar əsasında şagirdlərin mövzuları qavrama səviyyəsini müşahidə etməkdir.

STEAM LAYİHƏLƏRİ ÜZRƏ İŞİN TƏŞKİLİ

STEAM (Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics) layihələri şagirdlərdə riyazi bilikləri əlaqələndirmək, riyazi bilik və bacarıqları gündəlik həyata tətbiq etmək məqsədi daşıyır. Layihələr məktəblilərin müəyyən mövzu üzrə müstəqil tədqiqat aparmalarını nəzərdə tutur. Layihə üzərində işin vaxtı dəqiqləşdirilir, şagirdlərə tövsiyələr, məsləhətlər verilir. Problem konkret qoyulur. Müəllim və şagirdlər birlikdə layihə üzərində işin icra müddətini, istifadə olunacaq vasitələri (ədəbiyyat, mənbə, təsvir vasitələri, ləvazimat və s.), bunları əldə etmək yollarını, iş formalarını müəyyən edirlər. İş prosesində müəllim şagirdlərə istiqamət verə bilər. İş icrasına isə şagirdlər cavabdehirlər. Tədqiqatın nəticəsi hazır məhsul, təqdimat, illüstrasiya, fotoşəkillər, videomaterial, albom və s. formalarda ifadə oluna bilər.

Layihə şagirdlərin mövzunun, bölmənin öyrənilməsinə yönəlmiş, müəllimin tövsiyəsi ilə hazırlanan və həyata keçirilən yaradıcı müstəqil işidir.

Layihə üzrə iş aşağıdakı mərhələlərdə həyata keçirilir:

1. Hazırlıq. 2. Planlaşdırma. 3. Fəaliyyət. 4. Təqdimat.

VII sinif. Riyaziyyat (1-ci hissə)
I yarımil üzrə planlaşdırma ($17 \times 5 = 85$ saat)

Nö	Bölmə, fəsil və mövzular	saat
BÖLMƏ 1. Rasional ədədlər		
	İlkin yoxlama	1
1.1.	Rasional ədədlər	2
1.2.	Rasional ədədin onluq kəsr şəklində yazılışı	2
1.3.	Rasional ədədlərin müqayisəsi və sıralanması	2
	Məsələ və misallar	1
1.4.	Rasional ədədlərin toplanması və çıxılması	2
1.5.	Rasional ədədlərin vurulması və bölünməsi	2
1.6.	Ədədi ifadələrin qiymətinin hesablanması	3
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Okeanologiya"	2
	KSQ-1	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	18
BÖLMƏ 2. Natural üstlü qüvvət və xassələri		
	İlkin yoxlama	1
2.1.	Natural üstlü qüvvət	2
2.2.	Qüvvətlərin vurulması və bölünməsi	2
2.3.	Hasilin və kəsrin qüvvəti	2
2.4.	Mürəkkəb faizin hesablanması	2
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Musiqi və riyaziyyat: kamerton"	2
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	11
BÖLMƏ 3. Birləşlilər və çoxlillər		
	İlkin yoxlama	1
3.1.	Birləşlilər	2
3.2.	Çoxlillər	2
3.3.	Çoxlillərin toplanması və çıxılması	2
	Məsələ və misallar	1
3.4.	Birləşlinin çoxlilliyə vurulması	2
3.5.	Çoxlillərin çoxlilliyə vurulması	3
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Bərpa olunan enerji mənbələri"	2
	KSQ-2	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	16
BÖLMƏ 4. Müxtəsər vurma düsturları		
	İlkin yoxlama	1
4.1.	Cəmin və fərqin kvadratı	2
4.2.	İki ədədin cəmi ilə fərqinin hasilı	2
4.3.	Cəmin və fərqin kubu. Kublar cəmi və kublar fərqi	3
	Məsələ və misallar	2
4.4.	Çoxlillərin vuruqlara ayrılması	2
4.5.	Müxtəsər vurma düsturlarının köməyi ilə vuruqlara ayırma	2
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "AquaDom akvariumu"	2
	KSQ-3	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	17

BÖLMƏ 5. Dördbucaqlılar		
	İlkin yoxlama	1
5.1.	Həndəsənin ilkin anlayışları	4
5.2.	Dördbucaqlılar	
5.3.	Paraleloqram	3
5.4.	Paraleloqramın növləri. Düzbucaqlı, romb, kvadrat	3
5.5.	Üçbucağın orta xəttinin və medianlarının xassələri	3
5.6.	Trapeziya	2
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Memarlıqda təğ konstruksiyaları"	2
	KSQ-4	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	19
	I yarım il üzrə təkrar	3
	BSQ-1	1
	I YARIMIL ÜZRƏ CƏMİ	85
	Cəmi	85

VII sinif. Riyaziyyat (2-ci hissə)
II yarım il üzrə planlaşdırma (17 × 5 = 85 saat)

No	Bölmə və mövzular	saat
BÖLMƏ 6. FUNKSIYA		
	İlkin yoxlama	1
6.1.	Funksiya	2
6.2.	Funksiyanın qrafiki	2
6.3.	Xətti funksiya və onun qrafiki	4
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Andromeda qalaktikasına səyahət"	2
	KSQ-1	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	12
BÖLMƏ 7. ÇEVİRƏ, DAİRƏ və KÜRƏ		
	İlkin yoxlama	1
7.1.	Çevrə	2
7.2.	Mərkəzi bucaq. Daxilə çəkilmiş bucaq	3
7.3.	Vətərlər, kəsən və toxunanlar arasındakı bucaqlar	4
7.4.	Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi	4
7.5.	Kürə. Kürə səthinin sahəsi və həcmi	2
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Planetarium"	2
	KSQ-2	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	19
BÖLMƏ 8. XƏTTİ TƏNLİK. TƏNLİKLƏR SİSTEMİ. BƏRABƏRSİZLİKLƏR		
	İlkin yoxlama	1
8.1.	Birdəyişənli xətti tənlik	2
8.2.	İkidəyişənli xətti tənlik və onun qrafiki	3
8.3.	Tənliklər sistemi	2
	Məsələ və misallar	1
8.4.	Xətti tənliklər sisteminin əvəzetmə və toplama üsulları ilə həlli	3
8.5.	Tənliklər sisteminin köməyi ilə məsələ həlli	4
8.6.	Modullu tənliklər	2
8.7.	Bərabərsizliklər	2
8.8.	Təqribi hesablamalar. Mütləq və nisbi xəta	2
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Ağıllı işıqforlar"	2
	KSQ-3	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	25
BÖLMƏ 9. DÖNMƏ VƏ SİMMETRİYA. QURMA MƏSƏLƏLƏRİ		
	İlkin yoxlama	1
9.1.	Koordinat müstəvisində dönmə	3
9.2.	Nöqtəyə nəzərən simmetriya	2
9.3.	Qurma məsələləri	3
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Azərbaycan xalçaları"	2
	KSQ-4	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	12
BÖLMƏ 10. STATİSTİKA VƏ EHTİMAL		
	İlkin yoxlama	1
10.1.	Hadisənin tezliyi	2
10.2.	Elementar hadisə	3
10.3.	Uyuşmayan hadisələr	3
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Elektron növbə xidməti"	2
	KSQ-5	1
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	12
	İllik üzrə təkrar	4
	BSQ-2	1
	II YARIMIL ÜZRƏ CƏMİ	85

1-ci BÖLMƏ

Rasional ədədlər

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	8	
Mövzu 1.1	Rasional ədədlər	2	9	3
Mövzu 1.2	Rasional ədədin onluq kəsr şəklində yazılışı	2	13	6
Mövzu 1.3	Rasional ədədlərin müqayisəsi və sıralanması	2	17	9
	Məsələ və misallar	1	21	12
Mövzu 1.4	Rasional ədədlərin toplanması və çıxılması	2	22	13
Mövzu 1.5	Rasional ədədlərin vurulması və bölünməsi	2	26	16
Mövzu 1.6	Ədədi ifadələrin qiymətinin hesablanması	3	29	19
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Okeanologiya"	2	34	21
	KSQ-1	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	18		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə rasional ədədlər, kəmiyyətin qiymətini rasional ədədlə ifadə etmək, rasional ədədləri sonlu onluq kəsr və ya sonsuz dövrü onluq kəsr şəklində yazmaq, sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre çevirmək qaydaları haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Şagirdlər rasional ədədləri müqayisə etməyi və sıralamağı, rasional ədədlər üzərində müxtəlif hesab əməllərini yerinə yetirməyi öyrənəcək, məsələləri həll edəcəklər.

Nəyə diqqət yetirməli?

Bəzən şagirdlər iki rasional ədəd arasında sonlu sayda ədəd olduğunu düşünürlər. Şagirdlərə iki rasional, xüsusilə iki mənfi rasional ədəd arasındakı ədədlərin tapılması ilə bağlı tapşırıqlar vermək məqsədəuyğundur.

Sonsuz dövrü onluq kəsrləri adi kəsre çevirərkən şagirdlər məxrəcdə yazılan ədədi düzgün müəyyən etməkdə çətinlik çəkirlər. Bu çətinliyi aradan qaldırmaq üçün şagirdlərə cavabı adi kəsre çevirib bölmə apararaq yenidən dövrü kəsre çevirməyi tapşırmaq olar. Bu həm nəticəni yoxlamağa, həm də şagirdin öz səhvini tapmasına kömək edir.

Rasional ədədlərin müqayisəsi zamanı böyük və kiçik ədədin tapılmasında müəyyən səhvlərə yol verən şagirdləri uyğun ədədləri ədəd oxunda təsvir etməyə, bütün ədədləri onluq kəsre çevirib modulların müqayisəsi nəticəsində cavabı tapmağa istiqamətləndirmək olar.

Bəzi şagirdlər rasional ədədlər üzərində əməllər ardıcılığını düzgün müəyyən etmir, bəzi şagirdlər isə diqqətsizlikdən müəyyən səhvlərə yol verirlər. Bu, xüsusilə mənfi rasional ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirərkən müşahidə olunur. Belə şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili məqsədəuyğundur.

Riyazi dilin inkişafı

"Mənfi kəsrlər", "rasional ədədlər", "sonlu onluq kəsr", "sonsuz dövrü onluq kəsr" və "dövr" anlayışlarının düzgün müəyyən edilməsi bu anlayışların necə mənimsədildiyini qiymətləndirməyə əsas verir.

Bölmədə mənimsənilən riyazi anlayış və terminlər

Mənfi kəsrlər, rasional ədədlər, rasional ədədlər çoxluğu ($\mathbb{Q}$), rasional ədədin mütləq qiyməti (modulu), sonlu onluq kəsr, sonsuz dövrü onluq kəsr və s.

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Natural ədədlər, tam ədədlər və onların müqayisəsi
- Tam ədədlər və onlar üzərində əməllər
- Adi və onluq kəsrlər üzərində əməllər
- Əməllər ardıcılığı

Fənlərarası integrasiya

Gündəlik həyatda rast gəlin bir çox situasiyalarda, məsələn, temperaturu, gəlir və xərci, suyun səviyyəsini, dərinlik və hündürlüyü, atmosfer təzyiqinin dəyişməsinə, əmtəə mallarının kütləsini və ölçüsünü ifadə etmək üçün rasional ədədlərdən istifadə olunur. Bu cür hallarda həm müsbət, həm də mənfi rasional ədədlərdən istifadə etməklə kəmiyyətlərin qiymətlərinin fərqlərini hesablamaq, müqayisə edib ən böyük və ən kiçik qiymətləri müəyyənləşdirmək olar.

MÖVZU 1.1. Rasional ədədlər

ALTSTANDARTLAR	7-1.1.1. Rasional ədədi iki tam ədədin nisbəti (bölən sıfırdan fərqli olmaqla) kimi izah edir. 7-1.1.3. Ədəd oxunda rasional ədədə uyğun nöqtəni göstərir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• “Rasional ədəd” anlayışını izah edir. • Rasional ədədə uyğun nöqtəni ədəd oxu üzərində göstərir. • Rasional ədədin mütləq qiymətini (modulunu) tapır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/152 https://www.geogebra.org/m/yj3zgxya https://www.begalileo.com/math-games/grade-7/understanding-rational-numbers

İlkin problemin müzakirəsi

Bölmənin ilk səhifəsində, rasional ədədlərdən istifadə olunduğu sahələr haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Şəkildəki ədədlərlə bağlı şagirdlərin fikrini soruşmaq olar. “Cəhd edin” tapşırığındakı cədvəl təhlil edilir, suallara cavab vermək üçün müzakirə təşkil olunur. Şagirdlər əvvəlki biliklərindən istifadə etməklə sualları cavablandırmağa cəhd edirlər. Bölmə ərzində öyrənilən yeni bilik və bacarıqlardan sonra bölmə sonunda tapşırığın yenidən müzakirə olunacağı vurğulanır.

Mövzuya yönəltmə

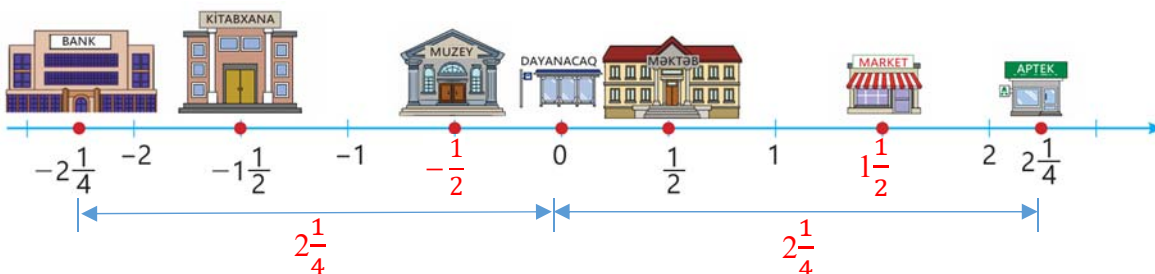
Müəllim lövhəyə valyuta dəyişməsinə göstərən cədvəl çəkir. Cədvəldə verilən ədədlərin nəyi ifadə etdiyi siniflə müzakirə olunur. Gündəlik valyuta dəyişməsinə göstərən sayta daxil olub ədədlərin necə dəyişdiyini və nəyi ifadə etdiyini şagirdlərlə müzakirə etmək olar: <https://tradingeconomics.com/>

500 ABŞ dolları	6051.45	▼32.74	-0.54%
ABŞ 30	43873	▼275	-0.62%
100 ABŞ dolları	21630	▼134	-0.61%
JP225	39645	▲273	0.69%
GB100	8312	▲10	0.12%
DE40	20426	▲27	0.13%
FR40	7421	▼2	-0.03%
IT40	34857	▲126	0.36%

Araşdırma-müzakirə

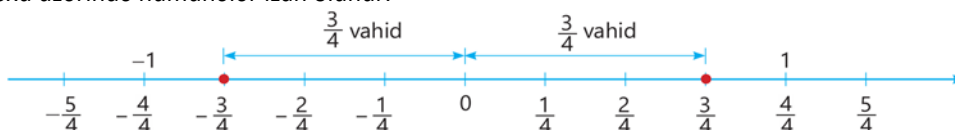
Şəkildəki bütün obyektlərin bir düz xətt üzərində yerləşdiyi, kitabxana və marketin, muzey və məktəbin dayanacaqdan eyni məsafədə olduğu qeyd edilir.

- Bu obyektlərdən birinin koordinatına görə digərinin koordinatını necə tapmaq mümkün olduğu müzakirə olunur. Şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verilir:
– Kitabxananın koordinatı neçədir? Marketin koordinatı neçə olar? Məktəbin koordinatı neçədir? Muzeyin koordinatı neçə olar? Şagirdlər cavabı ədəd oxunda göstərir və necə tapdıqlarını izah edirlər.
- Dayanacaqdan banka və aptekə qədər olan məsafələr müəyyən edilir. Bank dayanacaqdan $2\frac{1}{4}$ vahid, aptek dayanacaqdan $2\frac{1}{4}$ vahid məsafədə olduğundan bu iki obyektin dayanacaqdan eyni məsafədə yerləşdiyi qeyd olunur.



Öyrənmə Müsbət və mənfi ədədlər

Şagirdlərə müsbət və mənfi kəsrlər haqqında məlumat verilir, nümunələr göstərilir. Kəsrlərin ədəd oxunda yerindən bəhs olunur. Əks ədədlərin ədəd oxunda əks tərəflərdə və eyni məsafələrdə yerləşdiyi vurğulanır. Ədəd oxu üzərində nümunələr izah olunur.



Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv oyunlardan istifadə etmək olar:

<https://apps.mathlearningcenter.org/number-line/>

<https://www.purposegames.com/game/rational-numbers-on-a-number-line>



Fikirləş

Ədəd oxu çəkilir, $-\frac{3}{4}$ və $\frac{3}{4}$ ədədləri qeyd olunur. $\frac{3}{4}$ ədədinin əksinin $-\frac{3}{4}$ olduğu öyrənmədə vurğulanıb. Əks ədədlərin ədəd oxunda sıfırdan eyni məsafədə olduğuna əsasən $-\frac{3}{4}$ ədədinin əksinin də $\frac{3}{4}$ olduğu ədəd oxunda göstərilir.

Çalışma

2. Boş xanalara “+” və “-” işarələrindən uyğun olanı yazılır.

$$-(+\frac{3}{7}) = \boxed{-}\frac{3}{7}$$

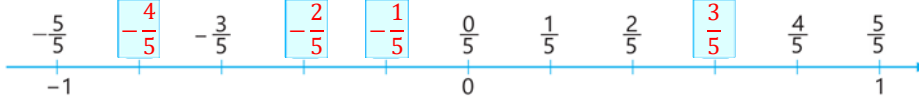
$$-(-3,2) = \boxed{+}3,2$$

$$-(-(-1,5)) = \boxed{-}1,5$$

$$-(\boxed{-}\frac{6}{5}) = \frac{6}{5}$$

Mənfi işarələr tək sayda olduqda alınan ədədin mənfi, cüt sayda olduqda müsbət olduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

3. Koordinat oxunda boş xanalara uyğun kəsrlər tapılır.



Öyrənmə

Rasional ədədlər

Rasional ədədlərin yazılışı haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Kəsrin qarşısındakı mənfi işarəsini kəsrin surətində və ya məxrəcində yazmağın mümkün olduğu vurğulanır.

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

Şagirdlərə bir neçə nümunə göstərilir. Yazılışında vergüldən sonra sonlu sayda rəqəm olan onluq kəsrlərin rasional ədəd olduğu haqqında şagirdlərə məlumat verilir, nümunələr göstərilir. Kəsrin əsas xassəsinə əsasən istənilən rasional ədədi məxrəci natural ədəd olmaqla ixtisar olunmayan kəsr şəklində yazmağı sinifdə şagirdlərlə müzakirə etmək olar.



Fikirləş

Şagirdlərə kəsrin surəti məxrəcinə tam bölünürsə, qismətdə tam ədəd olduğunu xatırlatmaq olar. Hər bir tam ədədin rasional ədəd olduğunu izah etmək üçün şagirdlər bu qaydadan istifadə edərək nümunələr göstərilir.

Məsələn: $-2 = \frac{-2}{1} = \frac{-4}{2} = \frac{6}{-3}$

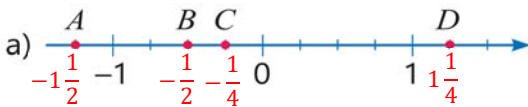
$$\frac{-14}{16} = \frac{\boxed{-7}}{8} = -\frac{21}{\boxed{24}}$$

$$\frac{-14}{16} \xrightarrow{\div 2} \frac{-7}{8} \xrightarrow{\cdot (-3)} \frac{21}{-24}$$

6. Boş xanalara uyğun tam ədədlər müəyyən olunur. Məsələn:

1-ci və 2-ci kəsrlərin məxrəclərinə diqqət edilir. Məxrəc 2 dəfə kiçildiyindən surət də iki dəfə kiçildir. 3-cü kəsrin məxrəcindəki ədəd axtarıldığından 2-ci və 3-cü kəsrlərin surətlərinə diqqət edilir. Surət -3 -ə vurulduğundan məxrəc də -3 -ə vurulur.

8. Koordinat oxunda qeyd olunmuş nöqtələrin koordinatları müəyyən edilir.



Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv oyunlardan istifadə etmək olar:

<https://wordwall.net/resource/15659400/math/labelled-diagram-rational-numbers-on-a-number-line-5th>



Yadda saxla!

Rasional ədədlər çoxluğu haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Rasional ədədlər çoxluğunun Q , natural ədədlər çoxluğunun N , tam ədədlər çoxluğunun Z ilə işarə olunduğu vurğulanır.

$$N \subset Z \subset Q$$

Uyğun ifadə və təsvir şagirdlərə nümayiş etdirilir. Nümunələr göstərilir.

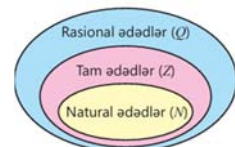
10. Təkliflərin doğru, yaxud yanlış olduğu nümunələr göstərməklə əsaslandırılır.

a) Hər bir natural ədəd rasional ədəddir. **Təklif doğrudur.**

b) Hər bir tam ədəd rasional ədəddir. **Təklif doğrudur.**

c) Hər bir rasional ədəd tam ədəddir. **Təklif yanlışdır.**

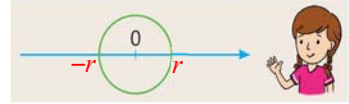
d) Hər bir tam ədəd natural ədəddir. **Təklif yanlışdır.**



11. Boş xanalara $\in$, yaxud $\notin$ işarələrindən uyğun olanı müəyyən edilir.

5 $\in$ N 5,5 $\notin$ N -5 $\in$ Q -2,3 $\notin$ Z 0 $\notin$ N $\frac{1}{5}$ $\in$ Q $-\frac{1}{2}$ $\in$ Q $\frac{1}{5}$ $\notin$ Z -5 $\notin$ N

12. Səbinə mərkəzi koordinat başlanğıcında olan r radiuslu çevrə çəkir. Bu çevrənin koordinat oxu ilə kəsişmə nöqtələrinə uyğun koordinatlar müəyyən olunur. Tapşırığı yerinə yetirmək üçün şagirdlər uyğun fəaliyyəti sinifdə yerinə yetirə bilirlər. Şagirdlər mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən r radiuslu çevrə çəkəndə bu çevrənin verilən ədəd oxunu r və $-r$ nöqtələrində kəsdiyini görəcəklər.

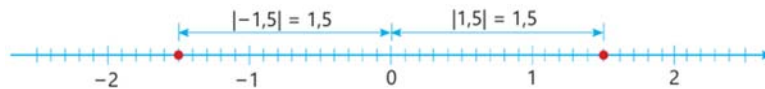


r və $2r$ 0 və r **$-r$ və r** $-r$ və $2r$

Digər hallarda verilən koordinatlara uyğun nöqtələrin koordinat başlanğıcından eyni məsafədə olmadığını qeyd etmək tövsiyə olunur.

Öyrənmə Rasional ədədin modulu

Koordinat oxunda rasional ədədə uyğun nöqtədən koordinat başlanğıcına qədər məsafənin həmin ədədin **mütləq qiyməti** və ya **modulu** adlandırılır. Ədədin mütləq qiyməti və ya modulunun yazılış qaydası haqqında şagirdlərə məlumat verilir.



Əks ədədlərə uyğun nöqtələr 0-dan müxtəlif tərəflərdə və eyni məsafədə yerləşir. Buna əsasən onların modullarının bərabər olduğu qeyd edilir. Nümunələr göstərilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv oyunlardan istifadə etmək olar:

<https://phet.colorado.edu/az/simulations/number-line-integers>



Qeyd olunmuş fikirlər şagirdlərlə müzakirə olunur. Hər bir fikrə aid bir neçə nümunə göstərilir.

Diferensial təlim

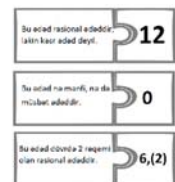
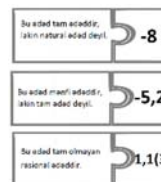
Dəstək. Müəllim lövhəyə bir neçə rasional ədəd yazır. Şagirdlərə bu ədədləri məxrəci natural ədəd olan kəsr şəklində ifadə etmək tapşırılır.

Dərinləşdirmə. Müəllim lövhəyə bir neçə rasional ədəd yazır. Şagirdlərə bu ədədləri kəsr şəklində ifadə etmək tapşırılır. Şagirdlər rasional ədədləri kəsrlə necə ifadə etdiklərini izah edirlər. Hər bir rasional ədədə bir neçə nümunə (məxrəci natural ədəd, məxrəci tam ədəd) göstərilir.

Praktik iş. Sinif bir neçə qrupa ayrılır. Hər qrupa iş vərəqindəki pazllar kəsilməmiş şəkildə qarışdırılıb verilir. Müəllim şagirdlərə şərt yazılmış hissəni bu şərtə uyğun ədəd yazılmış hissə ilə birləşdirməyi tapşırır. Diqqət etmək lazımdır ki, bütün ədədlər şərtə uyğun olan pazl hissəsi ilə birləşdirilmiş olsun.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar.

https://drive.google.com/file/d/1kRsGLtsVNILtNHANXt9LMqgYdQMzJJvt/view?usp=drive_link



Məsələ həlli

17. Məsələdə qapının eni 1 m olduqda hündürlüyünün nə qədər olduğunu tapmaq tələb olunur.

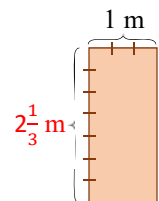
Məsələnin həlli

• Qapının eni 3 çubuq olduqda hündürlüyünün 7 çubuq olduğu qeyd olunur. Buna uyğun olaraq qapının eni 1 m olduqda hündürlüyünü müəyyən etmək üçün uyğun tənəsüb yazılır və tənəsübün məchul həddi tapılır.

Cavab. Qapının hündürlüyü $2\frac{1}{3}$ metrdir.

$$\frac{3}{7} = \frac{1}{x}$$

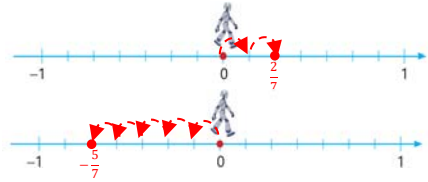
$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$



18. Robotun hər addımının $\frac{1}{7}$ vahidə bərabər olduğu qeyd edilir. Ədəd oxu çəkilir.

a) Robot “2 addım irəli” komandasını icra etdikdən sonra $\frac{2}{7}$ nöqtəsində olacaq.

b) “5 addım geri” komandası icra etdikdən sonra robot $-\frac{5}{7}$ nöqtəsində olacaq.



19. Ağacın gövdəsində dələnin yuvasının şaquli ədəd oxu üzərində 0 nöqtəsinə, sərcənin $S(1,7)$, tırtılın $T(-1, \frac{3}{5})$ nöqtəsinə uyğun olduğu qeyd edilir. Dələnin yuvasına sərcənin, yoxsa tırtılın yaxın olduğunu qeyd etmək tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Şaquli ədəd oxu çəkilir, üzərində uyğun nöqtələrin koordinatları qeyd olunur.

Hansı nöqtənin yuvaya daha yaxın olduğunu müəyyən etmək üçün hər nöqtədən dələnin yuvasına qədər məsafə tapılır.

Sərcə ilə dələnin yuvası arasındakı məsafə: $|1,7| = 1,7$

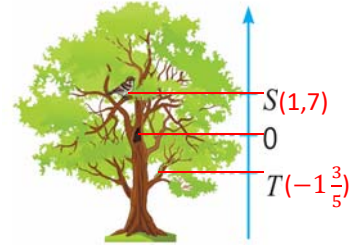
Tırtıl ilə dələnin yuvası arasındakı məsafə: $|-1 \frac{3}{5}| = 1 \frac{3}{5}$

Alınan ədədlər müqayisə olunur. $1,7 > 1 \frac{3}{5}$.

Cavab. Tırtıl yuvaya daha yaxındır.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
“Rasional ədəd” anlayışını izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rasional ədədə uyğun nöqtəni ədəd oxu üzərində göstərir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rasional ədədin mütləq qiymətini (modulunu) tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



MÖVZU 1.2. Rasional ədədin onluq kəsr şəklində yazılışı

ALTSTANDARTLAR	7-1.1.2. Sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre və adi kəsri sonsuz dövrü onluq kəsre çevirir. 7-1.1.3. Ədəd oxunda rasional ədədə uyğun nöqtəni göstərir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Sonlu onluq kəsri və sonsuz dövrü onluq kəsri anlayışlarını izah edir. - Rasional ədədi sonlu onluq kəsre, yaxud sonsuz dövrü onluq kəsre şəklində yazır. - Sonsuz dövrü onluq kəsri yuvarlaqlaşdırır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/13992 https://www.geogebra.org/m/sdzwhh5b https://www.geogebra.org/m/jjrg3bbq

Mövzuya yönəltmə

Şagirdlərə əvvəlcədən müəyyən bir mövzu seçərək sorğu keçirmək olar. Məsələn: “Sevimli meyvə”, “Sevimli məşğuliyyət”, “Sevimli rəng”, “Məktəbə gəlmə üsulu” və s. Mövzu seçildikdən sonra müəllim sorğunu təşkil edir və nəticələri şagirdlərə cədvəl şəklində təqdim edir. Cədvəli doldurmaq üçün müəllim şagirdlərə müxtəlif suallar verir. Məsələn: “Şagirdlərin hansı hissəsi alma xoşlayır?”

Cavab əvvəlcə adi kəsre şəklində yazılır və həmin kəsre onluq kəsre çevrilir. Çalışmaq lazımdır ki, əvvəlcə sonlu onluq kəsre alınan hallara aid nümunələr verilsin. Sonra isə müəllim sonsuz dövrü onluq kəsre alınan bir nümunəyə keçid edir. Bu zaman şagirdlər cavabı budaqlı bölmə üsulu ilə tapmağa çalışırlar.

Müəllim bu məqamda dərslərin “Araşdırma-müzakirə” mərhələsinə keçid edərək bildirir ki, bu dərstdə hansı kəsrlərin sonlu, hansıların isə sonsuz dövrü onluq kəsre çevrildiyini öyrənəcəklər.

Araşdırma-müzakirə

Lalə və Samir $\frac{3}{4}$ kəsri onluq kəsre şəklində yazdılar.

Sevimli meyvə	Şagird sayı	Hissə (adi kəsrlə)	Hissə (onluq kəsrlə)
Alma			
Banan			
Portağal			
...			

- Uşaqların istifadə etdiyi həll üsulları müəyyənləşdirilir və izah olunur. Lalənin $\frac{3}{4}$ kəsrini məxrəcini 100-ə tamamlamaqla, Samirin isə 3-ü 4-ə budaqlı bölmə ilə onluq kəsr şəklində yazdığı qeyd olunur.

Məxrəci 100-ə
tamamlamaqla

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75$$

Budaqlı
bölmə ilə

Hər bir həll üsulu şagirdlərlə lövhədə yazılaraq müzakirə oluna bilər.

- Bu üsuldən istifadə etməklə $\frac{2}{3}$ kəsrini onluq kəsr şəklində necə yazmağın mümkün olduğu siniflə müzakirə edilir.

$\frac{2}{3}$ kəsrini onluq kəsr şəklində yazdıqda məxrəci 10-un qüvvətinə tamamlamağın mümkün olmadığı vurğulanır. Çünki elə bir natural ədəd yoxdur ki, 3-ü ona vurduqda 10, 100, 1000 və s. alınsın. Deməli, $\frac{2}{3}$ kəsrini Lalənin həll üsulu ilə onluq kəsr şəklində yazmaq mümkün deyil. Samirin həll üsulu ilə $\frac{2}{3}$ kəsrini onluq kəsr şəklində yazmağa cəhd olunur. 2 ədədi 3-ə bölünür və bu zaman 0-dan sonra alınan rəqəmlərin təkrarlandığı müşahidə edilir. Bu cür kəsrlərin onluq kəsr şəklində yazılma qaydasının öyrənmə materialında veriləcəyi şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

$$\begin{array}{r} 2,0 \overline{) 3} \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ \dots \end{array} \quad \frac{2}{3} = 0,666 \dots$$

Öyrənmə Sonlu onluq kəsrlər

Sonlu onluq kəsrlər haqqında şagirdlərə məlumat verilir. İxtisar olunmayan kəsrin məxrəcinin 2 və 5 ədədlərindən başqa sadə vurucu olmadığı bu kəsri onluq kəsr şəklində yazmağın mümkün olduğu qeyd edilir. Nümunələr şagirdlərə izah olunur. Şagirdlərə həmçinin sonlu onluq kəsrlərin necə alındığı, belə kəsrlərin bölmə əməli ilə necə tapıldığı göstərilir.

I üsul. Məxrəci 10-un qüvvətinə
gətirməklə

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15$$

II üsul. Kəsrin surətini məxrəcinə
bölməklə

$$\frac{3}{20} = 3 : 20 = 0,15$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 20} \\ \underline{0} \\ 30 \\ \underline{20} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$



Fikirləş

İxtisar olunmayan kəsrlərin məxrəcinin 2 və 5-dən fərqli sadə vurucu varsa, bu kəsrin məxrəcini 10-un qüvvətinə gətirməyin mümkün olub-olmadığı siniflə müzakirə olunur. Şagirdlər araşdırma-müzakirə tapşırığında verdikləri cavabları xatırlayaraq bunun mümkün olmadığını izah edə bilərlər.

Çalışma

1. Verilən kəsrlər 2 üsulla onluq kəsre çevrilir.

1) Məxrəci 10-un qüvvətinə tamamlamaqla

$$\frac{21}{25} = \frac{21 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{84}{100} = 0,84$$

2) Kəsrin surətini məxrəcinə bölməklə

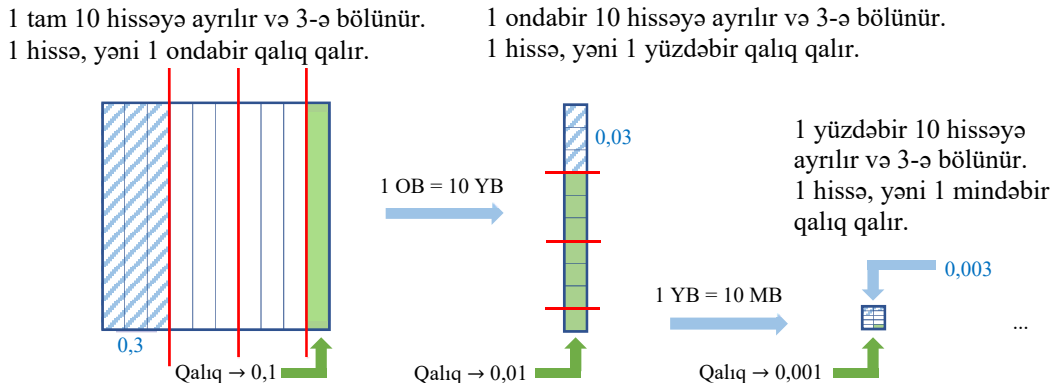
$$\begin{array}{r} 21,0 \overline{) 25} \\ \underline{20} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array} \quad \frac{84}{100} = 84 : 100 = 0,84$$

Öyrənmə Sonsuz dövrü onluq kəsrlər

İxtisar olunmayan kəsrin məxrəcinin 2 və 5-dən fərqli sadə vurucu varsa, surəti məxrəcə böldükdə qismətdə alınan rəqəm və ya rəqəmlər qrupu sonsuz təkrarlanır, təkrarlanan hissənin kəsrin dövrü olduğu vurğulanır.

Dövrü onluq kəsrlərin yazılış qaydası haqqında şagirdlərə bir neçə nümunə göstərilir. Həmçinin kalkulyator vasitəsilə dövrü onluq kəsrlərin tapılmasına aid nümunələrin göstərilməsi tövsiyə olunur. Bu yanaşma şagirdlərin mövzunu daha yaxşı mənimsəməsinə kömək edir.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər budaqlı bölmə ilə surəti məxrəcə bölüb kəsri onluq kəsir şəklində yazmağı aşağı siniflərdə öyrəniblər. Məsələn, $\frac{1}{3}$ kəsri 1 tamı 3 bərabər hissələrə bölməklə dövrü kəsirin necə alındığını şagirdlərə sxematik təsvirlər üzərində nümayiş etdirmək olar.



Üç addım nəticəsində alınan qismətlərin cəmi tapılır. $0,3 + 0,03 + 0,003 = 0,333$.

Bu proses davam etdirildikdə qanunauyğunluğun davam etdiyi görünür. Beləliklə, qismətdə vergüldən sonra 3 rəqəmi təkrarlanır. Qalıq kiçildikcə nəticədə alınan ədəd 1-ə yaxınlaşır.

3. Sonsuz dövrü onluq kəsirin dövrünü göstərmək və kəsri qısa şəkildə yazmaq tələb olunur.

a) Təkrarlanan rəqəm 7 olduğundan kəsirin dövrü 7-dir. $0,777... = 0,(7)$

b) Təkrarlanan rəqəm 2 olduğundan kəsirin dövrü 2-dir. $0,5222... = 0,5(2)$

c) Təkrarlanan rəqəmlər qrupu 36 olduğundan kəsirin dövrü 36-dır. $-1,363636... = -1,(36)$

5. Verilən cədvəl tamamlanır.

Sonsuz dövrü onluq kəsir	Qısa yazılış	Tam hissə	Dövrə qədər rəqəmlər	Dövr	Oxunuşu
0,444...	0,(4)	0	yoxdur	4	Sıfır tam dövrdə dörd
2,777...	2,(7)	2	yoxdur	7	İki tam dövrdə yeddi
1,282828...	1,(28)	1	yoxdur	28	Bir tam dövrdə iyirmi səkkiz
0,3666...	0,3(6)	0	3	6	Sıfır tam onda üç dövrdə altı
5,12333...	5,12(3)	5	12	3	Beş tam yüzdə on iki dövrdə üç

6. Surəti məxrəcə bölməklə kəsri sonsuz dövrü onluq kəsir şəklində göstərmək tələb olunur.

$$\begin{array}{r} 5,0 \overline{) 18} \\ \underline{-36} \\ 140 \\ \underline{-126} \\ 140 \\ \underline{-126} \\ 140 \\ \underline{-126} \\ \dots \end{array} \quad -\frac{5}{18} = -0,2(7)$$

$$\begin{array}{r} 23,0 \overline{) 45} \\ \underline{-225} \\ 50 \\ \underline{-45} \\ 50 \\ \underline{-45} \\ 50 \\ \underline{-45} \\ \dots \end{array} \quad \frac{23}{45} = 23 : 45 = 0,5(1)$$



Yadda saxla!

İstənilən rasional ədədin sonlu onluq kəsir və ya sonsuz dövrü onluq kəsir şəklində yazıla bildiyi vurğulanır. Eyni zamanda hər bir tam ədədə və ya sonlu onluq kəsirə dövrü 0 olan sonsuz dövrü onluq kəsir kimi baxıldığı da qeyd olunur. Nümunələr siniflə müzakirə olunur.

Müəllimin nəzərinə! Dövrü onluq kəsrlər “saf dövrü onluq kəsrlər” və “qarışıq dövrü onluq kəsrlər” olmaqla iki qrupa ayrılır. Mövzunu mürəkkəbləşdirməmək üçün dərslikdə bu anlayışlardan istifadə edilmir. Lakin bu anlayışların izahına ehtiyac yaranarsa, müəllim əlavə məlumat kimi qısa şəkildə təqdim edə bilər.

Sonsuz dövrü onluq kəsrlər	İzah	Nümunə
Saf dövrü onluq kəsir	Dövr vergüldən dərhal sonra başlayır.	0,(3); 1,(5); 12,(6) və s.
Qarışıq dövrü onluq kəsir	Dövr vergüldən bir neçə rəqəm sonra başlayır.	0,1(8); 3,12(7); 5,0(4) və s.

Diferensial təlim

Dəstək. Müəllim lövhəyə bir neçə rəşional ədəd yazır. Şagirdlərə bu ədədlərin natural, tam və ya rəşional ədədlər çoxluğuna daxil olub-olmadığını müəyyən etmək tapşırılır.

Dərinləşdirmə. Müəllim şagirdlərə verilmiş şərtlərə uyğun ədədlərə nümunələr göstərməyi tapşırır. Məsələn, natural ədəd olmayan rəşional ədədlər, tam ədəd olmayan rəşional ədədlər və s. Şagirdlər nümunələr göstərər cavablarını əsaslandırır.

9. Verilən ədədlər arasında yerləşən üç sonsuz dövrü onluq kəsir yazılır.

a) 3,5 və 4,5 → 3,(6); 3,(8); 4,1(2)

c) 0,30 və 0,40 → 0,3(1); 0,(35); 0,(3)

Tam hissə bərabər, vergüldən sonrakı rəqəmlər ardıcıl olduğundan ədədlərin sonuna sıfır əlavə edilir.

e) $2,(1) = 2,111...$ → $2,1(4)$; $2,(15)$; $2,(2)$
 $2,2(3) = 2,233...$

Dövrü onluq kəsirlər vergüldən sonra üç rəqəm olmaqla yazılır.

Müəllimin nəzərinə! Tapşırıqda şagirdlərə müsbət rəşional ədədlər arasında yerləşən ədədləri müəyyən etmə bacarığı formalaşdırılır. Bu bacarıq şagirdlərə rəşional ədədləri ədəd oxunda düzgün yerləşdirməyə, verilmiş iki rəşional ədəd arasında yerləşən başqa bir rəşional ədədi müəyyən etməyə, ədədlər arasındakı əlaqəni vizual şəkildə dərk etməyə şərait yaradır. Növbəti mövzuda şagirdlər istənilən iki rəşional ədəd arasında sonsuz sayda ədəd olduğunu öyrənəcəklər. Həmin mövzunun tədrisi zamanı bu bacarığın inkişafının izlənməsi vacibdir.

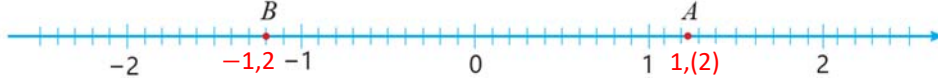
11. Verilən rəşional ədədlər onluq kəsir şəklində yazılır.

$-\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3} = -1,(6)$ $-\frac{6}{5} = -1,2$ $\frac{4}{3} = 1,(3)$

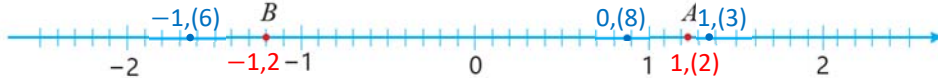
$\frac{8}{9} = 0,(8)$ $\frac{11}{9} = 1,(2)$

$-\frac{5}{3}$ $\frac{8}{9}$ $-\frac{6}{5}$ $\frac{11}{9}$ $\frac{4}{3}$

• Koordinat oxunda A və B nöqtələrinə uyğun ədədlər müəyyən edilir.

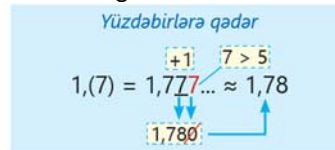
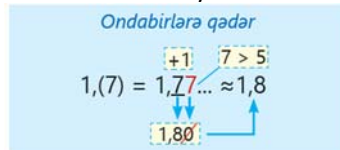


• Qalan ədədlərə uyğun nöqtələrin yeri koordinat oxunda müəyyən olunur.



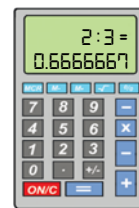
Öyrənmə Sonsuz dövrü onluq kəsirlərin yuvarlaqlaşdırılması

Sonsuz dövrü onluq kəsri tələb olunan mərtəbəyə qədər yuvarlaqlaşdırmaq üçün ümumi qaydadan istifadə olunduğu vurğulanır. Çətinlik çəkən şagirdlərə yuvarlaqlaşdırma qaydasını xatırlatmaq məqsəduyğundur. Verilən nümunələr şagirdlərlə müzakirə olunur, hansı qaydalar əsasında yuvarlaqlaşdırma aparıldığı, uyğun mərtəbədə yerləşən rəqəmə görə əvvəlki mərtəbəyə 1 vahid nə vaxt əlavə olunduğu müzakirə nəticəsində müəyyən edilir.



15. Kalkulyatordan istifadə etməklə kəsirin surəti məxrəcəyə bölünür və kəsirin dövrü müəyyən edilir. Bu qayda ilə verilən kəsir sonsuz dövrü onluq kəsir şəklində yazılır.

Müəllimin nəzərinə! Kalkulyatordan istifadə zamanı şagirdlərin əldə etdiyi nəticələrdə son rəqəm yuvarlaqlaşdırılmış ola bilər. Bu halda şagirdlər həmin ədədin dövrü onluq kəsir olduqlarını fərq etməyə bilərlər. Bu problemin qarşısını almaq üçün şagirdlərə əvvəlcədən uyğun nümunələr təqdim etmək məqsəduyğundur. Məsələn, $6 \div 9$ ifadəsini sonsuz dövrü onluq kəsir şəklində yazmaq üçün şagirdlərə kalkulyatordan istifadə etmək tapşırıla bilər. Bu zaman onlar ekranda cavabın 0.666666... əvəzinə 0.666667 kimi göstərildiyini müşahidə edəcəklər. Nəticənin bu şəkildə alınmasının səbəbini siniflə müzakirə etmək tövsiyə olunur. Beləliklə, şagirdlər başa düşəcəklər ki, budaqlı bölmə ilə hesabladığıda 6 rəqəmi sonsuz sayda təkrar olunur, lakin kalkulyatorun ekranında məhdud sayda rəqəm göstərildiyindən və sonuncu rəqəm avtomatik yuvarlaqlaşdırıldığından nəticə tam dəqiq əks olunmur.



$$\begin{array}{r} 2,0 \overline{) 3} \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ \dots \end{array}$$

$\frac{2}{3} = 0,(6)$

Məsələ həlli

17. Verilən ədədlərin diaqramda hansı hissələrə uyğun olduğunu müəyyən etmək tələb olunur. Hər rəngli hissənin nəyi ifadə etdiyini şagirdlərlə müzakirə etmək məqsəduyğundur.

Cəlbətmə. Lövhədə müxtəlif rəşional ədədlər yazılır və diaqram çəkilir. Masaya yaşıl, çəhray və sarı rəngli stikerlər qoyulur. Lövhəyə şagirdlər sıra ilə dəvət edilir. Hər şagird bir ədəd seçib bu ədədə uyğun rəngli stikerə həmin ədədi yazıb diaqrama yapışdırır. Ədədlərin hamısı yerləşdirildikdən sonra nəticələr siniflə müzakirə olunur.



Məsələnin həlli

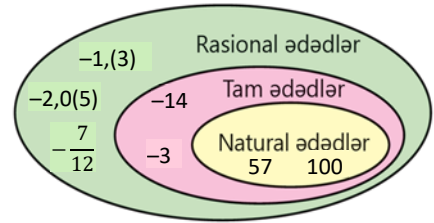
- Hər bir ədəd səsləndirilir. Həmin ədədin diaqramda hansı hissəyə uyğun olduğu müəyyən edilir.
- Həmin hissənin nəyə əsasən seçildiyi əsaslandırılır. Bu qayda ilə bütün ədədlər yerləşdirilir.

Tapşırığı verilən ədədləri çoxluğun elementi kimi göstərməklə də yerinə yetirməyi şagirdlərə tapşırmaq olar. Məsələn:

$$-14 \in Q; -14 \in Z; -14 \notin N$$

$$57 \in Q; 57 \in Z; 57 \in N$$

$$-1, (3) \in Q; -1, (3) \notin Z; -1, (3) \notin N$$



Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər rəşional, tam və natural ədədlər çoxluqlarını müəyyən edərkən bəzən çətinlik çəkirlər. Məsələn, hansı ədədin rəşional ədəd olub tam ədəd olmadığını müəyyən edən şagirdlər natural ədədləri də seçirlər, yaxud tam ədədin həm də rəşional olduğunu qeyd etməklə belə ədəd olmadığını söyləyirlər. 17-ci tapşırıq belə şagirdlərə yaranan çətinliyi aradan qaldırmağa kömək edir. Bənzər çətinliklə üzləşən şagirdlərə diaqramda təsvir etməklə uyğun ədədləri müəyyən etməyi tapşırmaq məqsəduyğundur.

Formativ qiymətləndirmə

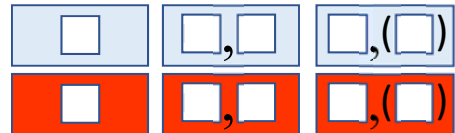
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Sonlu və sonsuz dövrü onluq kəsr anlayışlarını izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rasional ədədi sonlu, yaxud sonsuz dövrü onluq kəsr şəklində yazır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Sonsuz dövrü onluq kəsrləri yuvarlaqlaşdır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 1.3. Rasional ədədlərin müqayisəsi və sıralanması

ALTSTANDARTLAR	7-1.1.3. Ədəd oxunda rəşional ədədə uyğun nöqtəni göstərir. 7-1.1.4. Rasional ədədləri müqayisə edir və sıralayır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Ədəd oxundan istifadə etməklə rəşional ədədləri müqayisə edir. • Modullarına əsasən mənfi rəşional ədədləri müqayisə edir. • Rasional ədədləri sıralayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/11272 https://www.geogebra.org/m/vtkdnfzn https://www.geogebra.org/m/xqedrqns https://www.geogebra.org/m/muqq6awk https://www.geogebra.org/m/tj4S4KF9

Mövzuya yönəltmə

Masaya 4 növ kartlar üzəşəşğı qoyulur və şagirdlərə mavi kartlarda müsbət, qırmızı kartlarda isə mənfi ədədlər olacağı bildirilir. Müəllim lövhəyə iki şagird dəvət edir, hər şagirdə bir zər verir. Müəllimin tapşırığı ilə hər şagird bir kart seçir, qırmızı kart olarsa, boş xanaların solunda “-” işarəsi qoyulur. Şagirdlərin hər biri zəri növbə ilə atmaqla düşən xal sayını soldan sağa yazırlar.



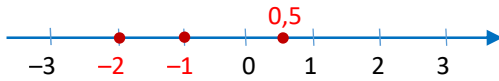
Alınan ədədləri müqayisə etmək üçün müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verir:

– Alınan ədədlərdən hansı ədəd oxunda solda yerləşər? Bunu necə tapmaq olar? Ədəd oxunda yerinə əsasən hansı ədədin böyük, yaxud kiçik olduğunu necə müəyyən edə bilərik?

Araşdırma-müzakirə

Cədvəldə müxtəlif şəhərlərdə eyni vaxtda havanın temperaturu qeyd olunub. Verilən temperatur göstəriciləri ədəd oxunda qeyd olunur. Hansı şəhərdə temperaturun ən yüksək, hansı şəhərdə ən aşağı olduğu müəyyən edilir.

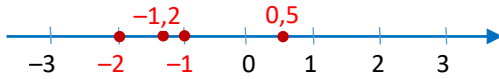
Gəncə şəhərində temperatur ən yüksək, Şuşa şəhərində temperatur ən aşağı olmuşdur.



Şəhər	Temperatur (°C)
Bakı	-1
Gəncə	0,5
Şuşa	-2

← ən yüksək temperatur
← ən aşağı temperatur

Həmin vaxtda Lənkəranda temperatur $-1,2^{\circ}\text{C}$ olmuşdur. Bu temperatur ədəd oxunda qeyd olunur. Lənkəran şəhərini əlavə etməklə şəhərlər artan sırada düzülür, yeni cədvəl tərtib edilir.

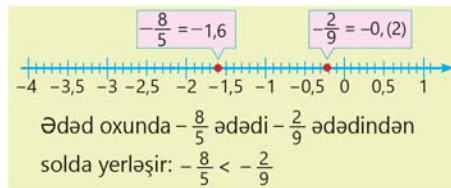
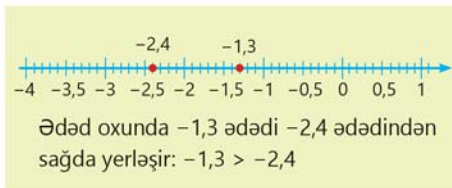


Şəhər	Temperatur (°C)
Gəncə	0,5
Bakı	-1
Lənkəran	-1,2
Şuşa	-2

Şəhərləri havanın temperaturuna görə artan sırada düzəldə Lənkəran sıralamada 2-ci yerdə olacaq.

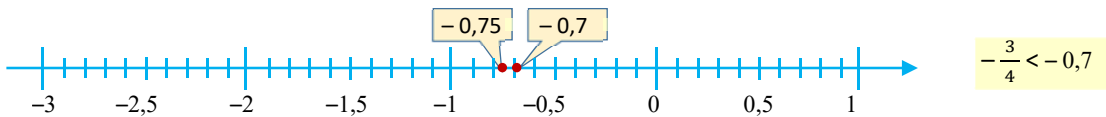
Öyrənmə Ədəd oxundan istifadə etməklə rəasional ədədlərin müqayisəsi

Rasional ədədlərin müqayisəsi zamanı ədəd oxundan istifadə etməklə nümunələr göstərmək tövsiyə olunur. Ədəd oxu lövhədə çəkilir və müxtəlif nöqtələrdə yerləşən rəasional ədədlər üzərində qeyd edilir, bu ədədlərin yerləşməsinə əsasən müqayisə qaydaları şagirdlərə izah olunur. İxtiyari müsbət rəasional ədədin ixtiyari mənfi rəasional ədəddən böyük olduğu vurğulanır.



Fikirləş

Ədəd oxu çəkilir, $-\frac{3}{4}$ və $-0,7$ ədədləri ədəd oxunda qeyd edilir. $-\frac{3}{4}$ kəsrinin yerini ədəd oxunda müəyyən etmək və müqayisə etmək üçün bu ədədi onluq kəsr şəklində yazmaq məqsədəuyğundur.

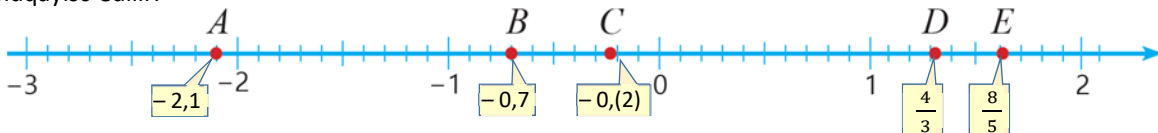


Çalışma

1. Ədəd oxunda qeyd olunmuş nöqtələrə verilən ədədlərdən uyğun gələnlər müəyyənləşdirilir və müqayisə edilir. Tapşırığı iki üsulla yerinə yetirmək olar.

1) Şagirdlər verilmiş ədədlərin hər birini onluq kəsr şəklində yazırlar. Ədəd oxunda hər nöqtəyə uyğun ədəd müəyyənləşdirilir, sonra müqayisə edilir.

2) Verilmiş iki ədədin ədəd oxunda hansı nöqtəyə uyğun olduğu tapılır və bu ədədlər ədəd oxunda yerinə görə müqayisə edilir.



- a) $-2,1 < \frac{8}{5}$ b) $-0,7 < -0,2$ c) $-0,2 > -2,1$ d) $\frac{4}{3} > -0,2$ e) $\frac{8}{5} > \frac{4}{3}$

Tapşırığı yerinə yetirməklə şagirdlər müxtəlif şəkildə yazılmış hər bir rəasional ədədin ədəd oxunda yerini müəyyən etmək, hansı ədədlər arasında yerləşdiyini vizual olaraq görmək imkanı verir. Bu, rəasional ədədin müqayisəsi bacarıqlarını inkişaf etdirməyə şərait yaradır.

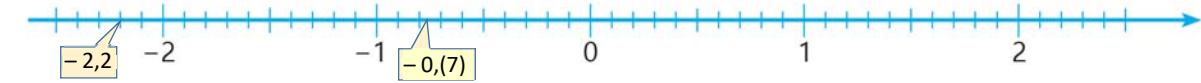
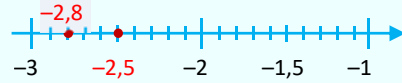
2. Əvvəlki tapşırıqdan fərqli olaraq burada ədəd oxu verilməyib. Şagirdlər uyğun ədəd oxu çəkib verilən ədədlərin yerini müəyyən etməlidirlər. Müəllim suallar verməklə şagirdləri hansı ədədin solda hansı ədədin sağda yerləşdiyini göstərməklə ədədləri müqayisə etməyə yönəldə bilər.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər tam hissələri eyni olan mənfi rəşional ədədləri müqayisə edərkən yalnız vergüldən sonrakı rəqəmlərə əsasən bu ədədləri müqayisə edirlər. Bu isə müqayisənin səhv aparılması ilə nəticələnir. Belə səhvlərə yol verən şagirdləri rəşional ədədləri ədəd oxunda təsvir etməklə müqayisə etməyə yönəltmək məqsədaşuyğundur. Bu zaman yalnız vergüldən sonra gələn rəqəmə əsasən müqayisənin yanlış olduğunu müşahidə edəçəklər. Bu cür səhvlərə yol verən şagirdlər gələçəkdə ədədlərin sıralanmasında da müəyyən çətinliklərlə qarşılaşa bilərlər. Buna görə də səhvlər üzərində işin təşkilı vacibdir.

4. Verilmiş ədədlərin hər birinin ədəd oxunda hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyi tapılır. Ədədlər onlara uyğun nöqtələrin koordinat oxunda yerinə əsasən müqayisə edilir.

Yanlış $-2,8 > -2,5$. Çünki $8 > 5$

Doğru $-2,8 < -2,5$. Çünki $-2,8$ ədədi $-2,5$ ədədindən solda yerləşir.



$-2,2$ ədədi -3 və -2 ədədləri arasında, $-0,(7)$ ədədi isə -1 və 0 ədədləri arasında yerləşir. Deməli, $-2,2$ ədədi solda yerləşir. Solda yerləşən ədəd kiçik olduğundan $-2,2 < -0,(7)$.

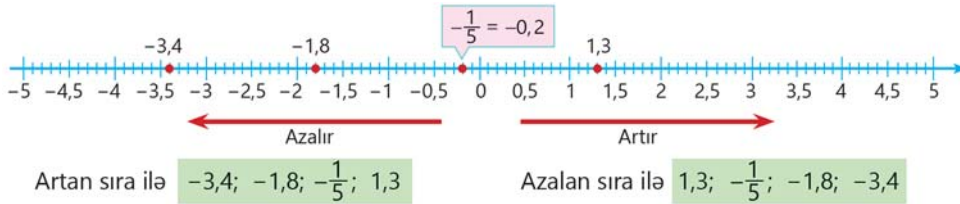
Öyrənmə Modullarına əsasən mənfi ədədlərin müqayisəsi

Mənfi ədədləri onların moduluna əsasən də müqayisə etməyin mümkün olduğu qeyd edilir. Nümunə tapşırıq sinifdə şagirdlərlə müzakirə olunur. İki mənfi rəşional ədəddən modulu kiçik olan ədədin böyük, modulu böyük olan ədədin isə kiçik olduğu şagirdlərə izah edilir.

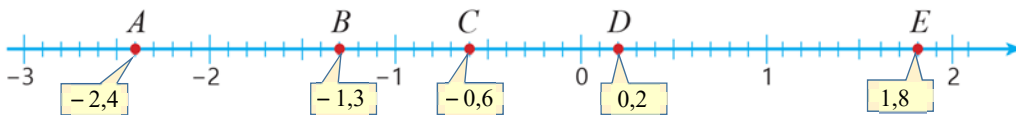
Müəllimin nəzərinə! Rəşional ədədlərin müqayisəsi zamanı şagirdlərin ən çox yol verdikləri səhvləri nəzərə almaq və bu səhvlərin qarşısını vaxtında almaq üçün həll prosesinə mütəmadi nəzarət etmək məqsədaşuyğundur. Bir mənfi və bir müsbət ədədin müqayisəsi şagirdlər üçün, adətən, asan olur, onlar müsbət ədədin ədəd oxunda həmişə sağda yerləşdiyini, bir sözlə, böyük olduğunu anlayırlar. Lakin iki mənfi ədədin müqayisəsi zamanı şagirdlər tez-tez səhv edirlər. Belə səhvlər edən şagirdlərə əvvəlcə iki mənfi tam ədədin müqayisəsini ədəd oxunda sıfırdan məsafəsinə, ədədlərin moduluna görə necə apardıqlarını xatırlatmaq tövsiyə olunur.

Öyrənmə Rəşional ədədlərin sıralanması

Rəşional ədədləri müqayisə etməklə və ya ədəd oxunda qeyd etməklə sıralamanın mümkün olduğu vurğulanır. Ədəd oxunda ədədlərin soldan sağa doğru artan, sağdan sola doğru isə azalan sırada düzöldüyü xatırlanır. Verilən nümunə siniflə müzakirə olunur.



8. Ədəd oxunda hər bir hərfin hansı ədədə uyğun olduğu müəyyən edilir.



Verilən ədədlər azalan sırada düzülür. $1,8; 0,2; -0,6; -1,3; -2,4$.

10. Boş xanaya uyğun rəqəm müəyyən olunur.

a) $-0,8 < -0,\boxed{7} < -0,(6)$

b) $-3,6 < -3,\boxed{5}9 < -3,5$

c) $-3,5 < -\boxed{3},4 < -3$

11. Verilən ədədlər arasında yerləşən tam ədədlər yazılır. Çətinlik çəkən şagirdlərə tapşırığı verilən ədədləri ədəd oxunda qeyd etməklə yerinə yetirməyi tapşırmaq olar.

13. Lövhədəki sualın cavabı ilə bağlı fikirlər siniflə müzakirə olunur. Bu vəziyyət təhlil bacarığını inkişaf etdirmək və nəticə çıxarmaq üçün fürsət yaradır.

$\frac{1}{5}$ və $\frac{1}{4}$ ədədləri arasında neçə rəşional ədəd var?



Verilən ədədləri onluq kəsr şəklində yazaram.
 $\frac{1}{4} = 0,25$ və $\frac{1}{5} = 0,2 = 0,20$
 0,20 və 0,25 ədədləri arasında yalnız dörd ədəd var:
 0,21 0,22 0,23 0,24

Verilən ədədləri məxrəci 1000 olan adi kəsr şəklində yazaram.
 $\frac{1}{5} = \frac{200}{1000}$ və $\frac{1}{4} = \frac{250}{1000}$
 Bu ədədlər arasında dördədən çox ədəd var.
 $\frac{201}{1000}$ $\frac{202}{1000}$ $\frac{203}{1000}$ $\frac{204}{1000}$... $\frac{249}{1000}$

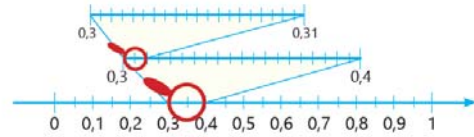


Tapşırığı yerinə yetirmək məqsədilə şagirdlər əvvəlcə Lalənin, sonra isə Anarın fikrini diqqətlə müzakirə edirlər. Müzakirəni daha fəal və məntiqi etmək üçün debat üsulundan istifadə etmək tövsiyə olunur. Şagirdlərin bir qrupu Lalənin fikrini dəstəkləyir, digər qrupu isə Anarın fikrinə üstünlük verir. Hər iki qrupdan öz mövqelərini əsaslandırmaqları, nəyə görə bu fikirlə razı olduqlarını izah etmələri tələb olunur. Müzakirə nəticəsində şagirdlər Lalənin fikrinin doğru olmadığını, Anarın fikrinin isə məntiqi və düzgün olduğunu müəyyən edirlər. Sonra müəllim “Yadda saxla!” rubrikasına keçid edir.



Yadda saxla!

İxtiyari iki rəşional ədəd arasında sonsuz sayda rəşional ədəd olduğu vurğulanır. Ədəd oxundakı təsvir şagirdlərlə müzakirə olunur.



Texniki imkanları olan siniflərdə ədəd oxu təsviri üzərində yaxınlaşdırmaqla iki ədəd arasında yerləşən bir neçə ədədi göstərmək olar: <https://www.mathsisfun.com/numbers/number-line-zoom.html>

Müəllimin nəzərinə! İstənilən iki ədədin cəminin yarısı bu ədədlərin ədədi ortasıdır və ədəd oxunda onlar arasındakı tam ortada yerləşən nöqtəyə uyğun gəlir. Bu qayda ilə istənilən iki ədədin arasında heç olmasa bir ədədi göstərmək olar.

İstənilən rəşional ədədin onluq kəsr şəklində ifadə oluna bilməsi xüsusi vurğulanır. Bu, iki əsas fikri əhatə edir:

- ✓ Hər bir rəşional ədəd onluq kəsra çevrilə bilər.
- ✓ Bu onluq kəsir ya sonlu, ya da sonsuz dövrli olur.

Dərs zamanı şagirdlərin məntiqi təfəkkürünü inkişaf etdirmək üçün belə bir sual təqdim etmək məqsədəuyğundur: “Sonsuz, lakin dövrli olmayan onluq kəsir mövcuddurmu?”

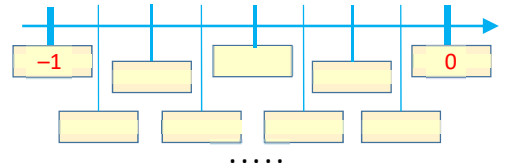
Şagirdlərin cavabları dinlənir və müzakirə təşkil olunur. Müzakirəni aşağıdakı istiqamətdə yönləndirmək olar:

–Ədəd oxunda istənilən iki rəşional ədəd arasında sonsuz sayda başqa ədədlər mövcuddur.

Bu fakt göstərir ki, yalnız rəşional ədədlərlə məhdudlaşmayan, fərqli ədədlər də mövcuddur.

Belə ədədlər sonsuz və dövrli olmayan onluq kəsir şəklində ifadə olunur. Qeyd olunur ki, belə ədədlərlə yuxarı siniflərdə daha ətraflı tanış olacaqsınız.

Praktik iş. Şagirdlərə nümunədəki kimi iş vərəqləri paylanır. Şagirdlər istənilən iki ədəd seçir, bu ədədlərin cəminin yarısını hesablamaqla onların tən ortasında yerləşən ədədi tapıb uyğun xanaya yazırlar. Tapılan ədədlə əvvəlki ədədlərdən birinin cəminin yarısını tapmaqla həmin ədədlərin tən ortasında yerləşən ədəd tapılır. Proses bir neçə dəfə təkrarlanır. Bu qayda ilə iki ədəd arasında sonsuz sayda ədəd olduğunu izah etmək olar.



14. Verilmiş ədədlərdən hansılarının ədəd oxunda $-1,2$ və $-1,3$ ədədləri arasında yerləşdiyini müəyyən etmək tələb olunur. Tapşırığı yerinə yetirmək üçün şagirdlər bu ədədlərin sağına sıfır yazıb verilmiş ədədlərin $-1,20$ və $-1,30$ ədədləri arasında yerləşib-yerləşmədiyini müəyyən edə bilərlər. Çətinlik çəkən şagirdləri ədəd oxunda təsvir etməklə cavabı tapmağa yönəltmək olar.

15. Verilən şərtlərə uyğun olan ədədlər tapılır.

a) 0,2-dən kiçik ən böyük tam ədəd: 0.

b) $-3,(4)$ -dən böyük ən kiçik tam ədəd: -3

Müəllimin nəzərinə! 7-ci sinifdə şagirdlər üçün yeni olan rubrikalardan biri “Səhvi düzelt!” rubrikasıdır. “Kitabınızla tanış olun” hissəsində şagirdlərə rubrika haqqında verilən məlumatı xatırlatmaq olar. Rubrikanın məqsədi şagirdlərin mövzu ilə bağlı ən çox yol verdiyi səhvləri onlara göstərməkdir. Tapşırıqlar əvvəlcə fərdi qaydada icra edilir, sonra isə bütün siniflə müzakirəsi təşkil olunur. Qeyd edək ki, bu rubrikada verilən misalların hər birində müəyyən səhvlərə yol verilmişdir.



Səhv düzəlt!

a) $|-2,3| > |-1,8|$ olduğu üçün $-2,3 > -1,8$ deyil $-2,3 < -1,8$ olmalıdır.

b) $\frac{1}{2} = \frac{8}{16}$ və $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$ olduğu üçün $\frac{1}{2}$ ilə $\frac{7}{8}$ ədədləri arasında cəmi beş ədəd var fikri doğru deyil. Bu iki ədəd arasında $\frac{9}{16}, \frac{10}{16}, \frac{11}{16}, \frac{12}{16}, \frac{13}{16}$ ədədlərindən başqa ədədlərin də yerləşdiyini göstərmək olar. $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ və $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$. Deməli, $\frac{13}{24}, \frac{14}{24}, \dots, \frac{20}{24}$ ədədləri də $\frac{1}{2}$ və $\frac{7}{8}$ arasında yerləşir. $\frac{1}{2}$ ilə $\frac{7}{8}$ arasında sonsuz sayda rəasional ədəd var.

Mənfi ədədlərdə modulu böyük olan böyük deyil, kiçik olmalıdır.

İxtiyari iki rəasional ədəd arasında sonsuz sayda rəasional ədəd var.

Məsələ həlli

16. Səbinənin fikrində tutduğu ədəd məxrəci 24-ə bərabər olan kəsrdir. Bu kəsrin $-\frac{1}{3}$ -dən böyük və $-\frac{1}{4}$ -dən kiçik olduğu qeyd edilir. Səbinənin fikrində tutduğu ədədin tapılması tələb olunur.

Məsələnin həlli

$-\frac{1}{3}$ və $-\frac{1}{4}$ kəsrlərinə məxrəcləri 24 olan ekvivalent kəsrlər yazılır.

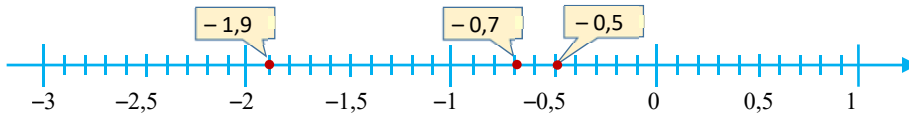
$$-\frac{1}{3} = -\frac{8}{24} \quad -\frac{1}{4} = -\frac{6}{24}$$

Bu kəsrlər arasında yerləşən ədəd $-\frac{7}{24}$ -dir.

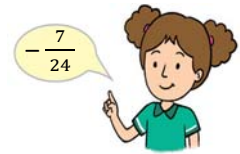
Cavab. $-\frac{7}{24}$

17. Dəniz suyunun donma temperaturu onun tərkibindəki duzun miqdarından asılı olaraq dəyişir. Duzun miqdarı artdıqca suyun donma temperaturu daha aşağı olur. Cədvəldə müxtəlif dənizlərdə suyun donma temperaturları verilmişdir.

a) Dənizlərdə suyun donma temperaturlarına uyğun ədədlər soldan sağa doğru artan şəkildə ədəd oxu üzərində yerləşdirmək olar.



b) Donma temperaturuna görə dəniz adları sıralanır. Dəniz adlarını donma temperaturunun azalma sırası ilə düzməklə yeni cədvəl tərtib etməyi şagirdlərə tapşırmaq olar.



Dəniz	Suyun donma temperaturu (°C)
Azov	-0,7
Xəzər	-0,5
Yapon	-1,9

Dəniz	Suyun donma temperaturu (°C)
Yapon	-1,9
Azov	-0,7
Xəzər	-0,5

c) Duzluluğu çox olan suda donma temperaturu daha aşağı olduğu üçün suyu ən aşağı donma temperaturuna malik olan dəniz müəyyən edilir. Bu, Yapon dənizidir.

Cütlərlə iş. Kimin daha çox ədəd yazma bildiyini tapmaq üçün sinifdə yarış təşkil olunur. Uyğun ədədlər yazılmış kartlar masaya üzəşəğı düzülür. Hər şagird bir dəqiqə ərzində kartda yazılan ədədlər arasında yerləşən daha çox rəasional ədəd yazmağa çalışır. Bu qayda ilə sinifdə şagirdlər arasında qruplarla iş, cütlərlə iş də təşkil etmək olar. Ən çox ədəd yazan şagird qalib gəlir və həmin şagirdin yazdığı ədədlər digər şagirdlərin yazdığı ədədlərlə müqayisə olunur.

Fəaliyyət qarşıya qoyulan bir neçə məqsədə nail olmağa kömək edir. Şagirdlər anlaşırlar ki, istənilən iki rəasional ədəd arasında sonsuz sayda rəasional ədəd var. Fəaliyyət yaradıcı və məntiqi düşüncə, əsaslandırma, əlaqələndirmə və əməkdaşlıq bacarıqlarını inkişaf etdirir.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Ədəd oxundan istifadə etməklə rəasional ədədləri müqayisə edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Modullarına əsasən mənfi rəasional ədədləri müqayisə edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rəasional ədədləri sıralayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

$\frac{1}{9}$ və $\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{2}$ və $-\frac{1}{3}$
0,1 və 0,(15)	-2,12 və -2,(5)

MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

Şagirdlər əvvəlki dərslərdə “mənfi kəsrlər”, “rasional ədəd”, “sonlu onluq kəsr”, “sonsuz dövrü onluq kəsr” anlayışları ilə tanış oldular. Adi kəsri sonsuz dövrü onluq kəsr şəklində yazmağı, rasionalları müqayisə etməyi və yuvarlaqlaşdırma qaydalarını öyrəndilər. Bu dərslərdə şagirdlər keçilən mövzuları möhkəmləndirmək üçün müxtəlif məsələ və misallar həll edəcəklər.

Texniki imkanları olan siniflərdə məsələ həlli nümunələri olan videomateriallardan istifadə etmək olar:

<https://video.edu.az/video/4237>

<https://video.edu.az/video/13953>

Tapşırıqların həlli

2. Verilən ədədlərdən biri adi kəsr, digəri isə dövrü onluq kəsr şəklində olduqda onların müqayisəsini aparmaq üçün hər iki ədədi ya onluq kəsr, ya da adi kəsr şəklinə gətirmək məqsədəuyğundur. Müxtəlif yanaşmalardan istifadə edən şagirdlərin cavablarını müqayisə etdirmək və bu cavabların doğruluğunu əsaslandırmaqlarını tələb etmək həm məntiqi düşüncənin, həm də riyazi çevikliyin inkişafına xidmət edir.

3. Ədəd oxunda göstərilən iki ədəd arasında yerləşən iki sonlu onluq kəsr və iki sonsuz dövrü onluq kəsr yazmaq, daha sonra bu ədədləri artan sıra ilə düzərək müqayisə etmək tələb olunur. Tapşırıq açıqtipli olduğundan şagirdlərin cavabları bir-birindən fərqli ola bilər. Bu səbəbdən şagirdlər cavabları bir-biri ilə müqayisə edə və doğruluğunu yoxlaya bilərlər. Tapşırığın cütlərlə iş şəklində, yəni eyni partada əyləşən şagirdlərin əməkdaşlıq edərək yerinə yetirməsi məqsədəuyğundur. Bu yanaşma həm qarşılıqlı öyrənməni təşviq edir, həm də əsaslandırmaqla cavabvermə bacarığını inkişaf etdirir.

4. Verilmiş ədədlərdən ədəd oxunda a) $-0,3$ və $-0,4$ ədədləri arasında yerləşənləri müəyyən etmək tələb olunur. Hər bir ədəd onluq kəsr şəklində yazılır. Rasionalları müqayisə qaydalarından istifadə etməklə hansı ədədlərin $-0,3$ və $-0,4$ ədədləri arasında yerləşdiyi müəyyən edilir.

Müqayisəni asanlaşdırmaq üçün $-0,3$ və $-0,4$ ədədlərinin sonuna sıfırlar əlavə edilir.

$$-0,3 = -0,300... \quad -0,4 = -0,400...$$

$$-0,3 = -0,300...$$

$$-0,4 = -0,400...$$

$-0,23$ ədədinin bu ədədlər arasında olduğu yoxlanılır.

$-0,3 < -0,23$ $-0,23 > -0,4$. Deməli, $-0,23$ ədədi $-0,3$ və $-0,4$ ədədləri arasında yerləşmir.

Digər ədədlər üçün də eyni qaydada $-0,3$ və $-0,4$ ədədləri arasında yerləşənlər müəyyən edilir.

$$-0,(3) = -0,333... \checkmark$$

$$-\frac{4}{11} = -0,3636... \checkmark$$

$$-0,4(2) = -0,422... \times$$

$$-1\frac{1}{2} = -1,5 \times$$

$$-\frac{5}{6} = -0,833... \times$$

$$-0,5 \times$$

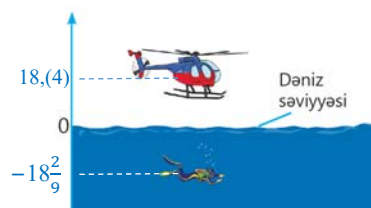
$$-0,5(4) = -0,544... \times$$

$$-0,(6) = -0,666... \times$$

Şagirdlər verilən ədədləri ədəd oxu üzərində qeyd edərək cavabı müəyyən edə bilərlər.

5. Verilən koordinatlara əsasən suyun səthinə helikopterin, yoxsa dalğıcın daha yaxın olduğunu tapmaq tələb olunur. Şaquli ədəd oxu çəkilir, üzərində $-18\frac{2}{9}$ və $18,(4)$ ədədlərinin yerləri təqribən qeyd edilir. Koordinatı göstərən ədədlərin modulları müqayisə edilir. $|-18\frac{2}{9}| < 18,(4)$. Deməli, suyun səthinə daha yaxın olan dalğıcıdır.

Cavab. Dalğıc suyun səthinə daha yaxındır.



6. Çörəkbişirmə sexinə gətirilmiş $41,5$ kq unun $\frac{2}{3}$ hissəsinin işləndiyi qeyd olunur. Nə qədər unun qaldığını tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Nə qədər unun işləndiyi müəyyən olunur. $41,5 \cdot \frac{2}{3} = 27\frac{2}{3}$

• Nə qədər un qaldığı hesablanır. Alınan ədədlər onluq kəsr şəklində yazılır və mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırılır.

$$41,5 - 27\frac{2}{3} = 13\frac{5}{6} = 13,8(3) \approx 13,833 \text{ (kq)}$$

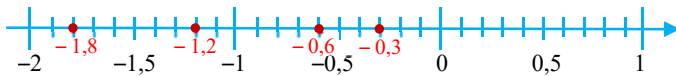
Cavab. $13,833$ kq

7. Cədvəldə müxtəlif bölgələrdə dekabr ayında orta temperatur haqqında məlumat verilmişdir. Şəhərlərin adlarının temperaturun azalma sırası ilə düzülməsi tələb olunur.

Cədvəldə verilən ədədlər ədəd oxunda qeyd edilir və müqayisə aparılır. Solda yerləşən ədədin ən kiçik, sağda yerləşən ədədin ən böyük olduğu qeyd olunur. Ədədlər sağdan sola yazılmaqla azalan sırada düzülür. Hər bir temperatura uyğun olaraq şəhərlərin adları yazılır.

Dekabr ayında orta temperatur

Şəhər	Temperatur (°C)
Bakı	$-0,6$
Gəncə	$-0,3$
Şamaxı	$-1,8$
Quba	$-1,2$



-0,3; -0,6; -1,2; -1,8.

Gəncə; Bakı; Quba; Şamaxı.

Mənfi ədədlərin modullarına əsasən müqayisə qaydasından istifadə etməklə də ədədləri sıralamaq olar.

Şagirdlər cədvəli temperaturların azalma sırası ilə yenidən tərtib edirlər.

Texniki imkanları olan siniflərdə cədvəli kompüterdə tərtib etməyi şagirdlərə tapşırmaq olar.

Cavab. Gəncə, Bakı, Quba, Şamaxı.

Müzakirə. Məsələni müxtəlif üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri müzakirə olunur.

8. Cədvəldə həftə ərzində estakadaya nəzərən suyun səviyyəsi qeyd olunmuşdur. Şagirdlərdən çərşənbə axşamından başlayaraq hər gün suyun səviyyəsinin əvvəlki günlə müqayisədə necə dəyişdiyini tapmaq tələb olunur.

Həftənin günləri	B.e.	Ç.a.	Ç.	C.a.	C.	Ş.	B.
Suyun səviyyəsi (m)	$-\frac{2}{25}$	-0,15	$-\frac{9}{50}$	$-\frac{9}{40}$	0	0,12	$-\frac{2}{33}$

Dekabr ayında orta temperatur

Şəhər	Temperatur (°C)
Gəncə	-0,3
Bakı	-0,6
Quba	-1,2
Şamaxı	-1,8



a) Şagirdlərdən çərşənbə axşamından başlayaraq hər gün suyun səviyyəsinin əvvəlki günlə müqayisədə necə dəyişdiyini tapmaq tələb olunur. Çərşənbə axşamından başlayaraq hər gündə suyun səviyyəsi əvvəlki gündə suyun səviyyəsi ilə müqayisə edilir.

Çərşənbə axşamı: $-0,15 < -\frac{2}{25}$ *suyun səviyyəsi aşağı olub.* Cümə: $0 > -\frac{9}{40}$ *suyun səviyyəsi yüksək olub.*
 Çərşənbə: $-\frac{9}{50} < -0,15$ *suyun səviyyəsi aşağı olub.* Şənbə: $0,12 > 0$ *suyun səviyyəsi yüksək olub.*
 Cümə axşamı: $-\frac{9}{40} < -\frac{9}{50}$ *suyun səviyyəsi aşağı olub.* Bazar: $-\frac{2}{33} < 0,12$ *suyun səviyyəsi aşağı olub.*

b) Verilən ədədləri ədəd oxunda qeyd etməklə hansı gün suyun səviyyəsinin ən yüksək, hansı gün ən aşağı olduğunu müəyyən etmək olar. Ədəd oxunda solda yerləşən ədədin ən kiçik olduğunu əsas götürərək şagirdlər cümə axşamı suyun səviyyəsinin ən aşağı, şənbə günü isə suyun səviyyəsinin ən yüksək olduğunu müəyyən edirlər.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər verilmiş ədədləri müqayisə edərkən, xüsusilə ədədlərin sayı artdıqca, düzgün nəticəyə gəlməkdə çətinlik çəkə bilərlər. Bu, əsasən, mənfi ədədlər, onluq kəsrlər və adi kəsrlərin birgə verildiyi hallarda müşahidə olunur. Belə hallarda ədədlərin ədəd oxunda təsviri müqayisəni asanlaşdırmaq üçün səmərəli üsuldur.

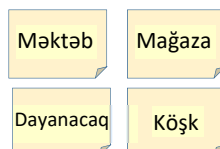
Bu yanaşma ilə şagirdlər əvvəlcə ədədləri ədəd oxunda düzgün yerləşdirir, sonra isə ədədləri artan və ya azalan sıra ilə asanlıqla sıralaya bilərlər. Bu üsul təkcə müqayisəni asanlaşdırmır, həm də şagirdlərin ədəd anlayışını və məntiqi təfəkkürünü inkişaf etdirir. Belə çətinliklərlə qarşılaşan şagirdlərlə oxşar tapşırıqların davamlı şəkildə işlənməsi onların bu mövzu üzrə bacarıqlarını möhkəmləndirmək üçün tövsiyə olunur.

MÖVZU 1.4. Rəşional ədədlərin toplanması və çıxılması

ALTSTANDARTLAR	7-1.2.1. Rəşional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Rəşional ədədləri toplayır. - Rəşional ədədləri çıxır. - Ədəd oxunda iki rəşional ədəd arasında məsafəni tapır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/13954 https://wordwall.net/resource/10227745/adding-rational-numbers https://www.geogebra.org/m/cusgSC4w https://www.geogebra.org/m/ev8uxmv9 https://www.geogebra.org/m/uxjqcxsn https://www.geogebra.org/m/edfphdy3

Mövzuya yönəltmə

Lövhədə ədəd oxu çəkilir və üzərində şəkildəki kimi ədədlər yazılır. Dörd şagird lövhəyə dəvət olunur və onlara müxtəlif obyekt adları yazılmış stikerlər verilir.



Şagirdlərə hər “obyektə” ədəd oxunda bir nöqtə seçib stikeri yapışdırmaq tapşırılır. Şagirdlər obyektlərin uyğun koordinatlarını müəyyən etdikdən sonra müəllim sinfə müraciət edir. Məlum koordinatlara əsasən toplama və çıxma ilə əlaqəli suallar tərtib etmək olar:

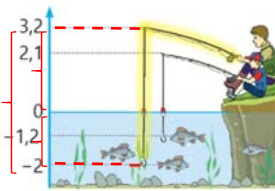
– Mağazadan 1,2 vahid sağa addım atmaqla hansı nöqtəyə çatmaq olar? Hansı obyektin yerini göstərən ədəd daha böyük, hansı obyektin yerini göstərən ədəd daha kiçikdir? Məktəbdən sağda hansı obyekt yerləşir? Bu obyektə çatmaq üçün neçə vahid hərəkət etmək lazımdır? Məktəbdən solda hansı obyekt yerləşir? Məktəblə bu obyekt arasında məsafəni necə tapmaq olar?

Hər suala cavab verdikdən sonra şagirdləri uyğun misalları yazmağa istiqamətləndirmək məqsədəuyğundur.

Araşdırma-müzakirə

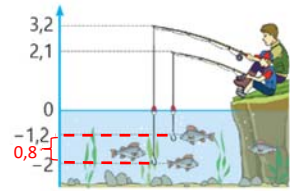
Tapşırıqda Samirin atasının tilov ipini nə qədər açdığını, onun atdığı qarmağın Samirin atdığı qarmaqdan nə qədər dərinə endiyini tapmaq tələb olunur. Şagirdlər şaquli verilmiş ədəd oxuna nəzər salırlar.

• Qarmağın yuxarisından və aşağısından şəkildəki kimi üfüqi xətlər çəkilir, ədəd oxu ilə kəsişmə nöqtələri qeyd olunur. Samirin atasının qarmağın ipini 5,2 m açdığı tapılır.



$$3,2 + 2 = 5,2$$

• Qarmaqların aşağısından üfüqi xətlər çəkilir və ədəd oxu ilə kəsişmə nöqtələri qeyd edilir. Ədəd oxunda iki nöqtə arasındakı məsafəyə əsasən atasının atdığı qarmağın Samirin atdığı qarmaqdan 0,8 m dərinə endiyi tapılır.



$$2 - 1,2 = 0,8$$

Öyrənmə Rəşional ədədlərin toplanması

Rəşional ədədlərin cəminin də rəşional ədəd olduđu qeyd olunur. İxtiyari $\frac{a}{b}$ və $\frac{c}{d}$ rəşional ədədlərinin cəminin adı kəsrlərin toplanma qaydası ilə tapıldığı vurğulanır.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

Nümunələr sinifdə müzakirə olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan, interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar.

<https://video.edu.az/video/8991>

<https://video.edu.az/video/9904>

<https://www.mathgames.com/skill/7.86-add-and-subtract-rational-numbers>

<https://www.mathmammoth.com/practice/rational-numbers>

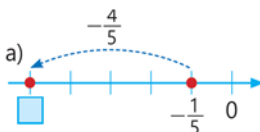
Çalışma

3. Toplama əməlləri yerinə yetirilir. Göstərişə əsasən əvvəlcə qarışıq ədədlərin məxrəci natural ədəd olan kəsrlərdə yazılır. Bəndlərdən birinin şagirdlərlə müzakirə olunaraq yerinə yetirilməsi məqsədəuyğundur.

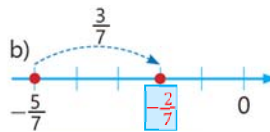
$$a) \frac{-4}{5} + (-1\frac{1}{5}) = \frac{-4}{5} + \frac{-6}{5} = \frac{-4+(-6)}{5} = \frac{-10}{5} = -2$$

$$b) \frac{-1}{2} + 2\frac{1}{4} = \frac{-1 \cdot 2}{2 \cdot 2} + \frac{9}{4} = \frac{-2}{4} + \frac{9}{4} = \frac{-2+9}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

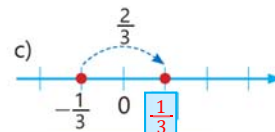
4. Ədəd oxunda təsvir olunan toplanmaya aid misal yazılır və cəm tapılır.



$$-\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = -1$$



$$-\frac{5}{7} + \frac{3}{7} = -\frac{2}{7}$$



$$-\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Yadda saxla!

İki mənfi rəşional ədədi toplanmaq üçün onların modullarının toplanıldığı və nəticənin qarşısında mənfi işarəsinin yazıldığı qeyd olunur. Müxtəlif işarəli ədədləri topladıqda bu ədədlərin modullarının tapıldığı və böyük moduldan kiçik modul çıxıldığı, nəticənin qarşısında modulu böyük olan ədədin işarəsinin yazıldığı vurğulanır. Nümunələr sinifdə müzakirə olunur.

6. İfadənin qiyməti hesablama aparmadan müqayisə edilir. Sonra isə hesablayaraq cavabın doğruluđu yoxlanılır.

Müəllimin nəzərinə! İfadənin qiymətini əvvəlcə hesablamadan, təxmin etməklə müqayisə aparmaq şagirdlər üçün vacib bacarıqlardan biridir. Belə tapşırıqların yerinə yetirilməsi şifahi hesablama bacarıqlarını inkişaf etdirir. Bu prosesdə şagirdlər müxtəlif işarəli ədədlərin toplanması və ya çıxılması zamanı hansı ədədin modulca daha böyük

olduğunu tez bir şəkildə müəyyən etməyi öyrənməlidirlər. Vizual təsəvvür (məsələn, ədəd oxundan istifadə etməklə) onlara bu bacarığı daha rahat mənimsəməyə kömək edir. Belə bacarıqlar şagirdlərə ifadələri hesablama aparmadan müqayisə etməyə, doğru cavabı seçməyə, vaxt itirmədən cavablandırmağa imkan yaradır. Bu isə müəyyən situasiyalarda tez qərar verməyi və məzmunu dərinlən anlamağı təmin edir. Çətinlik çəkən şagirdlərə bənzər tapşırıqları əvvəlcə tam ədədlər üzərində yerinə yetirmək, sonra isə rəasional ədədlər çoxluğuna genişləndirmək məqsədəuyğundur.



Toplamanın xassələrinin rəasional ədədlər üçün də doğru olduğu qeyd edilir. Yerdəyişmə və qruplaşdırma xassələri xatırladılır və nümunələr şagirdlərlə müzakirə olunur.

7. Toplamanın xassələrindən istifadə etməklə cəm tapılır.

Müəllimin nəzərinə! Verilən tapşırıqda toplamanın xassələrinə əsasən cavabın tapılması daha əlverişlidir. Bunu göstərmək üçün cəmi iki üsulla tapmaq olar. Əvvəlcə əməlləri ardıcıl, sonra isə xassələrin tətbiqi ilə yerinə yetirməklə nəticələrin müqayisə olunması tövsiyə olunur. Toplamanın xassələrindən istifadə etməklə cəmin tapılması hesablamanı sadələşdirən və sürətləndirən əlverişli üsullardan biridir. Bu üsul şagirdləri müxtəlif üsulları müqayisə edərək uyğun üsul seçməyə yönəldir.

Texniki imkanları olan siniflərdə qruplarla iş olaraq nəzərdə tutulmuş interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar.

<https://jeopardylabs.com/play/adding-and-subtracting-rational-numbers12>

Öyrənmə Rəasional ədədlərin çıxılması

Rəasional ədədlərin fərqlinin də rəasional ədəd olduğu qeyd edilir. İxtiyari $\frac{a}{b}$ və $\frac{c}{d}$ rəasional ədədlərinin fərqlinin adı kəsrlərin çıxılma qaydası ilə tapıldığı vurğulanır.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$$

Nümunələr sinifdə müzakirə olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar.

<https://www.begalileo.com/math-games/grade-7/add-and-subtract-rational-numbers>



Yadda saxla!

Rəasional ədədlərin fərqlini tam ədədlərdə olduğu kimi, azalanın üzərinə çıxılanın əksini əlavə etməklə də tapmağın mümkün olduğu qeyd olunur. Şagirdlərə adı kəsrlərin çıxılmasına, eyni zamanda onluq kəsrlərin çıxılmasına aid nümunələr göstərilir.

$$p - q = p + (-q)$$

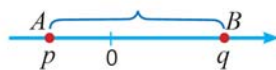
Müəllimin nəzərinə! Tam ədədlərlə əməliyyatları uğurla yerinə yetirə bilən bir çox şagird rəasional ədədlərə keçid etdikdə müəyyən məntiqi və texniki çətinliklərlə qarşılaşır. Bu çətinliklər, əsasən, müxtəlif istiqamətlərdə müşahidə olunur. Tam ədədlərlə mənfi ədədlərin toplanması və çıxılması öyrədilsə də, rəasional ədədlərdə bu qaydaların tətbiqi çətin olur. Məsələn, “ $-4 + (-2)$ ” tipli əməliyyatı şagird aydın başa düşsə də, $-0,8 + (-1,8)$ və ya $\frac{4}{5} + (-\frac{1}{4})$ və s. bu kimi ifadələrdə qaydaları düzgün tətbiq etmədikdə müəyyən səhvlərlə üzləşir. Rəasional ədədlərin toplanması və çıxılması zamanı yol verilən səhvin hansı bacarıqla əlaqəli olduğunu müəyyənləşdirmək, səhvlər üzərində işin təşkili məqsədəuyğundur.

11. Dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiyməti hesablanır. Diqqət etmək lazımdır ki, dəyişənin qiyməti mənfi ədəd olduqda bu qiyməti yerinə yazarkən şagirdlər işarələrdə səhvə yol verməsinlər.

12. Verilən tənliklər həll edilir. Şagirdlərlə tənliklərin həlli qaydalarını yada salmaq tövsiyə olunur. Çətinlik çəkən şagirdlərlə tam ədədlər çoxluğunda daha sadə tənliklər verib həll etməyi tapşırmaq olar. Sonra şagirdlər tapşırıqda verilən tənlikləri sərbəst həll edə bilirlər.

Öyrənmə Koordinat oxunda iki nöqtə arasındakı məsafə

Koordinat oxunda iki nöqtə arasındakı məsafənin bu nöqtələrin koordinatları fərqlinin moduluna bərabər olduğu qeyd edilir.



$$AB = |p - q| \text{ və ya } AB = |q - p|$$

Nümunələrlə sinifdə müzakirə təşkil olunur.

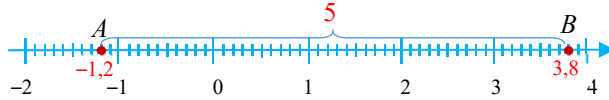
Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqları yerinə yetirmək olar:

https://phet.colorado.edu/sims/html/number-line-distance/latest/number-line-distance_all.html?locale=az

14. Koordinatları verilmiş nöqtələr arasındakı məsafə tapılır və koordinat oxunda təsvir edilir.

a) $A(-1,2)$ və $B(3,8)$

$$AB = |3,8 - (-1,2)| = 5$$



Diferensial təlim

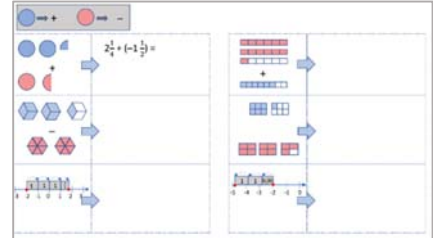
Dəstək. Müəllim lövhəyə bir neçə rəşional ədəd yazır. Şagirdlərə bu ədədlərin cəmini və fərfini hesablamaq tapşırılır. Sonra şagirdlər bir-birinin aldığı nəticələrin doğruluğunu yoxlayırlar.

Dərinləşdirmə. Müəllim lövhəyə bir neçə rəşional ədəd yazır. Şagirdlərə müxtəlif şərtlərə uyğun ədədləri müəyyən etmək və cavabı əsaslandırmaq tapşırılır. Məsələn, cəmi 4-dən kiçik olan iki ədəd, cəmi -10-dan kiçik olan üç ədəd, fərqi 2-yə bərabər olan ədədlər və s.

Praktik iş. Sinif qruplara bölünür. İş vərəqləri qruplara paylanılır. Qrup üzvləri tapşırıqları yerinə yerirlər. Mavi rəşlə müsbət, qırmızı rəşlə mənfi ədədlərə uyğun təsvirlər verildiyi qeyd olunur. Hər təsvirə uyğun misal sağındakı boş xanaya yazılır və həll edilir. Doğru cavablara görə qruplar 1 xal qazanır, səhv cavaba görə 1 xal itirir. Səhv cavablar müzakirə edilir. Səhvlər araşdırılır və düzəldilir. Tapşırığı cütlərlə və ya fərdi iş şəklində də yerinə yetirmək olar.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar.

https://drive.google.com/file/d/15M4DgljCb3aT9hBM3o-5Mm9BrZqysAW7/view?usp=drive_link



Məsələ həlli

15. Həftənin 5 günü ərzində göldəki suyun temperatur dəyişməsi cədvəldə verilmişdir. Müşahidənin başlanğıcında suyun temperaturunun $-0,3^{\circ}\text{C}$ olduğu qeyd edilir. Məsələdə müşahidənin sonunda suyun temperaturunun nə qədər olduğunu tapmaq tələb olunur.

Günlər	1	2	3	4	5
Temperaturun dəyişməsi ($^{\circ}\text{C}$)	-0,5	-1,2	+0,45	-0,2	+0,25

Məsələnin həlli

1-ci üsul. İlk temperaturun $-0,3^{\circ}\text{C}$ olduğunu nəzərə alaraq birinci gün temperaturun $-0,5^{\circ}\text{C}$ azaldığına əsasən bu temperatur hesablanır.

1-ci gün: $-0,3 + (-0,5) = -0,8 (^{\circ}\text{C})$

Eyni üsulla digər günlərdə də temperatur dəyişikliyinə hesablayaraq hər gün üçün suyun yeni temperaturu təyin edilir.

2-ci gün: $-0,8 + (-1,2) = -2 (^{\circ}\text{C})$

4-cü gün: $-1,55 + (-0,2) = -1,75 (^{\circ}\text{C})$

3-cü gün: $-2 + 0,45 = -1,55 (^{\circ}\text{C})$

5-ci gün: $-1,75 + 0,25 = -1,5 (^{\circ}\text{C})$

Cədvəl əlavə bir sətir daxil edib bu sətirdə hər gün üçün suyun uyğun temperaturu yazıla bilər. Bu cədvəl şagirdlərə temperaturun günbəgün necə dəyişdiyini müşahidə etməyə və sonda suyun temperaturunu daha asanlıqla müəyyənləşdirməyə imkan verəcək.

Günlər	1	2	3	4	5
Temperaturun dəyişməsi ($^{\circ}\text{C}$)	-0,5	-1,2	+0,45	-0,2	+0,25
Temperatur ($^{\circ}\text{C}$)	-0,8	-2	-1,55	-1,75	-1,5

2-ci üsul. Dəyişmə temperaturlarının cəmini taparaq sonda temperaturun nə qədər azaldığı, yaxud artdığı müəyyən edilir.

$-0,5 + (-1,2) + 0,45 + (-0,2) + 0,25 = -1,2 (^{\circ}\text{C})$

$-0,3^{\circ}\text{C}$ üzərinə sonda alınan dəyişmə temperaturu əlavə edilir.

$-0,3 + (-1,2) = -1,5 (^{\circ}\text{C})$

Cavab. Müşahidənin sonunda suyun temperaturu $-1,5^{\circ}\text{C}$ oldu.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

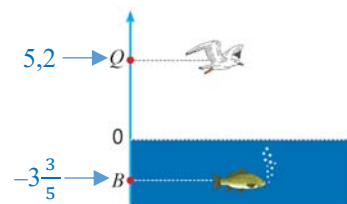
16. Qağayının dəniz səviyyəsindən 5,2 m yüksəklikdə uçduğu, balığın isə dəniz səviyyəsindən $3\frac{3}{5}$ m dərinlikdə üzdüyü qeyd olunur.

Məsələnin həlli

• Qağayı və balığın hər birinin koordinatı dəniz səviyyəsinə nəzərən müsbət və mənfi ədədlərlə ifadə edilir.

Qağayı: $5\frac{2}{10}$

Balıq: $-3\frac{3}{5}$



- Qağayı və balığın dənizdən olan səviyyələrinə uyğun Q və B nöqtələri arasındakı məsafə müəyyən olunur.
 $\left| 5,2 - \left(-3\frac{3}{5}\right) \right| = 8,8 \text{ m.}$

Cavab. Qağayı və balığın suyun səthindən olan səviyyələrinə uyğun nöqtələr arasındakı məsafə 8,8 metrə bərabərdir.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Rasional ədədləri toplayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rasional ədədləri çıxır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Ədəd oxunda iki rasional ədəd arasında məsafəni tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 1.5. Rasional ədədlərin vurulması və bölünməsi

ALTSTANDARTLAR	7-1.2.1. Rasional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Rasional ədədləri vurur. - Rasional ədədləri bölür. - Rasional ədədlər üçün vurmanın xassələrini tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/13846 https://www.geogebra.org/m/tztysc46 https://www.mathmammoth.com/practice/rational-numbers

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhəyə boş xanalar, vurma və ya bölmə əməli olan ifadə yazır. Cavaba uyğun olaraq şagirdlərə boş xanalara uyğun ədədləri kartlarda verilən ədədlər arasından seçmək tapşırılır.

$\square \times \square = -6$	$\square \times \square = 5$	$\square \times \square = -2$	1	4,2	$\frac{1}{6}$	6
$\square : \square = -10$	$\square : \square = 36$	$\square : \square = -8,4$	-1	-10	$-\frac{1}{3}$	-0,5

Müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verir:

– Boş xanalara uyğun ədədlərin işarəsini necə müəyyən etmək olar? Ədədi -1 -ə vurduqda və ya böldükdə işarəsi necə dəyişir? Hansı halda ədədin hasil, yaxud nisbəti müsbət, hansı halda mənfi olar?

Hər xanaya uyğun ədədin necə müəyyən edildiyi müzakirə olunur.

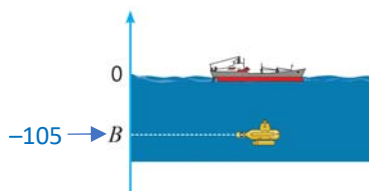
Araşdırma-müzakirə

Batiskafın hər dəqiqədə 7 m dərinliyə enərək 15 dəqiqə sonra tədqiqat üçün tələb olunan səviyyəyə çatdığı qeyd olunur. Mənfi ədədlərdən istifadə etməklə bu səviyyəni göstərən B nöqtəsinin koordinatlarını tapmaq, batiskaf hər dəqiqədə $7\frac{1}{2}$ m dərinliyə enərsə, tələb olunan səviyyəyə neçə dəqiqəyə çatacağını hesablamaq tələb olunur. Şagirdlərin diqqəti ədəd oxu üzərində təsvirə yönəldilir.

• Şaquli verilmiş oxda B nöqtəsinə uyğun koordinatı tapmaq üçün şagirdlər sürət və zamanın hasilini hesablayırlar. $7 \cdot 15 = 105$ (m). Deməli, 15 dəqiqədən sonra batiskaf 105 m dərinliyə enəcək, yəni B nöqtəsinə uyğun koordinat -105 olacaq.

• Batiskaf hər dəqiqədə $7\frac{1}{2}$ metr dərinliyə enərsə, tələb olunan səviyyəyə neçə dəqiqəyə çatdığı tapılır. $105 : 7\frac{1}{2} = 14$ (dəq)

Dərinliyin mənfi ədədlə ifadə olunduğunu nəzərə alaraq müəllimin şagirdləri mənfi ədədin mənfi ədədə bölünməsinə əsasən cavabı tapmağa yönəltməsi məqsədəuyğundur. $-105 : (-7\frac{1}{2}) = 14$ (dəq)



Öyrənmə Rasional ədədlərin vurulması

Rasional ədədlərin hasilinin adi kəsrlərin vurulma qaydasına uyğun olaraq tapıla bildiyi qeyd olunur. Ümumi qayda şagirdlərə xatırladılır və nümunə tapşırıqlar siniflə müzakirə olunur.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Şagirdlər eyni işarəli, müxtəlif işarəli rasional ədədlərin hasilinə aid əlavə nümunələr də göstərə bilirlər. Əvvəlcə cavabın müsbət, yaxud mənfi ədəd alınacağını qeyd edib sonra hesablamaqla şagirdlərin yoxlaması tövsiyə olunur.

$$\begin{array}{l} (+) \times (+) = (+) \\ (-) \times (-) = (+) \\ (+) \times (-) = (-) \\ (-) \times (+) = (-) \end{array}$$



“Rasional ədədi özünə vurduqda hasil mənfi ədəd ola bilərmi?” sualına cavab vermək üçün şagirdlər nümunələr göstərir və fikirlərini əsaslandırırlar.

Bu zaman mümkün hallar sadalanır.

1) Hər ikisi müsbət ədəddir. Müsbət ədədlərin hasilı müsbət ədəddir.

2) Hər ikisi mənfi ədəddir. İki mənfi ədədin hasilı müsbət ədəddir.

3) Sıfır da rasional ədəd olduğundan özü ilə hasilı sıfıra bərabərdir.

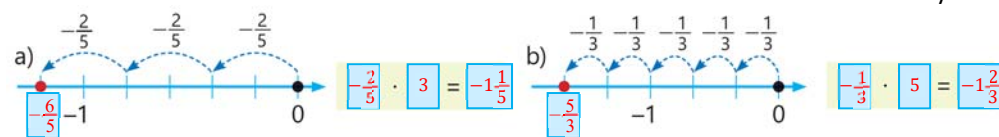
Rasional ədədin özünə hasilinin ya müsbət ədəd, ya da sıfır olduğu vurğulanır. Deməli, rasional ədədin özünə hasilı mənfi ədəd ola bilməz.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar.

<https://www.begalileo.com/math-games/grade-7/multiply-rational-numbers>

Çalışma

2. Ədəd oxu üzərində vurma əməlinə aid təsvirlərə əsasən misallar yazılır və hasil tapılır.



4. Əvvəlcə hasilin işarəsi müəyyən edilir, sonra vurma əməli yerinə yetirilir.

Müəllimin nəzərinə! Hasilin işarəsini müəyyən etməkdə çətinlik çəkən şagirdlərə tam ədədlərin vurulma qaydalarını xatırlatmaq tövsiyə olunur. Əvvəlcə tam, sonra isə rasional ədədlər üçün iki müsbət ədədin hasilinin müsbət, iki mənfi ədədin hasilinin də müsbət olduğuna aid nümunələr göstərilə bilər. Ümumiləşdirmə aparmaqla şagirdlərə eyni işarəli ədədlərin hasilinin müsbət, əks işarəli iki ədədin hasilinin isə mənfi olduğu vurğulanır. Lakin ədədlərin sayı artdıqda ədədlərin sayının tək və ya cüt olduğu hallara diqqət edilməsi tövsiyə olunur.



Yadda saxla!

Hasılı 1-ə bərabər olan ədədlərin qarşılıqlı tərs ədədlər olduğu qeyd olunur.

Nümunə tapşırıqlar sinifdə müzakirə olunur.

5. Verilən ədədlərin qarşılıqlı tərs ədədlər olub-olmadıqları müəyyən edilir.

b) $-1\frac{2}{5} \cdot -\frac{5}{7} = 1 \rightarrow -1\frac{2}{5}$ və $-\frac{5}{7}$ qarşılıqlı tərs ədədlərdir.

d) $-3 \cdot \frac{1}{3} = -1 \rightarrow -3$ və $\frac{1}{3}$ qarşılıqlı tərs ədədlər deyil.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$



Diqqət

Vurmanın xassələrinin rasional ədədlər üçün də doğru olduğu qeyd edilir. Yerdəyişmə, qruplaşdırma və paylama xassələri xatırlanır və nümunələr şagirdlərlə müzakirə olunur.

6. Vurmanın xassələrindən istifadə etməklə ifadələrin qiyməti əlverişli üsullarla hesablanır. Hər bir misal üçün nümunədə qeyd olunduğu kimi, hansı xassələrdən istifadə edildiyinin şagirdlərdən soruşulması məqsədəuyğundur.

Müəllimin nəzərinə! Toplamanın xassələrində olduğu kimi, vurmanın xassələrindən istifadə etməklə hesablamaların aparılmasının əlverişli üsullardan biri olduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Verilən tapşırıqların vurmanın xassələrinə əsasən həll olunmasının nə qədər əlverişli olduğunu göstərmək üçün əvvəlcə ardıcıl vurma əməliyyatı aparmaq, daha sonra isə vurmanın xassələrinin tətbiqi ilə cavabı tapmaq olar. Sonda nəticələrin müqayisəsi tövsiyə olunur. Bu yanaşma şagirdləri müxtəlif üsulları müqayisə etməyə, ən uyğun və səmərəli üsulu seçməyə istiqamətləndirir. Ümumiyyətlə, şagirdləri fikirlərini vurmanın xassələrindən istifadə etməklə əsaslandırmağa təşviq etmək tövsiyə olunur.

8. Vuruqlar sıfırdan fərqli olduqda fikirlərin doğru və ya yanlış olduğu əsaslandırılır. Şagirdlər fikirləri əsaslandırmaq üçün nümunələr göstərə bilərlər.

a) Mənfi vuruqların sayı tək olarsa, hasil mənfi ədəddir. Bu fikrin doğruluğunu yoxlamaq üçün tək sayda mənfi ədədlər götürülür. Bu ədədlər iki-iki qruplaşdırılır. Məlumdur ki, iki mənfi ədədin hasilı müsbətdir. Bu qayda ilə yalnız biri mənfi, qalanları müsbət olan ədədlərin hasilı alınır. Mənfi ədədin müsbət ədədə hasilı mənfi ədəd olduğundan mənfi vuruqların sayı tək olduqda hasilin mənfi olduğu alınır. *Bu, doğru fikirdir.*

Sxematik təsvir etməklə fikrin doğruluğunu belə əsaslandırmaq olar.

$$\underbrace{(-) \times (-) \times (-) \times (-) \times \dots \times (-)}_{\text{Tək sayda}} = \underbrace{(-) \times (-)}_{(+)} \times \underbrace{(-) \times (-)}_{(+)} \times \dots \times (-) = (+) \times (+) \times \dots \times (-) = (-)$$

b) Mənfi vuruqların sayı cüt olarsa, hasil müsbət ədəddir. Bu da doğru fikirdir. Hər bir fikrə uyğun olaraq şagirdlər nümunələr göstərə bilirlər. Bu ədədlər də iki-iki qruplaşdırılır. Məlumdur ki, iki mənfi ədədin hasili müsbətdir. Bu qayda ilə müsbət olan ədədlərin hasili alınır, deməli hasil müsbət ədəddir. *Bu da doğru fikirdir.* Sxematik təsvir etməklə fikrin doğruluğunu belə əsaslandırmaq olar.

$$\underbrace{(-) \times (-) \times (-) \times \dots \times (-)}_{\text{Cüt sayda}} = \underbrace{(-) \times (-)}_{(+)} \times \underbrace{(-) \times (-)}_{(+)} \times \dots \times \underbrace{(-) \times (-)}_{(+)} = (+) \times (+) \times \dots \times (+) = (+)$$

Müəllimin nəzərinə! Hər bir fikrə uyğun olaraq şagirdlər nümunələr göstərə bilirlər. Qeyd olunur ki, burada söhbət mənfi vuruqların sayından gedir. Vuruqların sayını artırmaq üçün müsbət vuruqlardan da istifadə etmək olar. Bu halda nəticədə alınan ədədin işarəsi dəyişmir. Bəzən şagirdlər belə hallarda müəyyən səhvlərə yol verirlər. Bənzər nümunələrin göstərilməsi, səhvlər üzərində işin təşkili məqsədəuyğundur.

Öyrənmə Rasional ədədlərin bölünməsi

Rasional ədədləri bölərkən bölünənin bölənin tərsi olan ədədə vurulduğunu, bu üsulla da qismətin tapıldığını vurğulamaq məqsədəuyğundur. Rasional ədədlərin bölünməsindən alınan qismət də rasional ədəddir. Nümunələr göstərilir, ümumiləşdirmə aparılır.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar.

<https://www.begalileo.com/math-games/grade-7/divide-rational-numbers->

10. Əvvəlcə qismətin işarəsi müəyyən edilir, sonra ədədin qiyməti tapılır. Tapşırığı yerinə yetirərkən müəllim vurma qaydalarında olduğu kimi, 4-cü tapşırığın həllinə uyğun 10-cu tapşırığın da yerinə yetirildiyini vurğulaya bilər. Qaydalar xatırlanır. Tapşırıq yerinə yetirilir.

11. Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanaya uyğun ədəd yazılır. Bu zaman şagirdlərin 0-a, 1-ə vurma qaydalarını eyni zamanda -1-ə vurma qaydasını yadda saxlaması məqsədəuyğundur.

a) $-0,9 \cdot (-1) = 0,9$

b) $-\frac{2}{3} \cdot (-1\frac{1}{2}) = 1$

c) $-1,4 \cdot 0 = 0$

d) $0 : (-\frac{1}{2}) = 0$

12. Şagirdlərlə əvvəlcə məchul vuruğun, bölünənin, bölənin və s. tapılma qaydalarını təkrar etmək, bu biliklər əsasında şagirdləri tənlikləri həll etməyə yönəltmək olar. Tənlikləri həll etməkdə çətinlik çəkən şagirdlərə əvvəlcə tam ədədlər çoxluğunda uyğun tənliklər təqdim etmək, onları addım-addım necə həll etdiklərini izah etməyi tapşırmaq tövsiyə olunur. Sonra isə şagirdlər oxşar tənlikləri müstəqil şəkildə həll etməklə bu bacarıqları möhkəmləndirilə bilər.

Diferensial təlim

Dəstək. Müəllim lövhəyə bir neçə rasional ədəd yazır. Şagirdlərə bu ədədləri vurmağı və bölməyi hesablamaq tapşırılır. Sonra şagirdlər bir-birinin aldığı nəticələrin doğruluğunu yoxlayırlar.

Dərinləşdirmə. Müəllim lövhəyə bir neçə rasional ədəd yazır. Şagirdlərə müxtəlif şərtlərə uyğun ədədləri müəyyən etməyi və cavabı əsaslandırmağı tapşırır. Məsələn, hasili -5-dən böyük, -4-dən kiçik olan iki, yaxud üç ədəd, nisbəti -1-dən kiçik olan iki ədəd, hasili 1,(6)-ya bərabər olan ədədlər və s.

Məsələ həlli

13. Dəniz səviyyəsindən hər 100 m qalxdıqda havanın temperaturunun $0,65^{\circ}\text{C}$ azaldığı vurğulanır. Dəniz səviyyəsində havanın temperaturu 14°C olduqda 2000 m hündürlükdə havanın temperaturunun nə qədər olacağı, 2000 m hündürlükdə olan təyyarə daha neçə metr yuxarı qalxsas, həmin hündürlükdə havanın temperaturunun $-18,5^{\circ}\text{C}$ olacağını tapmaq tələb olunur.



Məsələnin həlli

• Dəniz səviyyəsində havanın temperaturu 14°C olarsa, 2000 m hündürlükdə havanın temperaturunun nə qədər olduğu tapılır.

$$\begin{aligned} 2000 : 100 &= 20 \\ 20 \cdot (-0,65) &= -13 \\ 14 + (-13) &= 1 (^{\circ}\text{C}) \end{aligned}$$

• 2000 m hündürlükdə olan təyyarənin qalxacağı hündürlük x ilə işarə edilir və həmin hündürlükdə havanın temperaturunun $-18,5^{\circ}\text{C}$ olduğuna əsasən tənlik yazılır və həll edilir.

$$0,65 \cdot \frac{2000 + x}{100} + 14 = -18,5 \rightarrow x = 3000$$

Cavab. 2000 m hündürlükdə temperatur 1°C olar. Təyyarə daha 3000 m hündürlüyə qalxsas, havanın temperaturu $-18,5^{\circ}\text{C}$ olar.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri müzakirə edilir.

14. Cədvəldə atmosfer təzyiqinin 3 gün ərzində dəyişməsi haqqında məlumat verilmişdir. Atmosfer təzyiqinin üç gündə dəyişməsinin ədədi ortasının nə qədər olduğunu, növbəti gün atmosfer təzyiqi nə qədər dəyişərsə, 4 gündə dəyişmənin ədədi ortasının əvvəlki üç gündə dəyişmənin ədədi ortasına bərabər olduğunu tapmaq tələb olunur.

Günlər	Atmosfer təzyiqində dəyişmə (mm civə sütunu)
1	-0,3
2	-0,6
3	+0,3

Məsələnin həlli

- Atmosfer təzyiqinin 3 gündə dəyişməsinin ədədi ortası tapılır. $\frac{-0,3 + (-0,6) + 0,3}{3} = -0,2$ (mm civə sütunu)
- Növbəti gün atmosfer təzyiqinin dəyişməsinə nə qədər dəyişdiyini x ilə işarə etməklə uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$(-0,3 + (-0,6) + 0,3 + x) : 4 = -0,2$$

$$x = -0,2 \text{ (mm civə süt.)}$$

Cavab. Atmosfer təzyiqinin 3 gündə dəyişməsinin ədədi ortası $-0,2$, növbəti gün atmosfer təzyiqinin dəyişməsi $-0,2$ mm. c.süt.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərin təzyiq və mm civə sütunu anlayışı ilə bağlı biliklərini yoxlamaq üçün müəyyən suallar vermək olar:

–Sizcə, təzyiq nədir? Harada rast gəlirik? Atmosfer təzyiqinin vahidi niyə mm civə sütunudur? Niyə məhz civə? Su və ya başqa maye niyə yox?

Şagirdlərə sualları cavablandıraraq bu mövzuda araşdırma aparmağı tapşırmaq olar. Belə tapşırıqlar fənlərarası inteqrasiyanı təmin edir, eyni zamanda şagirdləri atmosfer təzyiqi ilə bağlı biliklərini genişləndirməyə yönəldir.

Şagirdlərin fikirlərini dinlənilir, müzakirə təşkil edilir, sonra isə ümumiləşdirib qısa məlumat verilir: “mm civə sütunu təzyiqi ölçmək üçün istifadə olunan vahiddir. 1 mm civə sütunu 1 mm hündürlüyündə civə sütununun yaratdığı təzyiqə bərabərdir. Civə çox sıx mayedir, buna görə də atmosfer təzyiqini ölçmək üçün qısa (təqribən 760 mm) sütun kifayət edir. Bundan əlavə, civə şüşəni islatmır və bu, ölçmənin daha dəqiq olmasına kömək edir. Əgər su istifadə olunsaydı, atmosfer təzyiqini ölçmək üçün təxminən 10 metr hündürlüyündə sütun lazım gələrdi ki, bu da praktik deyil. Normal atmosfer təzyiqi də 760 mm civə sütununa bərabərdir”.

Bu anlayış haqqında məlumatlı olması şagirdlərə məsələni daha yaxşı anlamağa kömək edəcək.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar. <https://youtu.be/ld2Ti1ZGN1g>

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Rasional ədədləri vurur.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rasional ədədləri bölür.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rasional ədədlər üçün vurmanın xassələrini tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 1.6. Ədədi ifadələrin qiymətinin hesablanması

ALTSTANDARTLAR	7-1.2.1. Rasional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir. 7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır. 7-1.2.4. Rasional ədədlər üzərində əməllərdən məsələ həllində istifadə edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Sonsuz dövrli onluq kəsri adi kəsre çevirir. • Rasional ədədlər daxil olan ədədi ifadələrin qiymətini hesablayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/5275 https://www.geogebra.org/m/uxjqcxsx https://contrib.pbslearningmedia.org/WGBH/mgbh/mgbh-int-decring/index.html https://www.ixl.com/math/grade-8/convert-between-repeating-decimals-and-fractions

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhəyə aşağıdakı kimi ifadələr yazır. Lövhəyə iki şagird dəvət olunur. Üzuaşağı düzülmüş stikerlərdən seçilir və şərtə uyğun ədədlər boş xanalar yazılır. Şagirdlərdən biri surətdə soldan, digəri isə məxrəcdə sağdan başlamaqla boş xanalar uyğun ədədləri yazır. Şagirdlərdən biri 1-ci misalı, digəri isə 2-ci misalı həll edir.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & + & \square & \times & \square \\ \hline \square & - & \square & + & \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \times & \square & - & \square \\ \hline \square & + & \square & : & \square \\ \hline \end{array}$$

0,(3)	4,2(1)	-1,5
$2\frac{3}{7}$	-3,25	$-\frac{5}{6}$

Müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verir:

– Hər sütunda yazılan misallar nə ilə fərqlənir? Əməllər ardıcılığına görə 1-ci hansı hesablama aparılmalıdır? Sonda alınan cavablar müqayisə olunur.

Araşdırma-müzakirə

Cədvəldə dolçadakı südün həcmnin litrlə verildiyi, bidonda olan südün dolçada olan süddən 10 dəfə çox olduğu qeyd olunur.

• Lalənin dolçada 0,(5) litr süd olduqda bidonda olan südün dolçada olan süddən neçə litr çox olduğunu necə hesabladığı müzakirə edilir. Müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verə bilər:

– Dövri onluq kəsri 10-a, 100-ə vurduqda alınan kəsir əvvəlki kəsrdən nə ilə fərqlənir? 0,(5) ədədinin 10 misindən həmin kəsri çıxdıqda tam ədəd alındığını necə izah etmək olar?

• Eyni üsulla dolçada 0,(7); 1,(2) litr süd olduqda bidonda olan südün dolçada olan süddən neçə litr çox olduğu hesabanır və cədvəl tamamlanır.

Müəllim bu üsuldən istifadə etməklə dövri kəsri adi kəsre çevirməyin mümkün olduğunu qeyd edərək öyrənmə materialına keçid edə bilər.

Öyrənmə Sonsuz dövri onluq kəsirin adi kəsre çevrilməsi

Sonsuz dövri onluq kəsrlərin adi kəsre çevrilməsi izah olunur. Uyğun tənliklər qurulur və çevirmə prosesi ardıcıl mərhələlərlə göstərilir. Tam hissəsi sıfırdan fərqli olan dövri onluq kəsrlər üçün də çevirmə qaydası ayrıca izah olunur.

$$x = 0,444...$$

$$10x = 4,444...$$

$$10x - x = 4,(4) - 0,(4)$$

$$9x = 4$$

$$x = \frac{4}{9}$$

Deməli, $0,(4) = \frac{4}{9}$

0,(4) ədədinin adi kəsrlə ifadəsi x ilə işarə edilir.

Dövrdə bir rəqəm olduğundan bərabərliyin hər iki tərəfi 10-a vurulur.

Bərabərliklər tərəf-tərəfə çıxılır.

Sadələşdirilir.

0,(4) ədədinin adi kəsrlə ifadəsi tapılır.

Cavabı bölmə əməli ilə və ya kalkulyatordan istifadə etməklə yoxlamaq olar.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar:

<https://contrib.pbslearningmedia.org/WGBH/mgbh/mgbh-int-decring/index.html>

Fikirləş

0,(21) ədədini adi kəsre çevirmək üçün $x = 0,2121...$ bərabərliyinin hər iki tərəfini 100-ə vurub bərabərlikləri tərəf-tərəfə çıxmaq lazım olduğu qeyd olunur. 0,(21) ədədinin dövrü iki rəqəmdən ibarət olduğundan ədəd 100-ə vurulur. Bu zaman dövr təkrarlandığı üçün çıxma əməliyyatı aparıldıqda uyğun ədədlərin fərqi tam ədədə bərabər olur. Həll davam etdirilir və 0,(21) ədədi adi kəsre çevrilir.

$$\begin{array}{r}
 x = 0,2121... \\
 100x = 21,2121... \\
 100x - x = 21 \\
 99x = 21 \\
 x = \frac{21}{99}
 \end{array}$$

Çalışma

1. Cədvəli tamamlamaqla dövri onluq kəsrlər adi kəsrlərə çevrilir. Cədvəli doldurmaqla şagirdlər verilən dövri onluq kəsrlə alınan adi kəsir arasında əlaqəni müşahidə edə bilərlər. Cavabı öyrənmədə verilən nümunəyə uyğun olaraq tənlik yazmaqla da tapmaq olar.

2. Dövri onluq kəsir adi kəsre çevrilir. Alınan kəsirin

surəti dövrdəki ədədlə, məxrəcindəki rəqəmlərin sayı isə dövrdəki rəqəmlərin sayı ilə müqayisə edilir.

a) $x = 0,(5) = 0,55...$

$$\begin{array}{r}
 10x = 5,5... \\
 10x - x = 5 \\
 9x = 5 \\
 x = \frac{5}{9}
 \end{array}$$

$$0,(5) = \frac{5}{9}$$

a)

x	$10x$	$10x - x$	Adi kəsir
0,222...	2,222...	2	$\frac{2}{9}$
0,(7)	7,(7)	7	$\frac{7}{9}$
1,(2)	12,(2)	11	$\frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$

c) $x = 0,(126) = 0,126...$

$$\begin{array}{r}
 1000x = 126,126... \\
 1000x - x = 126 \\
 999x = 126 \\
 x = \frac{126}{999} = \frac{14}{111}
 \end{array}$$

$$0,(126) = \frac{14}{111}$$

Şagirdlərə istiqamətləndirici suallar vermək məqsəduyğundur: “Hansı ədədlərin dövrü bir rəqəmdən ibarətdir? Bu ədədlərin adi kəsir şəklində yazılışında məxrəcdə neçə 9 yazıldı? Surətdə yazılan ədədlə dövrdəki ədəd arasında əlaqəni necə izah etmək olar? Verilən ədədləri adi kəsir şəklində yazdıqda məxrəcdə dövrdəki ədədlərin sayı qədər 9 rəqəminin yanaşı yazıldığını necə izah etmək olar?”

Belə suallar şagirdlərin qaydaları əzbərləmədən başa düşməsinə, müqayisə aparmasına, qaydalarla nəticə arasında əlaqə qurmasına kömək edir. Dövri onluq kəsri adi kəsər şəklində yazdıqdan sonra ixtisar etmək mümkündürsə, ixtisar olunmasına diqqət edilir.



Yadda saxla!

Dövri vergüldən dərhal sonra başlayan onluq kəsri adi kəsre çevirdikdə tam hissənin olduğu kimi saxlanıldığı, kəsir hissənin surətində dövrədəki rəqəm (və ya rəqəmlər qrupu), məxrəcində isə dövrədəki rəqəmlərin sayı qədər 9 yazıldığı qeyd olunur, nümunələr göstərilir.

$$0,(4) = \frac{4}{9}$$

Dövrədə bir rəqəm var.
Məxrəcə 9 yazılır.

$$0,(32) = \frac{32}{99}$$

Dövrədə iki rəqəm var.
Məxrəcə 99 yazılır.

$$3,(412) = 3\frac{412}{999}$$

Dövrədə üç rəqəm var.
Məxrəcə 999 yazılır.

3. Boş xanaya uyğun ədədlər müəyyən edilir.

a) $0,(5) = \frac{5}{9}$ b) $0,(7) = \frac{7}{9}$ c) $0,(23) = \frac{23}{99}$ d) $0,(45) = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$ e) $0,(114) = \frac{114}{999} = \frac{38}{333}$ f) $1,(5) = 1\frac{5}{9}$

Şagirdlər tənlik qurub həll etməklə cavabı yoxlaya bilərlər.



Yadda saxla!

Dövri vergüldən bir neçə rəqəm sonra başlayan və qısa şəkildə yazılan sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre çevirmə qaydası nümunələrlə şagirdlərə izah edilir.

$$0,2(1) = \frac{21-2}{90} = \frac{19}{90}$$

$$5,1(32) = 5\frac{132-1}{990} = 5\frac{131}{990}$$

$$0,75(4) = \frac{754-75}{900} = \frac{679}{900}$$

5. Lövhədəki misalın həll üsulu və Aynurun fikri müzakirə olunur. Müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verə bilər: “0,2(1) ədədini 10-a vurduqda dövrədə hansı ədəd alınır? 0,2(1) ədədini 100-ə vurduqda da dövrədə eyni ədəd olduğunu necə izah etmək olar? Aynur nəyə görə 0,2(1) ədədini 100-ə, sonra isə 10-a vurub alınan bərabərlikləri tərəf-tərəfə çıxardı?”

• Bu üsuldən istifadə etməklə verilən onluq kəsrlər adi kəsrlə ifadə edilir. Bu halda adi kəsirin surət və məxrəcindəki ədədlərlə dövrədəki və dövrəqədərki ədədləri arasında əlaqə müəyyən olunur.

$$\begin{aligned} 0,2(1) &= \frac{?}{?} \\ x &= 0,2111... \\ 10x &= 2,111... \\ 100x &= 21,111... \\ 100x - 10x &= 21,(1) - 2,(1) \\ 90x &= 19 \\ x &= \frac{19}{90} \\ 0,2(1) &= \frac{19}{90} \end{aligned}$$

0,2(1) dövrü onluq kəsri x ilə işarə edib əvvəlcə 10-a, sonra 100-ə vuraram. Alınan bərabərlikləri tərəf-tərəfə çıxaram.



$$0,3(2) = \frac{32-3}{90} = \frac{29}{90}$$

$$2,0(4) = 2\frac{4}{90} = 2\frac{2}{45}$$

$$0,0(18) = \frac{18}{990} = \frac{1}{55}$$

6. Boş xanaya uyğun ədədlər müəyyən edilir.

a) $0,1(6) = \frac{16-1}{90} = \frac{1}{6}$ b) $0,8(24) = \frac{824-8}{990} = \frac{136}{165}$ c) $0,12(6) = \frac{126-12}{900} = \frac{19}{150}$

8. Bərabərliyin doğruluğunu yoxlayın.

a) $0,(9) = \frac{9}{9} = 1$ c) $0,3(9) = \frac{39-3}{90} = \frac{36}{90} = 0,4$

Adi kəsirin onluq kəsre çevrilməsində dövrü 9 olan kəsir alınmadığı, adətən, dövrü 9 olan sonsuz dövrü onluq kəsrlərə baxılmadığı şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagirdlər 0,(9) ədədinin 1-dən kiçik olduğunu düşünürlər. Bu ədədin 1-ə bərabər olduğunu müxtəlif üsullarla göstərmək olar. Məsələn, verilən ədədi x ilə işarə edib uyğun tənliyi yazsaq, x-i tapdıqda cavabın 1 olduğunu görmək olar. Gələcəkdə şagirdlər həndəsi silsilə mövzusunı keçdikdə bu bərabərliyin doğruluğunu yeni bir üsulla əsaslandırmağı da öyrənəcəklər. Dövri onluq kəsrlər üzərində əməllər aparıldıqda belə hallara rast gəlinir. Dövri 9 olan sonsuz dövrü onluq kəsrlərə baxılmadığına görə şagirdlər ehtiyac yarandıqda $0,(9) = 1$; $0,0(9) = 0,1$ və s. yazmağı bacarmalıdırlar.

9. Dövri onluq kəsrlər adi kəsre çevrilir və tələb olunan hesablama aparılır.

a) $0,(2) + 1,(7) = \frac{2}{9} + 1\frac{7}{9} = 1\frac{9}{9} = 2$

a) $x = 0,(9) = 0,999...$

$$\begin{array}{r} 9,999... \\ - 0,999... \\ \hline 9 \end{array}$$

$10x = 9,999...$
 $10x - x = 9$
 $9x = 9$
 $x = \frac{9}{9} = 1$

$0,(9) = 1$

Bəzi hallarda alt-alta toplamaq, yaxud çıxmaqla da cavabı tapmağın mümkün olduğu qeyd edilir.

Məsələn, $0,(2) + 1,(7)$ ifadəsinin qiymətini taparkən bu üsuldən istifadə etmək olar.

$$0,(2) + 1,(7) = 1,(9)$$

Dövrü 9 olan sonsuz dövrü onluq kəsr alındığı üçün belə yazılır. $1,(9) = 2$.

$$\begin{array}{r} + 0,222... \\ 1,777... \\ \hline 1,999... \end{array}$$

Öyrənmə Rasional ədədlərin daxil olduğu ədədi ifadələr

Rasional ədədlər üzərində əməllərin ümumi qaydaya uyğun yerinə yetirildiyi, ifadədə mötərizə varsa, əvvəlcə mötərizə daxilindəki əməllərin icra edildiyi vurğulanır. Nümunələr sinifdə müzakirə olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar.

<https://www.math-play.com/7th-Grade-Numbers-and-Operations-Jeopardy/7th-Grade-Numbers-and-Operations-Jeopardy.html>

12. İfadənin qiyməti hesablanır. Nümunə tapşırıq siniflə müzakirə olunur. Digər tapşırıqları şagirdlər arasında bölüb cütlər şəklində yerinə yetirməyi tapşırmaq olar. Hesablama apardıqdan sonra cavabları müqayisə edib müzakirə təşkil edə bilirlər.

Müəllimin nəzərinə! Kəsrin surət və məxrəcində kəsr və hesab əməlləri olan misalların həll edilməsi zamanı şagirdlər müəyyən çətinliklərlə qarşılaşırlar. Buna görə də müəllimin tapşırığı yerinə yetirmək üçün vacib olan bilik və bacarıqları şagirdlərə xatırlatması məqsədəuyğundur. Misalların həllində hansı çətinliyin yarandığını müşahidə etmək və səhvlər üzərində işin təşkili vacibdir.

Hər bir şagird rasional ədədlər üzərində əməlləri əvvəlcə müstəqil şəkildə yerinə yetirə, sonra isə cavablarını parta yoldaşı ilə müqayisə edə bilər. Şagirdlərdən cavablarını lövhələrdə nümayiş etdirməyi xahiş etmək olar. Zərurət olduqda konstruktiv rəylərin verilməsi şagirdlərin inkişafını izləməyə kömək edir.



Riyaziyyat tarixindən

“Rasional” sözünün “ratio” latın sözündən götürüldüyü, tərcüməsinin “nisbət” mənasını verdiyi qeyd olunur. İki rasional ədədin cəmi, fərqi, hasilı və qismətinin (bölən sıfırdan fərqli olmaqla) rasional ədəd olduğu vurğulanır. Nümunələr göstərilir. Rasional ədədlər natural və tam ədədlərdən fərqli olaraq mühüm xassəyə malikdir: iki rasional ədəd arasında sonsuz sayda rasional ədəd var. Şagirdlərə istənilən iki rasional ədəd verib arasında bir ədədi göstərməyi tapşırmaq olar. Şagirdlər rasional olmayan ədədlər dedikdə hansı ədədlərin nəzərdə tutulduğunu təsəvvür etmirlər. Rasional olmayan ədədlərin irrasional ədədlər olduğu, π ədədinin bu ədədlərə nümunə olduğu vurğulanır. Şagirdlərin bu mərhələdə irrasional ədədlər haqqında ilkin anlayışa sahib olmaları və bu anlayışın daha ətraflı şəkildə sonrakı siniflərdə öyrəniləcəyini bilmələri məqsədəuyğundur.

14. Tənliklər həll edilir. Rasional ədədlər daxil olan tənliklərin həlli zamanı bəzən şagirdlər çətinlik çəkirlər. Belə şagirdlərə bənzər tənlikləri tam ədədlər olan əmsallarla yerinə yetirməyi tapşırmaqla onları misalları sərbəst həll etməyə yönəltmək olar.

Diferensial təlim

Dəstək. Müəllim lövhəyə bir neçə rasional ədəd yazır. Şagirdlərə bu ədədlərin cəmini onların fərqinə bölməyi, alınan ədədin sonsuz dövrü, yoxsa sonlu onluq kəsr olduğunu müəyyən etmək tapşırılır. Sonra şagirdlər bir-birinin aldığı nəticələrin doğruluğunu yoxlayırlar.

Dərinləşdirmə. Müəllim lövhəyə bir neçə rasional ədəd yazır. Şagirdlərə müxtəlif şərtlərə uyğun ifadə yazıb, cavabı tapmaq tapşırılır. Məsələn, bu ədədlərin cəminin iki mislinin fərqinə nisbəti, bu ədədlərin fərqinin kvadratının yarısı və s. Əlavə olaraq alınan ədəd sonsuz dövrü onluq kəsr olarsa, onu hansı ədədə vurduqda tam ədəd alındığını müəyyən etməyi şagirdlərə tapşırmaq olar.

15. Anarın həll üsulu siniflə müzakirə olunur. Şagirdlərə istiqamətləndirici suallar vermək olar: “Anarın $0,4(5)$ ədədini 10-a vurmaqda məqsədi nə idi? Aldığı ədədi adi kəsr şəklində necə yazdı? Niyə yenidən 10-a böldü? Bu üsulla nəyi tapdı?” Cavabın doğruluğunu müxtəlif üsulla yoxlamaq olar.

1) Dövrü vergüldən bir neçə rəqəm sonra başlayan və qısa şəkildə yazılan sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre çevirməklə

$$0,4(5) = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90}$$

2) Tənlik yazmaqla

$$\begin{array}{l} x = 0,4555..... \\ 10x = 4,555..... \\ 10x = 4\frac{5}{9} \\ x = 4\frac{5}{9} : 10 = \frac{41}{90} \end{array}$$



a) $x = 0,4(5) = 0,455...$

$10x = 4,5...$

$100x = 45,5$

$100x - 10x = 41$

$90x = 41$

$x = \frac{41}{90}$

$$\begin{array}{r} 45,555... \\ - 4,555... \\ \hline 41 \end{array}$$

$0,4(5) = \frac{41}{90}$

Məsələ həlli

16. Əyləncə mərkəzinin "Əyri güzgülər" otağındakı güzgüdə insanın boyu 1,4 dəfə böyük görünür. Məsələdə boyu 162 sm olan Samirin bu güzgüdə hansı böyüklükdə göründüyünü tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

- Samirin güzgüdə hansı böyüklükdə göründüyü hesablanır.

$$162 \cdot 1,4 = 162 \cdot 1 \frac{4}{9} = 162 \cdot \frac{13}{9} = 234 \text{ (sm)}$$

Cavab. Samirin güzgüdə boyu 234 sm böyüklükdə görünür.

18. Cismnin Aydakı çəkisinin Yerdəki çəkisinə nisbətinin 0,1(6), Marsdakı çəkisinin Yerdəki çəkisinə nisbətinin isə 0,3(7)-yə bərabər olduğu qeyd olunur. Məsələdə Yerdə çəkisi 800 N olan kosmonavtın Ayda çəkisini, Marsda çəkisi 510 N olan kosmonavtın Yerdə çəkisini tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

- Yerdə çəkisi 800 N olan kosmonavtın Ayda çəkisi hesablanır.

$$800 \cdot 0,1(6) = 800 \cdot \frac{1}{6} = 133,3(3) \text{ (N)}$$

- Marsda çəkisi 510 N olan kosmonavtın Yerdə çəkisi hesablanır.

$$510 : 0,3(7) = 510 : \frac{37-3}{90} = 510 : \frac{17}{45} = 510 \cdot \frac{45}{17} = 1350 \text{ (N)}$$

Cavab. 133,3(3) N; 1350 N

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Sonsuz dövrü onluq kəsri adi kəsre çevirir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rasional ədədlər daxil olan ədədi ifadələrin qiymətini hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə

Dərslikdə bölmənin xülasəsində verilən anlayışlar şagirdlərlə təkrarlanır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər müəllim tərəfindən şagirdlərə xatırladılır. Hər anlayış səsləndikcə şagirdlər onun məzmununu izah edir, nümunələr göstərir.

Mənfi kəsrlər, rasional ədədlər, rasional ədədlər çoxluğu (Q), rasional ədədin mütləq qiyməti, sonlu onluq kəsir, sonsuz dövrü onluq kəsir

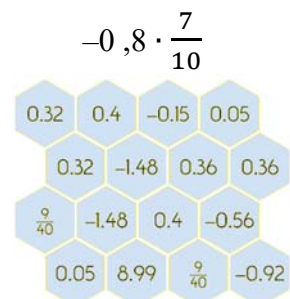
Bölmənin ilk səhifəsində verilən məlumat və "Cəhd edin!" tapşırığı yada salınır. Tapşırığın həllində rasional ədədlər üzərində əməllərdən necə istifadə olunduğu, ilkin problemin həlli siniflə müzakirə edilir.

Praktik iş.

Şagirdlərə müxtəlif misallar yazılmış iş vərəqləri paylanılır. İş vərəqlərində yazılmış misallar yerinə yetirilir və cavab verilən ədədlər arasından seçilir. Bu qayda ilə şagirdlər rasional ədədlər arasında əməllərə aid üç misal yerinə yetirirlər. Doğru cavablara görə 1 xal verilir, səhv cavaba görə 1 xal silinir. Səhv cavablar müzakirə edilir. Səhvlər araşdırılır və düzəldilir. Tapşırığı cütlərlə və ya fərdi iş şəklində də yerinə yetirmək olar.

Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər interaktiv tapşırığı yerinə yetirmək olar.

<https://www.mathmammoth.com/practice/rational-numbers>



TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

1. Boş xanalara uyğun ədədlər yazılır.

$$\frac{-24}{36} = \frac{-2}{3} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{39}{-52} = \frac{-3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$-\frac{2}{5} = \frac{-8}{20} = \frac{4}{-10}$$

$$-\frac{32}{-48} = -\frac{2}{3} = \frac{-6}{9}$$

2. Şərtə uyğun olaraq verilən ədədlərə bərabər kəsrlər yazılır.

a) Məxrəci 12 olan kəsr

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{20}{12}$$

$$\frac{3}{-4} = \frac{3 \cdot (-3)}{-4 \cdot (-3)} = \frac{-9}{12}$$

$$\frac{-7}{-6} = \frac{-7 \cdot (-2)}{-6 \cdot (-2)} = \frac{14}{12}$$

$$-3 = \frac{-3 \cdot 12}{12} = \frac{-36}{12}$$

Eyni qayda ilə digər kəsrlər də məxrəci verilən ədədə bərabər olan kəsr şəklində yazılır.

3. Verilən kəsrlər ortaq məxrəcə gətirilir və rəşional ədədlər müqayisə edilərək boş xanaya uyğun ədəd tapılır.

a) $-0,3$ və $-0,2$ ədədləri arasında məxrəci 15 olan rəşional ədədin tapılması tələb olunur. Kəsrlər üçün ortaq məxrəc tapılır. $\text{ƏKOB}(10, 15) = 30$. Verilən kəsrlərə məxrəci 30 olan bərabər kəsrlər yazılır.

$$-0,3 < \frac{\quad}{15} < -0,2$$

$$-0,3 = \frac{-3}{10} = \frac{-9}{30}$$

$$-0,2 = \frac{-2}{10} = \frac{-6}{30}$$

Məxrəci 15 olan rəşional ədədin məxrəci 30 olan rəşional ədədlər arasında axtarıldığını nəzərə alaraq surətdə -9 və -6 ədədləri arasında cüt ədəd seçilir. $\frac{-9}{30} < \frac{-8}{30} < \frac{-6}{30} \rightarrow \frac{-8}{30} = \frac{-4}{15}$

Beləliklə, boş xanaya uyğun ədəd tapılır. $-0,3 < \frac{-4}{15} < -0,2$

4. Ədədlər onluq kəsr şəklində yazılır və artan sıra ilə düzülür. Alınan söz oxunur.

$$\begin{array}{c} \frac{-32}{99} \\ \downarrow \\ \text{R} \end{array} \quad \begin{array}{c} -0,3 \\ \downarrow \\ \text{K} \end{array} \quad \begin{array}{c} -0,3(4) \\ \downarrow \\ \text{A} \end{array} \quad \begin{array}{c} \frac{-32}{90} \\ \downarrow \\ \text{P} \end{array}$$

Mənfi kəsrlərin surəti məxrəcinə bölünür və ədədlər onluq kəsr şəklində yazılır.

$$-\frac{32}{99} = -0,(32)$$

$$-\frac{32}{90} = -0,3(5)$$

Modullarına görə rəşional ədədlərin müqayisə qaydasından istifadə edilir. $0,(32); -0,3; -0,3(4); -0,3(5)$ ədədləri vergüldən sonra bir neçə rəqəm olmaqla yazılır.

$$-0,(32) = -0,3232\dots$$

$$-0,3 = -0,3000\dots$$

$$-0,3(4) = -0,3444\dots$$

$$-0,3(5) = -0,3555\dots$$

Uyğun mərtəbə vahidləri müqayisə olunur, ədədlər artan sırada düzülür: $-0,3(5); 0,3(4); -0,(32); -0,3$

Alınan söz oxunur.

$$\begin{array}{c} \frac{-32}{90} \\ \downarrow \\ \text{P} \end{array} \quad \begin{array}{c} -0,3(4) \\ \downarrow \\ \text{A} \end{array} \quad \begin{array}{c} \frac{-32}{99} \\ \downarrow \\ \text{R} \end{array} \quad \begin{array}{c} -0,3 \\ \downarrow \\ \text{K} \end{array}$$

8. İfadənin qiyməti tapılır.

Müəllimin nəzərinə! Müxtəlif əməllər daxil olan ifadələrin qiymətini taparkən əməllər sırasını şagirdlərə xatırlatmaq məqsədəuyğundur. Şagirdlər kəsrlərin surət və məxrəcində də kəsr ifadə, yaxud müxtəlif əməllər olduğu halda misalların cavabını hesablamaqda müəyyən çətinlik çəkirlər. Belə çətinliklərlə qarşılaşan şagirdləri yönəldici suallar verməklə əməllərdən hansının əvvəl yerinə yetirildiyini müəyyən etməyə istiqamətləndirmək olar. Bəzi hallarda əməllər sırasında hansı əməlin əvvəl, hansının sonra yerinə yetirilməsi cavaba təsir etmir. Belə

hallara aid şagirdlərə nümunə göstərmək tövsiyə olunur. Məsələn, 8-ci tapşırıq: c) $\frac{\frac{1}{4} - 0,5}{0,4 - \frac{3}{5}}$. İfadənin qiymətini

tapmaq üçün surət və məxrəcin ayrı-ayrılıqda hesablandığı, sonra isə bölmə əməlinin yerinə yetirilməsi vurğulana bilər. Belə nümunələrin göstərilməsi şagirdlərə surət və məxrəcində kəsr və əməllər olan ifadələrin sadələşdirilməsi və səhvlərin qarşısının alınması üçün vacibdir.

10. Boş xanalara uyğun ədədlər müəyyən edilir.

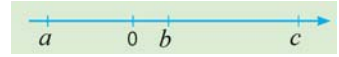
$$\begin{array}{l} 0,(2) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \Rightarrow -\frac{1}{6} + 0,5 \Rightarrow \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{6}\right) \Rightarrow -\frac{2}{5} - (-1,4) \Rightarrow -1 \\ -5\frac{11}{12} + \frac{2}{3} \Rightarrow -5\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \Rightarrow -6 : \frac{1}{6} \Rightarrow -1 \times (-1) \Rightarrow -1 \end{array}$$

11. Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ifadənin qiyməti tapılır.

a) $a = 0,(4)$ və $b = -\frac{1}{4}$ olarsa, $-\frac{3}{4}a + 0,(6)b$ ifadəsinin qiyməti hesablanır.

$$-\frac{3}{4} \cdot 0,(4) + 0,(6) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$$

13. Koordinat oxunda a, b, c ədədləri qeyd edilmişdir. $|b| < |a| < |c|$. Verilən şərtə uyğun olaraq təkliflərdən doğru, yaxud yanlış olanı müəyyən etmək tələb olunur. Şagirdlər ədəd oxuna və verilən şərtə görə hər bir təklifə uyğun fikirlərini əsaslandırırlar. Təkliflərin doğru, yaxud yanlış olduğunu nümunələrlə də izah etməyi şagirdlərə tapşırmaq olar.



a) $a + c > 0$. $|a| < |c|$ və $a < 0$, müxtəlif işarəli ədədlərin toplanması qaydasına əsasən $a + c$ ifadəsinin qiyməti sıfırdan böyükdür. **Təklif doğrudur.**

Nümunə: $a = -3, c = 5$ olduqda $-3 + 5 = 2 > 0$

b) $a - b < 0$. $a < b$, kiçik ədəddən böyük ədəd çıxdıqda fərq mənfi ədədə bərabər olur. **Təklif doğrudur.**

Nümunə: $a = -2, b = 6$ olduqda $-2 - 6 = -8 < 0$

c) $a + b > 0$. $a < 0$, $|b| < |a|$, müxtəlif işarəli ədədlərin toplanması qaydasına əsasən $a + b$ ifadəsinin qiyməti mənfi ədəddir. **Təklif yanlışdır.**

Nümunə: $a = -2, b = 1$ olduqda $-2 + 1 = -1 < 0$

14. Qanunauyğunluq müəyyən edilir və növbəti iki ədəd yazılır.

a) 2,(1), 3,(2), 4,(3), 5,(4) ...

2-ci ədəddən 1-ci ədəd, 3-cü ədəddən 2-ci ədəd, 4-cü ədəddən 3-cü ədəd çıxılır.

$$3,(2) - 2,(1) = 3\frac{2}{9} - 2\frac{1}{9} = 1\frac{1}{9} = 1,(1)$$

$$4,(3) - 3,(2) = 4\frac{3}{9} - 3\frac{2}{9} = 1\frac{1}{9} = 1,(1)$$

$$5,(4) - 4,(3) = 5\frac{4}{9} - 4\frac{3}{9} = 1\frac{1}{9} = 1,(1)$$

Fərqlərin bərabər olduğu qeyd olunur.

Qanunauyğunluğa əsasən növbəti iki ədəd yazılır.

$$5,(4) + 1,(1) = 5\frac{4}{9} + 1\frac{1}{9} = 6\frac{5}{9} = 6,(5)$$

$$6,(5) + 1,(1) = 6\frac{5}{9} + 1\frac{1}{9} = 7\frac{6}{9} = 7,(6)$$



b) 0,(2), 1,(4), 2,(6), 3,(8) ...

2-ci ədəddən 1-ci ədəd, 3-cü ədəddən 2-ci ədəd, 4-cü ədəddən 3-cü ədəd çıxılır.

$$1,(4) - 0,(2) = 1\frac{4}{9} - \frac{2}{9} = 1\frac{2}{9} = 1,(2)$$

$$2,(6) - 1,(4) = 2\frac{6}{9} - 1\frac{4}{9} = 1\frac{2}{9} = 1,(2)$$

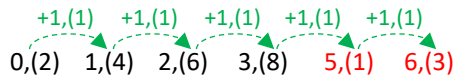
$$3,(8) - 2,(6) = 3\frac{8}{9} - 2\frac{6}{9} = 1\frac{2}{9} = 1,(2)$$

Fərqlərin bərabər olduğu qeyd olunur.

Qanunauyğunluğa əsasən növbəti iki ədəd yazılır.

$$3,(8) + 1,(2) = 3\frac{8}{9} + 1\frac{2}{9} = 4\frac{10}{9} = 5\frac{1}{9} = 5,(1)$$

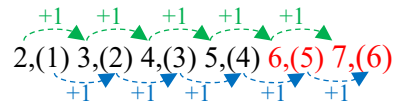
$$5,(1) + 1,(2) = 5\frac{1}{9} + 1\frac{2}{9} = 6\frac{3}{9} = 6,(3)$$



Müəllimin nəzərinə! 14-cü çalışmada qanunauyğunluğu fərqli formada göstərmək olar.

a) Tam və dövrü hissə hər növbəti ədəddə 1 vahid artır. Bu qayda ilə növbəti iki ədəd yazıla bilər: 6,(5), 7,(6).

b) Tam hissə 1, dövrü hissə isə hər növbəti ədəddə 2 vahid artır. Lakin bu qayda ilə növbəti ədədi taparkən dövrü hissələrin cəmi 9-dan böyük olduğu üçün eyni qanunauyğunluqdan istifadə etmək çətinlik yaradır. Buna səbəb dövrü kəsrlərin toplanmasına diqqət edilməməsidir. Məsələn, $3,(8) + 1,(2)$ ifadəsinin qiymətini taparkən səhvə yol verməmək üçün adi kəsr şəklində yazıb toplanmasını vurğulamaq məqsədəuyğundur.



15. Zirvəsi suyun səviyyəsindən 35,5 m yuxarıda yerləşən aysberqin suyun üzərindəki hündürlüyü ilə suyun daxilindəki dərinliyinin 1 : 9 nisbətində olduğu qeyd olunur.

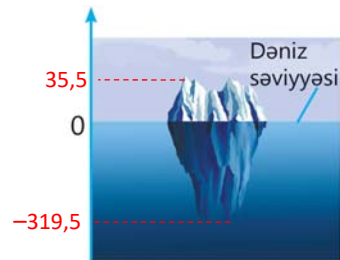
Məsələnin həlli

• Bu aysberqin zirvəsindən ən dərin nöqtəsinə qədər məsafənin nə qədər olduğu müəyyən olunur. $35,5 \cdot 9 = 319,5$ (m)

• Dəniz səviyyəsini hesablama başlanğıcı götürdükdə ədəd oxu üzərində aysberqin ən aşağı nöqtəsinə uyğun koordinat yazılır: $-319,5$

• Bu aysberqin zirvəsindən ən dərin nöqtəsinə qədər məsafə tapılır. $35,5 - (-319,5) = 355$ (m)

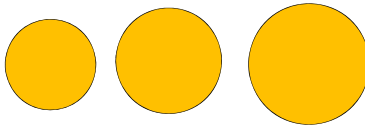
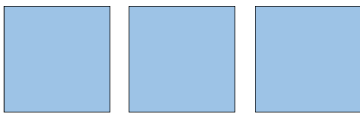
Cavab. Bu aysberqin zirvəsindən ən dərin nöqtəsinə qədər məsafə 355 metrdir.



Dəniz səviyyəsini hesablama başlanğıcı götürməklə şagird ədəd oxu üzərində aysberqin ən aşağı nöqtəsinə uyğun koordinat isə mənfi ədədə bərabərdir.

16. Qutunun oturacağıının tərəfi $24\frac{1}{6}$ sm olan kvadrat olduğu qeyd olunur. Diametri 24,(3) sm olan silindr formasında tortun bu qutuya yerləşib-yerləşmədiyini müəyyən etmək tələb olunur.

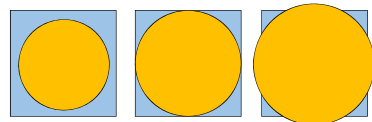
Calbetmə. Rəngli kağızdan üç eyniölçülü kvadrat formasında fiqurlar, diametri kvadratin tərəfindən kiçik, bərabər və böyük olan üç dairə formasında fiqurlar kəsilir.



Müəllim sinfə müraciət edir:

– Hansı dairəni kvadratin içinə yerləşdirsək, tərəflərinə toxunmaz və içində yerləşər? Hansı dairəni kvadratin üzərində yerləşdirsək, dairənin tərəflərinə toxunar? Hansı dairə kvadratin üzərinə tam yerləşməz? Bunu diametrlərə görə müəyyən etmək olarmı? Necə izah edə bilərsiniz?

Verilən cavablar müzakirə olunur, uyğun təsvirlər hazırlanır və şagirdlərə nümayiş etdirilir. Sonda dairənin diametrinin böyük olduğu halda kvadratin daxilinə yerləşmədiyi qeyd olunur.



Məsələnin həlli

• Kvadrat formasında qutunun tərəfləri ilə silindrin oturacağıının diametri müqayisə edilir. Verilən ədədlərin hər ikisi onluq kəsr şəklində yazılır. Müqayisə nəticəsində silindrin diametrinin daha böyük olduğu qeyd olunur.

$$\begin{aligned} 24\frac{1}{6} &= 24,166... \\ 24,(3) &= 24,333... \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad 24\frac{1}{6} < 24,(3)$$

Deməli, tortu bu qutuya yerləşdirmək mümkün deyil.

Cavab. Silindr formasında tort bu qutuya yerləşməz.

17. Məsələdə Samirin nə qədər su içdiyini tapmaq, bunu onluq kəsrlə yazmaq və cavabı mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Samirin nə qədər su içdiyi tapılır. $\frac{7}{9} - \frac{1}{8} = \frac{56}{72} - \frac{9}{72} = \frac{47}{72}$

• Kəsrin surəti məxrəcinə bölünür və verilən kəsr onluq kəsr şəklində yazılır. Cavab mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırılır. $\frac{47}{72} = 0,652(7) \approx 0,653$ (l)

Cavab. Samir 0,653 l su içdi.



18. Qabdakı 40 q duzun bir hissəsi istifadə olunduqdan sonra 0,(3) hissəsi qədər duz qaldığı, təcrübə aparmaq üçün 27,5 qram duz lazım olduğu qeyd olunur. Qabdakı duzun təcrübə üçün kifayət edib-etmədiyini tapmaq və nə qədər duz çatdığını, yaxud artıq qaldığını müəyyən etmək tələb olunur.

Məsələnin həlli

Qabda qalan duzun miqdarı müəyyən olunur. $40 \cdot 0,(3) = 13\frac{1}{3}$

Təcrübə aparmaq üçün qabdakı duzun kifayət edib-etmədiyini müəyyənləşdirmək üçün $13\frac{1}{3}$ və 27,5 ədədləri müqayisə olunur. $13\frac{1}{3} < 27,5$. Deməli, çatmaz.

Nə qədər duz çatmadığı hesablanır. $27,5 - 13\frac{1}{3} = 14\frac{1}{6}$ (q)

Cavab. Qabdakı duz təcrübə üçün kifayət deyil, $14\frac{1}{6}$ q duz çatmır.

19. Mobil tətbiqdə çatdırılma xidmətinin keyfiyyəti –5 və 5 aralığında bal ilə qiymətləndirilir. Gün ərzində çatdırılma şirkətində çalışan müxtəlif kuryerlərin iş keyfiyyətinə verilən ballar qeyd olunur.

2,4 3,6 4 0 –1,24 –1 3,2 –2

Bu ədədlərin ədədi ortasını tapmaq və ədədi ortaya əsasən kuryerin çatdırılma xidmətinin keyfiyyəti ilə bağlı hansı nəticəyə gəldiyini müzakirə etmək tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Ədədi orta tapılır. $\frac{2,4 + 3,6 + 4 + 0 + (-1,24) + (-1) + 3,2 + (-2)}{8} = 1,12$

• Müzakirə təşkil olunur. 8 müştərinin verdiyi balların ədədi ortasına əsasən kuryerin çatdırılma xidmətinin keyfiyyəti ilə bağlı fikir mübadiləsi aparılır. Fikirlər ümumiləşdirilərək nəticə çıxarılır bilər. Məsələn, xidmət orta səviyyəlidir. Çatdırılma xidmətində keyfiyyətin aşağı olduğu, yeniliklərə, təkmilləşdirməyə, dəyişikliklərə ehtiyac olduğu görünür. Şagirdlərdən keyfiyyəti aşağı sala biləcək problemləri, çətinlikləri sadalamağı və onların həlli üçün təkliflərlə bağlı fikirlərini bildirməyi istəmək olar. Sonda fikirlər ümumiləşdirilir. Orta balın aşağı düşməsinə səbəb gecikmələr, sifarişin zədələnməsi, səhv çatdırılması, kuryerin kobud rəftarı, çağrı mərkəzi ilə əlaqənin çətinliyi, nağd və kartla ödənişdə çətinlik və s. ola bilər. Problemlərin aradan qaldırılması üçün təhlil aparmaq, xidmətin yaxşılaşdırılması üçün sorğu keçirmək, nəticədə çatdırılma xidmətində boşluqları aradan qaldırmaq olar.

Cavab. 1,12; çatdırılma keyfiyyəti aşağıdır.



Riyazi kaleydoskop

1. İfadənin qiyməti tapılır. a bəndində həll üçün istiqamət verilmişdir, həlli davam etdirməklə cavab tapılır.

b bəndindəki misal sərbəst yerinə yetirilir.

$$a) \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$b) \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$$

Belə misalların həllində bir neçə qanunauyğunluğa diqqət etmək lazımdır. Şagirdlər alınan cavabla toplananların sayı, məxrəcdə və surətdə yazılan ədədlər arasında əlaqəni, məxrəcdəki vuruqlarla surətdə yazılan ədəd arasında əlaqəni müəyyən edə bilərlər.

2. Hansı torbadan təsadüfən çıxarılan bir topun sarı rəngdə olma ehtimalının ən yüksək olduğunu tapmaq tələb olunur.

Hər torbadan çıxarılan topun sarı rəngdə olma ehtimalı tapılır.

$$1\text{-ci torba: } \frac{4}{4+4} = \frac{1}{2} \quad 3\text{-cü torba: } \frac{9}{9+8} = \frac{9}{17}$$

$$2\text{-ci torba: } \frac{5}{3+5} = \frac{5}{8} \quad 4\text{-cü torba: } \frac{7}{7+5} = \frac{7}{12}$$

	1-ci	2-ci	3-cü	4-cü
Qırmızı toplar	4	3	8	5
Sarı toplar	4	5	9	7
Çıxarılan topun sarı rəngdə olma ehtimalı	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{17}$	$\frac{7}{12}$

Alınan ədədlər müqayisə olunur. Ən böyük ədəd axtarıldığından $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$ və $\frac{9}{17}$ kəsrləri $\frac{1}{2}$ -dən böyük olduğundan ən böyük ədəd üç kəsr arasında axtarılır. Kəsrləri ortaq məxrəcə gətirməklə ən böyüyü tapmaq olar. Belə kəsrləri fərqli üsullarla da müqayisə etməyi şagirdlərə izah etmək tövsiyə olunur.

Verilən kəsrlərdən $\frac{1}{2}$ çıxdıqda alınan fərqdə kəsrlərin surəti bərabər olur.

Surətləri bərabər olan kəsrlərin müqayisə qaydasından istifadə etməklə cavab tapılır.

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \frac{7}{12} - \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \quad \frac{9}{17} - \frac{1}{2} = \frac{1}{34} \quad \frac{1}{8} > \frac{1}{12} > \frac{1}{34}$$

Cavab. 2-ci torbadan çıxarılan bir topun sarı rəngdə olma ehtimalı daha yüksəkdir.

3. Yaşıl rəngli hissənin sahəsinin bütün fiqurun sahəsinin neçə faizi olduğunu tapmaq tələb olunur. Məsələni bir neçə üsulla həll etmək olar.

1-ci üsul

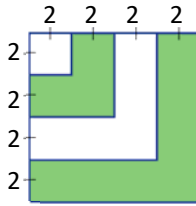
Kiçik kvadratın sahəsi 4 sm^2 olduğuna əsasən tərəfi tapılır.

Yaşıl hissənin sahəsi uyğun kvadratların sahələri fərqi ilə istifadə etməklə tapılır.

$$4^2 - 2^2 + 8^2 - 6^2 = 40 \text{ (sm}^2\text{)}$$

Bütün fiqurun sahəsi tapılır. $8^2 = 64$

Yaşıl rəngli hissənin sahəsinin bütün fiqurun sahəsinin neçə faizi olduğu tapılır. $\frac{40}{64} \cdot 100\% = 62,5\%$

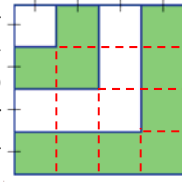


2-ci üsul

Kiçik kvadratın sahəsindən istifadə etmədən cavabı belə tapmaq olar. Fiqur bərabər kiçik kvadratlara bölünür.

Yaşıl kvadratların sayının bütün kvadratların neçə faizi olduğu tapılır.

$$\frac{10}{16} \cdot 100\% = 62,5\%$$



4. 27 eyni metal puldan saxta olanını 3 dəfə çəkməklə tapmaq tələb olunur.

Metal pullar 3 bərabər qrupa bölünür və hər qrupa 9 pul düşür.

Saxta metal pul eyni algoritmi 3 dəfə tətbiq etməklə tapılır.

1-ci dəfə. Qruplardan birindəki metal pullar tərəzinin bir gözünə, digər qrupdakı metal pullar isə digər gözünə qoyulur.

İki hal mümkündür.

1) Tərəzinin qollarından biri ağır olarsa, saxta pul həmin qoldakı pullar arasındadır.

2) Tərəzinin qolları tarazlıqda olarsa, deməli, saxta pul 3-cü qrup pullar arasındadır.

Bu algoritmi 3 dəfə tətbiq etdikdə 1-ci dəfə 27 metal puldan 9-u, 2-ci dəfə çəkildikdə 3-ü qalır, 3-cü dəfə isə qalan 3 metal pul içərisində saxta metal pul müəyyən edilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə etmək olar:

<https://demonstrations.wolfram.com/27CoinsBalancePuzzle/>

<https://www.mathgametime.com/games/coin-weighing>



STEAM "OKEANOLOGİYA"

Okeanologiyanın okean və onun ayrı-ayrı hissələrində gedən fiziki, kimyəvi, bioloji prosesləri öyrənən elm olduğu qeyd olunur. SONAR səs naviqasiya sistemləri haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Bu sözün hansı sözlərin qısaldılması olduğu vurğulanır. Bu sistemlərin köməyi ilə səsin suyun dibinə nə qədər vaxta çatdığı və geri qayıtdığının müəyyən olunduğu qeyd olunur. Suda dərinliyi hesablamaq üçün istifadə olunan texnologiyalar, əsasən, akustik dalğalara və ya elektron sensorlara əsaslanır. Bu texnologiyalar elmi tədqiqatlar, gəmiçilik, sualtı araşdırmalar və hidroloji ölçmələrdə tətbiq olunur.



1. Suda səsin sürətinin 1449 m/san , səs dalğalarının okeanın dibinə enib geri qayıtma vaxtının isə $1,2$ saniyə olduğuna əsasən dərinliyin neçə metr olduğu hesablanır. $\frac{1}{2} \cdot 1449 \cdot 1,2 = 885,5 \text{ (m)}$

2. İnternetdə Dünya okeanının dərin yerləri haqqında məlumat toplanılır. Həmin yerlərdə SONAR vasitəsilə səsin okeanın dibinə nə qədər vaxta çatıb geri qayıtdığı müəyyən edilir.

3. Dərinliyi hesablayan hansı texnologiyaların olduğu araşdırılır və təqdimat hazırlanır. Şagirdlərə bu istiqamətdə faydalı olacaq linklərin verilməsi tövsiyə olunur.

<https://www.teledynemarine.com/>

<https://www.hydro-international.com/themes/bathymetric-lidar>

2-ci BÖLMƏ

Natural üstlü qüvvət və onun xassələri

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	38	
Mövzu 2.1	Natural üstlü qüvvət	2	39	24
Mövzu 2.2	Qüvvətlərin vurulması və bölünməsi	2	42	26
Mövzu 2.3	Hasilin və kəsrin qüvvəti	2	47	29
Mövzu 2.4	Mürəkkəb faizin hesablanması	2	50	31
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Musiqi və riyaziyyat: kamerton"	2	54	33
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	11		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə şagirdlər rəşional ədədlərin natural üstlü qüvvətini hesablamayı, eyni əsaslı qüvvətlərin hasilini və nisbətini, qüvvətin qüvvətini tapmayı, hasilini və kəsri qüvvətə yüksəltməyi öyrənəcək, qüvvət daxil olan ifadələrin qiymətini tapacaqlar. Eyni zamanda mürəkkəb faizin hesablanmasına dair məsələ həll etmək vərdişlərinə yiyələnəcəklər.

Nəyə diqqət yetirməli?

Bəzi şagirdlər mənfi rəşional ədədin istənilən qüvvətinin mənfi, yaxud müsbət rəşional ədəd olduğunu düşünürlər. Şagirdlərə cüt dərəcədən qüvvətin nəyə görə müsbət, tək dərəcədən qüvvətin isə nəyə görə mənfi ədəd olduğuna aid nümunələr göstərilməsi tövsiyə olunur.

Qüvvət daxil olan ifadələrin qiymətini hesabladıqda əməllər sırasında səhvlərə yol verən şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkilinə diqqət edilir.

Şagirdlərə kalkulyatorda rəşional ədədin qüvvətinin hesablanmasına dair nümunələr göstərilməsi məqsəduyğundur.

Əsasları eyni olan qüvvətlərin hasilini, yaxud nisbətini tapdıqda, qüvvəti qüvvətə yüksəltəndə qüvvət üstlərini düzgün hesablamayan şagirdlər müəyyənəşdirilir.

Hasili və kəsri qüvvətə yüksəldərkən şagirdlər vuruqlardan birini, sürət, yaxud məxrəci qüvvətə yüksəltməyi unudurlar, hər birinin qüvvətinin tapılmasına diqqət etmirlər. Belə səhvlərə yol verən şagirdlərlə qaydalar təkrarlanır və nümunələr göstərilir.

Məsələnin həlli zamanı sadə, yoxsa mürəkkəb faizin hesablanmasından istifadə olunduğunu müəyyən etmək bəzən şagirdlər üçün çətin olur.

Mürəkkəb faizin hesablanmasına dair məsələlərin həlli üçün hansı üsulun daha əlverişli olduğunu müəyyənəşdirməyi şagirdlərə tapşırmaq olar.

Riyazi dilin inkişafı

"Natural üstlü qüvvət", "qüvvət üstü", "qüvvətin əsası", "rəşional ədədin qüvvəti", "qüvvətlərin hasilini", "qüvvətlərin nisbəti", "qüvvətin qüvvəti", "hasilin qüvvəti", "kəsrin qüvvəti" və "mürəkkəb faiz" anlayışlarının düzgün müəyyən edilməsi bu anlayışların necə mənimsədişini qiymətləndirməyə əsas verir.

Bölmədə mənimsədişən riyazi anlayış və terminlər

Rəşional ədədin qüvvəti, qüvvətlərin hasilini, qüvvətlərin nisbəti, qüvvətin qüvvəti, hasilini qüvvəti, kəsrin qüvvəti və mürəkkəb faiz

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Natural ədədin qüvvəti
- Rəşional ədədlər və onlar üzərində əməllər
- Əməllər sırası
- Faiz. Sadə faizin hesablanması

Fənlərarası integrasiya

Qüvvət və onun xassələrindən riyazi hesablamaları sürətləndirmək və nəticələrin dəqiqliyinə nail olmaq üçün istifadə olunur. Məsələn, kompüter proqramlarında sürət, yaddaş həcmi ilə bağlı hesablamalarda, mürəkkəb faizin hesablanması ilə qiymətin tapılmasında qüvvət və onun xassələrinin tətbiqi əhəmiyyət kəsb edir. Şagirdlərə fizika dərslərində enerji, iş, sürət və digər kəmiyyətlərlə, kimya və biologiyada atom və molekulların sayını qüvvət daxil olan ifadələrlə göstərmək üçün nümunələr verilir. Mürəkkəb faizin hesablanması da qüvvətin tətbiq sahələrindən biridir. Şagirdlər qeyd olunan mövzularla bağlı məsələ həllində bu bölmədə öyrəndiklərini tətbiq edəcəklər.

MÖVZU 2.1. Natural üstlü qüvvət

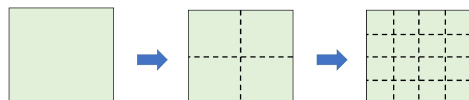
ALTSTANDARTLAR	7-1.2.1. Rasional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir. 7-1.2.2. Rasional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır, qüvvətin xassələrini tətbiq edir. 7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Rasional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır. - Qüvvət daxil olan ifadələrin qiymətini tapır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/13973 https://video.edu.az/video/1295 https://www.mathplayground.com/ASB_Otter_Rush.html https://wordwall.net/resource/4398504/math/amados-exponents

İlkin problemin müzakirəsi

Bölmənin ilk səhifəsində rasional ədədlərin qüvvətindən hansı sahələrdə istifadə olunduğu haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Bankda qoyulan əmanətlərin illik gəlirlərini, avadanlıq və avtomobillərin hər il dəyişən dəyərini mürəkkəb faizlə hesabladıqda qüvvətdən istifadə edildiyi vurğulanır. Bölmədə mürəkkəb faiz haqqında daha geniş məlumat veriləcəyi qeyd olunur. "Cəhd edin" tapşırığı siniflə müzakirə edilir. Şagirdlər əvvəlki biliklərindən istifadə etməklə sualları cavablandırmağa cəhd edirlər. Bölmə ərzində öyrənilən yeni bilik və bacarıqlardan sonra bölmə sonunda tapşırığın yenidən müzakirə olunacağı vurğulanır.

Mövzuya yönəltmə

Kvadrat formasında kağız götürülür, qayçı ilə 4 bərabər hissəyə bölünür. Şagirdlərə alınan kvadrları da 4 bərabər hissəyə bölmək tapşırılır. Şagirdlərə suallar verilir:



– Neçə kiçik kvadrat alındı? Kəsilmədən əvvəlki kvadratin sahəsini kiçik kvadrların sahəsinə əsasən necə tapmaq olar? Qüvvətdən istifadə etməklə bunu necə tapmaq olar?

Kiçik kvadratin tərəfi 2 sm olarsa, böyük kvadratin sahəsinin tapılma üsulları şagirdlərlə müzakirə edilir.

Araşdırma-müzakirə

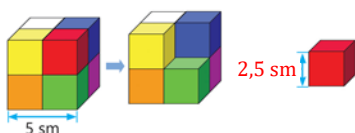
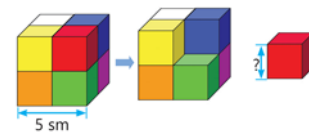
Eyniölçülü kiçik kublardan şəkildəki kimi böyük kub düzəldildiyi qeyd olunur.

• Böyük kubun tili 5 sm olarsa, həcmi tapılır. $V_{\text{böyük}} = 5^3 = 125 \text{ (sm}^3\text{)}$

• Kiçik kubun həcmi iki üsulla necə tapıldığı müzakirə olunur.

1-ci üsul. Böyük kubun 8 kiçik kubdan düzəldildiyini nəzərə alaraq böyük kubun həcmi 8 bərabər hissəyə bölünür. $V_{\text{kiçik}} = 125 : 8 = 15,625 \text{ (sm}^3\text{)}$

2-ci üsul. Kiçik kubun tərəfi tapılır və kuba yüksəldilir.



$$5 : 2 = 2,5 \text{ (sm)}$$

$$V_{\text{kiçik}} = 2,5^3 = 15,625 \text{ (sm}^3\text{)}$$

• Kubun tam səthinin sahəsinin bir üzünün sahəsinin 6 mislinə bərabər olduğu qeyd olunur və kiçik kubun tam səthinin sahəsi hesablanır. $S_{\text{tam}} = 6 \cdot (2,5)^2 = 37,5 \text{ (sm}^2\text{)}$

Öyrənmə Rasional ədədin natural üstlü qüvvəti

Eyni vuruqların hasilinin qüvvət şəklində yazılmasına aid nümunə tapşırıqlar müzakirə olunur. Hər bir a rasional ədədinə bərabər n sayda vuruğun hasilinin a -nın n -ci dərəcədən natural üstlü qüvvəti adlanması

qeyd olunur. Qüvvətin üstü və qüvvətin əsası anlayışları şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Mənfi ədədin cüt dərəcədən qüvvətinin müsbət, tək dərəcədən qüvvətinin isə mənfi ədəd olduğu qeyd olunur, nümunələr göstərilir.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ sayda vuruq}} = a^n$$

qüvvətin üstü
qüvvətin əsası

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$$



Fikirləş

İki mənfi ədədin hasilinin müsbət ədəd olduğundan istifadə etməklə əks ədədlərin cüt dərəcədən eyni qüvvətlərinin bərabər, tək dərəcədən eyni qüvvətlərinin isə əks ədədlər olduğu nümunələrə əsasən izah edilir.

Mənfi ədədin 4-cü dərəcədən qüvvətinin müsbət ədəd olduğu göstərilir.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \underbrace{-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)}_{\text{Müsbət ədəd}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)}_{\text{Müsbət ədəd}} = \frac{16}{81}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

Əks ədədlərin cüt dərəcədən qüvvətləri bərabərdir.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

Mənfi ədədin 3-cü dərəcədən qüvvətinin mənfi ədəd olduğu göstərilir.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \underbrace{-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)}_{\text{Müsbət ədəd}} \cdot \underbrace{\left(-\frac{2}{3}\right)}_{\text{Mənfi ədəd}} = -\frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

Əks ədədlərin tək dərəcədən qüvvətləri əks ədədlərdir.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^3$$

Müəllimin nəzərinə! Üstlü qüvvətdən istifadə böyük və ya çox kiçik ədədləri qısa, yığcam və eyni zamanda riyazi baxımdan dəqiq şəkildə ifadə etməyə imkan verir. Belə yazılış elmi yazı forması (*scientific notation*) adlanır.

Bu yazılış formasının riyaziyyat, fizika, kimya, astronomiya kimi elmlərdə geniş tətbiq olunduğu haqqında şagirdləri məlumatlandırmaq tövsiyə olunur. Kiçik ədədlərin qüvvət şəklində yazılışı ilə şagirdlər tam üstlü qüvvət anlayışını öyrənərkən tanış olacaqlar. Bu mərhələdə isə böyük ədədlərin qüvvət şəklində yazılışına dair nümunələr təqdim etmək olar. Məsələn:

Yer ilə Günəş arasındakı məsafə: $1,5 \times 10^8$ km; kompüterdə yaddaş ölçüsü: $2^{10} = 1024$ (bayt) və s.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər qüvvətin əsası mənfi ədəd və ya adi kəsr olduqda əsası mötərizədə yazmağın vacibliyini unudurlar. Bu isə ədədin qüvvəti tapılarkən işarə və hesablamalarda səhvlərə səbəb ola bilər. Buna görə də qüvvətin əsasının mötərizədə yazıldığı və yazılmadığı halların nəticələrini müqayisə edən nümunələr göstərmək məqsədəuyğundur.

Qüvvətin əsası mənfi ədəd olduqda:

Yanlış

$$-1,2 \cdot (-1,2) = -1,2^2$$

Doğru

$$-1,2 \cdot (-1,2) = (-1,2)^2$$

Qüvvətin əsası adi kəsr olduqda:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3^3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

Çalışma

3. Qüvvətlər müqayisə edilir. Bəzən qüvvətləri hesablamaqdan da müqayisə etmək olar. Məsələn, mənfi ədədin tək üstlü qüvvəti mənfi ədəd olduğundan müsbət və mənfi ədədləri, əsasları eyni olan qüvvətləri, üstü eyni olan qüvvətləri müqayisə edərkən hesablama aparmadan müqayisə aparmaq qaydalarına aid şagirdlərə nümunə göstərmək olar.

Qüvvət üstü cüt ədəddir. Mənfi ədədin kvadratı müsbət ədəddir.

$$(-0,2)^2 > (-0,2)^3$$

Qüvvət üstü tək ədəddir. Mənfi ədədin kubu mənfi ədəddir.

7. Qüvvətin əsası verilmiş ədədlərdən hansı ola biləcəyi müəyyən edilir. Uyğun qüvvət üstü tapılır.

a) $\square = 16$ $\square = -8$ $\square = 32$

Qüvvətin əsası: 2 -2

$$\begin{aligned} (-2)^4 &= 16 \\ 2^4 &= 16 \end{aligned}$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$2^5 = 32$$

8. Qüvvətlər hesablanır, ədədlər sıralanır.

a) Artan sırada: $-5,4$; $5,4$; $(-5,4)^2 = 29,16$; $-5,4^2 = -29,16$.

İki mənfi və iki müsbət ədədi artan sırada düzmək üçün əvvəlcə mənfi ədədlər, sonra isə müsbət ədədlər sıralanır. $-29,16$; $-5,4$; $5,4$; $29,16 \rightarrow -5,4^2$; $-5,4$; $5,4$; $(-5,4)^2$.

Tapşırığı yerinə yetirərkən şagirdlər qüvvətlərin hesablanmasına, qüvvətin əsasının mötərizədə yazılıb-yazılmadığına, mənfi və müsbət ədədlərin sıralanmasına diqqət etməlidirlər. Şagirdlərin tapşırığı sərbəst yerinə yetirməsi, müəllimin onları müşahidə edərək səhvlər üzərində işi təşkil etməsi məqsədəuyğundur.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər kalkulyatorla tam ədədin qüvvətinin hesablama qaydası ilə tanışdırlar. Bu qaydanın qısa şəkildə xatırladılması və rəşional ədədin qüvvətinin tapılmasına aid nümunələrlə izahın genişləndirilməsi məqsədəuyğundur. Məsələn, $0,5^3$, $(-1,2)^2$, $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ kimi ifadələrin kalkulyatorla necə daxil olunacağı addım-addım izah edilə bilər. Bu zaman şagirdlərə hansı düymələrin istifadə olunacağı və əməliyyatların düzgün ardıcılığı aydın şəkildə göstərməlidir. Bu qayda ilə şagirdlər kalkulyator vasitəsilə qüvvətin tapılmasını daha yaxşı mənimsəyəcəklər.

Bəzi kalkulyatorlarda kəsr daxil etmək üçün xüsusi " a/b " və ya " frac " düymələri, qüvvət üstünü göstərmək üçün isə " $\wedge$ ", " x^y ", " y^x " və ya " y^x "

a/b

frac

x^y

y^x

simvolları istifadə olunduğu qeyd edilir. Bu yanaşma şagirdlərə həm fərqli kalkulyator interfeyslərini tanımaqda, həm də qüvvət anlayışını praktik şəkildə mənimsəməkdə kömək edəcək.

Texniki imkanları olan siniflərdə bəzi ifadələrin elmi kalkulyatorda yerinə yetirilməsini izah edən video-materiallardan və kalkulyatordan istifadə etmək olar:

https://youtu.be/Gp_pwaZQbGc

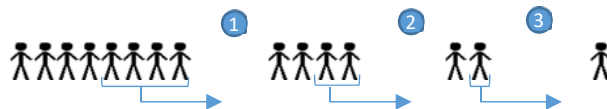
<https://www.youtube.com/watch?v=nyJv-Xt1sDY>

<https://www.desmos.com/scientific>

Məsələ həlli

12. Laboratoriyada tədqiqat nəticəsində alınan radioaktiv maddə parçalanaraq kütləsi hər dəqiqədə 2 dəfə azalır. Məsələdə ilkin kütləsi 64 q olan bu maddənin 2 dəqiqədən sonra kütləsinin, 5 dəqiqədən sonra qalan maddənin kütləsinin hansı ifadə ilə hesablandığını tapmaq tələb olunur.

Cəlbətmə. Müəllim lövhəyə 8 şagird dəvət edir. Hər dəfə saydıqda şagirdlərin yarısı qalır, digər yarısı yerində əyləşir.



Müəllim şagirdlərə suallar verir:

– Neçənci addımda lövhədə 4, neçənci addımda 2, neçənci addımda 1 şagird qalar? Hansı ifadəni yazmaqla cavabları tapmaq olar?

Lövhədə 16, yaxud 32 şagird olsaydı, bu sualları necə cavablandırmağın mümkün olduğu siniflə müzakirə edilir.

Məsələnin həlli

- İlkin kütləsi 64 q olan bu maddənin 2 dəqiqədən sonra kütləsi tapılır. $64 : 2 : 2 = 16$, yaxud $64 : 2^2 = 16$.
- 5 dəqiqədən sonra qalan maddənin kütləsini tapmaq üçün ifadə müəyyən edilir.

$$64 - 5 \cdot 2$$

$$64 : 2^5$$

$$64 : 5^2$$

- Cədvəl qurmaqla neçə dəqiqədən sonra 0,5 q maddə qaldığı tapılır.

5 dəqiqədən sonra qalan maddənin kütləsini tapmaq üçün ifadə müəyyən edilir.

Dəqiqə	1	2	3	4	5	6	7
Maddənin kütləsi	32	16	8	4	2	1	0,5
	$64 : 2 = 32$	$64 : 2^2 = 16$	$64 : 2^3 = 8$	$64 : 2^4 = 4$	$64 : 2^5 = 2$	$64 : 2^6 = 1$	$64 : 2^7 = 0,5$

Cavab. 5 dəqiqədən sonra 2 q, 7 dəqiqədən sonra isə 0,5 q maddə qaldı.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Rasional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Qüvvət daxil olan ifadələrin qiymətini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 2.2. Qüvvətlərin vurulması və bölünməsi

ALTSTANDARTLAR	7-1.2.1. Rasional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir. 7-1.2.2. Rasional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır, qüvvətin xassələrini tətbiq edir. 7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Eyni əsaslı qüvvətlərin hasilini tapır. • Eyni əsaslı qüvvətlərin bölünməsindən alınan qisməti tapır. • Qüvvət daxil olan ifadələrin qiymətini tapır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: http://video.edu.az/video/9045 https://www.geogebra.org/m/msvursdp https://video.edu.az/video/9382 https://www.geogebra.org/m/gp7wpqbx

Mövzuya yönəltmə

Lövhəyə qüvvətin hesablanması ilə bağlı cədvəl çəkilir. Müəllim şagirdləri lövhəyə dəvət edir. Hər şagird 1 sətri doldurur. Sonra müəllim sinfə müraciət edir:

– 2-nin kvadratını 2-yə vurduqda neçənci qüvvəti tapılır? Bəs kubunu? 2-nin kvadratı və kubuna əsasən 2^5 -i, 2^6 -nı necə tapmaq olar? Cədvəldəki qiymətlərdən istifadə etməklə şagirdlərə 2^8 , 2^9 , 2^{10} hesablamağı tapşırmaq olar. Fərqli fikirlər səsləndirən şagirdlərin həll üsullarının müzakirə edilməsi məqsəduyğundur.

Qüvvət	Təkrar vurma	İfadənin qiyməti
2^1	2	2
2^2	$2 \cdot 2$	4
2^3	$2 \cdot 2 \cdot 2$	8
2^4	...	
2^5		
2^6		
2^7		

Araşdırma-müzakirə

Samir düzbucaqlı formasında mozaika yığmaq üçün tərəfi vahidə bərabər olan kvadratlardan istifadə etdi.

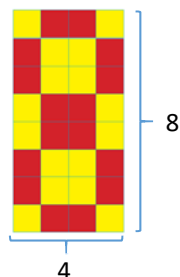
- Diqqət təsvirə yönəldilir və fiqurun tərəflərini 2-nin qüvvəti şəklində yazmaqla sahəni hesablamaq üçün ifadənin necə yazıldığı müzakirə olunur.

$$8 \cdot 4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_8 \cdot \underbrace{2 \cdot 2}_4 = 2^3 \cdot 2^2 = 32$$

- Fiqurun sahəsinə qüvvətlə ifadə etmək üçün müxtəlif üsullardan istifadə etmək olar.

$32 = 2^5$ alındığını 4 və 8 ədədlərini eyni vuruqların hasil şəklində yazmaqla göstərmək mümkündür.

$$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$



Öyrənmə Eyni əsaslı qüvvətlərin vurulması

Qüvvət daxil olan ifadələrin yazılışını və qiymətinin hesablanmasını sadələşdirmək üçün qüvvətin xassələrindən istifadə olunduğu qeyd olunur. Əsasları eyni olan qüvvətləri vurmaq üçün əsasın olduğu kimi saxlanıldığı və qüvvət üstlərinin isə toplanıldığı vurğulanır. Eyni əsaslı iki qüvvətin vurulması düsturunun alınması siniflə müzakirə olunur.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_m \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n+m} = a^{m+n}$$

Fikirləş

$a^n \cdot a^m \cdot a^k$ hasilini a -nın qüvvəti şəklində yazmaq üçün öyrənmədə $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ bərabərliyinin necə alındığına diqqət edilir. Həmin qayda ilə eyni əsaslı üç qüvvətin hasilinin tapılması üçün ədədi ifadə yazılır.

$$3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^5 = \underbrace{(3 \cdot 3)}_{2 \text{ vuruq}} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}_{4 \text{ vuruq}} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}_{5 \text{ vuruq}} = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3}_{2+4+5=11 \text{ vuruq}} = 3^{2+4+5} = 3^{11}$$

Sonra hərfi ifadə yazmaqla $a^n \cdot a^m \cdot a^k$ hasilini a -nın qüvvəti şəklində yazılır.

$$a^n \cdot a^m \cdot a^k = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_n \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_m \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_k = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n+m+k} = a^{n+m+k}$$

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv oyunlardan istifadə etmək olar:

<https://www.quia.com/rr/180013.html>

Çalışma

6. Verilən ifadələrin şifahi müqayisə edilməsi tələb olunur.

a) 5^5 və $5^4 \cdot 5^3$ 5^7 ifadəsi 7 dəfə 5 ədədinin hasilidir, 5^5 isə 5 dəfə 5 ədədinin hasilidir. Deməli, $5^5 < 5^7$

c) $(-3)^2 \cdot (-3)^3$ və $(-3)^4$ $(-3)^5$ ifadəsi mənfi, $(-3)^4$ isə müsbət ədəddir. Deməli, $(-3)^5 < (-3)^4$

Müəllimin nəzərinə! Şifahi müqayisə zamanı bir neçə hala diqqət edilməsi vacibdir. Şagirdlərə bu halları xatırlatmaq və nümunələr göstərmək məqsəduyğundur.

1) Verilən ifadələrin qiyməti əks işarəlidir.

Müxtəlif işarəli olduğu halda müsbət ədədin böyük olduğu hesablama aparmadan müqayisə etməyə imkan verir.

2) Verilən ifadələrin qiyməti eyni işarəlidir.

Eyni əsaslı qüvvətlərə diqqət yetirilir. Əsas birdən böyük olduqda şagirdlər qüvvəti böyük olan ifadənin daha böyük qiymət aldığını müəyyən edə bilirlər. Əsas 1-dən kiçik olan hallara aid nümunələr göstərməklə şagirdlərə ifadələri müqayisə etməyi tapşırmaq tövsiyə olunur. Şagirdlərə gələcəkdə daha geniş məlumat alacaqlarını bildirmək olar.

8. Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanalara uyğun ədədlər yazılır.

$$2^{\boxed{3}} \cdot 2^2 = 2^5 \quad 5 \cdot 5^{\boxed{3}} = 5^4 \quad 0,3^2 \cdot 0,3^5 = 0,3^{\boxed{7}} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\boxed{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \quad 4^3 \cdot 4^3 = 4^5 \cdot 4^{\boxed{1}}$$

Öyrənmə Eyni əsaslı qüvvətlərin bölünməsi

Eyni əsaslı qüvvətlərə nisbət daxil olan ifadələri də sadələşdirmək mümkün olduğu qeyd olunur. Əsasları eyni olan qüvvətləri bölmək üçün əsasın olduğu kimi qaldığı, qüvvət üstlərinin isə çıxıldığı vurğulanır. Şagirdlərə ümumi qayda izah olunur, nümunələr göstərilir. Eyni əsaslı iki qüvvətin bölünməsi düsturunun alınması siniflə müzakirə olunur. Qeyd olunur ki, burada $m > n$, $a \neq 0$.

• Bu qayda $a^m : a^n$ nisbətində tətbiq olunarsa, $a^m : a^n = a^0$ alındığı izah edilir. Digər tərəfdən, $a^n : a^n = 1$ olduğundan $a^0 = 1$ qəbul olunduğu qeyd edilir. $a^0 = 1$ olduğunu belə nümunə ilə də izah etmək olar: a -nın kubunu ardıcıl olaraq a -ya bölməklə göstərmək olar.

$$\begin{array}{c} \text{Hər sətirdə qüvvət} \\ \text{1 vahid azalır.} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} a^3 = a \cdot a \cdot a \\ a^2 = a \cdot a \\ a^1 = a \\ a^0 = 1 \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} :a \\ :a \\ :a \\ :a \end{array} \leftarrow \begin{array}{c} \text{Qüvvət hər sətirdə} \\ a\text{-ya bölünür.} \end{array}$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar: <https://video.edu.az/video/9638>

Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagirdlər istənilən ədədin sıfır dərəcədən qüvvətinin 1-ə bərabər olduğunu düşünərək 0^0 -in da 1-ə bərabər olduğunu zənn edirlər. Şagirdlərə 0^0 təyin olunmadığı haqqında məlumat vermək vacibdir. Verilən nümunələrlə izah etmək olar ki, 1-ci sütundakı qanunauyğunluğa əsasən 0^0 -in 1-ə, 2-ci sütundakı qanunauyğunluğa əsasən isə 0-a bərabər olduğu alınmalıdır. Belə ziddiyyət yarandığı üçün 0^0 -in təyin olunmadığı qəbul edilir.

$3^0 = 1$	$0^3 = 0$
$2^0 = 1$	$0^2 = 0$
$1^0 = 1$	$0^1 = 0$
$0^0 = ?$	$0^0 = ?$

Bunu başqa yolla da əsaslandırmaq olar. Qüvvətin xassəsinə görə yazmaq olar:

$$0^0 = 0^{n-n} = \frac{0^n}{0^n} = \frac{0}{0}$$

Alınan nəticə qeyri-müəyyənlik olduğu üçün 0^0 təyin olunmadığı, yəni qeyri-müəyyən olduğu vurğulana bilər.

13. Boş xanalara uyğun ədədlər müəyyən olunur.

a) $7^{\boxed{11}} \cdot 7^8 = 7^{19}$

c) $8^{17} : 8^{\boxed{16}} = 8$

e) $11^{17} : 11^{\boxed{7}} = 11^{22} : 11^{12}$

Öyrənmə Qüvvətin qüvvətə yüksəldilməsi

Bəzən qüvvətin əsası müəyyən ədədin qüvvəti şəklində olur. Bu halda ifadəni həmin ədədin qüvvəti şəklində göstərməyin mümkün olduğu şagirdlərə izah olunur. Qüvvəti qüvvətə yüksəltmək üçün əsas olduğu kimi qalır, qüvvət üstlərinin vurulduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Nümunələr şagirdlərə mövzunu daha yaxşı mənimsəməkdə kömək edir.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_n = a^{\overbrace{m+m+\dots+m}^n} = a^{m \cdot n}$$



Fikirleş

$((a^m)^n)^k = a^{mnk}$ bərabərliyini əsaslandırmaq üçün öyrənmədə $(a^m)^n = a^{mn}$ bərabərliyinin necə alındığına diqqət edilir. Həmin qaydanın istifadəsi əvvəlcə ədədi ifadə üçün göstərilir. Sonra isə $((a^m)^n)^k$ ifadəsi qüvvət şəklində yazılır.

$$((3^2)^3)^2 = (3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2)^2 = \underbrace{3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}_{3 \text{ vuruq}} \cdot \underbrace{3^2 \cdot 3^2}_{2 \text{ vuruq}} = 3^{2 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$((a^m)^n)^k = \underbrace{(a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m)}_n^k = \underbrace{a^{mn} \cdot a^{mn} \cdot \dots \cdot a^{mn}}_k = a^{mnk}$$

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv oyunlardan istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/gp7wpqbx>

17. Bölmə zamanı bölənün sıfırdan fərqli olması şagirdlərin diqqətinə çatdırılır və ifadələr sadələşdirilir. Sadələşdirmə zamanı qüvvətin hansı xassələrindən istifadə olunduğunu şagirdlərdən soruşmaq məqsəduyğundur.

19. 2^{24} ədədini əsası verilən ədədlər olan qüvvət şəklində yazmaq üçün şagirdlərlə qüvvətin xassələri yada salınır.

a) $2^{24} = (2^2)^{12}$

f) Əvvəlcə 64 ədədi 2-nin qüvvəti şəklində yazılır: $64 = 2^6$.

2^{24} əsası 2^6 olan qüvvət şəklində yazılır: $2^{24} = (2^6)^4$



Səhvi düzəlt!

$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$

$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$

Əsasları eyni olan qüvvətlərin hasilini tapdıqda qüvvət üstləri vurulmur, toplanır.

$5^4 \cdot 5^3 = (5+5)^{4+3} = 10^7$

$5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3} = 5^7$

Əsasları eyni olan qüvvətlərin hasilini tapdıqda əsaslar toplanmır, olduğu kimi qalır, qüvvətlər isə toplanır.

$7^4 \cdot 7^5 = (7 \cdot 7)^{4+5} = 49^9$

$7^4 \cdot 7^5 = 7^{4+5} = 7^9$

Əsasları eyni olan qüvvətlərin hasilini tapdıqda əsaslar vurulmur, olduğu kimi qalır, qüvvətlər isə toplanır.

$(6^3)^2 = 6^{3+2} = 6^5$

$(6^3)^2 = 6^{3 \cdot 2} = 6^6$

Qüvvəti qüvvətə yüksəltəndə qüvvət üstləri toplanmır, vurulur.

22. Tənliklər həll olunur. Burada məchulun qüvvətin əsası və üstü ilə əlaqəli olmadığı qeyd olunur. Natural üstlü qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə belə tənliklərin həlli zamanı şagirdlər məchulun tapılmasında çətinlik çəkirlər. Şagirdlərə məchul vuruğun, bölünən və bölənün tapılması ilə bağlı sadə tapşırıqlar verməklə bu çətinliyi aradan qaldırmaq olar.

f) $x \cdot 9^{17} \cdot 9^{13} = 9^{32}$

$x \cdot 9^{30} = 9^{32}$

$x = 9^{32} : 9^{30}$

$x = 9^2$

$x = 81$

Diferensial təlim

Dəstək. Masaya A, B, C və D ilə işarə edilmiş kartlar düzülür. Müəllim şagirdlərə sual verir:

– A ədədi B-dən neçə dəfə kiçikdir? A ədədi ilə C ədədinin hasilini neçədir?

A	B	C	D
16	$4 \cdot 2^5$	$5 \cdot 2^4$	2^{10}

Dərinləşdirmə. Masaya A, B, C və D ilə işarə edilmiş kartlar düzülür. Müəllim şagirdlərə sual verir:

– A ədədi C-dən neçə dəfə kiçikdir? Ən böyük ədəd ən kiçik ədəddən neçə dəfə böyükdür? A və B ədədlərinin hasilini D-dən neçə dəfə kiçikdir? Hansı daha böyükdür: A · C, yoxsa B · D?

A	B	C	D
243	54	$6 \cdot 3^4$	3^{10}

Şagirdlər qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə həlli izah edərək sualları cavablandırırlar.

Məsələ həlli

23. Boş çənə iki borunun hər birindən bir dəqiqədə 2^4 l su töküldüyü vurğulanır. Hər iki boru eyni zamanda işləyirsə, bir dəqiqə ərzində çənə nə qədər su yığıldığını, eyni zamanda boruların işlədiyini nəzərə alaraq həcmi 2^{13} l olan boş çənə neçə dəqiqəyə su dolduğunu tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Hər iki boru eyni zamanda işləyirsə, bir dəqiqə ərzində çənə yığılan suyun miqdarı tapılır.

$2^4 + 2^4 = 2 \cdot 2^4 = 2^5$, yaxud $2^4 + 2^4 = 16 + 16 = 32$ (l)

• Borular eyni zamanda işləyirsə, həcmi 2^{13} l olan boş çənin neçə dəqiqəyə dolduğu hesablanır.

$2^{13} : 2^5 = 2^8 = 256$ (dəq).

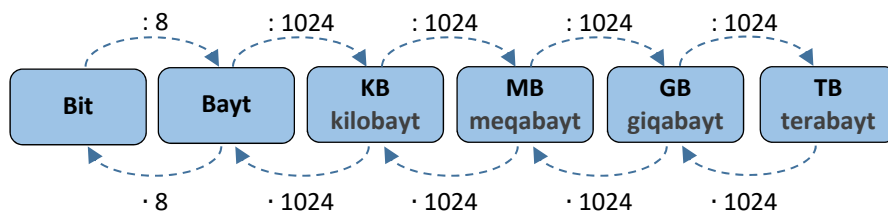
Cavab. 32 l; 256 dəqiqə.

25. Kompüterin yaddaş qurğusunun ölçüsü haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Şəklə diqqət edərək sualların cavablandırılması tələb olunur.

Cəlbətmə. Sınıfdə yaddaş qurğularının həcm vahidləri haqqında məlumat verilir. Vahidlər arasında çevrilmə sxemi nümayiş etdirilir.

Hard Disk Drives





Müəllim şagirdlərə suallar verir:

– 8 və 1024 ədədlərini 2-nin qüvvəti şəklində necə yazmaq olar? 8 bit neçə baytdır? 32 KB-ın neçə bayt olduğunu necə tapmaq olar? Cavabı 2-nin qüvvəti şəklində yazmaq olarmı? Meqabaytla verilən yaddaş həcmi bayta çevirmək üçün uyğun ədədi 2-nin hansı qüvvətinə vurmaq lazımdır?

Məsələnin həlli

• C diskinin ümumi yaddaşının neçə bayt olduğu müəyyən edilir. C diskinin ümumi yaddaşı olan 512 GB bayta çevrilir. $512 \cdot 2^{30} = 2^9 \cdot 2^{30} = 2^{39}$ (bayt)

C diskinin boş qalmış həcmi neçə bayt olduğu müəyyən edilir. C diskinin boş qalmış həcmi 128 GB bayta çevrilir. $128 \cdot 2^{30} = 2^7 \cdot 2^{30} = 2^{37}$ (bayt)

Cavab. 2^{39} bayt; 2^{37} bayt

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

Müəllimin nəzərinə! C diskini ilə bağlı şagirdlərin əldə etdikləri biliklərin təkrar edilməsi məqsəduyğundur. “Kompüterlərdə əsas məlumatlar, adətən, C diskində saxlanılır. Bu disk əməliyyat sistemi (məsələn, Windows) və digər proqramların yerləşdiyi əsas hissədir. Kompüterin yaddaşı — yəni ümumi tutumu və istifadə üçün nə qədər boş yerin qaldığı — kompüterin iş qabiliyyəti üçün çox vacibdir”.

Belə əlavə məlumatın verilməsi şagirdlərə həm kompüterin yaddaşı barədə məlumatı xatırlatmaq, həm də bu məlumat əsasında qüvvətin tətbiqi ilə məsələnin həllini daha yaxşı anlamasına kömək edəcək. C diskinin ümumi yaddaşı, nə qədər boş yer olduğunun necə müəyyən edilməsi haqqında da şagirdlərə məlumat vermək olar.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Eyni əsaslı qüvvətlərin hasilini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Eyni əsaslı qüvvətlərin bölünməsindən alınan qismətini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Qüvvət daxil olan ifadələrin qiymətini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 2.3. Hasilin və kəsrin qüvvəti

ALTSTANDARTLAR	7-1.2.1. Rəşional ədədlər üzərində hesab əməllərini yerinə yetirir. 7-1.2.2. Rəşional ədədin natural üstlü qüvvətini tapır, qüvvətin xassələrini tətbiq edir. 7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Hasili qüvvətə yüksəldir. • Eyni dərəcəli qüvvətlərin hasilini tapır. • Kəsri qüvvətə yüksəldir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/9216 https://video.edu.az/video/9312 https://video.edu.az/video/9382 https://video.edu.az/video/9385 http://www.math-play.com/exponents-pirate-game/exponents-pirate-game_html5.htm

Mövzuya yönəltmə

Lövhəyə hasilin qüvvətinin hesablanması ilə bağlı cədvəl çəkilir. Müəllim şagirdləri lövhəyə dəvət edir. Hər şagird 1 sətiri doldurur. Sonra müəllim sinfə müraciət edir:

– Hansı misalın cavabı tam kvadrat, hansı misalın cavabı isə tam kub ədəd oldu? Bunu cavabı tapmadan necə müəyyən etmək olar?

Hasil	Təkrar vurma	İfadənin qiyməti
$2^1 \cdot 3$	$2 \cdot 3$	6
$2^2 \cdot 3^2$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2$	36
$2^3 \cdot 3^3$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$	8
$2^4 \cdot 3^2$	...	
$2^4 \cdot 3^4$		

Araşdırma-müzakirə

Tilinin uzunluğu 15 sm olan kubun həcmnin, tili 5 sm və 3 sm olan kubların hər birinin həcmindən neçə dəfə çox olduğunu qüvvətdən istifadə etməklə necə tapmağın mümkün olduğunu göstərmək tələb olunur. Bir kubun tilinin uzunluğu b , digərininki isə $2b$ olarsa, onların həcmələrinin neçə dəfə fərqləndiyini tapmaq şagirdlərə tapşırılır. Tilinin uzunluğu 15 sm olan kubun həcmnin tilinin uzunluğu 5 sm olan kubun həcmindən neçə dəfə çox olduğunu tapmaq üçün şagirdlər bir neçə üsuldən istifadə edə bilərlər.

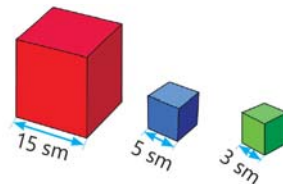
Kubların həcmi hesablamayla

$$V_{\text{qırmızı}} = 15^3 = 3375 \quad V_{\text{mavi}} = 5^3 = 125 \quad V_{\text{yaşıl}} = 3^3 = 27$$

$$3375 : 125 = 27 \quad 3375 : 27 = 125$$

Kubların həcmi vuruqların hasilı şəklində yazmayla

$$\frac{15 \cdot 15 \cdot 15}{3 \cdot 3 \cdot 3} = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \quad \frac{15 \cdot 15 \cdot 15}{5 \cdot 5 \cdot 5} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$



Hər kubun həcmi ədədin kubu şəklində yazıb bölməklə cavabı tapmaq üçün ifadə yazılır.

Kubların həcmi qüvvət şəklində yazmayla

$$V_{\text{qırmızı}} = 15^3 \text{ (sm}^3\text{)} \quad V_{\text{mavi}} = 5^3 \text{ (sm}^3\text{)} \quad V_{\text{yaşıl}} = 3^3 \text{ (sm}^3\text{)}$$

$$15^3 : 3^3 = 125 \quad 15^3 : 5^3 = 27$$

Şagirdlər tilinin uzunluğu 15 sm olan kubun həcmnin tilinin uzunluğu 3 sm olan kubun həcmindən 125, tilinin uzunluğu 5 sm olan kubun həcmindən 27 dəfə böyük olduğunu qeyd edirlər.

• Bir kubun tərəfinin uzunluğu b , digərinin isə $2b$ olarsa, onların həcmnin neçə dəfə fərqləndiyini tapmaq üçün hər birinin həmi tapılır və böyük həcm kiçik həcmə bölünür.

$$(2b)^3 : b^3 = 8b^3 : b^3 = 8.$$

• İki kubun tərəflərinin uzunluqları arasındakı nisbətə onların həcmələri arasındakı əlaqəni müəyyən etmək üçün şagirdlər əvvəlcə şəkildəki kublarla, daha sonra isə hərflərlə verilmiş nümunəyə diqqət edirlər.

$$15 : 3 = 5 \quad 5^3 = 125 \quad 15 : 5 = 3 \quad 3^3 = 27$$

$$2b : b = 2 \quad 2^3 = 8.$$

Kubların həcmələri nisbətinin tərəflərinin uzunluqları nisbətinin kubuna bərabər olduğu nəticəsinə gəlinir.

Öyrənmə Hasilin qüvvətə yüksəldilməsi

İki ədədin hasilinin qüvvətinin həmin ədədlərin qüvvətlərinin hasilinə bərabər olduğu vurğulanır və nümunə izah olunur. Hasilin qüvvətini hesablamaq üçün hər bir vurğunun eyni dərəcəli qüvvəti tapılır və nəticələr vurularaq birləşdirilir. Şagirdlərə izah olunur ki, eyni dərəcəli qüvvətlərin hasilini tapmaq üçün əvvəlcə əsaslar vurulur, sonra isə bu hasil həmin dərəcədən qüvvətə yüksəldilir.

$$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_n \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_n = a^n \cdot b^n$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialardan istifadə etmək olar: <https://video.edu.az/video/9358>



Fikirleş

$(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$ bərabərliyini əsaslandırmaq üçün öyrənmədə $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ bərabərliyinin necə alındığına diqqət edilir. Həmin qayda ilə üç ədədin hasilinin qüvvətinin tapılması üçün ifadə yazılır.

$$(a \cdot b \cdot c)^n = \underbrace{(a \cdot b \cdot c) \cdot (a \cdot b \cdot c) \cdot \dots \cdot (a \cdot b \cdot c)}_n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_n \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_n \cdot \underbrace{(c \cdot c \cdot \dots \cdot c)}_n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$$

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv oyunlardan istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/hmcncrna>

Çalışma

4. Boş xanalarə uyğun ədədlər müəyyən edilir.

$$4^{\boxed{4}} \cdot 3^4 = 12^4$$

$$20^{\boxed{3}} = 4^3 \cdot 5^3$$

$$(-0,3)^7 \cdot 10^7 = \boxed{-3}^7$$

$$0,5^5 \cdot \boxed{2}^5 = 1$$

Öyrənmə Kəsrin qüvvətə yüksəldilməsi

Kəsr qüvvətə yüksəltmək üçün qüvvətin tərifindən və kəsrlərin vurulma qaydasından istifadə olunduğu qeyd olunur. Nümunə şagirdlərə izah edilir, kəsrin qüvvətini tapmaq üçün surət və məxrəcin həmin dərəcədən qüvvətə

yüksəlidiyi vurğulanır. Bunu necə etməyin mümkün olduğu şagirdlərlə birlikdə müzakirə olunur. Bu qaydanın tərsinin də doğruluğu göstərilir.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_n = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^n}{\underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_n} = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0$$

6. Qüvvət kəsr şəklində göstərilir. Bunun üçün kəsrin və qüvvətin xassələrindən istifadə olunduğu qeyd edilir.

a) $\left(\frac{5}{6}\right)^{17} = \frac{5^{17}}{6^{17}}$ b) $\left(\frac{3}{-5}\right)^6 = \frac{3^6}{(-5)^6} = \frac{3^6}{5^6}$ f) $\left(\frac{-y}{7}\right)^6 = \frac{(-y)^6}{7^6} = \frac{y^6}{7^6}$

7. Boş xanalara uyğun ədədlər müəyyən olunur.

$$\frac{8^3}{24^3} = \left(\frac{\boxed{1}}{3}\right)^3$$

$$\left(\frac{\boxed{6}}{8}\right)^5 = \frac{3^5}{4^5}$$

$$\frac{m^6}{5^3} = \left(\frac{m^{\boxed{2}}}{5}\right)^3$$

$$\frac{8^3}{24^3} = \left(\frac{8}{24}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$\frac{3^5}{4^5} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{6}{8}\right)^5$$

$$\frac{m^6}{5^3} = \left(\frac{m^2}{5}\right)^3$$

9. Hesablama aparılır.

k) $\frac{5^{12} \cdot 2^{12}}{2^{10} \cdot 5^8 \cdot 2^5} = \frac{5^{12} \cdot 2^{12}}{2^{10} \cdot 5^8 \cdot 5^2} = 5^2 \cdot 2^2 = 100$ j) $\frac{6^8 \cdot 5^4}{9^4} = \frac{2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^4}{(3^2)^4} = \frac{2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^4}{3^8} = 2^8 \cdot 5^4 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 5^4 = 160000$

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərə qüvvətlərin xassələrindən məqsədyönlü və əlverişli şəkildə istifadə etməyi öyrətmək onların hesablamalarını sürətləndirmək və məntiqi təfəkkürlərini inkişaf etdirmək baxımından çox vacibdir. Qüvvətin xassələrinin tətbiqi ilə əlverişli həll üsullarına bəzi nümunələr göstərmək olar. Məsələn:

$2^4 \cdot 5^4 = 10^4 = 10000$ $2^8 \cdot 5^4 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 5^4 = 160000$



Səhvi düzəlt!

$$3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^{2+2} = 15^4$$

$$3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$$

Ədədlərin kvadratları hasilini tapdıqda əsasların hasilini qüvvətlərin cəmi dərəcədən qüvvətə yüksəldilmir, kvadrata yüksəldilir.

$$2^3 \cdot 7^3 = (2 + 7)^3 = 9^3$$

$$2^3 \cdot 7^3 = (2 \cdot 7)^3 = 14^3$$

Ədədlərin kublarının hasilini tapdıqda əsasların cəmi deyil, hasilini kuba yüksəldilir.

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{2}a^2$$

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{4}a^2$$

Hasilin kvadratını tapdıqda hər bir vuruğun kvadratı tapılır.

$$\left(-\frac{a}{3}\right)^4 = -\frac{a^4}{81}$$

$$\left(-\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

Rasional ədədin 4-cü dərəcədən qüvvəti müsbət ədəddir.

Diferensial təlim

Dəstək. Müəllim şagirdlərə iş vərəqi verir. Şagirdlərə bərabərliklərin doğruluğunu, qüvvətin hansı xassələrindən istifadə olunduğunu izah edərək əsaslandırır.

Dərinləşdirmə. Müəllim lövhəyə iki şagird dəvət edir. Şagirdlərə bərabərliklərin doğruluğunu, qüvvətin hansı xassələrindən istifadə olunduğunu izah edərək əsaslandırır. Bu zaman hansı həll üsulunun daha əlverişli olduğunu izah edir.

$$(3 \cdot 6)^2 = (3^2 \cdot 2)^2 \quad (4 \cdot 6)^3 = 2^9 \cdot 3^3$$

$$\frac{2^3 \cdot 3^2}{81} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{(-12)^3}{27} = -64$$

$$(3 \cdot 6 \cdot 8)^2 = (3^2 \cdot 2^4)^2 \quad (4 \cdot 5 \cdot 6)^3 = 2^9 \cdot 15^3$$

$$\frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 6}{81} = 5 \frac{1}{3}$$

$$\frac{(-2)^5 \cdot 0,25}{4} = -2$$

Məsələ həlli

12. Məsələdə Lalə və Samirin oynadıqları oyunun qaydasına əsasən sualları cavablandırmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Qaydalara əsasən (2; 5) xanasında neçə düymə olduğu hesablanır.

$$(2 \cdot 5)^2 = 10^2 = 100.$$

• Hansı xanalarda 64 düymə olduğu tapılır.

Elə a və b ədədləri tapılır ki, $(a; b)$ xanasında 64 düymə olsun. Oyunun qaydasına əsasən $(a \cdot b)^2 = 64 \rightarrow a \cdot b = 8$

Uyğun xanaların koordinatları yazılır: $(1; 8), (2; 4), (4; 2)$ və $(8; 1)$

- $(a; b)$ xanasında $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$ sayda düymə olmalıdır.
- $(4; 8)$ xanasındakı düymələrin sayının $(2; 4)$ xanasındakı düymələrin sayından neçə dəfə çox olduğunu tapılır.

$$\frac{(4 \cdot 8)^2}{(2 \cdot 4)^2} = \left(\frac{4 \cdot 8}{2 \cdot 4}\right)^2 = 4^2 = 16$$

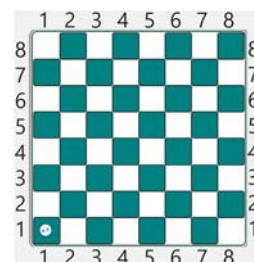
Cavab. $(4; 8)$ xanasındakı düymələrin sayı $(2; 4)$ xanasındakı düymələrin sayından 16 dəfə çoxdur.

Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər məsələnin həll izahını şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://video.edu.az/video/13973>

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Hasili qüvvətə yüksəldir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Eyni dərəcəli qüvvətlərin hasilini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Kəsri qüvvətə yüksəldir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



MÖVZU 2.4. Mürəkkəb faizin hesablanması

ALTSTANDARTLAR	7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır. 7-1.2.5. Mürəkkəb faiz artımına aid sadə məsələlər həll edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Mürəkkəb faizin hesablanması ilə artımdan sonrakı qiyməti tapır. • Mürəkkəb faizin hesablanması ilə endirimdən sonrakı qiyməti tapır. • Mürəkkəb faizin hesablanmasına aid məsələləri həll edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/1254 https://www.geogebra.org/m/cfxyfwhg https://youtu.be/jTW777ENc3c https://youtu.be/INK95khKvSk http://www.slidermath.com/wjava/Interest.shtml

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhəyə iki şagird dəvət edir. Şagirdlərdən birinə bu ədədi 10% artırmağı, sonra isə alınan ədədi 10% artırmağı, digərinə isə ədədi hər dəfə 10% olmaqla iki dəfə artırmağı tapşırır. Alınan nəticələr müzakirə olunur.

Araşdırma-müzakirə

Müştəri 10 000 manat pulu banka 2 il müddətində əmanət qoymaq istəyir. Bankda əmanətçilərə iki təklif edilir.

1. Artım hər il banka qoyulmuş ilkin məbləğin 10%-nə bərabərdir.

2. Artım əvvəlki ilin sonunda hesabdakı məbləğin 10%-nə bərabərdir.

- Müştərinin hansı təklifi seçdikdə iki ildən sonra daha çox gəlir əldə edəcəyini, bu halda onun hesabında nə qədər pul olacağını tapmaq tələb olunur.

Hər iki təklifə uyğun 2 ildən sonra gəlir hesablanır.



Gəlir	1 il	2 il	Cəm
1.	$10000 \cdot 0,1 = 1000$	$10000 \cdot 0,1 = 1000$	$1000 + 1000 = 2000$
2.	$10000 \cdot 0,1 = 1000$	$11000 \cdot 0,1 = 1100$	$1000 + 1100 = 2100$

Müştəri ikinci təklifi seçərsə, iki ildə əldə etdiyi gəlir daha çox olar.

- Bu zaman müştərinin hesabında olan məbləğ qeyd olunur.

1. $10000 + 2000 = 12000$

2. $10000 + 2100 = 12100$

Öyrənmə Mürəkkəb faizin hesablanması

Banka qoyulan əmanət məbləği hər ilin sonunda əvvəlki ilin sonundakı məbləğə hesablanan müəyyən faiz qədər artırılırsa, bu zaman mürəkkəb faiz hesablanmasından istifadə edilir. Yəni ikinci ildə faiz birinci ilin sonunda yaranmış yeni məbləğə, üçüncü ildə isə ikinci ilin sonunda alınmış məbləğə əsasən hesablanır. Verilən nümunənin hansı üsullarla həll edildiyi siniflə müzakirə olunur.

İllər	İlin əvvəlində hesabda olan məbləğ (rh)	Artım (rh)	İlin sonunda hesabda olan məbləğ (rh)
1	2000	2000-in 10%-i $\Rightarrow \frac{2000 \cdot 10}{100} = 200$	$2000 + 200 = 2200$
2	2200	2200-ün 10%-i $\Rightarrow \frac{2200 \cdot 10}{100} = 220$	$2200 + 220 = 2420$
3	2420	2420-nin 10%-i $\Rightarrow \frac{2420 \cdot 10}{100} = 242$	$2420 + 242 = 2662$

1-ci il. $2000 \cdot 1,1 = 2200$ (rh)

2-ci il. $(2000 \cdot 1,1) \cdot 1,1 = 2000 \cdot 1,1^2 = 2420$ (rh)

3-cü il. $(2000 \cdot 1,1^2) \cdot 1,1 = 2000 \cdot 1,1^3 = 2662$ (rh)

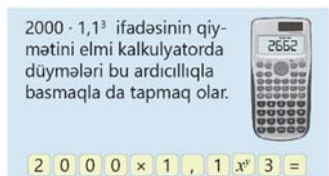
Qüvvətdən istifadə edərək mürəkkəb faizin tapılmasına aid misalların kalkulyator vasitəsilə həll olunma qaydası şagirdlərə izah olunur. Bir neçə nümunə göstərilir. Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan və onlayn kalkulyatorlardan istifadə etmək olar:

<https://video.edu.az/video/1254>

<https://www.geogebra.org/m/txsfesp7>



Yadda saxla!



Sadə faiz artımından fərqli olaraq mürəkkəb faiz artımının hər il dəyişdiyi qeyd olunur. Şagirdlərə buna uyğun nümunələr göstərmək məqsəduyğundur.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar:

<https://youtu.be/79HS3N1IBt8>

<https://youtu.be/qX5eHj0VQII>

Çalışma

2. 2 000 000 əhalisi olan şəhərdə hər il əvvəlki ilə nisbətən əhalinin sayının 3% artdığı qeyd olunur. Üç ildən sonra bu şəhərdə əhalinin sayının nə qədər olacağını hesablamaq tələb olunur. Qüvvətdən istifadə etməklə 3 ildən sonra əhalinin sayı tapılır. $2\,000\,000 \cdot 1,03^3 = 2\,185\,454$. Cavabı fərqli üsullarla tapan şagirdlərin fikirləri dinlənilir.



Yadda saxla!

Bəzən kəmiyyətlərin qiymətinin hər il əvvəlki ilin qiymətinin müəyyən faizi qədər azaldığı, bu zaman yeni qiymətin mürəkkəb faizlə hesablandığı qeyd olunur. Verilən nümunənin hansı üsullarla həll edildiyi siniflə müzakirə olunur.

İllər	İlin əvvəlində avtomobilin qiyməti (rh)	Azalma (rh)	İlin sonunda avtomobilin qiyməti (rh)
1	30 000	30 000-in 10%-i $\Rightarrow \frac{30\,000 \cdot 10}{100} = 3000$	$30\,000 - 3000 = 27\,000$
2	27 000	27 000-nin 10%-i $\Rightarrow \frac{27\,000 \cdot 10}{100} = 2700$	$27\,000 - 2700 = 24\,300$
3	24 300	24 300-ün 10%-i $\Rightarrow \frac{24\,300 \cdot 10}{100} = 2430$	$24\,300 - 2430 = 21\,870$

1-ci il. $30\,000 \cdot 0,9 = 27\,000$ (rh)

2-ci il. $(30\,000 \cdot 0,9) \cdot 0,9 = 30\,000 \cdot 0,9^2 = 24\,300$ (rh)

3-cü il. $(30\,000 \cdot 0,9^2) \cdot 0,9 = 30\,000 \cdot 0,9^3 = 21\,870$ (rh)

Fəaliyyət. Pul dövriyyəsi simulyasiyası

Banka hansı faiz ilə əmanət qoyulduğu və kredit verildiyi müəyyən edilir. Şagirdlər arasında "əmanət", "kredit" və "maliyyə nəzarətçisi" rolları bölüşdürülür, onlara təlimat verilir.

Lövheyə 3 şagird dəvət olunur və onların hər biri uyğun rollara təyin edilir. Daha sonra müəllim sinifdəki digər şagirdlərə "müşəri" rolu verərək onları da prosesi izləməyə və iştirak etməyə dəvət edir. Şagirlərə resurslar (kartlar, saxta pullar və s.) paylanılır.

Əmanət



Kredit



Maliyyə nəzarətçisi



Müşərilər



Müəllim qaydaları izah edir:

– Müştəri əmanət masasına yaxınlaşaraq banka müəyyən məbləğdə pul qoymaq istədiyini bildirir. Əmanət masasında oturan şagird əmanət məbləğini qəbul edir və faizlə gəliri hesablayır. Digər müştəri kredit masasına yaxınlaşır və sahibkarlıq məqsədilə kredit istəyir. Kredit masasında oturan şagird ona uyğun məbləğ verir və kredit üzrə faizlə ümumi ödənişi hesablayır. Maliyyə nəzarətçisi isə hər iki hesablamayı yoxlayır və doğru olub-olmadığını təsdiq edir və ya düzəliş verir.

Müəllim sinifə müraciət edir:

– Əgər əmanətçi 200 manat qoyubsa və faiz dərəcəsi 10%-dirsə, ilin sonunda onun gəliri nə qədər olacaq?

Müştəri 1000 manat kredit götürür və 15% illik faizlə geri qaytaracaq. Onun banka ümumi borcu nə qədər olacaq? Əmanət masasındakı hesablamayı yoxla: 500 manat, 12% . Sizcə, faiz hesablaması doğrudurmu? Niyə? Əmanət və kredit illik deyil, hər il əvvəlki ilin 10%-i ilə hesablanarsa, cavabları necə tapmaq olar? Suallar cavablandırılır və siniflə müzakirə təşkil olunur.

Məsələ həlli

5. Müəyyən mühitdə mikroorqanizmlərin sayı hər saatda əvvəlki saata nisbətən 10% artır. 100000 mikroorqanizmin bu qayda ilə artıq üç saatdan sonra nə qədər olacağını hesablamaq tələb olunur. Bunun üçün şagirdlər əvvəlcə bir saatdan, sonra iki saatdan, sonra isə üç saatdan sonrakı məbləği hesablayırlar.

$$100000 \cdot 1,1^3 = 133100$$

Cavab. Üç saatdan sonra mikroorqanizmlərin sayı 133100 olar.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

8. Məsələdə mağazada A və B növ divar kağızının satıldığı qeyd olunur.

Məsələnin qısa şərti yazılır.

A növ divar kağızı:

1 rulonunun qiyməti – hər ay əvvəlki aya
nisbətən 20% baha

İki aydan sonrakı qiymət – 144 man

B növ divar kağızı:

1 rulonunun qiyməti – hər ay ilkin qiymətindən
20% baha

İki aydan sonrakı qiymət – 168 man

Məsələnin həlli

• Hansı növ kağızın ilkin qiymətinin daha çox olduğu tapılır.

A növ divar kağızının 1 rulonunun ilkin qiyməti

x ilə işarə edilir.

$$x \cdot 1,2^2 = 144$$

$$x = 144 : 1,44$$

$$x = 100$$

B növ divar kağızının 1 rulonunun ilkin qiyməti

y ilə işarə edilir.

$$y \cdot 1,4 = 168$$

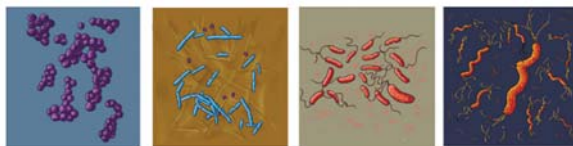
$$y = 168 : 1,4$$

$$y = 120$$

Cavab. B növ divar kağızının ilkin qiyməti çox oldu.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Mürəkkəb faizin hesablanması ilə artımdan sonrakı qiyməti tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Mürəkkəb faizin hesablanması ilə endirimdən sonrakı qiyməti tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Mürəkkəb faizin hesablanmasına aid məsələləri həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə

Dərslərdə bölmənin xülasəsində verilən anlayışlar şagirdlərlə təkrarlanır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər müəllim tərəfindən şagirdlərə xatırladılır. Hər anlayış səsləndikcə şagirdlər onun məzmununu izah edir, nümunələr göstərilir.

Rasional ədədin qüvvəti, qüvvətin əsası, qüvvətin üstü, qüvvətlərin hasilı, qüvvətin nisbəti, qüvvətin qüvvəti, hasilin qüvvəti, kəsrin qüvvəti, mürəkkəb faiz

Bölmənin ilk səhifəsində verilən məlumat, natural üstlü qüvvətin əhəmiyyəti, hansı sahələrdə tətbiq olunduğu və "Cəhd edin!" tapşırığı yada salınır. Tapşırığın həllində natural üstlü qüvvətdən necə istifadə olunduğuna diqqət edilir. İlk problemin həlli siniflə müzakirə olunur.

Praktik iş

Sınıf qruplara bölünür. Hər qrupa iş vərəqində sətirlər arasından bir neçəsi seçilib verilir. Müəllim bənzər əlavə tapşırıqlar da hazırlaya bilər. Şagirdlər iş vərəqlərində hər sətirdəki ifadələr arasında qiymətləri bərabər olan ifadələri qeyd edirlər. Tapşırığı daha tez və düzgün yerinə yetirən qrup qalib elan olunur.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

https://drive.google.com/file/d/1BM4EGiTYPh7foBh0Ko_O2znaQIB9SweF/view?usp=sharing

Hər sətirdə qiymətləri bərabər olan ifadələri qeyd et. ✓

$(2^3)^3$	2^6	64	32	$6,4$
$(\frac{2}{3})^3$	$\frac{8}{27}$	$\frac{56}{27}$	$\frac{7 \cdot 28}{4 \cdot 27}$	$\frac{8}{143}$
$(a^3)^5$	a^{15}	$a^7 \cdot a^8 \cdot a^5$	a^8	$a^{15} \cdot a^3$
$(1,3)^{17}$	$\frac{1}{2}$	$1, (27)^3$	$\frac{1}{27}$	$\frac{10}{2 \cdot 27}$
$\frac{8 \cdot 10^6}{10^9}$	$(0,05)^2$	$0,25$	$\frac{2 \cdot 10^6}{10^9}$	$(0,3)^2$
$\frac{9^3}{12^3 \cdot 3^3}$	$(\frac{2}{3})^3 \cdot \frac{1 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6}$	$0,2$	$0,5$	$15 \cdot \frac{10^3}{4 \cdot 10^6}$

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

5. Qüvvətlər hesablanır, ədədlər sıralanır.

a) Artan sırada: $-0,4^2 = -0,16$; $0,4$; $(-0,4)^2 = 0,16$; $-0,4$

Əvvəlcə mənfəi ədədlər, sonra isə müsbət ədədlər artan sırada düzülür.

$-0,4$; $-0,16$; $0,16$; $0,4 \rightarrow -0,4$; $-0,4^2$; $(-0,4)^2$; $0,4$.

6. Qüvvətin əsası verilmiş ədədlərdən hansı ola biləcəyi müəyyən edilir. Uyğun qüvvət üstü tapılır.

b)

$\square = \frac{1}{4}$	$\square = -\frac{1}{8}$	$\square = \frac{1}{32}$
Qüvvətin əsası: $\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	

$(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$
 $(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

$(-\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$

$(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$

Bəzən şagirdlər qüvvət əsasının mötərizədə yazıldığı hala diqqət etmirlər, nəticədə qüvvəti səhv hesablayırlar. Şagirdlərin tapşırığı sərbəst yerinə yetirməsi, müəllimin onları müşahidə edərək səhvlər üzərində işi təşkil etməsi məqsədəuyğundur.

9. Boş xanalarə uyğun ədədlər müəyyən olunur. Bunun üçün qüvvətin hansı xassələrindən istifadə olunduğunu şagirdlərdən soruşmaq tövsiyə olunur.

$0,3^{12} = (0,3^3)^4$	$(3^2)^3 = 3^6$	$(-0,2)^5 \cdot 10^5 = -2^5$	$12^{10} = 12^5 \cdot 12^8 : 12^3$	$(m^7 \cdot m^5)^2 = m^{24}$
------------------------	-----------------	------------------------------	------------------------------------	------------------------------

14. 2^{60} ədədi verilən ifadənin qüvvəti şəklində yazılır.

a) $2^{60} = (2^3)^{20}$

b) 16 ədədi 2-nin qüvvəti şəklində yazılmaqla qüvvətin qüvvəti tapılır. $16^3 = (2^4)^3 = 2^{12}$.

2^{60} -in 2^{12} -nin hansı qüvvəti olduğu tapılır. $2^{60} = (2^{12})^5 \rightarrow 2^{60} = (16^3)^5$

17. İfadələrin qiyməti hesablanır.

e) $(-4)^3 + 16 : (-1 \frac{1}{3})^2 \cdot (-5)^2 = -19$

1) $(-4)^3 = -64$ 4) $16 : (-\frac{1}{3})^2 = 16 : \frac{16}{9} = 9$

2) $(-1 \frac{1}{3})^2 = \frac{16}{9}$ 5) $9 \cdot (-5)^2 = 225$

3) $(-5)^2 = 25$ 6) $-64 + 225 = 161$

Müəllimin nəzərinə! Qüvvət, rasional ifadə daxil olan hesablamalarda şagirdlər əməllərin ardıcılığını müəyyən etməkdə çətinlik çəkirlər. Bu cür çətinliklərlə qarşılaşan şagirdlərin müəyyən edilməsi, çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün uyğun qaydaların təkrarlanması səhvlər üzərində işin təşkili məqsədəuyğundur.

21. Kosmik gəmi Yerətrafi orbitə birinci kosmik sürətlə ($8 \cdot 10^3$ m/san) hərəkət edən raket vasitəsilə çıxarılır.

- İşığın sürətinin ($3 \cdot 10^8$ m/san) birinci kosmik sürətdən neçə dəfə çox olduğu hesablanır.

$$\frac{3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^3} = 37500$$

- İşığın 10 saniyədə getdiyi yolu birinci kosmik sürətlə hərəkət edən raketin neçə dəqiqəyə qət etdiyi hesablanır.

$$\frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10}{8 \cdot 10^3} = 375000 \text{ (san)} = 6250 \text{ (dəq)}$$

Cavab. 37500 dəfə çox; 6250 dəq

22. Məsələdə A və B bankının qoyulan əmanətlə bağlı təklifi haqqında məlumat verilir. Müştərinin qoyduğu ilkin məbləğ 20000 manat olarsa, onun 2 il müddətinə hansı bankdan daha çox gəlir əldə edəcəyini tapmaq tələb olunur.

Məsələnin qısa şərti yazılır.

A bankı: hər il ilkin məbləğin 12,5%-i qədər artım

B bankı: hər il əvvəlki ilin sonundakı məbləğin 12%-i qədər artım

Məsələnin həlli

Müştərinin 2 il müddətinə hər bankdan əldə etdiyi gəlir hesablanır.

A bankı:

$$20000 + 20000 \cdot 0,125 \cdot 2 = 25000 \text{ (man)}$$

B bankı:

$$20000 \cdot 1,12^2 = 25088 \text{ (man)}$$

Alınan nəticələr müqayisə olunur. $25000 < 25088$.

Cavab. Müştəri 2 il müddətində B bankından daha çox gəlir əldə edər.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənilir.



Riyazi kaleydoskop

2. Qanunauyğunluğa əsasən ifadələrin qiymətinin sonuncu rəqəmini şifahi tapmaq tələb olunur.

a) 4 ədədinin tək dərəcədə qüvvətlərinin 4, cüt dərəcədə qüvvətlərinin 6 rəqəmi ilə bitdiyi müəyyən olunur.

$$4^1 = 4 \quad 4^3 = 64 \quad \dots \quad 4^{17} = \dots 4$$

$$4^2 = 16 \quad 4^4 = 256 \quad \dots$$

17 tək ədəd olduğundan 4^{17} ifadəsinin qiymətinin sonuncu rəqəmi 4-dür.

b) $4^{18} + 4^{15}$ ifadəsində toplananların hər birinin sonuncu rəqəmi tapılır və toplanır.

18 cüt ədəddir. $4^{18} = \dots 6$ 15 tək ədəddir. $4^{15} = \dots 4$ olduğundan alınır ki, $4^{18} + 4^{15} = \dots 6 + \dots 4 = \dots 0$

$4^{18} + 4^{15}$ ifadəsinin qiymətinin sonuncu rəqəmi 0-dır.

c) 2^{25} ifadəsinin qiymətinin sonuncu rəqəmini müxtəlif üsullarla tapmaq olar.

1-ci üsul. 4-ün qüvvətinin sonuncu rəqəmi ilə bağlı qanunauyğunluqdan istifadə etmək üçün $2^{25} = 4^{12} \cdot 2$ yazılır.

4^{12} -nin sonuncu rəqəmi 6 olduğundan bu ifadənin sonuncu rəqəminin $6 \cdot 2 = 12$, yəni 2 olduğu göstərilir.

$$2^{25} = 2^{24} \cdot 2 = (2^2)^{12} \cdot 2 = 4^{12} \cdot 2 = \dots 6 \cdot 2 = \dots 2$$

2-ci üsul. 2-nin qüvvəti üçün qanunauyğunluq tapılır. Sonuncu rəqəmləri təkrarlanan

ifadələrdə qüvvət üstlərinin fərqi 4 olduğu müəyyən edilir. Bundan istifadə

etməklə qüvvətin xassələrinin tətbiqi ilə sonuncu rəqəm tapılır.

$$2^{25} = (2^5)^5 = \dots 2^5 = \dots 2$$

$$2^{25} = (2^5)^3 \cdot (2^5)^2 = \dots 2^3 \cdot \dots 2^2 = \dots 2$$

$$2^1 = 2 \quad 2^5 = 32$$

$$2^2 = 4 \quad 2^6 = 64$$

$$2^3 = 8 \quad 2^7 = 128$$

$$2^4 = 16 \quad 2^8 = 256$$

3-cü üsul. Qüvvət əsası 2 olduğundan 2-nin qüvvətinin sonuncu rəqəmləri yazılır: 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, ...

2 rəqəminin neçə addımdan sonra (4) təkrarlandığı müəyyən edilir.

Qüvvət üstü 4-ə bölünür və qalıq götürülür. $25 : 4 = 6$ (qalıq 1)

2-nin 1-ci qüvvəti hesablanır. $2^1 = 2$.

2^{25} ifadəsinin qiymətinin sonuncu rəqəmi 2-yə bərabərdir.

Müəllimin nəzərinə! Ədədin qüvvətinin sonuncu rəqəmini daha tez tapmaq üsullarından biri həmin ədədin qüvvətlərinə uyğun ifadələrin qiymətlərinin sonuncu rəqəmlərində yaranan dövriyyə müəyyən etməklə əlaqəlidir. Bu üsul qüvvətlərin sonuncu rəqəmlərinin müəyyən bir ardıcılıq üzrə təkrarlanması prinsipinə

əsaslanır və həmin dövrün uzunluğu tapıldıqdan sonra qüvvətin üstünə görə uyğun mövqedəki rəqəmi seçməklə sonuncu rəqəm müəyyənləşdirilir.

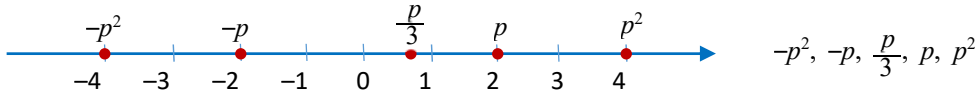
Şagirdlərə qüvvətin əsası 2-dən 10-a qədər olmaqla sonuncu rəqəmlər və dövrün uzunluğu ilə bağlı hesablamalar aparmağı və nəticələri cədvəldə təqdim etməyi tapşırmaq olar.

Qüvvətin əsası	Sonuncu rəqəmlərin dövrü	Dövrün uzunluğu
2	2, 4, 8, 6, 2, ...	4
3	3, 9, 7, 1, 3, ...	4
4	4, 6, 4, ...	2
...	...	...

3. $p > 1$ olarsa, verilənlərin artan sıra ilə düzülməsi tələb olunur.

$-p$ p $-p^2$ $\frac{p}{3}$ p^2

1-dən böyük ədəd götürməklə ifadələrin qiyməti hesablanır, ədədlər ədəd oxunda qeyd olunaraq sıralanır. $p = 2$



Ümumiləşdirmə aparmaqla aşağıdakı nəticələri qeyd etmək olar:

- ✓ 1-dən böyük ədədin (p) natural üstlü qüvvəti (p^2) ədədin özündən böyük olduğundan bu ədədlərin əksi ($-p$ və $-p^2$) sıfıra nəzərən uyğun simmetrik nöqtələrdə yerləşir.
- ✓ Müsbət ədədi 3-ə böldükdə özündən kiçik müsbət ədəd alınır.

4. Şəkilə iki düzbucaqlı təsvir olunub. Qırmızı və göy hissələrin sahələrini müqayisə etmək tələb olunur.

Hər hissə işarələnir.

Göy hissənin sahəsi – S_1

Yaşıl hissənin – S_2

Qırmızı hissənin sahəsi – S_3

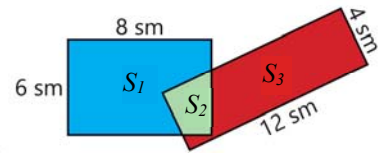
Göy və qırmızı hissələrin sahələrini tapmaq üçün ifadə yazılır.

Göy hissənin sahəsi: $S_1 = 6 \cdot 8 - S_2 = 48 - S_2$

Qırmızı hissənin sahəsi: $S_3 = 4 \cdot 12 - S_2 = 48 - S_2$

Bərabərliklərin sağ tərəfi bərabər olduğundan sol tərəfi də bərabərdir. Deməli: $S_1 = S_3$.

Cavab. Göy və qırmızı hissələrin sahəsi bərabərdir.



5. Qəbilədə yaşayan hər bir insan ya ancaq yalan, ya da ancaq doğru danışır. Səyyah qəbilənin iki sakini ilə rastlaşdı. Cavab verən sakinin doğru, yoxsa yalan danışdığını müəyyən etmək tələb olunur. İki hala baxılır: 1) cavab verən şəxs yalançıdır; 2) cavab verən şəxs doğru danışır.

Əvvəlcə “Bizdən ən azı birimiz yalançıdır” fikri izah edilir. Bu fikir o deməkdir ki, ya birimizi ya da hər ikimiz yalançıyıq.

1) Tutaq ki, bu fikri söyləyən sakin yalan danışır və “Bizdən ən azı birimiz yalançıdır” fikri yanlışdır. Bu isə “hər ikimiz doğru danışırıq” deməkdir. Lakin bu mümkün deyil, çünki fərziyyəyə görə, fikri söyləyən sakin yalançıdır. Deməli, 1-ci hal mümkün deyil.

2) Tutaq ki, cavab verən sakin doğru danışır və “Bizdən ən azı birimiz yalan danışır” fikri də doğrudur. Deməli, bu fikri söyləyən doğru danışır. Şərtə görə, onlardan ən azı biri yalan danışdığı üçün digər sakin yalançı olmalıdır.

Beləliklə, yalnız 2-ci hal mümkündür.

Cavab. Bu fikri deyən şəxs doğru danışır.



STEAM “MUSIQI VƏ RİYAZIYYAT: KAMERTON”

Musiqi alətlərinin, o cümlədən fortepianoaların köklənməsi üçün kamertonlardan istifadə olunduğu qeyd olunur.

Kamertonun müəyyən yüksəklikdə səsi dəqiq və aydın səsləndirən cihaz olduğu vurğulanır. İkidilli uzun çəngələ oxşayan cihaza vurduqda tezliyi $55 \cdot 2^3$ hers olan səs eşidildiyi, bu fortepianoda 1-ci oktavının “İya” səsinə uyğun olduğu qeyd olunur.



1. Hər sonrakı oktavada eyni səsin tezliyi əvvəlki oktavadan iki dəfə çox olarsa, 5-ci oktavada “lya” səsinin tezliyi hesablanır.

1-ci oktavada “lya” səsi: $55 \cdot 2^3$ hers

2-ci oktavada “lya” səsi: $55 \cdot 2^3 \cdot 2 = 55 \cdot 2^4$ (hers)

3-cü oktavada “lya” səsi: $55 \cdot 2^4 \cdot 2 = 55 \cdot 2^5$ (hers)

4-cü oktavada “lya” səsi: $55 \cdot 2^5 \cdot 2 = 55 \cdot 2^6$ (hers)

5-ci oktavada “lya” səsi: $55 \cdot 2^6 \cdot 2 = 55 \cdot 2^7$ (hers)

2. Hər sağdakı klavişə uyğun tezlik soldakı klavişin tezliyindən təqribi olaraq 5,95% yüksəkdir. Soldakı klaviş dedikdə yarım ton nəzərdə tutulur. Məsələn, 1-ci oktavada “si” səsi “lya” səsinə 2 yarım ton yuxarı, “do” səsi isə 3 yarım ton aşağıda yerləşir. Buna əsasən “si” və “do” səslərinin tezliyini tapmaq üçün ifadə yazılır.

1-ci oktavada “si” səsi: $55 \cdot 2^3 \cdot 1,0595$

1-ci oktavada “do” səsi: $55 \cdot 2^3 : 1,0595^5$



Uyğun səsləri virtual fortepiano da səsləndirmək olar. Dərslikdə verilən linkə daxil olaraq şagirdlər fəaliyyəti yerinə yetirə bilirlər. Saytda verilən fortepiano məşqlərindən də istifadə etmək olar:

<https://www.musicca.com/exercises/notes>

3. Musiqidə hansı riyazi qanunauyğunluqları nümunə göstərməyin mümkün olduğu, riyaziyyat və musiqinin əlaqəsi haqqında araşdırma aparır və təqdimat hazırlayırlar. Şagirdlərə təqdimatı hazırlamaq üçün istifadə edə biləcəkləri bir neçə link vermək tövsiyə olunur.

Şagirdlərə musiqi və riyaziyyatın əlaqəsi ilə bağlı bəzi məlumatlar vermək olar. Riyaziyyatı ictimaiyyətə çatdırmaq üçün universal musiqi dilindən istifadə edilirdi. Pifaqor notlar arasındakı intervalları və həndəsi naxışlardan əldə edilən musiqi tonlarını ifadə etmək üçün ədədi terminlərdən istifadə etdiyi vaxtdan riyaziyyatçılar musiqini rəqəmlərlə əlaqələndirdilər. 2010-cu ildə SIAM İllik Yığıncağında Timoçko riyaziyyatı Şopenin, Motsartın və Şubertin musiqisi ilə əlaqələndirmək üçün qrafika və səsdən istifadə etdi.

<https://youtu.be/2A4Tt62pWal>

π -nin ilk 31 onluq rəqəmi notlara uyğunlaşdırılıb (1–9 rəqəmləri C–D tonlarına təyin olunub) və melodik parça yaradılıb. Texniki imkanları olan siniflərdə "What Pi Sounds Like" musiqisini şagirdlərlə dinləmək olar:

https://youtu.be/YOQb_mtkEEE

3-cü BÖLMƏ

Birhədlilər və çoxhədlilər

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	58	
Mövzu 3.1	Birhədlilər	2	59	36
Mövzu 3.2	Çoxhədlilər	2	63	39
Mövzu 3.3	Çoxhədlilərin toplanması və çıxılması	2	66	41
	Məsələ və misallar	1	69	43
Mövzu 3.4	Birhədlinin çoxhədliyə vurulması	2	70	44
Mövzu 3.5	Çoxhədlinin çoxhədliyə vurulması	3	73	46
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Bərpa olunan enerji mənbələri"	2	78	49
	KSQ-2	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	16		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə şagirdlərə birhədlili və onun standart şəkli, birhədlinin dərəcəsi, birhədlinin əmsalı, çoxhədlili və onun standart şəkli, çoxhədlinin dərəcəsi, çoxhədlinin sərbəst həddi haqqında məlumat veriləcək. Onlar birhədlilər və çoxhədlilər üzərində əməlləri yerinə yetirəcək və müxtəlif məsələlər həll edəcəklər.

Nəyə diqqət yetirməli?

Vurmanın xassələri yaxşı bilinməli və nümunələrdə düzgün tətbiq edilməlidir. Bu məqsədlə şagirdlərə birlikdə vurmanın paylama xassəsinə xatırlatmaq faydalıdır.

Bəzi şagirdlər birhədlili dedikdə bir həddi, çoxhədlili dedikdə çox həddi olan hərfi ifadələr başa düşürlər. Belə yanlış təsəvvürləri aradan götürmək üçün onlara müvafiq nümunələr göstərilməlidir.

Birhədlilərin standart yazılışında hər bir hərfi vuruq yalnız bir dəfə göstərilir.

Birhədliləri standart şəkildə yazarkən eyni əsaslı qüvvətlərin xassələrindən düzgün istifadə olunmasına diqqət yetirilməlidir.

Çoxhədliləri standart şəkli gətirərkən oxşar hədlərin düzgün islahı vacibdir.

Eynilik və tənlik arasındakı fərq şagirdlərə aydın şəkildə izah edilməlidir. Eyniliyin bütün qiymətlər üçün, tənliyin isə yalnız müəyyən qiymətlərdə doğru olduğunu vurğulamaq məqsəduyğundur.

Şagirdlər eyniliklə bərabər olmayan ifadələri fərqləndirməyi bacarmalıdırlar.

Riyazi dilin inkişafı

"Birhədlili", "birhədlinin standart şəkli", "əmsal", "hərfi hissə", "oxşar birhədlilər", "çoxhədlili", "çoxhədlinin hədləri", "çoxhədlinin standart şəkli", "ikihədlili", "üçhədlili" və "eynilik" anlayışlarının düzgün müəyyən edilməsi bu anlayışların necə mənimsəndiyini qiymətləndirməyə əsas verir.

Bölmədə mənimsənilən riyazi anlayış və terminlər

Birhədlili, birhədlinin standart şəkli, əmsal, hərfi hissə, oxşar birhədlilər, çoxhədlili, çoxhədlinin hədləri, çoxhədlinin standart şəkli, ikihədlili, üçhədlili, eynilik, ifadənin eyniliklə çevrilməsi

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Toplama, çıxma, vurma əməlləri və onların xassələri
- Qüvvətin xassələri
- Əməllər sırası
- Dəyişəni olan ifadələr

Fənlərarası integrasiya

Birhədlili və çoxhədlilər müxtəlif məsələlərin modelləşdirilməsində geniş istifadə olunur. Birhədlilər fizika, kimya və iqtisadiyyatda bəzi kəmiyyətlər arasındakı əlaqələrə əsasən hesablamaları asanlaşdırır. Çoxhədlilər isə daha mürəkkəb proseslərin – məsafə, sürət, qiymət dəyişmələri kimi halların təsvirində mühüm rol oynayır. Məsələn, fizika dərslərində məsafəni $s = vt$ və ya enerjini $E = mgh$, kimyada atomların sayını $N = n \cdot N_A$ düsturları ilə hesablayarkən birhədlilərdən istifadə olunur. Çoxhədlilərə mürəkkəb iqtisadi hesablamalarda, məsələn, qiymət dəyişməsinə $P(x) = 2x^2 + 5x + 10$ düsturu ilə hesablayarkən və s. hallarda rast gəlinir. Şagirdlər digər fənlərdə qarşılaşdıqları düsturları birhədlili və çoxhədlili kimi görərək onların tətbiqini daha yaxşı mənimsəyirlər. Nəticədə riyazi modellərdən istifadə etməklə müxtəlif situasiyaları təhlil etmək bacarıqları inkişaf edir.

MÖVZU 3.1. Birləşdiricilər

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.1. "Birləşdiricili" və "çoxbirləşdiricili" anlayışlarını izah edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• "Birləşdiricili" anlayışını izah edir. • Birləşdiricinin əmsalını və qüvvətini müəyyənləşdirir. • Birləşdiriciləri standart şəkildə yazır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/8746 https://youtu.be/7EplN4Ch98Q https://www.geogebra.org/m/jecf5huk https://youtu.be/iHnzLETGz2I

İlkin problemin müzakirəsi. Bölmənin ilk səhifəsində şagirdlərə çoxbirləşdiricilər, kəmiyyətlərin dəyişənlə ifadə olunması, riyazi modellərin qurulması haqqında məlumat verilir, hansı sahələrdə çoxbirləşdiricilərdən istifadə olunduğu qeyd olunur. "Cəhd edin!" tapşırığında A və B məhsullarının eyni istiqamətdə və əks istiqamətdə hərəkəti zamanı avtomobillər arasındakı məsafəni tapmaq üçün hansı ifadə yazıldığı şagirdlərlə müzakirə edilir. Bölmə ərzində öyrənilən bilik və bacarıqlardan sonra bölmənin sonunda tapşırığın yenidən müzakirə olunacağı vurğulanır.

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhədə bənzər ifadəni yazır, şagirdlərə a -nın qüvvətində adlarındakı saitlərin sayını, b -nin qüvvətində samitlərin sayını yazmağı, a -nın qarşısında isə hər şagirdə uğurlu hesab etdiyi rəqəmi qeyd etməyi tapşırır. Şagirdlər uyğun ifadələri dəftərlərində yazırlar. Müəllim şagirdlərdən bir neçəsini lövhəyə dəvət edir, onlara dəftərə yazdıqları ifadəni lövhəyə yazmağı tapşırır və sinflə müraciət edir:



– Kimin adında daha çox sait var? Kimin adında daha çox samit var? Hansı adlarda hərflərin sayı eynidir? Bunu ifadədə a və b -nin qüvvətlərinə görə necə müəyyən etmək olar? Uğurlu rəqəmi eyni olanlar varmı?

Yazılan ifadələrdən istifadə etməklə suallar cavablandırılır və sinflə müzakirə təşkil edilir.

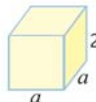
Araşdırma-müzakirə

Şəkildə bir neçə kuboidin ölçülərinin santimetrlə verildiyi qeyd olunur.

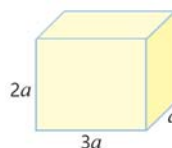
- Hər kuboidin həcmi tapmaq üçün ifadə yazılır.



$$V_1 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$



$$V_2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$



$$V_3 = 2a \cdot 3a \cdot a = 6a^3$$

- Hər kuboidin həcmi neçə dəfə artdığını tapmaq üçün a -nın yerinə ədəd yazılır, sonra a dəyişəninə qiyməti iki dəfə artırılır. Məsələn, a -nın yerinə 3, sonra isə 6 yazmaqla cavabları tapmaq olar.

$$V_1 = 4a$$

$$V_2 = 2a^2$$

$$V_3 = 6a^3$$

$$a = 3 \rightarrow V_1 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$a = 3 \rightarrow V_2 = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$a = 3 \rightarrow V_3 = 6 \cdot 3^3 = 162$$

$$a = 6 \rightarrow V_1 = 4 \cdot 6 = 24$$

$$a = 6 \rightarrow V_2 = 2 \cdot 6^2 = 72$$

$$a = 6 \rightarrow V_3 = 6 \cdot 6^3 = 1296$$

İstiqamətləndirici suallar verməklə şagirdlər a əvəzinə $2a$ yazıb cavabı tapmağa yönəldilir.

$$V_1 = 4a$$

$$V_2 = 2a^2$$

$$V_3 = 6a^3$$

$$V_1 = 4 \cdot 2a = 8a$$

$$V_2 = 2 \cdot 2a \cdot 2a = 8a^2$$

$$V_3 = 2 \cdot 2a \cdot 3 \cdot 2a \cdot 2a = 24a^3$$

Deməli, birinci kuboidin həcmi 2, ikinci kuboidin həcmi 4, üçüncü kuboidin həcmi 8 dəfə artır.

Müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verməklə nə üçün hər kuboiddə fərqli nəticələr alındığını izah etməyi tapşırı bilər.

Öyrənmə Birləşdiricili və onun standart şəkli

Ədədlər, dəyişənlər və ya onların natural üstlü qüvvətlərinin hasilindən ibarət olan ifadəyə birləşdiricili deyildiyi vurğulanır. Birləşdiricilərə və birləşdiricili olmayan ifadələrə nümunələr göstərilir. Birləşdiricilərin yazılışında, adətən, vurğular arasındakı vurma işarəsinin yazılmadığı qeyd olunur. Vurma xassələrindən istifadə etməklə və birləşdiricilərin necə sadələşdirildiyinə aid nümunələr şagirdlərə izah edilir.

Birləşdiricinin standart şəkli, birləşdiricinin əmsalı və birləşdiricinin dərəcəsi, yaxud qüvvəti haqqında şagirdlərə məlumat verilir.

Sıfırdan fərqli ixtiyari ədədin dərəcəsi sıfır olan birləşdiricili kimi qəbul edildiyi, 0 ədədinin isə birləşdiricili olmadığı, lakin dərəcəsinin təyin olunmadığı qeyd olunur.

Birləşdiricinin dərəcəsi: $3 + 4 = 7$

$$-20a^3c^4$$

Əmsal: -20

Hərflər: a^3c^4

Çalışma

3. Verilmiş birhədlilərin əmsalı və dərəcəsi tapılır.

Müəllimin nəzərinə! Bu mövzuda şagirdlər birhədli, birhədlinin əmsalı və dərəcəsinin tapılması kimi fundamental biliklər əldə edirlər. Birhədlilərlə bağlı əldə etdikləri bu biliklər növbəti mövzuların mənimsənilməsi üçün vacibdir. Bəzən şagirdlər birhədlilərin qarşısında ədəd yazılmadıqda əmsalının 1, qüvvətində ədəd yazılmadıqda isə qüvvətinin 1 olduğunu unudurlar. Məsələn, x^2y birhədlisinin qüvvətini taparkən, y -in qüvvətinin 1 olduğunu nəzərə almayıb birhədlinin qüvvətinin 2 olduğunu düşünürlər. Şagirdlərə belə hallara uyğun nümunə göstərilməsi tövsiyə olunur.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər birhədli dedikdə yalnız bir dəyişənin ola biləcəyini düşünürlər. Belə şagirdlərə bir neçə dəyişəni olan birhədlilərə nümunələr göstərmək tövsiyə olunur.

Birhədlinin əmsalının və dərəcəsinin müəyyən edilməsi üçün birhədliləri əvvəlcə standart şəkildə yazmağın lazım olduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılmalıdır. Bəzi şagirdlər birhədlini standart şəkildə yazmadan əmsalı və dərəcəni tapmağa çalışırlar və nəticədə səhvə yol verirlər. Ən çox yol verilən səhvlərdən biri də birhədlinin hərfi vuruqlarının qüvvət üstlərini toplamaq əvəzinə vurulmasıdır. Bəzən şagirdlər əmsal qüvvət şəklində yazıldıqda birhədlinin dərəcəsinə taparkən həmin qüvvət üstünün də götürürlər. Bu səhvə daha çox birhədliləri standart şəkllə gətirmədən dərəcəni tapmaq istəyən şagirdlər yol verirlər. Belə səhvlərə yol verən şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili məqsədəuyğundur.

Yanlış		Doğru	
$3a^2a \cdot 2b$	Əmsal: 3	Birhədli standart şəkllə gətirilir. $3a^2a \cdot 2b = 6a^3b$	Əmsal: 6
$4a^2b^5$	Dərəcə: $2 \cdot 5 = 10$	Birhədlinin hərfi vuruqlarının qüvvətləri toplanır.	Dərəcə: $2 + 5 = 7$
3^2a^3b	Dərəcə: $2 + 3 + 1 = 6$	Birhədlinin hərfi vuruqlarının qüvvətləri toplanır.	Dərəcə: $3 + 1 = 4$

4. Birhədlilər standart şəkildə yazılır. Birhədlilərin standart şəkildə yazılışında diqqət edilməli olan məqamlar vurğulanır. Əgər ifadəni sadələşdirmək mümkündürsə, deməli, ifadə standart şəkildə yazılmayıb. Nümunələr göstərilir.

Öyrənmə Birhədlilərin vurulması

Birhədlilərin hasilinin də birhədli olduğu, iki birhədlinin hasilini tapmaq üçün vurmanın yerdəyişmə və qruplaşma xassəsindən istifadə olunduğuna dair nümunə şagirdlərə izah olunur.

$$-4xy \cdot 2xy^3 = \underbrace{(-4 \cdot 2)}_{-8} \cdot \underbrace{(x \cdot x)}_{x^2} \cdot \underbrace{(y \cdot y^3)}_{y^4} = -8x^2y^4$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan istifadə etmək olar. <https://www.geogebra.org/m/jecf5huk>

9. Boş xanalarə uyğun ədədlər müəyyən olunur.

a) $-2ab^3 = -2b \cdot ab^{\boxed{2}}$ b) $8x^5y = -4x^{\boxed{2}} \cdot \boxed{-2}x^3y$ c) $\boxed{-2}c^5e^3 = -ec^{\boxed{2}} \cdot 2c^3e^{\boxed{2}}$

10. Hasilı verilmiş birhədliyə bərabər olan şərtə uyğun birhədlilər yazılır. Tapşırığı cütlərlə iş şəklində yerinə yetirmək məqsədəuyğundur. Şagirdlərə uyğun birhədliləri yazdıqdan sonra parta yoldaşının yazdığı birhədlilərin hasilini tapmaqla cavabı yoxlamağı tapşırmaq olar.

a) iki birhədli

$6a^2$
$6a$ və a
$3a$ və $2a$
4 və $1,5a^2$

$0,4x^3y^3$
$0,4x^3$ və y^3
$0,2x^3$ və $2y^3$
$4x^2$ və $0,1xy^3$

b) üç birhədli

$6a^2$
a ; a və 6
$3a$; 2 və a
4 ; a və $1,5a$

$0,4x^3y^3$
$0,4x^2$; x və y^3
$0,1x^2$; $2xy$ və $2y^2$
$4x^2$; $0,1x$ və y^3

11. Boş xanalarə şərtə uyğun olan ədədlər müəyyən olunur.

a) birhədlilərin standart şəkildə yazılışında əmsalı 12, dərəcəsi 6 olan birhədli alınması üçün boş xanalarə uyğun ədədlər yazılır.

$2a^{\boxed{5}} \cdot \boxed{6}b$ $-3x^{\boxed{2}}y^2x \cdot \boxed{-4}x$ $m^{\boxed{3}}n^2 \cdot \boxed{8}m \cdot 1\frac{1}{2}$ $-1,2a^{\boxed{3}} \cdot \boxed{3}b^3$



Yadda saxla!

Hərfi hissəsi eyni olan birhədlilərin oxşar birhədlilər adlandığı, oxşar birhədlilərin ya bir-birinə bərabər olduğu, ya da bir-birindən yalnız əmsalı ilə fərqləndiyi qeyd olunur, nümunələr göstərilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan istifadə etmək olar. <https://www.geogebra.org/m/wxp5ntwh>

12. Birhədlilər standart şəkllə gətirilir, oxşar birhədlilər müəyyən olunur. Oxşar birhədliləri altından eyni sayda xətt çəkməklə göstərmək olar.

$$\begin{array}{cccc} \text{c) } & \boxed{acab} & \boxed{abbc} & \boxed{2aba \cdot (-0,5)c} & \boxed{2abcb} \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & \underline{a^2bc} & \underline{ab^2c} & \underline{-a^2bc} & \underline{2ab^2c} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \text{d) } & \boxed{a^2ba} & \boxed{-aba^2} & \boxed{-b \cdot (-3)b^2a^2} & \boxed{3bab^2} \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & \underline{a^3b} & \underline{-a^3b} & \underline{3a^2b^3} & \underline{3ab^3} \end{array}$$

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərin oxşar birhədliləri müəyyən etməsi gələcəkdə birhədlilərin cəmi və yaxud da fərqi tapdıqda, oxşar birhədliləri müəyyən edib islah etməkdə onlara kömək edəcək. Bəzən şagirdlər x^2y və xy^2 birhədlilərini oxşar birhədlilər zənn edirlər. Bu birhədlilərin nəyə görə oxşar olmadığını şagirdlərlə müzakirə etmək, belə səhvlərə yol verən şagirdləri aşkarlamaq və əlavə nümunələr göstərmək məqsəduyğundur.

Öyrənmə Birhədlinin qüvvəti

Birhədliləri qüvvətinə yüksəldərkən qüvvətin xassələrindən istifadə olunduğu vurğulanır. Nümunə şagirdlərlə müzakirə olunur. Zərurət yarandıqda əlavə nümunələr göstərmək olar.

15. İfadəni birhədlinin kvadratı şəklində yazmaq tələb olunur.

$$\text{b) } \frac{1}{81}b^2c^2 = \left(\frac{1}{9}bc\right)^2 \quad \text{c) } 0,49e^6f^8 = (0,7e^3f^4)^2 \quad \text{d) } \frac{1}{16}a^{10}d^6 = \frac{25}{16}a^{10}d^6 = \left(\frac{5}{4}a^5d^3\right)^2 = \left(1\frac{1}{4}a^5d^3\right)^2$$

16. İfadəni birhədlinin kubu şəklində yazmaq tələb olunur.

$$\text{c) } -64m^9n^3 = (-4m^3n)^3 \quad \text{d) } 3\frac{3}{8}a^3d^{12} = \frac{27}{8}a^3d^{12} = \left(\frac{3}{2}ad^4\right)^3 = \left(1\frac{1}{2}ad^4\right)^3 \quad \text{e) } 0,125b^{30}c^{15} = (0,5b^{10}c^5)^3$$

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərin verilmiş ifadənin hansı birhədlinin kvadratı və ya kubu olduğunu müəyyən edə bilməsi gələcəkdə onların çoxhədliləri vuruqlara ayırmaq, müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etmək və bu bilikləri müxtəlif situasiyalarda sınaqdan keçirmək bacarıqlarını formalaşdırır. Belə tapşırıqları yerinə yetirərkən çətinlik çəkən şagirdlərin aşkarlanması və onlarla bənzər tapşırıqların yerinə yetirilməsi tövsiyə olunur.

17. Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanalara uyğun ədədlər müəyyən olunur.

$$(-2b^2)^{\boxed{3}} = -8b^6 \quad \boxed{2\frac{1}{4}}m^6n^{\boxed{4}} = \left(1\frac{1}{2}m^3n^2\right)^2 \quad \boxed{0,008}c^6 = (0,2c^2)^{\boxed{3}} \quad (2x^3y^2)^{\boxed{2}} = \boxed{4}x^6y^{\boxed{4}}$$

18. Boş xanaya uyğun birhədli müəyyən edilir. Tapşırığı yerinə yetirərkən şagirdlər çoxhədlilərin vurulması qaydalarına diqqət etməlidirlər.

$$\text{a) } b^2 \cdot \boxed{b^4} = b^6 \quad \text{c) } \boxed{2a^4} \cdot 2a^2 = 4a^6 \quad \text{e) } -3b^2 \cdot \boxed{9ab^4} = -27ab^6 \quad \text{g) } \boxed{8z^3} \cdot \left(\frac{1}{2}y\right)^2 = 2y^2z^3$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdən istifadə etmək olar. <https://video.edu.az/video/8759>

Diferensial təlim

Masaya A, B, C və D ilə işarə edilmiş kartlar düzülür.

Müəllim şagirdlərə sual verir.

Dəstək. A kartında yazılmış birhədlinin dərəcəsi neçədir? Hansı birhədlinin dərəcəsi ən böyükdür? Hansı birhədlinin əmsalı ən böyükdür?

A	B	C	D	E
$8a^2b^4$	$\left(1\frac{1}{3}ab\right)^3$	$4aba^2$	$0,2aab^3$	$(ab^4)^2$

Dərinləşdirmə. Hansı kartlarda yazılmış birhədlilərin hasilini tapdıqda C kartında yazılmış birhədli alınar? Hansı birhədli standart şəkildə yazılıb? Hansı birhədlinin dərəcəsi ilə əmsalının hasilini 8-ə bərabərdir? Hansı birhədlinin dərəcəsi böyükdür: A kartında yazılmış birhədlinin kvadratı, yoxsa B və D kartlarında yazılmış birhədlilərin hasilini? Şagirdlər qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə həlli izah edərək sualları cavablandırırlar.

Məsələ həlli

21. Suallara cavab verilir.

a) n -in hansı qiymətində $2a^3 \cdot a^{2n-1}$ birhədlisinin dərəcəsinin 8-ə bərabər olduğunu tapmaq tələb olunur. Şagirdlər verilən birhədlini standart şəkildə yazırlar. $2a^3 \cdot a^{2n-1} = 2a^{2n+2}$

Bu birhədlinin dərəcəsi 8-ə bərabər olduğundan uyğun tənlik yazılır və həll olunur.

$$2n + 2 = 8$$

$$2n = 6$$

$$n = 3$$

Deməli, $n = 3$ olduqda verilən birhədlinin dərəcəsi 8-ə bərabər olar.

22. Radiusu r olan çevrə tərəfi a olan kvadratın daxilindədir. Rəngli hissənin sahəsini və çevrənin uzunluğunu tapmaq üçün ifadə yazılması tələb olunur. Bu ifadənin birhədli olub-olmadığını şagirdlər izah etməlidirlər.

Məsələnin həlli

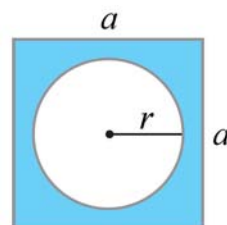
Rəngli hissənin sahəsini və çevrənin uzunluğunu tapmaq üçün ifadələr yazılır.

$$S_{\text{rəngli}} = a^2 - \pi r^2$$

$$l_{\text{çevrə}} = 2\pi r$$

Ədədlər, dəyişənlər və onların natural üstlü qüvvətlərinin hasilini birhədli əmələ

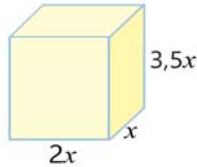
gətirdiyindən rəngli fiqurun sahəsinin birhədli olmadığı, çevrənin uzunluğunun isə birhədli olduğu qeyd olunur.



23. Şəklə əsasən kubun həcmi və tam səthinin sahəsini, düzbucaqlı paralelepipedin isə həcmi tapmaq üçün ifadə yazılır.

- Alınan birhədlilər standart şəklə gətirilir.

Kubun həcmi:
 $V = (1,5x)^3 = 3,375x^3$
 Kubun tam səthinin sahəsi:
 $S = 6 \cdot (1,5x)^2 = 6 \cdot 2,25x^2 = 13,5x^2$



Paralelepipedin həcmi:
 $V = 2x \cdot x \cdot 3,5x = 7x^3$
 Paralelepipedin tam səthinin sahəsi:
 $S = 2(2x \cdot x + 2x \cdot 3,5x + x \cdot 3,5x) = 25x^2$

- Bu birhədlilərin əmsalı və dərəcəsi tapılır.

$3,375x^3$	əmsal: 3,375	dərəcə: 3	$7x^3$	əmsal: 7	dərəcə: 3
$13,5x^2$	əmsal: 13,5	dərəcə: 2	$25x^2$	əmsal: 25	dərəcə: 2

- Hansı birhədlilərin oxşar olduğu müəyyənləşdirilir.

$3,375x^3$ və $7x^3$; $13,5x^2$ və $25x^2$

Formativ qiymətləndirmə

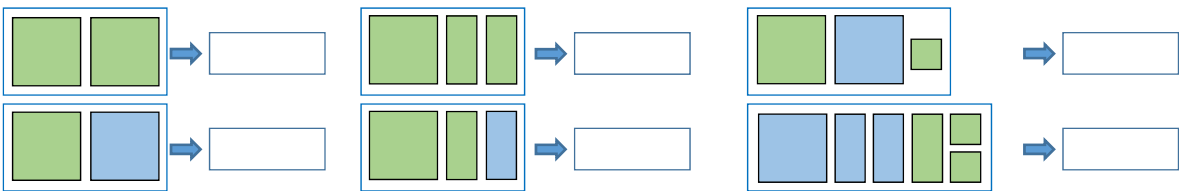
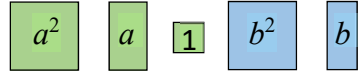
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Birhədli anlayışını izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Birhədlinin əmsalını və qüvvətini müəyyənləşdirir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Birhədliləri standart şəkildə yazır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 3.2. Çoxhədlilər

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.1. "Birhədli" və "çoxhədli" anlayışlarını izah edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	"Çoxhədli" anlayışını izah edir. - Çoxhədliləri standart şəkildə yazır. - Çoxhədlinin dərəcəsinə müəyyənləşdirir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/8578 https://video.edu.az/video/8779 https://video.edu.az/video/11488 https://video.edu.az/video/11318 https://www.geogebra.org/m/jz67gqab

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhədə bir neçə kvadrat və düzbucaqlı çəkir və onların sahələrini yanında yazmağı şagirdlərə tapşırır. Sonra müəllim lövhəyə növbəti fiqurları çəkir və bu fiqurların sahələrini əvvəlki fiqurlardan istifadə etməklə ifadə etməyi tapşırır.

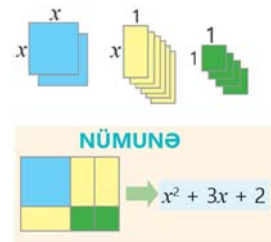


Şagirdlərə $a^2 + b$, $2b^2 + 3$, $a^2 + a + 1$ və s. ifadələr verməklə onları verilən fiqurlardan istifadə etməklə təsvir etmək tapşırıla bilər.

Araşdırma-müzakirə

Ləvazimatlarda qeyd olunan şəkildə fiqurların rəngli kağızdan kəsilib əvvəlcədən hazırlanması məqsəduyğundur. Şagirdlər bu fiqurlardan istifadə etməklə müxtəlif düzbucaqlılar düzəldirlər. Alınan düzbucaqlıların sahəsi kiçik olan fiqurların sahələri cəmi şəklində yazılır. Müəyyən vaxt ərzində ən çox sayda düzbucaqlı düzəldə bilən və sahəsinə uyğun ifadəni düzgün yazan oyunçu qalib elan edilir.

Lövhəyə müxtəlif ifadələr yazıb şagirdlərə verilən fiqurlardan istifadə etməklə onlara uyğun düzbucaqlını düzəltməyi tapşırmaq da olar.



Öyrənmə Çoxhədli

Birhədlilərin cəminə çoxhədli deyildiyi, çoxhədlini təşkil edən birhədlilərin isə çoxhədlinin hədləri olduğu qeyd olunur. Çoxhədlilərə aid nümunələr göstərilir, hər çoxhədlinin hədləri sadalanır. Sərbəst hədd haqqında, ikihədli və üçhədli haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Birhədlinin bir həddi olan çoxhədli hesab edildiyi qeyd olunur.



Fikirləş

$x^2 + \frac{3}{x} + 5$ ifadəsinin çoxhədli olmadığını izah etmək üçün çoxhədlinin tərfi xatırladılır. Qeyd olunur ki, birhədlilərin cəminə çoxhədli deyilir. $\frac{3}{x}$ ifadəsi birhədli olmadığından $x^2 + \frac{3}{x} + 5$ ifadəsinin də çoxhədli olmadığı vurğulanır.

Müəllimin nəzərinə! Çoxhədli cəbrin əsas anlayışlarından biridir. Bu anlayışın mənimsənilməsi növbəti mövzularda – çoxhədlilərin toplanması, çıxılması, vurulması və vuruqlara ayrılması kimi bacarıqların inkişafında mühüm rol oynayır. Anlayışı möhkəmləndirmək və əyani təsəvvür yaratmaq üçün cəbr kartlarından istifadə olunur. Kartlar vasitəsilə, adətən, birdəyişənli ikidərəcəli çoxhədlilər təsvir edilir; sərbəst hədləri, dəyişənləri və dəyişənin kvadratını təmsil edən kiçik kvadrat, düzbucaqlı və böyük kvadratlardan istifadə olunaraq uyğun çoxhədli göstərilir. Fərqli rənglər vasitəsilə müsbət və mənfi ədədlər də göstərilə bilər. Bu, gələcəkdə şagirdlərə oxşar hədləri birləşdirmək və çoxhədlilər üzərində müxtəlif əməlləri rahat yerinə yetirməkdə kömək edir.

Çalışma

2. Təsvir edilən çoxhədlilər yazılır. Bu zaman şagirdlər çoxhədlilərin hədlərini sadalaya bilərlər.

Texniki imkanları olan siniflərdə şagirdlərlə bənzər fəaliyyəti yerinə yetirmək olar.

<https://polypad.amplify.com/p#algebra-tiles>

Öyrənmə

Çoxhədlinin standart şəkli

Çoxhədlinin oxşar hədlərinin cəminin birhədli ilə əvəz edildiyi, buna oxşar hədlərin islahı deyildiyi vurğulanır. Nümunə şagirdlərlə müzakirə edilir. Standart şəkildə yazılmış çoxhədlinin haqqında şagirdlərə məlumat verilir.

4. Standart şəkildə yazılan çoxhədlilər müəyyən olunur. Standart şəkildə olmayan çoxhədlilərin necə müəyyənləşdirildiyini şagirdlərdən soruşmaq olar.

5. Oxşar hədləri islah etməklə çoxhədlilər standart şəkildə yazılır. Şagirdlər bəzən oxşar hədlərin islahı zamanı birhədliləri standart şəkildə yazmağı unudurlar. Şagirdlərə əvvəlcə birhədlilərə diqqət etməyi, standart şəkildə olmayan birhədliləri standart şəkildə yazdıqdan sonra oxşar hədləri müəyyən etməyi tapşırmaq tövsiyə olunur.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzi şagirdlər verilən ifadənin çoxhədli olub-olmadığını müəyyən edərkən, çoxhədliləri standart şəkllə gətirərkən müəyyən səhvlərə yol verirlər. Məsələn:

Yanlış	Doğru
Çoxhədlinin mütləq çox həddi olmalıdır.	Birhədli, ikihədli, üçhədli; bunların hamısı çoxhədlinin növləridir.
Sabit ədəd çoxhədli ola bilməz.	Sabit ədəd sıfır dərəcəli çoxhədlidir.
Çoxhədli yalnız standart formada yazıla bilər.	$x^3 + 2x^2 - 3,5x^2 + x^3$ çoxhədlidir, lakin standart şəkildə yazılmayıb.

Verilən nümunələrə bənzər səhvlərə yol verən şagirdlərlə bu səhvləri müzakirə etmək və aradan qaldırılması üçün onlara tövsiyələr vermək məqsəda uyğundur.

Öyrənmə

Çoxhədlinin dərəcəsi

Standart şəkildə verilmiş çoxhədlidə hədlərin dərəcələrinin ən böyüyünə bu çoxhədlinin dərəcəsi deyildiyi vurğulanır, nümunələr göstərilir.

Hədlərin dərəcələri: $4+1=5$ $1+2=3$ 1

$2x^4y + 5xy^2 - x$

Çoxhədlinin hədləri: $2x^4y$, $5xy^2$, $-x$

Çoxhədlinin dərəcəsi: 5

Standart şəkildə olmayan çoxhədlinin dərəcəsini tapmaq üçün əvvəlcə onu standart şəkllə gətirmək lazım olduğu qeyd olunur.



Səhvi düzəlt!

$x^2x + 2x^2 + 2x^4$ çoxhədlisinin dərəcəsi: $2 + 1 = 3$

$$x^2x + 2x^2 + 2x^4 = x^3 + 2x^2 + 2x^4$$

Çoxhədlinin dərəcəsi: **4**

$-x^3 + 3x^4 - xx^3 + x - 2xx^3$ çoxhədlisinin dərəcəsi: **4**

$$-x^3 + 3x^4 - xx^3 + x - 2xx^3 = -x^3 + 3x^4 - x^4 + x - 2x^4 = -x^3 + x$$

Çoxhədlinin dərəcəsi: **3**

Verilən çoxhədli standart şəkildə yazılır, çoxhədlinin hədlərinin ən böyük dərəcəsinin 1-ci həddin dərəcəsi olmadığı görünür. Çoxhədlinin dərəcəsi 4-

Verilən çoxhədli standart şəkildə yazılır, dərəcəsi 4 olan birhədlilər oxşar hədlərdir və islah olunur. Çoxhədlinin dərəcəsi 3-dür.

9. Çoxhədlilər standart şəkildə yazılır. Dəyişənlərin verilmiş qiymətlərində alınan ifadələrin qiyməti hesablanır. Dəyişənin qiymətini yerinə yazdıqda bəzi şagirdlər mənfi ədədin qüvvətini hesablayarkən səhvə yol verirlər. Belə səhvlərə yol verən şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili vacibdir.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan istifadə etmək olar. <https://video.edu.az/video/8578>

Diferensial təlim

Dəstək. Lövhəyə bir neçə şagird dəvət olunur. Müəllim şagirdlərə ikihədli, üçhədli, dərəcəsi 2, 3, 4 olan çoxhədlilər yazmağı tapşırır. Şagirdlər yazdıqları çoxhədlilərin hədlərini sadalayır, dərəcəsinə necə müəyyən etdiklərini izah edirlər.

Dərindənləşdirmə. Lövhəyə bir neçə şagird dəvət olunur. Müəllim lövhəyə 4, yaxud 5 həddi olan çoxhədli yazır. Şagirdlərə həmin çoxhədlidə əmsalları, yaxud dərəcəni dəyişməklə ikihədli, üçhədli, dərəcəsi 2, 3, 4 olan çoxhədlilər almağı tapşırır. Şagirdlər alınan çoxhədlilərin hədlərini sadalayır, dərəcəsinə necə müəyyən etdiklərini izah edirlər.

Praktik tapşırıq. Sinif qruplara bölünür. Masaya çoxhədlilər yazılmış kartlar üzəsağı düzülür. Hər qrupa cədvəl təsviri olan iş vərəqləri paylanır. Şagirdlərə kartları seçdikcə kartdakı çoxhədlini cədvələ yazıb cədvəli tamamlamaq tapşırılır.

$3a^2a + 2a^2 - a^5$	$4ab + 2b^2 - ab + 5$	$y^3y - 2y^5 + y^5 + y^5$
$5hb^4 + 2b^2 - 4b^5$	$x^3 + 2x^4 + 3xyy^3 - 3xy^4$	$2 - 3a^4a + 2a^5 - a^5 + 1$

Çoxhədli	Dərəcəsi	Standart şəkli	Birhədli, ikihədli, üçhədli, çoxhədli olduğunu yaz.	Dərəcəsi ən böyük olan həddi	Sərbəst həddi

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

https://drive.google.com/file/d/1M7p6goAt84n7BjrzRJBkHlJYgvkNgX-z/view?usp=drive_link

Məsələ həlli

10. Lövhədə yazılan çoxhədliləri standart şəkllə gətirdikdən sonra Lalənin dərəcəsi 4, Anarın isə dərəcəsi 5 olan çoxhədli aldığı qeyd edilir. Silinmiş yerlərdə hansı ədədlərin olduğunu müəyyən etmək tələb olunur. Verilən şərtə uyğun olaraq şagirdlər çoxhədliləri yazır, onların dərəcəsinə görə boş xanalara uyğun ədədlər müəyyən edilir.



$$4xy^4 - 4x(y^2)^2 - x^3y + 4$$

$$a^4a^2 - a^3a - a^2 \cdot 2a - 4a^6 + 5$$



Dərəcəsi 5 olan birhədlilər islah olunarsa, Lalə dərəcəsi 4 olan çoxhədli alar. Bunun üçün boş xanaya 2 yazılmalıdır.

$$4xy^4 - 4x(y^2)^2 - x^3y + 4 = 4xy^4 - 4xy^4 - x^3y + 4 = -x^3y + 4$$

Dərəcəsi 6 olan birhədlilər islah olunarsa, Anar dərəcəsi 5 olan çoxhədli alar. Bunun üçün boş xanaya 4 yazılmalıdır.

$$4a^4a^2 - a^3a - a^2 \cdot 2a - 4a^6 + 4 = 4a^6 - a^4 - 2a^5 - 4a^6 + 4 = -2a^5 - a^4 + 4$$

Cavabı birbaşa tapmaqda çətinlik çəkən şagirdləri seçmə üsuldan istifadə etməyə yönəltmək olar. Şagirdlər boş xanaya 1-dən başlamaqla ədədlər yazaraq doğru cavabı müəyyən edə bilirlər.

Cavab. 3, 5, 4

12. İçində 3 l su olan balondan stəkanların hər biri ilə 2 dəfə su götürüldüyü qeyd olunur.

Məsələnin həlli

• Balonda nə qədər su qaldığı müəyyən edilir. Stəkanların ölçüsünün desimetrlə verildiyinə əsasən uyğun çoxhədli yazılır.

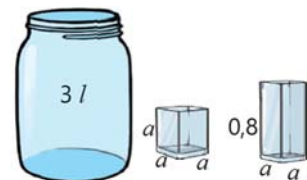
$$3 - (2a^3 + 2 \cdot 0,8a^2) = 3 - 2a^3 - 1,6a^2$$

• Çoxhədlinin dərəcəsi müəyyən olunur. Çoxhədlinin hədlərinin ən böyük dərəcəsi 3-dür. Deməli, bu çoxhədlinin dərəcəsi də 3-ə bərabərdir.

• $a = 0,5$ dm olduqda balonda qalan suyun həcmi tapılır. $3 - 2 \cdot 0,5^3 - 1,6 \cdot 0,5^2 = 2,35$ (l)

Cavab. $3 - 2a^3 - 1,6a^2$. Balonda qalan suyun həcmi 2,35 l olar.

Formativ qiymətləndirmə



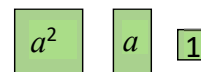
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
“Çoxhədli” anlayışını izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çoxhədliləri standart şəkildə yazır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çoxhədlinin dərəcəsinə müəyyənləşdirir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 3.3. Çoxhədlilərin toplanması və çıxılması

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.2. Çoxhədlini sadələşdirir. 7-2.1.4. Çoxhədliləri toplayır, çıxır, vurur.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Çoxhədliləri toplayır. - Çoxhədliləri çıxır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, cəbr kartları, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/4138 https://video.edu.az/video/7786 https://video.edu.az/video/7849 https://video.edu.az/video/9079 https://video.edu.az/video/7830 https://video.edu.az/video/9635

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhədə çoxhədli təsvir edir. Şagirdlərə qeyd olunan hədləri əlavə etdikdə hansı çoxhədlinin alındığını müəyyən etməklə bağlı suallar verilir. Hər çoxhədlə uyğun təsvir çəkilir və ifadə yazılır.



Araşdırma-müzakirə

Şagirdlərə əvvəlcədən rəngli kağızdan kəsib kart hazırlamağı tapşırmaq olar. Anar və Aynurun təsvir etdiyi çoxhədliləri müəyyən etmək üçün cəbr kartlarına nəzər salınır. Onların təsvir etdiyi çoxhədlilər yazılır.

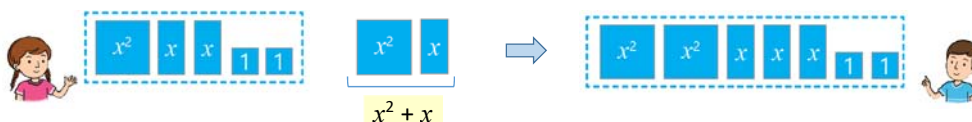


• Bu kartlar bir yere toplanır, şagirdlər eyni kartları bir yere topladıqda 3 ədəd x^2 , 5 ədəd x , 4 ədəd 1 kartı olduğuna əsasən çoxhədli yazılır.



• Anarın təsvir etdiyi çoxhədlini almaq üçün Aynurun hansı kartları əlavə etməli olduğu müzakirə olunur. Şagirdlər cəbr kartlarından istifadə etməklə cavabı müəyyən edirlər. Müəllim yönəldici suallar verməklə şagirdləri uyğun ifadəni yazmağa istiqamətləndirə bilər:

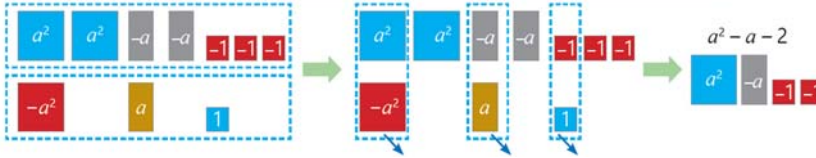
– Verilən çoxhədlilər hansı hədlərdən ibarətdir? Anarın təsvir etdiyi çoxhədlidə olan hansı hədlər Aynurun təsvir etdiyi çoxhədlidə yoxdur? Həmin hədləri olan çoxhədlini necə yazmaq olar?



Öyrənmə Çoxhədlilərin toplanması

Hər bir çoxhədli mötərizəyə alınır və cəmi tapıldığı qeyd olunur. Mötərizənin əhəmiyyəti barədə şagirdlərə məlumat verilir. Şagirdlər aşağı siniflərdən mötərizəli ifadələrlə tanışdılar. Oxşar hədlər varsa, müəyyən olunur və islah edilir. Nümunə siniflə müzakirə edilir.

$$(2a^2 - 2a - 3) + (-a^2 + a + 1) = 2a^2 - 2a - 3 - a^2 + a + 1 = (2a^2 - a^2) + (-2a + a) + (-3 + 1) = a^2 - a - 2$$



Standart şəkildə olan iki çoxhədlinin cəminin onları alt-alta yazmaqla tapılma qaydası nümunə ilə izah edilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə manipulyativlərdən istifadə etmək olar.

<https://en.oryxlearning.com/manipulatives/algebra-tiles>

Müəllimin nəzərinə! Çoxhədlilərin toplanması zamanı oxşar hədlərə diqqət edilməsinin vacibliyi vurğulanır. Şagirdlərə tipik səhvlərə aid bir neçə nümunə göstərilir. Bənzər səhvlərə yol verən şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili tövsiyə olunur.

$$\begin{array}{r} 2a^2 - 2a - 3 \\ + (-a^2 + a + 1) \\ \hline a^2 - a - 2 \end{array}$$

Səhvlər	İzah	Nümunə və tövsiyə
Oxşar olmayan hədlərin toplanması	Oxşar olmayan hədlər toplanmır, olduğu kimi ifadədə saxlanılır.	<i>Yanlış:</i> $3x^2 + 4x = 7x^3$ <i>Tövsiyə:</i> bu formada qalır, oxşar hədlər olmadığı üçün toplanma bilməz.
Oxşar hədləri topladıqda əmsallarla yanaşı qüvvətlərin toplanması	Bəzi şagirdlər səhvən həm əmsalları, həm də qüvvətləri toplayır.	<i>Yanlış:</i> $2x^2 + 3x^2 = 5x^4$ <i>Tövsiyə:</i> belə hesablamaların yanlış olduğu izah edilir.
Oxşar hədlərin düzgün müəyyən edilməməsi	Çoxhədli standart şəkildə olmadıqda onu standart şəkli gətirmədən oxşar hədləri müəyyən edərkən səhvlərə yol verirlər.	<i>Yanlış:</i> $6x^2 + 4xx^2 = 10xx^2$ <i>Tövsiyə:</i> çoxhədli standart şəkildə yazdıqdan sonra oxşar hədləri müəyyən etmək tövsiyə olunur. $6x^2 + 4x^3$
İşarələrə diqqət edilməməsi	Mənfi işarə çox vaxt unudulur və nəticə tam fərqli alınır	<i>Yanlış:</i> $-5x + 3x = 2x$ <i>Tövsiyə:</i> əmsalları topladıqdan sonra cavabı yoxlamaq vacibdir.

Çalışma

3. Şagirdlərdən verilən çoxhədli müxtəlif formalarda iki çoxhədlinin cəmi şəklində yazmaq tələb olunur.

Hər bəndə uyğun üç nümunə göstərilir.

$$\begin{array}{ll} \text{c) } 3y^2 - y^3 + 2xy - 5 & \begin{cases} (3y^2 - y^3) + (2xy - 5) \\ (2y^2 - y^3) + (2y^2 + 2xy - 5) \\ (3y^2 - y^3 + xy) + (xy - 5) \end{cases} \\ \text{e) } 5ab - a^2 + 3a & \begin{cases} (5ab - a^2) + (a + 2a) \\ (2ab - a^2) + (3a) \\ (ab - a^2) + (4ab + 3a) \end{cases} \end{array}$$

Şagirdlərə yalnız müsbət əmsallı deyil, həm də mənfi əmsallı olan çoxhədlilərə aid hədlərin yerini dəyişdikdən sonra şərtə uyğun çoxhədlilərin tapılmasına aid nümunələr göstərmək olar.

$$\begin{array}{ll} \text{c) } 3y^2 - y^3 + 2xy - 5 & \begin{cases} (3y^2 - y^3 - xy) + (3xy - 5) \\ (xy - y^3 + y^2) + (3y^2 + xy - 5) \\ (3y^2 - 4) + (2xy - y^3 - 1) \end{cases} \\ \text{e) } 5ab - a^2 + 3a & \begin{cases} (5ab - 2a^2) + (a^2 + 3a) \\ (ab - a^2 - a) + (4ab + 4a) \\ (5ab + 3a) + (4ab - a^2) \end{cases} \end{array}$$

Tapşırıq sinifdə cütlərlə yarış şəklində təşkil oluna bilər. Müəllim cütlərə müəyyən vaxt verir və həmin müddət ərzində şərtə uyğun mümkün qədər çox belə çoxhədli yazmağı tapşırır. Vaxt bitdikdən sonra cütlər vərəqləri bir-biri ilə dəyişir və qarşı tərəfin yazılarını yoxlayırlar. Doğru və fərqli yazılan çoxhədlilərin sayına görə qalib cütlük müəyyən edilir. Bu üsul həm təfəkkürü inkişaf etdirir, həm də şagirdləri sürətli və diqqətli olmağa sövq edir.

Texniki imkanları olan siniflərdə çoxhədlilərin toplanması ilə bağlı interaktiv fəaliyyəti yerinə yetirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/zqcg8vpj>

Öyrənmə

Çoxhədlilərin çıxılması

Hər bir çoxhədli mötərizəyə alınır və cəmi tapıldığı qeyd olunur. Mötərizənin əhəmiyyəti barədə şagirdlərə məlumat verilir. Mötərizələri açarkən mötərizə qarşısındakı işarənin mötərizə daxilindəki ifadələrin işarəsini necə dəyişdiyini aid nümunələr göstərilir.

$$(2a^2 - 3a - 3) - (-a^2 + 2a + 1) = 2a^2 - 3a - 3 + a^2 - 2a - 1 = (2a^2 + a^2) + (-3a - 2a) + (-3 - 1) = 3a^2 - 5a - 4$$

Standart şəkildə olan iki çoxhədlinin fərqi tapmaq üçün, adətən, çıxılan çoxhədlinin hər bir həddi əks işarə ilə yazılır. Sonra isə çoxhədlilər toplanır. Bu üsulla çoxhədlilərin çıxılmasının əlverişli olduğu qeyd olunur.

$$\begin{array}{r} 2a^2 - 3a - 3 \\ - (-a^2 + 2a + 1) \\ \hline 3a^2 - 5a - 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 2a^2 - 3a - 3 \\ + a^2 - 2a - 1 \\ \hline 3a^2 - 5a - 4 \end{array}$$

6. Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanaya uyğun hədd müəyyən edilir.

a) $x + \boxed{2x} + x^2 - 2 = x^2 + 3x - 2$

c) $(3ab + \boxed{2a}) - (ab + a) = 2ab + 3a$

b) $x^3 + 4x^2 + 1 = x^3 + 3x^2 + 1 + \boxed{x^2}$

d) $(5m^2n + mn) - (m^2n + 3m) = 4m^2n + \boxed{mn} - 3m$

7. Şagirdlərdən verilən çoxhədlini müxtəlif formalarda iki çoxhədlinin fərqi şəklində yazmaq tələb olunur. 3-cü tapşırığı yerinə yetirərkən şagirdlərə verilən məlumat, səhvlərin aradan qaldırılması bu tapşırığı şagirdlərin sərbəst həll etməsinə gətirir. Burada şagirdlərin mötərizəli ifadələrdə mötərizə qarşısında mənfi işarəsinin mötərizə daxilindəki hədlərin işarələrinə təsir etdiyinə diqqət etməsi vacibdir.

9. Verilən ifadələr sadələşdirilir. Alınan çoxhədlinin dərəcəsi müəyyən olunur. Bu zaman çoxhədliləri topladıqda, yaxud çıxdıqda alınan çoxhədlinin dərəcəsi ilə istifadə olunan çoxhədlilərin dərəcələrini müqayisə etməklə şagirdlərin diqqətini dərəcənin necə dəyişdiyinə yönəltmək olar.

a) $M - N = 3a^2 - a - 2 - (2a^2 - 2a) = \underline{3a^2} - \underline{a} - 2 - \underline{2a^2} + \underline{2a} = a^2 + a - 2$

Coxhədlinin dərəcəsi: 2

Bəzi çoxhədlilərin cəmini, yaxud fərqi tapanda dərəcəsi azalır. Buna səbəb ən böyük dərəcəli hədlərin oxşar toplanan olub islah olunmasıdır. Belə hallara aid nümunələri vurğulamaq məqsəduyğundur. Məsələn:

c) $M - (N + P) = 3a^2 - a - 2 - (2a^2 - 2a + a^2 - 1) = \underline{3a^2} - \underline{a} - 2 - \underline{2a^2} + \underline{2a} - \underline{a^2} + \underline{1} = a - 1$ *Coxhədlinin dərəcəsi: 1*

10. Mötərizələr elə yazılır ki, doğru bərabərlik alınsın. Çoxhədlilərin toplanması və çıxılması zamanı mötərizələrin yerinin doğru müəyyən edilməsi şagirdlərdə əməllərə diqqəti artırır, ardıcılıq və işarələrin dəyişmələrini nəzarətdə saxlama vərdişini yaradır.

Tapşırıqda bərabərliyin sol tərəfində eyni çoxhədli, sağ tərəfində isə fərqli ədədlər qeyd olunmur. Müqayisə aparmaqla mötərizəli ifadələrdə əməllər ardıcılığına, hesablama səhvlərinin qarşısını almağa kömək edir.

$$x^2 - 5x + 4 - (x^2 - 5x) - 3 = 1$$

$$x^2 - 5x + 4 - (x^2 - 5x - 3) = 7$$

$$x^2 - (5x + 4) - (x^2 - 5x - 3) = -1$$

12. İfadə sadələşdirilir. Hansı ifadənin qiymətinin dəyişənlərdən asılı olmadığı müəyyən edilir. Bu o deməkdir ki, həmin ifadənin nəticəsi ədədə bərabərdir, yəni dəyişənin istənilən qiymətində cavab sabit olaraq qalır. İfadələri sadələşdirərkən mötərizələrin açılmasına diqqət edilir.

a) $(2a^2 + b^2 - 3) + (b^2 + 2 - a^2) - (a^2 + 2b^2 - 4) =$
 $= 2a^2 + b^2 - 3 + b^2 + 2 - a^2 - a^2 - 2b^2 + 4 = 3$

Dəyişəndən asılı deyil.

b) $(a - 2b + c) - (a - b - 3) + (a - c + b) - (b - c + 6) =$
 $= a - 2b + c - a + b + 3 + a - c + b - b + c - 6 = a - b + c$

Dəyişəndən asılıdır.

c) $(m - n + p - 1) - (m - p + n + 1) - (p - m - n - 1) - (m - n + p + 1) =$
 $= m - n + p - 1 - m + p - n - 1 - p + m + n + 1 - m + n - p - 1 = -2$

Dəyişəndən asılı deyil.

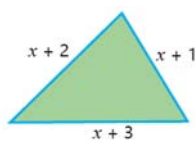
Diferensial təlim

Dəstək. Lövhəyə üç şagird dəvət olunur. Müəllim şagirdlərdən ikisinə çoxhədli yazmağı tapşırır. Digər şagirdlər bu çoxhədlilərin cəmini, yaxud fərqi tapır. Nəticə müzakirə olunur. Şagirdlər yerlərini dəyişərək tapşırığı təkrar edirlər.

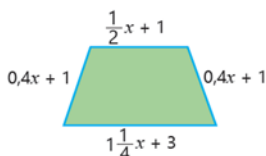
Dərinləşdirmə. Lövhəyə üç şagird dəvət olunurlar. Müəllim şagirdlərdən ikisinə çoxhədli yazmağı tapşırır. 3-cü şagird bu şagirdlərdən birinin yazdığı çoxhədliliyə hansı çoxhədlini əlavə etməklə digər çoxhədlinin alındığını tapır və cavabı necə tapdığını izah edir.

Məsələ həlli

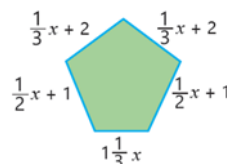
13. Fiqurların perimetrlərini tapmaq üçün ifadə yazılır. Hansı fiqurların perimetrlərinin bərabər olduğu müəyyən edilir.



$$x + 2 + x + 1 + x + 3 = 3x + 6$$



$$0,4x + 1 + \frac{1}{2}x + 1 + 0,4x + 1 + \frac{1}{4}x + 3 = 2\frac{11}{20}x + 6$$



$$\frac{1}{3}x + 2 + \frac{1}{3}x + 2 + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{1}{2}x + 1 + \frac{1}{3}x = 3x + 6$$

Cavab. Üçbucağın və beşbucaqlının perimetri bərabərdir.

14. Mayeyə batırılmış cisim öz həcmi qədər mayeni sıxışdırıb çıxarır. Sıxlıq cədvəlinə əsasən ifadə yazmaqla suallara cavab verilir.

- 1-ci qaba kütləsi m qram olan A cismi və kütləsi n qram olan B cismi saldıqdan sonra bu cisimlərin qabdan çıxardığı suyun həcmi tapılar: $20m + 10n$
- 2-ci qaba m qram C cismi və n qram D cismi saldılar. Bu cisimlərin qabdan çıxardığı suyun həcmi tapılar: $8m + 2n$
- 1-ci və 2-ci qablardan birlikdə hansı həcmdə su çıxarıldığını göstərən çoxhədli yazılır: $20m + 10n + 8m + 2n = 28m + 12n$
- 2-ci qabdan çıxan suyun həcmi 1-ci qabdan çıxan suyun həcmindən nə qədər çox olduğunu göstərən çoxhədli yazılır: $20m + 10n - (8m + 2n) = 12m + 8n$



Cisim	Cismin sıxlığı (q/sm³)
A	20
B	10
C	8
D	2

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Çoxhədliləri toplayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çoxhədliləri çıxır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

Şagirdlər əvvəlki dərslərdə “birləhədli”, “çoxhədli”, “birləhədlinin, yaxud çoxhədlinin standart şəkl”, “birləhədlinin, yaxud çoxhədlinin dərəcəsi”, “sərbəst hədd”, “ikihədli”, “çoxhədli” anlayışları ilə tanış oldular. Bu dərstdə bəhs olunan bacarıqların möhkəmləndirilməsi üçün müxtəlif məsələ və misallar həll edəcəklər.

Texniki imkanları olan siniflərdə çoxhədlilərlə bağlı bəzi tapşırıqların izah videolarını nümayiş etdirmək, interaktiv oyunlar oynamaq olar.

https://www.educaplay.com/learning-resources/14860236-algebra_1_math_game.html

<https://www.quia.com/cb/42458.html>

Praktik tapşırıq. Sinif qruplara bölünür. Hər qrupa iş vərəqləri paylanır. İş vərəqində boş xanaların doldurulma qaydası göstərilmişdir. Yuxarı və aşağı çərçivədəki çoxhədlilərin cəmi sağ, fərqi isə sol çərçivədə yazılmalıdır. Bu qayda ilə boş xanaları daha tez və düzgün dolduran qrup qalib elan olunur.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

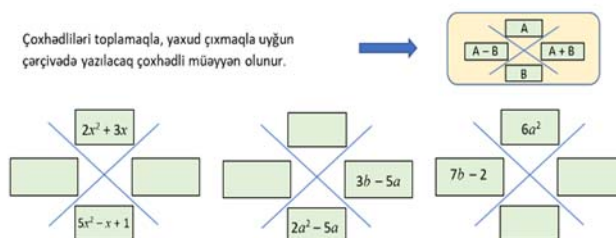
https://drive.google.com/file/d/1frLrr14q6U3KlanNApFk1cgzIBh5t-nE/view?usp=drive_link

Tapşırıqların həlli

1. Cədvəl tamamlanır. Cədvəlin tamamlanmasında şagirdlər birləhədlilərin hasilinin tapılma qaydasına, birləhədlilərin toplanması, çoxhədlilərin hədlərinin müəyyən edilməsi qaydalarına diqqət etməlidirlər.

a)

$\times$	5	x^2	$4y^2z$
$-2x$	$-10x$	$-2x^3$	$-8xy^2z$
$0,6x^2y$	$3x^2y$	$0,6x^4y$	$2,4x^2y^3z$



b)

$+$	$2n$	$2m^2 - 3n$	$m^2 + 2n + 2$
$-2m^2$	$-2m^2 + 2n$	$-3n$	$-m^2 + 2n + 2$
$-m^2 - 2n$	$-m^2$	$m^2 - 5n$	2

Tapşırıq yerinə yetirərkən hansı xananı əvvəlcə doldurmağı müəyyən etmək vacibdir. Bu bacarıq cədvəlin bütün xanalarına uyğun ifadələrin qısa zaman ərzində müəyyənləşdirilməsinə kömək edir. Bu isə şagirdlərdə məntiqi ardıcılıqla düşünmə, planlı şəkildə işləmə və tapşırıqları sistemli yerinə yetirmə vərdişini formalaşdırır.

2. Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanalarə uyğun ədədlər müəyyən edilir. Tapşırığı yerinə yetirmək üçün əvvəlcə qüvvətin xassələrini tətbiq etməklə mümkün sadələşdirmə aparılır, sonra isə bərabərliyin hər iki tərəfində yazılan ifadələrdə əmsallar və hərfi hissələr müqayisə olunur.

$$a) (a^2)^3 \cdot (2b^2)^2 = 4a^6b^4$$

Qüvvətin qüvvəti hesablanır. $(a^2)^3 = a^6$

Bərabərliyin hər iki tərəfində a^6 ifadəsi olduğundan digər ifadələr də bərabər olmalıdır. Buna əsasən boş xanaya uyğun ədəd müəyyən edilir.

$$a^6 \cdot (2b^2)^2 = a^6 \cdot 4b^4$$

5. Verilən ifadələr qüvvət şəklində yazılır.

a) Birhədlinin kvadratı şəklində

$$a \cdot 4a^3b^{12} = 4a^4b^{12} = (2a^2b^6)^2$$

$$(3xy^3)^4 = 81x^4y^{12} = (9x^2y^6)^2 \quad \text{yaxud} \quad (3xy^3)^4 = ((3xy^3)^2)^2 = (9x^2y^6)^2$$

$$(4x)^2 \cdot (2x^2)^2 = 16x^2 \cdot 4x^4 = 64x^6 = (8x^3)^2 \quad \text{yaxud} \quad (4x)^2 \cdot (2x^2)^2 = (4x \cdot 2x^2)^2 = (8x^3)^2$$

7. Doğru fikir müəyyən edilir, nümunələr göstərməklə cavablar əsaslandırılır.

a) Dərəcələri 3 və 2 olan iki birhədlini vurduqda dərəcəsi 6 olan birhədli alınır. *Fikir yanlışdır.*

İki birhədlinin hasilinin dərəcəsinin həmin birhədlilərin dərəcələri cəminə bərabər olduğu nümunələrlə göstərilir.

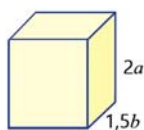
Məsələn: $x^3 \cdot x^2 = x^5$

b) Dərəcələri 3 və 2 olan ikihədliləri topladıqda dərəcəsi 3 olan çoxhədli alınır. *Fikir doğrudur.*

İki çoxhədlinin cəminin dərəcəsinin həmin çoxhədlilərin dərəcələrinin böyüyünə bərabər olduğu nümunələrlə göstərilir.

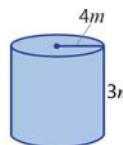
Məsələn: $x^3 + x + x^2 - 2x = x^3 + x^2 - x$

9. Kuboidin, silindrin və düz üçbucaqlı prizmanın şəkildə verilən ölçülərinə əsasən hər bir fiqurun həcmi və sahəsini tapmaq üçün ifadələr yazılır ($\pi \approx 3$).



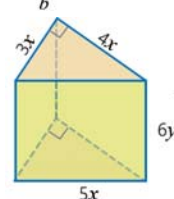
$$a) V = 2a \cdot 1.5b \cdot b = 3ab^2$$

$$b) S_{\text{tam}} = 2(2a \cdot 1.5b + 2ab + 1.5bb) = 10ab + 2b^2$$



$$a) V = \pi \cdot (4m)^2 \cdot 3n \approx 144m^2n$$

$$b) S_{\text{tam}} = 2 \cdot \pi \cdot (4m)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4m \cdot 3n = 96m^2 + 72mn$$



$$a) V = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 4x \cdot 6y = 36x^2y$$

$$b) S_{\text{tam}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 4x + 3x \cdot 6y + 4x \cdot 6y + 5x \cdot 6y = 12x^2 + 72xy$$

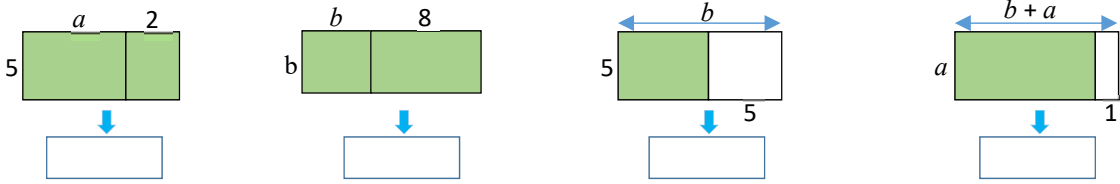
MÖVZU 3.4. Birhədlinin çoxhədliyə vurulması

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır. 7-2.1.4. Çoxhədliləri toplayır, çıxır, vurur.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Birhədlini çoxhədliyə vurur. - Dəyişənlərin verilmiş qiymətində alınan çoxhədlinin qiymətini tapır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, cəbr kartları, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/7848 https://video.edu.az/video/13507 https://video.edu.az/video/13570 https://video.edu.az/video/13570 Çalışma: https://www.geogebra.org/m/re5yfdud https://www.geogebra.org/m/unpdkhgh

Mövzuya yönəltmə

Müəllim şagirdlərə rəngli kağızdan kəsilmiş düzbucaqlılardan istifadə etməklə lövhədə çəkilən təsvirlərə uyğun modellər hazırlamağı və rəngli sahələri tapmaq üçün çoxhədli yazmağı tapşırır. Müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verir:

– Düzbucaqlının sahəsini onun hissələrinin sahəsindən istifadə etməklə necə tapmaq olar? Hansı təsvirdə sahələrin cəmindən, hansında fərqiindən istifadə olunur? Rəngli fiqurun eni və uzunluğu nə qədərdir? En və uzunluğundan istifadə etməklə sahə necə tapılır?



Şagirdlər hər təsvir üçün sualları cavablandırırlar və sahəni göstərən çoxhədlini necə yazdıqlarını izah edirlər.

Araşdırma-müzakirə

Hər birində k sayda şagird olmaqla iki sinif Milli Xalça Muzeyinə getdi. Böyükklər üçün giriş biletinin qiymətinin m manat, məktəblilər üçün isə bundan 4 manat ucuz olduğu qeyd olunur.

- Hər birində k sayda şagird olan iki sinif getdiyindən muzeyə gedən şagirdlərin sayının $2k$ olduğu qeyd olunur və muzeyə neçə şagirdin getdiyini göstərən ifadə yazılır: $2k$

- Məktəblilər üçün bir biletin neçəyə olduğunu göstərən ifadə yazılır: $m - 4$

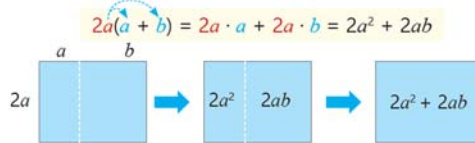
Məktəblilər üçün alınan biletlərə nə qədər pul ödəndiyini göstərən ifadə yazılır:

$k \cdot (m - 4) + k \cdot (m - 4)$ və ya $k(m - 4) + k(m - 4)$

Müəllimin köməyi ilə bu ifadəni sadələşdirməyi şagirdlərə tapşırmaq olar. Müəllim ifadənin sadələşdirilməsində çətinlik çəkən şagirdləri diqqətində saxlayır.

Öyrənmə Birhədlinin çoxhədlilə vurulması

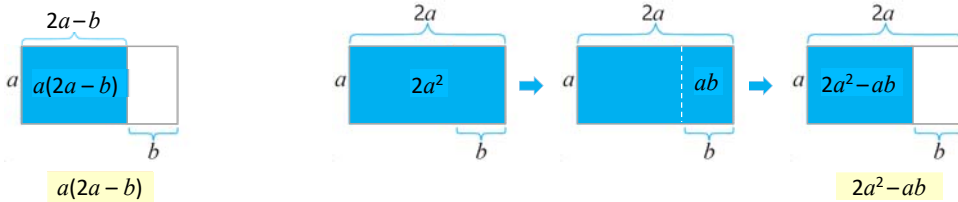
Birhədlinin çoxhədlilə hasilinin vurmanın paylama xassəsinə əsasən tapıldığı təsvir və nümunə ilə izah olunur. Birhədlini çoxhədlilə vurmaq üçün həmin birhədlini çoxhədlinin hər bir həddinə vurub alınan hasiləri toplamaq lazımdır. Verilən düstur şagirdlərlə müzakirə olunur.



Fikirləş

Şagirdlər düzbucaqlının eni və uzunluğunun hasilinə əsasən də $a(2a - b)$ yazıldığını qeyd edirlər.

Digər tərəfdən a və $2a$ -nın hasilinin ümumi düzbucaqlının, a və b hasilinin bu düzbucaqlıdan ayrılan kiçik düzbucaqlının sahəsini göstərdiyi, mavi hissənin sahəsini tapmaq üçün böyük düzbucaqlının sahəsindən kiçik düzbucaqlının sahəsinin çıxıldığı qeyd olunur.

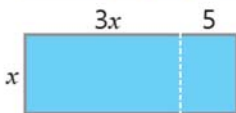


Hər iki ifadə mavi düzbucaqlının sahəsini göstərdiyindən onların bərabər olduğu vurğulanır.

Çalışma

1. Rənglənmiş düzbucaqlının sahəsini tapmaq üçün boş xanaya uyğun birhədlilər yazılır.

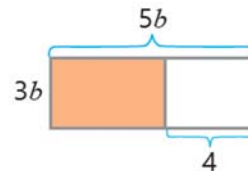
a) $x(3x + 5) = 3x^2 + 5x$



b) $2a(4,5a + 2) = 9a^2 + 4a$



c) $3b(5b - 4) = 15b^2 - 12b$



Müəllimin nəzərinə! Birhədlinin çoxhədlilə hasilinin tapılması zamanı vurmanın paylama xassəsindən istifadə olunur. Vurmanın paylama xassəsinin tətbiqində çətinlik çəkən şagirdlərlə xassənin yada salınması, əvvəlcə ədədlər üzərində əməllərlə nümunələr göstərilməsi məqsəduyğundur.

3. Bihədli və çoxhədlinin hasili tapılır. Alınan çoxhədli standart şəkildə yazılmaqla cədvəl tamamlanır.

$\times$	$ab + a^2b^2 - a^2$	$a^2b - 2ab + ab^3$	$3b^4 + 4b^3 - 5$	$a^2b - 2ab - ab^2 + 4b^4$
-7	$-7ab - 7a^2b^2 + 7a^2$	$-7ab + 7a^2b^2 - 7a^2$	$-21b^4 - 28b^3 + 35$	$-7a^2b + 14ab + 14ab^2 - 28b^4$
$2ab$	$14a^2b^2 - 2a^3b^3 - 2a^3b$	$2a^3b^2 - 4a^2b^2 + 2a^2b^4$	$6ab^5 + 8ab^4 - 10ab$	$2a^3b^2 - 4a^2b^2 - 2a^2b^3 + 8ab^5$

5. Verilən ifadələr sadələşdirilir.

a) $a(a + b) - b(a - b) = a^2 + ab - ba + b^2 = a^2 + b^2$

d) $m(m^2 - mn + n^2) - n(m^2 - mn + n^2) = m^3 - m^2n + mn^2 - nm^2 + m^2n - n^3 = m^3 - 2m^2n + 2mn^2 - n^3$

Bəzən şagirdlər eyni dəyişənlərin müxtəlif dərəcələrindən ibarət bihədliyə arasında oxşar hədləri seçməkdə çətinlik çəkirlər. Məsələn, mn^2 və nm^2 -nin oxşar hədlər olduğunu düşünürlər. Belə səhvlərə yol verən şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili vacibdir.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər bihədlini çoxhədliyə vurduqda bihədlinin işarəsinə diqqət etmirlər. Bihədlinin işarəsi mənfi olanda onu çoxhədliyə, yəni mütərizə daxilindəki ifadəyə vurduqda mütərizələrin açılması zamanı mütərizə daxilindəki ifadənin işarəsi dəyişmədiyi üçün nəticədə səhvə yol verilir.

Şagirdlərin yol verdikləri səhvlərdən biri də qüvvətin xassələrinin tətbiqi ilə bağlıdır. Belə ki, bir neçə dəyişən olan çoxhədlinin bihədliyə hasilini taparkən şagirdlər dərəcələrin tapılmasında müəyyən səhvlərə yol verirlər.

	Yanlış	Doğru
Mütərizə qarşısında mənfi işarəli vuruq olduqda:	$-a^2(2b - 5) = -2a^2b - 5a^2$	$-a^2(2b - 5) = -2a^2b + 5a^2$
Qüvvətin xassələrinin tətbiqi:	$6ab(2ab + b^3) = 12ab + 12ab^4$	$6ab(2ab + b^3) = 12a^2b^2 + 6ab^4$

Tapşırıqların həllində şagirdlərin yol verdiyi səhvlərin nəzərdə saxlanılması, bu səhvlərin mütərizələrin açılması, eyni əsaslı qüvvətlərin xassəsi, vurmanın paylama xassəsi ilə əlaqəli olduğunu müəyyən edilməsi və səhvlər üzərində işin təşkili məqsəduyğundur.

6. Alqoritm yerinə yetirilir və sonda alınan ədəd müəyyən olunur. Şagirdlər Y ifadəsini standart şəkildə yazır və blok-sxemə nəzər salırlar. Şərt blokunun uyğun budağı üzrə hərəkət etməklə Y -in dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini hesablayır və çıxışda alınan ədədi müəyyən edirlər.

a) $Y = 2a^2(b + 3) - b(2a^2 - 3) = 6a^2 + 3b$ *Alınan ifadə ikihədli.*

$a = -1; b = 2$ olduqda Y -in qiyməti hesablanır.

$Y = 6 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot 2 = 12$

b) $Y = (2ab)^2 - a(ab^2 + 2) - 4 = 3a^2b^2 - 2a - 4$ *Alınan ifadə ikihədli deyil.*

$a = -4; b = -2$ olduqda Y -in qiyməti hesablanır.

$Y = 3a^2b^2 - 2a - 4 = 3 \cdot (-4)^2 \cdot (-2)^2 - 2 \cdot (-4) - 4 = 196$



Müəllimin nəzərinə!

6-cı tapşırıqda şagirdlər blok-sxemədə verilmiş ardıcılığı və şərt bloklarını izləyərək sonda dəyişənin hansı qiymətinə əsasən ifadənin qiymətinin tapıldığına diqqət etməlidirlər. Budaqlanma zamanı alqoritm gedişi şərtin doğru və ya yanlış olmasından asılı olaraq fərqli istiqamətlərə yönəlir. Belə blok-sxemələrlə şagirdlər aşağı siniflərdən informatika fənnindən tanışdırlar. Belə tapşırıqlar şagirdlərdə alqoritmik düşünmə, məntiqi qərarvermə və əməllər ardıcılığını izləmə bacarığını inkişaf etdirir.

7. Boş xanələrə uyğun ifadələr müəyyən olunur. Şagirdlər bihədlinin çoxhədliyə vurulması zamanı mütərizənin açılma qaydasına diqqət edir və boşluğa uyğun ədədi tapırlar.

a) $\boxed{b}(a - 1) = ab - b$

c) $6xy + x^2y = x \boxed{y}(6 + \boxed{x})$

e) $4a^4 - 2a^2 + 2a = 2a(\boxed{2a^3} - \boxed{a} + \boxed{1})$

b) $5x^2 + x = \boxed{x}(5x + 1)$

d) $-2x^3y - 2xy = \boxed{-2x}(x^2y + y)$

f) $\boxed{-3a}(a^2 + a + 3) = -3a^3 - 3a^2 - 9a$

9. Boş xanaya uyğun elə bihədli tapılır ki, doğru bərabərlik alınsın. Tapşırığı yerinə yetirərkən şagirdlər bərabərliyin sağ və sol tərəfindəki ifadələrə diqqət edirlər.

$-2a^2 \cdot (1 - \boxed{2}) = \boxed{-2a^2} + 2a^3$

$a^5 \cdot (-a^3 + \boxed{a} + 2) = -a^8 + a^6 + \boxed{2a^5}$

Belə tapşırıqlar şagirdlərdə əməllər ardıcılığını, vurmanın paylama xassəsini tətbiq etmə bacarığını, məntiqi ardıcılığı və strukturlaşdırılmış düşünmə bacarığını möhkəmləndirir.

10. Suallara cavab verilir.

a) Dəyişənin hansı qiymətində $2(x + 3)$ ifadəsinin qiymətinin $3x$ ifadəsinin qiymətindən 5 vahid böyük olduğunu tapmaq üçün uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$\begin{aligned} 2(x + 3) - 3x &= 5 \\ 2x + 6 - 3x &= 5 \\ -x &= -1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Diferensial təlim

Dəstək. Lövhəyə uyğun təsvir çəkilir və iki şagird dəvət olunur. Müəllim şagirdlərə müvafiq boş xanaya birhədli və ikihədli yazmağı tapşırır. Sonra şagirdlər hasili tapır və standart şəkilli çoxhədli kimi bərabərliyin sağındakı boş xanaya yazırlar. Nəticə müzakirə olunur.

$$\begin{array}{l} \text{Birhədli} \quad \text{İkihadli} \\ \square \cdot (\square) = \square \\ \square \cdot (\square) = \square \end{array}$$

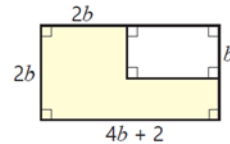
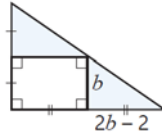
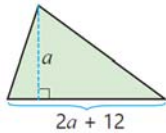
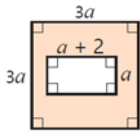
Dərinləşdirmə. Lövhəyə uyğun təsvir çəkilir və iki şagird dəvət olunur. Müəllim şagirdlərə müvafiq boş xanaya şərtə uyğun birhədli və çoxhədli yazmağı tapşırır.

$$\begin{array}{l} \text{Birhədli} \quad \text{Çoxhədli} \\ \square \cdot (\square) = \square \\ \square \cdot (\square) = \square \end{array}$$

Məsələn, dərəcəsi 3-ə bərabər olan birhədli, dərəcəsi 2-yə bərabər olan üçhədli, əmsalı ilə dərəcəsinin cəmi 5 olan birhədli və s. Sonra şagirdlər yazılan birhədli və çoxhədlinin hasilini tapır və standart şəkilli çoxhədli kimi bərabərliyin sağındakı boş xanaya yazırlar. Nəticə müzakirə olunur.

Məsələ həlli

11. Verilən fiqurların rəngli hissələrinin sahəsini ifadə edən çoxhədlilər yazılır.



$$\begin{aligned} (3a)^2 - a(a+2) &= \frac{1}{2}a(2a+12) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (2b-2) \cdot b - b(2b-2) = (4b+2) \cdot 2b - b(4b+2-2b) = \\ &= 8a^2 - 2a = a^2 + 6a = 2b^2 - 2b = 6b^2 + 2b \end{aligned}$$

Uyğun çoxhədliləri fərqli üsullarla yazan şagirdlərin fikirləri müzakirə olunur.

13. Birinci printerin dəqiqədə m səhifə, ikinci printerin isə bundan 4 səhifə çox çap etdiyi qeyd olunur.

Çoxhədlilər yazmaqla suallara cavab verilir.

• 3 dəqiqədə ikinci printerin neçə səhifə çap etdiyi qeyd olunur.

$$3(m + 4) = 3m + 12$$

• 5 dəqiqədə iki printerin çap etdiyi səhifələrin ümumi sayını

tapmaq üçün ifadə yazılır və sadələşdirilir.

$$5(m + m + 4) = 5(2m + 4) = 10m + 20$$

k dəqiqədə iki printerin cəmi neçə səhifə çap etdiyi vurğulanır.

$$k(m + m + 4) = 2km + 4k$$

14. Düzbucaqlı formasında hovuzun ölçüləri planda metrle qeyd olunmuşdur. Hovuzun kənarına metlax döşənməsi nəzərdə tutulub. Plana əsasən bu hissəyə döşənəcək metlaxın ümumi sahəsini hesablamaq üçün çoxhədli yazılır.

Məsələnin həlli

Hovuzun plandakı ümumi sahəsi tapılır.

$$(16a + a + a)(a + 20 + a) = 18a(2a + 20) = 36a^2 + 360a$$

Hovuzun planda su üçün nəzərdə tutulmuş hissəsinin sahəsi tapılır.

$$16a \cdot 20 = 320a$$

Bu sahələrin fərqi göstərən çoxhədli yazılır və standart şəkllə gətirilir.

$$36a^2 + 360a - 320a = 36a^2 + 40a$$

• $a = 0,5$ olduqda bu sahə hesablanır. $36a^2 + 40a = 36 \cdot 0,5^2 + 40 \cdot 0,5 = 29 \text{ (m}^2\text{)}$

Cavab. $36a^2 + 40a$; 29 m^2

Müzakirə. Məsələnin fərqli həll üsulları müzakirə olunur. Məsələn, hovuzun kənarları düzbucaqlı formasında olduğundan hər bir hissənin sahəsini, sonra isə onların cəmini tapmaqla döşənəcək metlaxın sahəsini göstərən çoxhədli yazmaq olar.

Formativ qiymətləndirmə

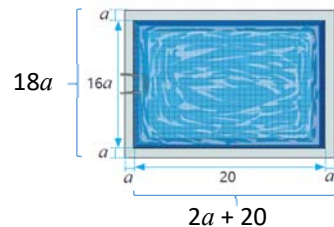
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Birhədliyi çoxhədliyə vurur.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Dəyişənlərin verilmiş qiymətində alınan çoxhədlinin qiymətini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



Bir dəqiqədə
 m səhifə



Bir dəqiqədə
 $m + 4$ səhifə

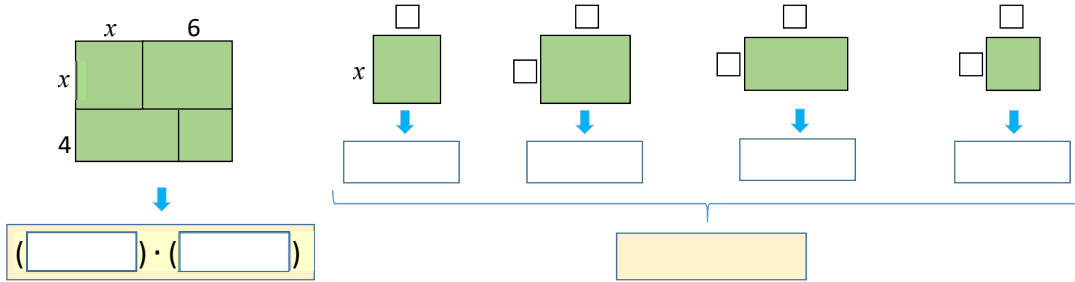


MÖVZU 3.5. Çoxhədlinin çoxhədliyə vurulması

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır. 7-2.1.4. Çoxhədliləri toplayır, çıxır, vurur.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Çoxhədlini çoxhədliyə vurur. • Dəyişənlərin verilmiş qiymətində alınan çoxhədlinin qiymətini tapır. • Verilən ifadənin eynilik olub-olmadığını müəyyən edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, cəbr kartları, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/9871 https://video.edu.az/video/9093 https://video.edu.az/video/9652 https://video.edu.az/video/9487 https://www.geogebra.org/m/n8dx3pyb https://www.geogebra.org/m/ubu2pg6k

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhədə şəkiləki kimi fiqur çəkir və ölçülərini qeyd edir. Sonra hər bir fiqur ayrılıqda çəkilir və boş xanalara uyğun ölçülərin yazılması şagirdlərə tapşırılır.



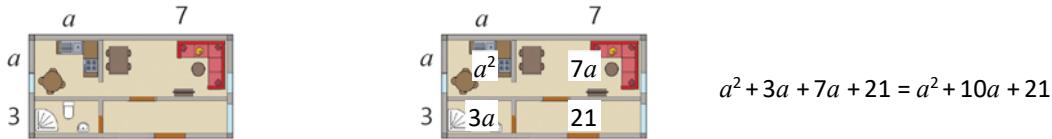
Müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verir:

– Düzbucaqlının sahəsini onun tərəflərinin uzunluqları hasili şəklində necə yazmaq olar? Düzbucaqlının sahəsini onun hissələrinin sahəsindən istifadə etməklə necə tapmaq olar? Düzbucaqlının hissələrindən hansı kvadrattır? Bu hissələrdən neçəsi düzbucaqlı formasındadır? Hansı düzbucaqlının tərəflərindən biri x -ə bərabərdir? Hansı düzbucaqlının sahəsi x -dən asılı deyil?

Suallar cavablandırılır və fiqurun ümumi sahəsini göstərən çoxhədlinin necə yazıldığı izah edilir.

Araşdırma-müzakirə

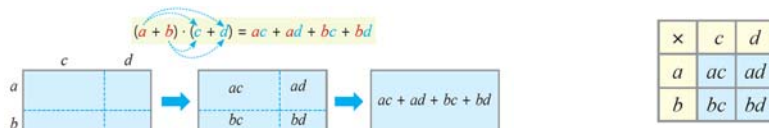
Şəkilə düzbucaqlı formasında olan mənzilin ölçüləri verilmişdir. Mənzilin ümumi sahəsini ifadə edən çoxhədlini hansı üsullarla tapmağın mümkün olduğu siniflə müzakirə edilir. Verilən təsvirdə 4 düzbucaqlı formasında otaq olduğu qeyd edilə bilər. Hər bir hissənin sahəsi tapılır. Sonra şagirdlər ümumi düzbucaqlı formasında olan mənzilin sahəsini tapmaq üçün alınan birhədliləri toplamaq lazım olduğunu qeyd edirlər.



Müəllimin köməyi ilə şagirdlər eyni zamanda düzbucaqlının sahəsinin tapılmasında eni və uzunluğunun hasilinə əsasən də sahəni müəyyən edə bilərlər. Beləliklə, vurma əməlinin yerinə yetirilməsində sahə modelindən istifadə olunduğu kimi burada da çoxhədlinin çoxhədliyə hasilinə keçid edilir.

Öyrənmə Çoxhədlinin çoxhədliyə vurulması

İki çoxhədlinin hasilini tapmaq üçün birinci çoxhədlinin hər bir həddi ikinci çoxhədlinin hər bir həddinə vurulur və alınan hasilər toplanılır. Verilən nümunə şagirdlərlə müzakirə olunur. İki çoxhədlinin hasilini tapmaq üçün cədvəldən də istifadə edildiyi qeyd olunur. Nümunə üzərində cədvəldən istifadə qaydası şagirdlərə izah edilir.



×	3a	2
a	3a ²	2a
1	3a	2

$$(a + 1) \cdot (3a + 2) = 3a^2 + 5a + 2$$

×	a	3
2a	2a ²	6a
-5	-5a	-15

$$(2a - 5) \cdot (a + 3) = 2a^2 + a - 15$$



Fikirləş

Çoxhədlilərin hasilini taparkən vuruqların yerini dəyişdikdə nəticənin dəyişib-dəyişmədiyini müəyyən etmək üçün verilən nümunəyə diqqət edilir. Şagirdlər $2a - 5$ və $a + 3$ ikihədlilərinin hasilini vuruqların yerini dəyişməklə tapırlar. Alınan nəticələri müqayisə edərək nəticənin dəyişmədiyini qeyd edirlər.

×	2a	-5
a	2a ²	-5a
3	6a	-15

$$(a + 3) \cdot (2a - 5) = 2a^2 + a - 15$$

Texniki imkanları olan siniflərdə çoxhədlilərin vurulması ilə bağlı simulyasiyadan istifadə etmək olar.

https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-algebra/latest/area-model-algebra_all.html

Müəllimin nəzərinə! Bəzi şagirdlər çoxhədlinin çoxhədliliyə vurulması qaydasını çətin mənimsəyirlər. Belə şagirdlərə ikirəqəmli ədədin ikirəqəmli ədədə hasilinin sahə modeli ilə tapılması qaydasını xatırlatmaq, ikihədlinin ikihədliliyə hasilini müqayisə etməklə nümunələr göstərmək olar. Məsələn:

×	10	3
20	200	60
4	40	12

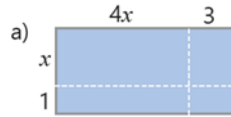
$$200 + 40 + 60 + 12 = 312$$

×	a	3
2a	2a ²	6a
4	4a	12

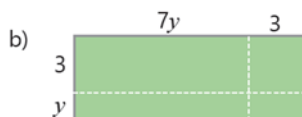
$$2a^2 + 4a + 6a + 12 = 2a^2 + 10a + 12$$

Çalışma

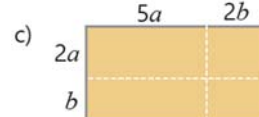
2. Düzbucaqlının sahəsini tapmaq üçün çoxhədlilərin hasilinə uyğun ifadələr yazılır və sadələşdirilir.



$$(x + 1)(4x + 3) = 4x^2 + 7x + 3$$



$$(3 + y)(7y + 3) = 7y^2 + 24y + 9$$



$$(2a + b)(5a + 2b) = 10a^2 + 9ab + 2b^2$$

4. Çoxhədlinin çoxhədliliyə vurulması qaydasına əsasən ifadələr sadələşdirilir. Alınan nəticələr şagirdlər arasında müzakirə olunaraq doğru olub-olmadığı müəyyən edilir.

d) $(-b^2 - 1)(b^2 + 2) = -b^4 - 2b^2 - b^2 - 2 = -b^4 - 3b^2 - 2$

e) $(3c^2 - d)(-d - 3c^2) = -3c^2d - 9c^4 + d^2 + 3c^2d = d^2 - 9c^4$

Birhədlinin çoxhədliliyə vurulması zamanı yol verilən səhvlərə çoxhədlilərin hasilinə uyğun ifadəni yazdıqda da rast gəlinir. Şagirdlərin yol verdiyi səhvləri aşkar etmək və səhvlər üzərində işin təşkili vacibdir.



Riyaziyyat tarixindən

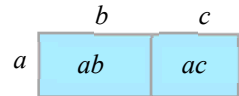
Qədim riyaziyyatçıların dəyişənlərin müsbət qiymətləri üçün bəzi bərabərliklərin doğruluğunu həndəsi fiqurlardan istifadə etməklə isbat etdikləri qeyd olunur. Məsələn, yunan riyaziyyatçısı Evklid özünün "Başlangıclar" əsərində düzbucaqlını dörd düzbucaqlıya bölməklə $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ bərabərliyinin doğruluğunu göstərmişdir. Bununla bağlı şagirdlərə daha geniş məlumat vermək olar.



	c	d
a	ac	ad
b	bc	bd



Şagirdlər belə nümunələr vasitəsilə sadəcə cəbrlə əlaqəli düsturları deyil, onların necə yaranması haqqında biliklərə də yiyələnirlər. Məsələn, Evklidin 2-ci kitabından bir neçə teoremi götürüb düzbucaqlılarla təsvir etməklə iki düzbucaqlı sahəsinin cəminin böyük düzbucaqlı sahəsinə bərabər olduğunu şagirdlərə izah etmək, eyni zamanda bunu paylanma xassəsi ilə əlaqələndirmək olar. $a(b + c) = ab + ac$.



5. Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanalara uyğun ifadələr müəyyən edilir.

a) $(a + b)(c - \boxed{d}) = ac - ad + \boxed{bc} - bd$

c) $(b + 2)(b - \boxed{1}) = b^2 + \boxed{b} - 2$

b) $(a - 1)(\boxed{b} - 3) = ab - 3a - \boxed{b} + 3$

d) $(d - \boxed{2})(d - 5) = d^2 - 7d + \boxed{10}$

7. İfadələr sadələşdirilir və dəyişənin verilən qiymətində ifadənin qiyməti hesablanır.

$$c) -3y(2y-1)(y+4) + 6y^3$$

$$y = 0; -0,5$$

$$-3y(2y-1)(y+4) + 6y^3 = -6y^3 - 21y^2 + 12y + 6y^3 = -21y^2 + 12y$$

$$y = 0 \rightarrow -21 \cdot 0 + 12 \cdot 0 = 0; \quad y = -0,5 \rightarrow -21 \cdot 0,5^2 + 12 \cdot 0,5 = 0,75$$

Şagirdlərə xatırlanır ki, çoxhədliyi çoxhədliyə vurmaqla, yaxud birhədliyi çoxhədliyə vurmaqla verilən ifadəni sadələşdirdikdə oxşar toplananlar islah olunduğu üçün hədlərin sayı, bununla da hesab əməllərinin sayı azalır. Bu zaman verilən dəyişənin qiymətini yerinə yazdıqda cavabı tapmaq daha əlverişlidir.

8. İfadə standart şəkildə çoxhədli kimi yazılır. Şərtə əsasən ifadənin qiyməti hesablanır. Şagirdlər uyğun ifadənin qiymətini alınan çoxhədliyə yerinə yazmaqla cavabı tapırlar. Bu qayda ilə şagirdlər dəyişənin qiymətindən deyil, ifadənin qiymətindən istifadə olunduğuna diqqət edirlər.

$$b) (2a+3)(b+2) - a(b+4)$$

$$ab + 3b = -2 \text{ olarsa}$$

$$(2a+3)(b+2) - a(b+4) = \underline{ab+3b} + 4 = -2 + 4 = 2$$

11. Qüvvət hasil şəklində yazılır və vurma əməli yerinə yetirilir.

$$a) (a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$g) (x+2)^3 = (x+2)(x+2)(x+2) = (x^2+4x+4)(x+2) = x^3+2x^2+4x^2+8x+4x+8 = x^3+6x^2+12x+8$$

Müəllimin nəzərinə! Qüvvəti hasil şəklində yazmaqla vurma əməlinin yerinə yetirilməsi gələcəkdə şagirdlərə müxtəsər vurma düsturlarının öyrənilməsi zamanı vacib olan bacarıqlardan biridir. Bu tapşırığın həllində çətinlik çəkən şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili, çətinlik yaradan məqamların analiz edilməsi və yenidən izah olunması tövsiyə edilir. Beləliklə, şagirdlər növbəti bölmədə keçəcəkləri müxtəsər vurma düsturlarına müəyyən hazırlıq mərhələsini yerinə yetirmiş olurlar.

Öyrənmə Eynilik

$4(a+b)$ və $4a+4b$ ifadələrinin a və b dəyişənin ixtiyari qiymətlərində bərabər qiymətlər aldığı, həmçinin heç də həmişə bərabər qiymətlər almayan ifadələrin də olduğu haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Dəyişənin ixtiyari qiymətində bərabər qiymətlər alan ifadələrə ekvivalent ifadələr, yaxud eyniliklə bərabər ifadələr deyildiyi vurğulanır və nümunələr göstərilir. Məsələn, toplama və vurma əməllərinin xassələrinin də eyniliklərə aid olduğunu qeyd etmək olar.

Müəllimin nəzərinə! Eynilik anlayışı ilə yeni tanış olan şagirdlər “eynilik” və “tənlik” anlayışlarının fərqlərini anlamaqda çətinlik çəkirlər. Şagirdlərə bu fərqi nümunələrlə göstərmək məqsəduyğundur.

Tənlik	Eynilik
Bərabərlik dəyişənin hər hansı qiyməti (qiymətləri) üçün doğrudur.	Bərabərlik dəyişənin istənilən qiyməti üçün doğrudur.
$2(a+1) = 8$	$2(a+1) = 2a+2$
Yalnız $a = 3$ olduqda bərabərlik doğrudur.	a -nın istənilən qiymətində bərabərlik doğrudur.

Verilən ifadələrin bərabər olmadığı hala uyğun dəyişənin elə bir qiymətini tapmaq mümkündürsə, bu ifadələrin eyniliklə bərabər olmadığı qeyd olunması və nümunələr göstərilməsi vacibdir.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan istifadə etmək olar. <https://video.edu.az/video/8647>

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Məsələn, $(x+y)^2 = x+y$ ifadəsi x və y dəyişənlərinin istənilən bərabər qiymətində doğrudur, lakin x -in y -dən fərqli qiymətlərində bərabərlik doğru deyil. Deməli, bu ifadə eyniliklə bərabər deyil.

13. Verilən ifadəyə eyniliklə bərabər olan ifadələr müəyyən olunur.

$$a) 2a-8$$

$$2(a-4)$$

$$2(a-8)$$

$$2(-4+a)$$

$$2(a-4) = 2a-8 \quad \checkmark$$

$$2(a-8) = 2a-16$$

$$2(-4+a) = -8+2a = 2a-8 \quad \checkmark$$

$$b) -ab-6a$$

$$a(b-6)$$

$$-a(b+6)$$

$$a(-6-b)$$

$$a(b-6) = ab-6a$$

$$-a(b+6) = -ab-6a \quad \checkmark$$

$$a(-6-b) = -6a-ab \quad \checkmark$$



Yadda saxla!

İfadənin eyniliklə bərabər olan başqa ifadə ilə əvəz edilməsinə bu ifadələrin eyniliklə çevrilməsi, yaxud sadəcə çevrilməsi deyildiyi qeyd olunur. Dərslərdə göstərilən nümunələr şagirdlərlə müzakirə olunur. Verilmiş bərabərliyin sağ və sol tərəfinin ifadələrini eyniliklə çevirib müqayisə etməklə bu bərabərliyin eynilik olub-olmadığını müəyyən etməyin yolları şagirdlərə göstərilir.

1) Bərabərliyin bir tərəfindəki ifadəni çevirdikdə digər tərəfdəki ifadə alınır.

2) Bərabərliyin hər iki tərəfindəki ifadələr eyniliklə çevrilir və hər iki tərəfdə eyni ifadə alınır.

Hər iki hala uyğun nümunələr göstərməklə eyniliklə çevrilmə yolları izah olunur.

Müəllimin nəzərinə! 7-ci sinifdə şagirdlər nisbətən sadə ifadələri eyniliklə çevirməklə isbat edəcəklər. Yuxarı siniflərdə eyniliklə çevirmə tapşırıqlarına müxtəlif mövzularda rast gəlinəcək. Bu bacarığın şagirdlərdə formalaşdırılması daha mürəkkəb ifadələrin eyni çevrilmələri ilə qarşılaşdıqda onlara kömək edəcək.

14. Verilən ifadənin eyniliklə bərabər olub-olmadığı müəyyən edilir. Şagirdlər cavabı necə tapdıqlarını izah edirlər.

a) $3(a + 2)$ və $3a + 6 \rightarrow$ Vurmanın paylama xassəsinə əsasən bu ifadələr eyniliklə bərabərdir: $3(a + 2) = 3a + 6$

e) $5(xy - xy)$ və $5 \rightarrow$ Sıfıra vurma xassəsinə əsasən bu ifadələrin eyniliklə bərabər olmadığı izah edilir.

$5(xy - xy) = 0$ olduğundan $5(xy - xy)$ və 5 eyniliklə bərabər deyil.

f) $2(a + 10)$ və $20 + 2a \rightarrow$ Vurmanın paylama və toplanmanın yerdəyişmə xassəsinə əsasən bu ifadələr eyniliklə bərabərdir. $2(a + 10) = 2a + 20 = 20 + 2a$

15. Eyniliklər isbat olunur.

a) $2a(2a - 0,5b) + ab = 4a^2$

$$4a^2 - ab + ab = 4a^2$$

$$4a^2 = 4a^2$$

Bərabərliyin bir tərəfindəki ifadəni çevirdikdə digər tərəfdəki ifadə alınır.

c) $a(a - b) + a(b - c) + c(a - b) = a^2 - bc$

$$a^2 - ab + ab - ac + ac - bc = a^2 - bc$$

$$a^2 - bc = a^2 - bc$$

Bərabərliyin bir tərəfindəki ifadəni çevirdikdə digər tərəfdəki ifadə alınır.

17. Verilən ifadənin eyniliklə sıfıra bərabər olduğunu isbat etmək tələb olunur. Şagirdlər çoxhədlini çoxhədlivə vurma qaydasından istifadə etməklə $(a + b - 2c)(b - a) + (a + c - 2b)(a - c) - (b + c - 2a)(b - c)$ ifadəsini sadələşdirirlər.

Hər bir hasil ayrılıqda yazılıb sadələşdirilir.

$$(a + b - 2c)(b - a) = ab - a^2 + b^2 - ab - 2bc + 2ac = -a^2 + b^2 + 2ac - 2bc$$

$$(a + c - 2b)(a - c) = a^2 - ac + ac - c^2 - 2ab + 2bc = a^2 - c^2 - 2ab + 2bc$$

$$(b + c - 2a)(b - c) = b^2 - bc + bc - c^2 - 2ab + 2ac = b^2 - c^2 - 2ab + 2ac$$

Alınan ifadələr yerinə yazılır.

$$(a + b - 2c)(b - a) + (a + c - 2b)(a - c) - (b + c - 2a)(b - c) =$$

$$= (-a^2 + b^2 + 2ac - 2bc) + (a^2 - c^2 - 2ab + 2bc) - (b^2 - c^2 - 2ab + 2ac) =$$

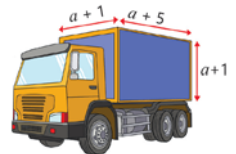
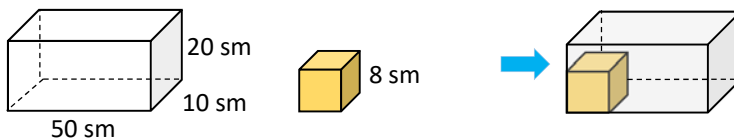
$$= -a^2 + b^2 + 2ac - 2bc + a^2 - c^2 - 2ab + 2bc - b^2 + c^2 + 2ab - 2ac = 0$$

Nəticədə sıfır, yəni ədəd alındığından qeyd olunur ki, ifadənin qiyməti a , b , yaxud c dəyişənlərindən asılı deyil, yəni verilən ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyil. Bu qayda ilə ifadənin qiymətinin dəyişəndən asılı olmadığı isbat edilir.

Məsələ həlli

18. Maşının yük yerinin kuboid formasında olduğu qeyd olunur. Yük yerinin həcmi çoxhədlilə ifadə edilməsi və $a = 2$ m olduqda boş qalan hissənin həcmi tapılması tələb olunur.

Cəlbətmə. Müəllim lövhəyə bir kub və bir kuboid təsviri çəkir, sonra şagirdlərə suallar verir:



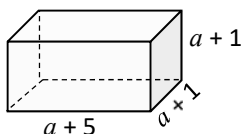
– Kuboidin həcmi necə tapmaq olar? Kubun həcmi necə tapmaq olar? Kuboidin içərisində tərəfi 8 sm olan kub yerləşdikdə həcm hansı hissəsi boş qalar? Bunu necə müəyyən etmək olar? Alınan cavabın doğruluğunu necə yoxlayardınız?

Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər fəaliyyəti yerinə yetirmək olar:

<https://www.splashlearn.com/s/math-games/use-the-3d-shapes-to-estimate-the-volume>

Məsələnin həlli

• Yük yeri kuboid formasında təsvir olunur, uyğun ölçülər qeyd olunur və kuboidin həcmi hesablamaq üçün ifadə yazılır və sadələşdirilərək çoxhədlili standart şəkli gətirilir.



$$(a + 1)(a + 1)(a + 5) = a^3 + 7a^2 + 11a + 5$$

• Boş qalan hissənin həcmi çoxhədlili ilə ifadə edilir. $a^3 + 7a^2 + 11a + 5 - a^3 = 7a^2 + 11a + 5$.

• $a = 2$ m olduqda boş qalan hissənin həcmi hesablanır. $7 \cdot 2^2 + 11 \cdot 2 + 5 = 55$ (m³)

Cavab. $a^3 + 7a^2 + 11a + 5$, $7a^2 + 11a + 5$; 55 m³.

19. Şəkilə qapının ölçüləri santimetrlə qeyd olunub. Qapının bir üzünün və şüşə hissəsinin sahəsini tapmaq üçün çoxhədlilər yazılır. Qapının bir üzünün taxta olan hissəsinin sahəsi verildikdə qapının enini və uzunluğunu tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

- Qapının bir üzünün və şüşə hissəsinin sahəsini tapmaq üçün çoxhədlilər yazılır.

Qapının bir üzünün sahəsi: $(x + 50)(x + 160) = x^2 + 210x + 8000$

Qapının şüşə hissəsinin sahəsi: $x(x + 100) = x^2 + 100x$.

- Qapının bir üzünün sahəsindən şüşə hissəsinin sahəsini çıxmaqla taxta hissəsinin sahəsini ifadə edən çoxhədlili yazılır. $x^2 + 210x + 8000 - (x^2 + 100x) = 110x + 8000$

Alınan ifadəni 12400-ə bərabər etməklə tənlik həll edilir.

$$110x + 8000 = 12400$$

$$110x = 4400$$

$$x = 40$$

Qapının eni və uzunluğu tapılır.

Qapının eni: $x + 50 = 40 + 50 = 90$ (sm)

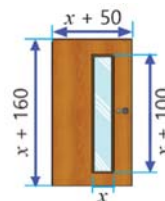
Qapının uzunluğu: $x + 100 = 40 + 100 = 140$ (sm)

Cavab. Qapının eni 90 sm, uzunluğu isə 140 sm-dir.

Müzakirə. Şagirdlər alınan ədədləri yerinə yazıb hesablama apararaq qapının bir üzünün taxta hissəsinin sahəsinin 12400 sm²-ə bərabər olub-olmadığını müəyyən edə bilərlər.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Çoxhədlini çoxhədliliyə vurur.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Dəyişənlərin verilmiş qiymətində alınan çoxhədlinin qiymətini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Verilən ifadənin eynilik olub-olmadığını müəyyən edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə. Dərslikdə bölmənin xülasəsində verilən anlayışlar şagirdlərlə təkrarlanır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər müəllim tərəfindən şagirdlərə xatırladılır. Hər anlayış səsləndikcə şagirdlər onun məzmununu izah edir, nümunələr göstərilir.

Birhədli, birhədlinin standart şəkli, əmsal, hərfi hissə, oxşar birhədlilər, çoxhədli, çoxhədlinin hədləri, çoxhədlinin standart şəkli, ikihədli, üçhədli, eynilik, ifadənin eyniliklə çevrilməsi

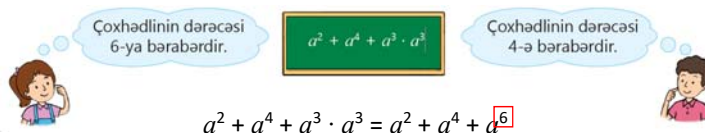
Bölmənin ilk səhifəsində verilən məlumatda real situasiyalarla bağlı problemlərin həllində çoxhədlilərdən istifadə olunduğu vurğulanır. Burada sosial, iqtisadi, mühəndislik və digər sahələrə aid məsələlərin həlli zamanı kəmiyyətlərin dəyişənlərlə ifadə edilməsi, robot texnikasının tətbiqində və pilotsuz avtomobillərin hərəkət trayektoriyasının müəyyənəşdirilməsində çoxhədlilərin rolu qeyd edilir. “Cəhd edin!” tapşırığı da xatırladılır. Tapşırığın yerinə yetirilməsi zamanı iki hal — eyni istiqamətli və əks istiqamətli hərəkət zamanı natural üstlü qüvvətdən necə istifadə olunduğuna diqqət yetirilir. İlkin problemin həlli isə siniflə birlikdə müzakirə olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqları yerinə yetirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/QEbGNJcE>

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

1. Aynurun, yoxsa Anarın fikrinin doğru olduğunu izah etmək üçün çoxhədli sadələşdirilir və standart şəkildə yazılır. Çoxhədlinin standart şəkildə yazıldıqda məlum olur ki, verilən çoxhədlidə dərəcəsi ən böyük olan hədd a^6 -dır. Yəni çoxhədlinin dərəcəsi 6-ya bərabərdir. Deməli, Aynurun fikri doğrudur.



Anarın fikrinin nəyə görə səhv olduğunu şagirdlərlə müzakirə edilməsi məqsəduşğundur. Şagirdlər Anarın verilən ifadəni sadələşdirmədən dərəcələrinə əsasən çoxhədlinin dərəcəsinin 4-ə bərabər olduğunu düşündüyünü deyər.

bilərlər. İfadə standart şəkili çoxhədli kimi yazıldıqıqdan sonra dərəcənin müəyyən edilməsinin vacibliyi burada vurğulana bilər.

2. Verilən çoxhədlilər arasında standart şəkildə olmayan çoxhədlilər standart şəkllə gətirilir.

$$3 - xy^3 + x^2 = -xy^3 + x^2 + 3$$

$$-1 + x^2 + 2 = x^2 + 1$$

$$2x + x^2 + x + x^3 = 3x + x^2 + x^3 = x^3 + x^2 + 3x$$

$$2x^2 - xx^2 + x^3 + 1 = 2x^2 - x^3 + x^3 + 1 = 2x^2 + 1$$

Hər bir çoxhədli üçün dərəcəsi qeyd edilir.

$$2xy^2 + 1 \quad 1 + 2 = 3$$

$$2x + x^2 + x + x^3 \quad x^3 + x^2 + 3x; \quad 1 + 2 = 3$$

$$-x^3 - x \quad 3$$

$$-1 + x^2 + 2 \quad x^2 + 1; \quad 2$$

$$3 - xy^3 + x^2 \quad -xy^3 + x^2 + 3; \quad 1 + 3 = 4$$

$$2x^2 - xx^2 + x^3 + 1 \quad 2x^2 + 1; \quad 2$$

Hər bəndə uyğun çoxhədlilər müəyyən olunur.

a) Dərəcəsi 2-yə bərabərdir.

$$2x^2 - xx^2 + x^3 + 1$$

$$-1 + x^2 + 2$$

b) Dərəcəsi 3-ə bərabərdir.

$$2x + x^2 + x + x^3$$

$$2xy^2 + 1$$

$$-x^3 - x$$

c) Sərbəst həddi 1-dir.

$$2xy^2 + 1$$

$$2x^2 - xx^2 + x^3 + 1$$

$$-1 + x^2 + 2$$

d) Standart şəkildə verilib.

$$2xy^2 + 1$$

$$-x^3 - x$$

Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagirdlər verilmiş çoxhədlini standart şəkllə gətirmədən dərəcəsinə, yaxud sərbəst həddinə müəyyən etməyə çalışırlar. Bu isə səhvlərə yol verilməsi ilə nəticələnir. Məsələn, 2-ci tapşırıqda verilən $-1 + x^2 + 2$, yaxud $2x^2 - xx^2 + x^3 + 1$ kimi çoxhədlilərdə belə hallara tez-tez rast gəlinir. Şagirdlər $-1 + x^2 + 2$ çoxhədlisinin sərbəst həddinin sonuncu hədd, yəni 2, $2x^2 - xx^2 + x^3 + 1$ çoxhədlisinin dərəcəsinə isə standart şəkllə gətirmədən ən böyük dərəcə, yəni 3 olduğunu düşünürlər. Belə səhvlərə yol verən şagirdlərə qaydaların bir daha xatırladılması tövsiyə olunur. Çoxhədlini standart şəkllə gətirdikdə onun oxşar hədləri islah edildiyi və hədləri, adətən, dərəcələrinə görə azalan sırada yazıldığı vurğulanır. Qeyd olunur ki, bu, dərəcə və sərbəst həddin müəyyən edilməsinə asanlaşdırır və səhvlərin qarşısını alır.

5. Fikrin doğru və yaxud yanlış olduğu müəyyən olunur, nümunələr göstərməklə cavab əsaslandırılır.

a) Dərəcəsi 2 və 3 olan iki çoxhədlinin hasilinin dərəcəsi 5-ə bərabərdir. *Fikir doğrudur.* $x^2 \cdot x^3 = x^5$

b) Dərəcəsi 3 və 4 olan çoxhədlilərin cəminin dərəcəsi 7-yə bərabərdir. *Fikir yanlışdır.* $x^3 + x^4$

c) Dərəcələri 3 olan iki çoxhədlinin cəminin də dərəcəsi 3-ə bərabər olmalıdır. *Fikir doğrudur.* $x^3 + x^3 = 2x^3$

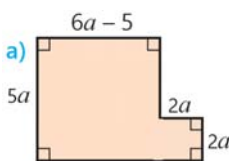
d) Dərəcəsi 5 olan iki çoxhədlinin cəminin dərəcəsi 3 ola bilər. *Fikir yanlışdır.* $x^5 + x^5 = 2x^5$

6. İfadələr sadələşdirilir, dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiyməti hesablanır.

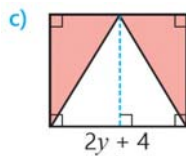
$$a) 2xy^2 + x(5y - 2y^2) = 2xy^2 + 5xy - 2xy^2 = 5xy$$

x və y -in verilən qiymətlərində ifadənin qiyməti hesablanır. $5 \cdot (-2) \cdot (-1) = 10$.

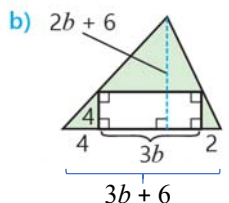
7. Rəngli hissənin sahəsini hesablamaq üçün çoxhədli yazılır.



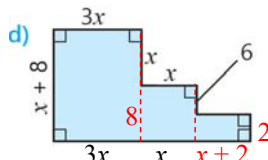
$$5a(6a - 5) + 2a \cdot 2a = 34a^2 - 25a$$



$$(2y + 4)(2y + 2) - \frac{1}{2} \cdot (2y + 4)(2y + 2) = 2y^2 + 6y + 4$$



$$\frac{1}{2} \cdot (2b + 6)(3b + 6) - 4 \cdot 3b = 3b^2 + 3a + 18$$



$$\begin{aligned} 5x + 2 - (3x + x) &= x + 2 \\ (x + 8) - (x + 6) &= 2 \\ 3x(x + 8) + 8x + 2(x + 2) &= 3x^2 + 24 + 8x + 2x + 4 = 3x^2 + 10x + 28 \end{aligned}$$

Fiqurların sahəsini hesablamaq üçün çoxhədliləri fərqli üsullarla yazan şagirdlərin həll üsulları müzakirə olunur.

9. Mötərizələr elə yazılır ki, doğru bərabərlik alınsın.

$$a) 2a^2 - (a - 2 + 2a^2) = 2 - a$$

$$c) 2ac^2 + b - ac^2 - (ac^2 + 2b) = -b$$

$$b) 2y^2 - (5 + y + y^2) - y^2 + y = -5$$

$$d) 2xy^2 - (x - xy^2) - 3xy^2 + 5x = 4x$$

10. $b^2 - 3b = a$ olarsa, verilən ifadələr a -dan asılı çoxhədli şəkllində yazılır.

$$(b^2 - 3b + 1)(b^2 - 3b + 3) - (4b^2 - 12b) = (\underbrace{b^2 - 3b + 1}_a)(\underbrace{b^2 - 3b + 3}_a) - 4(\underbrace{b^2 - 3b}_a) = (a + 1)(a + 3) - 4a = (a + 1)(a + 3) - 4a = a^2 + 3$$

12. a və b -nin istənilən natural qiymətlərində ifadənin qiymətinin 8-ə bölündüyü isbat olunur.

a) $3(10a + 4b) + 2(10b + a) = 30a + 12b + 20b + 2a = 32a + 32b = 32(a + b)$

Vuruqlardan biri 8-ə bölündüyündən alınan ifadə 8-ə bölünür.

13. Ardıcıl iki natural ədəddən kiçiyi x , digəri isə $x + 1$ ilə işarə edilir və şərtə uyğun tənlik yazılır.

$$x(x + 1) - x^2 = 16 \rightarrow x = 16$$

$$x + 1 = 16 + 1 = 17$$

Cavab. 16 və 17

15. Planşetin ekranının eninin a sm-ə, uzunluğunun isə $1,5a$ sm-ə bərabər olduğu qeyd olunur. Boz çərçivənin sahəsini hesablamaq üçün hansı ifadənin uyğun ifadə olduğunu müəyyən etmək tələb olunur.

Məsələnin həlli

a) Uyğun ölçülər təsvir üzərində qeyd olunur.

Böyük düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadə yazılır: $(1,5a + 2)(a + 2)$

Kiçik düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadə yazılır: $1,5a \cdot a = 1,5a^2$

Böyük düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadədən kiçik düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadəni çıxmaqla boz çərçivənin sahəsini göstərən ifadə yazılır:

$$(1,5a + 2)(a + 2) - 1,5a^2$$

b) Boz çərçivənin sahəsinin 74 sm^2 olduğuna əsasən tənlik yazılır və həll edilir.

$$(1,5a + 2)(a + 2) - 1,5a^2 = 74$$

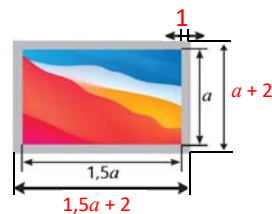
$$1,5a^2 + 5a + 4 - 1,5a^2 = 74$$

$$5a + 4 = 74$$

$$a = 14$$

Planşetin ekranının ölçüləri hesablanır. $a = 14 \text{ sm}$; $1,5a = 1,5 \cdot 14 = 21 \text{ (sm)}$.

Cavab. a) $(1,5a + 2)(a + 2) - 1,5a^2$; 14 sm və 21 sm .



17. Suallar cavablandırılır.

a) a -nın hansı qiymətində $(x^2 - x)(ax - 2)$ hasilinin standart şəkilli çoxhədli kimi yazılışında x^2 -nin əmsalının sıfıra bərabər olduğunu tapmaq tələb olunur. Verilən ifadə çoxhədlinin çoxhədliliyə vurulma qaydası ilə sadələşdirilir və standart şəkilli çoxhədli şəklində yazılır.

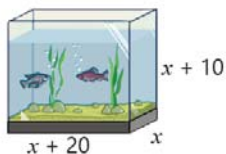
$$(x^2 - x)(ax - 2) = ax^3 - 2x^2 - ax^2 + 2x = ax^3 + \underbrace{(-2 - a)}_{x^2\text{-nin əmsalı}}x^2 + 2x$$

Şərtə əsasən x^2 -nin əmsalı sıfıra bərabər olmalıdır. Uyğun tənlik yazılır və həll edilir. $-2 - a = 0$
Deməli, $a = -2$ olduqda x^2 -nin əmsalı 0 olacaq. $a = -2$

19. Düzbucaqlı paralelepiped formasında akvariumların yan üzləri şüşədən hazırlanmışdır. Kiçik akvariumun tillərinin böyük akvariumun uyğun tillərindən 10 sm kiçik olduğu qeyd olunur. Akvariumların həcmi, yan səthlərinin sahələrini ifadə edən çoxhədlinin yazılması, şərtə uyğun olaraq akvariumların tillərinin uzunluğunun tapılması tələb olunur.

Məsələnin həlli

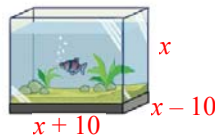
• Kiçik akvariumun ölçüləri qeyd olunur. Akvariumların həcmi və səthinin sahəsi çoxhədlilər ilə ifadə edilir.



$$V = x(x + 10)(x + 20) = x^3 + 30x^2 + 200x$$

$$S = 2(x(x + 10) + (x + 10)(x + 20)) =$$

$$= 4x^2 + 80x + 400$$



$$V = x(x + 10)(x - 10) = x^3 - 100x$$

$$S = 2(x(x + 10) + x(x - 10)) =$$

$$= 4x^2$$

• Kiçik akvariumun hazırlanması üçün böyük akvariumdan 6800 sm^2 az şüşə istifadə olunduğuna əsasən uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$4x^2 = 4x^2 + 80x + 400 - 6800$$

$$- 80x = - 6400$$

$$x = 80$$

Akvariumların tillərinin uzunluqları tapılır.

Böyük akvariumun tillərinin uzunluqları:

$$x = 80 \text{ sm}; x + 20 = 80 + 10 = 90 \text{ (sm)}; x + 20 = 80 + 20 = 100 \text{ (sm)}$$

Kiçik akvariumun tillərinin uzunluqları:

$$x = 80 \text{ sm}; x - 10 = 80 - 10 = 70 \text{ (sm)}; x + 10 = 80 + 10 = 90 \text{ (sm)}$$

Cavab. $x^3 + 30x^2 + 200x$; $x^3 - 100x$; $4x^2 + 80x + 400$; $4x^2$; 80 sm, 90 sm və 100 sm; 70 sm, 80 sm və 90 sm.



Riyazi kaleydoskop

1. $\overline{abc}$ yazılışı a , b və c rəqəmləri ilə yazılmış üçrəqəmli ədədi bildirir: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.

a , b və c rəqəmləri 9-dan fərqli olduqda hansı ifadələrin qiymətinin 9-a tam bölündüyünü tapmaq üçün verilən ifadələr standart şəkilli çoxhədli kimi yazılır.

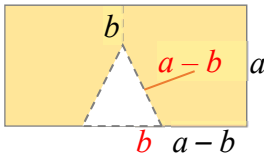
$$\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$$

$$\overline{abc} - \overline{bac} = (100a + 10b + c) - (100b + 10a + c) = 100a + 10b + c - 100b - 10a - c = 90a - 9b = 9(10a - b)$$

$$\overline{abc} - \overline{b0c} = (100a + 10b + c) - (100b + c) = 100a + 10b + c - 100b - c = 100a - 90b = 9(10b - a)$$

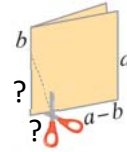
Vuruqlardan biri 9 olduğundan bu ifadələrin qiyməti 9-a bölünür. Eyni qaydada digər ifadələr də sadələşdirilir.

2. Rəngli kağızı ortadan qatladıqda iki kvadrat alındığı qeyd olunur.



Qayçı ilə şəkildəki üçbucağı kəsdikdən sonra qalan fiqurun sahəsini hesablamaq üçün əvvəlcə uyğun parçaların uzunluqlarını ifadə edən, sonra isə sahəni göstərən çoxhədli yazılır.

$$2a^2 - \frac{1}{2} \cdot 2b \cdot (a - b) = 2a^2 - ab + b^2$$



4. Sınıf nümayəndəsi seçimindəki namizədlərdən birinin digərindən 3 səs çox qazandığı elan olunmuşdur.

Səslərin düzgün sayılmadığını əsaslandırmaq tələb olunur.

Sınıfdə oğlan və qızların sayı bərabər olduğuna görə sınıfdəki şagirdlərin sayı cütdür. İki şagird namizəd olduğundan səslərin cəmi də cüt olduğu alınır. Cüt ədəd iki hissəyə bölünəndə onların fərqi həmişə cüt olur.

Lakin namizədlərdən biri o birindən 3 səs çox qazandığı elan olunub. 3 tək ədəddir, fərq isə tək ədəd ola bilməz.



"BƏRPA OLUNAN ENERJİ MƏNBƏLƏRİ"

Daim baş verən təbii proseslərdən istifadə etməklə əldə olunan enerji mənbələrinin bərpa olunan enerji mənbələri adlandırıldığı qeyd olunur. Bu mənbələrdən alınan enerji miqdarını iqtisadi baxımdan sadə şəkildə hesablamaq üçün bəzən çoxhədlilərdən istifadə olunduğu vurğulanır. Mövzunun izahı zamanı şagirdlərə bərpa olunan və alternativ enerji mənbələri haqqında ətraflı məlumat verilir. Eyni zamanda qeyd olunur ki, işğaldan azad olunmuş bölgələrdə aparılan yenidənqurma və inkişaf layihələrində bərpa olunan enerji mənbələrinə üstünlük verilir. Bu həm ekoloji mühitin qorunmasına, həm də enerji təminatının daha dayanıqlı olmasına xidmət edir.

1. Günəş panellərinin 1 gündə verdiyi elektrik enerjisinin gücünü belə bir ifadə ilə hesablamağın mümkün olduğu qeyd olunur. $G = 0,85 \text{ npt}$

Bu ifadədə verilən dəyişənlərin nəyi ifadə etdiyi haqqında şagirdlərə məlumat verilir.

Evin damında günəş panelləri üzərində ayrılan düzbucaqlı sahənin eninə a , uzunluğuna isə $a + 6$ sayda olan panellər quraşdırılırsa, bir panelin gücü 100 vatt, Günəşin gün ərzində maksimal işıqlandırma müddəti 5 saatdırsa, bu panellərin gün ərzində neçə vatt gücündə elektrik enerjisi verdiyi, bunun üçün isə çoxhədlinin necə yazıldığı müzakirə olunur. $G = 0,85 \text{ npt} = 0,85a(a + 6) \cdot 100 \cdot 5 = 425a^2 + 2520a$

2. Bərpa olunan enerji mənbələri haqqında şagirdlərə məlumat verilir, nümunələr göstərilir, şagirdlərin izah etməsi, araşdırma aparıb nəticə çıxarması tələb olunur.



Günəş enerjisi



Günəş panelləri günəş işığını elektrik enerjisinə çevirir.

Külək enerjisi



Külək turbinləri küləyin təsiri ilə fırlanaraq elektrik enerjisi yaradır.

Su enerjisi



Axar suyun enerjisi turbinləri hərəkətə gətirərək elektrik istehsal edir.

Geotermal enerji



Yer qabığının dərinliklərindəki istilik enerjisi elektrik və istilik üçün istifadə olunur.

3. Azərbaycanda bərpa olunan enerji sahəsində hansı işlərin görüldüyünü araşdırılır və təqdimat hazırlanır. Şagirdlərə bununla bağlı linklərin verilməsi məqsədəuyğundur.

<https://minenergy.gov.az/az/alternativ-ve-berpa-olunan-enerji/azerbaycanda-berpa-olunan-enerji-menbelerinden-istifade>

<https://enerjiportali.az/category/b%C9%99rpa-olunan-enerji/>

Hazırlanan təqdimatların sinifdə nümayişi tövsiyə olunur.

4-cü BÖLMƏ

Müxtəsər vurma düsturları

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	82	
Mövzu 4.1	Cəmin və fərğin kvadratı	2	83	52
Mövzu 4.2	İki ədədin cəmi ilə fərğinin hasilı	2	87	55
Mövzu 4.3	Cəmin və fərğın kubu. Kublar cəmi və kublar fərği	3	90	57
	Məsələ və misallar	2	94	60
Mövzu 4.4	Çoxhədlilərin vuruqlara ayrılması	2	96	62
Mövzu 4.5	Müxtəsər vurma düsturlarının köməyi ilə vuruqlara ayırma	2	99	65
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "AquaDom akvariumu"	2	102	67
	KSQ-3	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	17		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə şagirdlərə müxtəsər vurma düsturları haqqında məlumat verilir. Şagirdlər bu düsturların tətbiqi ilə riyazi ifadələri sadələşdirmək, ortağ vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaq, qruplaşdırma üsulundan istifadə etmək və nəticədə çoxhədliləri vuruqlara ayırmaq bacarıqlarını mənimsəyirlər. Məsələ və misallar üzərində işləməklə cəmin və fərğın kvadratı, kvadratlar fərği, cəmin və fərğın kubu, həmçinin kublar cəmi və fərği düsturlarının hansı hallarda tətbiq olunduğunu müəyyən etmək bacarıqları inkişaf edir.

Nəyə diqqət yetirməli?

Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi üçün qüvvətin xassələrini düzgün istifadə etmə bacarığı vacibdir. Bu bacarıqları zəif mənimsəyən şagirdlərlə xassələrin təkrarlanması məqsədəuyğundur.

Bəzi şagirdlər verilmiş ifadədə hansı müxtəsər vurma düsturunun tətbiq olunduğunu müəyyən etməkdə çətinlik çəkirlər. Belə hallarda düsturların necə alındığını şagirdlərlə müzakirə etmək faydalıdır.

Üçhədlinin hansı ikihədlinin kvadratı olduğunu müəyyən etməkdə çətinlik çəkən şagirdlər üçün düsturu addım-addım göstərmək tövsiyə olunur.

Böyük ədədlərin, onluq kəsrlərin kvadratını və kubunu, eləcə də iki ədədin hasilini hesablamaq üçün əlverişli üsullardan biri uyğun müxtəsər vurma düsturlarından istifadə etməkdir. Bu kimi misallara real nümunələr göstərmək şagirdlərə nəzəri biliklərindən istifadə etməyə kömək edir.

Müxtəsər vurma düsturlarından çıxan nəticələri şagirdlərə izah etmək məqsədəuyğundur. Bu düsturlar hesablamaları sadələşdirir və sürətləndirir.

İfade sadələşdirildikdən sonra yalnız sabit ədəd qalırsa, bu ifadənin qiymətinin dəyişənin istənilən qiymətində bu sabitə bərabər olduğu, yəni dəyişəndən asılı olmadığı vurğulanır.

Bəzi şagirdlər çoxhədliləri vuruqlara ayırdıqda ortağ vuruğu tapan zaman, hansı üsuldən istifadə edildiyini müəyyənləşdirərkən səhvlərə yol verirlər. Belə şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili məqsədəuyğundur.

Riyazi dilin inkişafı

"Müxtəsər vurma düsturları", "cəmin kvadratı", "fərğın kvadratı", "ikihədlinin kvadratı", "cəm ilə fərğın hasilı", "kvadratlar fərği", "cəmin kubu", "fərğın kubu", "kublar cəmi", "kublar fərği" və "çoxhədlinin vuruqlara ayrılması" anlayışlarının düzgün müəyyən edilməsi bu anlayışların necə mənimsədildiyini qiymətləndirməyə əsas verir.

Bölmədə mənimsədilən riyazi anlayış və terminlər

Müxtəsər vurma düsturları, *ikihədlinin kvadratı*, *tam kvadrat*, *natamam kvadrat*, *çoxhədlinin vuruqlara ayrılması*

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Qüvvətin xassələri
- Əməllər sırası
- Birhədlilər, çoxhədlilər
- Dəyişəni olan ifadələr

Fənlərarası inteqrasiya

Müxtəsər vurma düsturları və çoxhədlinin vuruqlara ayrılması hesablamaları sadələşdirmək və modelləşdirməni asanlaşdırmaq üçün istifadə edilir. Fizikada cisimlərin hündürlüyü, sürəti və kinetik enerjisi, kimyada reaksiyaların sürəti, iqtisadiyyatda qiymət və gəlir dəyişiklikləri bu üsullarla təsvir edilir.

MÖVZU 4.1. Cəmin və fərğin kvadratı

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.5. Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Cəmin kvadratı düsturunu tətbiq edir. - Fərğin kvadratı düsturunu tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://us.sofatutor.com/math/videos/multiplying-special-case-polynomials https://video.edu.az/video/89 https://www.geogebra.org/m/seJXMEBX Çalışma: https://www.geogebra.org/m/ap6vvfdk https://www.geogebra.org/m/d6TX9vAy

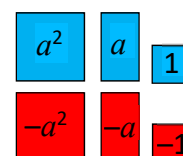
İlkin problemin müzakirəsi. Bölmənin ilk səhifəsində şagirdlərə ifadələrin sadələşdirilməsi, tənliklərin həlli və eyniliklərin isbatı zamanı müxtəsər vurma düsturlarının istifadəsi izah edilir. Həndəsi fiqurların sahə və həcmnin hesablanmasında da bu düsturların tətbiqi vurğulanır. “Cəhd edin!” tapşırığında kub formalı çənlərin ölçülərinə əsasən suallara cavab vermək üçün müzakirə aparılır və əvvəlki biliklərdən istifadə edilir. Bölmə ərzində öyrənilən bilik və bacarıqlardan sonra bölmənin sonunda tapşırığın yenidən müzakirə olunacağı qeyd olunur.

Mövzuya yönəltmə

İki eyni çoxhədlinin hasilı verilmiş cəbr kartlarından istifadə etməklə lövhədə təsvir edilir.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 \times & a & 1 & 1 & \\
 \hline
 a & a^2 & a & a & \\
 1 & a & 1 & 1 & \\
 1 & a & 1 & 1 & \\
 \hline
 (a+2)(a+2) = a^2 + 4a + 4 \\
 (a+2)^2 = a^2 + 4a + 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 \times & a & -1 & -1 & \\
 \hline
 a & a^2 & -a & -a & \\
 -1 & -a & 1 & 1 & \\
 -1 & -a & 1 & 1 & \\
 \hline
 (a-2)(a-2) = a^2 - 4a + 4 \\
 (a-2)^2 = a^2 - 4a + 4
 \end{array}$$



Müəllim şagirdlərin diqqətini cəbr kartlarına yönəltməklə sinfə müraciət edir: $(a+2)(a+2)$ və $(a-2)(a-2)$ ifadələrini sadələşdirdikdə alınan standart şəkildə yazılmış çoxhədlilər hansı hədləri ilə fərqlənirlər? Bunu necə izah edə bilərsiniz? Cəbr kartlarına əsasən bu fərqi necə göstərmək olar? İki hədlinin hədləri ilə bərabərliyin sağındakı üçhədlilə arasında hansı əlaqə var?

Verilən hasilər üçün nümunəyə uyğun təsvirlər çəkilir və ifadələr sadələşdirilib standart şəkildə yazılır:

$$(a-1)(a-1) \quad (a+1)(a+1) \quad (1+2a)(1+2a) \quad (1-a)(1-a)$$

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə etmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/EQRR72ru>

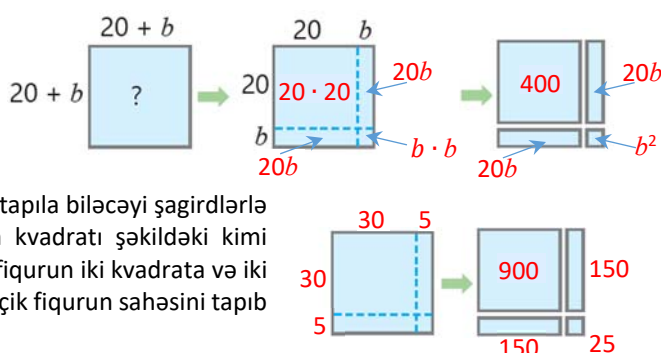
<https://www.geogebra.org/m/dktua2yh>

Araşdırma-müzakirə

Şagirdlərin diqqəti təsvirə yönəldilir. Təsvirə əsasən tərəfi $20+b$ olan kvadratın sahəsinin uyğun fiqurlarının sahəsindən istifadə etməklə tapmaq üsulları müzakirə olunur.

• Bu sahəni tapmaq üçün uyğun ifadə yazılır.
 $(20+b)^2 = 400 + 20b + 20b + b^2 = 400 + 40b + b^2$

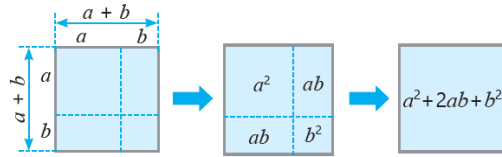
• Bu üsulla $(30+5)^2$ ifadəsinin qiymətinin necə tapıla biləcəyi şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir. Tərəfi 35 vahid olan kvadratı şəkildəki kimi tərəfləri 30 və 5 vahid olan hissələrə ayırdıqda fiqurun iki kvadrata və iki düzbucaqlıya bölündüyü qeyd olunur. Hər bir kiçik fiqurun sahəsini tapıb toplamaqla fiqurun ümumi sahəsi hesablanır.
 $(30+5)^2 = 900 + 150 + 150 + 25 = 1225$.



Öyrənmə Cəmin və fərqlin kvadratı

Çoxhədlinin hasilini tapmaq üçün bəzən onları hədbəhəd vurmağa ehtiyac qalmadığı qeyd olunur. Hasilini birbaşa tapmağa imkan verən xüsusi düsturlar – müxtəsər vurma düsturları mövcud olduğu qeyd olunur. Şagirdlərlə çoxhədlinin vurulma qaydasına əsaslanaraq iki ədədin cəminin kvadratının necə alındığı təsvir vasitəsilə nümayiş etdirilir. Kvadratın hissələrə bölünməsi $(a + b)^2$ düsturunun necə yarandığını vizual şəkildə göstərməyə imkan verir.

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Eyni üsulla iki ədədin fərqlinin kvadratının düsturu $(a - b)^2$ üçün də izah edilir və nümunələr göstərilir.

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



Fikirləş

Verilən eynilikləri bir neçə üsulla isbat etmək olar. Bu üsullardan biri bərabərliyin hər iki tərəfinə cəmin kvadratı düsturunu tətbiq etməkdir. Bərabərliyin hər iki tərəfini standart çoxhədli şəkildə yazdıqda bərabərliyin sol və sağ tərəflərində ekvivalent ifadələr alınır.

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (b - a)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= b^2 - 2ab + a^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (-a - b)^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= (-a)^2 + 2(-a)(-b) + (-b)^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Bərabərliyin bir tərəfini sadələşdirib digər tərəfinə bərabər olduğunu göstərməklə də eynilikləri isbat etmək olar. Bu bərabərliklərin eynilik olduğunu əks ədədlərin kvadratlarının bərabərliyinə görə də isbat etmək olar. Müəllim şagirdlərə $b - a$ və $a - b$; $-a - b$ və $a + b$ ifadələrinin arasında hansı əlaqə olduğu, həmçinin əks ədədlərin kvadratı ilə bağlı suallar verə bilər. Müzakirə əsasında bu bərabərliklərin eynilik olduğunu əks ədədlərin kvadratlarının bərabərliyinə görə də əsaslandırmaq olar.

$$b - a = -(a - b) \Rightarrow (a - b)^2 = (b - a)^2$$

$$-a - b = -(a + b) \Rightarrow (a + b)^2 = (-a - b)^2$$

Mötərizə daxilində yazılan 1-ci hədd mənfi işarəli birhədli olduqda müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etməkdə şagirdlər çətinlik çəkirlər. Belə hallarda bu eyniliklərin istifadəsi əlverişli olur. Məsələn, bu eyniliklərə əsasən $(-2 - b)^2$ -sadələşdirmək üçün $(2 + b)^2$ -sadələşdirmək yetərlidir. $(-2 - b)^2 = (2 + b)^2 = 4 + 4b + b^2$

Çalışma

2. Cəmin yaxud fərqlin kvadratını çoxhədli şəkildə yazarkən şagirdlər bəzən birhədlilərin qüvvətə yüksəldilməsində buraxdıqları tipik səhvləri burada da təkrarlaya bilərlər. Tapşırıqların icrası zamanı bu səhvlərin xarakterinin şagirdlərə izah edilməsi, düsturun təyinatına uyğun olaraq düzəlişlərin aparılması məqsədəuyğundur.

i) $(-0,5y - 1)^2 = (-0,5y)^2 + 2 \cdot (-0,5y) \cdot (-1) + (-1)^2 = 0,25y^2 + y + 1$

3. Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanalarla uyğun ifadələri müəyyənləşdirərkən cəmin və fərqlin kvadratı düsturlarına diqqət edilir. Bərabərliyin sağ tərəfində verilən hədlərin bərabərliyin sol tərəfində hansı hədlərlə əlaqəli olduğu müəyyən edilir, digər hədlərlə əlaqəsinə əsasən boşluqlara uyğun ifadələr müəyyən edilir və şagirdlər həmin ifadələri üçhədli şəkildə yazırlar. Bu zaman iki ədədin cəminin və ya fərqlinin kvadratı düsturundan istifadə olunur.

$$(a + 3b)^2 = a^2 + \underline{6ab} + 9b^2$$

a və $3b$ hədlərinin iki misli tapılır. $2 \cdot a \cdot 3b = 6ab$

$$(x - 5y)^2 = x^2 - \underline{10xy} + 25y^2$$

$25y^2$ -nin hansı ifadəsinin kvadratı olduğu yazılır. $25y^2 = (5y)^2$

x və $5y$ hədlərinin iki misli tapılır. $2 \cdot x \cdot 5y = 10xy$

$$(1 - 5d)^2 = 1 - \underline{10d} + \underline{25d^2}$$

$$(5d)^2 = 25d^2$$

$5d$ ilə hansı ifadənin hasilinin iki mislinin $10d$ -yə bərabər olduğu tapılır.

$$2 \cdot 5d \cdot 1 = 10d$$

$$1^2 = 1$$

5. Verilmiş ədədlərin kvadratlarının cəmin və ya fərqlin kvadratı düsturlarından istifadə etməklə tapıldığı izah edilir. Hər bir ədəd üçün cəmin, yoxsa fərqlin kvadratı düsturunun daha əlverişli olduğu şagirdlərlə birgə müzakirə edilir. Eyni qayda ilə şagirdlər təqdim olunan ifadələrin kvadratını hesablayırlar. Cavab kalkulyatordan istifadə etməklə yoxlanılır.

$$31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1 = 961$$

$$199^2 = (200 - 1)^2 = 200^2 - 2 \cdot 200 \cdot 1 + 1 = 39601$$

Cəmin kvadratı düsturuna əsasən

Fərqi kvadratı düsturuna əsasən

Bu üsul böyük ədədlərlə yanaşı, onluq kəsrlərin də daha rahat hissələrə ayırmaqla kvadratını hesablamağa imkan verir. Bu isə şagirdlərdə hesablama sürətini artırır, riyazi ifadələri çevik şəkildə sadələşdirmək bacarığı formalaşdırır.

6. İki ədədin cəminin və ya fərqi kvadratı düsturuna əsasən uyğun çoxhədlilər yazılır.

a) $(a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$
 b) $(a + a - 2)^2 = (2a - 2)^2 = 4a^2 - 8a + 4$
 c) $n^2 + (n + 1)^2 = 2n^2 + 2n + 1$
 d) $(2n + 2n + 2)^2 = (4n + 2)^2 = 16n^2 + 16n + 4$

7. İfadələr sadələşdirildikdə alınan yeni ifadənin qiymətinin dəyişəndən asılı olub-olmadığı müəyyənəşdirilir.

a) $(2a - 5)^2 - 4a^2 = 4a^2 - 20a + 25 - 4a^2 = -20a + 25$ *Dəyişəndən asılıdır.*
 c) $(a + 3)^2 - 3(a + 1)^2 + 2a^2 = a^2 + 6a + 9 - 3a^2 - 6a - 3 + 2a^2 = 6$ *Dəyişəndən asılı deyil.*

Müəllimin nəzərinə! Dəyişəndən asılı olmayan ifadələrin mahiyyətini izah etmək üçün sadə nümunələrdən istifadə etmək məqsədəuyğundur. Məsələn, $2(a + 1) - 2a$ ifadəsi sadələşdirildikdə 2 alındığından dəyişəndən asılı deyil, $2(a + 1) - a$ ifadəsi isə sadələşdirildikdə $a + 2$ alındığından dəyişəndən asılıdır. İfadə sadələşdirildikdən sonra yalnız sabit ədəd qalırsa, deməli, bu ifadənin qiyməti dəyişənin istənilən qiymətində bu sabitə bərabərdir. Bu isə ifadənin qiymətinin dəyişəndən asılı olmaması deməkdir. Sadə nümunələr şagirdlərə sabit ifadə ilə dəyişəndən asılı olan ifadə arasındakı fərqi aydın şəkildə görməyə və məntiqi əlaqələri başa düşməyə kömək edir.

8. İfadə sadələşdirilir və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiyməti hesablanır.

b) $(b - 1)^2 + 2(b - 1) = (b^2 - 2b + 1) + (2b - 2) = b^2 - 1$
 $b = 3 \rightarrow 3^2 - 1 = 8; \quad b = 0,1 \rightarrow 0,1^2 - 1 = -0,99$

Müəllimin nəzərinə! İfadəni sadələşdirmək, onu standart çoxhədlili şəkildə yazmaq ifadənin qiymətini daha səmərəli hesablamağa şərait yaradır. İfadənin sadələşdirmədən qiymətini hesablayıb müqayisə aparmaqla fərqi şagirdlərə nümayiş etdirmək tövsiyə olunur. Məsələn, 8-ci misalın b) bəndi üçün ifadəni sadələşdirmədən dəyişənin yerinə 0,1 yazdıqda aparılan hesablamalar arasındakı fərqi, hansının daha əlverişli olduğunu şagirdlərə müzakirə etmək olar.

$$(b - 1)^2 + 2(b - 1) \rightarrow (0,1 - 1)^2 + 2(0,1 - 1) = 0,81 - 1,8 = -0,99$$

10. Suallara cavab verilir.

a) $(a + b)^2$ ifadəsindən çıxılan birhədlini x ilə işarə edib uyğun ifadə yazılır.
 $(a + b)^2 - x = (a - b)^2$
 $a^2 + 2ab + b^2 - x = a^2 - 2ab + b^2$
 $2ab - x = -2ab$
 $x = 4ab$
 $(a + b)^2$ ifadəsindən $4ab$ ifadəsini çıxdıqda $(a - b)^2$ alınır.

b) $(3x - 2y)^2$ ifadəsindən çıxılan birhədlini x ilə işarə edib uyğun ifadə yazılır.
 $(3x - 2y)^2 + x = (3x + 2y)^2$
 $9x^2 - 12xy + 4y^2 + x = 9x^2 + 12xy + 4y^2$
 $-12xy + x = 12xy$
 $x = 24xy$
 $(3x - 2y)^2$ ifadəsi ilə $24xy$ ifadəsini topladıqda $(3x + 2y)^2$ alınır.

12. İki ardıcıl tam ədədin kiçiyi x , böyüyü $x + 1$ ilə işarə edilir. Şərtə əsasən bu ədədlərin kvadratlarının cəminin həmin ədədlərin hasilinin iki mislindən bir vahid böyük olduğu qeyd olunur. Uyğun ifadə yazılır.

$$x^2 + (x + 1)^2 = 2x(x + 1) + 1$$

Bərabərliyin eynilik olduğu isbat edilir.

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2x^2 + 2x + 1$$



Yadda saxla!

Bəzi üçhədlilərin ikihədlinin kvadratı şəklində yazıldığı, bunun üçün cəmin (fərqi) kvadratı düsturundan necə istifadə edildiyi qeyd olunur, verilən nümunələr şagirdlərlə müzakirə edilir.

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$x^2 + 12x + 36 = \underbrace{x^2}_{a^2} + \underbrace{2 \cdot 6 \cdot x}_{2 \cdot a \cdot b} + \underbrace{6^2}_{b^2} = \underbrace{(x + 6)^2}_{(a + b)^2}$$

$$25m^2 - 20mn + 4n^2 = \underbrace{(5m)^2}_{a^2} - \underbrace{2 \cdot 5m \cdot 2n}_{2 \cdot a \cdot b} + \underbrace{(2n)^2}_{b^2} = \underbrace{(5m - 2n)^2}_{(a - b)^2}$$

Müəllimin nəzərinə! Verilən üçhədlinin hansı ikihədlinin kvadratı olduğunu müəyyən etmək üçün bəzi məqamları addım-addım şagirdlərin diqqətinə çatdırmaq məqsədəuyğundur.

- ✓ Cəmin və ya fərqi kvadratı düsturunda bərabərliyin sağ və sol tərəflərinin yerləri dəyişdirilir.
- ✓ Üçhədlinin düsturla müqayisəsi aparılır.
- ✓ Sol tərəfdə a və b -yə uyğun ifadələr tapıldıqdan sonra bərabərliyin sağ tərəfində də həmin ifadələr əvəz edilir.

Prosesi asanlaşdırmaq üçün orta həddin ($2ab$ və ya $-2ab$) digər iki həddin hasilinin iki mislinə bərabər olmasından istifadəyə diqqət yönəldilə bilər. Müxtəlif üçhəddli nümunələri göstərməklə üçhəddlilərin hansı halda cəmin və ya fərğin kvadratı şəklində yazıla biləcəyini müəyyən etmək şagirdlərdə həm müşahidə, həm də ümumiləşdirmə bacarıqlarını inkişaf etdirir.



$25m^2 - 20mn + 4n^2 = (2n - 5m)^2$ eyniliyinin fərğin kvadratı düsturundan istifadə etməklə isbat olunduğu qeyd edilir. $25m^2 - 20mn + 4n^2 = 4n^2 - 20mn + 25m^2$

14. Boş xanaya elə birhəddli yazılır ki, üçhəddli ikihəddlinin kvadratı şəklində yazmaq mümkün olsun. Verilən hədlərə əsasən üçhəddlinin hansı ikihəddlinin kvadratı olduğu müəyyən edilir və boş xanaya uyğun birhəddli yazılır.

a) $a^2 - \boxed{6ab} + 9b^2 = (a - 3b)^2$ b) $b^2 + 14b + \boxed{49} = (b + \boxed{7})^2$ d) $\boxed{1} - 12y + 36y^2 = (\boxed{1} - 6y)^2$

Diferensial təlim

Dəstək. Müəllim lövhəyə ikihəddli yazır və onun kvadratını tapmağı şagirdlərə tapşırır. Şagirdlər tapdıqları üçhəddli standart şəkildə yazıb necə tapdıqlarını izah edirlər. Məsələn, $2x - 1$ ikihəddlisinin kvadratını tapın, $3x$ və $2y$ birhəddlilərinin fərğinin kvadratını tapın.

Dərinləşdirmə. Müəllim lövhəyə ikihəddli yazır, ona birhəddli əlavə etməklə hər hansı ikihəddlinin kvadratı şəklində yazmağı şagirdlərə tapşırır. Şagirdlər uyğun ifadəni yazır və əlavə edilən birhəddlini necə müəyyən etdiklərini izah edirlər. Məsələn, $9x^2 + 1$; $8y + 4$ və s. ikihəddlilərinə elə birhəddli əlavə edin ki, alınan üçhəddli ikihəddlinin kvadratı olsun. Hansı halda iki belə ikihəddli yazmaq mümkün olar?

Şagirdlər qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə həlli izah edərək sualları cavablandırırlar.

Məsələ həlli

19. Təsvirdə şəkil çərçivəsinin ölçüləri santimetrlə qeyd olunub.

Məsələnin həlli

• Çərçivənin sahəsini tapmaq üçün böyük kvadratın sahəsini göstərən ifadədən kiçik kvadratın sahəsini göstərən ifadə çıxılır.

Böyük kvadratın sahəsini göstərən ifadə yazılır: $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

Kiçik kvadratın sahəsini göstərən ifadə yazılır: x^2

Çərçivənin sahəsini göstərən ifadə yazılır: $x^2 + 8x + 16 - x^2 = 8x + 16$

• Çərçivənin sahəsinin 144 sm^2 olduğuna əsasən uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$8x + 16 = 144 \rightarrow x = 16 \text{ sm.}$$

Cavab. $8x + 16$; $x = 16 \text{ sm}$

Müzakirə. Çərçivənin sahəsi ilə kiçik kvadratın sahəsini toplamaqla alınan üçhəddli çərçivənin şəkil hissəsi ilə birlikdə ümumi sahəsini ifadə edir. $x^2 + (8x + 16) = (x + 4)^2$

Kökünü ($x = 16 \text{ sm}$) tənlikdə yerinə yazmaqla cavabın doğruluğu yoxlanılır. $8 \cdot 16 + 16 = 144 (\text{sm}^2)$

20. Kinetik enerji anlayışı, onun vahidi haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Hər birinin kütləsi 2 kq olan iki pultla idarə olunan oyuncaq maşından birinin sürətinin digərindən $0,2 \text{ m/san}$, kinetik enerjisinin isə $0,12 \text{ coul}$ çox olduğu qeyd edilir. Şərtə uyğun maşınların hər birinin sürətini tapmaq tələb olunur.

Məsələni həll etməzdən öncə 19-cu məsələyə bənzər sadə məsələdən cəlbətmə tapşırığı kimi istifadə etmək olar.

Məsələnin həlli

Birinci maşının sürəti x , ikinci maşının sürəti isə $x + 0,2$ işarə edilir.

Maşınların kinetik enerjilərini göstərən ifadələr yazılır və sadələşdirilir.

Birinci maşının kinetik enerjisi: $\frac{2 \cdot (x + 0,2)^2}{2} = (x + 0,2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 0,2 + (0,2)^2 = x^2 + 0,4x + 0,04$

İkinci maşının kinetik enerjisi: $\frac{2 \cdot x^2}{2} = x^2$

• Birincinin kinetik enerjisi digərindən $0,12 \text{ coul}$ çox olduğuna əsasən uyğun tənlik yazılır.

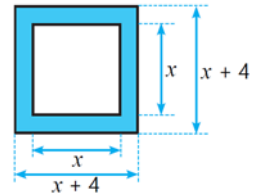
$$x^2 + 0,4x + 0,04 = x^2 + 0,12 \rightarrow x = 0,2$$

İkinci maşının sürəti tapılır. $x + 0,2 = 0,2 + 0,2 = 0,4$

Cavab. $0,2 \text{ m/san}$ və $0,4 \text{ m/san}$.

Müzakirə. Maşınların sürətləri $0,2 \text{ m/san}$ və $0,4 \text{ m/san}$ olduqda kinetik enerjilərin fərğinin $0,12 \text{ coul}$ olduğu yoxlanılır.

Müəllimin nəzərinə! Bəzi şagirdlər məsələnin mahiyyətinə uyğun ifadələri, şərtə əsasən tənlikləri yazmaqda çətinlik çəkirlər. Bunun əsas səbəbi şagirdlərin çox vaxt düsturları əzbərləməsi, lakin onun nəyi ifadə etdiyini



anlamaması olur. Müəllim əvvəlcədən sadə izahla cəmin və fərğin kvadratı düsturlarını şagirdlərə izah etməli, onların tətbiqinə aid sadə nümunələr göstərməlidir. Məsələn: kvadratın sahəsini hesablayarkən, kinetik enerji, məsafə, hündürlük məsələləri və s.

Şagirdlərdə belə tənliklər qurmaqla məsələ həlli bacarıqlarının inkişafı üçün sözlə verilmiş situasiyanı riyazi dildə yazmaq bacarığı formalaşdırılmalıdır. Bunun üçün müəllim dərs prosesində ardıcıl məntiqi düşünməni stimullaşdıran suallar, yönləndirici nümunələr və sadəcədən mürəkkəbə doğru tapşırıqlar verməlidir. Bu tip tapşırıqlar şagirdlərin şərti təhlil etmə, verilənlər arasında əlaqələri müəyyən etmə, tənlik, yaxud ifadə qurma, müxtəşər vurma düsturlarından istifadə etməklə nəticə çıxarma bacarıqlarını inkişaf etdirir.

Formativ qiymətləndirmə

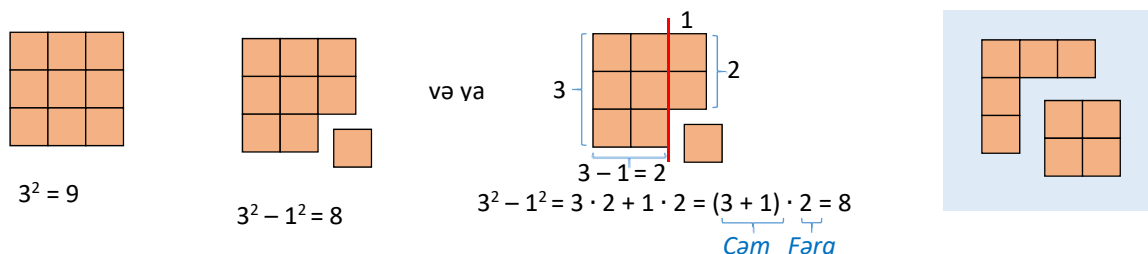
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Cəmin kvadratı düsturunu tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Fərğin kvadratı düsturunu tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 4.2. İki ədədin cəmi ilə fərğinin hasilı

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır. 7-2.1.5. Müxtəşər vurma düsturlarını tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- İki ədədin cəmi ilə fərğinin hasilini tapır. - İki hədlili cəm və fərğın hasilini şəklində yazır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.coolmath.com/algebra/04-factoring/06-difference-squares-cubes-03 https://video.edu.az/video/9313 https://video.edu.az/video/8602 https://www.geogebra.org/m/zs6d9sdy Çalışma: https://www.geogebra.org/m/kxbsr9yp https://www.geogebra.org/m/q4uxgkrt https://www.geogebra.org/m/BKz97f7v https://www.geogebra.org/m/xzjk5cug

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhəyə şəkildəki kimi təsvir çəkir. Şagirdlərə vahid kvadrlardan şəkildəki kimi fiqurlar düzəltməyi də tapşırmaq olar.



Şagirdlərə suallar verilir:

– Hər fiqurda neçə vahid kvadrat var? 2-ci fiqurda qalan vahid kvadrların sayını 1-ci fiqurdakı vahid kvadrların sayından və ayrılan vahid kvadratın sayına əsasən necə tapmaq olar? Bunu verilən fiquru 2 düzbucaqlıya bölməklə necə tapmaq olar? Bölünən düzbucaqlıların tərəfləri ilə 1-ci fiqurun tərəfi və ayrılan fiqurun tərəfi arasında hansı əlaqə var?

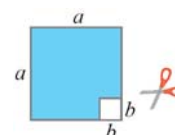
3x3 ölçülü kvadratdan 2x2 ölçülü kvadrat ayırdıqda qalan kvadrların sayı bənzər üsulla tapılır. Bu vahid kvadrların sayını hasil şəklində tapdıqda hasilin uyğun kvadrların tərəflərinin cəmi ilə fərğinin hasilinə bərabər olduğuna şagirdlərin diqqəti yönəldilir.

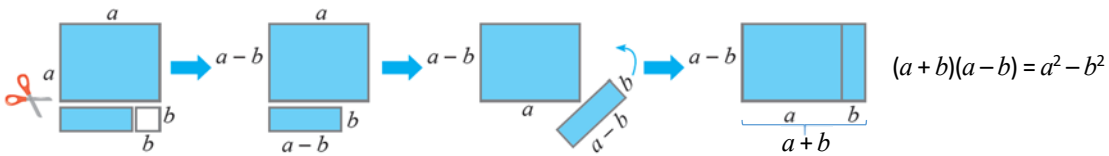
Araşdırma-müzakirə

Aynurun tərəfi a sm olan kvadratın bir küncündən tərəfi b sm olan kvadrat kəsdiyi qeyd olunur. Bənzər prosesi sinifdə şagirdlərlə yerinə yetirmək olar.

• Qalan fiqurun sahəsini hesablamaq üçün alınan düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadə yazılır. $S = a^2 - b^2$

• Aynur qalan fiquru şəkildəki kimi hissələrə ayıraraq birləşdirdi. Sonda alınan düzbucaqlının sahəsini tapmaq üçün ifadə yazılır.





- Əvvəlki və sonrakı fiqurların sahələrini göstərən ifadələrin eyniliklə bərabər olduğu əsaslandırılır. Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialı nümayiş etdirmək olar.

<https://youtu.be/WeM0UbGKerw>

Öyrənmə iki ədədin cəmi ilə fərqlinin hasilini

Çoxhədlilərin vurulması qaydasından istifadə etməklə iki ədədin cəmi ilə fərqlinin hasilini belə tapmaq mümkün olduğu qeyd olunur və nümunələr göstərilir.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \underline{ab} + \underline{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$



Fikirləş

Verilən ifadənin cəm ilə fərqin hasilinin tapılması qaydasına əsasən çoxhədlili şəklində yazılma qaydası müzakirə edilir. $-a - b$ və $a + b$ ifadələrinin hədlərinin işarəsi ilə fərqləndiyi qeyd olunur, $-a - b = -(a + b)$ yazmaqla cəmin və fərqlin hasilindən istifadə edilərək verilən ifadə çoxhədlili şəklində yazılır.

$$(-a - b)(a - b) = -(a + b)(a - b) = -(a^2 - b^2) = b^2 - a^2$$

Çalışma

3. Göstərilən nümunədə hasilin hansı üsulla tapıldığı izah edilir, ikirəqəmli ədədin ikirəqəmli ədədə vurulma qaydası ilə cavabın doğruluğu yoxlanılır. Cavabın doğruluğunu kalkulyatorda da yoxlamaq olar. $51 \cdot 49 = 2499$

$$51 \cdot 49 = (50 + 1) \cdot (50 - 1) = 50^2 - 1^2 = 2500 - 1 = 2499$$

Bu üsuldən istifadə etməklə ədədlərin hasilini tapılır.

$$d) 1,1 \cdot 0,9 = (1 + 0,1) \cdot (1 - 0,1) = 1^2 - 0,1^2 = 0,99$$

Bəzi böyük ədədlərin, onluq kəsrlərin hasilini onları uyğun iki ədədin cəmi, yaxud fərqi şəklində yazmaqla və ikihədlilərin kvadratları fərqi düsturuna əsasən hesablamaq əlverişli olur. Bu işə şagirdlərdə hesablama sürətini artırır, riyazi ifadələri çevik şəkildə sadələşdirmək bacarığı formalaşdırır.

5. Bərabərliyin doğru olması, boş xanalar uyğun ifadələrin yazılması üçün kvadratlar fərqi düsturuna diqqət edilir. Verilən hədlər arasındakı əlaqəyə əsasən boşluqlara uyğun ifadələr müəyyən edilir.

$$a) (a + 4)(a - 4) = a^2 - 16$$

$$c) \left(\frac{1}{2}a^2 + 3\right)\left(\frac{1}{2}a^2 - 3\right) = \frac{1}{4}a^4 - 9$$

6. İki ədədin cəminin və fərqlinin hasilini düsturuna əsasən suala cavab verilir.

a) Kvadratlar fərqi düsturuna əsasən $4x^2 - y^2$ ifadəsi iki ifadənin cəmi ilə fərqlinin hasilini şəklində yazılır.

$$4x^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y). \text{ Deməli, } 2x + y \text{ ifadəsini } 2x - y \text{ ifadəsinə vurduqda } 4x^2 - y^2 \text{ ifadəsi alınar.}$$

9. Kvadratlar fərqi düsturundan istifadə etməklə müqayisə aparılır və kalkulyatorda cavab yoxlanılır.

$$a) 288 \cdot 286 \text{ və } 287^2$$

$$288 \text{ və } 286 \text{ ədədləri iki ədədin cəmi və fərqi şəklində yazılır. } 288 = 287 + 1; 286 = 287 - 1$$

$$\text{İki ədədin cəminin və fərqlinin hasilini düsturu tətbiq edilir. } 288 \cdot 286 = 287^2 - 1$$

$$287^2 - 1 \text{ və } 287^2 \text{ müqayisə edilir. } 287^2 - 1 < 287^2$$

Müəllimin nəzərinə! Bəzən hesablama aparıb nəticədə alınan ədədləri müqayisə etmədən verilən ifadələri müqayisə etmək daha əlverişli olur. Müxtəsər vurma düsturları belə müqayisə prosesində geniş istifadə olunan üsullardandır. Şagirdlərə bildirmək olar ki, bu üsul iki ədədin cəminin və fərqlinin hasilini düsturunun tətbiqi sahələrinə nümunədir. İfadələri birbaşa hesablamaq əvəzinə, onları təhlil etməklə nəticəni daha tez və düzgün tapmaq mümkündür.

Bu üsulla hesablamalar təkcə müqayisə üçün deyil, həmçinin böyük ədədlərlə əməliyyatları sadələşdirmək, təxmini deyil, dəqiq nəticə almaq, hesablamanı qısaltmaq və səhv ehtimalını azaltmaq imkanı verir. Şagirdlərə sadalanan tətbiq sahələrinə aid bir neçə nümunə göstərmək olar.

$$\text{Məsələn, } 48 \cdot 52 = (50 - 2)(50 + 2) = 50^2 - 2^2 = 2500 - 4 = 2496.$$

Belə üsullar məntiqi düşünmə və riyazi əlaqələri görmə bacarığını inkişaf etdirmək üçün faydalıdır.



İki ifadənin cəmi ilə fərqlərinin hasili düsturunda bərabərliyin sağ və sol tərəflərinin yerini dəyişdikdə kvadratlar fərqi düsturu alındığı vurğulanır və nümunələr göstərilir.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Müəllimin nəzərinə! Kvadratlar fərqi düsturu cəbrin fundamental çevirmə düsturlarından biridir. Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi ilə çoxhədlinin vuruqlara ayrılması prosesində geniş istifadə olunur. Bu düsturun tətbiqi zamanı əvvəlcə verilən ifadənin iki ifadənin kvadratlar fərqi şəklində yazılması, qüvvətin xassəsinin düzgün tətbiqi diqqətə alınmalıdır.

Bəzən şagirdlər $a^2 - b^2$ ifadəsi iki ifadənin hasili şəklində yazıldığı üçün $a^2 + b^2$ ifadəsinin də iki ifadənin hasili şəklində yazıldığını, $a^2 + b^2 = (a + b)^2$ olduğunu düşünürlər. Belə şagirdlərə kvadratlar fərqi düsturunun necə alındığını, iki ifadənin cəmi ilə fərqlərinin hasilində alınan dörd birhədlidən ikisinin oxşar olduğunu və islah edildiyini vurğulamaq, bənzər prosesin $a^2 + b^2$ ifadəsi üçün mümkün olmadığını qeyd etmək, nümunələr göstərmək olar.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər.

Kvadratlar fərqi düsturunun tətbiqi zamanı bəzi şagirdlər kvadratlar fərqlərinin fərqlərinin kvadratına bərabər olduğunu düşünürlər. Belə şagirdlərə verilən bərabərliyin eynilik olub-olmadığını göstərməyi tapşırmaq olar. Bərabərliyin hər iki tərəfinə uyğun müxtəsər vurma düsturu tətbiq olunur.

$$a^2 - b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Bərabərliyin sol və sağ tərəfləri bərabər olmadığından bu bərabərliyin eynilik olmadığı vurğulanır.

Bəzi şagirdlər nisbətən mürəkkəb ifadələrdə işarələri müəyyən edərkən səhvə yol verirlər. Belə şagirdlərə nümunələr göstərməklə səhvləri izah etmək tövsiyə olunur.

Yanlış

$$a^2 - 9 = (a - 3)^2$$

$$(b + 5)(5 - b) = b^2 - 25$$

Doğru

$$a^2 - 9 = (a + 3)(a - 3)$$

$$(b + 5)(5 - b) = 25 - b^2$$

Diferensial təlim

Masaya birhədlilər yazılmış kartlar üzəşəğı düzülür.

Şagirdlər iki kart seçirlər.

$$4a^2$$

$$b^3$$

$$9b^4$$

$$16a^2b^2$$

$$ab^2$$

Dəstək. Müəllim şagirdlərə uyğun birhədlilərin cəmi və fərqlərinin hasilini çoxhədlili şəklində yazmağı tapşırır.

Şagirdlər həll prosesini izah edirlər.

Dərinləşdirmə. Müəllim şagirdlərə seçilmiş birinci kartdakı birhədlili ilə ikinci kartdakı birhədlinin fərqlərinin hasilini lövhədə yazmağı, sonra isə bu ikihədlili birhədlilərin cəminin və fərqlərinin hasili şəklində yazmağın mümkün olub-olmadığını izah etməyi tapşırır. Mümkün olduqda uyğun ifadə yazılır, mümkün olmadıqda verilən ifadəni elə ifadəyə vurmaq tapşırıqlı ki, ikihədlili alınsın. Şagirdlər həll prosesini izah edirlər.

Məsələ həlli

Kvadratlar fərqi düsturundan istifadə etməklə məsələləri həll edilir.

15. Kvadrat formasında olan maşın dayanacağına tərəflərinin 2 m artırılması planlaşdırılır. Bu zaman dayanacağın sahəsi 76 m² artarsa, hazırda dayanacağın sahəsinin tapılması tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Dayanacağın tərəfləri x ilə işarə olunur, əvvəlcə hazırda və tərəfləri 2 m artırıldıqdan sonra dayanacağın sahəsinə göstərən ifadələr, sonra isə fərqlərinə göstərən ifadə yazılır.

$$(x + 2)^2 - x^2 = x^2 + 4x + 4 - x^2 = 4x + 4$$

• Dayanacağın sahəsi 76 m² artarsa, hazırda dayanacağın sahəsinə tapmaq üçün uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$4x + 4 = 76 \rightarrow x = 18$$

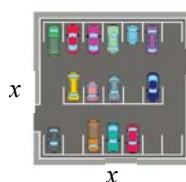
Dayanacağın hazırda sahəsi tapılır. $18^2 = 324$ (m²)

Cavab. $4x + 4$; 324 m²

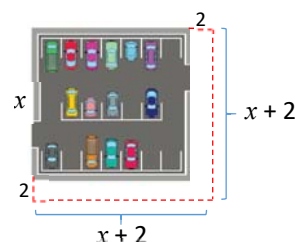
Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri müzakirə olunur.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
İki ədədin cəmi ilə fərqlərinin hasilini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
İkilihədlili cəm və fərqlərinin hasili şəklində yazır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



Hazırda dayanacağın sahəsi: x^2



Artımdan sonra dayanacağın sahəsi: $(x + 2)^2$

MÖVZU 4.3. Cəmin və fərqi kubu. Kublar cəmi və kublar fərqi

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır. 7-2.1.5. Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- İki ədədin cəminin (fərqi) kubunu çoxhədli şəklində yazır. - İki ədədin kubları cəmi (fərqi) düsturunu tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.coolmath.com/algebra/04-factoring/06-difference-squares-cubes-03

Mövzuya yönəltmə

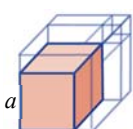
Müəllim $3 \times 3 \times 3$ ölçülü Rubik kubunu masanın üzərinə qoyur və şagirdlərə suallar təqdim edir:

– Bu kubun içində neçə $1 \times 1 \times 1$ ölçülü kiçik kub var? 1 belə kiçik kubu ayırdıqda alınan fiquru neçə kub və kuboidə ayırmaq olar? Həmin fiqurların həcmindən istifadə etməklə kubun həcmi necə tapmaq olar? $3 \times 3 \times 3$ ölçülü kubu neçə vahid kub artırmaqla $4 \times 4 \times 4$ ölçülü kub almaq olar?

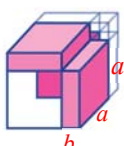


Araşdırma-müzakirə

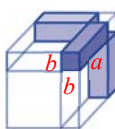
Tili a olan kuba bir neçə kuboid əlavə etməklə tili $(a + b)$ olan yeni kub düzəldildiyi təsvir vasitəsilə şagirdlərə nümayiş etdirilir. Tili 10 sm olan kuba bir neçə kuboid əlavə etməklə tili 15 sm olan yeni kub düzəltməklə verilən sualları cavablandırmaq olar.



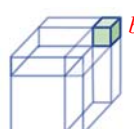
$$V = a^3$$



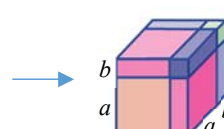
$$V = 3 \cdot a \cdot a \cdot b = 3a^2b$$



$$V = 3 \cdot a \cdot b \cdot b = 3ab^2$$



$$V = b^3$$



$$V = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

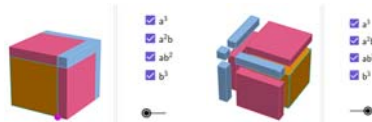
• Şagirdlər təsvirlərə nəzər salmaqla tili a olan kuba tilləri a , a və b olan 3 kuboid, tilləri a , b və b olan 3 kuboid, tilləri b olan 1 kub əlavə olunduğunu qeyd edirlər.

• Yeni kuboidin həcmi tapmaq üçün uyğun çoxhədli yazılır. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Şagirdləri öyrənmə mərhələsinə hazırlamaq üçün onlara alınan kubun tili $a + b$ olduğundan onun həcmi tapmaq üçün $(a + b)^3$ ifadəsinin yazıldığını və bu ifadənin $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ -na bərabər olduğunu qeyd etmək olar. Bu yanaşma şagirdlərdə həm riyazi məntiqi ardıcılıq, həm də məsələni modelləşdirmə, həndəsi fiqurlarla əlaqələndirmə bacarığını inkişaf etdirir.

Texniki imkanları olan siniflərdə simulyasiya vasitəsilə fiqurları bir-birindən ayırmaq və hər birini ayrılıqda nümayiş etdirməklə fəaliyyəti yerinə yetirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/ybzqtwqn>



Öyrənmə İki ədədin cəminin və fərqi kubu

Çoxhədlilərin vurulması qaydasından istifadə etməklə iki ədədin cəminin və fərqi kubu düsturlarının necə alındığı şagirdlərlə müzakirə edilir, nümunələr göstərilir.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$



Fikirləş

$(a - b)^3$ ifadəsi çoxhədlilərin vurulması qaydasından istifadə etməklə sadələşdirilir.

$$(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a - b) = a^3 - \underline{ab^2} - \underline{2a^2b} + \underline{2ab^2} + \underline{ab^2} - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Bu qayda ilə $(a - b)^3$ və $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ifadələrinin eyniliklə bərabər olduğu isbat olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə simulyasiya vasitəsilə $(a - b)^3$ üçün fiqurları bir-birindən ayırmaq və hər birini ayrılıqda nümayiş etdirməklə fəaliyyəti yerinə yetirmək olar. <https://www.geogebra.org/m/kbvatvhh>

Çalışma

1. Cəmin, yaxud fərqi kubu çoxhədli şəklində yazılır.

$$(3a + 1)^3 = (3a)^3 + 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3a \cdot 1^2 + 1^3 = 27a^3 + 27a^2 + 9a + 1$$

Müəllimin nəzərinə! Cəmin və ya fərqi kubu düsturlarının tətbiqi zamanı bəzi şagirdlərdə yaranan çətinliklər, əsasən, hədlərin ardıcılığını qarışdırmaq, əmsalların düzgün müəyyən edilməməsi, işarə dəyişmələrini izləyə bilməməkdən irəli gəlir. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün şagirdlərə hər bir həddin əmsalı, qüvvəti və

işarəsinin düstura əsasən necə formalaşdığını izah etmək məqsəduyğundur. Düsturun yazılışında mövcud olan bəzi qanunauyğunluqların şagirdlər tərəfindən dərk edilməsi mövzunun mənimsənilməsinə asanlaşdırır. İş prosesində qeyd olunan metodik yanaşmaları tətbiq etmək olar.

– *Paskal üçbucağı ilə əlaqənin göstərilməsi*

İkihadlinin qüvvətini çoxhədli şəkildə ifadə edərkən alınan çoxhədlinin əmsallarını şəkildəki kimi düzdükdə hər sırada 1-ci və sonuncu ədəd 1 olur. Digər ədədlər isə özündən əvvəlki sətirdə həmin ədədin üstündə yerləşən iki ədədin cəminə bərabərdir. Bu qanunauyğunluğun əmələ gətirdiyi üçbucağa *Paskal üçbucağı* deyilir. Şagirdlərin diqqətini əmsallara yönəltmək, 1; 3; 3; 1 əmsalları ilə bağlı məlumat vermək məqsəduyğundur.

1				1x
1	1			1x + 1y
1	2	1		1x ² + 2x ² y + 1y ²
1	3	3	1	1x ³ + 3x ² y + 3xy ² + 1y ³

$(a + b)^3$, yaxud $(a - b)^3$ ikihadlisinin kubunu taparkən hər bir həddin dərəcəsinin 3 olmasının izahı

Bu qanunauyğunluq şagirdlərə özlərini yoxlamaq imkanı yaradır. Hər bir həddi birdərəcəli birhədli olan ikihadlinin kubunu taparkən hədlərin dərəcəsi 3-dən fərqli olarsa, səhv olduğu dərhal aydın olur.

– *Cəmin və fərğin kubunu taparkən işarələrin müqayisəli təhlili*

$(a + b)^3$ və $(a - b)^3$ ifadələrinin yanaşı təhlili aparılır, mənfi işarənin yalnız b -yə aid olduğu və kubu taparkən nəticədə işarələrin ardıcıl dəyişdiyi izah edilir.

Beləliklə, cəmin və fərğin kubu üçün üç sadə qaydanı vurğulamaq məqsəduyğundur.

- ✓ Hədlərin sayı 4 olmalıdır.
- ✓ Əmsallar 1; 3; 3; 1 olmalıdır.
- ✓ $(a + b)^3$ və $(a - b)^3$ ifadələrinin açılışında hər həddin dərəcəsi 3 olmalıdır.

Bu metodik addımlar şagirdlərdə mövzunun məntiqi əsaslarının formalaşmasına, düsturların mexaniki əzbərlənməsindən uzaqlaşaraq anlayışlı tətbiqinə, nəticədə isə daha dayanıqlı bilik və bacarıqların inkişafına şərait yaradır.

2. Boş xanalar elə birhədlilər yazılır ki, bərabərlik doğru olsun. Sonra cavab yoxlanılır.

Bərabərliyin sol tərəfindəki ifadə sadələşdirilir və boş xanalar uyğun birhədlilər müəyyən edilir.

$$(2a - 1)^3 = (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2a \cdot 1^2 - 1^3 = 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$$

Bərabərliyin sağ və sol tərəfindəki ifadələr arasındakı əlaqəyə diqqət yönəldilir. 64 ədədi 4 ədədinin kubu olduğuna əsasən əvvəlcə bərabərliyin sol tərəfində, sonra isə sağ tərəfində boş xanaya uyğun birhədli müəyyən edilir.

$$(x + 4)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 4 + 3 \cdot x \cdot 4^2 + 4^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$$

Öyrənmə iki ədədin kubları cəmi

Kublar cəmi düsturu, tam və natamam kvadrat anlayışları haqqında şagirdlərə məlumat verilir, nümunələr göstərilir.

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - \underline{a^2b} + \underline{ab^2} + \underline{a^2b} - \underline{ab^2} + b^3 = a^3 + b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

7. Verilən ifadənin fərğin tam, yoxsa natamam kvadratı olduğunu müəyyən etmək üçün ikinci həddin əmsalına diqqət edilir.

a) $x^2 - x + 1$ ifadəsi $(x - 1)$ ifadəsinin natamam kvadratıdır.

b) $a^2 - 4a + 4$ ifadəsi $(a - 2)$ ifadəsinin tam kvadratıdır.

Bənzər səhvlərə kublar fərqi düsturunda da rast gəlinir. Bərabərliyin sol və sağ tərəfləri bərabər olmadığından bu bərabərliyin eynilik olmadığı vurğulanır. Bəzi şagirdlər nisbətən mürəkkəb ifadələrdə işarələri müəyyən edərkən səhvə yol verirlər. Belə şagirdlərə nümunələr göstərməklə səhvləri izah etmək tövsiyə olunur.

10. Kublar cəmi düsturundan istifadə etməklə hesablama aparılır.

f) $2,5^3 + 1,5^3 = (2,5 + 1,5)(2,5^2 - 2,5 \cdot 1,5 + 1,5^2) = 4 \cdot 4,75 = 19$

Əgər 2,5 və 1,5 ədədləri ayrı-ayrılıqda kuba yüksəldilsə, bu həm vaxt aparar, həm də səhv etmə ehtimalı çox olar. Həmin ifadəni birbaşa düsturun tətbiqi ilə daha qısa yolla hesablamaq mümkündür. Bu üsul böyük ədədlərdə, yaxud onluq kəsrlərdə kubları ayrıca hesablamadan cavabı səmərəli üsulla tapmağa imkan verir.

11. Kublar cəmi düsturuna əsasən fikirlərin doğru olduğu əsaslandırılır.

a) $6^3 + 7^3$ ifadəsi üçün kublar cəmi düsturu tətbiq edilir. $6^3 + 7^3 = (6 + 7)(6^2 - 6 \cdot 7 + 7^2) = 17 \cdot 43$.

Vuruqlardan biri 13 olduğuna əsasən $6^3 + 7^3$ ifadəsinin qiyməti 13-ə bölünür.

Öyrənmə iki ədədin kubları fərqi

Kublar cəmi düsturunda istifadə olunan qaydadan istifadə etməklə kublar fərqi iki çoxhədlinin hasili şəklində yazılır və nümunələr göstərilir.



Fikirləş

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + \underline{a^2b} + \underline{ab^2} - \underline{a^2b} - \underline{ab^2} - b^3 = a^3 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$a^3 - b^3 = a^3 + (-b^3)$ yazmaqla kublar cəmi düsturundan kublar fərqi düsturunun necə alındığı müzakirə edilir.

$$a^3 - b^3 = a^3 + (-b^3) = a^3 + (-b)^3 = (a + (-b))(a^2 - a(-b) + (-b)^2) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Kublar cəmi düsturunun tətbiqi zamanı şagirdlərin yol verdiyi səhvlərə bir neçə nümunə göstərilmişdir.

Yanlış	Doğru
Kublar cəmi ikihədli ilə fərqi tam kvadratının hasilinə bərabərdir. $a^3 + 27 = (a + 3)(a^2 - 6a + 9)$	$a^3 + 27 = (a + 3)(a^2 - 3a + 9)$
Kublar cəmi cəmin kubuna bərabərdir. $a^3 + 27 = a^3 + 3^3 = (a + 3)^3$	$a^3 + 8 = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)$
Kublar cəmi ikihədli ilə cəmin natamam kvadratının hasilinə bərabərdir. $a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 + a + 1)$	$a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 - a + 1)$

Bənzər səhvlərə kublar fərqi düsturunun tətbiqi zamanı da rast gəlinir. Belə səhvlərə yol verən şagirdlərlə səhvlər üzərində işin təşkili məqsəduyğundur.

16. Kublar fərqi düsturundan istifadə etməklə hesablama aparılır.

$$d) 1,1^3 - 0,1^3 = (1,1 - 0,1)(1,1^2 + 1,1 \cdot 0,1 + 0,1^2) = 1 \cdot 1,33 = 1,33$$

Əgər 1,1 və 0,1 ədədləri ayrı-ayrılıqda kuba yüksəldilsə, bu həmdə vaxt aparardı. Bu üsul böyük ədədlərdə, yaxud onluq kəsrlərdə kubları ayrıca hesablamadan kublar cəmində olduğu kimi, kublar fərqi cavabını da səmərəli üsulla tapmağa imkan verir.



Səhvi düzəlt!

$$(2 - 3y)^3 = 8 - 36y + 18y^2 - 27y^3$$

$$(2 - 3y)^3 = 8 - 36y + 54y^2 - 27y^3$$

$$(1 - y)^3 = (1 - y)(1 + y + y^2)$$

$$(1 - y)^3 = 1 - 3y + 3y^2 - y^3$$

$(2 - 3y)^3$ ifadəsi sadələşdirilir, alınan çoxhədli standart şəkildə yazılır.

Bərabərliyin sol tərəfində fərqi kub yazılıb, lakin sağ tərəfində yazılan ifadə kublar fərqi hasil şəklində yazılışıdır. $(1 - y)^3$ ifadəsinə fərqi kubu düsturu tətbiq edilir.

Məsələ həlli

23. Kub formasında üç qutudan birinin tili k sm-dir. Bu qutunun tilinin digər qutulardan birinin tilindən 5 sm uzun, o birinin tilindən isə 5 sm qısa olduğu qeyd olunur.

Məsələnin həlli

- Hər kubun həcmi tapmaq üçün ifadə yazılır.



$$V = k^3$$



$$V = (k - 5)^3$$



$$V = (k + 5)^3$$

- Böyük və kiçik kubların həcmi cəmini iki üsulla çoxhədli şəklində yazmaq olar.

1-ci üsul. Kublar cəmi düsturu tətbiq olunur.

$$(k + 5)^3 + (k - 5)^3 = ((k + 5) + (k - 5))((k + 5)^2 - (k + 5)(k - 5) + (k - 5)^2) = 2k(k^2 + 75) = 2k^3 + 150k$$

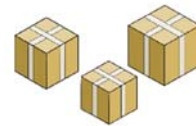
2-ci üsul. Cəmin və fərqi kubu düsturu tətbiq olunur.

$$(k + 5)^3 + (k - 5)^3 = (k^3 + 15k^2 + 75k + 125) + (k^3 - 15k^2 + 75k - 125) = 2k^3 + 150k$$

Cavab. k^3 , $(k + 5)^3$, $(k - 5)^3$; $2k^3 + 150k$.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
İki ədədin cəminin (fərqi) kubunu çoxhədli şəklində yazır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
İki ədədin kubları cəmi (fərqi) düsturunu tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

Şagirdlər əvvəlki dərslərdə “cəmin kvadratı”, “fərqi kvadratı”, “kvadratlar fərqi”, “cəmin kubu”, “fərqi kubu”, “natamam kvadrat”, “kublar cəmi” və “kublar fərqi” anlayışları ilə tanış oldular. Bu dərslərdə şagirdlər əldə olunan bacarıqların möhkəmləndirilməsi üçün müxtəlif məsələ və misallar həll edəcəklər.

Texniki imkanları olan siniflərdə çoxhədlilərlə bağlı bəzi tapşırıqların izah videolarını nümayiş etdirmək olar.

<https://youtu.be/CQbkpx8HLw>

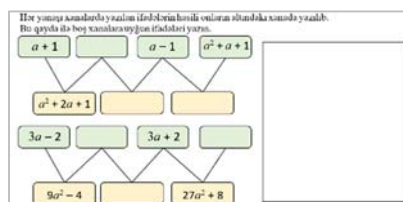
Praktik tapşırıq. Sinif qruplara bölünür. Hər qrupa iş vərəqləri paylanır.

İş vərəqində boş xanaların doldurulma qaydası göstərilmişdir. Hər yanaşı

xanalarda yazılan ifadələrin hasilini onların altındakı xanada yazılıb. Bu

qayda ilə boş xanalara uyğun ifadələri yazılır.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:



https://drive.google.com/file/d/1GTNJ7KTCW4k2Bzh6Dae48LuViZmlZnNP/view?usp=drive_link

Tapşırıqların həlli

2. Verilən ifadələr ikihədlinin kvadratı, yaxud kubu şəklində yazılır.

c) $a^2 - 8a + 16$ ifadəsi ikihədlinin kvadratı şəklində yazılır.

$$a^2 - 8a + 16 = (a - 4)^2$$

f) $\frac{1}{4}a^2 - 2ab + 4b^2$ ifadəsi ikihədlinin kvadratı şəklində yazılır.

$$\frac{1}{4}a^2 - 2ab + 4b^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot b + (2b)^2 = \left(\frac{1}{2}a - 2b\right)^2$$

h) $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$ ifadəsi ikihədlinin kubu şəklində yazılır.

$$8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 = (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot b^2 - b^3 = (2a - b)^3$$

3. Verilən fikirlərə uyğun ifadələr yazılır və sadələşdirilərək standart şəkilli çoxhədliliyə gətirilir.

c) 10 və c -nin cəminin kvadratı ilə c -nin hasilini: $(10 + c)^2 \cdot c = 100c + 20c^2 + c^3$

5. Kvadratlar fərqi düsturundan istifadə etməklə müqayisə aparılır və kalkulyatorla cavab yoxlanılır.

b) 2135^2 və $2145 \cdot 2125$

2145 və 2125 ədədlərinin iki ədədin cəmi və fərqi şəklində yazılması üçün tənliklər sistemi yazılır və uyğun ədədlər tapılır.

$$\begin{cases} x + y = 2145 \\ x - y = 2125 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2x = 4270 \\ x = 2135 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2135 + y = 2145 \\ y = 10 \end{matrix}$$

2145 və 2125 ədədləri tapılan ədədlərin cəmi və fərqi şəklində yazılır. $2145 = 2135 + 10$; $2125 = 2135 - 10$

İki ədədin cəminin və fərqi hasilini düsturu tətbiq edilir. $2125 \cdot 2145 = (2135 + 10)(2135 - 10) = 2135^2 - 100$

2135^2 və $2135^2 - 100$ müqayisə edilir. $2135^2 > 2135^2 - 100$

6. Müxtəsər vurma düsturlarından və qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə ifadələrin qiyməti hesablanır.

e) Kublar fərqi düsturundan və qüvvətin qüvvətinin xassəsindən istifadə etməklə ifadənin qiyməti hesablanır.

$$(20 - 16)(20^2 + 20 \cdot 16 + 16^2) + 8^4 = 20^3 - 16^3 + 8^4 = 20^3 - (2^4)^3 + (2^3)^4 = 20^3 - 2^{12} + 2^{12} = 8000$$

8. Nümunə izah edilərkən şagirdlərin diqqəti verilən

ifadələr arasında olan əlaqələrə yönəldilir. $(a + b)^2$

ifadəsinin qiymətini tapmaq üçün cəmin kvadratı

düsturunun tətbiq edildiyi xüsusi vurğulanır. Hesablama prosesində toplanmanın yerdəyişmə xassəsindən istifadə olunduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır və nəticəyə addım-addım necə gəlinməsi nümayiş etdirilir.

b) $a + b = -5$; $ab = 6$ olarsa, $a^2 + b^2$ -tapmaq üçün cəmin kvadratı düsturundan istifadə olunur.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \rightarrow (-5)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot 6 \rightarrow a^2 + b^2 = 25 - 12 = 13$$

?

Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagirdlərə verilən tapşırıqlar tələb olunan ifadənin qiymətini dəyişənlərin konkret ədədi qiymətlərini tapmadan hesablamağa yönəldilir. Belə tapşırıqların əsas məqsədi şagirdlərin düsturlar və çoxhədlilər üzərində əməlləri anlayaraq tətbiq etmə bacarıqlarını inkişaf etdirməkdir. Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi bu tip tapşırıqlarda mühüm rol oynayır. Müxtəsər vurma düsturlarından çıxan bəzi nəticələri şagirdlərə izah etmək məqsəduyğundur.

İkilihədlinin kvadratı düsturundan çıxan nəticələr

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

İkilihədlinin kubu düsturundan çıxan nəticələr

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

Bu düsturların necə alındığını şagirdlərlə müzakirə etmək tövsiyə olunur. Düsturların tətbiqinə aid şagirdlərə nümunələr göstərmək olar. Məsələn, $a + b = -5$; $ab = 6$ olarsa, $a^2 + b^2$ ifadəsinin qiymətini cəmin kvadratı düsturundan çıxan nəticəyə əsasən birbaşa tapmaq olar.

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = (-5)^2 - 2 \cdot 6 = 13.$$

Müxtəsər vurma düsturlarını sistemli şəkildə istifadə etmək şagirdlərin hesablamaları daha rahat aparmasına, əməllərin sayını azaltmaqla sadələşdirmə prosesini sürətləndirməsinə və riyazi düşüncəsini inkişaf etdirməsinə kömək edir.

14. Çoxhədlinin standart şəkildə yazılışında hər hansı həddin əmsalı sıfıra bərabər olduqda həmin hədd ifadənin yazılışında iştirak etmir.

a) a -nın hansı qiymətində ifadələrin standart şəkilli çoxhədli kimi yazılışında x dəyişənin 1-ci dərəcəsinin iştirak etmədiyi, yəni x -in əmsalının sıfır olduğu müəyyən edilir.

$$(x - a)(x^2 - x + 1) = x^3 - (1 + a)x^2 + \underbrace{(1 + a)}_{\text{Sıfıra bərabərdir.}}x - a$$

$$1 + a = 0$$

$$a = -1$$

b) a -nın hansı qiymətində ifadələrin standart şəkilli çoxhədli kimi yazılışında x və x^2 əmsallarının bərabər olduğu müəyyən edilir.

$$(x - a)(x^2 - x + 1) = x^3 - \underbrace{(1 + a)}_{\text{Bərabərdir}}x^2 + \underbrace{(1 + a)}_{\text{Bərabərdir}}x - a$$

$$-(1 + a) = 1 + a$$

$$-1 - a = 1 + a$$

$$-a - a = 1 + 1$$

$$a = -1$$

17. Top 20 m/san sürətlə yuxarı atıldı. Topun t saniyədən sonra yerdən hündürlüyünün $20t - 5t^2$ ifadəsi ilə hesablandığı vurğulanır.

• Top $t = n$ anında a metr, $t = n + 1$ anında isə b metr hündürlükdə olarsa, $b - a$ məsafəsini tapmaq üçün yazılan ifadə sadələşdirilir və çoxhədli şəkildə yazılır.

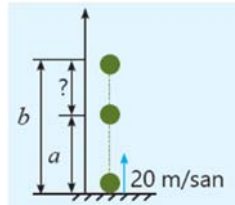
$$a = 20n - 5n^2 \quad b = 20(n + 1) - 5(n + 1)^2$$

$$b - a = 20(n + 1) - 5(n + 1)^2 - (20n - 5n^2) = 15 - 10n$$

• n -in hansı qiymətində $b - a$ hündürlüklər fərqi 10 m olduğunu müəyyən etmək üçün uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$15 - 10n = 10 \rightarrow n = 0,5 \text{ (san)}$$

Cavab. $15 - 10n$; 0,5 san.

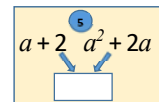
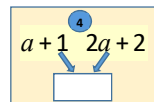
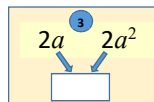
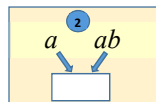
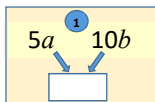


MÖVZU 4.4. Çoxhədlilərin vuruqlara ayrılması

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır. 7-2.1.6. Çoxhədlini vuruqlarına ayırır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarır. - Qruplaşdırma üsulu ilə çoxhədlini vuruqlara ayırır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.coolmath.com/algebra/04-factoring/01-what-is-a-factor-01 https://video.edu.az/video/9316 https://video.edu.az/video/9587 https://video.edu.az/video/9819 https://video.edu.az/video/9951 Çalışma: https://www.geogebra.org/m/ts92cng3 https://www.geogebra.org/m/psqVzppA https://www.geogebra.org/m/q4ht7teg https://www.geogebra.org/m/qg569wjc

Mövzuya yönəltmə

Müəllim masaya bir neçə nömrələnmiş kart qoyur. Bir neçə şagird lövhəyə dəvət edlir, şagirdlər kartları seçir və oradakı ifadələri lövhəyə yazırlar. Müəllim kartlardakı boş xanələrə verilən ifadələr üçün ortaqlıq yazılacağını deyib sinfə müraciət edir:



1 nömrəli kartda əmsallar üçün ortaqlıq necə müəyyən etmək olar? Hansı kartda yazılan iki ifadənin ortaqlıq a -ya bərabərdir? Hansı iki ifadənin ortaqlıq $(a+1)$ -ə bərabərdir? Bunu necə müəyyən etmək olar? Bənzər suallar üzərində müzakirə aparılır və şagirdlər ortaqlıq necə seçildiyini izah edirlər.

Araşdırma-müzakirə

Şəkildə bir tərəfi bərabər olan düzbucaqlıların sahələri altında qeyd olunub.

• Hər düzbucaqlıda tələb olunan tərəfini tapmaq üçün sahələri ifadə edən çoxhədlilər iki çoxhədlinin hasil şəkildə yazılır. Bunun üçün sahə modelindən istifadə edilir.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 8x & x \\ \hline 16 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} x+2 \\ x \end{array}$$

$$S = 8x + 16$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x^2 & x \\ \hline 2x & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} x+2 \\ x \end{array}$$

$$S = x^2 + 2x$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x^2 & 8x \\ \hline 2x & 16 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} x+2 \\ x \end{array}$$

$$S = x^2 + 2x + 8x + 16$$

- 1-ci və 2-ci hallarda birinin, 3-cü halda isə hər ikisinin ikihədli olduğu qeyd olunur.

Öyrənmə Ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması

Çoxhədlinin bir neçə çoxhədlinin hasili şəklində göstərilməsinin çoxhədlinin vuruqlara ayrılması adlandırıldığı qeyd olunur. Ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaqla çoxhədlinin vuruqlara ayrılması üsuluna nümunələr göstərilir.

$$12xy - 8x = 4 \cdot 3 \cdot x \cdot y - 4 \cdot 2 \cdot x = 4 \cdot x \cdot 3 \cdot y - 4 \cdot x \cdot 2 = 4x(3y - 2)$$

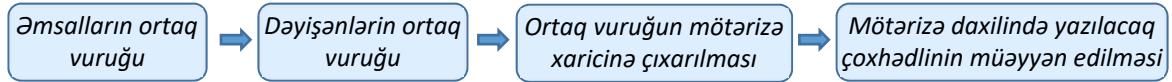
Əmsalları tam ədədlər olan çoxhədlidə ortaq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması qaydası şagirdlərə izah olunur. Nümunə siniflə müzakirə edilir.

$$9x^3y^2 + 6x^2y^3 = 3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot 3 \cdot x + 3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot 2 \cdot y = 3x^2y^2(3x + 2y)$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar.

<https://video.edu.az/video/9416> <https://video.edu.az/video/12578> <https://video.edu.az/video/9556>

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər ortaqlıq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması qaydası ilə əvvəlki siniflərdən tanışdırlar. Bu bilikləri ümumiləşdirib çoxhədlilərin vuruqlara ayrılmasına tətbiq etmək alqoritmik düşünmə bacarıqlarını gücləndirir, sonrakı mövzuların mənimsənilməsi üçün təməl yaradır. Çoxhədliləri vuruqlara ayırarkən qeyd olunan ardıcılığa əməl etməklə ortaqlıq vuruğun tapılması prosesini daha aydın və ardıcıl şəkildə şagirdlərin diqqətinə çatdırmaq olar.



✓ Əmsalların ortaqlıq vuruğu

Çoxhədlidəki bütün əmsalların modulu götürülür. Bu ədədlərin ən böyük ortaqlıq böləni, yəni ƏBOB-u tapılır. Tapılan ədəd mötərizə xaricinə çıxarılan birhədlinin əmsalı olur.

✓ Dəyişənlərin ortaqlıq vuruğu

Hər bir həddin təkrarlanan dəyişənləri müəyyən edilir. Hər dəyişən üçün qüvvətlərin ən kiçiyi seçilir. Bu, dəyişənlər ortaqlıq vuruq olan birhədlinin hərfi hissəsini təşkil edir.

✓ Ortaqlıq vuruğun mötərizə xaricinə çıxarılması

Əmsalların və dəyişənlərin ortaqlıq vuruqlarını yazmaqla alınan birhədli mötərizə xaricinə çıxarılır. Bu verilən çoxhədlinin hədlərinin ortaqlıq vuruğudur.

✓ Mötərizə daxilində yazılacaq çoxhədlinin müəyyən edilməsi

Hər bir hədd ortaqlıq vuruğa bölünür və alınan ifadə mötərizə daxilində yazılır.

Bu cür sistemli yanaşma şagirdlərin vuruqlara ayırma alqoritmını dərinlən mənimsəməsinə, onu müxtəlif nümunələrdə tətbiq etməsinə və daha mürəkkəb ifadələrin sadələşdirilməsində də səmərəli şəkildə istifadə etməsinə imkan yaradır. Bu mövzu hesablamadan çox, "qanunauyğunluğu tanıma" (pattern recognition) bacarığı tələb edir. Şagirdlərə vuruqlara ayırdıqdan sonra alınan mötərizələri bir-birinə vurub ilkin ifadənin alınmış-almadığını yoxlamağı tapşırmaq məqsədəuyğundur.

Çalışma

2. Boş xanaya elə birhədli tapılır ki, eynilik alınsın. Cavabın doğruluğu yoxlanılır.

a) $x^2 + 6x = x \cdot x + 6 \cdot x = \boxed{x}(x + 6)$

b) $-c^2 + 2c = c \cdot (-c) - 2 \cdot (-c) = \boxed{-c}(c - 2)$

c) $3a^2 + 9a + 3 = 3 \cdot a^2 + 3 \cdot 3a + 3 \cdot 1 = \boxed{3}(a^2 + 3a + 1)$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan, interaktiv oyunlardan istifadə etmək olar.

<https://video.edu.az/video/13941> <https://video.edu.az/video/8514> <https://learningapps.org/display?v=pi7nsv9zj25>

Diferensial təlim

Dəstək. Masaya kartlar düzülür. Şagirdlərə hər hansı iki kart seçib bu kartlarda yazılmış ifadələr üçün ən böyük ortaqlıq vuruğu tapmaq, yaxud ifadələrin cəmini yazıb vuruqlara ayırmaq tapşırılır.

$4x^2$	$2xy^3$	$-y^4$	$-2x^3y$	$8xy$
--------	---------	--------	----------	-------

Dərinləşdirmə. Masaya kartlar düzülür. Şagirdlərə hansı iki kartda yazılan ifadələr üçün ortağ vuruğun $3x$, x^2 , x^3y^2 olduğunu tapmaq, yaxud üç kart seçib uyğun ifadələrin cəmini yazaraq vuruqlara ayırmaq tapşırılır.

$$9xy^4$$

$$x^4y^2$$

$$-2x^2$$

$$12x^3y^3$$

$$-15x^3$$



Çoxhədliləri vuruqlara ayırarkən mötərizə xaricinə çoxhədli çıxarılan hallara aid şagirdlərə nümunələr göstərilir. Bəzən vuruqlardan birinin digərindən yalnız işarəsi ilə fərqləndiyi vurğulanır. Verilən nümunələr müzakirə edilir.

5. Ortaq vuruq müəyyən edilərək mötərizə xaricinə çıxarılır, ifadə iki çoxhədlinin hasili şəklində yazılır.

$$b) a(x-y) - (x-y) = a(x-y) - 1 \cdot (x-y) = (x-y)(a-1)$$

Hədlər qruplaşdırılır, ortağ vuruğun $x-y$ olduğu müəyyən edilir. Ortaq vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır.

Öyrənmə Qruplaşdırma üsulu ilə çoxhədlilərin vuruqlara ayrılması

Çoxhədlinin vuruqlara ayrılması üsullarından biri olan qruplaşdırma üsulu haqqında şagirdlərə məlumat verilir. İzah olunur ki, çoxhədlinin hədləri elə qruplaşdırılmalıdır ki, hər bir qrupdan ortağ vuruq mötərizə xaricinə çıxarıldıqdan sonra alınan ifadədə yenidən ümumi ortağ vuruq yaransın. Daha sonra bu ümumi ortağ vuruq mötərizə xaricinə çıxarılaraq çoxhədli iki çoxhədlinin hasili şəklində yazılır, yəni vuruqlara ayrılır. Dərsdə nümunə iki müxtəlif şəkildə qruplaşdırılaraq həll olunur. Hər iki yanaşmanın nəticəsi siniflə birlikdə müzakirə edilir.

$$ab - 3a + 2b^2 - 6b = (ab - 3a) + (2b^2 - 6b) = a(b-3) + 2b(b-3) = (b-3)(a+2b)$$

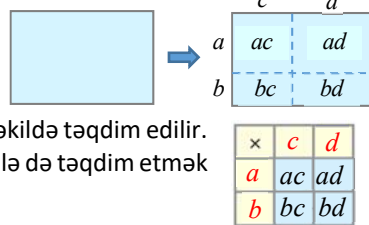
və ya

$$ab - 3a + 2b^2 - 6b = ab + 2b^2 - 3a - 6b = b(a+2b) - 3(a+2b) = (a+2b)(b-3)$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan istifadə etmək olar. <https://video.edu.az/video/8610>

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər əvvəlki bölmədə $(a+b)(c+d)$ şəklində ifadələri sadələşdirərək standart şəkildə yazmağı öyrənmişdilər. Öyrənmə prosesini daha anlaşılan etmək üçün bu biliklərin xatırladılması və həmin əməliyyatın tərsinə tətbiq olunması ilə vuruqlara ayırma üsulunun izah edilməsi məqsədəuyğundur. Bu yanaşma şagirdlərin həm mövcud biliklər arasında əlaqə qurmasına, həm də vuruqlara ayırma alqoritmini daha məntiqi və asan şəkildə mənimsəməsinə şərait yaradır.

Sahəsi $ac + bc + ad + bd$ ilə ifadə olunan düzbucaqlı modeli çəkilir. Bu model dörd kiçik düzbucaqlıya bölünür və hər birinin sahəsinin verilən çoxhədlinin hədlərindən biri olduğu qeyd olunur. Hər düzbucaqlının sahəsinə uyğun tərəfləri müəyyən edilib yazılır. Beləliklə, böyük düzbucaqlının sahəsi dörd hissəyə ayrılır və ac , bc , ad , bd hədləri vizual şəkildə təqdim edilir. Alınan nəticələri iki çoxhədlinin hasili üçün istifadə olunan cədvəl vasitəsilə də təqdim etmək olar.



Sonra hədlər iki-iki qruplaşdırılır və ortağ vuruq tapılaraq modelin köməyi ilə ifadənin $(a+b)(c+d)$ şəklinə gətirildiyi nümayiş etdirilir.

$$S = ac + bc + ad + bd = (ac + bc) + (ad + bd) = c(a+b) + d(a+b) = (a+b)(c+d)$$

Hədlər iki-iki qruplaşdırılır.

Hər qrup üçün ortağ vuruğun $(a+b)$ olduğu müəyyən olunur.

$(a+b)$ vuruğu mötərizə xaricinə çıxarılır.

Şagirdlərə çoxhədlini qruplaşdırmaqla vuruqlara ayırma üsulunu daha aydın izah etmək üçün istiqamətləndirici suallar verilə bilər:

– Nə üçün ac ilə bc və ad ilə bd həddi qruplaşdırıldı? Başqa hansı hədləri qruplaşdırmaq olardı? Nə üçün ac ilə bd və bc ilə ad hədlərini qruplaşdırmaqla çoxhədlini vuruqlara ayırmaq olmur?

7. Verilən ifadə iki çoxhədlinin hasili şəklində yazılır. Qruplaşdırmaq üçün hansı çoxhədlilərin seçildiyinə, bu çoxhədli seçiminin düzgün olduğuna diqqət edilir.

$$20px + 15xy - 12py - 25x^2 = 20px - 25x^2 + 15xy - 12py = 5x(4p-5x) + 3y(5x-4p) = 5x(4p-5x) - 3y(4p-5x) = (4p-5x)(5x-3y)$$

Çoxhədlilərin vurulma qaydasından istifadə etməklə çoxhədlinin vuruqlara düzgün ayrıldığını yoxlamağı şagirdlərə tapşırmaq tövsiyə olunur.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzi şagirdlər verilən çoxhədlini vuruqlara ayırarkən müəyyən səhvlərə yol verirlər. Məsələn:

Yanlış

Yalnız işarələri ilə fərqlənən vuruqlardan birinci mötərizə xaricinə çıxarılır.

$$2x - xy - 2y + 4 = x(2 - y) - 2(y - 2) = (2 - y)(x - 2)$$

$2x - xy - 2y + 4$ hədlərinin yerini istənilən ardıcılıqla yazmaq vuruqlara ayırmaq olar.

Hədlərin yerini dəyişdikdə işarələri də dəyişir.

$$2x - xy - 2y + 4 = 2x - 4 - 2y + xy$$

Doğru

Yalnız işarələri ilə fərqlənən vuruqlardan birinin işarəsi dəyişilir, sonra orta vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır.

$$2x - xy - 2y + 4 = x(2 - y) - 2(y - 2) = x(2 - y) + 2(2 - y) = (2 - y)(x + 2)$$

$2x - 2y + 4 - xy$ yazdıqda hədləri ardıcıl olaraq iki-iki qruplaşdırmaqla çoxhədlini vuruqlara ayırmaq olmur.

Hədlərin yerini dəyişdikdə işarələri saxlanılır.

$$2x - xy - 2y + 4 = 2x + 4 - 2y - xy$$

Verilən nümunələrə bənzər səhvlərə yol verən şagirdlərə bu səhvləri müzakirə etmək və aradan qaldırılması üçün şagirdlərə tövsiyələr vermək məqsəddə uyğundur.

9. Üçhədlinin ikinci həddi uyğun iki həddin cəmi şəklində yazılır. Hədləri qruplaşdırmaqla çoxhədli vuruqlara ayrılır.

$$b) m^2 - 6m + 5 = m^2 - m - 5m + 5 = m(m - 1) - 5(m - 1) = (m - 1)(m - 5), \text{ yaxud } m^2 - 6m + 5 = m^2 - 5m - m + 5 = m(m - 5) - (m - 5) = (m - 5)(m - 1)$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan və interaktiv resurslardan istifadə etmək olar.

<https://video.edu.az/video/9853>

<https://www.geogebra.org/m/psgVzppA>

Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagirdlər üçhədlini vuruqlara ayırarkən ikinci həddin nəyə görə iki həddə ayrıldığını anlamaqda çətinlik çəkirlər. Onlar $x^2 + 5x + 6$ ifadəsini vuruqlara ayırmağın sahəsi verilmiş bir düzbucaqlının tərəflərini $(x + 2$ və $x + 3)$ tapmaq olduğunu bilmirlər. Bunu başa düşmək üçün cəbr kartlarından istifadə etməklə, 9-cu tapşırıqda bəhs edilən üsulla uyğun ədədləri tapmaqla şagirdlərə nümunələr göstərmək olar. Bu bölünmə üçhədlinin əvvəlcə dörd həddi olan çoxhədliliyə çevrilməsinə, sonra isə qruplaşdırma yolu ilə vuruqlara ayrılmasına şərait yaradır. Üçhədlinin ikinci həddi elə iki həddə ayrılır ki, alınan çoxhədlini iki-iki qruplaşdırdıqda hər qrupda orta vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaq mümkün olsun. 8-ci sinifdə şagirdlər kvadrat tənliyin həll üsullarını keçərkən üçhədlinin vuruqlara ayrılması bacarığını daha da inkişaf etdirəcəklər. Bu mövzuda şagirdlərin seçmə üsulla üçhədlini vuruqlara ayırdığına diqqət edilməsi vacibdir. Məsələn, $m^2 - 6m + 5$ ifadəsində $-6m = -2m - 4m$, $-6m = -3m - 3m$ əvəzləməsi aparmaqla göstərmək olar ki, alınan çoxhədlini vuruqlara ayırmaq mümkün olmur. Vuruqlara ayırma yalnız $-6m = -m - 5m$ əvəzləməsi apardıqda mümkündür.

Məsələ həlli

13. Tərəfi x metr olan kvadrat formalı həyətdə bağça salmaq üçün düzbucaqlı yer ayrıldığı, bu düzbucaqlı yerin eni $x - 5$, sahəsinin isə $x^2 - 7x + 10$ çoxhədli ilə ifadə olunduğu qeyd olunur. Bağça çəkilən hasarın uzunluğunu,

• Bağça üçün ayrılmış yerin sahəsini göstərən çoxhədli vuruqlara ayrılır.

$$x^2 - 7x + 10 = x^2 - 2x - 5x + 10 = x(x - 2) - 5(x - 2) = (x - 2)(x - 5)$$

Düzbucaqlının eni $x - 5$ olduğundan uzunluğunun $x - 2$ olduğu qeyd olunur.

Bağçaya çəkilən hasarın uzunluğunu hesablamaq üçün çoxhədli yazılır.

$$2((x - 2) + (x - 5)) = 4x - 14$$

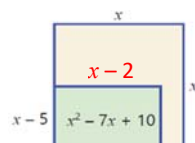
• Həyət sahəsi 121 m^2 olan kvadrat formasındadır. Deməli, $x = 11$, çünki $11^2 = 121$.

Bağça üçün ayrılmış yerin perimetri tapılır. $4 \cdot 11 - 14 = 30 \text{ (m)}$

Cavab. $4x - 14$; 30 m.

Müzakirə. Şəklə nəzər saldıqda bağça üçün ayrılmış yerin axtarılan tərəfini tapmaq üçün kvadratın tərəfləri ilə müqayisə etmək olar. Düzbucaqlı formasında bu yerin eni $x - 5$ olduğundan uzunluğunun da x ilə müəyyən ədədin fərqlinə bərabər olduğu qeyd oluna bilər.

$$(x - \square)(x - 5) = x^2 - 7x + 10 \text{ yazmaqla boş xanaya uyğun ədədin 2 olduğu tapılır, həll davam etdirilir.}$$



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Qruplaşdırma üsulu ilə çoxhədli vuruqlara ayırır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

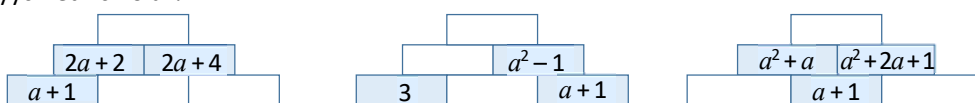
MÖVZU 4.5. Müxtəsər vurma düsturlarının köməyi ilə vuruqlara ayırma

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır. 7-2.1.5. Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq edir. 7-2.1.6. Çoxhədlini vuruqlarına ayırır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Müxtəsər vurma düsturlarının köməyi ilə çoxhədlini vuruqlara ayırır. - Çoxhədlini müxtəlif üsullarla vuruqlara ayırır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.coolmath.com/algebra/04-factoring/06-difference-squares-cubes-05 https://video.edu.az/video/9861 https://video.edu.az/video/11555

Mövzuya yönəltmə

Lövhyə piramida modeli çəkilir. Şagirdlərə hər üst mərtəbədəki xanaya alt mərtəbədəki hədlərin hasili yazıldığı qeyd olunur və suallar ünvanlanır:

–1-ci piramidada hansı boş xanaya uyğun həddi tapmaq üçün verilən ifadələrin hasilindən istifadə olunur? Hansı xanaya uyğun həddi tapmaq üçün çoxhədlilərin ortaq vuruğunu tapmaq lazımdır? Çoxhədlini iki çoxhədlinin hasil şəklində yazmaqla hansı boş xanada olan həddi tapmaq olar? Ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaqla bunu necə müəyyən etmək olar?

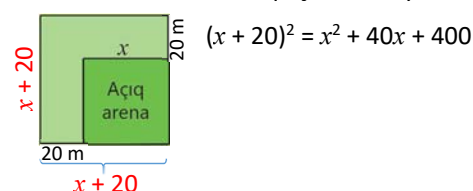


Digər piramida modelləri üçün də bənzər suallar verməklə boş xanalara uyğun ifadələr müəyyən edilir. Hansı hallarda müxtəsər vurma düsturlarından istifadə edildiği müzakirə olunur.

Araşdırma-müzakirə

Atçılıq mərkəzində kvadrat formasında olan açıq arenanın tərəflərinin 20 m artırıldığı qeyd olunur. Açıq arenanın sahəsini göstərmək üçün ifadə yazmaq, qapalı arenanın uzunluğunu ifadə edən çoxhədlini isə kvadratlar fərqi düsturundan istifadə etməklə tapmaq tələb olunur.

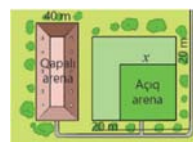
- Açıq arenanın tərəfinin $x + 20$ olduğuna əsasən sahəsini hesablamaq üçün ifadə yazılır.



- Artırılan sahəni ifadə edən çoxhədli yazılır və kvadratlar fərqi düsturu tətbiq edilir.

$$(x + 20)^2 - x^2 = (x + 20 - x)(x + 20 + x) = 20(2x + 20) = 40(x + 10)$$

Qapalı arenanın sahəsi $40(x + 10)$, eni isə 40 olduğundan uzunluğunu göstərən ifadənin $x + 10$ olduğu qeyd olunur.



Şagirdlərə yönəldici suallarla müraciət etməklə müxtəsər vurma düsturlarını yada salmaq məqsədəuyğundur.

Öyrənmə Müxtəsər vurma düsturlarının köməyi ilə çoxhədlilərin vuruqlara ayrılması

Bəzən çoxhədliləri vuruqlara ayırarkən müxtəsər vurma düsturlarından istifadə olunduğu qeyd olunur və nümunələr göstərilir.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Müəllimin nəzərinə! Bu mövzu “qanunauyğunluğu tanıma” (pattern recognition) bacarığı tələb edir. Vuruqlara ayırma prosesində şagirdlər ifadədəki hədlər arasında əlaqələri və uyğun qruplaşdırma imkanlarını müəyyən edərək ortaq vuruğu seçməlidirlər. Şagirdlərə müxtəsər vurma düsturları ilə çoxhədlilərin vuruqlara ayrılması arasında olan əlaqəni izah etmək, həm bu düsturların tətbiq mexanizmini dərk etmələrinə, həm də ifadələri daha səmərəli şəkildə sadələşdirmə bacarığını formalaşdırmalarına xidmət edir. Bu əlaqəni anlayan şagirdlər oxşar struktura malik ifadələri tez bir zamanda müəyyən edir və onları vuruqlara daha asan ayırırlar.

İkihədlinin kvadratı $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ Hasil Vuruqlara ayırma	Kvadratlar fərqi $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ Hasil Vuruqlara ayırma	İkihədlinin kubu $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ Hasil Vuruqlara ayırma	Kublar cəmi (fərqi) $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ Hasil Vuruqlara ayırma
---	--	---	--

Çalışma

2. İfadə çoxhədlilərin hasili şəklində yazılır.

$$4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = \text{Ortaq vuruq müəyyən olunur. } \Theta\text{BOB}(4x^3, 4x) = 4x. \quad 4x \text{ mötərizə xaricinə çıxarılır.} \\ = 4x(x + 1)(x - 1) \quad x^2 - 1 \text{ ifadəsinə kvadratlar fərqi düsturu tətbiq olunur.}$$

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar. <https://video.edu.az/video/11555>
<https://video.edu.az/video/8422>

Diqqət

Bəzən ilk baxışdan çoxhədliləri necə qruplaşdırmağın lazım olduğunu müəyyən etmək çətin olur. Belə hallarda çoxhədlini iki və ya daha çox çoxhədlinin hasili şəklində yazmaq olursa, hədlərini qruplaşdıraraq müxtəsər vurma düsturlarından istifadə etməklə vuruqlara ayrıldığı vurğulanır və nümunələr göstərilir. Düzgün qruplaşdırma uyğun müxtəsər vurma düsturunu seçməyə və ifadəni daha sürətli, səmərəli şəkildə vuruqlara ayırmağa imkan verir.

Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagirdlər çoxhədlini vuruqlara ayırarkən haradan başlamağı və hansı üsulu seçməyi müəyyən etməkdə çətinlik çəkir. Bu çətinliyin qarşısını almaq üçün qeyd olunan ardıcılıqdan istifadə edərək ən əlverişli üsulun necə müəyyən edildiyini izah etmək məqsədəuyğundur.

Ortaq vuruğun müəyyən edilməsi



Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi



Qruplaşdırma üsulu

✓ Ortaq vuruğun müəyyən edilməsi

İlk addım kimi çoxhədlidə bütün hədlərin ortaq vuruğunun (ƏBOB) olub-olmadığı yoxlanılmalıdır. Əgər belə vuruq varsa, onun mötərizə xaricinə çıxarılması sonrakı addımları sadələşdirmək üçün önəmlidir.

✓ Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi

İfadə ikihədlidirsə, onun kvadratlar fərqi və ya kubun cəmi (fərqi) düsturları, ifadə üçhədlidirsə, onun ikihədlinin kvadratı düsturu ilə vuruqlara ayrılıb-ayrılmadığı müəyyən edilir.

✓ Qruplaşdırma üsulu

Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi mümkün deyilsə, qruplaşdırma üsulundan istifadə olunur. Hədlər elə iki qrupa ayrılmalıdır ki, hər qrupda ortaq vuruq çıxarmaq mümkün olsun.

Vuruqlara ayırma prosesini bitirdikdən sonra çoxhədlilərin vurulması qaydası, yaxud müxtəsər vurma düsturları vasitəsilə cavabın doğruluğu yoxlanılır.

6. Cəmin, yaxud fərğin kubu düsturundan istifadə etməklə ifadə ikihədlinin kubu şəklində yazılır. Dəyişənlərin verilən qiymətlərində ifadənin qiyməti hesablanır.

$$x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3 = (x - 2y)^3 \quad x = 5 \quad y = 2 \rightarrow (5 - 2 \cdot 2)^3 = 1$$

7. Eynilik isbat edilir.

$$a) x + y + x^3 - xy^2 = (x + y)(x^2 - xy + 1)$$

Bərabərliyin sol tərəfindəki çoxhədli vuruqlara ayrılır.

$$x + y + x^3 - xy^2 = x + y + x(x^2 - y^2) =$$

$$x + y + x(x + y)(x - y) =$$

$$(x + y)(1 + x(x - y)) =$$

$$(x + y)(1 + x^2 - xy) = (x + y)(x^2 - xy + 1)$$

Çoxhədlinin hədləri yazıldığı ardıcılıqla iki-iki qruplaşdırılır.

$x^2 - y^2$ ifadəsinə kvadratlar fərqi düsturu tətbiq olunur.

$x + y$ orta q vuruq olduğundan mötərizə xaricinə çıxarılır.

2-ci mötərizə daxilindəki ifadə sadələşdirilir.

Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə hər hansı bir kart seçib yazılan ifadənin vuruqlara ayrılıb-ayrılmadığını müəyyən etmək, vuruqlara ayrılırsa, vuruqlara ayırmaq, hansı üsuldən istifadə etdiklərini, müxtəsər vurma düsturlarının tətbiq olunub-olmadığını izah etmək tapşırılır.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə hansı iki kartda yazılan ifadəni vuruqlara ayırdırsa

vuruqlardan birinin $1 - x$, $1 + x$, $x + 2$, olduğunu, hansı çoxhədlinin 2, 3 və ya 4 vuruğunun olduğunu, eyni zamanda hansı çoxhədlilərin olduğunu tapmaq tapşırılır. Bununla yanaşı, şagirdlərə hansı çoxhədlilərin cəminin vuruqlara

$4x^2 - 4$	$x + x^3$	$x - x^3$
$x^4 - 16$	$x^3 + 8$	$x^4 + 16$

ayrıldığı ilə bağlı da tapşırıq vermək olar. Şagirdlər hansı üsuldən istifadə etdiklərini, müxtəsər vurma düsturlarının tətbiq olunub-olmadığını izah edirlər.

Məsələ həlli

8. Şəkilə oturmağının sahəsi $(25a^2 - 1)$ kvadratmetr, həcmi isə $(25a^3 - a)$ kubmetr olan kuboid formasında hovuz təsvir olunduğu qeyd olunur.

- Hovuzun həcmi və oturmağının sahəsini göstərən çoxhədlilər vuruqlara ayrılır.

Hovuzun həcmi: $25a^3 - a = a(25a^2 - 1) = a(5a + 1)(5a - 1)$

Hovuzun oturmağının sahəsi: $25a^2 - 1 = (5a + 1)(5a - 1)$

- Hovuzun oturmağının sahəsi və həcminə əsasən ölçüləri tapılır. Hovuzun yan səthinin sahəsini hesablamaq üçün çoxhədli yazılır.

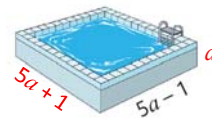
$$S_{\text{yan}} = 2a(5a + 1) + 2a(5a - 1) = 20a^2$$

- Hovuzun hündürlüyü $a = 2$ m olduqda onun eni və uzunluğu tapılır.

Hovuzun eni: $5a - 1 = 5 \cdot 2 - 1 = 9$ (m)

Hovuzun uzunluğu: $5a + 1 = 5 \cdot 2 + 1 = 11$ (m)

Cavab. $a(5a + 1)(5a - 1)$ və $(5a + 1)(5a - 1)$; $20a^2$; hovuzun eni: 9 m, uzunluğu isə 11 m-dir.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Müxtəsər vurma düsturlarının köməyi ilə çoxhədli vuruqlara ayırır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çoxhədli müxtəlif üsullarla vuruqlara ayırır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə. Dərslikdə bölmənin xülasəsində verilən anlayışlar şagirdlərlə təkrarlanır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər müəllim tərəfindən şagirdlərə xatırladılır. Hər anlayış səsləndikcə şagirdlər onun məzmununu izah edir, nümunələr göstərilir.

Müxtəsər vurma düsturları, cəmin kvadratı, fərqi kvadratı, kvadratlar fərqi, cəmin kubu, fərqi kubu, natamam kvadrat, kublar cəmi, kublar fərqi, orta q vuruq, vuruqlara ayırma

Bölmənin ilk səhifəsində müxtəsər vurma düsturlarının tətbiq sahələri haqqında verilən məlumat şagirdlərlə yada salınır. Həndəsi fiqurların sahə və həcmnin tapılmasında, maliyyə – iqtisadiyyat və müxtəlif məsələlərin modelləşdirilməsində müxtəsər vurma düsturlarından istifadə olunduğu qeyd edilir. “Cəhd edin!” tapşırıqında verilən suallar bölmənin əvvəlində müzakirə edilmişdi. Verilən cavablar yada salınır və ilkin problemin həlli ilə müqayisə olunur.

Praktik tapşırıq. Şagirdlərə iş vərəqləri paylanır, bir şagird lövhəyə dəvət olunur və vərəqdəki ifadəni lövhəyə yazmaq tapşırılır. Bu ifadəyə eyniliklə bərabər olan ifadə olan vərəqi verilən şagird lövhəyə yaxınlaşıb öz ifadəsini yazır, sinif isə cavabı yoxlayır. Bu proses bütün eyniliklər tapılana qədər davam etdirilir.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

https://drive.google.com/file/d/1BZa6ba_T6993IzxlzESdoUkzFLaErC-8/view?usp=sharing

1	2	3	4
$(a+b)^2 - (a-b)^2$	$(a+3b)(a+2b)$	$4a(a+b)(a-b)$	$4(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$a^2+5ab+6b^2$	$4ab$	$4a^2-4ab^2$	a^2-9a
$4a^2-4b^2$	$a(a+3)(a-3)$	$3a^2-3$	$(a+2)^2 - (a-2)^2$
$(a+2)^2 - a^2$	$4(3a^2+4)$	$3(a-1)(a^2+a+1)$	$4(a+1)$

QR kod vasitəsilə cavab təqdim olunur.



Müəllim şagirdləri lövhəyə dəvət edərkən ifadələrin sadələşdirilməsində müxtəsər vurma düsturlarının, orta q vuruğun və qruplaşdırma üsulunun tətbiqini vurğulaya bilər. Bu yolla şagirdlər müxtəlif üsullardan istifadə etməklə ifadələri sadələşdirilmiş olurlar, sonda həll üsulları ilə bağlı müzakirə aparmaq məqsəduyğundur.

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

3. Kvadratlar fərqi düsturundan istifadə etməklə müqayisə aparılır və kalkulyatorda cavab yoxlanılır.

b) 1024^2 və $1020 \cdot 1028$

İki ədədin cəmi 1028-ə bərabərdir. Ədədlərdən kiçiyi x , böyüyü isə $1028 - x$ ilə işarə olunur. Ədədlərin fərqi 1020 olduğuna əsasən tənlik yazılır və həll edilir.

$$1028 - x - x = 1020 \rightarrow x = 4$$

Böyük ədəd tapılır. $1028 - 4 = 1024$

1020 və 1028 ədədləri tapılan ədədlərinin cəmi və fərqi şəklində yazılır. $1020 = 1024 - 4$; $1028 = 1024 + 4$.

İki ədədin cəminin və fərqi hasili düsturu tətbiq edilir. $1020 \cdot 1028 = (1024 - 4) \cdot (1024 + 4) = 1024^2 - 16$

1024^2 və $1024^2 - 100$ müqayisə edilir. $1024^2 > 1024^2 - 16$

Kalkulyatorda cavab yoxlanılır.

$$1024^2 \text{ və } 1020 \cdot 1028$$

$$1048576 > 1048560$$

Müxtəsər vurma düsturlarından istifadə etməklə belə müqayisənin aparılmasının geniş istifadə olunan üsullardan olduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

6. $A = 3x + 1$, $B = 3x - 1$ və $C = x - 1$ olarsa, verilən ifadə x -dən asılı ifadə şəklində yazılır.

$$b) C^2 - AB = (x-1)^2 - (3x+1)(3x-1) =$$

$$= x^2 - 2x + 1 - (9x^2 - 1) =$$

$$= x^2 - 2x + 1 - 9x^2 + 1 =$$

$$= -8x^2 - 2x + 2$$

A, B və C əvəzinə x-dən asılı ifadələr yazılır.

Fərqi kvadratı və cəmi ilə fərqi hasili düsturları tətbiq olunur.

Mötərizə qarşısında mənfi işarəsinə əsasən $-(9x^2 - 1) = -9x^2 + 1$

Oxşar toplananlar islah edilir və ifadə x-dən asılı ifadə şəklində yazılır.

Bəzən şagirdlər çox əməlli ifadələri sadələşdirərkən, bir ifadəni digəri ilə əvəz edərkən və ya müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq edərkən mötərizənin qarşısındakı mənfi işarəyə diqqət yetirmirlər, əməllərin sayı artdıqca oxşar toplananları islah edərkən müəyyən səhvlərə yol verirlər. Belə səhvlərin qarşısını almaq üçün şagirdlərə mənfi işarəsinin nəticəyə təsirini göstərən sadə nümunələr təqdim etmək məqsəduyğundur.

7. Verilənlərə görə ifadənin qiyməti tapılır.

b) $ab = 1,5$ və $a^2 + b^2 = 4$ olarsa, $(a - b)^2$ ifadəsinin qiymətini tapmaq üçün fərqi kvadratı düsturundan istifadə olunur.

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 4 - 2 \cdot 1,5 = 1 \rightarrow (a - b)^2 = 1$$

d) $a - 2b = 1$ və $ab = 0,5$ olarsa, $a^2 + 4b^2$ ifadəsinin qiymətini tapmaq üçün fərqi kvadratı düsturundan istifadə olunur.

$$(a - 2b)^2 = a^2 + 4b^2 - 4ab$$

$$1^2 = a^2 + 4b^2 - 4 \cdot 0,5 \rightarrow a^2 + 4b^2 = 1 + 2 = 3$$

12. Müxtəsər vurma düsturundan istifadə edilir və dəyişənin verilən qiymətində ifadənin qiymətini tapılır.

$$a) 2m^2 - 4mn + 2n^2$$

$$m = 2,5 \quad n = 0,5$$

$$2m^2 - 4mn + 2n^2 = 2(m^2 - 2mn + n^2) = 2(m - n)^2 = 2 \cdot (2,5 - 0,5)^2 = 8$$

Ortaq vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır. İki həddinin fərqinin kvadratı düsturu tətbiq edilir. İfadənin qiyməti hesablanır.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan istifadə etmək olar. <https://video.edu.az/video/8838>

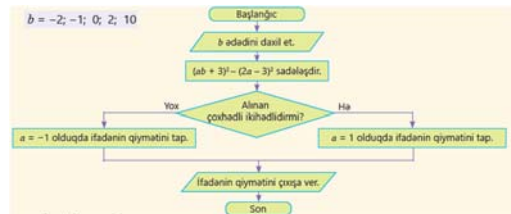
13. Alqoritm yerinə yetirilir və sonda alınan ədəd müəyyən olunur. b -nin verilən qiymətinə əsasən ifadə sadələşdirilir, alınan çoxhəddli standart şəkildə yazılır və blok-sxemə nəzər salınır. Şərt blokunun uyğun budağı üzrə hərəkət etməklə dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini hesablayır və çıxışda alınan ədədi müəyyən edirlər.

$$b = -2 \rightarrow (-2a + 3)^2 - (2a - 3)^2 = 0 \quad \text{Alınan ifadə iki həddli deyil.}$$

$$b = -1 \rightarrow (-a + 3)^2 - (2a - 3)^2 = -3a^2 + 6a \quad \text{Alınan ifadə iki həddlidir.}$$

$a = 1$ olduqda ifadənin qiyməti hesablanır.

$$-3a^2 + 6a = -3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 = 3$$



16. b) Üç ardıcıl tək ədəd uyğun olaraq x , $x + 2$ və $x + 4$ ilə işarə edilir. Şərtə əsasən bu ədədlərdən ən böyüyü ilə ən kiçiyinin hasilinin ortadakı ədədin kvadratından 4 vahid kiçik olduğu qeyd olunur. Uyğun ifadə yazılır.

$$(x + 4)x = (x + 2)^2 - 4$$

Bərabərliyin eynilik olduğu isbat edilir.

$$x^2 + 4x = x^2 + 4x + 4 - 4$$

$$x^2 + 4x = x^2 + 4x$$

17. Mağazaya gətirilən qırmızı qələm qutularının sayı bu qutuların hər birindəki qələmlərin sayına bərabərdir. Mağazaya gətirilən yaşıl qələm qutuları qırmızı qələm qutularından 1 vahid çoxdur. Hər yaşıl qələm qutusunda qələmlər qırmızı qələm qutusunda qələmlərdən 1 vahid azdır. Mağazaya qırmızı, yoxsa yaşıl qələmin çox gətirildiyini və nə qədər çox olduğunu tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

Verilənlərə əsasən məsələnin qısa şərti yazılır:

Bir qırmızı qələm qutusunda qələmlərin sayı: x Bir yaşıl qələm qutusunda qələmlərin sayı: $x - 1$

Qırmızı qələm qutularının da sayı: x

Yaşıl qələm qutularının da sayı: $x + 1$

Qırmızı və yaşıl qələmlərin ümumi sayını tapmaq üçün ifadələr yazılır.

Qırmızı qələmlərin ümumi sayı: x^2

Yaşıl qələmlərin ümumi sayı: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

Deməli, mağazaya qırmızı qələmlər çox gətirilib. Qırmızı qələmlərin nə qədər çox gətirildiyi tapılır.

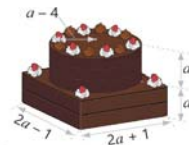
$$x^2 - (x^2 - 1) = 1.$$

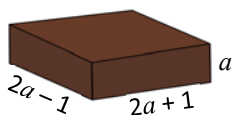
Cavab. Mağazaya gətirilən qırmızı qələmlər yaşıl qələmlərdən 1 vahid çoxdur.

18. Şirniyyatçıdan tort üçün kuboid və silindr formasında biskvitlərdən hazırladığı tortun həcmi ifadə edən çoxhəddlinin yazılması, $a = 15$ sm olduqda həcmnin tapılması və hər kvadratsantimetrinə 0,2 q şokolad istifadə olunarsa, tortun səthi üçün ümumilikdə istifadə olunan şokoladın kütləsinin tapılması tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Tortun həcmi göstərən ifadəni yazmaq üçün əvvəlcə kuboid və silindr formasında biskvitlərin həcmi hesablanır və cəmi tapılaraq çoxhəddli şəkildə yazılır.





$$V_{\text{kuboid}} = a(2a+1)(2a-1) = 4a^3 - a$$



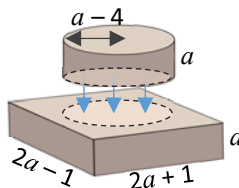
$$V_{\text{silindr}} = \pi(a-4)^2 a \approx 3a^3 - 24a^2 + 48a$$

$$V = V_{\text{kuboid}} + V_{\text{silindr}} \approx 4a^3 - a + 3a^3 - 24a^2 + 48a = 7a^3 - 24a^2 + 47a$$

• $a = 15$ sm olarsa, tortun həcmi hesablanır.

$$7a^3 - 24a^2 + 47a = 7 \cdot 15^3 - 24 \cdot 15^2 + 47 \cdot 15 = 18930 \text{ (sm}^3\text{)}$$

• Tortun səthinin ümumi sahəsini ifadə edən çoxhədli yazılır. Bunun üçün şəklə nəzər salınır. Silindr və kuboidi üst-üstə qoyduqda alınan fiqurun səthinin sahəsini tapmaq üçün hər iki fiqurun səthinin sahəsindən silindrin oturacağı olan dairənin sahəsinin iki misli çıxılır. Həmçinin fiqurun səthi şokoladla örtüldüyündən kuboidin oturacağının sahəsi də çıxılmalıdır. Bunları nəzərə alaraq şokolad töküləcək səthin sahəsi hesablanır.



$$S_{\text{silindr}} = 2\pi a(a-4) + 2\pi(a-4)^2$$

$$S_{\text{kuboid}} = 2(a(2a+1) + a(2a-1) + (2a+1)(2a-1)) = 16a^2 - 2$$

$$S = S_{\text{silindr}} + S_{\text{kuboid}} - 2\pi(a-4)^2 = 16a^2 - 2 + 2\pi a(a-4) + 2\pi(a-4)^2 - 2\pi(a-4)^2 \approx 16a^2 - 2 + 6a(a-4) = 22a^2 - 24a - 2$$

$a = 15$ sm olduqda tortun səthinin hər kvadratsantimetrinə 0,2 q şokolad istifadə olunarsa, ümumilikdə nə qədər şokolad istifadə olunduğu hesablanır.

$$0,2 \cdot (22 \cdot 15^2 + 24 \cdot 15 - 2) = 917,6 \text{ (q)}$$

Cavab. $7a^3 - 24a^2 + 47a$; 18930 sm^3 ; $917,6 \text{ q}$.



Riyazi kaleydoskop

1. Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etməklə ifadələrin qiyməti hesablanır.

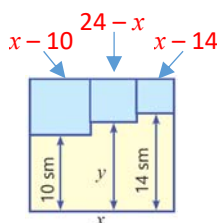
$$a) \frac{199 \cdot 201}{2024^2 - 2023 \cdot 2025} = \frac{(200-1) \cdot (200+1)}{2024^2 - (2024-1) \cdot (2024+1)} = \frac{200^2 - 1}{2024^2 - 2024^2 + 1} = 3999$$

2. $a^2 - 3a + 8$ ifadəsinin qiymətinin 10-a bərabər olduğuna əsasən verilən ifadələrin qiyməti hesablanır.

$$a^2 - 3a + 8 = 10 \quad a^2 - 3a = 2$$

$$a^4 - 6a^3 + 9a^2 = a^2(a^2 - 6a + 9) = a^2(a-3)^2 = (a(a-3))^2 = (a^2 - 3a)^2 = 2^2 = 4$$

4. Tərəfi x sm olan böyük kvadratın daxilində kiçik kvadratlar çəkilib.



Verilənlərə əsasən böyük və kiçik kvadratın tərəfləri tapılır.

Böyük mavi kvadratın tərəfi: $x - 10$

Kiçik mavi kvadratın tərəfi: $x - 14$

Ortadakı kvadratın tərəfini tapmaq üçün böyük kvadratın tərəfindən böyük və kiçik mavi kvadratların tərəfləri cəmi çıxılır. $x - (x - 10 + x - 14) = 24 - x$

y məsafəsini ifadə edən çoxhədli yazılır. $x - (24 - x) = 2x - 24$

Böyük kvadratın tərəfi 18 sm-dir. y məsafəsi tapılır. $2x - 24 = 2 \cdot 18 - 24 = 12 \text{ (sm)}$

Cavab. $2x - 24$; 12 sm.



"AQUADOM AKVARIUMU"

"AquaDom" akvariumunun Almaniyanın Berlin şəhərində yerləşən böyük akvarium kompleksi olduğu, bu akvariumun nəyə görə "Ginnesin rekordlar kitabı"na daxil edildiyi və dağılması haqqında məlumat verilir.

Qeyd olunur ki, bir müddət bərpası ilə bağlı işlər nəticəsində akvarium 2025-ci ildə davamlı, müasir və ekoloji cəhətdən uyğunlaşdırılmış "Canlı ağac" ("Living Tree") konsepti ilə əvəz olunmuşdur. Texniki imkanları olan siniflərdə şagirdlərlə "AquaDom" akvariumu və hazırda həmin yerin görünüşü ilə bağlı videoları izləmək olar.

əvvəl: <https://youtu.be/ZVxbV9zEtjs>

sonra: <https://youtu.be/UOXBdn7oJa4>



"AquaDom" akvariumu və onun dağılma səbəbləri barədə məlumat toplanılır. "AquaDom" akvariumu ilə bağlı bir neçə mühüm nəticəni qeyd etmək, layihə hazırlığında diqqət edilən məqamları vurğulamaq məqsəduyğundur:

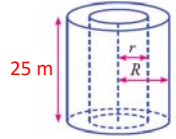
- ✓ böyük və mürəkkəb strukturların dayanıqlığına və təhlükəsizliyinə xüsusi diqqət yetirilməlidir;
- ✓ dizayn və planlaşdırma zamanı fəvqəladə hallar nəzərə alınmalıdır;
- ✓ materialların keyfiyyəti və düzgün saxlanması təmin edilməlidir.

Həmçinin belə hadisədən nəticə çıxararaq "Canlı ağac" kimi daha davamlı, ekoloji və təhlükəsiz alternativlər yaratmağın mümkün olduğunu qeyd etmək olar.

1. Hündürlüyü 25 m, daxili silindrinin radiusu r , xarici silindrinin radiusu R olan "AquaDom" akvariumunun tutduğu suyun kütləsini hesablamaq üçün ifadə yazılır (suyun sıxlığı 1000 kq/m^3 və $\pi \approx 3,14$).

$$V = \pi R^2 h - \pi r^2 h = \pi h (R^2 - r^2) \approx 3,14 \cdot 25 (R^2 - r^2) = 78,5 (R^2 - r^2)$$

$$m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 78,5 (R^2 - r^2) = 78500 (R^2 - r^2)$$



2. Hündürlüyü 25 m, daxili silindrinin diametri 8 m, xarici silindrinin diametri 14 m olan "AquaDom" akvariumunun neçə ton su tutduğunu hesablanır.

$$78500 (R^2 - r^2) = 78500 \cdot (7^2 - 4^2) = 2590500 \text{ (kq)} \quad 2590500 \text{ kq} = 2590,5 \text{ t}$$

3. İnternetdən dünyanın ən böyük 5 akvariumu və onların görünüşləri haqqında məlumat toplanılır.



1. "Chimelong" kosmik gəmisi
Tutumu: 75 350 969 /



2. Abu-Dabi dəniz dünyası
Tutumu: 58 000 000 /



3. "Chimelong" okean krallığı
Tutumu: 48 750 000 /



4. S.E.A Akvarium
Tutumu: 45 200 000 /



5. "L'Océanographique"
Tutumu: 41 600 000 /

Şagirdlərə əlavə məlumat əldə etmək üçün istinad linklərinin verilməsi tövsiyə olunur.

<https://www.jagranjosh.com/general-knowledge/largest-aquariums-in-the-world-1820000348-1>

4. Şagirdlər arzuladıqları akvariumun formasını, ölçülərini və tutumunu müəyyən edirlər. Akvariumda nəzərdə tutulan canlılardan və suyun miqdarından asılı olaraq hansı qalınlıqda şüşədən, yaxud başqa materialdan istifadə edəcəklərini araşdırmaqla təqdimat hazırlayırlar. Hazırlanan təqdimatların sinifdə nümayişi tövsiyə olunur.

5-ci BÖLMƏ

Dördbucaqlılar

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	106	
Mövzu 5.1	Həndəsənin ilkin anlayışları	4	107	70
Mövzu 5.2	Dördbucaqlılar		110	72
Mövzu 5.3	Paraleloqram	3	114	74
Mövzu 5.4	Paraleloqramın növləri. Düzbucaqlı, romb, kvadrat	3	118	77
Mövzu 5.5	Üçbucağın orta xəttinin və medianlarının xassələri	3	122	80
Mövzu 5.6	Trapeziya	2	126	83
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Memarlıqda təg konstruksiyaları"	2	130	86
	KSQ-5	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	19		

Bölmənin qısa icmalı

Ümumi orta təhsilin 7-ci sinfindən başlayaraq həndəsənin geniş formada öyrənilməsinin təməli qoyulur. Aşağı siniflərdə həndəsi fiqurlara, onların bəzi xüsusiyyətlərinə toxunulsa da, həndəsənin əsas aksiomları və teoremləri ilə tanışlıq 7-ci sinifdə başlayır. Ona görə də bu bölmədə həndəsənin ilkin anlayışları mövzusunun verilməsi zəruri hesab olunur. Bölmədə qabarıq və çökük (qabarıq olmayan) dördbucaqlılar, paraleloqram və onun növləri, üçbucağın orta xətti və medianlarının xassələri, trapesiyanın bəzi xüsusiyyətləri öyrənilir, əldə olunan biliklər müxtəlif tipli tapşırıqların və məsələlərin həllinə tətbiq edilir.

Nəyə diqqət etməli?

Nöqtə, düz xətt, müstəvi anlayışları şagirdlərin diqqətinə çatdırılır, aksiom və teorem haqqında ilkin biliklər verilir. Şagirdlərdə bu anlayışları izah etmək, bir-birindən fərqləndirmək kimi bacarıqlar formalaşdırılır.

Dördbucaqlının növlərinin, onların bəzi xassələrinin, oxşar və fərqli cəhətlərinin izahında nümunələrdən istifadə etmək məqsəduyğundur.

Həndəsi fiqurları, onların elementlərini təsvir edərkən şagirdlərin bəzi çətinlikləri ola bilər. Fiqurları (xüsusilə paraleloqram və üçbucaqları) təsvir edərkən onların müxtəlif vəziyyətlərdə çəkilməsi məqsəduyğundur. Bu yanaşma şagirdlərdə fiquru yalnız vizual görünüşünə görə deyil, həm də tərif və xassələrinə əsasən tanıma bacarığını inkişaf etdirəcək.

Müəllim dördbucaqlıların öyrənilməsində şagirdlərin qarşısına çıxacaq problemlərin xüsusiyyətlərini diqqətdə saxlamaqla onların aradan qaldırılmasına nail olur.

Riyazi dilin inkişafı

Bu bölmədə "qabarıq dördbucaqlı", "çökük (qabarıq olmayan) dördbucaqlı", "paraleloqram", "romb", "düzbucaqlı", "kvadrat", "diaqonal", "daxili bucaq", "xarici bucaq", "orta xətt", "median" anlayışları izah edilir. Teorem və təriflərin düzgün ifadə edilməsi, riyazi təkliflərdə şərt və hökmü fərqləndirmək, teoremlərin isbatında məntiqi zənciri qurmaq üçün anlayışların və onların xüsusiyyətlərinin dəqiq öyrədilməsi zəruridir.

Bölmədə mənimsədilən riyazi anlayış və terminlər

Həndəsənin əsas anlayışları, riyazi təklif, aksiom, teorem, qabarıq dördbucaqlı, qabarıq olmayan (çökük) dördbucaqlının növləri və onların bəzi xassələri, diaqonal, üçbucağın və trapesiyanın orta xətti.

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Nöqtə, düz xətt, parça
- Qonşu və qarşılıqlı bucaqlar
- Tənbölən, median, hündürlük
- Müstəvi fiqurların təpələri, tərəfləri və bucaqları
- Perimetr, sahə
- Düzbucaqlının diaqonalı

Fənlərarası integrasiya

Ətraf mühitdə, tətbiqi elmlərdə və texnologiyalarda dördbucaqlı formasında olan fiqurlar mühüm rol oynayır. Müxtəlif fənlərdə dördbucaqlılar və onların xassələri müxtəlif məsələlərin həllinə tətbiq edilir. Coğrafiyada xəritələr və planlar çox zaman düzbucaqlı formasında təsvir edilir, hesablamalar zamanı onun xassələrindən istifadə olunur. Rəqəmsal şəkillər çoxsaylı kiçik kvadrat formalı piksellərdən təşkil olunur. Hərəkətin trayektoriyası və qüvvələrin təsviri düzbucaqlı koordinat sistemində verilir, qüvvələrin toplanması paraleloqram qaydasında aparılır və s. Memarlıqda və inşaatda da dördbucaqlılar, onların xassələri geniş tətbiq edilir.

MÖVZULAR 5.1 və 5.2. Həndəsənin ilkin anlayışları. Dördbucaqlılar

ALTSTANDARTLAR	7-3.3.1. Qabarıq və çökük dördbucaqlıları fərqləndirir. 7-3.3.2. Dördbucaqlıların daxili və xarici bucaqlarının xassələrini tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Həndəsənin ilkin anlayışlarını izah edir. "Aksiom" anlayışı ilə teoremin fərqi izah edir. - Üçbucağın xarici bucağının xassəsi nümunəsində düz və tərs teoremləri izah edir. - Qabarıq və çökük (qabarıq olmayan) dördbucaqlıları fərqləndirir. - Məsələ həllində dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının xassələrini tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURLAR	5.1. Öyrənmə: https://youtu.be/SZWnzhKQPGU, https://www.desmos.com/geometry Çalışma: https://www.geogebra.org/geometry, https://www.geogebra.org/m/jtmzus8d https://www.geogebra.org/m/a3asarsq 5.2. Öyrənmə: https://demonstrations.wolfram.com/ATestForTheConvexityOfAQuadrilateral https://www.mathspad.co.uk/interactives/interiorExteriorAnglesTool/exteriorTool2.php https://phet.colorado.edu/sims/html/quadrilateral/latest/quadrilateral_all.html?locale=az Çalışma: https://www.geogebra.org/m/hdwawtne https://www.geogebra.org/m/ncykVxTJ

"Həndəsənin ilkin anlayışları" mövzusu orta məktəb üçün ümumi həndəsə kursuna giriş xarakteri daşıyır. Bu mövzuda həndəsənin yaranma tarixi və əsas anlayışları haqqında məlumat verilir. Sonradan həndəsi mövzuları daha sistemli və əsaslandırılmış səviyyədə tədris etmək üçün riyazi təkliflər barədə məlumat vermək vacibdir. Mövzunun davamında aksiom, teorem və tərs teorem haqqında məlumat, eləcə də onlara aid nümunələr verilir. Həndəsədə və ümumiyyətlə, riyaziyyatda təkliflərin isbatının əhəmiyyəti vurğulanır və isbatın necə aparılması haqqında ilkin bacarıqlar formalaşdırılır.

"Həndəsənin ilkin anlayışları" mövzusu bütün sonrakı həndəsə mövzuları ilə çox sıx əlaqəli olduğundan ona xüsusi diqqət yetirmək vacibdir. Bu səbəbdən iki mövzunun (5.1 və 5.2) ardıcıl və əlaqəli tədrisi daha məqsəduyğundur. Dərslərdə mövzular ayrı verilsə də, illik planlaşdırmada və standartların reallaşdırılması cədvəlində bu mövzulara vahid mövzu kimi baxılır və birlikdə 4 akademik saat nəzərdə tutulur.

İlkin problemin müzakirəsi

Bölmənin ilk səhifəsində dördbucaqlıların tikintidə, memarlıqda, şəhərsalma və geodeziyada, dekorativ sənət nümunələrində əhəmiyyəti haqqında material və ilkin problem kimi verilmiş məsələ müzakirə olunur. Xalça üzərindəki rombşəkilli naxışın sahəsi və diaqonallarından birinin uzunluğu verildikdə digər diaqonalin tapılması, tərəflər arasındakı bucaqlar müzakirə edilir. İlk dərstdə romb haqqında bəzi məlumatlar şagirdlərə məlum olmadığına görə cavablar tam olmaya bilər.



MÖVZU 5.1. Həndəsənin ilkin anlayışları

Mövzuya yönəltmə

Sınıf otağındakı əşyalar arasında müxtəlif həndəsi fiqurlar şagirdlərlə birlikdə nəzərdən keçirilir, otağın divarları, döşəməsi, qapı və pəncərələr, kitablar, lövhə, divarda olan fiqurların formaları müzakirə edilir. Bu fiqurları əmələ gətirən parçalar, təpə nöqtələri şagirdlər tərəfindən qeyd edilir.



Araşdırma-müzakirə

Araşdırmada verilmiş tapşırıqlar şagirdlər tərəfindən icra edilir. Burada məqsəd şagirdləri düz xətt aksiomları ilə tanış etməkdir. Vərəqdə və ya lövhədə nöqtə qeyd edilir, bu nöqtədən keçən düz xətlərin sayı haqqında fikir söylənilir. Sonra iki nöqtədən keçən düz xətt çəkilir, bu düz xəttin yeganəliyi şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir. Düz xətt üzərində olmayan nöqtədən bu düz xəttə kəsən və ya kəsməyən düz xətlər çəkilir və onların sayı haqqında fikirlər dinlənilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə edilə bilər:

<https://www.geogebra.org/m/a3asarsq> <https://www.geogebra.org/m/nhebw3qp>
<https://www.geogebra.org/m/gtwxtmmn>

Öyrənmə Həndəsi fiqur və əsas anlayışlar

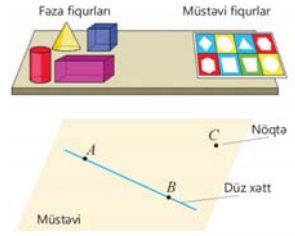
Həndəsə elminin yaranması və həndəsi fiqurlar haqqında məlumat verilir. Parça, çevrə, üçbucaq, dördbucaqlı, kuboid, prizma və s. həndəsi fiqurlar şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Fəza və müstəvi fiqurlar əyani olaraq şagirdlərə nümayiş etdirilə bilər. Həndəsənin ilkin anlayışları olan nöqtənin, düz xəttin, müstəvinin tərifləmə qəbul edilən ilkin anlayışlar olduğu sadə modellərlə (ip, kağız vərəqi, təbəşir izi və s.) göstərilir, lakin onların sonsuzluğu, qalınlığının nəzərə alınmaması qeyd edilir. Bu anlayışların köməyi ilə parçaya verilən tərif diqqətə çatdırılır.

Müəllimin nəzərinə! Müəllim şüa, bucaq, çevrə və digər sadə fiqurların da tərifini şagirdlərlə sual-cavab apararaq müzakirə edə bilər. Bu təriflərin verilməsində ilkin anlayışlardan istifadəyə diqqət edilir. Müəllim çalışmalıdır ki, şagirdlər həndəsədə öyrənilən hər bir yeni anlayışa əvvəldən məlum olan anlayışların köməyi ilə tərif verildiyini başa düşsünlər.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə edilə bilər:

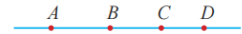
<https://www.geogebra.org/m/pd7B9Y97>

https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathtv2/global/pcmg/math_tools/geometry2d/index.html



Çalışma

1. a) Düz xətt üzərində yerləşən hər bir nöqtənin başlanğıcı bu nöqtədə olan iki şüa əmələ gətirməsi şəkil üzərində izah edilir. Şagirdlər şüaların adını qeyd etməklə onların sayını müəyyən edirlər. A, B, C və D nöqtələrinin əmələ gətirdiyi şüaların sayı 8 olar.



b) Məlumdur ki, düz xətt üzərində verilmiş iki nöqtə daxili hissəsi ilə birlikdə parça əmələ gətirir. A, B, C və D nöqtələrinin cüt -cüt əmələ gətirdiyi parçalar: AB, AC, AD, BC, BD və CD olar.

2. Bu tapşırıqda bucaq, bucağın tənböləni, qonşu bucaqlar, radius və üçbucağın medianı anlayışlarının şagirdlərə məlum olan tərifləri yada salınır. Həmin təriflərdə hansı ilkin anlayışlardan istifadə edildiyi diqqətə çatdırılır və müzakirə edilir. Burada əyanilik üçün aşağıdakı kimi sxemdən istifadə etmək faydalı olar. Şagirdlər tərfi söylədikdən sonra xətlərlə birləşdirərək bu tərifdə hansı anlayışdan istifadə etdiklərini göstəirlər.

a) Bucaq	b) Bucağın tənböləni	c) Qonşu bucaqlar	d) Radius	e) Üçbucağın medianı
	Nöqtə	Düz xətt	Müstəvi	

Öyrənmə Aksiom

Həndəsənin yaranma tarixi haqqında əlavə məlumat vermək məqsəduyğundur. Eramızdan əvvəl III əsrdə yaşamış yunan alimi Evklidin "Başlanğıclar" (The Elements) əsəri və onun təklif etdiyi 5 postulat şagirdlərin diqqətinə çatdırılaraq müzakirə olunur. Postulatlar haqqında internet səhifələrindən məlumat əldə etmək mümkündür:

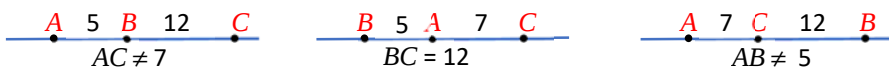
<https://youtu.be/K6R4MHB2wIM>, <https://youtu.be/gLMIFRLw9LU>

Müəllim aksiom haqqında məlumat verir. Dərslərdə verilən aksiomlar şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Evklidin başqa aksiomlarını da izah etmək olar. Şagirdə sual yarana bilər ki, aksiom nə üçün isbat olunmur? Aksiomlar təməl təklif hesab edilir, onların əsasında lemma, teorem və başqa təkliflər verilir, daha mürəkkəb nəzəriyyələr yaradılır.

Yadda saxla!

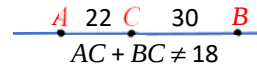
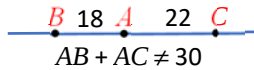
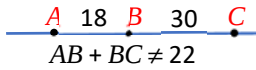
Məsələlərdə uzunluq vahidləri əksər vaxtlarda verilir, lakin həndəsə məsələlərində bəzən uzunluq vahidi verilmir və uzunluq yalnız ədədlə qeyd edilir. Məsələn, $AB = 12$, $BC = 20$ və s. Şagirdlərin diqqətinə çatdırmaq lazımdır ki, əgər məsələdə uzunluq vahidi verilmirsə, deməli, burada bütün uzunluqların eyni vahidlə verilməsi nəzərdə tutulur və hesablamalarda vahid nəzərə alınmır. Belə məsələlərdə diqqət, əsasən, həll üsuluna yönəldilir.

3. Düz xətt üzərində verilmiş A, B və C nöqtələrinə görə $AB = 5$, $AC = 7$ və $BC = 12$ olduğu məlumdur. Bu tapşırıqda verilmiş nöqtələrdən hansının digər ikisi arasında yerləşdiyi soruşulur. Müxtəlif hallar nəzərdən keçirilir. Şagirdlər verilən nöqtələri düz xətt üzərində müxtəlif vəziyyətlərdə yerləşdirməklə tapşırığı həll edirlər.



Hər bir hala görə şagirdlərin fikirləri dinlənir. İkinci şəkildəki vəziyyətə görə A nöqtəsinin B və C nöqtələri arasında yerləşməsi müəyyən edilir.

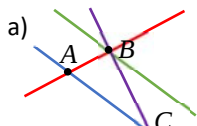
4. A, B və C nöqtələri bir düz xətt üzərində müxtəlif vəziyyətlərdə yerləşdirilir. Verilənlərə görə bu nöqtələrin bir düz xətt üzərində yerləşmədiyi müəyyən edilir. Çünki hər üç halda AC parçasının uzunluğu digər iki parçanın cəminə bərabər olmur.



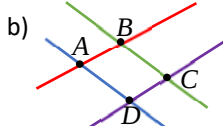
5. Şərtə görə heç bir halda iki parçanın cəmi üçüncü parçaya bərabər deyil. Bu nöqtələr bir düz xətt üzərində yerləşsəydi, ikisinin cəmi üçüncüyə bərabər olardı. A, B və C nöqtələri bir düz xətt üzərində yerləşmir.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər bəzən aksiomla teorem və ya tərif qarışdırırlar. Bunun üçün əvvəlcə “riyazi təklif” anlayışını izah etmək lazımdır. Hər bir təklifdə şərt və hökm hissələrini necə ayırmağı izah etmək məqsədəuyğundur.

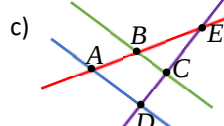
7. Bu tapşırıq qruplarla yerinə yetirilə bilər. Hər qrup verilən bənddəki şərtə əsasən dörd düz xəttin qarşılıqlı vəziyyətini təsvir edir.



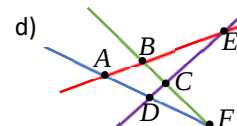
a) Dörd düz xəttin 3 kəsişmə nöqtəsi var: düz xətlərdən ikisi paralel olur və üçü bir nöqtədə kəşisir.



b) Dörd düz xəttin 4 kəsişmə nöqtəsi var: düz xətlər cüt-cüt paralel olur və hər düz xətt digər ikisini kəşir.



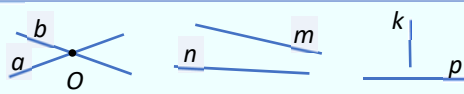
c) Dörd düz xəttin 5 kəsişmə nöqtəsi var: düz xətlərdən ikisi paralel, digər ikisi isə kəşişən olur.



d) Dörd düz xəttin 6 kəsişmə nöqtəsi var: düz xətlərdən hər biri digər üçün kəşir.

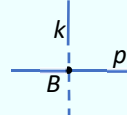
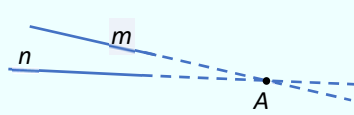
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər bəzən düz xətlərin təsvirinə əsasən onların kəşib-kəşilmədiyini müəyyən edərkən səhvə yol verirlər. Onlar düz xətlərin sonsuz olduğunu və təsvirdə kəşiməsi görünməsə də, uzantılarını təsvir edərək (əgər mümkünsə) onların kəşidiyini diqqətdə saxlamalıdırlar.

Verilmiş düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.



Yanlış Şəkildə verilən a və b düz xətləri kəşisir, çünki onların kəşimə nöqtəsi var: O nöqtəsi. m və n düz xətləri, k və p düz xətləri isə kəşismir, bu düz xətlərin heç birinin kəşimə nöqtəsi yoxdur.

Doğru Şəkildə verilən a və b , m və n , k və p düz xətlərinin hər biri kəşisir. Təsvirdə m və n , k və p düz xətlərinin kəşimə nöqtəsi görünməsə də, bu düz xətlərin uzantısı kəşisir.



Öyrənmə Teorem

Müəllim “teorem” anlayışını izah edərək onun mahiyyətini açıqlayır. Teoremin şərt və hökm hissələri haqqında məlumat verilir. “Teorem niyə isbat olunur?” sualı şagirdlərlə müzakirə edilir. Riyazi hökmlərin təxminlərə deyil, məntiqi və dəqiq isbatlara söykəndiyi vurğulanır.

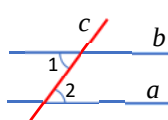
Dərslərdə verilən “üçbucağın xarici bucağının xassəsi” haqqında teorem nümunəsi isbat edilərkən hər mühakimə müzakirə edilir, şərt və hökm hissələri izah olunur. Teoremdən alınan “nəticə”, “tərs teorem” anlayışları şərh edilir. Aksiomla teoremin fərqi müəllimin dəstəyi ilə şagirdlər tərəfindən izah oluna bilər.

Teoremin isbatında interaktiv fəaliyyətdən istifadə faydalı olar:

<https://www.mathspad.co.uk/interactives/interiorExteriorAnglesTool/exteriorTool2.php>

9. Bu tapşırıqda verilən təkliflərin tərsi deyilir. Təklifin özünün və tərsinin doğruluğu müzakirə edilir.

a) Təklif Şərt: $a \parallel b$ və c kəsəndir.
Hökm: $\angle 1 \cong \angle 2$.



Təklifin tərsi Şərt: c kəsəndir və $\angle 1 \cong \angle 2$
Hökm: $a \parallel b$.

Təklifin tərsini ümumi halda belə yazmaq olar: İki düz xətti üçüncü ilə kəsəndə alınan daxili çarpaz bucaqlar kongruentdirsə, bu düz xətlər paraleldir.

b) Təklif

Şərt: $(a + b + \dots + c) : 3 = n$.

Hökm: $\overline{ab\dots c} : 3 = m$

n və m natural ədədlərdir.

Təklifin
tərsi

Şərt: $\overline{ab\dots c} : 3 = k$

Hökm: $(a + b + \dots + c) : 3 = q$

k və q natural ədədlərdir.

Təklifin tərsini ümumi halda belə yazmaq olar: Ədəd 3-ə bölünürsə, bu ədədin rəqəmlərinin cəmi də 3-ə bölünür.

Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə təkliflər verilir: " $a = b$ olduqda $a^2 = b^2$ ", " $a = b$ olduqda $a^3 = b^3$ ". Bu təkliflərin tərsini yazın və doğru olub-olmadığını əsaslandırın.

Dərinləşdirmə. "Bərabərənli üçbucağın oturmağa bitişik bucaqları bərabərdir", "Qonşu bucaqların cəmi 180° -dir". Bu teoremləri isbat edin və tərsinin doğru olub-olmadığını əsaslandırın.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər bəzən teoremi əzbərləyir, onun niyə doğru olduğunu, necə isbat edildiyini unudur, isbatın əhəmiyyətini anlamırlar. Bəzən də teoremdə və ya hər hansı təklifdə şərtlə hökmü qarışdırır, bəzən də teoremin və ya təklifin özü doğrudursa, tərsinin də doğru olduğunu zənn edirlər. Lakin təklifin tərsinin doğru olmasının nümunələrlə əsaslandırılması məqsədəuyğundur.

Təklifin tərsini yazın, doğru olub-olmadığını izah edin: "Ədəd 6-ya bölünürsə, 3-ə də bölünür".

Yanlış Təklifin tərsi: "Ədəd 3-ə bölünürsə, 6-ya da bölünür". Bu təklif əvvəlki təklifin tərsi olduğu üçün doğrudur.

Doğru Təklifin tərsi: "Ədəd 3-ə bölünürsə, 6-ya da bölünür". Bu təklif doğru deyil, çünki 3-ə bölünən ədədin 6-ya bölünməsi üçün həmin ədəd 2-yə də bölünməlidir. Lakin 3-ə bölünən ədədlərin hamısı 2-yə bölünmür. Məsələn, 15, 21, 33 və s. ədədləri 3-ə bölünərsə, 6-ya bölünmür.

MÖVZU 5.2. Dördbucaqlılar

Mövzuya yönəltmə

Ətrafda dördbucaqlı formasında olan əşyalar müzakirə edilir, müəllim bu əşyaların formasına və xüsusiyyətlərinə aid suallar verir: "Bu əşya hansı formadadır?", "Onun tərəflərini, təpələrini, bucaqlarını göstərin", "Fiqurların formalarının oxşar və fərqli cəhətlərini deyən" və s. Şagirdlərin fikirləri müzakirə edilir.

Araşdırma-müzakirə

Müəllim şagirdlərə qalın kağız üzərində trapesiya çəkməyi tapşırır. Bu trapesiyanın bucaqları şəkildə göstəriləndiyi kimi kəsilir. Bucaqları kəsərkən onun tərəflərinin eyni uzunluqda olması nəzərdə saxlanılır. Kəsilmiş bucaqlar təpələri üst-üstə düşməklə şəkildəki kimi yerləşdirilir. Alınan bucaqların cəmi haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənir.



Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə edilə bilər:

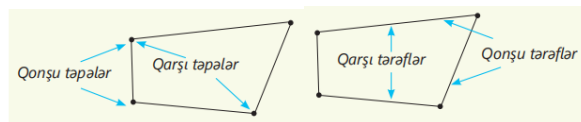
<https://www.geogebra.org/m/wsw69srk>

<https://www.geogebra.org/m/SwA5Q8jx>

Öyrənmə Dördbucaqlı

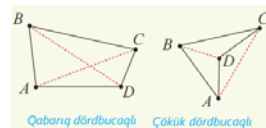
Müəllimin dərslikdə verilmiş öyrənmə materialını lövhədə çəkməklə göstərməsi məqsədəuyğundur.

Şagirdlər verilmiş dörd nöqtənin ardıcıl parçalarla birləşdirilməsinin müxtəlif hallarına baxırlar.



Alınan dördbucaqlıların bir-birindən necə fərqləndiyi müzakirə edilir.

Müəllim qabarıq və çökük dördbucaqlılar və onların fərqli cəhətləri haqqında məlumat verir.



Müəllimin nəzərinə! Dördbucaqlılar haqqında məlumat verərkən qabarıq dördbucaqlılarla yanaşı, çökük dördbucaqlılar barəsində də ətraflı məlumat vermək məqsədəuyğundur. Qabarıq olmayan (çökük) dördbucaqlının tərəfləri, təpələri, bucaqları, diaqonalları və s. haqqında məlumat vermək və ya bu barədə şagirdlərlə müzakirə aparmaq faydalıdır. Nümunə olaraq çökük dördbucaqlının bumeranqa, yaxud oxun, nizənin ucuna bənzər olduğunu demək olar.



Texniki imkanlar olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək faydalı olar:

https://phet.colorado.edu/sims/html/quadrilateral/latest/quadrilateral_all.html?locale=az

<https://www.geogebra.org/m/epyr943a>

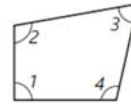
<https://www.geogebra.org/m/ujzdcst>

Çalışma

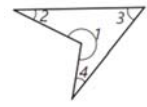
1. Bu tapşırığın həllində interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar: <https://www.geogebra.org/m/ncykVxTJ>
2. Şagirdlər dördbucaqlının tələb olunan elementlərini göstərlər. Əlavə suallar verməklə şagirdlərdən dördbucaqlının digər elementlərini soruşmaq olar.

Öyrənmə Dördbucaqlının bucaqlarının cəmi

Dördbucaqlının qonşu tərəflərinin arasında qalan bucaq haqqında şagirdlərə məlumat verərkən bu bucağın daxili bucaq adlanması və adətən, dördbucaqlının bucağı deyəndə onun daxili bucağının nəzərdə tutulması diqqətə çatdırılır. Şagirdlərlə birlikdə qabarıq və çökük dördbucaqlıların daxili bucaqları araşdırılır, onların 180° -dən böyük və ya kiçik olması diqqətə çatdırılır. Dördbucaqlının bucaqlarının cəmi haqqında teorem şagirdlərlə birlikdə isbat edilir.



Hər bir daxili bucaq 180° -dən kiçikdir.



Bir daxili bucağı 180° -dən böyükdür.

Müəllimin nəzərinə! Həndəsə mövzularında teorem və təkliflərin isbatının izah edilməsi, şagirdlərlə birlikdə müzakirə olunması xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. İsbat zamanı səbəb-nəticə əlaqələrinin qurulması, mühakimələrin məntiqi ardıcılığının təmin edilməsi və hər bir mərhələdə növbəti təklifin əsaslandırılmasının şagirdlərlə müzakirə edilməsi məqsədəuyğundur. Hər bir teoremin isbatının izahı şagirdlərdə isbat məsələlərinin müstəqil həll vərdişlərinin formalaşdırılmasına yardım edir.

Fikirləş

Dördbucaqlıların bucaqlarının cəmi haqqında teorem çökük dördbucaqlılar üçün isbat edilir. Bu isbatın şagirdlər tərəfindən sərbəst yerinə yetirilməsi məqsədəuyğundur. Bunun üçün dördbucaqlının daxilində yerləşən diaqonalı (BD diaqonalı) çəkilir, alınan ABD və BDC üçbucaqlarının daxili bucaqlarının cəminə görə qabarıq dördbucaqlının da bucaqlarının cəminin 360° olması isbat edilir.

$$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\angle 1 + (\angle 2 + \angle 5) + \angle 4 + (\angle 3 + \angle 6) = 360^\circ \rightarrow \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

4. Bu tapşırıqda verilən nümunədə olduğu kimi tənlik qurulur və həll edilərək məchul bucaq müəyyən edilir. c) $82^\circ + 103^\circ + x + 15^\circ + x = 360^\circ \rightarrow x = 80^\circ$

5. c) Şəkil üzərində verilənlərə görə tələb olunan bucaqlar tapılır. Dördbucaqlının bucaqlarının cəmi teoremindən istifadə edilərək tənlik yazılır. ADT üçbucağında $\angle DAT = 180^\circ - (75^\circ + 65^\circ) = 40^\circ$. AT tən bölən olduğuna görə $\angle BAD = 80^\circ$.

Onda $80^\circ + 65^\circ + x + 15^\circ + x = 360^\circ$ tənliyindən $x = 100^\circ$ alınır.

Beləliklə, $\angle BAD = 80^\circ$, $\angle C = 100^\circ$, $\angle B = 115^\circ$ olar.



Yadda saxla!

Qabarıq dördbucaqlının xarici bucaqları təsvir üzərində şagirdlərə göstərilir, onun xassələri izah edilir. Xarici bucaq dedikdə hər təpədə bu bucaqlardan birinin nəzərdə tutulması diqqətə çatdırılır.



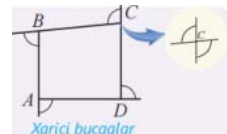
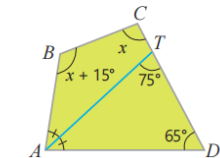
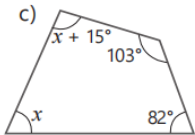
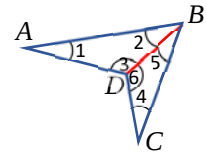
Fikirləş

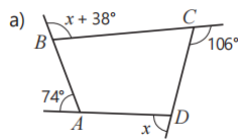
Qarışqanın dördbucaqlının tərəfi boyunca hərəkət edərək hər gündə xarici bucaq qədər döndüyü və yoluna davam etdiyi məlumdur. Dörd gündə onun etdiyi bütün dönüşlər qarışqanı yenidən başlanğıc istiqamətinə gətirir, yəni qarışqa tam dövr etmiş olur. Tam dövr 360° olduğuna görə xarici bucaqların cəmi də 360° olar. Burada interaktiv fəaliyyətdən istifadə faydalı olar:

<https://www.geogebra.org/m/buve6wpf>

<https://www.mathspad.co.uk/interactives/interiorExteriorAnglesTool/exteriorTool2.php>

7. Müəllim verilənlərə görə dördbucaqlının xarici və daxili bucaqlarının dərəcə ölçülərinin tapılmasını şagirdlərə qrup və ya cütlərlə iş forması kimi tapşıra bilər.



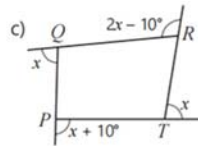


$$74^\circ + x + 38^\circ + 106^\circ + x = 360^\circ$$

$$2x = 142^\circ \rightarrow x = 71^\circ$$

Xarici bucaqlar:
74°, 71°, 106°, 109°.

Daxili bucaqlar:
106°, 109°, 74°, 71°.



$$x + 2x - 10^\circ + x + x + 10^\circ = 360^\circ$$

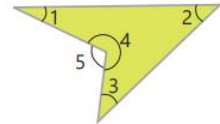
$$5x = 360^\circ \rightarrow x = 72^\circ$$

Xarici bucaqlar:
72°, 82°, 72°, 134°.

Daxili bucaqlar:
108°, 98°, 46°, 108°.

8. Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının dərəcə ölçülərinin 3 : 4 : 5 : 6 nisbətində olduğu verilir. Müəllim şagirdlərin diqqətini nisbət haqqında biliklərə yönəldir. Şagirdlər təmin verilmiş nisbətdə bölünməsi qaydasına əsasən daxili bucaqların dərəcə ölçülərini $3k$, $4k$, $5k$ və $6k$ ilə ifadə edərək tənlik qururlar.
 $3k + 4k + 5k + 6k = 360^\circ \rightarrow k = 20^\circ$. Bu dördbucaqlının təpələrindəki daxili bucaqları 60° , 80° , 100° , 120° , xarici bucaqları isə uyğun olaraq 120° , 100° , 80° , 60° olar.

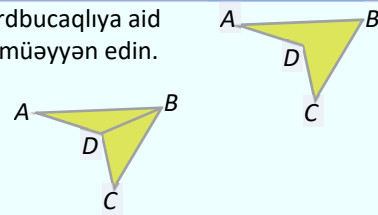
9. Çökük dördbucaqlıda $\angle 5 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ olduğunu isbat etmək üçün şəkildə verilmiş $\angle 4$ və $\angle 5$ -in dərəcə ölçülərinin cəminin 360° olması nəzərə alınır.
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$. Burada $\angle 4 = 360^\circ - \angle 5$ nəzərə alınır.
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + 360^\circ - \angle 5 = 360^\circ \rightarrow \angle 5 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$.



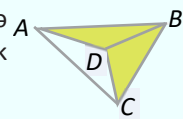
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər çökük dördbucaqlıda yanlış olaraq $\angle 4$ bucağını daxili bucaq kimi deyil, $\angle 5$ bucağını daxili bucaq kimi qəbul edirlər. Bəzi şagirdlər isə çökük dördbucaqlıda diaqonalları çəkərək qabarıq dördbucaqlıda olduğu kimi iki üçbucaq alındığını zənn edirlər. Belə yanlış təsəvvürləri aradan qaldırmaq üçün daxili bucaqların hər birini ayrıca göstərmək, həmçinin çökük dördbucaqlının xaricində yerləşən diaqonalın bu dördbucaqlıya aid olmayan üçbucaq əmələ gətirdiyini vizual olaraq təsvir etmək məqsədəuyğundur.

Verilən dördbucaqlının diaqonallarını çəkin. Alınan üçbucaqların bu dördbucaqlıya aid olub-olmadığına əsasən dördbucaqlının qabarıq və ya çökük olduğunu müəyyən edin.

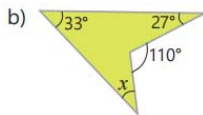
Yanlış Dördbucaqlının B və D təpələri birləşdirilərək BD diaqonalı çəkilir. Alınan ABD və BDC üçbucaqları dördbucaqlıya aiddir. Deməli, $ABCD$ dördbucaqlısı qabarıqdır.



Doğru Dördbucaqlının B və D təpələri birləşdirilərək BD diaqonalı çəkilir. Alınan ABD və BDC üçbucaqları dördbucaqlıya aid olur. Lakin A və C təpələri birləşdirilərək diaqonal çəkilir. Alınan ADC və ABC üçbucaqları dördbucaqlıya aid olmur.

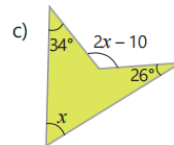


10. Müəllim şəkildə verilənlərə görə məchul bucağın dərəcə ölçüsünü tapmağı şagirdlərə sərbəst tapşırıq kimi verə bilər. Burada əvvəlki tapşırıqda isbat olunan təklifdən istifadə edilməsi diqqətə çatdırılır.



$$33^\circ + 27^\circ + x = 110^\circ$$

$$x = 110^\circ - 60^\circ \rightarrow x = 50^\circ$$



$$34^\circ + 26^\circ + x = 2x - 10^\circ$$

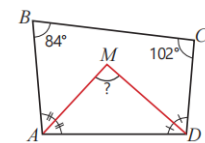
$$x = 70^\circ, 2x - 10^\circ = 130^\circ$$

11. Bu tapşırıqda tələb olunanlar mərhələlərlə tapılır. Müəllim şagirdlərin diqqətini tələb olunan hər sualın cavabının əvvəlki sualın cavabının davamı olduğuna yönəltməlidir.

• Məlumdur ki, $ABCD$ qabarıq dördbucaqlısının daxili bucaqlarının cəmi 360° -dir. Onda $84^\circ + 102^\circ + \angle A + \angle D = 360^\circ$ yazmaq olar. Buradan $\angle A + \angle D = 174^\circ$ alınar.

• AM və DM tən bölənlər olduğuna görə MAD bucağı A bucağının, MDA bucağı isə D bucağının yarısına bərabərdir. Onda $\angle MAD + \angle MDA = (\angle A + \angle D) : 2 = 87^\circ$ olar.

• Üçbucağın daxili bucaqlarının cəminin 180° olduğu nəzərə alınır: $\angle M = 180^\circ - (\angle MAD + \angle MDA) = 93^\circ$.



Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə kartlarda çəkilmiş dördbucaqlılar təqdim edilir, qabarıq və ya çökük olduğunu müəyyən etmək tapşırılır. Cavablar əsaslandırılır.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə elə dördbucaqlı çəkmək tapşırılır ki, diaqonalları kəsişsin və ya diaqonallar kəsişməsin. Diaqonalların hansı halda kəsişmədiyini izah edilir. "Çökük dördbucaqlının diaqonalı onu iki üçbucağa ayırmı? Nə üçün?" sualları arasdırılır.

Məsələ həlli

13. Şəkildən görüldüyü kimi, küçələr qabarıq dördbucaqlı formasında kəşir. Şagirdlər məsələni dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi haqqında teoremdən istifadə edərək həll edirlər.

• “Çinarlı” və “Narlı” küçələrinin kəsişməsində dörd bucaq əmələ gəlir və qarşılıqlı bucaqlar bərabərdir. Bu bucaqlar kəsişmədə yaranan dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarıdır. Daxili bucağı taparkən 360° -dən digər daxili bucaqların cəmi çıxılır:

$360^\circ - (74^\circ + 68^\circ + 90^\circ) = 128^\circ$. “Çinarlı” və “Narlı” küçələrinin kəsişməsində alınan digər bucaq 52° olar.

• Qırmızı rəngli avtomobil sağa “Köndələn” küçəsinə $180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$ -li bucaq altında dönməlidir.

• Sarı rəngli avtomobil sola “Çiçəkli” küçəsinə $180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$ -li bucaq altında dönmür.

Burada dönmənin xarici bucaq qədər olması diqqətə çatdırılır.

14. Dördbucaqlı formasında oyun meydançasının perimetrinin 24 m olduğu verilir. İlk olaraq perimetərə görə tənlik qurulur və x tapılır: $x - 4 + x + 3 + x + 1 + x = 24 \rightarrow x = 6$.

• Meydançanın tərəflərinin uzunluqları: 2 m, 9 m, 7 m və 6 m olar.

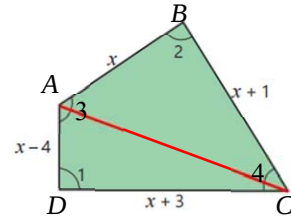
• Dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmindən istifadə edilir:

$\angle 3 + \angle 4 + \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ$. Burada $\angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2$ və $\angle 1 = \angle 2$ olduğu nəzərə alınsa, $2(\angle 1 + \angle 2) = 360^\circ \rightarrow 4 \cdot \angle 1 = 360^\circ \rightarrow \angle 1 = 90^\circ$ olar.

Deməli, $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$.

• Meydançanın sahəsini tapmaq üçün A və C təpələri birləşdirilir və alınan ABC və ADC düzbucaqlı üçbucaqlarının sahələri tapılaraq toplanılır:

$S = (2 \cdot 9 : 2) + (6 \cdot 7 : 2) = 30$. Cavab: 30 m^2 .



Formativ qiymətləndirmə

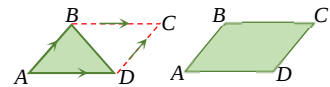
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Nöqtə, düz xətt və müstəvinin ilkin anlayışlar olduğunu izah edir.	Dərslik
Aksiom nümunə göstərməklə teoremdən fərqi şərh edir.	Dərslik, iş dəftəri
Düz və tərs teoremlərə nümunələr göstərir.	Dərslik
Xassələrini söyləməklə qabarıq və çökük dördbucaqlıları fərqləndirir.	Dərslik, iş dəftəri
Dördbucaqlının xassələrinin tətbiqinə aid məsələ həll edir.	Dərslik, iş dəftəri, iş vərəqləri

MÖVZU 5.3. Paraleloqram

ALTSTANDARTLAR	7-3.3.3. Paraleloqramın, rombun, düzbucaqlının, kvadratın və trapesiyanın xassələrini tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Paraleloqramın tərəflərinin və bucaqlarının xassəsini tətbiq edir. - Paraleloqramın diaqonallarının xassəsini tətbiq edir. - Paraleloqramın əlamətlərini izah edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/dKeHAUE3, https://youtu.be/TERJ-Yr67BI https://phet.colorado.edu/sims/html/quadrilateral/latest/quadrilateral_all.html?locale=az Çalışma: https://nrich.maths.org/problems/parallelogram-it https://nrich.maths.org/content/id/15164/Parallelogram%20it%20printable%20sheet.pdf https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathtv2/global/pcm/maths_tools/geometry2d/index.html

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhədə şagirdlərə ABD üçbucağını təqdim edir. Şagirdlərə bu üçbucağın B və D təpələrindən uyğun olaraq AD və AB tərəflərinə paralel parçalar çəkmək tapşırılır. Müəllim sinfə suallarla müraciət edir: “Alınan fiqurun tərəflərinin qarşılıqlı vəziyyəti necədir?”, “Bu fiqurun tərəflərinin uzunluqları bərabərdirmi? Nə üçün?”, “Alınan fiqur necə adlanır?” və s.



Araşdırma-müzakirə

Şəkildəki təkərlərin radiusları üzərində eyni uzunluqlu OM və QN parçaları təsvir edilib. OQ məsafəsinə bərabər olan MN çubuğu təkəri hərəkət etdirir. Şagirdlər MN və OQ



parçalarının qarşılıqlı vəziyyətini araşdırır, OM və QN parçalarının konkrüyentliyinə və paralelliyinə görə MN və OQ parçalarının paralel olduğunu əsaslandırırlar.

Öyrənmə Paraleloqram və onun xassələri

Mövzuya yönəltmə və araşdırmadan sonra müəllim paraleloqram haqqında məlumat verir, onun tərifini, tərəflərinin vəziyyətini, qabarıq dördbucaqlı olmasını diqqətə çatdırır. Müəllim paraleloqramı çəkərkən onu müxtəlif vəziyyətlərdə təsvir etməlidir ki, şagird paraleloqramı hər görünüşdə tanıya bilsin.

Paraleloqramın qarşı tərəflərinin və qarşı bucaqlarının xassəsi haqqında teorem diqqətə çatdırılır. Teorem üçbucaqların konkrüyentlik əlamətinə, daxili çarpaz bucaqların xassəsinə əsaslanaraq şagirdlərlə birlikdə isbat edilir. Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://video.edu.az/video/5442>

<https://video.edu.az/video/4757>



Fikirleş

Paraleloqramın bir tərəfə bitişik bucaqlarının cəminin 180° -yə bərabər olduğu şagirdlər tərəfindən əsaslandırılır. Burada iki paralel düz xətt üçüncü ilə kəsişdikdə alınan daxili birtərəfli bucaqların cəminin 180° -yə bərabər olmasından istifadə olunur.

Çalışma

3. c) Şəkilə verilənlərə görə paraleloqramın tərəfləri və perimetri şagirdlər tərəfindən tapılır. Paraleloqramın qarşı tərəflərinin konkrüyentlik xassəsindən istifadə edilərək verilənlərə görə tənlik yazılır.

$x + 2 = 2x \rightarrow x = 2$ və $2y - 7 = y \rightarrow y = 7$. Paraleloqramın tərəfləri 7 və 4-dür, perimetri isə qonşu tərəflərin cəminin iki mislinə bərabərdir: $P = 2(4 + 7) = 22$.

4. Bu tapşırıqda verilənlərə görə $ABCD$ paraleloqramının bucaqları müəyyən edilir. Müəllim şagirdlərin diqqətini paraleloqramın bucaqlarının xassələrinə yönəltməli, zəruri olarsa, onları bir daha xatırlatmalıdır.

a) Paraleloqramın iki qonşu bucağının cəminin 180° olması faktından istifadə edilir. $\angle A : \angle D = 5 : 7$ şərtinə əsasən $\angle A = 5k$, $\angle D = 7k$ olduğu nəzərə alınır. $5k + 7k = 180^\circ$ tənliyindən k dəyişəni və bucaqlar tapılır:

$k = 15$, $\angle A = 75^\circ$, $\angle D = 105^\circ$.

5. Bu tapşırıqın c) bəndində verilən şəkil üzərində araşdırma aparılır. $AFCH$ dördbucaqlısının daxili bucaqlarının cəminə və AFC , AHC bucaqlarına əsasən

$\angle A = \angle BCD = 126^\circ$ və $\angle B = \angle D = 54^\circ$ olduğu müəyyən edilir.

6. Paraleloqramın bucağının tənböləninə əmələ gətirdiyi ABT üçbucağının bərabəryanlı olmasının əsaslandırılması tələb olunur. Müəllimin bu tapşırıqın araşdırılmasına diqqət yetirməsi məqsəduyğundur, çünki şagirdlər bəzən bucağın tənböləninə bu halda bərabəryanlı üçbucaq əmələ gətirməsini yanlış anlayırlar. Burada daxili çarpaz bucaqların xassəsinə və üçbucaqda AT tərəfinə bitişik bucaqların konkrüyentliyinə əsasən ABT üçbucağının bərabəryanlı olduğu əsaslandırılır.

7. Bu tapşırıqda həlli tələb olunanlar əvvəlki tapşırıqda əsaslandırılmış təklifin tətbiqinə aiddir. Müəllim verilmiş şəkillər üzərindən tələb olunanların tapılmasını şagirdlərə sərbəst olaraq tapşıra bilər.

c) bəndindəki şəkildə verilənlərə əsasən $AB = DC = 3$ olur. $\triangle ABE$ bərabəryanlı olduğuna görə $AE = AB = 3$. Onda $BC = AD = 5$ olur.

Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagird paraleloqramın bucağının tənböləni çəkərkən əmələ gələn bərabəryanlı üçbucaqda yan tərəflərdən birinin BE olduğunu düşünür. Belə yanlış təsəvvürü aradan qaldırmaq üçün şagirdlər iki paralel və kəsən arasında qalan daxili çarpaz bucaqları və bərabəryanlı üçbucaqda oturağa bitişik bucaqları, yan tərəfləri düzgün müəyyən etməyi bacarmalıdırlar.

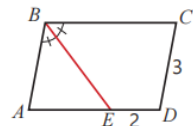
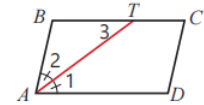
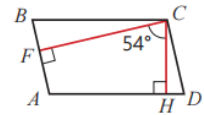
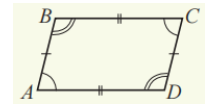
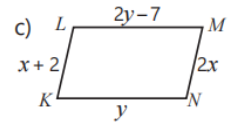
Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə üzərində paraleloqramlar təsvir olunmuş kartlar təqdim edilir. İki qonşu tərəf və bucaqlardan biri verildikdə digər tərəflərin, perimetrin və ya bucaqların tapılması tələb olunur. Cavablar əsaslandırılır.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə hər hansı xarici bucağı verilmiş paraleloqramlar təsvir olunmuş kartlar təqdim edilir. Paraleloqramın daxili bucaqlarının müəyyən edilməsi tapşırılır. Cavablar əsaslandırılır.

Müəllim paraleloqramın diaqonallarının xassəsi haqqında teoremi (teorem 4) şagirdlərin diqqətinə çatdırır. Teoremin isbatı 10-cu tapşırıqda verilmişdir. İsbat üçbucaqların konkrüyentlik əlamətinə, daxili çarpaz bucaqların xassəsinə əsaslanaraq şagirdlər tərəfindən tamamlanır.

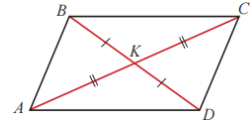
Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə edilə bilər: <https://youtu.be/TERJ-Yr67BI>



9. Bu tapşırıq $ABCD$ paraleloqramında verilənlərə görə diaqonalların xassəsini tətbiq etməklə yerinə yetirilir.

a) $AC = 12$ sm, $BD = 8$ sm şərtindən $AK = CK = 6$ sm və $BK = DK = 4$ sm olması nəzərə alınır. $CD = AB = 5$ sm olduğuna görə $P_{\triangle ABK} = 15$ sm olar.

b) $ABCD$ paraleloqramının perimetri 28 sm, ACD üçbucağının perimetri 25 sm olduğu məlumdur. Bu halda $AD + CD = 28 : 2 = 14$ (sm) olar. Onda $AC = 25 - 14 = 11$ (sm) alınır.

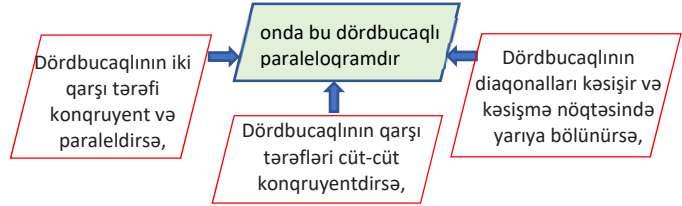


10. Paraleloqramın diaqonallarının xassəsi haqqında teoremin tamamlanmamış isbatı şagirdlər tərəfindən tamamlanır. Paraleloqramın qarşı tərəflərinin konqruyentlik xassəsinə görə $BC \cong AD$ olduğu qeyd edilir, $\triangle AKD$ və $\triangle CKB$ üçbucaqlarının konqruyentliyinin BTB əlamətinə görə isə $AK \cong CK$, $KD \cong KB$ olduğu isbat olunur.



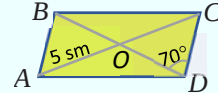
Yadda saxla!

Paraleloqramın əlamətləri şagirdlərin diqqətinə çatdırılaraq müzakirə edilir. Əlamət və xassə bir daha izah olunur və hər bir təklifin nə üçün paraleloqramın əlaməti olması əsaslandırılır. Paraleloqramı düzgün tanımaq üçün şagirdlərə dördbucaqlı ilə paraleloqramın oxşar və fərqli cəhətlərini müəyyən etməyi tapşırmaq olar.



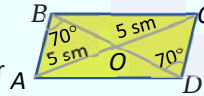
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər bəzən yanlış olaraq paraleloqramın diaqonallarının konqruyent olduğunu və ya diaqonalin bucaqları yarı böldüyünü zənn edirlər. Diaqonalların xassəsinin geniş müzakirə edilməsi və onların düzgün təsvir olunması səhv təsəvvürlərin yaranmasının qarşısını alar. Diaqonalların konqruyent və ya diaqonalin tən bölmə olduğu hallar diqqətə çatdırılır.

Verilənlərə görə paraleloqramın mümkün diaqonalinin uzunluğunu və bucaqlarının dərəcəsinə tapın.



Yanlış $ABCD$ paraleloqramının diaqonalları kəşismə nöqtəsində yarıya bölündüyü üçün $AC = 10$ sm. Diaqonalları konqruyent olduğu üçün $BD = AC = 10$ sm. Diaqonallar tən bölmə olduğu üçün $\angle ADB = \angle BDC = 70^\circ$. Onda $\angle ADC = 140^\circ$ və $\angle BAD = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ olar.

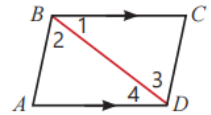
Doğru $ABCD$ paraleloqramının diaqonalları kəşismə nöqtəsində yarıya bölündüyü üçün $AC = 10$ sm. Diaqonallar konqruyent olmadığı üçün BD diaqonalinin uzunluğu müəyyən edilmir. BD diaqonali kəsən, AB və CD paralel parçalar olduğu üçün iki paralel və kəsən arasında qalan daxili çarpaz bucaqların bərabərliyinə əsasən $\angle ABD = \angle BDC = 70^\circ$ olar.



12. Tapşırıq paraleloqramın əlamətlərindən birinin isbatına aiddir. $ABCD$ dördbucaqlısında $BC \cong AD$, $BC \cong AD$ və BD diaqonaldır. Sualları cavablandırmaqla dördbucaqlının paraleloqram olduğu şagirdlər tərəfindən isbat olunur.

- $BC \parallel AD$ və BD kəsən olduğu üçün daxili çarpaz bucaqların xassəsinə əsasən $\angle 1 \cong \angle 4$.
- Üçbucaqların konqruyentliyinin BTB əlamətinə əsasən $\triangle CBD \cong \triangle ADB$.
- $\triangle CBD \cong \triangle ADB$ olduğu üçün uyğun bucaqların konqruyentliyinə əsasən $\angle 2 \cong \angle 3$ olur.
- Daxili çarpaz bucaqların xassəsinə əsasən $AB \parallel CD$ olduğu qeyd edilir.

Beləliklə, yuxarıda qeyd edilənlərə və tərifə əsasən $ABCD$ dördbucaqlısının paraleloqram olduğu isbat olunur.



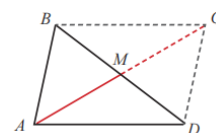
Müəllimin nəzərinə! Bəzən şagirdlər verilmiş dördbucaqlının paraleloqram olduğunu isbat etmək üçün bütün əlamətlərin eyni anda ödənməli olduğunu düşünürlər. Bu isə isbat prosesində "kafi şərt" məntiqinin düzgün qurulmasında çətinlik yaradır. Digər mühüm məqam "minimum şərt" anlayışıdır: şagirdlər isbat üçün fiqurun bütün xassələrini (tərəflər, bucaqlar və s.) eyni anda yoxlamağa çalışaraq vaxt itirirlər. Onlara əlamətlərdən yalnız birinin (məsələn, yalnız qarşı tərəflərin cüt-cüt konqruyentliyinin və ya bir cüt tərəfin həm paralel, həm də konqruyent olmasının) ödənilməsinin fiqurun paraleloqram olması üçün yetərli olduğunu izah etmək tövsiyə olunur. Məsələn, qarşı tərəflərin cüt-cüt konqruyent olması və ya bir cüt tərəfin həm paralel, həm də konqruyent olması fiqurun paraleloqram olduğunu göstərmək üçün kifayət edən şərtidir.

Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə kartlarda çəkilmiş paraleloqram təqdim edilir. Diaqonalin uzunluğunun yarısı məlum olduqda diaqonalin uzunluğunun tapılması tapşırıqlar. Şagirdlər bir-birinin cavabını yoxlayırlar.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə hər hansı diaqonalı ilə tərəfləri arasındakı bucaqları verilmiş bir neçə paraleloqramın təsviri olan kartlar təqdim edilir. Paraleloqramın bucaqlarının tapılması tapşırılır.

Müəllimin nəzərinə! Paraleloqramın əlamətlərinin öyrədilməsi zamanı şagirdlər tərəflərin paralelliyi və konqruentliyi arasındakı əlaqəni tez-tez qarışdırırlar. Yanlış təsəvvürlərdən biri ondan ibarətdir ki, şagirdlər bir cüt tərəfin paralel, digər cüt tərəfin isə konqruent olmasını fiqurun paraleloqram olması üçün kifayət hesab edirlər. Əks nümunə kimi bərabəryanlı trapesiyanı göstərmək olar. Dördbucaqlının paraleloqram olması üçün qarşı tərəflərin cüt-cüt həm paralel, həm də konqruent olmasının şagirdlərə təsvir üzərində izah edilməsi məqsəduşğundur.



14. Verilmiş ABD üçbucağının AM medianı özü qədər uzadıldıqda alınan C nöqtəsi B və D təpələri ilə birləşdirilir. Bu halda alınan $ABCD$ dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu əsaslandırmaq üçün $AM = CM$ və $BM = DM$ olduğunu göstərmək kifayətdir. Bu halda paraleloqramın hansı əlamətinin ödəndiyi qeyd edilir.

İş vərəqi	
Paraleloqramın xüsusiyyətlərini xatırladığınız diaqru (D) və ya yuxarı (Y) olduğunu qeyd edin.	ABCD paraleloqramında təpə ölçüləri tapın.
Paraleloqramın qarşı tərəfləri konqruentdir.	$BE = \square$
Paraleloqramın bütün bucaqları düz bucaqlardır.	$AD = \square$
Paraleloqramın diaqonalları bərabərdir.	$\angle A = \square$
Paraleloqramın qarşı bucaqlarının cəmi 180° -dir.	$\angle D = \square$
Paraleloqramın diaqonalları kəsişmə nöqtəsində yarı bölünür.	$\angle AEB = \square$
Paraleloqramın tərəfləri paraleldir.	$P_{ABCD} = \square$
Paraleloqramın bütün bucaqlarının cəmi 360° -dir.	

Praktik tapşırıq. Sınıf qruplara bölünür və hər qrupa iş vərəqləri paylanır. İş vərəqlərində paraleloqramın xüsusiyyətlərinə əsasən yerinə yetirilən tapşırıqlar verilir. Digər qruplar üçün oxşar iş vərəqləri hazırlanır. Paraleloqramın bucağının tənböləninə diaqonala bərabər olduğu halı iş vərəqlərinə əlavə etmək olar.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

<https://drive.google.com/file/d/1p2LOkjt0Aud6tXXWTqOLw7JwxepmpgrF/view?usp=sharing>

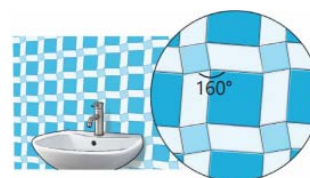
Məsələ həlli

15. Məsələnin şərtinə görə usta açıq-mavi rəngli paraleloqram, mavi və göy rəngli kvadrat formalı kafelləri şəkindəki kimi düzür. Böyük kvadratın perimetrinin 40 sm olduğu məlumdur, onda onun tərəfi 10 sm olar. Kiçik kvadratın perimetri isə 24 sm-dir, deməli, onun tərəfi 6 sm olar.

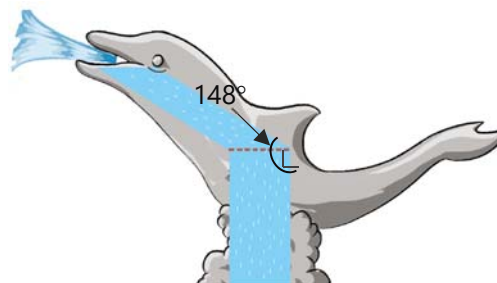
• Kvadratların tərəfləri uyğun olaraq paraleloqramın da tərəflərinə bərabərdir.

Deməli, paraleloqramın perimetri $P = 2(10 + 6) = 32$ (sm) olar.

• Şəkilə verilənə görə paraleloqramın bucaqları $160^\circ - 90^\circ = 70^\circ$ və $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ -dir.



16. Şəklə əsasən delfin formasının daxilindəki boruların yandan görünüşünün düzbucaqlı və paraleloqram formasında olduğu diqqətə çatdırılır. Paraleloqramın A təpəsindəki bucaqla düzbucaqlının təpə nöqtəsindəki bucağın cəmi 180° -dir. Onda paraleloqramın bucaqları $148^\circ - 90^\circ = 58^\circ$ və $180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$ olar.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Paraleloqramın qarşı tərəflərinin və qarşı bucaqlarının konqruent olduğunu əsaslandırır və məsələ həllində tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsində yarıya bölündüyünü əsaslandırır və məsələ həllində tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Paraleloqramın əlamətlərinə əsasən verilmiş dördbucaqlının paraleloqram olduğunu isbat edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 5.4. Paraleloqramın növləri. Düzbucaqlı, romb, kvadrat

ALTSTANDARTLAR	7-3.3.3. Paraleloqramın, rombun, düzbucaqlının, kvadratin və trapesiyanın xassələrini tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Əlamətlərə görə paraleloqramın növlərini fərqləndirir. • Paraleloqramın növlərinin oxşar və fərqli cəhətlərini izah edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/hdwawtne https://phet.colorado.edu/sims/html/quadrilateral/latest/quadrilateral_all.html?locale=az Çalışma: https://nrich.maths.org/problems/parallelogram-it https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathtv2/global/pcmg/math_tools/geometry2d/index.html

Mövzuya yönəltmə

Müəllim paraleloqramın tərəflərini şəkildəki kimi müxtəlif vəziyyətlərdə çəkməklə onun növlərini şagirdlərə təqdim edir.



Hər formanın görünüşünə görə şagirdlərin fikirləri dinlənilir, fiqurların tərəfləri, bucaqları haqqında müzakirə aparılır. Ətrafdakı əşyalardan bu formalara nümunələr göstərilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar.

https://phet.colorado.edu/sims/html/quadrilateral/latest/quadrilateral_all.html?locale=az

Araşdırma-müzakirə

Təmir işlərində istifadə olunan “qayçı qaldırıcı” adlanan qurğunun şəklə şagirdlərə göstərilir. Bu qurğunun yığılıb-açılması nəticəsində üzərindəki iş platforması hərəkət edir. Qurğu yığılıb-açıldıqca çubuqların əmələ gətirdiyi dördbucaqlıların forması şagirdlərlə müzakirə edilir, onun tərəfləri, bucaqları haqqında fikirlər dinlənilir.



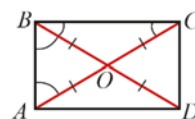
Öyrənmə Düzbucaqlı

Paraleloqramın növləri şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. İlk olaraq düzbucaqlı haqqında şagirdlərin bildikləri və yeni məlumatlar dinlənilir. Onun tərəfləri, bucaqları, diaqonalları, diaqonallardan alınan konqruent üçbucaqlar şəkil üzərində müzakirə edilir.

Düzbucaqlının diaqonallarının konqruentliyi haqqında teorem şagirdlərin diqqətinə çatdırılır və birlikdə müzakirə edilərək isbat edilir.

Fikirləş

Burada düzbucaqlının diaqonallarının xassəsinə, üçbucaqların konqruentliyinə görə $BO \cong AO \cong OC \cong OD$, $\angle BCO \cong \angle CBO$, $\angle ABO \cong \angle BAO$ olması şagirdlər tərəfindən əsaslandırılır.

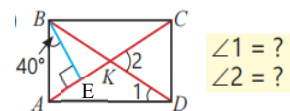


Çalışma

2. Bu tapşırıq düzbucaqlının diaqonallarının xassəsinin tətbiqi ilə yerinə yetirilir. Şəkildə verilənlərə görə tələb olunan bucaqların dərəcə ölçüsü tapılır.

c) ABCD düzbucaqlısında BE hündürlüyü ABE düzbucaqlı üçbucağını əmələ gətirir. $\angle BAK = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$. $\triangle ABK \cong \triangle CDK$ olduğundan $\angle BAK = \angle DCK = 50^\circ$ olar. DCK üçbucağı bərabəryanlıdır, deməli, $\angle CDK = 50^\circ$ olar.

Onda $\angle 2 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$, $\angle 1 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ -dir.

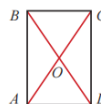


Müəllimin nəzərinə! 2-ci tapşırıq düzbucaqlının daxilindəki müxtəlif üçbucaqlara görə də həll edilə bilər. Məsələn, ABC düzbucaqlı üçbucağında $\angle BAK$ -dan istifadə edərək $\angle ACB$ tapılır, sonra $\angle ACD$ müəyyən edilir. Yaxud ABK bərabəryanlı üçbucağından $\angle AKB$ -ni, sonra isə $\angle CKD$ -ni tapmaq olar və s. Şagirdlərin müxtəlif həll üsullarından istifadə etməsi müsbət hal kimi qiymətləndirilir. Alternativ həll üsulları siniflə müzakirə edilir.

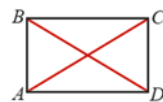
Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/s7ykkzxm>

3. Bu tapşırığın həllində diaqonalların konqruyent, BOC və COD üçbucaqlarının isə bərabəryanlı olması şagirdlər tərəfindən izah edilir. Zəruri halda müəllim tapşırığın həllinə müəyyən köməklik məqsədilə istiqamət verə bilər. Düzbucaqlının diaqonalının uzunluğuna görə BOC üçbucağından BC -ni, COD üçbucağından isə CD -ni tapmaq mümkündür. $BC = 6$ sm, $CD = 8$ sm. Onda $P = 28$ sm.



4. Diaqonalları konqruyent olan paraleloqramın düzbucaqlı olması şagirdlər tərəfindən əsaslandırılır. Müəllim bu təklifin düzbucaqlının əlaməti olduğunu vurğulaya bilər. Cədvəldə əsaslandırma sütununda boş yerlərə uyğun mülahizələri müəyyən etmək üçün müzakirə aparılır və isbat tamamlanır. Burada söylənən fikri düzbucaqlının əlaməti kimi də vermək olar.



Təklif	Əsaslandırma
1. $AC \cong BD$	1. Verilmiş paraleloqramın diaqonalları konqruyentdir.
2. $AB \cong CD$, $BC \cong AD$	2. Paraleloqramın qarşı tərəfləri konqruyentdir.
3. $\triangle BAD \cong \triangle CDA$	3. Üçbucaqların konqruyentliyinin TTT əlamətinə görə
4. $\angle BAD \cong \angle CDA$	4. Konqruyent bucaqlar qarşısındakı tərəflər də konqruyentdir.
5. $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ$	5. $\angle BAD \cong \angle CDA$ və $\angle BAD + \angle CDA = 180^\circ$
6. $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$	6. $\angle ABC \cong \angle BCD$ və $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$
7. $ABCD$ düzbucaqlıdır.	7. Düzbucaqlının tərifinə görə

Müəllimin nəzərinə! Teoremin isbatı ikisütunlu cədvəl şəklində yazıldıqda əsaslandırma sütununda boş yerlərə uyğun mülahizələri yazmaq üçün müəllim şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verə bilər. Müəllim bu mülahizələrin şagirdlər tərəfindən müzakirə olunaraq sərbəst şəkildə ifadə edilməsinə imkan verməlidir. Bu yanaşma şagirdlərin əsaslandırma və müzakirə bacarıqlarının inkişafına, həmçinin riyazi nitqinin daha səlis formalaşmasına xidmət edir.

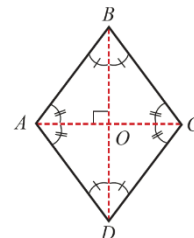
Öyrənmə Romb

Paraleloqramın növlərindən biri olan romb haqqında şagirdlərə məlumat verilir, şəkli çəkilir və tərfi diqqətə çatdırılır. Paraleloqramın xassələrindən romba aid olanlar müzakirə edilir. Sonra rombun özünə məxsus xassələri diqqətə çatdırılır. Rombun diaqonallarının qarşılıqlı perpendikulyar olması və qarşı təpələrdəki bucaqların tən böləni olması haqqında teorem şagirdlərlə birlikdə isbat edilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/X8Mz96a8>

<https://www.geogebra.org/m/B8wHEpBH>



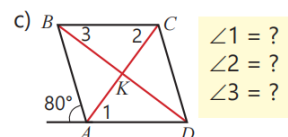
Fikirləş

Teoremin isbatına əsasən $ABCD$ rombunda $\angle BAC \cong \angle DAC$ olduğu oxşar mühakimələrlə izah olunur. Şagirdlər bərabəryanlı ABC və ADC üçbucaqlarının konqruyentliyinə görə fikirlər söyləyir, tələb olunan bucaqların konqruyentliyini əsaslandırırlar.

5. Bu tapşırığın həllinə kömək məqsədilə nümunə verilir. Şagirdlər nümunədə verilən rombun bucaqlarının tapılmasını araşdırır, diaqonalların xassəsini, bucaqların konqruyentliyinin tətbiqi yollarını müzakirə edirlər.

c) $ABCD$ rombunda A təpəsindəki xarici bucaq 80° olduğuna görə $\angle BAD = 100^\circ$ -dir. Onda rombun diaqonalının tən böləni olmasına əsasən $\angle 1 = 50^\circ$ olur.

Onda $\angle 2 = 50^\circ$ və $\angle 3 = 40^\circ$ olar.



Müəllimin nəzərinə! Tapşırıq yerinə yetirilərkən tələb olunan bucaqların tapılmasının nümunədəki kimi əsaslandırılması məqsədəuyğundur. Bu halda şagirdlər bu bucaqların dərəcə ölçülərinin necə tapıldığını dərk edirlər. Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar.

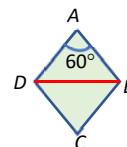
<https://www.geogebra.org/m/B8wHEpBH>

<https://www.geogebra.org/m/p3d2kpnf>

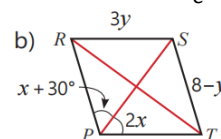
7. a) Verilən $ABCD$ rombunun tərəflərinin konqruyentliyinə görə perimetri tapılır.

$AB = 36 : 3 = 12$ sm, $P = 48$ sm.

b) $ABCD$ rombunun bucaqlarından biri 60° olarsa, ona qonşu bucaq 120° -dir. Rombun diaqonalı tən böləni olduğuna görə $\angle ABD = \angle ADB = 60^\circ$ olar. Perimetr 48 sm olduğuna görə tərəf 12 sm-dir. Onda ABD bərabərtərəfli üçbucağında $BD = 12$ sm olar.



8. Rombun diaqonallarının və bucaqlarının xassəsini tətbiq etməklə tələb olunan tərəf və bucaqlar tapılır. Rombun tərəfləri konqruyent olduğuna görə $3y = 8 - y \rightarrow y = 2$. $RS = 6$. Rombun diaqonalı tən böləni olduğuna görə $x + 30^\circ = 2x \rightarrow x = 30^\circ$. Bucaqlar 60° və 120° -dir.



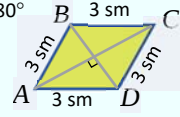
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Rombun tərəflərinin konqruyentliyinə görə şagirdlər bəzən onu kvadrat zənn edirlər. Bu yanlış təsəvvürün aradan qalxması üçün şagird mütləq onun diaqonallarının uzunluğunun və bucaqlarının fərqli olduğunu diqqətdə saxlamalıdır.

Verilənlərə görə fiqurun növünü müəyyən edin.

$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

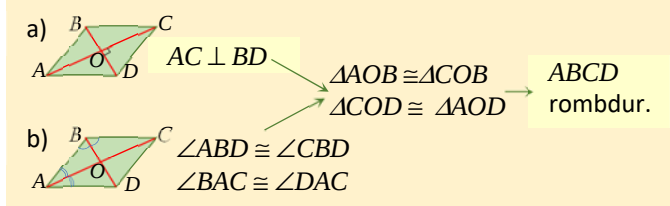
Yanlış ABCD dördbucaqlısı kvadrattır, çünki onun tərəflərinin uzunluqları eynidir, qonşu bucaqlarının cəmi 180° -dir və diaqonalları perpendikulyardır.

Doğru ABCD dördbucaqlısı rombdur, çünki onun tərəflərinin uzunluqları eynidir. Qonşu bucaqlarının cəmi isə 180° olsa da, bucaqları iti və kor bucaqlardır. Diaqonalları perpendikulyar olsa da, uzunluqları fərqlidir.



Yadda saxla!

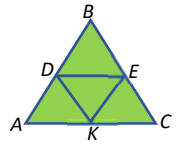
Verilən təkliflər şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir və təkliflərin rombun əlamətləri olduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Diaqonalları perpendikulyar olan və ya bucaqlarını yarıya bölən paraleloqramın romb olması əsaslandırılır. Burada şagird üçbucaqların konqruyentliyinə əsaslanmalıdır.



10. Şərtə görə dörd konqruyent bərabərtərəfli üçbucağın əmələ gətirdiyi fiqurun təpə nöqtələri adlandırılır. Burada yaranan rombların sayını müəyyən etmək üçün alınan dördbucaqlılara nəzər yetirilir: ABEK, ADEK, ADEC, BDKE, DKCB, DECK.

• Bu dördbucaqlılardan bütün tərəfləri bərabər və qarşı tərəfləri paralel olanlar ADEK, BDKE, DECK olur. Şagirdlər onların nə üçün romb olduğunu əsaslandırmalıdır.

• Bu rombların kor bucaqları 120° -dir.



Öyrənmə Kvadrat

Düzbucaqlının növü olan kvadrat şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Onun xassələri müzakirə edilir, paraleloqramın, düzbucaqlının, rombun kvadrata da aid olan xassələri şagirdlər tərəfindən müəyyənləşdirilir.

Müəllimin nəzərinə! Paraleloqramın növləri şagirdlərlə bir daha müzakirə edilərkən onların əlamətlərinin, xassələrinin müqayisəli formada araşdırılması məqsəduşğundur. Bu fiqurların oxşar və fərqli cəhətləri cədvəl şəklində də tərtib oluna bilər.

Fiqurlar	Tərəflər	Bucaqlar	Diaqonallar
Paraleloqram	Qarşı tərəfləri cüt-cüt paralel və konqruyentdir.	Qarşı bucaqları konqruyentdir.	Uzunluqları bərabər deyil, kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür.
Romb	Bütün tərəfləri konqruyentdir.	Qarşı bucaqları konqruyentdir.	Bir-birinə perpendikulyardır, bucağın tənbələnidir və uzunluqları bərabər deyil. Kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür.
Düzbucaqlı	Qarşı tərəfləri cüt-cüt paralel və konqruyentdir.	Bütün bucaqları düz bucaqdır.	Konqruyentdir. Kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür.
Kvadrat	Bütün tərəfləri konqruyentdir.	Bütün bucaqları düz bucaqdır.	Bir-birinə perpendikulyardır, bucağın tənbələnidir, konqruyentdir. Kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar.

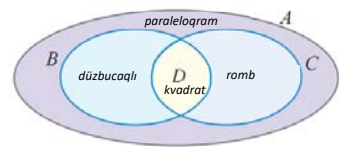
https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathstv2/global/pcm/maths_tools/geometry2d/index.html

<https://www.geogebra.org/m/k5cr9bsq>

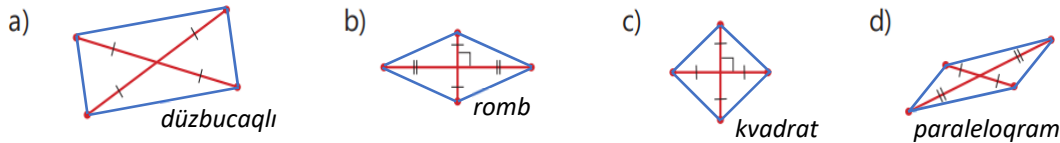
<https://www.geogebra.org/m/mJZCZAk>

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər çox zaman kvadrat və romba aid olan xassələri ixtiyari paraleloqramlara aid edirlər. Bəzi şagirdlər isə bütün paraleloqramların diaqonallarının konqruyent və perpendikulyar olduğunu, eləcə də diaqonalların təpə bucaqlarını yarıya böldüyünü (tənbölən olduğunu) zənn edirlər. Müəllim paraleloqram haqqında ümumi halda bu fikirlərin yanlış olduğunu izah etmək üçün lövhədə çəkərək müxtəlif vəsaitlər və ya ölçmə yolu ilə nümayiş etdirməsi məqsəduşğundur. Müəllim lövhədə diaqonalları bərabər olmayan və ya perpendikulyar olmayan ixtiyari bir paraleloqram çəkərək ölçmə vasitələri (xətkeş və transportir) ilə bu xassələrin yalnız xüsusi fiqurlara aid olduğunu əyani şəkildə nümayiş etdirə bilər.

12. Diaqramda təsvir olunan A , B , C və D çoxluqları araşdırılır. Romblar çoxluğu olan C çoxluğunun digər çoxluqlarla münasibəti araşdırılır. Şagird müəyyən etməlidir ki, A çoxluğu B , C və D çoxluqlarının daxilində saxlayırsa, o, paraleloqramlar çoxluğudur. B və C çoxluqlarının kəsişməsi D çoxluğudur. Onda B düzbucaqlılar çoxluğudur. D çoxluğu B və C çoxluqlarının kəsişməsidirsə, onda D kvadratlar çoxluğudur.



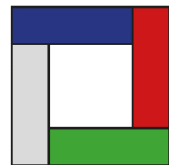
13. Bu tapşırıqda şagirdlər parçaların uc nöqtələrini ardıcıl birləşdirməklə alınan fiqurun paraleloqramın hansı növü olduğunu müəyyən edirlər. Onlar diaqonalların xassəsindən istifadə edərək fikirlərini əsaslandırırlar.



Məsələ həlli

15. Məsələnin şərtinə görə düzbucaqlı formasında olan zolaqlar konqruyentdir.

Cəlbətmə. Rəngli kağızlardan konqruyent düzbucaqlılar kəsilir və şəkildə verildiyi kimi yerləşdirilərək ucları yapışqanla yapışdırılır.



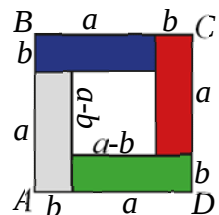
Müəllim şagirdlərə alınan dördbucaqlının tərəflərinin uzunluqlarını xətkəslə ölçməyi tapşırır.

Şagirdlər müxtəlif düzbucaqlılar kəsdiqlərinə görə müxtəlif nəticələr alacaqlar. Alınan ədədlər müzakirə olunur. Şagirdlər alınan fiqurun kvadrat olduğunu müəyyən edirlər. Eyni qayda ilə ölçmə apararaq daxildə alınan kiçik dördbucaqlının da kvadrat olduğunu qeyd edirlər.

Müəllim şagirdlərə sualla müraciət edir: “Xətkəslə ölçmədən böyük və kiçik dördbucaqlıların kvadrat olduğunu necə əsaslandırarsınız?” Şagirdlərin cavabları müzakirə olunur. Sonra ümumi hal üçün məsələ həll edilir.

Məsələnin həlli

a) Dördbucaqlının üzərində şəkildəki kimi uyğun işarələmə aparılır. Zolaqlar tərəfləri a və b olan düzbucaqlılardır. Onlar konqruyent olduğu üçün $ABCD$ dördbucaqlısının bütün tərəfləri $(a + b)$, bucaqları isə düz bucaqdır. Deməli, alınan $ABCD$ dördbucaqlısı, yəni böyük dördbucaqlı kvadratdır. Eyni qayda ilə kiçik (daxildə alınan) dördbucaqlının da bütün tərəflərinin $(a - b)$, bucaqlarının isə düz bucaq olduğunu demək olar. Deməli, bu dördbucaqlı da kvadratdır.



b) Böyük kvadratin bir tərəfi zolağın uzunluğu ilə eninin cəminə bərabərdir. Zolaqların perimetri 12 sm olduğu üçün uzunluğu ilə eninin cəmi perimetrin yarısına, yəni 6 sm-ə bərabərdir. Böyük kvadratin perimetri $4 \cdot 6 = 24$ (sm) olar.

Praktik tapşırıq. Paraleloqramın növlərinin hər birinin xüsusiyyətləri, oxşar və fərqli cəhətləri haqqında biliklərin daha yaxşı mənimsənilməsi üçün qruplarla iş aparmaq məqsədəuyğundur. Qruplara nümunədə təqdim olunan iş vərəqləri paylanılır və hər qrup cavablarını əsaslandırmaqla izah edir. Digər qruplara nümunəyə əsasən iş vərəqləri hazırlanır.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

<https://drive.google.com/file/d/1ZaIXduPT1NDbfAn316xM22eioK5gseL/view?usp=sharing>

Təklifi bir düstura (D) və ya yanlış (Y) olduğunu qeyd edin.	Təpə nöqtələrini birləşdirin və alınan dördbucaqlının növünü yazın.
Kvadratin qrupu tərəfləri bərabərdir.	☐
Rombun bütün bucaqları düz bucaqdır.	☐
Düzbucaqlının diaqonalları bərabərdir.	☐
Rombun qrupu bucaqlarının cəmi 180° -dir.	☐
Kvadratin diaqonalları kəsişmə nöqtəsində yarı bölünür.	☐
Rombun diaqonalları perpendikulyardır.	☐
Düzbucaqlının diaqonalları təbiiyədir.	☐

Formativ qiymətləndirmə

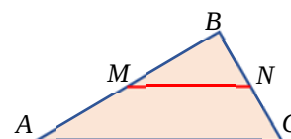
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Düzbucaqlının xassələrini və əlamətlərini izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Rombun xassələrini və əlamətlərini izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Kvadratin xassələrini və əlamətlərini izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 5.5. Üçbucağın orta xəttinin və medianlarının xassələri

ALTSTANDARTLAR	7-3.3.4. Üçbucağın və trapesiyanın orta xəttinin xassələrini izah edir. 7-3.3.5. Üçbucağın medianlarının və hündürlüklərin xassələrini tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Üçbucağın orta xəttini tanıyır və xassələri məsələ həllində tətbiq edir. • Üçbucağın orta xətti haqqında teoremin tərs teoremini izah edir. • Üçbucağın medianlarının xassələrini izah edir və məsələ həllində tətbiq edir. • Üçbucağın orta xəttinin və medianlarının xassələrini tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/xj5scyzx https://www.geogebra.org/m/wdq9uy8q Çalışma: https://www.geogebra.org/m/hwknx2dr https://www.geogebra.org/m/k4Qb9neW

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhədə hər hansı üçbucaq çəkir. O, iki şagirdi lövhə qarşısına dəvət edir və onlardan birinə bu üçbucağın iki tərəfinin orta nöqtəsini qeyd edərək parça ilə birləşdirməyi tapşırır. Sonra digər şagird MN və AC parçalarının uzunluğunu xətkəslə ölçür. Alınan ədədlər arasındakı əlaqə bütün siniflə müzakirə edilir, şagirdlərin fikirləri dinlənilir. Müəllim ölçmənin mümkün qədər dəqiq aparılmasını diqqətdə saxlayır.



Araşdırma-müzakirə

Araşdırmaya görə dörd eyni bərabərtərəfli üçbucaq elə düzülür ki, alınan fiqur da üçbucaq olur. Bu üçbucağın növü araşdırılır. Şagird onun tərəflərinin konqruent olduğunu əsaslandırır. Sonra hər hansı üçbucağı üç parça ilə konqruent üçbucaqlara necə ayırmağın yolları müzakirə olunur. Müxtəlif fikirlər ola bilər. Müəllim müəyyən istiqamət verməklə düzgün nəticəyə gəlməyə kömək edir.



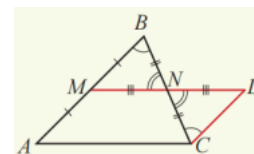
Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/rfzgr4ps>

<https://www.geogebra.org/m/SwCnCRv8>

Öyrənmə Üçbucağın orta xətti

Şagirdlər araşdırmada üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirməklə alınan parçaları təsvir etməyi öyrəndilər. Müəllim orta xəttin tərifini və orta xəttin xassəsi haqqında teoremi izah edir. Teorem şagirdlərlə birlikdə müzakirə olunaraq isbat edilir.



Müəllimin nəzərinə! İsbat zamanı $AMLC$ paraleloqramının nə üçün qurulduğu şagirdlər üçün anlaşılmayan ola bilər. Ona görə də müəllim teoremlərin isbatlarında və ya həndəsə məsələlərinin həllində lazım gəldikcə köməkçi xətlərin çəkilməsinin və ya köməkçi fiqurların qurulmasının zəruriliyini diqqətə çatdırmalıdır.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə etmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/m55mTjXE>

<https://www.geogebra.org/m/NFCwzehu>

<https://www.geogebra.org/m/ENUr6tBq>



Fikirləş

Şagirdlərdə bəzən üçbucağın bir orta xəttinin olması təsəvvürü yarana bilər. Bu səbəbdən “Fikirləş!” başlığı altında verilmiş rubrikada üçbucağın neçə orta xəttinin olması sualı araşdırılır. Şagirdlər hər üç tərəfin ortasını ardıcıl birləşdirməklə alınan orta xətlərin sayı haqqında fikir söyləyirlər. Hər orta xəttin hansı tərəfə paralel olması araşdırılaraq bütün siniflə müzakirə olunur.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər yalnız orta xətlərin sayında deyil, onun çəkilməsində də səhvə yol verə bilərlər. Bəzən təpədən qarşı tərəfin ortasına parça çəkərək medianı orta xətlə qarışdırır, bəzən tərəflərin hər hansı nöqtələrini birləşdirərək orta xətti çəkdiqlərini zənn edirlər. Bəzi şagirdlər isə orta xəttin qarşı tərəfə deyil, çəkildiyi tərəflərin yarısına bərabər olduğunu təsəvvür edirlər. Ən çox yol verilən səhvlərdən biri də ondan ibarətdir ki, şagirdlər orta xətləri çəkərkən alınan üçbucaqların bərabəryanlı olduğunu zənn edirlər. Belə yanlış təsəvvürlərin aradan qaldırılması üçün şagirdlərə müxtəlif üçbucaqlar və onların orta xətlərini çəkməyi tapşırmaq olar. Şagirdlər alınan üçbucaqların bərabəryanlı olmadıqlarını aşkar görə bilərlər.

Çalışma

2. Şəkillərlə verilmiş tapşırıqda üçbucağın orta xəttinin, iki paralel və kəsən arasında qalan bucaqların xassəsindən və üçbucağın daxili bucaqlarının cəmindən istifadə edərək məchul tərəflər və ya bucaqlar tapılır.

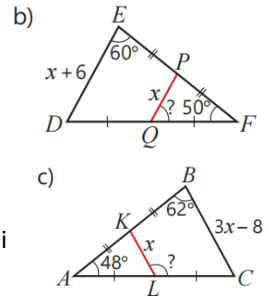
Müəllimin nəzərinə! Bu tapşırığı həll etməzdən əvvəl şagirdlərlə üçbucağın daxili bucaqlarının cəmi və iki paralellə kəsən arasında qalan bucaqların xassəsi haqqında sorğu apararaq öyrənilən bilikləri yada salmaq məqsəduyğun olar.

b) PQ orta xətt olduğuna görə $x + 6 = 2x \rightarrow x = 6$, yəni $PQ = 6$, $DE = 12$ olur.

Üçbucağın daxili bucaqlarının cəminə əsasən DEF üçbucağında $\angle D = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$, iki paralel və kəsən arasında qalan bucaqların xassəsinə əsasən $\angle PQF = \angle D = 70^\circ$ olar.

c) KL orta xətt olduğuna görə $3x - 8 = 2x \rightarrow x = 8$, yəni $KL = 8$, $BC = 16$ olur.

Üçbucağın daxili bucaqlarının cəminə əsasən $\angle C = 180^\circ - (48^\circ + 62^\circ) = 70^\circ$, daxili birtərəfli bucaqların cəminə əsasən $\angle CLK = 180^\circ - \angle C = 110^\circ$ olar.



3. ABC üçbucağının tərəflərinin orta nöqtələrinin əmələ gətirdiyi MNK üçbucağının tərəfləri verilib.

a) Şagird teoremi tətbiq edərək ABC üçbucağının tərəflərini tapır: 8, 10, 12.

b) Orta nöqtə tərəfləri yarıya böldüyünə görə: $AM = MB = 6$, $BN = NC = 4$, $AK = KC = 5$.

c) Üçbucaqların konqruyentliyinin TTT əlamətinə görə $\triangle AMK \cong \triangle MBN \cong \triangle KNC \cong \triangle NKM$.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/SwCnCRv8>

4. Bərabəryanlı üçbucağın orta xətlərindən biri və perimetri verilib. Burada iki fərziyyəni yoxlamaq lazımdır:

1) Orta xətt yan tərəflərdən birinə paraleldir 2) Orta xətt oturacağa paraleldir.

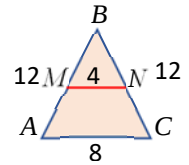
I fərziyyə. Orta xətt yan tərəflərdən birinə paraleldir.

Orta xəttin uzunluğu 4 sm olduğu üçün onun paralel olduğu yan tərəfin uzunluğu 8 sm olmalıdır. Onda üçbucaq bərabəryanlı olduğuna görə digər yan tərəfin uzunluğu da 8 sm olmalıdır. Üçbucağın perimetri 32 sm-dirsə, deməli üçüncü tərəfinin uzunluğu $32 \text{ sm} - 8 \text{ sm} - 8 \text{ sm} = 16 \text{ sm}$ olmalıdır. Lakin üçbucaq bərabərsizliyinə görə tərəfləri 8 sm, 8 sm və 16 sm olan üçbucaq mümkün deyil. Deməli, bu fərziyyə doğru deyil.

II fərziyyə. Orta xətt oturacağa paraleldir. Orta xəttin uzunluğu 4 sm-dirsə, onun paralel AC oturacağının uzunluğu $AC = 8 \text{ sm}$ olar.

Perimetr 32 sm olduğuna görə $AB = BC = (32 - 8) : 2 = 12 \text{ (sm)}$ olar.

Bu halda ABC üçbucağının tərəfləri 12 sm, 12 sm və 8 sm-dir.

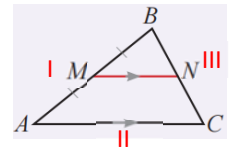


Cavab: 12 sm, 12 sm və 8 sm.

Müəllimin nəzərinə! Bu tapşırığın həllində şagirdlər I fərziyyəyə uyğun cavab tapıb yanlış olaraq orta xəttin yan tərəfə paralel olduğunu zənn edə bilərlər. Doğru cavabı müəyyən etmək üçün üçbucaq bərabərsizliyinin ödəndiyini yoxlamaq mütləqdir.



Üçbucağın orta xətti haqqında teoremin tərsinin də doğru olduğu şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilərək əsaslandırılır. İlk növbədə şagirdlər tərs təklifin şərt və hökm hissəsini düzgün müəyyən etməyi bacarmalıdırlar. Üçbucağın bir tərəfinin ortasından keçərək ikinci tərəfə paralel olan düz xəttin üçüncü tərəfin də ortasından keçməsi şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilərək izah olunur: $AM \cong MB$, $MN \parallel AC \rightarrow CN \cong NB$.

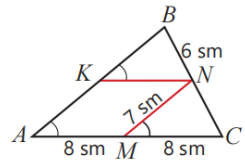


5. Şagirdlər bu tapşırığı sərbəst həll edərkən müəyyən çətinlik çəkə bilərlər, ona görə də müəllim lazım gəldikdə istiqamətlər verməlidir. Xüsusilə burada üçbucağın orta xətti haqqında teoremin tərsinin tətbiqinə diqqət yetirməyi vurğulamaq məqsəduyğundur.

a) Şərtə görə ABC üçbucağında M nöqtəsi AC tərəfinin ortasıdır. Şagirdlər şəkildə verilənlərə görə, yəni $\angle BKN \cong \angle NMC \cong \angle A$ şərtinə görə $MN \parallel AB$ və $KN \parallel AC$ olduğunu müəyyən edirlər. Digər tərəfdən tərs teoremə görə N nöqtəsi BC tərəfinin orta nöqtəsidir. Beləliklə, $AKNM$ dördbucaqlısının paraleloqram olması şagirdlərlə müzakirə edilərək əsaslandırılmış olur.

b) $AKNM$ paraleloqram olduğuna görə qarşı tərəflərin konqruyentliyinə əsasən onların uzunluqları tapılır: $KN = AM = 8 \text{ sm}$, $AK = MN = 7 \text{ sm}$.

c) $KN = AM = MC$, $AK = KB = MN$, $\angle BKN \cong \angle NMC$ olduğu üçün üçbucaqların konqruyentliyinin BTB əlamətinə görə $\triangle BKN \cong \triangle NMC$.



d) $MN = AK = KB$ və $KN = AM = CM$ olduğu məlumdur. Yəni $MN = \frac{1}{2}AB$ və $KN = \frac{1}{2}AC$ olduğu üçün MN və NK parçaları üçbucağın orta xətləridir.

e) $P_{\triangle ABC} = 14 + 16 + 12 = 42$ (sm)

Öyrənmə Üçbucağın medianları

Müəllim üçbucağın medianlarının kəsişmə nöqtəsinin xassəsi haqqında məlumat verməzdən əvvəl şagirdlərə hər hansı üçbucağın bütün təpələri ilə qarşı tərəflərinin ortasını birləşdirmək tapşırığını verir. Şagirdlər dəftərdə dəqiqliklə çəkilmiş medianların üçbucağın daxilində bir nöqtədə kəsişdiyini müşahidə edirlər. Sonra üçbucağın medianlarının xassəsi haqqında teoremlər şərh edilir və hər medianın kəsişmə nöqtəsində təpədən başlayaraq 2 : 1 nisbətində bölünməsi ətrafı izah edilir. Bu xassənin isbatı isə 7-ci tapşırıqda icra olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/pwTTqNfh>

Müəllimin nəzərinə! Medianların kəsişmə nöqtəsinin ağırlıq mərkəzi adlandırılmasının və onun nə üçün ağırlıq mərkəzi olmasının şagirdlərə izah edilməsi məqsəduyğundur. Bununla bağlı 6-cı sinif 7.1 mövzunu xatırlatmaq və praktiki işi təkrarlamaq olar: hər hansı kartondan kəsilmiş üçbucağı medianlarının kəsişmə nöqtəsindən keçirilmiş ipdən asılı saxlamaqla onun tarazlıqda qalmasını nümayiş etdirmək olar. 12-ci tapşırıqda şagirdlər bunu məsələ həlli zamanı icra edəcəklər.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar: <https://youtu.be/dFsp31EDYnI>



Fikirləş

Şagirdlər üçbucağın medianlarının xassəsinə əsasən $AG = \frac{2}{3}AN$ və $GN = \frac{1}{3}AN$ olduğunu əsaslandırırlar. Belə ki, G nöqtəsi AN medianını 2 : 1 nisbətində bölür, deməli, median üç bərabər yerə bölünmüş hesab olunur və onun $\frac{2}{3}$ hissəsi AG -nin, $\frac{1}{3}$ hissəsi isə GN -in payına düşür.

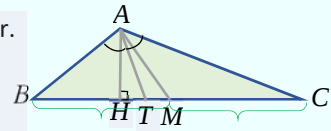
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər bəzən üçbucağın medianını tən bölənlə və hündürlüklə qarışıq salırlar, yaxud onların üst-üstə düşdüyünü zənn edirlər. Bu yanlış təsəvvürü aradan qaldırmaq üçün bu üç elementi üst-üstə düşməyən üçbucaq çəkib bu elementləri ayrılıqda təsvir etməklə izah etmək məqsəduyğundur.

Üçbucağın A təpəsindən medianını, hündürlüyünü və tən bölənləni çəkin.



Yanlış Üçbucağın A təpəsindən qarşı tərəfə median çəkmək üçün qarşı tərəfin ortası qeyd edilir və A nöqtəsi ilə həmin nöqtə birləşdirilir. Alınan parça həm tən bölənlə, həm də hündürlüklə olur.

Doğru Üçbucağın A təpəsindən qarşı tərəfin orta nöqtəsinə parça çəkilir. Bu, mediandır. A təpəsindəki bucaq yarıya bölünərək tən bölənlə çəkilir. A təpəsindən qarşı tərəfə perpendikulyar çəkilir. Alınan parça hündürlükdür. $AH < AT < AM$.



7. Şagirdlər tapşırığı yerinə yetirməklə teoremlər 8-i isbat edirlər. Müəllim hər mərhələdə yerinə yetirilən tapşırığın müzakirəsinə diqqəti artırmalı, şagirdlərin aktiv iştirakına nail olmağı bacarmalıdır.

8. Şagirdlər "Fikirləş!" başlığı ilə verilən məlumatdan bilirlər ki, medianın kəsişmə nöqtəsinə qədər olan bir hissəsi verildikdə onun uzunluğunu müəyyən etmək mümkündür.

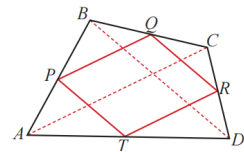
a) $AG = 12$ sm olarsa, $AN = 18$ sm, $GN = \frac{1}{3}AN = 6$ sm, b) $CM = 21$ sm olarsa, $CG = \frac{2}{3}CM = 14$ sm olar.

10. Tapşırıqda əsas məqsəd paraleloqramın əlamətlərindən biri və qabarıq dördbucaqlının mühüm xassəsi olan Varinyon teoreminin öyrədilməsidir: *Təpələri ixtiyari qabarıq dördbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələri ilə üst-üstə düşən dördbucaqlı paraleloqramdır.*

Alınan paraleloqramın tərəfləri qabarıq dördbucaqlının diaqonallarına paraleldir.

Həndəsənin bəzi mühüm teoremlərinin isbatı bu teoremə əsaslanır.

Tapşırıq $PQRT$ dördbucaqlısının tərəflərinin ABC , ADC , ABD və BCD üçbucaqlarının orta xətləri olmasına əsasən yerinə yetirilir. Şagirdlər bəndlərdə verilmiş tapşırıqları yerinə yetirərkən üçbucağın orta xəttinin və paraleloqramın xassələrinə, düz xətlərin paralellik aksiomuna əsaslanırlar.



d) $AC = 12$ sm və $BD = 8$ sm olarsa, $PQ = 6$ sm, $PT = 4$ sm olur. Deməli, paraleloqramın perimetri 20 sm olar.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/wmyxfnkf> <https://www.geogebra.org/m/uNW647XY>

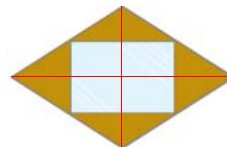
Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə hər hansı qabarıq dördbucaqlı və onun diaqonallarından birini çəkmək tapşırılır. Alınan üçbucaqların diaqonala paralel orta xətləri çəkilir və diaqonalin uzunluğu verildikdə orta xətləri tapmaq və ya orta xətlər verildikdə diaqonali tapmaq tələb olunur.

Dərinləşdirmə. Müəllim şagirdlərdən soruşur: “10-cu məsələdə hansı halda alınan $PQRT$ paraleloqramı kvadrat ola bilər?” Şagirdlər diaqonalların konqruent və perpendikulyar olduğu halı müəyyən etməlidirlər. Müəllim şagirdlərə bu xassənin çöyük dördbucaqlılar üçün doğru olub-olmadığını yoxlamağı tapşırır.

Məsələ həlli

11. Romb formasında taxta üzərinə bərkidilmiş güzgünün düzbucaqlı formasında olmasını əsaslandırmaq üçün güzgünün tərəflərinin rombun diaqonallarına paralel olduğunu göstərmək kifayətdir. Belə ki, rombun diaqonalları perpendikulyar olduğu üçün tərəfləri diaqonallara paralel olan güzgü düzbucaqlı formasında olar. Rombun daxilində çəkilmiş düzbucaqlının tərəfləri rombun diaqonallarına paralel olduğu üçün bu tərəflər diaqonalların yarısına bərabərdir. Diaqonallar 64 sm və 48 sm olduğuna əsasən düzbucaqlının tərəfləri uyğun olaraq 32 sm və 24 sm olur. Onda düzbucaqlının sahəsi $S = 768 \text{ sm}^2$ hesablanır.



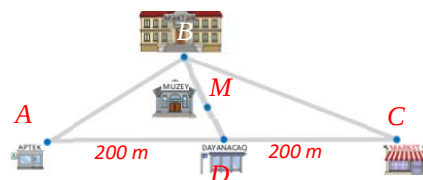
Rombun diaqonalları 64 sm və 48 sm olduğu üçün güzgünün tərəfləri 32 sm və 24 sm olar.

Onda $S = 768 \text{ sm}^2$ olar.

13. Məsələnin dəqiq anlaşılması üçün şagirdlər tərəfindən şərt dəqiq araşdırılır, plana uyğun şəkil çəkilir və üzərində lazımı qeydlər edilir.

$AD = CD = 200$ m, $BM = 400 - 280 = 120$ m.

Məlumdur ki, planda muzey ABC üçbucağının medianlarının kəsişmə nöqtəsində yerləşir. Onda $MD = BM : 2 = 60$ m olar.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Üçbucağın orta xətti haqqında teoremi şərh edir, onu isbat edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Üçbucağın orta xətti haqqında tərs teoremi şərh edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Üçbucağın medianlarının kəsişmə nöqtəsində bölünmə nisbətini izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 5.6. Trapesiya

ALTSTANDARTLAR	7-3.3.3. Paraleloqramın, rombun, düzbucaqlının, kvadratin və trapesiyanın xassələrini tətbiq edir. 7-3.3.4. Üçbucağın və trapesiyanın orta xəttinin xassələrini izah edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Trapesiyanın növlərini müəyyən edir. • Trapesiyanın orta xəttinin xassəsini izah edir. • Trapesiyanın xassələrini tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/j676Bp6d https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathstv2/global/pcmg/math_tools/geometry2d/index.html Çalışma: https://www.geogebra.org/m/j9kupevU https://www.geogebra.org/m/AFerPTKK

Mövzuya yönəltmə

Bir neçə evin damlarının təsvirləri şagirdlərə təqdim edilir. Damın öndən, yandan görünüşlərinin forması müzakirə edilir. Yandan görünüşdəki dördbucaqlının tərəflərinin qarşılıqlı vəziyyətləri haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənilir. Sinfə “bu fiqurlar bir-birindən nə ilə fərqlənir?” sualı ilə müraciət edilir və sual müzakirə olunur.



Araşdırma-müzakirə

Praktik tapşırıq. Araşdırmada praktik tapşırıq yerinə yetirilir. Şagirdlərə əvvəlcədən rəngli kağız və qayçı gətirmək tapşırılır. Müəllim tapşırığı bir qədər dəyişə bilər. Məsələn, kağız üzərində çəkilmiş paraleloqramı iki paraleloqram olmayan konqruent dördbucaqlıya necə ayırmaq olar? Şagirdlər dərslikdə təsvir olunan həllə özləri gəlirlər.

Öyrənmə Trapesiya

Müəllim dördbucaqlının bir növü olan trapesiya haqqında məlumat verir. Şagirdlərin aşağı siniflərdə trapesiya haqqında məlumatları olsa da, bu sinifdə artıq fiqurun ciddi tərfi ilə tanış olurlar. Trapesiyanın oturacaqları, yan tərəfləri, bucaqları, hündürlüyü, diaqonalları, növləri şagirdlərə araşdırılaraq müzakirə edilir.

Şagirdlər trapesiyanın növləri ilə tanış olur və trapesiya formasında olan əşyalara nümunələr göstərilir.



Fikirləş

Burada şagirdlər iki paralel və kəsən arasında qalan bucaqların xassəsinə əsaslanaraq trapesiyanın yan tərəfə bitişik bucaqlarının cəminin 180° olduğunu izah edirlər. Trapesiyanın bucaqlarının cəmi, bərabəryanlı və düzbucaqlı trapesiyalarda bucaqların xüsusiyyətləri müzakirə edilə bilər.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər bəzən yanlış olaraq trapesiyanı, xüsusilə də bərabəryanlı trapesiyanı paraleloqramla qarışdırırlar. Məsələn, trapesiyanın oturacaqları paralel olduğuna görə onların uzunluqlarının da bərabər olduğunu zənn edirlər. Trapesiyanın yalnız bir cüt tərəfinin paralel olması, digər iki tərəfinin isə paralel olmaması, həmçinin düzbucaqlı trapesiyanın yalnız iki bucağının düz bucaq olması təsvirlərlə şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

Çalışma

2. $ABCD$ bərabəryanlı trapesiyasında B təpəsindən CD yan tərəfinə paralel olan BK parçası çəkilir. Verilən suallar cavablandırılmaqla bərabəryanlı trapesiyanın oturacağına bitişik bucaqların konqruent olduğu əsaslandırılır.

• BC və DK trapesiyanın oturacaqları olduğu üçün paraleldir. BK və CD şərtə görə paralel olduğu üçün $BCDK$ dördbucaqlısının qarşı tərəflər cüt-cüt paraleldir. Deməli, $BCDK$ paraleloqramdır.

• $BC \parallel DK$ olduğundan $\angle AKB$ və $\angle D$ uyğun bucaqlardır. Uyğun bucaqların xassəsinə əsasən $\angle AKB \cong \angle D$

• ABK üçbucağı bərabəryanlı olduğundan $\angle A \cong \angle AKB$

$\angle AKB \cong \angle D$ olduğundan $\angle A \cong \angle D$.

• Paralel düz xətlərin daxili birtərəfli bucaqlarının cəmi 180° -dir.

$\angle A + \angle B = 180^\circ$; $\angle D + \angle C = 180^\circ$; $\angle A \cong \angle D$ olduğundan $\angle B \cong \angle C$

3. Tapşırığı yerinə yetirmək üçün trapesiyanın oturacağına bitişik bucaqların xassəsindən istifadə olunur.

c) Verilmiş bərabəryanlı trapesiyada AT tən bölən, $\angle ATD = 90^\circ$ -dir. B və D bucaqlarının tapılması tələb olunur.

Şagird bilməlidir ki, trapesiya bərabəryanlıdırsa, $\angle A \cong \angle D$.

$\angle D = 2\angle TAD$ olduğuna görə ATD düzbucaqlı üçbucağından $\angle D + \angle TAD = 3\angle TAD = 90^\circ$.

Buradan, $\angle TAD = 30^\circ$ olduğu üçün $\angle D = 60^\circ$ və $\angle B = 120^\circ$.

d) Bu tapşırıqda şagird üçbucağın daxili bucaqlarının cəminə əsasən $\angle B$ -ni tapır.

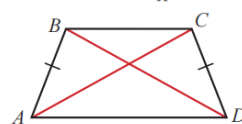
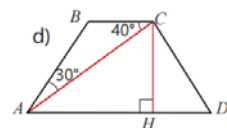
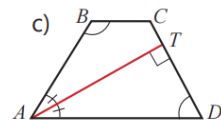
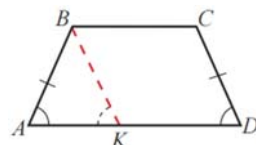
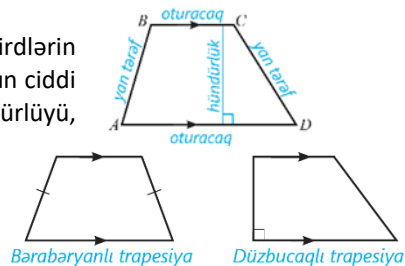
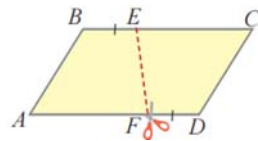
$\angle B = 110^\circ$. $\angle D = 180^\circ - \angle BCD = 180^\circ - \angle B = 70^\circ$.

CHD düzbucaqlı üçbucağında $\angle HDC = 90^\circ - \angle D = 20^\circ$.

Müəllimin nəzərinə! Həndəsə məsələlərində tapşırıqlar yerinə yetirilərkən bütün nəticələr mütləq əsaslandırılmalıdır. Bu halda şagird öyrəndiklərini daha tez mənimsəyir və isbat prosesinin mahiyyətini və əhəmiyyətini başa düşür.

4. Tapşırıqda bərabəryanlı trapesiyanın xassəsi isbat olunur. Müəllim tapşırıq şəklində verilsə də, təklifin xassə olduğunu vurğulamalıdır. Bu xassənin isbatı diaqonalların ayırdığı üçbucaqların konqruentliyinə əsaslanır. BAD və CDA üçbucaqlarının konqruentliyi isə TBT əlamətinə əsasən müəyyən edilir. Tapşırığı yerinə yetirməzdən əvvəl üçbucaqların konqruentlik əlamətlərini təkrarlamaq məqsəduyğundur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:



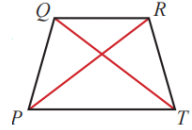
<https://www.geogebra.org/m/AFerPTKK>

5. Şagirdlər bərabəryanlı trapesiyanın diaqonallarının konqruyentliyinə əsaslanaraq tapşırığı yerinə yetirirlər.

$QR = 6$ sm, $P_{\Delta PQR} = PQ + QR + PR = 15$ sm və $P_{\Delta PQT} = PQ + QT + PT = 20$ sm, $PR \cong QT$ olduğundan

$$PQ + QR + PR = PQ + QR + QT = 15 \rightarrow PQ + QT = 15 - 6 = 9.$$

$$PQ + QT + PT = 20 \rightarrow PT = 20 - 9 = 11 \text{ sm olar.}$$



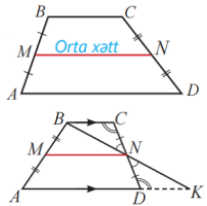
Öyrənmə Trapesiyanın orta xətti

Müəllim lövhədə hər hansı trapesiya çəkir və şagirdlərə onun yan tərəflərinin orta nöqtələrini parça ilə birləşdirməyi tapşırır. Alınan parçanın oturacaqlarla qarşılıqlı vəziyyəti müzakirə olunur. Trapesiyanın orta xəttinin xassəsi haqqında teorem şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Teoremin isbatı 6-cı tapşırıqda şagirdlərlə müzakirə edilərək yerinə yetirilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/bztqfhp>

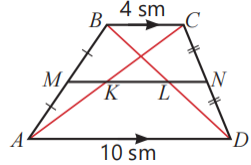
<https://www.geogebra.org/m/xnHcpJnM>



9. Trapesiyanın oturacaqlarının uzunluqları nisbəti və orta xəttinin uzunluğu verilib. Orta xəttin düsturunda oturacaqları $3k$ və $5k$ kimi nəzərə almaqla trapesiyanın oturacaqları tapılır. $12 = \frac{3k + 5k}{2} \rightarrow k = 3$. Trapesiyanın oturacaqları 9 sm və 15 sm-dir.

10. Bu tapşırıqda sualları cavablandırmaqla şagirdlər trapesiyanın orta xəttinin diaqonallar arasında qalan parçasının necə tapılmasını müəyyən edirlər.

- $MN = \frac{10 + 4}{2} = 7$ (sm).
- LN parçası BCD üçbucağının orta xəttidir və $LN = 2$ sm.
- KN parçası ACD üçbucağının orta xəttidir və $KN = 5$ sm.
- $KL = KN - LN = 3$ sm olar.



Müəllimin nəzərinə! Bu tapşırıqda KL parçasının uzunluğunu $KL = \frac{AD - BC}{2}$ düsturu ilə də hesablamaq olar. Bu düstur şagirdlər tərəfindən araşdırılmaqla əsaslandırıla bilər. Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar: <https://www.geogebra.org/m/dpqfdhqm>

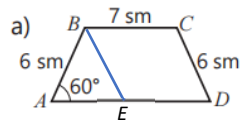
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Trapesiyanın orta xəttinin təsviri ilə əlaqədar şagirdlər müxtəlif yanlışlıqlara yol verirlər. Onlardan ən çox rast gəlinən səhvlər cədvəldə verilmişdir.

Yanlış təsəvvürlər	Düzgün cavab	Yanlış təsəvvürlərin aradan qaldırılması
Trapesiyanın orta xətti oturacaqların orta nöqtələrini birləşdirir.	Trapesiyanın orta xətti yan tərəflərin orta nöqtələrini birləşdirir.	Trapesiyanın çəkilməsi vəziyyətindən asılı olaraq şagirdlər onun yan tərəfi ilə oturacaqlarını səhv sala bilərlər. Trapesiyanın yan tərəflərinin paralel olmadığı diqqətə çatdırılır.
Trapesiyanın orta xətti diaqonalların kəsişmə nöqtəsindən keçir.	Trapesiyanın orta xətti həmişə diaqonalların kəsişmə nöqtəsindən keçmir.	Trapesiyanın orta xəttinin diaqonalları kəsməsi, lakin onların kəsişmə nöqtəsindən keçmədiyi təsvir edilərək əyani göstərilir.
Trapesiyanın orta xətti onu sahələri bərabər olan iki hissəyə bölür.	Trapesiyanın orta xəttinin ayırdığı hissələrin sahələri heç vaxt bərabər olmur.	Trapesiyanın orta xəttini təsvir etməklə onun sahələri fərqli olan iki müxtəlif hissəyə bölündüyü göstərilir.

Cədvəldə qeyd olunan səhvlər bəzi şagirdlərin bütün trapesiyalar üçün yol verdikləri səhvlərdir. Xüsusi hallar nəzərdə tutulmur.

11. Tapşırıqda şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın orta xəttinin uzunluğunu müəyyən etmək tələb olunur. Burada əsas məqsəd köməkçi xətlərdən istifadə etməkdir.

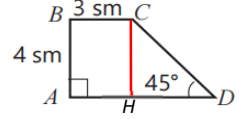
a) Verilənlərə görə köməkçi xəttin necə çəkiləcəyi müzakirə edilir. Şagirdlər 60° -nin nə üçün verildiyini düşünərək bərabərtərəfli üçbucaqdan istifadənin mümkünlüyü haqqında fikir irəli sürə bilərlər. Müəllim zəruri hallarda müəyyən istiqamət verməlidir.



$ABCD$ trapesiyasında B təpəsindən CD tərəfinə paralel çəkilir. Alınan ABE üçbucağının bərabərtərəfli olduğu əsaslandırılır. Onda $AE = 6$ sm və $AD = 13$ sm olar. Trapesiyanın orta xətti tapılır.

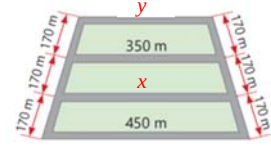
$$\frac{13 + 7}{2} = 10 \text{ (sm)}.$$

b) Şəildə verilənlərdən $ABCD$ düzbucaqlı trapesiyası verilmişdir. C təpəsindən CH hündürlüyü çəkilir. Alınan CHD bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaq olduğuna görə $CH = HD = 4$ sm olar. Onda $AD = 7$ sm və orta xəttin uzunluğu 5 sm-dir.

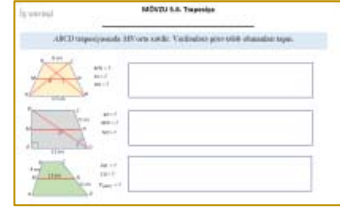


Məsələ həlli

13. Park bərabəryanlı trapesiya formasındadır və parkın ortasındakı yollar trapesiyaların orta xəttidir. Trapesiyanın orta xəttinin tapılmasına əsasən $x = (350 + 450) : 2 = 400$ (m) və $y = 350 \cdot 2 - 400 = 300$ (m) olar.



Praktik tapşırıq. Qruplara iş vərəqləri paylanır. İş vərəqlərində verilən tapşırıqlar trapesiyanın xassələrini tətbiq etməklə yerinə yetirilir. Verilən nümunəyə əsasən digər qruplara da iş vərəqləri hazırlanır. Hər iş vərəqində trapesiyanın müxtəlif xassələrinə aid tapşırıqlar verilməsi tövsiyə olunur. İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:



https://drive.google.com/file/d/1pUFSgW_rqhyJwCL0aRnsJ023PqDR0zDV/view?usp=sharing

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Bərabəryanlı və düzbucaqlı trapesiyaları fərqləndirir və məsələ həllində onların xassələrindən istifadə edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Trapesiyanın orta xətti haqqında teoremi şərh edir, onu isbat edir və məsələ həllində tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

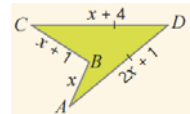
Mövzuya yönəltmə. Bölmənin sonunda verilmiş xülasədə qeyd edilən anlayışlar şagirdlərlə birlikdə təkrarlanır, ümumiləşmə aparılır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər, yeni anlayışlar bir daha yada salınır, onların mənası şagirdlər tərəfindən izah edilir, digər anlayışlarla əlaqələri şərh olunur. Bölmədə öyrədilən anlayışlar:

qabarıq dördbucaqlı, qabarıq olmayan (çökkük) dördbucaqlı, daxili bucaq, xarici bucaq, diaqonal, paraleloqram, düzbucaqlı, romb, kvadrat, üçbucağın orta xətti, median, trapesiya, trapesiyanın orta xətti.

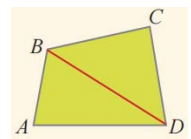
Bölməni yekunlaşdırarkən dördbucaqlılar və onların xassələrinin müxtəlif sahələrdə geniş tətbiqləri barədə ümumiləşdirilmiş məlumat verilir. "Cəhd edin!" başlığı ilə ilkin problem kimi verilən məsələnin şərti şagirdlərlə araşdırılır. Məsələnin qısa şərti yazılır, təhlil edilir, verilənlər və tapılması tələb olunanlar müzakirə edilir. Tapşırıq rombin xassələrindən, üçbucağın bucaqlarının cəmindən və sahə düsturundan istifadə edilərək yerinə yetirilir. İlkin problemin həlli dərslikdə verilsə də, onun şagirdlərlə müzakirə olunması məqsəddə uyğun hesab edilir.

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

1. Tapşırığı yerinə yetirən şagirdlər şəildə verilənləri diqqətlə nəzərdən keçirməli, dördbucaqlının tərəfləri arasındakı əlaqəni müəyyən edə bilməlidirlər. Şərtə görə dördbucaqlının AD və CD tərəflərinin uzunluğu eynidir. Onda $x + 4 = 2x + 1$ tənliyindən $x = 3$ alınır. Deməli, dördbucaqlının tərəfləri $AD = CD = 7$, $AB = 3$, $BC = 4$ olar. Onda $P = 21$ -dir.



2. Perimetri 25 sm olan $ABCD$ dördbucaqlısı diaqonalla perimetrleri 20 sm və 21 sm olan iki üçbucağa ayrılıb. Aydındır ki, hər üçbucağın perimetri dördbucaqlının uyğun iki qonşu tərəflərinin və diaqonalının uzunluqları cəminə bərabərdir. Şagirdlər müzakirə edərək müəyyən edə bilirlər ki, diaqonalın uzunluğu hər iki üçbucağın perimetrində iştirak edir. Deməli, üçbucaqların perimetrlərinin cəmindən dördbucaqlının perimetri çıxılırsa, diaqonalın uzunluğunun 2 misli qalar. Onda $BD = (20 + 21 - 25) : 2 = 8$ sm olar. Bunu uyğun perimetrlərin düsturunu yazmaqla parçaların uzunluqları cəmi ilə də həll etmək olar.



3. Tapşırıq dördbucaqlıların daxili və xarici bucaqlarına aiddir. Şagirdlər dördbucaqlının hər təpədəki daxili və xarici bucaqlarının qonşu bucaqlar olduğunu bilirlər. Şəkildə verilənlərə görə məchul bucaqlar tapılır.

b) Dördbucaqlının həm daxili, həm də xarici bucaqlarının cəmi haqqında teorem tətbiq edilərək tənlik qurulur. $x + 20^\circ + (180^\circ - 80^\circ) + x + (180^\circ - 110^\circ) = 360^\circ \rightarrow x = 85^\circ$ olar.

$\angle 1 = 95^\circ$, $\angle 2 = 75^\circ$.

c) Burada verilən çökük dördbucaqlıdır. A təpəsindəki daxili və xarici bucaqların cəminə əsasən $x + 5x = 180^\circ \rightarrow x = 30^\circ$ olar. Deməli, $\angle 1 = 30^\circ + 28^\circ + 24^\circ = 82^\circ$ olar.

4. ABCD dördbucaqlısının AM və DM tən bözlənləri M nöqtəsində 86° -li bucaq altında kəşişir. Tapşırıq mərhələlərlə yerinə yetirilir. Hər mərhələdə tələb olunanlar şagirdlərlə müzakirə edilir və tapılır.

• İlk olaraq $\angle MAD = 180^\circ - (86^\circ + 46^\circ) = 48^\circ$, $\angle BAD = 96^\circ$, $\angle ADC = 92^\circ$,

$\angle B = 360^\circ - (96^\circ + 92^\circ + 100^\circ) = 72^\circ$ müəyyən edilir.

• $\angle B + \angle C = 172^\circ$ və $\angle AMD = 86^\circ$ olduğu üçün $\angle AMD = (\angle B + \angle C) : 2$ bərabərliyinin ödəndiyi qeyd edilir.

• Tapşırığı yerinə yetirməklə şagirdlər belə bir nəticə əldə edirlər: *dördbucaqlının iki qonşu bucağının tən bözlənləri arasındakı bucaq digər iki bucağın cəminin yarısına bərabərdir*. Bu təklifin doğruluğu tən bözlənlərin kəşiməsindən alınan üçbucağın daxili bucaqlarının cəminin dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəminin yarısına bərabər olması ilə izah oluna bilər. Üçbucağın iki bucağının cəmi dördbucaqlının iki bucağının cəminin yarısına bərabər olduğu üçün üçbucağın təpə nöqtəsindəki bucaq da dördbucaqlının qalan iki bucağının cəminin yarısına bərabərdir. Bu təklif müxtəlif nümunələr üzərində də yoxlanıla bilər.

6. Şagirdlər ABCD düzbucaqlısının hər diaqonalının onu iki üçbucağa ayırdığına diqqət edirlər. Müzakirə nəticəsində ABD və BCD üçbucaqlarının orta xətlərinin BD diaqonalına, ABC və ACD üçbucaqlarının orta xətlərinin isə AC diaqonalına paralel və uyğun olaraq onun yarısına bərabər olduğu müəyyən edilir. $MN = ML = NK = LK = 5$ sm. Rombun xassələri yada salınır və MNKL dördbucaqlısının romb olduğu əsaslandırılır və perimetri hesablanır. $P = 20$ sm.

Müəllimin nəzərinə! Bəzən belə hallarda şagirdlər MNKL-in tərəflərinin bərabərliyinə görə kvadrat olduğunu zənn edir, bucaqların dərəcə ölçülərinə diqqət etmirlər. Müəllim şagirdlərin diqqətini bucaqlara yönəltməlidir. Bucaqlar 90° -dən fərqli olduğu üçün dördbucaqlının romb olduğu əsaslandırılır.

8. Tapşırığı yerinə yetirməzdən əvvəl kvadratın, bərabərtərəfli üçbucağın bucaqları, hündürlükləri, bucağın tən bözləni haqqında biliklərin təkrar edilməsi məqsəduyğundur.

Şagirdlər AND bərabərtərəfli üçbucağından $\angle NAD = 60^\circ$ və kvadrata görə

$\angle BAN = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ olduğunu müəyyən edirlər. Digər tərəfdən ABN üçbucağı bərabəryanlıdır, çünki $AB = AD = AN$. Onda $\triangle ABN$ -dən $\angle BNA = (180^\circ - \angle BAN) : 2 = 75^\circ$ olar.

$\angle DNE = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$, $\angle NDE = 30^\circ$.

$BA \parallel CD$ olduğundan $\angle NEC = \angle ABN = (180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$.

Müəllimin nəzərinə! 8-ci tapşırığın həlli şagirdlər üçün o qədər də asan olmaya bilər. Bucaqların hansı üçbucağa və ya hansı qaydaya əsasən tapılmasının şagirdlər tərəfindən əsaslandırılması faydalı olar. Xüsusilə ABN üçbucağının nə üçün bərabəryanlı olması izah edilməlidir. Müəllim zəruri hallarda lazımi istiqaməti verməlidir.

9. Düzbucaqlı üçbucaqda düz bucaq təpəsindən çəkilmiş medianın hipotenuzun yarısına bərabər olması faktı üçbucağa aid məsələlərin həllində çox istifadə edilir. Bu faktı əsaslandırmaq üçün şagirdlər verilmiş göstərişə əsasən AM medianını çəkir və əks tərəfə özü qədər uzadırlar. B və D nöqtələri C ilə birləşdirilir. Tapşırıq suallara cavab verməklə mərhələlərlə yerinə yetirilir.

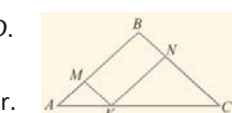
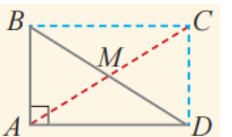
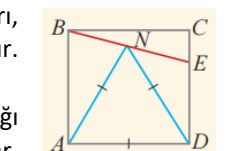
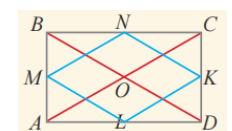
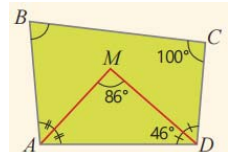
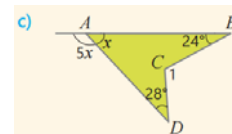
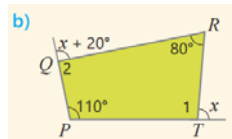
• ABCD dördbucaqlısının paraleloqram olması dərsləyin 117-ci səhifəsində 13-cü tapşırıqdakı xassəyə əsaslanır: *"Dördbucaqlının diaqonalları kəşirsə və kəşmə nöqtəsində yarıya bölünürsə, bu dördbucaqlı paraleloqramdır."*

• ABCD paraleloqramdırsa, deməli, onun qarşı bucaqları konqruyentdir. Bu xassəyə əsasən bir bucağı düz bucaq olan paraleloqram düzbucaqlıdır.

• Düzbucaqlının diaqonalları konqruyentdir. $AM = \frac{1}{2} AC$ və $AC = BD$ olduğu üçün $AM = \frac{1}{2} BD$.

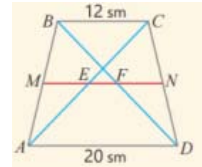
10. Şərtə görə ABC bərabəryanlı üçbucaq, MBNK isə paraleloqramdır və $AB = BC = 12$ sm, $\angle A = \angle C = 40^\circ$. Şagirdlər tapşırıqdakı şəklə və şərtə verilənləri araşdıraraq müzakirə edirlər.

• ABC bərabəryanlı üçbucaq və $\angle A = \angle C = 40^\circ$ olduğuna görə $\angle B = 100^\circ$ olur. Paraleloqramın qarşı və qonşu bucaqlarının xassəsinə görə MBNK paraleloqramının bucaqları 100° və 80° -dir.



- $\angle BMK = 80^\circ$ olduğuna görə $\angle AMK = 100^\circ$, buradan isə $\angle A = \angle K = 40^\circ$. AMK üçbucağı bərabəryanlı olduğuna görə $AM = MK$.
- $MBNK$ paraleloqramının perimetrini belə tapmaq olar.
 $P = MK + MB + BN + NK = AM + MB + BN + NC = 12 \text{ sm} + 12 \text{ sm} = 24 \text{ sm}$.

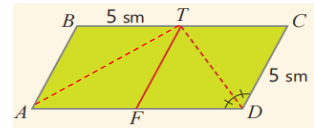
12. Şəkində $ABCD$ trapesiyasının diaqonalları və MN orta xətti çəkilmişdir. Trapesiyanın orta xətti $MN = 16 \text{ sm}$ -dir. MF parçası ABD üçbucağının orta xəttidir. $MF = 10 \text{ sm}$. Şagirdlər artıq bilirlər ki, ME parçası ABC üçbucağının, FN isə BCD üçbucağının orta xəttidir. Onda: $ME = FN = 6 \text{ sm}$, $EF = EN - FN = 10 - 6 = 4 \text{ sm}$.



Müəllimlərin nəzərinə! Trapesiyanın orta xəttinin diaqonallar arasında qalan hissəsi oturacaqların fərqi yarısına bərabərdir: $EF = \frac{AD-BC}{2} = \frac{20-12}{2} = 4 \text{ sm}$. Bu düsturu şagirdlərin diqqətinə çatdırmaq faydalı olar.

13. Şəkində verilənlər şagirdlər tərəfindən təhlil edilərək araşdırılır.

- Verilmiş $ABCD$ paraleloqramında DT tənböləni DTC bərabəryanlı üçbucağını əmələ gətirir. Şagirdlər bu üçbucağın bərabəryanlı olduğunu paralellər və kəsən arasında qalan bucaqların xassəsinə görə əsaslandırırlar. $TC = CD = 5 \text{ sm}$. Digər tərəfdən $TF \parallel AB \parallel CD$ olduğu üçün $TF = 5 \text{ sm}$ -dir. Deməli, $FTCD$ dördbucaqlısı rombudur. Rombun xassələri şagirdlər tərəfindən izah edilir.



- Rombun diaqonalinın onu iki konqruent üçbucağa ayırması şagirdlərlə müzakirə edilir. CTD üçbucağının sahəsi 8 sm^2 olarsa, $FTCD$ rombunun sahəsi ondan 2 dəfə böyük, yəni 16 sm^2 olar.
- $ABTF$ və $FTCD$ paraleloqramlarının tərəfləri və bucaqları konqruent olduğu üçün $ABTF \cong FTCD$.
- CTD üçbucağının sahəsi 8 sm^2 olduğu üçün $ABTD$ trapesiyasının sahəsi CTD üçbucağının sahəsindən 3 dəfə böyük olduğu əsaslandırılır. Müəllim bu nəticənin əldə olunmasında şagirdlərə müəyyən istiqamətlər verə bilər. Deməli, trapesiyanın sahəsi 24 sm^2 -dir.
- Eyni əsaslandırma ilə $ABCD$ paraleloqramının sahəsinin 32 sm^2 olduğu müəyyən edilir.

Müəllimin nəzərinə! Bu tapşırıqda şagirdlər trapesiyanın və paraleloqramın sahəsini düsturla deyil, konqruent üçbucaqların sahələri cəmi kimi tapmalıdırlar. Müəllim şagirdlərə bu fiqurların sahə düsturlarının yuxarı siniflərdə öyrədiləcəyini qeyd edə bilər.

14. Şagirdlər şəkində verilmiş küçələrin planını nəzərdən keçirdikdə onun trapesiya formasında olduğunu, “Çiçəkli” küçəsinin isə bu trapesiyanın orta xətti üzərində yerləşdiyini müəyyən edirlər. Qaçış marşrutuna görə komanda üzvləri trapesiyanın tərəfləri üzrə hərəkət etməlidirlər. Verilənlər müzakirə edilərək müəyyən olunur ki, trapesiyanın oturacaqlarının, yəni “Heyvətli” və “Çinarlı” küçələrinin uzunluğu məlum deyil. Qaçış marşrutunun uzunluğunu tapmaq üçün həmin küçələrin uzunluqları cəmini bilmək kifayətdir. Şagirdlər trapesiyanın orta xəttinin düsturuna görə bu cəmi tapırlar.



$2 \cdot 150 \text{ m} = 300 \text{ m}$. Beləliklə, qaçış marşrutunun uzunluğu hesablanır. $300 + 110 + 90 = 500 \text{ (m)}$.

Komanda üzvlərinin bu marşrut üzrə neçə dəfə dövr etdiyi tapılır.

$$2 \text{ km} = 2000 \text{ m} \quad 2000 : 500 = 4$$

Cavab. Komanda üzvləri bu marşrut üzrə 4 dəfə dövr etməlidirlər.



Riyazi kaleydoskop

1. Hər hansı tək ədədin $(2n + 1)$, cüt ədədin isə $2n$ şəkində yazılışı şagirdlərin diqqətinə çatdırılır və izah edilir. Ardıcıl tək və ardıcıl cüt ədədlərin necə yazıldığı müzakirə edilir. $(2n + 1)$ və $2n$ ifadələrinə əsasən n -in müxtəlif tam qiymətlərində ardıcıl tək və cüt ədədlərin alınmasına nümunələr göstərilir.

a) İxtiyari iki ardıcıl tək ədədin cəmini $(2n + 1) + (2n + 3)$ kimi yazmaq olar. Buradan:

$$(2n + 1) + (2n + 3) = 4n + 4 = 4(n + 1). \quad n \text{ tam ədəd olduğu üçün } 4(n + 1) \text{ ifadəsi 4-ə bölünür.}$$

b) İxtiyari üç ardıcıl cüt ədədin cəmini $2n + (2n + 2) + (2n + 4)$ kimi yazmaq olar. Buradan:

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 6n + 6 = 6(n + 1). \quad n \text{ tam ədəd olduğu üçün } 6(n + 1) \text{ ifadəsi 6-ya bölünür.}$$

2. Hansı ifadənin müəyyən natural ədədin a) tam kvadratı, b) tam kubu olduğunu tapmaq tələb olunur.

Bunun üçün onun dərəcəsi cüt ədəd olmalıdır.

a) $(2^5)^{13} = 2^{65}$ və $(7^{11})^{13} = 7^{143}$ *ifadələri heç bir ədədin tam kvadratı ola bilməz.*

$(5^6)^5 = 5^{30} = (5^{15})^2$ *ifadəsi isə 5^{15} -in tam kvadratıdır.*

b) Verilmiş ifadənin müəyyən natural ədədin tam kubu olması üçün onun dərəcəsi 3-ə bölünən ədəd olmalıdır.

$(2^5)^6 = 2^{30} = (2^{10})^3$ *2^{10} ədədinin tam kubudur.*

və $(9^9)^8 = 9^{72} = (9^{24})^3$ *9²⁴ ədədinin tam kubudur.*
 $(5^7)^8 = 5^{56}$ *ifadəsi isə heç bir natural ədədin tam kubu ola bilməz.*

3. Birinci mərhələdə ortadan kəsilib çıxarılan üçbucağın sahəsi qalan üçbucağın sahəsinin $\frac{1}{4}$ hissəsini təşkil edir. İkinci mərhələdə qalan üç künc üçbucağın hər birində yenə orta üçbucaq kəsilir. Hər künc üçbucağın sahəsi ilkin üçbucağın sahəsinin $\frac{1}{4}$ -i olduğuna görə onlardan kəsilən hər bir orta üçbucağın sahəsi $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ olar.

Belə orta üçbucaqlar 3 ədəddir, deməli, ikinci mərhələdə kəsilən üçbucaqların sahəsi $\frac{1}{16} \cdot 3 = \frac{3}{16}$ olar.

Ümumi kəsilən sahə isə ilkin sahənin $\frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$ hissəsidir.



4. Bu əyləncəli tapşırığı şagirdlər qrup şəklində müzakirə edərək həll edə bilərlər. Tapşırığın həllini aşağıdakı alqoritmlə vermək olar:

I. Həm 7, həm də 11 dəqiqəlik qum saatları eyni anda çevrilir.

II. 7 dəqiqəlik saat bitəndə o, dərhal yenidən çevrilir. Bu zaman 11 dəqiqəlik qum saatında 4 dəqiqəlik qum qalır.

III. 11 dəqiqəlik qum saatında qalan 4 dəqiqəlik qum bitən anda 7 dəqiqəlik qum saati yenə dərhal çevrilir. Bu zaman 7 dəqiqəlik qum saati 4 dəqiqəlik tərəfə çevrilmiş olur.

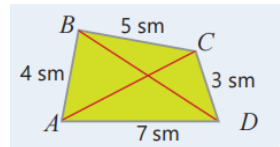
IV. 7 dəqiqəlik qum saatındakı 4 dəqiqə bitdikdə toplamda 15 dəqiqəlik müddət ölçülmüş olur.

5. Bu tapşırığın həllində üçbucaq bərabərsizliyindən istifadə edildiyi üçün üçbucaq bərabərsizliyini xatırlatmaq məqsəduyğundur.

İki hala baxılır: 1) $BD = 8$ sm; 2) $AC = 8$ sm.

1) $BD = 8$ sm olarsa, ABD üçbucağı üçün üçbucaq bərabərsizliyi ödənilir, lakin BCD üçbucağı üçün ödənmir. Deməli, $BD = 8$ sm ola bilməz.

2) $AC = 8$ sm olduqda isə həm ACD , həm də ABC üçbucaqları üçün üçbucaq bərabərsizliyi ödənilir. Deməli, uzunluğu 8 sm olan AC diaqonaldır.



"MEMARLIQDA TAĞ KONSTRUKSIYALARI"

Müəllim şagirdlərə tağ konstruksiyaları haqqında məlumat toplamağı tapşırır. Tağların ilk dəfə harada meydana gəlməsi, hansı tikililərdə istifadə edilməsi haqqında şagirdlərin topladığı məlumatlar dinlənir. Prizma formasında olan bloklardan tağlarda necə istifadə olunmasının şəkillərlə nümayiş etdirilməsi məqsəduyğun olar.

1. Şəkildə verilənlərə görə şagirdlər tağın üst və alt səthinin tam sahəsini hesablamaq üçün ifadə yazırlar. Göründüyü kimi, üst səth tərəfləri b və c olan, alt səth isə tərəfləri a və c olan düzbucaqlılardan ibarətdir.

$S_{\text{üst}} = 9bc$ və $S_{\text{alt}} = 9ac$.

$a = 75$ sm, $b = 95$ sm, $c = 2$ m = 200 sm olduğu üçün $S_{\text{üst}} = 17,1$ m², $S_{\text{alt}} = 13,5$ m² olar.

2. Tağın yandan təsvirinə əsasən trapesiyaların bucaqları tapılır.

Tağ yarımçevrə formasında olduğuna əsasən tağ konstruksiyasındakı trapesiya bucaqları hesablanır. $180^\circ : 9 = 20^\circ$ $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$

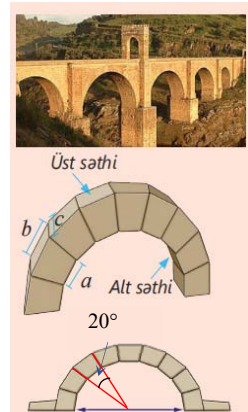
Deməli, trapesiyaların bucaqları 20° və 160° -dir.

3. Şagirdlər internetdən tağların növləri, hissələri, tətbiq sahələri, yaranma tarixi haqqında məlumat toplayırlar və təqdimat hazırlayırlar. Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə oluna bilər:

<https://www.geogebra.org/m/q3f7ekpr> <https://www.geogebra.org/m/vZNteh9V>

4. Şagirdlər müəyyən üsluba uyğun tağ layihəsi hazırlayırlar və tağın ölçülərini, istifadə ediləcək blokların sayını müəyyən edirlər.

Şagirdlərin tağ konstruksiyalarını dizayn etməsi, ölçüləri və blok sayını hesablamağı üçün riyazi və mühəndislik prinsiplərinə əsaslanan bir neçə effektiv elektron resurs mövcuddur. Bu alətlər şagirdlərə nəzəri bilikləri praktiki modelləşdirməyə çevirməkdə kömək edəcək. Şagirdlərə <https://www.geogebra.org/> saytında "Arch construction" və ya "Masonry arch" axtarışları ilə hazır şablonları tapmağı tövsiyə etmək olar.



6-cı BÖLMƏ

Funksiya

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	6	
Mövzu 6.1	Funksiya	2	7	3
Mövzu 6.2	Funksiyanın qrafiki	2	11	6
Mövzu 6.3	Xətti funksiya və onun qrafiki	4	14	9
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. “Andromeda qalaktikasına səyahət”	2	20	12
	KSQ-1	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	12		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə ilkin olaraq şagirdlərin düzbucaqlı koordinat sistemində nöqtənin qeyd edilməsi, verilmiş nöqtənin koordinatlarının müəyyən edilməsi, qrafikin oxunması bacarıqları yoxlanılır, düz və tərs mütənəşib asılılıqların xüsusiyyətləri yada salınır, onların qrafiklərindən istifadə etməklə məsələlər həll edilir. Daha sonra “funksional asılılıq”, “funksiya” anlayışları verilir. Funksiyanın verilmə üsulları izah edilir, qrafiki qurulur və onun oxunması araşdırılır, qrafikə görə müxtəlif məlumatların əldə edilməsi bacarıqları formalaşdırılır. Xətti funksiya, onun qrafiki, k bucaq əmsali və onun tapılması, bucaq əmsalinin işarəsinə görə qrafikin vəziyyəti araşdırılaraq izah edilir.

Nəyə diqqət etməli?

“Funksiya” anlayışının mahiyyəti bəzən şagirdlər tərəfindən çətin qavranılır. Belə ki, giriş və çıxış elementləri arasındakı uyğunluğun xüsusi bir qayda ilə – funksiya ilə ifadə edilməsi şagirdlər tərəfindən anlaşılmaya bilər. Müəllim funksiya mövzusunun əsas məqsədinin nə olduğunu diqqətə çatdırmalıdır: funksiya dəyişənlər arasındakı uyğunluğu təsvir etmək və anlamaq üçün bir vasitədir. Bu uyğunluq müxtəlif formada ifadə oluna bilər: riyazi simvollarla, qrafiklərlə, cədvəllərlə, şifahi təsvirlə, situativ nümunələrlə və s.

Bir kəmiyyətin qiymətinin dəyişməsinin başqa bir kəmiyyətin qiymətinə dəyişməsinə səbəb olması aydın izah edilməlidir. Belə kəmiyyətlərin izahında daha çox nümunələr göstərmək məqsədəuyğundur.

Xətti funksiya mövzusunda şagirdlər daha çox funksiyanın verilmə üsulları arasındakı əlaqəni müəyyən etməkdə, düz xəttin vəziyyətinə görə k bucaq əmsali və b sərbəst hədd haqqında müəyyən məlumatı əldə etməkdə çətinlik çəkirlər. Bunun üçün müəllimin bu tipli tapşırıqlara və onların həllinə daha çox diqqət etməsi faydalıdır.

Riyazi dilin inkişafı

Bu bölmədə “uyğunluq diaqramı”, “funksional asılılıq”, “funksiya”, “asılı dəyişən”, “asılı olmayan dəyişən”, “arqument”, “təyin oblastı”, “qiymətlər çoxluğu”, “xətti funksiya”, “bucaq əmsali” anlayışları daxil edilir və öyrədilir. Mövzunun mənimsənilməsi yeni anlayışların düzgün qavranılmasından çox asılıdır.

Bölmədə mənimsənilən riyazi anlayış və terminlər

Uyğunluq diaqramı, funksional asılılıq, funksiya, asılı dəyişən, asılı olmayan dəyişən, arqument, təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu, funksiyanın qrafiki, xətti funksiya, bucaq əmsali.

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Riyazi qanunauyğunluqlar
- Sərbəst və asılı kəmiyyətlər
- Düz və tərs mütənəşib asılılıq
- Asılılığın qrafik təsviri
- Nöqtənin koordinatları
- Koordinatlarına görə nöqtənin müəyyən edilməsi

Fənlərarası integrasiya

“Funksiya” anlayışı müxtəlif sahələrdə geniş istifadə olunur. Çox zaman gündəlik həyatda “vəzifə”, “öhdəlik” sözlərinin sinonimi kimi də işlədilir. Funksiya ilk növbədə hadisələrin bir-birindən asılılığını, başqa sözlə, səbəb-nəticə əlaqələrini təsvir etmək üçün daha çox istifadə olunur. Təbiətdəki qanunauyğunluqların müəyyən edilməsi müəyyən proqnozlar verməyə imkan yaradır. Proseslərin riyazi modellərinin qurulması asılılıqların formal ifadəsinə yardım edir. Funksiyanın qrafiki bu asılılıqları vizual olaraq təhlil etməyə imkan verir. Şagirdlərin funksiya ilə bağlı əldə etdikləri bilik və bacarıqları fizika, kimya, coğrafiya və digər fənlərə aid müxtəlif məsələlərin həllinə tətbiq edirlər.

MÖVZU 6.1. Funksiya

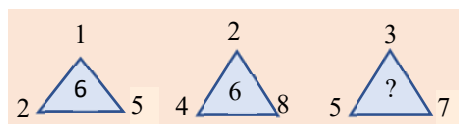
ALTSTANDARTLAR	7-2.3.1. "Funksiya" anlayışı haqqında ilkin təsəvvürü olduğunu nümayiş etdirir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• "Funksiya" anlayışını iki kəmiyyət arasındakı uyğunluq kimi təqdim edir. • Funksiyanın verilmə üsullarını fərqləndirir. • Funksional asılılığa aid məsələ həll edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://phet.colorado.edu/az/simulations/function-builder Çalışma: https://www.abcmouse.com/learn/game/function-machine-fun https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathtv2/global/pcmg/math_tools/io_machine/index.html

İlkin problemin müzakirəsi

Bölmənin ilk səhifəsində verilmiş material, həmçinin "Cəhd edin!" başlığı ilə verilmiş məsələ müzakirə olunur. Məsələnin şərti araşdırılır və kəmiyyətlərin qrafikdə təsvir asılılıqları müzakirə edilir, şagirdlərin fikirləri dinlənir. Bölmədəki mövzular öyrəniləndən və qrafiklərin oxunması bacarıqları formalaşdıqdan sonra bölmənin sonunda bu məsələnin həlli bir daha müzakirə olunur, ilk dərisdə aydın olmayan məqamlar izah edilir.

Mövzuya yönəltmə

Mövzuya yönəltmək üçün şagirdlərə aşağı siniflərdən tanış olan riyazi qanunauyğunluqlara aid bir neçə tapşırıq verilə bilər.



Yaxud belə bir məsələ vermək olar: "1 vedrə süddən 300 q yağ alınarsa, 2, 3, 6 vedrə süddən nə qədər yağ alınar?" Bu zaman süd vedrələrinin sayı ilə bu süddən alınan yağın miqdarı arasında əlaqə müəyyən edilir. Şagirdlərin cavabları dinlənir və müzakirə edilir. Şagirdlərə daha bir neçə belə nümunə söyləmələri üçün müraciət edilə bilər. Səslənən nümunələr müzakirə edilir.



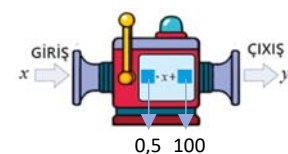
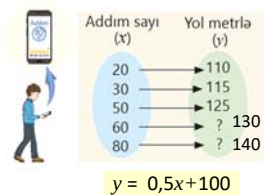
Araşdırma-müzakirə

Araşdırmada verilmiş situasiya şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir. Anarın mağazaya qədər və mağazadan çıxdıqdan sonra qət etdiyi yolun uzunluğu barədə şagirdlərin fikirləri dinlənir. Uyğunluq diaqramında verilənlər arasında əlaqə araşdırılaraq "?" işarəsinin yerinə uyğun ədədlər tapılır.

Şagirdlər uyğunluq diaqramına əsasən hesablama maşınında giriş və çıxış elementlərini müəyyən edir və uyğun asılılığı yazırlar: $y = 0,5x + 100$. Hesablama maşınında uyğun elementlərin nə üçün giriş və çıxış elementləri olması diqqətə çatdırılır.

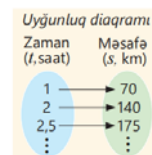
Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək faydalıdır:

https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathtv2/global/pcmg/math_tools/iomachine/index.html



Öyrənmə Funksiya

Nümunədə 70 km/saat sürətlə hərəkət edən avtomobilin qət etdiyi yolun uzunluğunun (s) bu yola sərf olunan zamandan (t) asılılığının $s = 70t$ düsturu şəklində verilməsi qeyd edilir. Öyrənmədə verilən uyğunluq diaqramında 1 saat, 2 saat, 2,5 saat ərzində gedilən yolun uzunluğu göstərilmişdir. Burada asılı olmayan dəyişənin hər bir qiymətinə asılı dəyişənin yalnız bir qiymətinin uyğun olması vurğulanır.

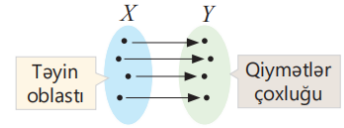


Texniki imkanları olan siniflərdə mövzunun izahı məqsədilə videomateriallardan istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/trcyjuqm>, <https://www.geogebra.org/m/jyjdj7gub>

Müəllimin nəzərinə! “Funksional asılılıq” və ya “funksiya” anlayışlarını izah edərkən asılı olmayan və ya sərbəst dəyişənin arqument, asılı dəyişənin isə bu arqumentin funksiyası adlandırıldığı şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Bu zaman anlayışların düzgün istifadəsinin vacibliyi xüsusi qeyd olunmalıdır. Hansı dəyişənin arqument, hansı dəyişənin isə ondan asılı funksiya adlandırıldığını nümunələrlə vermək olar. Bunun üçün “arqument” və “funksiya” anlayışlarının digər mənalari barədə məlumat vermək məqsəduyğundur.

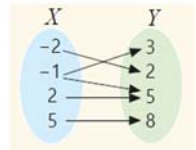
Arqumentin x ilə, funksiyanın isə y ilə işarə olunması və y dəyişənin x -dən asılılığının $y(x)$ kimi yazılışı verilir. 7-ci sinifdə təyin oblastı və qiymətlər çoxluğu barədə geniş məlumat verməyə ehtiyac yoxdur. Bu anlayışlar yuxarı siniflərdə müxtəlif ədədlər çoxluqları ilə tanışlıqdan sonra daha dərinlən öyrədiləcək. Mövzuda bu anlayışlarla bağlı qısa məlumat verilir.



Dərsləkdəki nümunəni təhlil etməklə bəzi funksiyaların mənasına görə onların təyin oblastı və qiymətlər çoxluğunun ixtiyari deyil, müəyyən qiymətlər ala bildiyi vurğulanır. Tərəfi a olan kvadratın sahəsini tapmaq üçün $S = a^2$ funksiyasının təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu təsvir etmək məqsədilə cədvəldən istifadə etmək olar. Bu zaman şagirdlərin diqqətini a -nın və S -in yalnız müsbət qiymətlər almasına cəlb etmək mütləqdır. Lakin funksiyanın təyin oblastının və qiymətlər çoxluğunun hər zaman yalnız müsbət olmadığı da şagirdlərin diqqətinə çatdırılmalıdır. Müxtəlif nümunələr göstərməklə fərqli hallara baxmaq olar.

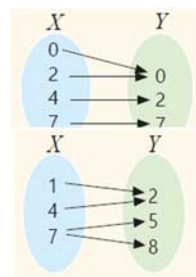
Çalışma

1. Tapşırığı yerinə yetirməzdən əvvəl hansı asılılığın funksional asılılıq olduğu və hansı asılılıq olmadığını xatırlatmaq məqsəduyğundur. Bunun üçün nümunə tapşırıq təhlil oluna bilər.



a) bəndi üçün verilən nümunə şagirdlərlə müzakirə edilir. Uyğunluq diaqramındakı simvollar izah edilir: X və Y -in elementləri, onlar arasındakı əlaqə, oxun istiqaməti və hansı elementin hansı elementə yönləndirilməsi, X -in bir elementinə Y -in yalnız və yalnız bir elementinin uyğun olması vurğulanmalıdır.

b) bəndindəki diaqramdan göründüyü kimi X -in hər bir elementinə Y -in yalnız bir elementi uyğundur. X -in 0 və 2 kimi iki elementinə Y -in bir elementinin uyğun olması diqqətə çatdırılır. Bu hal müəllim tərəfindən xüsusi təhlil olunmalıdır. Yəni arqumentin iki müxtəlif qiymətinə funksiyanın bir qiyməti uyğun olsa da, tərifi əsasən verilən uyğunluq funksional asılılıqdır.



d) X -in və Y -in elementləri qeyd edilir. X -in 1 və 4 elementinə Y -in bir elementi (2) uyğundur. Lakin X -in 7 elementinə Y -in iki elementi (5 və 8) uyğun gəlir. X çoxluğunun iki elementinə (1 və 4) Y çoxluğunun bir elementi (2) uyğun olduğu üçün verilən uyğunluq funksional asılılıq deyil.

Müəllimin nəzərinə! Verilmiş diaqramlarda X çoxluğunun bir neçə elementinə Y çoxluğunun yalnız bir elementi və tərsinə, X çoxluğunun bir elementinə Y çoxluğunun bir neçə elementi uyğun ola bilər. Bu iki halı fərqləndirmək çox vacibdir. Şagirdlərə birinci halın (X -in bir və ya bir neçə elementinə Y -in yalnız bir elementi uyğundur) funksional asılılıq, ikinci halın isə (X -in bir elementinə Y -in bir neçə elementi uyğundur) funksional asılılıq olmadığı izah edilməlidir.

Texniki imkanları olan siniflər bu istinadlardan istifadə edə bilər:

<https://www.geogebra.org/m/bhqzbpvc>

<https://www.geogebra.org/m/fyk2nsve>

<https://www.geogebra.org/m/kgrwy6ax>

<https://www.geogebra.org/m/fyk2nsve>

Diferensial təlim

Dəstək. Müəllim lövhədə bir neçə diaqram təsvir edir. Şagirdlərə giriş və çıxış elementlərinin müəyyən edilməsi tapşırılır. Şagirdlər bir-birinin nəticələrini yoxlayırlar.

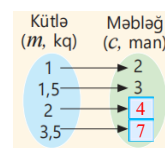
Dərinləşdirmə. Müəllim şagirdlərə bir neçə daha mürəkkəb uyğunluq diaqramı təqdim edərək uyğunluğun funksional asılılıq olub-olmadığını müəyyən etməyi tapşıra bilər. Tapşırıq yerinə yetirilərkən şagirdlər bir-birinin cavabının doğruluğunu yoxlayırlar.

3. Məsələnin şərtinə əsasən iki hal üçün diaqram təsvir edilib.

a) Burada giriş elementləri kütlənin qiymətləri, çıxış elementləri isə hər kütləyə görə ödənen məbləğdir. Yəni asılı olmayan kəmiyyət olaraq m -in qiymətləri, asılı kəmiyyət olaraq isə c -nin qiymətləri götürülür.

m və c arasındakı qanunauyğunluq tapılır: $c = 2m$.

c kəmiyyətinin qiyməti m -dən asılıdır. Deməli, diaqramdakı boş xanalar 4 və 7 yazılır.



b) Bu bənddə isə giriş elementləri ödənilən məbləğin qiyməti, çıxış elementləri isə kütlənin qiymətidir. Yəni asılı olmayan kəmiyyət c (ödənilən məbləğ), asılı kəmiyyət isə m (bu məbləğə alınan almanın kütləsi) götürülür. Burada c və m arasındakı qanunauyğunluq: $m = 0,5c$ kimi olacaq. m -in qiyməti c -dən asılıdır. Boş xanalar 2,5 və 3 yazılır.

Məbləğ (c , man)	Kütlə (m , kq)
1	0,5
4	2
5	2,5
6	3

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər kəmiyyətlər arasındakı asılılığı müəyyən etməkdə çətinlik çəkir, səhvlərə yol verirlər. Bunun da əsas səbəblərindən biri hansı kəmiyyətin asılı olmayan, hansının isə asılı olduğunu düzgün müəyyən etməklə bağlıdır. Eyni kəmiyyətlərlə bağlı iki nümunə göstərmək olar.

Verilmiş nümunələrdə asılı və asılı olmayan kəmiyyətləri müəyyən edin.

- 1) Piyada 20 km məsafəni 4 saata qət edərsə, 30 km məsafəni eyni sürətlə neçə saata qət edər?
- 2) Piyada 4 saata 20 km məsafə qət edir. O, eyni sürətlə hərəkət edərsə, 5 saata neçə kilometr yol gedər?

Yanlış Hər iki halda məsafə zamandan asılıdır. Çünki gedilən zamana görə məsafə tapılır.

Doğru 1) Burada məsafə sərbəst kəmiyyət, zaman isə asılı kəmiyyətdir, funksiyadır. Çünki bu halda zaman verilən məsafəyə görə təyin edilir.
2) Bu halda zaman sərbəst kəmiyyət, məsafə isə asılı kəmiyyətdir. Çünki şərtə əsasən verilən zamana görə məsafə müəyyən edilir.

Öyrənmə Funksiyanın verilmə üsulları

Funksiya haqqında ilkin biliklərdən sonra şagirdlərə funksiyanın necə verilməsini və ya kəmiyyətlər arasındakı asılılıqların hansı üsullarla təqdim olunmasını izah etmək çox vacibdir. Əlbəttə, şagirdlər iki kəmiyyət arasında asılılıqların müxtəlif üsullarla təqdim olunmasına əvvəllər artıq rast gəlmişlər. Bu mövzuda funksiyanın düstur, cədvəl və qrafik üsulla verilməsi izah olunur.

Müəllimin nəzərinə! Funksiyanın hansı üsulla verilməsinin nə zaman daha əlverişli olmasını şagirdlərlə müzakirə etmək faydalı olar. Belə ki, temperaturun dəyişməsinə düsturla vermək və ya cədvəllə verilmiş hər hansı məlumatda kəmiyyətlər arasında hər hansı qanunauyğunluğu müəyyən etmək çətinlik yarada bilər. Bu səbəbdən funksiyanın verilmə üsulunun əhəmiyyəti vurğulanmalıdır.



Dərslərdə verilmiş qrafikdə gün ərzində havanın ən yüksək və ən aşağı temperaturunun neçə dərəcə olduğunu müəyyən etmək üçün şagirdlərə əvvəlcə sərbəst fikir yürütmək imkanı verilir. Sonra isə bütün siniflə müzakirə edilir. Bu zaman əsas məqsəd iki kəmiyyət arasındakı əlaqəni qrafikdən oxuya bilmək bacarıqlarının formalaşmasıdır. Şagirdlər aşağı siniflərdən uyğun tapşırıqlarla tanış olduqları üçün bu sual çətinlik yaratmır. Qrafikə əsasən bu temperaturların günün hansı saatlarında müşahidə edildiyi müəyyən edilir:

$$T(0) = -2^{\circ}\text{C} \text{ və } T(16) = 3^{\circ}\text{C}.$$

Diferensial təlim

Dəstək. 2 nəfərlik motosikletə sürücüdən başqa 1 sərnəşin, 5 nəfərlik minik avtomobilinə 4 sərnəşin, 9 nəfərlik avtomobilə isə 8 sərnəşin minə bilər. Bir sürücüsü olan nəqliyyat vasitələrində yerlərin sayı ilə sərnəşinlərin sayları

x	2	5	9			
y	1	4	8			

arasındakı asılılıq müəyyən edilir və daha çox sərnəşin tutan nəqliyyat vasitələrinə nümunələr göstərilir (məsələn, çoxsərnəşinli avtobuslar, qatarlar və s.). Nəticəni cədvəl və düsturla təqdim etmək tapşırılır.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə müəyyən qrafiklər təqdim edərək kəmiyyətlər arasındakı asılılığa uyğun cədvəl tərtib etməyi və mümkün olarsa, bu asılılığın düsturunu yazmağı tapşırmaq olar.

Şagirdləri **“Riyaziyyat tarixindən”** rubrikasındakı məlumatla tanış etmək olar. Funksiya haqqında əlavə maraqlı məlumatlar da vermək mümkündür.

Məsələ həlli

7. Şagirdlər çevrənin uzunluğunu və dairənin sahəsini tapmağı bacarırlar. Bu tapşırıqda çevrənin uzunluğuna və dairənin sahəsinə onun diametrindən asılı funksiya kimi baxılır, çevrənin uzunluğu ilə diametri və ya dairənin sahəsi ilə diametri arasında funksional asılılığın olduğunu başa düşürlər.

Məsələnin həlli

a) Çevrənin uzunluğunun diametrdən asılılığı $C = \pi d$ düsturu ilə müəyyən olunur.

$$C = \pi d \approx 3 \cdot 3 = 9 \text{ (sm)}, C = \pi d \approx 3 \cdot 4 = 12 \text{ (sm)}, C = \pi d \approx 3 \cdot 5,1 = 15,5 \text{ (sm)}.$$

b) Dairənin sahəsinin onun diametrindən asılılığı $S = \frac{\pi d^2}{4}$ düsturu ilə müəyyən olunur.

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \approx \frac{3 \cdot 1,2^2}{4} = 1,08 \text{ (mm}^2\text{)}, S = \frac{\pi d^2}{4} \approx \frac{3 \cdot 3^2}{4} = 6,75 \text{ (sm}^2\text{)}, S = \frac{\pi d^2}{4} \approx \frac{3 \cdot 4,2^2}{4} = 13,23 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Diferensial təlim

Dəstək. Müəllim şagirdlərdən çevrənin uzunluğunun və dairənin sahəsinin radiusdan asılılıq düsturunu yazmağı tapşırı bilər. Radiusun verilmiş qiymətləri üçün uyğun hesablamalar aparılır.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə çevrənin radiusuna onun uzunluğundan asılı funksiya kimi baxıb uzunluğuna görə çevrənin radiusunun, yaxud diametrinin tapılması düsturlarını yazmağı tapşırmaq olar. Çevrənin uzunluğunun verilmiş qiymətlərində uyğun hesablamalar aparılır.

8. Məsələnin həlli

a) 1 dəftərin qiyməti manatla ifadə olunur.

50 qəp. = 0,5 man.

x sayda dəftər alındığı məlumdur. Ümumi məbləğ 3,5 manat olarsa, onda x sayda dəftər alındıqda dəftərə ödənen məbləğ ümumi məbləğdən çıxılmalıdır. Yəni alınan dəftərlərin sayı ilə onlara ödənen məbləğ arasındakı funksional asılılıq düsturu $y(x) = 3,5 - 0,5x$ şəklində yazılır.

x	1	2	3	4	5	6	7
$y(x)$	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0

b) x və y -in uyğun qiymətləri üçün cədvəl tərtib edilir.

Müəllimin nəzərinə! Müəllim şagirdlərin diqqətini x -in və y -in ala biləcəyi qiymətlərə yönəldir. Şagirdlərə bu suallarla müraciət edərək onları istiqamətləndirə bilər: “3,5 manata ən çox neçə dəftər almaq olar? x -in və y -in aldığı qiymətlər hansı şərti ödəyir?”; “Nə üçün 7-dən çox dəftər almaq mümkün deyil?”; “Funksiyanın təyin oblası və qiymətlər çoxluğu hansı ədədlərdən ibarətdir?”

9. Məsələni həll etməzdən əvvəl normal atmosfer təzyiqi haqqında məlumat vermək məqsəduyğundur.

c) Dərinlik və təzyiq arasındakı funksional asılılıq $P = 1 + 0,1h$ düsturu ilə ifadə edilir.

11. Məsələdə alpinistin qalxdığı hündürlüklə qalxmağa sərf olunan zaman arasındakı əlaqə müəyyən edilir. Şagirdlər müzakirə etməklə verilmiş qrafikə əsasən alpinistin neçə dəqiqə ərzində hansı hündürlüyə qalxdığını müəyyənləşdirirlər. Bu zaman orta sürətin nəzərdə tutulduğu qeyd olunmalıdır. Şagirdlər qrafikə görə sualları cavablandırırlar.

a) Alpinist ən çox 3000 m hündürlüyə qalxıb.

b) Ən yüksək hündürlüyə $v = 3000 : 150 = 20$ m/dəq orta sürətlə qalxıb.

c) Alpinist geri qayıtmağa 100 dəqiqə vaxt sərf edib.

12. Dəniz gəzintisi üçün təklif olunan turların elan lövhələri şagirdlər tərəfindən araşdırılır. Məlumdur ki, 1-ci gəzinti turunda hər saat üçün 4 manat ödənilir və burada ilkin ödəniş yoxdur. İkinci tur üçün isə ilkin ödəniş 6 manat və hər yarım saat üçün 1 manatdır.

a) Birinci tur üçün x saat gəzintiyə görə ödənilən məbləğ $y = 4x$ düsturu ilə, ikinci tur üçün isə $y = 6 + 2x$ düsturu ilə hesablanır. $y = 6 + 2x$ düsturunda 2 əmsalının mənasını xüsusi qeyd etmək lazımdır.

b) $x = 2$ saat və $x = 4$ saat olduqda hər tur üçün ödənilən məbləğ hesablanır.

I tur: $y(2) = 4 \cdot 2 = 8$ man və $y(4) = 4 \cdot 4 = 16$ man.

II tur: $y(2) = 6 + 2 \cdot 2 = 10$ man və $y(4) = 6 + 2 \cdot 4 = 14$ man.

Göründüyü kimi, 2 saatlıq gəzinti üçün I tur, 4 saatlıq gəzinti üçün isə II tur daha sərfəli oldu.

c) Neçə saatlıq gəzintiyə görə turların eyni məbləğ təklif etdiyini tapmaq üçün onlara ödənilən məbləğləri bərabərləşdirmək olar: $4x = 6 + 2x$. Alınan tənlik həll edilir və $x = 3$ saat müəyyən olunur.



Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər ödənilən məbləğlə gəzintiyə sərf olunan vaxt arasındakı asılılığı, xüsusilə də ikinci tur üçün olan düsturu müəyyən etməkdə çətinlik çəkə bilərlər. Birinci tur gəzintidə yekun ödənilən məbləği hesablamaq üçün olan $y = 4x$ düsturundakı 4 ədədi 1 saata görə ödənilən məbləğdir. İkinci tur gəzinti üçün yarım saat, yəni 0,5 saat ərzində 1 manat ödənilirdi qeyd edilir. Deməli, 1 saat üçün 2 manat ödəmək lazım gəlir.

$y = 6 + 2x$ düsturundakı 2 əmsalı 1 saat üçün ödənilən məbləği ifadə edir.

Bu tapşırığın həllində hər saata görə ödənilən məbləği əks etdirən cədvəl tərtib etmək məqsəduyğun olar:

Turlar	Düstur	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 5$	$x = 6$	$x = 7$
I tur	$y = 4x$	4	8	12	16	20	24	28
II tur	$y = 6 + 2x$	8	10	12	14	16	18	20

Cədvəldən göründüyü kimi, $x = 3$ saat olduqda turlar üçün eyni məbləğ ödənilir. $x > 3$ saat olduqda isə II turla gəzintinin sərfəli olması cədvəldə daha aydın görünür.

Mövzunun sonunda müəllim tərəfindən ümumiləşmənin aparılması, öyrənilənlərin bir daha şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilməsi məqsəduyğundur.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
“Funksiya” anlayışını sərbəst və asılı kəmiyyətlər arasındakı asılılıq kimi izah edir və uyğun nümunələr göstərir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Verilmiş funksiyanın hansı üsulla verildiyini müəyyən edir və bir üsulla verilmiş funksiyanı başqa üsulla təqdim edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
İki kəmiyyət arasındakı asılılığa aid məsələlərdə sərbəst və asılı kəmiyyətləri müəyyən edir, onlar arasındakı asılılığı müxtəlif üsullarla yazır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 6.2. Funksiyanın qrafiki

ALTSTANDARTLAR	7-2.3.1. “Funksiya” anlayışı haqqında ilkin təsəvvürü olduğunu nümayiş etdirir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Qrafiki verilmiş funksiyanın arqumentə görə dəyişməsinə izah edir. • Qrafikə görə verilmiş məlumatı oxuyur. • Qrafikin oxunmasına aid müxtəlif məsələlər həll edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/1046 https://www.geogebra.org/m/gsk3qhxd Çalışma: https://www.geogebra.org/m/WXjrvFAv https://www.geogebra.org/m/evpekdp7

Mövzuya yönəltmə

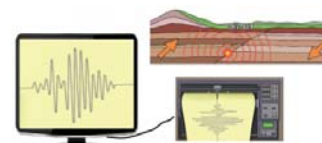
Müəllim mövzuya giriş məqsədilə müxtəlif qrafiklər təqdim edə bilər. Məsələn, elektrokardiogram insanda ürək döyüntülərinin və ürək ritminin qrafik təsviridir. Burada alınan qrafik ürək döyüntülərinin sayı, ritmi haqqında ətraflı məlumat verir.

Yaxud birjalarda qiymətli kağızların və aksiyaların qiymətlərinin dəyişməsinə qrafiklərlə daha aydın görmək olur. Müəllim suallar verməklə xətlərin dəyişməsinə uşaqlarla birlikdə müzakirə edə bilər.



Araşdırma-müzakirə

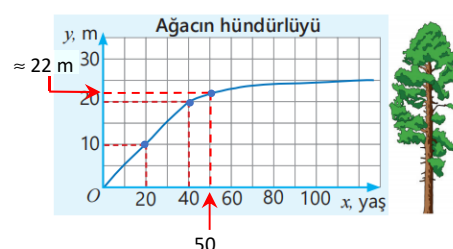
Araşdırmada seysmoqraf cihazı haqqında məlumat verilir. İnternetdən istifadə imkanını olan siniflərdə bu cihaz haqqında məlumat əldə etmək üçün saytlara müraciət etmək olar. Şagirdlər zəlzələ zamanı yeraltı təkanları qeyd etmək üçün seysmoqraf adlanan cihazdan istifadə edilməsi haqqında məlumatla tanış olur və bu cihazın iş prinsipi müzakirə olunur. Verilmiş suallar şagirdlərlə müraciət edilərək cavadlandırılır.



- “Xətlərin sıxlığına görə təkanların tez-tez və ya gec-gec baş verməsi arasındakı əlaqəni necə izah etmək olar?” sualına şagirdlərin cavabları dinlənir. Birlikdə müzakirə edilərək izah olunur ki, təkanlar tez-tez baş verdikdə kağızı saxlayan hissə də tez-tez titrəyir, nəticədə şaquli xətlər arasında məsafə sıxlaşır. Təkanlar güclü olduqda kağız daha çox titrəyir və nəticədə xətlərin hündürlüyü də çox olur.
- Seysmoqrafın qələmi ancaq düz xətt çəkərsə, bu, titrəyişlərin olmadığını, yəni zəlzələnin baş vermədiyini (yaxud zəlzələnin dayandığını) bildirir.

Öyrənmə Funksiyanın qrafiki

Qrafik arqumentdən asılı olaraq funksiyanın necə dəyişdiyini əyani təsvir edir. Müəllim verilmiş nümunələrə əsasən qrafikin hər bir nöqtəsinin absisinin arqumentin, ordinatının isə funksiyanın uyğun qiymətini göstərdiyini qeyd edir. Qrafikdə arqumentin hər bir qiymətinə funksiyanın uyğun qiymətini və ya tərsinə, funksiyanın hər bir qiymətinə arqumentin uyğun qiymətini tapmağın mümkünlüyü diqqətə çatdırılır. Qrafikə görə nöqtənin koordinatları bir çox hallarda



təqribi tapılır. Dərslikdə verilmiş ağacın hündürlüyünün yaşından asılılığının qrafiki şagirdlərlə birlikdə araşdırılır. Qrafikdə yaşına görə ağacın hündürlüyü və ya verilmiş hündürlüyə görə yaşı müəyyən edilir. Şagirdlərə cədvəl təqdim edərək qrafikə əsasən onu tamamlamağı tapşırmaq olar. Burada bəzi koordinatların təqribi tapılması diqqətə çatdırılır. Məsələn, 50 yaşda ağacın hündürlüyü təqribən 22 m-dir.



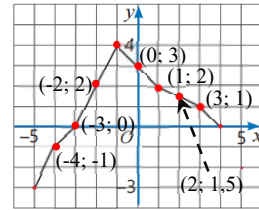
Fikirləş

Mövzuya aid bu rubrikada verilən sual düz mütənasib asılılığa aiddir. Bu suala şagirdlər bir neçə üsulla cavab verə bilərlər. Ən sadə üsul $y = 3x$ funksiyasında argumentin qiymətlərini yerinə yazıb funksiyanın qiymətlərini tapmaqdır. Şagirdlər bu suala daha sadə üsulla cavab verə bilərlər. Bunun üçün hər ədəd cütündə ordinatla absisin nisbətini yoxlamaq lazımdır. Bu nisbət 3-ə bərabədirsə, deməli, verilmiş ədəd cütü $y = 3x$ funksiyasının qrafikinə aiddir.

Çalışma

1. İlk tapşırıqda verilmiş qrafikə görə suallar cavablandırılır. Burada əsas məqsəd qrafik üzərində olan nöqtələrin absisi və ordinatının şagirdlər tərəfindən müəyyən edilərək qeyd edilməsidir.

- a) $x = -4$ olduqda $y = -1$;
 $x = -3$ olduqda $y = 0$;
 $x = 0$ olduqda $y = 3$;
 $x = 1$ olduqda $y = 2$;
 $x = 2$ olduqda $y \approx 1,5$;
 $x = 3$ olduqda $y = 1$.
- b) Burada y -in bəzi qiymətinə x -in iki qiyməti uyğun olur. Bu hallar diqqətdə saxlanılır.
 $y = -1$ olduqda $x = -4$;
 $y = 0$ olduqda $x = -3$ və $x = 4$;
 $y = 2$ olduqda $x = -2$ və $x = 1$;
 $y = 4$ olduqda $x = -1$.



c) Funksiyanın ən böyük və ən kiçik qiyməti dedikdə y -in təsvir olunan aralıqda aldığı ən böyük və ən kiçik qiymətlər nəzərdə tutulur. Qrafikə görə y -in aldığı ən böyük qiyməti 4, ən kiçik qiyməti isə -3 -dür. Təsvirə görə funksiyanın qiymətlər çoxluğunun -3 -dən 4 -ə qədər olan ədədlər olduğunu diqqətə çatdırmaq olar. Funksiya

$y = -3$ qiymətini $x = -5$ olduqda, $y = 4$ qiymətini isə $x = -1$ olduqda alır.

3. Verilən nöqtələrin funksiyanın qrafikinə aid olub-olmadığını yoxlamaq üçün nöqtənin absisi verilmiş düstura yerinə yazılır və alınan ədədin verilmiş ordinatla eyni olub-olmadığı yoxlanılır.

a) $x = -1$ olduqda $y = x - 4 = -5$ alınır. Verilən nöqtənin koordinatları $(-1; -3)$ olduğu üçün bu nöqtə qrafikə aid deyil. $x = 2$ olduqda $y = x - 4 = -2$ alınır. Verilən nöqtənin koordinatları $(2; -2)$ olduğuna görə bu nöqtə qrafikə aiddir.

$x = 0$ olduqda $y = x - 4 = -4$ alınır. Nöqtənin koordinatları $(0; -4)$ olduğuna görə bu nöqtə qrafikə aiddir.

Digər bəndlərdə də verilən nöqtələr eyni qayda ilə yoxlanılır.

Öyrənmə

Qrafiklərin oxunması

Verilmiş qrafikdə xətlərin vəziyyətinə görə yük maşınının hərəkəti haqqında məlumatın necə əldə olunması müzakirə edilir. Qrafik şagirdlərlə birlikdə araşdırılır, hər xəttin vəziyyətinə görə yük maşınının hansı istiqamətdə hərəkət etməsi, sürəti, getdiyi məsafə, anbardan uzaqlaşması və ya anbara yaxınlaşması və s. müzakirə nəticəsində müəyyən edilir.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər bəzən yük maşınının geri qayıtması vəziyyətinin koordinat sistemində təsvirinin koordinat başlanğıcına geri dönmə düz xətlə göstərilməsi kimi anlayırlar. Yük maşını gedərkən onun anbardan uzaqlaşması və geri dönərkən anbara yaxınlaşması vəziyyətlərinin zamanın müxtəlif anlarında baş verdiyi diqqətə çatdırılmalıdır. Bu məqamın şagirdlərlə geniş müzakirə olunması məqsədəuyğundur.

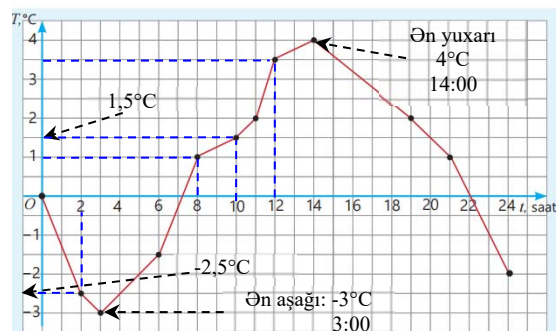
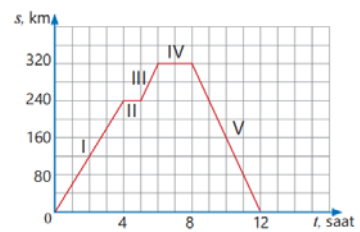
Texniki imkanlar olan siniflərdə bu istinaddan istifadə etmək olar: <https://www.geogebra.org/m/gsk3qhx>



Fikirləş

Şagirdlər öyrənmədə verilən qrafik üzərində araşdırmanı davam etdirərək yük maşınının sürətinin sabit qaldığını nəzərə almaqla I, II, III, IV və V hissələrdə sürəti müəyyən edirlər.

- I hissədə onun orta sürəti $240 : 4 = 60$ km/saat.
- II hissədə onun orta sürəti $0 : 1 = 0$ km/saat.
- III hissədə 1 saat ərzində yük maşını 80 km məsafə qət edir, yəni onun sürəti 80 km/saat olur.



• IV hissədə onun orta sürəti $0 : 2 = 0$ km/saat.

• Geri qayıdarkən, yəni V hissədə onun orta sürəti $320 : 4 = 80$ km/saat olur.

Anbardan 240 km məsafə II xətt səviyyəsinə uyğundur, bu isə $t = 4$ və $t = 9$ qiymətlərinə uyğundur. Yük maşınının saat 22:00-da hərəkətə başladığı məlumdursa, onun anbardan 240 km məsafədə olduğu vaxtlar 02:00-03:00 və 7:00 saatlarına təsadüf edər.

5. Verilmiş qrafikdə gün ərzində havanın temperaturunun zamandan asılılığı təsvir edilib. Şagirdlər qrafikə əsasən sualları cavablandırırlar.

c) Gün ərzində ən aşağı temperatur saat 3:00-da -3°C , ən yuxarı temperatur isə saat 14:00-da 4°C olmuşdur.

d) Saat 6 və 8 arasında temperatur $-1,5^{\circ}\text{C}$ -dən 1°C -yə qədər qalxmışdır, yəni $2,5^{\circ}\text{C}$ dəyişmişdir. Saat 8 və 10 arasında isə temperatur 1°C -dən $1,5^{\circ}\text{C}$ -yə qədər qalxmış, yəni $0,5^{\circ}\text{C}$ dəyişmişdir. Birinci halda temperatur dəyişməsi daha çox olmuşdur. Bunu qrafikdən də müəyyən etmək mümkündür. Şagirdlərlə müzakirə edərək qrafik üzərində izahat aparılır.

e) Günün başlanğıcında havanın temperaturu 0°C (saat 0:00-da), sonunda (saat 24:00-da) isə -2°C olmuşdur. Temperatur gün ərzində 2°C aşağı düşmüşdür.

Məsələ həlli

7. Qrafikdə avtomobilin tormozlanma yolunun yaş və quru asfalt yolda sürətindən asılılığı təsvir edilib. Məsələnin şərtini daha yaxşı anlamaq üçün əvvəlcə tormozlanma yolu haqda şagirdlərə müəyyən məlumatın verilməsi məqsədəuyğun olar.

Tormozlama (əyləc) yolu – tormoz (əyləc) sisteminin işə düşmə anından nəqliyyat vasitəsinin tam dayanmağa kimi qat etdiyi məsafədir.

a) N və M tormozlanma yollarına uyğun xətlər üzərindəki nöqtələrin eyni abisə müvafiq olan ordinatları müqayisə edərək üçün N tormozlanma yolunun daha uzun olduğu görünür. Deməli, N yaş asfalt, M isə quru asfalt yoldur.

b) 60 km/saat sürətlə hərəkət edən avtomobilin N -yaş asfalt yolda tormozlanma yolu 50 m, M -quru asfalt yolda isə 30 m-dir.

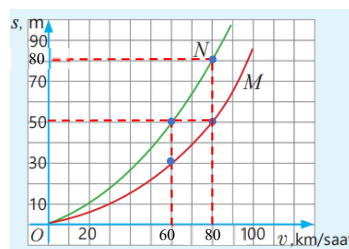
c) Quru yolda (M) tormozlama yolu 50 m olarsa, avtomobil 80 km/saatla hərəkət edirdi. Bu sürətlə yaş yolda (N) hərəkət edən avtomobilin tormozlama yolu 80 m olar.

d) Quru yolda (M) sürəti 70 km/saat olan avtomobilin tormozlanma yolu 40 m-dir. Deməli, o, 45 m irəlində olan maneəyə çatmadan dayanar.

Dərsin sonunda ümumiləşmə aparılır, öyrənilənlər şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Qrafikə görə arqumentin artması ilə funksiyanın artıb-azalmasını, həmçinin funksiyanın qiymətinə nə qədər artdığını və nə qədər azaldığını izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Qrafikə əsasən bir kəmiyyətin qiymətinin digərindən asılı olaraq necə dəyişdiyini izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Verilmiş qrafikə əsasən kəmiyyətin qiymətinin hansı aralıqda necə dəyişdiyini müəyyən edir və bununla bağlı sualları cavablandırır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

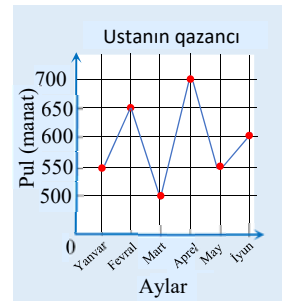


MÖVZU 6.3. Xətti funksiya və onun qrafiki

ALTSTANDARTLAR	7-2.3.2. "Xətti funksiya" anlayışını izah edir. 7-2.3.3. Xətti funksiyanın qrafikini qurur.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Xətti funksiya arqumentin qiymətinə görə funksiyanın, funksiyanın qiymətinə görə arqumentin dəyişməsinə izah edir. - Xətti funksiyanın qrafikini qurur və ya qrafikə görə məlumatı oxuyur.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, iş dəftəri
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://phet.colorado.edu/az/simulations/graphing-lines https://video.edu.az/video/9262 https://www.geogebra.org/m/djbCPanD Çalışma: https://www.geogebra.org/m/pvvcyztz https://www.mathspad.co.uk/interactives/linearGraphsTool/linearGraphsTool.php

Mövzuya yönəltmə

Şagirdlərə ustanın ilin ilk 6 ayı ərzində qazancını təsvir edən qrafik təqdim edilir. Müəllim onlara suallarla müraciət edir: “Yanvar ayında ustanın qazancı neçə manat olub?”, “Hansı ayda ustanın qazancı 700 manat olub?”, “Ustanın ən çox və ən az qazancı neçə manatdır və hansı aylarda olub?” və s. Şagirdlər qrafikə görə digər suallar tərtib edərək cavablandırma bilərlər. Burada bir dəyişənin hər hansı qiymətinə görə digər dəyişənin uyğun qiymətinin necə tapılması müzakirə edilir.



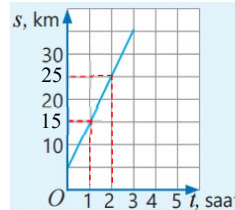
Araşdırma-müzakirə

Araşdırmada verilən qrafikə əsasən Elxanın piyada və skuterlə getdiyi məsafənin zamandan asılılığı araşdırılır.

- Qrafikdən görünür ki, Elxan skuter sürməyə başlayandan 1 saat sonra evdən 15 km, 2 saat sonra 25 km məsafədə olur.

- Elxan skuter sürməyə başlayanda evdən 5 km, 1 saat sonra isə 15 km məsafədə olduğu üçün skuterlə hərəkət sürəti belə tapılır: $v = (15 - 5) : 1 = 10 \text{ km/saat}$.

- Elxanın evdən olan məsafəsinin bu məsafəni qət etməyə sərf olunan zamandan asılılığı düsturu $s = 10t + 5$ kimi yazılır. Bu düstur şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir. “10t nəyi ifadə edir?”, “Nə üçün onun üzərinə 5 əlavə olunur?” və s. bu kimi suallara aydınlıq gətirilir.



Öyrənmə Xətti funksiya və onun qrafiki

Araşdırmada verilən məsələdən görünür ki, gedilən yolun uzunluğu ilə bu yola sərf olunan zaman arasındakı asılılığın qrafiki düz xətdir. Yəni bu kəmiyyətlər bir-birindən xətti asılıdır. Müəllim xətti asılılığı izah edilir, “xətti funksiya” anlayışı izah edilir, tərfi diqqətə çatdırılır.

Dərslərdə verilmiş nümunə şagirdlərlə birlikdə araşdırılır, x-in müxtəlif qiymətlərində y-in qiymətləri tapılır, alınan nöqtələr düzbucaqlı koordinat sistemində qeyd edilərək düz xətlə birləşdirilir.

Mövzunun izahında videomaterialdan istifadə etmək faydalı olar: <https://video.edu.az/video/10364>, https://media.pearsoncmg.com/intl/pec/school/mathtv2/global/pcm/math_tools/coordinategrapher/index.html?mode=2



Yadda saxla!

Verilmiş təklif diqqətə çatdırılır. Xətti funksiyanın qrafikinin düz xətt əmələ gətirməsi xüsusi vurğulanır. İki nöqtədən bir və yalnız bir düz xətt keçdiyi üçün xətti funksiyanın qrafikini qurarkən iki nöqtənin koordinatlarını bilməyin kifayət olduğu bildirilir. Bir neçə nümunə göstərmək məqsəduyğundur.

Çalışma

1. Tapşırıqda düsturla verilmiş funksiyanın xətti funksiya olub-olmadığını müəyyən etmək üçün verilən hər bir bərabərlik $y = kx + b$ şəklinə gətirilir.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Şagirdlər bəzən k və b -ni müəyyən edərkən səhvə yol verirlər. Müəllim şagirdlərin diqqətini düsturun mütləq $y = kx + b$ şəklinə gətirilməsinə yönəltməlidir.

Verilmiş funksiyalarda k və b -ni müəyyən edin. a) $y = \frac{6x-8}{2}$ b) $y = -\frac{4+9x}{3}$

Yanlış a) $y = \frac{6x-8}{2}$ burada $k = 6$, $b = -8$ -dir. b) $y = -\frac{4+9x}{3}$ burada $k = -4$, $b = 9$ -dur.

Doğru Verilmiş funksiyalar $y = kx + b$ şəklinə gətirilir.

a) $y = \frac{6x-8}{2} = \frac{6}{2}x - \frac{8}{2} = 3x - 4$ burada $k = 3$, $b = -4$.

b) $y = -\frac{4+9x}{3} = -\frac{4}{3} - \frac{9}{3}x = -1\frac{1}{3} - 3x$ burada $k = -3$, $b = -1\frac{1}{3}$.

3. Şagirdlər verilmiş düstura əsasən iki nöqtənin koordinatlarını tapır və onları düzbucaqlı koordinat sistemində qeyd etməklə qrafiki qururlar. Tapşırığın həlli zamanı bu istinaddan istifadə faydalı olar:

<https://www.mathspad.co.uk/interactives/linearGraphs2/linearGraphs2.php>

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər funksiyanın qrafikini qurarkən x -ə elə qiymət verməlidirlər ki, dəftərdə qrafiki təsvir etmək rahat olsun. Belə qiymətlər, adətən, koordinat başlanğıcına yaxın hissədən götürülür və alınan ədədlərin düzbucaqlı koordinat sisteminə qeyd edilməsi çətinlik yaratmamalıdır.

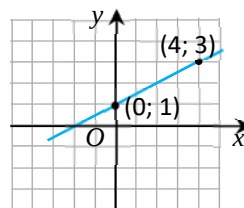
Məsələn, e) bəndində $y = \frac{1}{2}x + 1$ düsturu

runda x -ə cüt ədədlərin verilməsi məqsəduyğundur. Çünki bu halda y üçün tam ədəd alınır və nöqtəni düzbucaqlı koordinat sisteminə qeyd etmək daha asan olar.

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 1 = 1$$

$$x = 4 \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 4 + 1 = 3$$

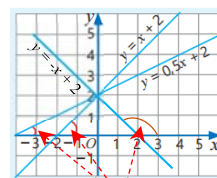
$y = \frac{1}{2}x + 1$		
x	y	$(x; y)$
0	1	(0; 1)
4	3	(4; 3)



Koordinatlar kəsr və ya böyük ədədlər olduqda onun yerini qeyd etmək müəyyən dəqiqlik tələb etdiyi üçün əlverişli olmur.

Öyrənmə Xətti funksiya qrafikinə k bucaq əmsalı

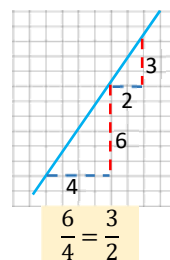
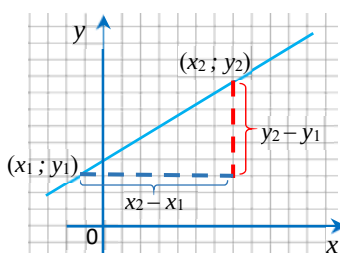
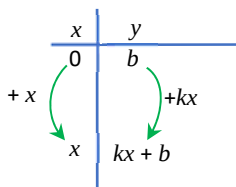
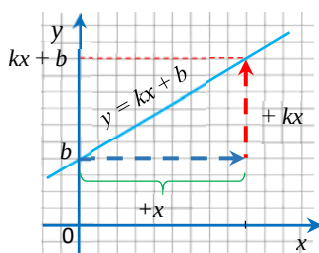
Düzbucaqlı koordinat sisteminə Ox oxunun müsbət istiqaməti barədə məlumat şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Hər hansı düz xəttin Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi və yuxarı yarımmüstəvidə yerləşən bucaq göstərilir, nümunələr verilir. Öyrənmə müxtəlif xətti funksiyaların qrafiki üzərindən aparılır. Bu qrafiklərin absis oxunu hansı bucaq altında kəsdiyi müzakirə edilir. Beləliklə, müəyyən olunur ki, $y = kx + b$ xətti funksiyanın qrafikinə absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağın növü k əmsalının işarəsindən asılıdır.



Düz xəttin Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi bucaq

Müəllimin nəzərinə! Xətti funksiyanın əsas xüsusiyyətlərindən biri arqumentin ixtiyari iki qiymətinə uyğun funksiya və arqumentin qiymətlərinin dəyişmə nisbətlərinin sabit qalmasıdır. Bu sabit xətti funksiya qrafikinə bucaq əmsalıdır.

Bunu hər hansı $y = kx + b$ funksiyası üçün uyğun qiymətlərin dəyişməsinə belə təsvir etmək olar:



Beləliklə, ümumiləşmə aparılır: xətti funksiyanın qrafikinə bucaq əmsalını onun qrafikinə aid olan ixtiyari $(x_1; y_1)$ və $(x_2; y_2)$ nöqtələrinə görə $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ düsturu ilə tapmaq olar.

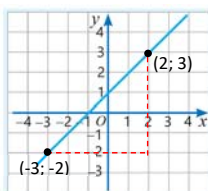
Texniki imkanları olan siniflərdə göstərilən istinadlardan istifadə etmək faydalı olar:

<https://www.geogebra.org/m/vAvrp2wR> <https://www.geogebra.org/m/vwbuaqpwu>,
<https://www.geogebra.org/m/zrhg7bzm> <https://www.geogebra.org/m/twutgg4r>

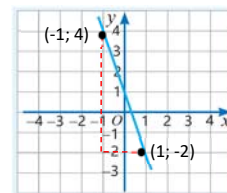
4. Bu tapşırığın nümunəsi şagirdlərlə müzakirə edilir. Qrafik üzərindəki hər hansı iki nöqtənin koordinatları müəyyən edilir və $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ düsturuna əsasən bucaq əmsalı tapılır.

b) Verilən düz xətt üzərində $(2; 3)$ və $(-3; -2)$ nöqtələri qeyd edilir və bucaq əmsalı tapılır.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{2 - (-3)} = \frac{5}{5} = 1.$$



c) Qrafik üzərində iki nöqtənin koordinatları müəyyən edilir: $(-1; 4)$ və $(1; -2)$ və bucaq əmsalı tapılır: $k = -3$.

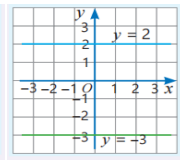
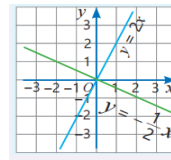
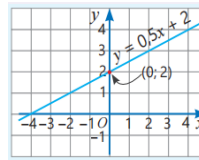


Şagirdlər bu düz xəttə aid digər nöqtələri də qeyd edə bilərlər. Müxtəlif nöqtələr üçün şagirdlərin nəticələri müqayisə edilə bilər. k -nın işarəsinə görə bucağın növünü müəyyən etmək olar.



Yadda saxla!

$y = kx + b$ xətti funksiyasının qrafikinin ordinat oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin koordinatları müzakirə olunur. Müxtəlif hallarda b ədədi ilə düz xəttin Oy oxunu kəsdiyi nöqtənin ordinatı arasındakı əlaqə müəyyən edilərək diqqətə çatdırılır.



$y = kx + b$ xətti funksiyasının qrafikinin Oy oxunu $(0; b)$

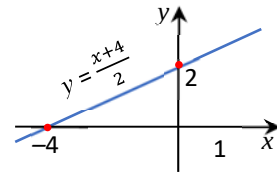
nöqtəsində kəsməsi, düstura əsasən bu ədədin necə müəyyən edilməsi vurğulanır. Xətti funksiyanın $y = kx + b$ düsturunda $k \neq 0$ və $b = 0$; $k = 0$ və $b \neq 0$; $k = 0$ və $b = 0$ halları araşdırılır. Hər bir hal üçün qrafiklər qurulur.

$k = 0$ və $b = 0$ olduqda alınan $y = 0$ düz xəttinin absis oxu olması qeyd edilir.

7. Bu tapşırıqda koordinat başlanğıcından və $A(-2; 10)$ nöqtəsindən keçən düz xəttin düsturunun yazılması tələb olunur. Şagird koordinat başlanğıcından keçən düz xəttin $y = kx$ şəklinə düz mütənəsiblik olduğunu bilir. Deməli, $y = kx + b$ düsturunda $b = 0$ -dır. k bucaq əmsalı $k = \frac{y}{x}$ düsturuna əsasən tapılır. Doğrudan da, $x_2 = 0$ və $y_2 = 0$ olduğu nəzərə alınarsa, $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y}{x}$ olur. Beləliklə, $k = \frac{y}{x} = \frac{10}{-2} = -5$. Deməli, $O(0; 0)$ və $A(-2; 10)$ nöqtələrindən keçən düz xətt $y = -5x$ düsturu ilə verilir.

10. e) $y = \frac{x+4}{2}$ düsturunda $x = 0$ yazmaqla $y = 2$ və $y = 0$ yazmaqla $x = -4$ alınır. Deməli, düz xətt ordinat oxunu $(0; 2)$, absis oxunu $(-4; 0)$ nöqtələrində kəsir. Bu nöqtələr düzbucaqlı koordinat sistemində qeyd edilir və onlardan keçən düz xətt çəkilir.

Alınan düz xətt $y = \frac{x+4}{2}$ funksiyasının qrafikidir.



Müəllimin nəzərinə! Çox vaxt düsturla verilən xətti funksiyanın absis və ordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını tapmaq və bu nöqtələri qeyd etmək daha asan olur. Bu halda funksiyanın qrafikini qurmaq üçün bu nöqtələri tapıb onlardan keçən düz xətti çəkməyin daha əlverişli olduğunu qeyd etmək məqsədəuyğundur. Lakin düz xəttin absis və ya ordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrinin koordinatları kəsr və ya böyük ədəd olduqda, bu nöqtələri dəqiq qeyd etmək çətin olur. Bu halda digər tam koordinatlardan istifadə etmək əlverişlidir.

12. Tapşırıqda xətti funksiyanın düsturunu müəyyən etmək tələb olunur.

a) Qrafikin Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsi müəyyən edilir: $(0; 3)$.

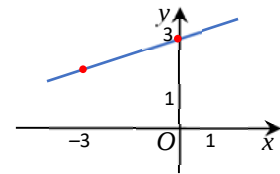
• Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin ordinatı b -nin qiymətidir: $b = 3$. Düz xətt üzərindəki ikinci nöqtə $(-3; 2)$ -dir. $(0; 3)$ və $(-3; 2)$ nöqtələrinin koordinatlarına əsasən bucaq əmsalı tapılır: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 3}{-3 - 0} = \frac{1}{3}$.

• Funksiyanın düsturu $y = \frac{1}{3}x + 3$ şəklindədir.

• Bu qrafikin Ox oxu ilə kəsişmə nöqtəsini tapmaq üçün $y = \frac{1}{3}x + 3$ düsturunda $y = 0$ yazmaq və alınan tənlikdən x -i tapmaq olar: $x = -9$. Deməli, bu funksiyanın qrafiki Ox oxunu $(-9; 0)$ nöqtəsində kəsir.

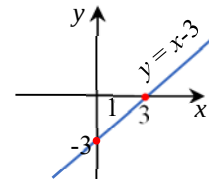
Texniki imkanları olan siniflərdə mövzunun izahı məqsədilə videomateriallardan istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/au985ys3>, <https://www.geogebra.org/m/gwx684ge>



13. a) Düzbucaqlı koordinat sistemində $(0; -3)$ və $(3; 0)$ nöqtələri qeyd edilir və onlardan keçən düz xətt çəkilir. Verilən nöqtələrdən keçən düz xəttin qrafiki qurulmuş olur. Bu düz xəttin düsturunu yazmaq üçün $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-3)}{3 - 0} = 1$ tapılır.

$y = kx + b$ düsturunda $k = 1$ və $(3; 0)$ ədədlər cütü nəzərə alınır: $y = x - 3$.



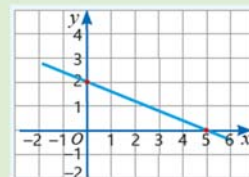
Səhvi düzəlt!

Qrafik üzərində qeyd olunmuş $(0; 2)$ və $(5; 0)$ nöqtələrinə görə bucaq əmsalı tapılır.

$$k = \frac{2 - 0}{5 - 0} = 0,4$$

Qrafikin absis oxunu kəsdiyi nöqtəyə görə b tapılır: $b = 5$.

Funksiyanın düsturu yazılır. $y = 0,4x + 5$



Əvvəlcə bir neçə şagirdin fikri dinlənir, sonra fikirlər ümumiləşdirilərək düzgün cavab müəyyən olunur.

$$k = \frac{2-0}{5-0} = 0,4$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-0}{0-5} = -0,4$$

Funksiyanın qiymətləri fərqlinin argumentin qiymətləri fərqinə nisbəti tapılır.

Qrafik absis oxunu $y = 2$ nöqtəsində kəsdiyi üçün $b = 2$ olar. Funksiyanın düsturu isə belədir: $y = -0,4x + 2$.

Cavabın doğruluğunu yoxlamaq üçün $x = 0$ olduqda y -in qiymətini, $y = 0$ olduqda isə x -in qiymətini tapmaq olar.

Məsələ həlli

15. Düzbucaqlıdan şəkildəki kimi üçbucaq kəsildiyi qeyd olunur.

Məsələnin həlli

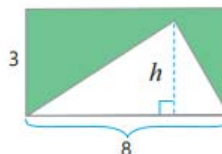
Düzbucaqlıdan kəsilən üçbucağın hündürlüyü düzbucaqlının hündürlüyünü aşmır və 0-dan böyükdür, yəni $0 < h \leq 3$ olur.

a) Rəngli hissənin sahəsini tapmaq üçün düzbucaqlının sahəsindən üçbucağın sahəsini çıxmaq lazımdır. $S = 24 - 4h$.

b) $h = 0,8; 1; 1,5; 3$ olduqda $S(0,8) = 24 - 4 \cdot 0,8 = 20,8$; $S(1) = 20$; $S(1,5) = 18$; $S(3) = 12$.

c) $S(h) = 12 - 4h$ funksiyasının argumenti $0 < h \leq 3$ şərtini ödədiyi üçün 2 və 2,8 ədədlərini ala bilər.

d) $h = 3$ olduqda $S(3) = 12$ olar.



18. Qlobal istiləşmə müasir dövrdə ən böyük problemlərdən biri kimi qarşıda durur. Məsələni həll etməzdən əvvəl şagirdlərlə bu mövzuda müzakirə aparmaq faydalıdır. Texniki imkanları olan siniflərdə şagirdlərə istiləşmə ilə əlaqədar suyun səviyyəsinin azalması barədə məlumat toplamaq üçün tapşırıq vermək faydalı olar.

Məsələnin həlli

• Məsələnin şərtinə əsasən suyun səviyyəsinin zamandan asılılığının düsturu müəyyən edilir: $h = 42 - 0,1t$.

• t -nin verilən qiymətlərində suyun səviyyəsi hesablanır.

$t = 1$ il olduqda $h = 42 - 0,1 = 41,9$ (m) $t = 2$ il olduqda $h = 41,8$ (m) $t = 5$ il olduqda $h = 41,5$ (m)

• Neçə ildən sonra göldəki suyun səviyyəsinin 40 m olduğunu tapmaq üçün uyğun tənlik yazılır və həll edilir.
 $40 = 42 - 0,1t \rightarrow t = 20$

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Xətti funksiyanın ümumi düsturunu izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Xətti funksiyanın düsturunda k və b parametrlərinin mənasını nümunələrlə izah edir.	Dərslik, iş dəftəri, məsələ
Düsturla verilmiş xətti funksiyanın qrafikini verir.	Dərslik, iş dəftəri
Qrafikinə görə xətti funksiyanın düsturunu yazır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

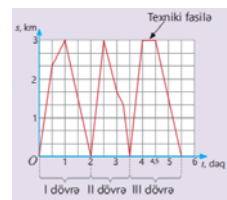
Mövzuya yönəltmə. Dərslikdə bölmənin sonunda verilmiş xülasədə qeyd edilən anlayışlar şagirdlərlə birlikdə təkrarlanır, ümumiləşmə aparılır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər bir daha yada salınır, onların mənası şagirdlər tərəfindən izah edilir.

Uyğunluq diaqramı, giriş elementi, çıxış elementi, funksiya, argument, asılı dəyişən, asılı olmayan dəyişən, təyin oblastı, qiymətlər çoxluğu, xətti funksiya, bucaq əmsali.

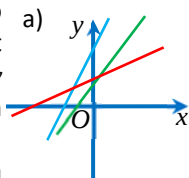
“Cəhd edin!” başlığı ilə verilən tapşırıq – ilkin problemin həlli şagirdlərlə müzakirə edilir. Qrafikin düzgün oxunmasına diqqət yetirilir. İlkin problemin həlli dərslikdə verilsə də, qrafikdə verilmiş məlumatın oxunması şagirdlər tərəfindən çətin qavranıla bilər. Müəllim verilmiş düzbucaqlı koordinat sistemində bolidin hər dövrə uyğun hərəkətini, sürətini, qət etdiyi məsafəni necə müəyyən etməyi şagirdlərə anlatmalı, qaranlıq məqamların qalmasına çalışmalıdır.

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

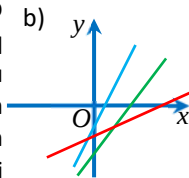
8. Tapşırığı qruplarla yerinə yetirmək məqsədəuyğundur. Hər qrupa bir variantda verilən təklifi nümunələr göstərməklə əsaslandırmaq tapşırılır.



a) $k > 0, b > 0$ olarsa, $y = kx + b$ funksiyasının qrafikinə hansı rüblərdə yerləşməsi barədə şagirdlərin fikirləri dinlənir. İlk olaraq b -nin qiymətinin nəyi ifadə etdiyi və harada müsbət qiymət aldığı aydınlaşdırılır. Məlumdur ki, $y = kx + b$ funksiyasının qrafiki olan düz xətt Oy oxunu $(0; b)$ nöqtəsində kəsir. $b > 0$ olduqda qrafik Oy oxunu koordinat başlanğıcından yuxarıda kəsir. Digər tərəfdən $k > 0$ olduqda düz xətt Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə itibucaq əmələ gətirir. Deməli, $k > 0, b > 0$ olduqda $y = kx + b$ funksiyasının qrafiki sxematik olaraq şəkildə verildiyi kimi olur. Yəni bu halda qrafik I, II və III rüblərdən keçir, IV rübdən isə keçmir. *Fikir doğrudur.* Nümunələrlə fikri əsaslandırmaq olar: $y = 2x + 4, y = 0,5x + 1$ və s.



b) $k > 0, b < 0$ olarsa, $y = kx + b$ funksiyasının qrafikinə hansı rüblərdə yerləşməsi digər qrup tərəfindən araşdırılır. Burada $k > 0$ olduqda düz xəttin Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə itibucaq əmələ gətirməsi diqqətə çatdırılır. $b < 0$ olarsa, $y = kx + b$ funksiyasının qrafiki Oy oxunu koordinat başlanğıcından aşağıda kəsir. Deməli, $k > 0, b < 0$ olduqda $y = kx + b$ funksiyasının qrafiki sxematik olaraq şəkildə verildiyi kimi olur. Yəni bu halda qrafik I, III və IV rüblərdən keçir, II rübdən isə keçmir. Deməli, deyilən fikir doğru deyil. Nümunələr göstərməklə fikri əsaslandırmaq olar.

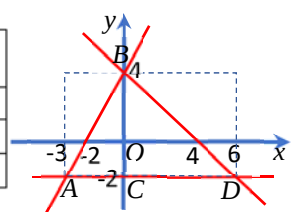


c) və d) bəndləri də digər qruplara tapşırılır.

9. Eyni düzbucaqlı koordinat sistemində verilmiş funksiyaların qrafikləri qurulur. Əvvəlcə hər düz xətt üçün cədvəl tərtib edilir. $y = -2$ düz xətti Oy oxunu $(0; -2)$ nöqtəsində kəsən və absis oxuna paralel olan düz xətdir. Alınan üçbucağın sahəsini tapmaq üçün uzunluğu 9 vahid və eni 6 vahid olan düzbucaqlının sahəsinin yarısını tapmaq olar:

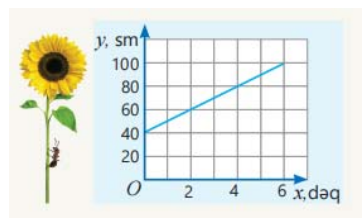
$y = 2x + 4$	
x	y
0	4
-2	0

$y = 4 - x$	
x	y
0	4
4	0



$S = 27$ kv.v. Düz xətlərin kəsişməsinin əmələ gətirdiyi düzbucaqlı üçbucaqların sahələrini tapıb toplamaqla da ümumi sahəni müəyyən etmək mümkündür.

14. c) Qarışqa gövdə boyunca yuxarı istiqamətdə bərabərsürətli düzxətli hərəkət edir. Onun hərəkətini təsvir edən qrafik $y = kx + b$ düz xəttidir. k qarışqanın sürəti, b isə zamanın başlanğıc anında onun gövdə üzərində yerdən məsafəsidir. Qarışqa 6 dəqiqədə 60 sm qalxdığına görə $k = 10$ sm/dəq. olar. Deməli, $y = 10x + 40$.



Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər k və b əmsallarının mənasını bəzən düzgün anlamırlar. Şəkildə düz xəttin $(0; 40)$ nöqtəsindən başlaması, əslində, qarışqanın artıq 40 sm qalxdığını bildirsə də, bəzi şagirdlər yanlış olaraq onun yerdən başlanğıc hündürlüyünün sıfır olduğunu zənn edirlər. Qrafik şagirdlər tərəfindən dəqiq araşdırılırsa, bu yanlışlıqlar aradan qalxar. Həmçinin k əmsalının qarışqanın sürətini ifadə etməsi şagirdlərlə geniş müzakirə edilir.



Riyazi kaleydoskop

1. $a^2 - 2025b = b^2 - 2025a$ və $a \neq b$ olarsa, $a + b$ ifadəsinin qiymətini tapmaq üçün müəyyən çevrilmələr aparılır, ortaq vuruq yaradılır, mötərizə xaricinə çıxardılır və bərabərliyin hər tərəfi həmin vuruğa bölünür.

$$a^2 - b^2 = 2025b - 2025a \rightarrow (a - b)(a + b) = 2025(b - a) \rightarrow (a - b)(a + b) = -2025(a - b)$$

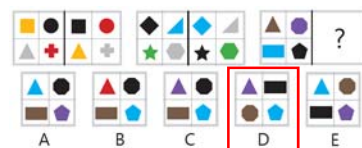
Hər tərəf $(a - b)$ -yə bölünür. $a + b = -2025$.

2. İxtiyari n natural ədədi üçün $n^3 + 17n$ cəminin 6-ya bölündüyünü isbat etmək üçün bu ifadə üzərində çevrilmələr aparılır: $n^3 + 17n = n^3 - n + 18n = n(n^2 - 1) + 18n = (n - 1)n(n + 1) + 18n$.

Sonuncu ifadə toplanan üç ardıcıl natural ədədin hasilidir və bu hasil həmişə 6-ya bölünür. $(n - 1)n(n + 1)$ hasilinin nə üçün 6-ya bölünməsi şagirdlərlə müzakirə edilə bilər. İkinci $18n$ toplanan da 6-ya bölündüyünə görə $n^3 + 17n$ cəmi 6-ya tam bölünür.

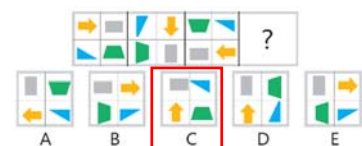
3. Şəkildə məntiqi ardıcılıq tipli test tapşırığı verilmişdir. Burada fiqurların dəyişmə qaydası belə görünür:

a) Hər xanada fiqurun forması sabit qalır, rənglər isə saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətində 1 xana yerini dəyişir. “?” işarəsinin olduğu xanaya uyğun gələn variant C variantıdır.



b) Hər xanada fiqurun rəngi sabit qalır, forması isə müəyyən qayda ilə növbələnir: üçbucaq $\rightarrow$ dördbucaq $\rightarrow$ çoxbucaqlı və s.

“?” işarəsinin olduğu xanada rəng və forma ardıcılığına əsasən uyğun gələn variant D variantıdır.



4. Bu, klassik bir dəfə çəkmə ilə saxta kisəni tapma məsələsidir. Məsələni həll etmək üçün kisələri 1, 2, 3, 4, 5 kimi nömrələnir.

1-ci kisədən 1 pul, 2-ci kisədən 2 pul, 3-cü kisədən 3 pul, 4-cü kisədən 4 pul, 5-ci kisədən 5 pul götürülür.

Əgər bütün pullar həqiqi olsaydı, ümumi kütlə $(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \cdot 10 = 15 \cdot 10 = 150$ q olardı.

Bu pullar tərəzidə birlikdə çəkilir. Saxta kisədən götürülən hər saxta pul həqiqi pula nisbətən $10 - 9 = 1$ (q)

az olacaq. Deməli, tərəzidə alınan kütlə ilə 150 q arasındakı fərq saxta kisənin nömrəsini göstərəcək.

Məsələn:

149 q alınarsa $\rightarrow$ 1 qram fərq var $\rightarrow$ 1-ci kisə saxtadır.

148 q alınarsa $\rightarrow$ 2 qram fərq var $\rightarrow$ 2-ci kisə saxtadır.

147 q alınarsa $\rightarrow$ 3-cü kisə saxtadır.

146 q alınarsa $\rightarrow$ 4-cü kisə saxtadır.

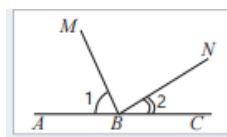
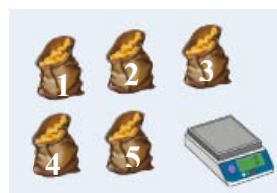
145 q alınarsa $\rightarrow$ 5-ci kisə saxtadır.

5. ABC açıq bucağı üç müxtəlif bucağa ayrılmışdır. $\angle 1 = 70^\circ + x$, $\angle 1 - \angle 2 = 50^\circ + 2x$ olarsa, $\angle MBN = 90^\circ$ olmasını isbat etmək üçün $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ olmasını göstərmək kifayətdir.

$\angle 1 - \angle 2 = 50^\circ + 2x \rightarrow \angle 2 = \angle 1 - (50^\circ + 2x) = 70^\circ + x - 50^\circ - 2x = 20^\circ - x$

Beləliklə, $\angle 1 + \angle 2 = 70^\circ + x + 20^\circ - x = 90^\circ$ alınar.

Deməli, $\angle MBN = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 90^\circ$ olar.



"ANDROMEDA QALAKTIKASINA SƏYAHƏT"

Fantastik gəmi qalaktikalararası səyahət üçün nəzərdə tutulub və Yerdən 2 500 000 işıq ili məsafədə yerləşən Andromeda qalaktikası istiqamətində uçuş. Şəkildə gəminin Yerdən məsafəsinin zamandan asılılıq qrafiki verilmişdir.

1. Qrafikə əsasən düz xətt koordinat başlanğıcından keçdiyi üçün onun düsturu $y = kx$ şəklində olar və k əmsalı qrafikə görə müəyyən edilir.

$$k = \frac{s}{t} = \frac{500\,000}{500\,000\,000} = \frac{1}{1\,000} \text{ (ışıq ili/san).}$$

Deməli, $y = \frac{1}{1\,000}x$ və ya $y = 0,001x$ olar.

2. Düstura əsasən kosmik gəminin sürəti $v = 0,001$ işıq ili/saniyədir. Andromeda qalaktikasına çatmağa sərf olunan zaman isə $t = \frac{s}{v}$ düsturuna əsasən hesablanır.

$$t = \frac{2\,500\,000}{0,001} = 2\,500\,000\,000 \text{ (san)}$$

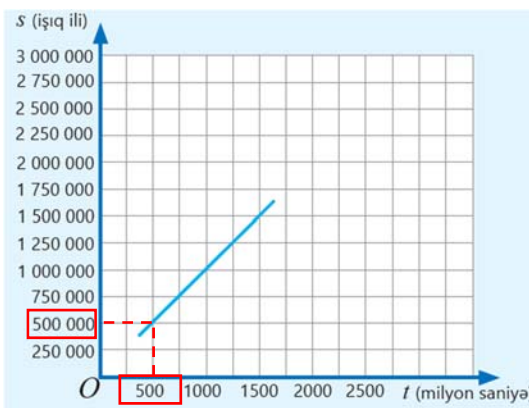
$2\,500\,000\,000 \text{ san} \approx 79,3 \text{ il}$

3. Internetdən istifadə etməklə ən yüksək kosmik sürətin nə qədər olduğunu müəyyən etmək üçün axtarış saytlarına baxmaq olar. Ən yüksək sürət 190 km/san (692 000 km/saat) təyin edilmişdir. Bu sürəti NASA-nın *Parker Solar Probe* adlı kosmik aparatı Günəşə yaxınlaşarkən alıb.

4. Şagirdlər qalaktikalararası səyahət gəmisinin modelini yarada bilərlər. Gəminin forması, uzunmüddətli uçuş üçün daxili ekosistemi şagirdlər tərəfindən təsvir edilir, yanacaq növləri haqqında fərziyyələri yazılır və təqdimat hazırlanır.

Andromeda qalaktikası haqqında əlavə məlumat üçün şagirdlərə bu istinaddan istifadəni tövsiyə etmək olar:

<https://astronomy.az/andromeda-qalaktikas-m-31>



7-ci BÖLMƏ

Çevrə, dairə və kürə

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	24	
Mövzu 7.1	Çevrə	2	25	15
Mövzu 7.2	Mərkəzi bucaq. Daxilə çəkilmiş bucaq	3	29	18
Mövzu 7.3	Vətlər, kəsən və toxunanlar arasındakı bucaqlar	4	33	21
Mövzu 7.4	Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi	4	38	24
Mövzu 7.5	Kürə. Kürə səthinin sahəsi və həcmi	2	42	27
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Planetarium"	2	46	29
	KSQ-2	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	19		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə şagirdlərə çevrədə "toxunan" və "kəsən" anlayışları haqqında məlumat verilir. Şagirdlər iki çevrənin qarşılıqlı vəziyyətini araşdırır, çevrədə bucağın xassələrini, çevrə qövsünün uzunluğunu, dairə sektorunun sahəsini, kürə səthinin sahəsini və kürənin həcmi hesablamaları öyrənirlər. Bu xassə və düsturları tətbiq etməklə şagirdlər məsələləri həll edir, əldə etdikləri bilik və bacarıqları möhkəmləndirirlər.

Nəyə diqqət yetirməli?

Çevrədə qövs və bucaqlarla bağlı xassələri öyrənmək üçün əvvəlcə şagirdlərin həndəsənin əsas anlayışlarını, eləcə də iki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi bucaqlarla bağlı xassələri xatırlamaları vacibdir. Bu yanaşma şagirdlərin mövzuya keçidini asanlaşdırır və yeni bilikləri əvvəlki anlayışlarla əlaqələndirməyə kömək edir.

Bəzən şagirdlər daxilə çəkilmiş bucağın hansı qövsə söykəndiyini müəyyən etməkdə çətinlik çəkirlər. Qövsün düzgün seçilməsini öyrətmək üçün bucağın tərəflərini qövsün "başlanğıc və son nöqtələri" ilə əlaqələndirmək, nümunələrdə vizual olaraq göstərmək məqsədəuyğundur.

Şagirdin verilmiş bucağın iki kəsişən vətərlə, toxunanla kəsənlə, yoxsa iki kəsənlə əmələ gəldiyini düzgün müəyyən etməsi sonrakı hesablamalarda yol verilən tipik səhvlərin qarşısını alır. Tətbiq olunan xassənin əsaslandırılması mövzunun daha yaxşı qavranmasına şərait yaradır.

Şagirdlər müxtəlif kəmiyyətlər üçün bir ölçü vahidi və həmin vahidin çevrilmələri ilə tanışdırlar (məsələn, kütlə üçün kiloqram, uzunluq üçün metr və s.). Qövsün iki kəmiyyətin ölçü vahidi ilə xarakterizə olunduğunu vurğulamaq məqsədəuyğundur. Şagirdlərə qövsün dərəcə ölçüsü və uzunluğu haqqında məlumat verilməlidir.

Dərəcə ölçüsünü tapmaq lazım qövsü hər hansı dəyişənlə ifadə etdikdə dəyişən üzərində dərəcə işarəsinin yazıldığını vurğulamaq lazımdır.

Fəza təsəvvürlərinin nisbətən çətin formalaşdığını nəzərə alaraq, "kürə" anlayışını izah edərkən gündəlik həyatdan olan nümunələrə (top, portağal, qlobus və s.) və əyani modellərə müraciət etmək tövsiyə olunur.

Riyazi dilin inkişafı

"Çevrənin kəsəni", "çevrəyə toxunan", "toxunma nöqtəsi", "konsentrik çevrələr", "qövs", "major qövs", "minor qövs", "qövsün dərəcə ölçüsü", "qövsün uzunluğu", "iki çevrənin qarşılıqlı vəziyyəti", "mərkəzi bucaq", "daxilə çəkilmiş bucaq", "vətər", "iki kəsən arasındakı bucaq", "kəsən və toxunan arasındakı bucaq", "vətlər arasındakı bucaq", "dairə sektoru", "sektorun sahəsi", "kürənin radiusu" və "kürənin böyük dairəsi" anlayışlarının düzgün müəyyən edilməsi bu anlayışların necə mənimsədildiyini qiymətləndirməyə əsas verir.

Bölmədə mənimsədilən riyazi anlayış və terminlər

Kəsən, toxunan, konsentrik çevrələr, qövs, major qövs, minor qövs, vətər, sektor

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Həndəsənin əsas anlayışları
- Üçbucaqların konqruentlik əlamətləri
- Çevrə və dairə
- Paralel düz xətlərin kəsənlə əmələ gətirdiyi bucaqlar

Fənlərarası inteqrasiya

Çevrə qövsü xəritələrdə marşrutların göstərilməsi, dairəvi hərəkətdə qət edilən yolun hesablanması və müxtəlif mühəndis qurğularının layihələndirilməsi üçün istifadə olunur. Konsentrik çevrələr astronomiyada planetlərin hərəkətini, texnologiyada isə radar və akustik dalğaların yayılmasını təsvir etməyə kömək edir. Qövs, radius və vətər kimi anlayışlar fizika və mühəndislikdə müxtəlif praktiki məsələlərin həllində geniş tətbiq olunur.

MÖVZU 7.1. Çevrə

ALTSTANDARTLAR	7-3.1.1. Çevrədə “toxunan” və “kəsən” anlayışını izah edir. 7-3.1.2. İki çevrənin qarşılıqlı vəziyyətlərini araşdırır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Çevrədə “kəsən” anlayışını izah edir. • Çevrədə “toxunan” anlayışını izah edir. • Düz xətlə çevrənin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edir. • Bir nöqtədən çevrəyə çəkilən toxunanların xassəsini məsələ həllinə tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/1192 https://video.edu.az/video/1197 https://video.edu.az/video/1263 https://video.edu.az/video/1308 https://www.geogebra.org/m/hw3TGaA3 https://www.geogebra.org/m/H6CVRqbH

İlkin problemin müzakirəsi. Bölmənin ilk səhifəsində şagirdlərə dairə və kürə formasında olan fiqurlara hansı sahələrdə rast gəldiyi haqqında məlumat verilir, planetlərin, bir çox göy cisimlərinin öyrənilməsində istifadə olunduğu vurğulanır. Kürənin səthinin sahəsinə və həcmnin tətbiq sahələrinə nümunələr göstərilir. “Cəhd edin!” tapşırığında dairəvi maneə üzərində verilən ölçülərə əsasən tələb olunan ölçülərin tapılması üçün müzakirə aparılır və əvvəlki biliklərdən istifadə edilir. Bölmə ərzində öyrənilən bilik və bacarıqlardan sonra bölmənin sonunda tapşırığın yenidən müzakirə olunacağı qeyd olunur.

Mövzuya yönəltmə

Şagirdlər dəftərdə radiusu 2 sm olan çevrə çəkirlər. Şagirdlərə bu çevrənin mərkəzindən 4 sm, 3 sm, 5 sm məsafədə olan düz xətlər çəkmək tapşırılır. Sonra müəllim sinfə müraciət edir:

– Hansı düz xətt ilə çevrənin bir kəsişmə nöqtəsi oldu? Hansı düz xətt çevrəni iki nöqtədə kəsdi? Hansı düz xətt çevrəni kəsmədi?

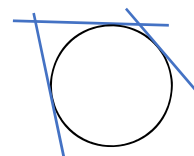
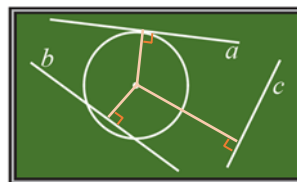
Çevrə ilə üç kəsişmə nöqtəsi olan düz xəttin olub-olmadığı ilə bağlı şagirdlərlə müzakirə təşkil etmək olar.

Araşdırma-müzakirə

Anar lövhədə çevrə və üç düz xətt çəkdi. Şagirdlər “kəsən” və “toxunan” anlayışları ilə hələ tanış olmadıqlarından sualları cavablandırarkən buna diqqət edilir. Dəftərdə verilən təsvir çəkilir.

• Çevrənin daxilində olan nöqtə ilə mərkəzini birləşdirən parçanın uzunluğu radiusdan kiçikdir. Çevrə ilə iki kəsişmə nöqtəsi olan düz xəttin bir hissəsi çevrənin daxilində qalır, deməli, b düz xətti çevrənin mərkəzinə daha yaxındır.

• Şagirdlər dəftərdə çevrə çəkirlər. Çevrə üzərində bir nöqtə qeyd edilir, bu nöqtədən keçən və çevrənin mərkəzindən radiusuna bərabər məsafədə olan düz xətt çəkmək üçün müəllim şagirdlərə yönəldici suallar verməklə bəzi xassələri xatırladır. Beləliklə, nöqtədən düz xəttə qədər məsafə dedikdə ən qısa məsafə nəzərdə tutulduğu, bu məsafənin perpendikulyarın uzunluğuna bərabər olduğu vurğulanır. Verilmiş nöqtədən düz xəttə yalnız bir perpendikulyar düz xətt çəkmək mümkün olduğundan çevrənin mərkəzindən radiusuna bərabər məsafədə olan düz xəttin də yeganə olduğu nəticəsinə gəlinir. Çevrə üzərində bir nöqtə qeyd etməklə hər nöqtədən bir belə düz xətt çəkilir.

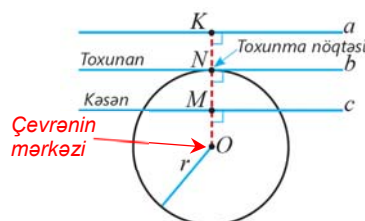


Öyrənmə Düz xətlə çevrənin qarşılıqlı vəziyyəti. Toxunan

Düz xətlə çevrənin üç müxtəlif vəziyyəti, “kəsən”, “toxunan”, “toxunma nöqtəsi” anlayışları haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Hər vəziyyət üçün düz xəttin çevrənin mərkəzindən məsafəsi ilə radius müqayisə edilir.

Çevrəyə toxunanın əlaməti şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

Adətən, təsvirlərdə çevrənin mərkəzi O nöqtəsi ilə işarə edildiyi, belə qəbul edildiyinə görə məsələnin şərtində vacib olmadıqca qeyd olunmadığı vurğulanır.

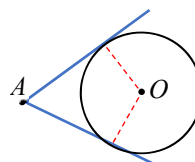


Çalışma

2. Təkliflərin doğru, yaxud yanlış olduğu müəyyən edilir. Çəkib göstərməklə fikirlər əsaslandırılır.

a) Çevrə xaricindəki nöqtədən çevrəyə yalnız bir toxunan çəkmək olar. **Fikir yanlışdır.**

Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən çevrəyə iki toxunan çəkmək mümkündür.



Bu düz xətlər çevrəyə iki müxtəlif nöqtədə toxunur. Hər iki xətt həmin nöqtəyə çəkilən radiusa perpendikulyardır.

b) Çevrə üzərindəki nöqtədən çevrəyə iki toxunan çəkmək olar. **Fikir yanlışdır.**

Çevrə üzərində götürülmüş nöqtədən çevrəyə çəkilən toxunan həmin nöqtədə çəkilən radiusa perpendikulyar olduğundan çevrəyə yalnız bir toxunan çəkmək olar.

c) Çevrə daxilindəki nöqtədən çevrəyə toxunan çəkmək mümkün deyil. **Fikir doğrudur.**

Çevrə daxilində götürülmüş nöqtədən keçən elə bir düz xətt yoxdur ki, mərkəzdən olan məsafəsi radiusa bərabər olsun. Bu nöqtədən keçən düz xəttin bir hissəsi çevrənin daxilində qaldığından çevrəni iki nöqtədə kəsir, deməli, həmin nöqtədən toxunan çəkmək mümkün deyil.

4. Sualları cavablandırmaqla çevrəyə toxunanın əlamətini əsaslandırmaq tələb olunur. Düz xəttin çevrənin T nöqtəsindən keçdiyi, OT radiusuna perpendikulyar olduğu qeyd edilir.

Uyğun təsvir çəkilir və düz xətt üzərində T -dən fərqli hər hansı D nöqtəsi qeyd edilir.

• OT radiusuna perpendikulyar olduğu üçün $OD > OT$.

• Düz xətt çevrənin yalnız T nöqtəsindən keçdiyindən düz xəttin qalan hissəsi çevrənin xaricindədir. Ona görə də düz xətt üzərində yerləşən ixtiyari nöqtənin çevrə mərkəzindən məsafəsi radiusdan böyükdür.

• Düz xətt üzərində olmayan nöqtədən düz xəttə çəkilən perpendikulyarın xassəsinə əsasən düz xəttə O nöqtəsindən yalnız bir perpendikulyar düz xətt çəkmək olar. Deməli, düz xəttin çevrə ilə T nöqtəsindən başqa orta nöqtəsi ola bilməz.

• Düz xətt OT radiusuna perpendikulyar olduğundan toxunandır.

6. α düz xətti çevrəyə T nöqtəsində toxunur. Toxunanın radiusa perpendikulyar olduğundan istifadə edərək şəkildə verilənlərə görə tələb olunan bucağın dərəcə ölçüsü tapılır.

a) α düz xətti toxunan olduğundan $\angle OTD = 90^\circ$. Üçbucağın daxili bucaqlarının cəmindən istifadə etməklə $\angle ODT$ tapılır.

$$\angle ODT = 180^\circ - (90^\circ + 56^\circ) = 34^\circ$$

b) α düz xətti toxunan olduğundan $\angle OTA = 90^\circ$. Üçbucağın xarici bucağının xassəsindən istifadə etməklə $\angle OAT$ tapılır.

$$\angle OAT = 125^\circ - 90^\circ = 35^\circ$$

125° -li bucağa qonşu olan bucağı tapıb üçbucağın daxili bucaqlarının cəmindən istifadə etməklə də cavabı tapmaq üsulunu şagirdlərlə müzakirə etmək olar.

Müəllimin nəzərinə! Bir nöqtədən çevrəyə çəkilən toxunanların xassəsinə keçməzdən şagirdlərə dəftərdə hər hansı çevrəni çəkmək tapşırılır. Şagirdlər çevrə xaricində bir nöqtə qeyd edir və çevrəyə toxunanlar çəkir və uzunluqlarını müqayisə edirlər. Tapşırığı cütlərlə iş şəklində yerinə yetirmək məqsəda uyğundur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyəti nümayiş etdirmək olar:

<https://www.geogebra.org/classic/y84xurv7>

Sonra bir nöqtədən çevrəyə çəkilən toxunanların xassəsi şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Teoremin isbatı siniflə müzakirə edilir.

7. Bir nöqtədən çevrəyə iki toxunan çəkilmişdir. Tələb olunan ölçüləri tapılır və necə tapıldığı izah edilir.

b) AN və AM toxunanlar olduğundan $\angle OMA = \angle ONA = 90^\circ$. Çevrənin mərkəzi A nöqtəsindən çəkilən tənbuləni üzərində yerləşdiyinə görə $\angle OAM = \angle OAN = 20^\circ$.

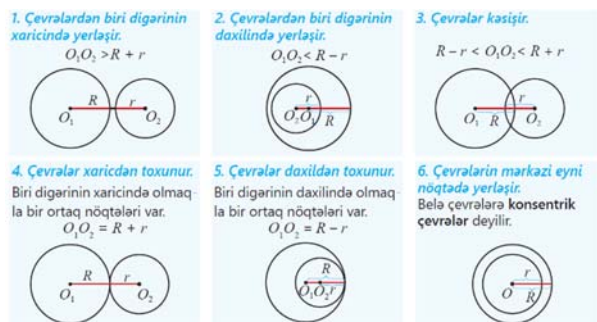
Üçbucağın daxili bucaqlarının cəmindən istifadə etməklə $\angle AOM$ tapılır.

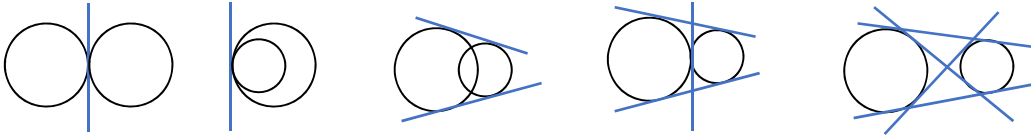
$$\angle AOM = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ.$$

Öyrənmə iki çevrənin qarşılıqlı vəziyyəti

İki çevrənin ortaq nöqtəsi olmadığı, bir ortaq nöqtəsi olduğu və ya çevrələrin iki nöqtədə kəsişdiyi hallara aid şagirdlərə nümunələr göstərilir. R və r radiuslu çevrələrin qarşılıqlı vəziyyətlərinə əsasən çevrələrin mərkəzləri arasındakı məsafə ilə radiuslar arasında verilən münasibətlər müzakirə edilir.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərə iki çevrənin ortaq nöqtəsi ilə yanaşı, çəkilən düz xəttin hər iki çevrəyə toxunan olduğu hallara aid nümunələr də göstərilə bilər. Şagirdlərə çevrələrin qarşılıqlı vəziyyətinə aid müxtəlif təsvirlər nümayiş etdirib verilən toxunanlarla bağlı müzakirə təşkil etmək olar.





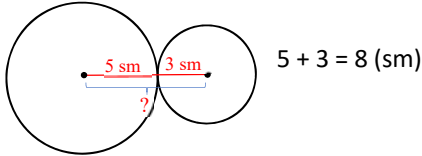
Belə hallara nümunələr göstərilməsi şagirdlərdə çevrələrin qarşılıqlı vəziyyətlərini düzgün müəyyən etməyə, müxtəlif vəziyyətləri fərqləndirməyə kömək edir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyəti nümayiş etdirmək olar:

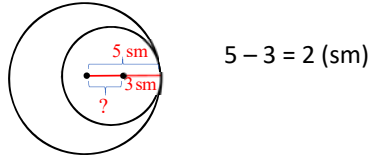
<https://www.geogebra.org/classic/f243eqbj>

9. Radiusları 5 sm və 3 sm olan iki çevrənin mərkəzləri arasındakı məsafəni tapın.

a) Çevrələr xaricdən toxunduğu üçün mərkəzlər arasındakı məsafə radiusların cəminə bərabərdir.



b) Çevrələr daxildən toxunduğu üçün mərkəzlər arasındakı məsafə böyük çevrənin radiusu ilə kiçik çevrənin radiusları fərqinə bərabərdir.



11. Şərtə əsasən verilənlər təsvir üzərində qeyd edilir. Çevrələr xaricdən toxunduğundan onlara cüt-cüt baxaraq radiusları toplanır və mərkəzləri arasındakı məsafə tapılır.

$$MN = 15 + 12 = 27 \text{ (sm)} \quad NK = 9 + 12 = 21 \text{ (sm)} \quad MK = 9 + 15 = 24 \text{ (sm)}$$

MNK üçbucağının perimetri tapılır: $P_{MNK} = 27 + 21 + 24 = 72 \text{ (sm)}$

Radiusların cüt-cüt cəminin tapılıb toplanması göstərir ki, bu halda üçbucağın perimetrini radiusları toplayıb 2-yə vurmaqla da tapmaq olar.

$$P_{MNK} = 2 \cdot (9 + 12 + 15) = 72 \text{ (sm)}$$

13. Çevrənin verilmiş çoxbucaqlının bütün tərəflərinə toxunduğu qeyd olunur.

b) Bir nöqtədən çevrəyə çəkilmiş iki toxunanın toxunma nöqtələrinə qədər olan parçaları konqruent olduğuna əsasən dördbucaqlının tərəfləri və perimetri hesablanır.

$$AB = 3 + 5 = 8 \text{ (sm)} \quad BC = 5 + 2 = 7 \text{ (sm)}$$

$$CD = 2 + 4 = 6 \text{ (sm)} \quad AD = 3 + 4 = 7 \text{ (sm)}$$

Dördbucaqlının perimetri tapılır: $P_{ABCD} = 8 + 7 + 6 + 7 = 28 \text{ (sm)}$

Müəllimin nəzərinə! Bir nöqtədən çevrəyə çəkilmiş iki toxunanın toxunma

nöqtələrinə qədər olan parçalarının konqruent olması gələcəkdə çoxbucaqlının xaricinə çəkilmiş çevrə ilə bağlı məsələlərdə geniş istifadə olunacaq. Bu xassələrdən istifadə etməklə çevrənin radiusu ilə çoxbucaqlının tərəfləri və sahəsi arasında əlaqə düsturlarını öyrənəcək və onları məsələ həllində tətbiq edəcəklər. Bu xassələr gələcəkdə şagirdlərin çevrə–çoxbucaqlı qarşılıqlı əlaqələrini daha dərinlən mənimsəməsi üçün vacibdir.

Məsələ həlli

15. Yolayrıcdan ayrılan iki velosiped yolu dairəvi hovuzla toxunanlar boyuncadır. Samir və Lalənin yolayrıcdan müxtəlif yollar üzrə eyni anda hərəkətə başladılar qeyd edilir. Lalənin hansı sürətlə hərəkət etdiyini tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

• Samirin 12 km/saat sürətlə 20 dəqiqəyə qət etdiyi məsafə tapılır.

$$12 \cdot \frac{20}{60} = 4 \text{ (km)}.$$

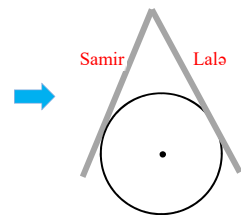
• Yolayrıcdan ayrılan iki velosiped yolu dairəvi hovuzla toxunanlar boyunca olduğundan Lalə və Samir eyni uzunluqda yol qət edirlər.

Lalənin bu yola sərf etdiyi zaman tapılır. $20 + 10 = 30 \text{ (dəq)}$

Lalənin sürətini tapmaq üçün qət edilən yolun uzunluğu bu yola sərf edilən zamana bölünür.

$$4 : \frac{30}{60} = 8 \text{ (km/saat)}.$$

Cavab. 4 km; 8 km/saat.



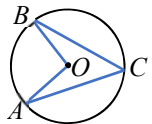
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Çevrədə kəsən ilə toxunanı fərqləndirir.	Dərslik, iş dəftəri
Bir nöqtədən çevrəyə çəkilən toxunanların xassəsini məsələ həllinə tətbiq edir.	Dərslik, iş dəftəri
Düz xətlə çevrənin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edir.	Dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 7.2. Mərkəzi bucaq. Daxilə çəkilmiş bucaq

ALTSTANDARTLAR	7-3.1.3. Çevrədə bucaqların xassələrini tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Çevrədə “mərkəzi bucaq” və “daxilə çəkilmiş” bucaq anlayışlarını fərqləndirir. • Çevrədə qövsləri major və minor qövslərinə ayırır. • Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın xassəsini tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/classic/evyhdzdh https://video.edu.az/video/1263 https://www.geogebra.org/m/f6wQbHfn#material/JjDd2TKw https://www.geogebra.org/m/qvBwwJx5 https://www.geogebra.org/m/t5Cc9z4y

Mövzuya yönəltmə

Şagirdlər dəftərdə radiusu 2 sm olan çevrə çəkiirlər. Çevrənin mərkəzi O hərfi ilə işarə edilir. Bu çevrə üzərində A , B və C nöqtələri şəkildəki kimi qeyd edilir. Müəllim hər şagirdə A , C və O nöqtələrini A və B nöqtələri ilə birləşdirməyi tapşırır. Sonra şagirdlər AOB və ACB bucaqlarını ölçüb dərəcə ölçülərini dəftərə yazırlar. Alınan nəticələr siniflə müzakirə olunur.



Araşdırma-müzakirə

Saatın siferblatı bölgülərlə 12 bərabər hissəyə bölünüb. Hər belə hissə arasındakı bucaq hesablanır. $360^\circ : 12 = 30^\circ$

• 9:00-da saatın əqrəbləri arasındakı bucağı tapmaq üçün həmin anda saat əqrəbinin 9, dəqiqə əqrəbinin isə 12 üzərində dayandığı qeyd olunur və bucaq hesablanır. $3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$

Şagirdlər 9:00-da saatın əqrəbləri arasında qalan hissənin saatın sferblatının $\frac{1}{4}$ hissəsi olduğunu qeyd etməklə də uyğun bucağı hesablaya bilərlər. $360^\circ \cdot \frac{1}{4} = 90^\circ$

• Saat 4:00-dakı bucaq eyni qayda ilə hesablanır. $4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$ və ya $360^\circ \cdot \frac{1}{3} = 120^\circ$

Saat 8:00-dakı bucağın da 120° olacağı qeyd edilir.

Müəllim uyğun saatlara görə siferblatın hissələrinin necə müəyyən edildiyi ilə bağlı şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verə, digər saatların tamamında da bucaqları hesablamağı tapşıra bilər.



Öyrənmə Çevrə qövsü və mərkəzi bucaq

Çevrə üzərində götürülmüş hər hansı iki nöqtənin çevrəni iki hissəyə ayırdığı, çevrə qövsü və mərkəzi bucaq haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Qövslə mərkəzi bucağın əlaqəsi nümunələrlə izah edilir. Şagirdlər “major qövs” və “minor qövs” anlayışları ilə tanış olur, onların yazılış qaydalarını öyrənirlər. Nə üçün major qövsün bəzən üç hərflə yazıldığı izah edilir.



Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərin tanış olduqları yeni anlayışlar, onların izahı, fərqləndirilməsi gələcəkdə əldə ediləcək yeni biliklər üçün önəmlidir. Mərkəzi bucaq, qövs, major və minor qövslərin fərqi ilə bağlı şagirdlərə bir neçə nümunə göstərmək tövsiyə olunur. Qövsün adı üç hərflə işarə olunarkən ortadakı hərfin qövsün hansı istiqamətə görə seçildiyini göstərmək üçün yazıldığı vurğulanır.

Qövs işarəsinin müxtəlif yazılış formaları haqqında şagirdlərə məlumat verilə bilər. Bəzi mənbələrdə qövs işarəsi qarşıda bəzi mənbələrdə üstə yazılır. Məsələn, $\frown AB$, $\overline{AB}$. Ənənəyə görə qövs işarəsinin qarşıda yazıldığı vurğulanır.

Çalışma

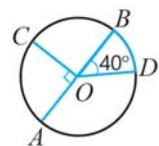
2. Şəkildə AB -nin çevrənin diametri olduğu qeyd edilir. Tələb olunan qövslərin və ya bucağın dərəcə ölçüsü tapılır.

b) BD qövsünə uyğun mərkəzi bucaq 40° olduğundan $\frown BD = 40^\circ$.

AOD və BOD qonşu bucaqlar olduğundan $\angle AOD = 180^\circ - \angle BOD = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

AB diametr, COB bucağı 90° olduğundan $\angle COB = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

$\angle COD = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$. Deməli, $\frown COD = 130^\circ$.



4. Çevrədə OM , ON və OK radiusları çəkilib.

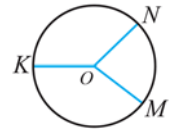
$\angle MON : \angle NOK : \angle KOM = 3 : 4 : 5$ olduğu qeyd olunur.

$\angle MON = 3x$; $\angle NOK = 4x$; $\angle KOM = 5x$ işarə edilir. Bu bucaqların cəminin 360° olduğuna əsasən tənlik yazılır və həll edilir.

$$3x + 4x + 5x = 360^\circ \rightarrow x = 30^\circ.$$

$$\angle MON = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ; \quad \angle NOK = 4 \cdot 30^\circ = 120^\circ; \quad \angle KOM = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ.$$

MN , NK və KM qövsələrinin dərəcə ölçüləri tapılır. $\frown MN = 90^\circ$; $\frown NK = 120^\circ$; $\frown KM = 150^\circ$



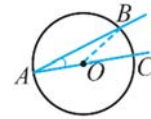
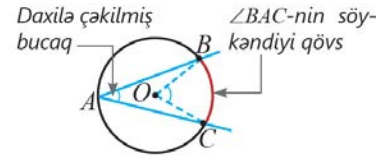
Öyrənmə Çevrə daxilənə çəkilmiş bucaq

Təpə nöqtəsi çevrə üzərində olan və tərəfləri çevrəni kəsən bucağa çevrənin daxilənə çəkilmiş bucaq deyildiyi qeyd olunur. Çevrə daxilənə çəkilmiş bucaq haqqında teorem (teorem 2) şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Çevrənin mərkəzi ilə daxilə çəkilmiş bucağın vəziyyətləri ilə bağlı nümunələr şagirdlərlə müzakirə olunur.

Texniki imkanları olan sinifdə interaktiv fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://www.desmos.com/geometry/ilc8jx93hv>

8. Boş yerlərə uyğun mülahizələri yazmaqla çevrə daxilənə çəkilmiş bucaq haqqında teoremin (teorem 2) isbatını bucağın tərəfi mərkəzdən keçdiyi hal üçün tamamlanır.



Təklif	Əsaslandırma
1. $OA \cong OB$	1. OA və OB çevrənin radiuslarıdır.
2. $\angle A \cong \angle B$	2. AOB bərabəryanlı üçbucaqdır.
3. $\angle BOC = \angle A + \angle B$	3. Üçbucağın xarici bucağının xassəsinə görə
4. $\angle BOC = 2\angle A$	4. $\angle A \cong \angle B$ olduğuna əsasən
5. $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2}\frown BC$	5. $\angle BOC = 2\angle A$ olduğuna əsasən

Şagirdlər cədvəli dəftərə çəkib boş yerlərə uyğun fikirləri yazı bilərlər. Teoremin isbatı cədvəlin əsaslandırma sütunundakı fikirlərin şagirdlərlə müzakirə edilməsi tövsiyə olunur.

Texniki imkanları olan sinifdə interaktiv fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://www.geogebra.org/classic/at6s9fas>

Müəllimin nəzərinə! Çevrə daxilənə çəkilmiş bucaq haqqında teoremin (teorem 2) isbatı üçün 3 hala baxılır.

1-ci hal. Bucağın tərəfinin mərkəzdən keçdiyi hal

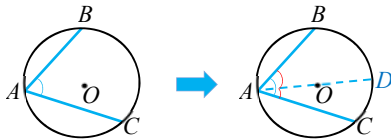
2-ci hal. Çevrənin mərkəzinin bucağın daxilində qaldığı hal

3-cü hal. Çevrənin mərkəzinin bucağın xaricində qaldığı hal

Bucağın tərəfinin mərkəzdən keçdiyi hal üçün bu teorem 8-ci çalışmada isbat edildi. Digər iki hal haqqında şagirdlərə məlumat vermək tövsiyə olunur. Qeyd olunur ki, hər iki hal da 1-ci haldan alınır. Bu halların isbatı üçün şagirdlərə göstəriş vermək məqsədəuyğundur.

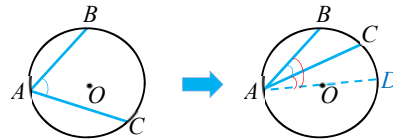
2-ci hal. Çevrənin mərkəzinin bucağın daxilində qaldığı hal

Göstəriş: AD diametri çəkilib. $\angle ABD$ və $\angle DAC$ tərəfi mərkəzdən keçən daxilə çəkilmiş bucaq olduğundan 1-ci hala əsasən söykəndiyi qövsün yarısına bərabərdir. $\angle BAC = \angle ABD + \angle DAC$ olduğuna əsasən teorem isbat olunur.



3-cü hal. Çevrənin mərkəzinin bucağın xaricində qaldığı hal

Göstəriş: AD diametri çəkilib. $\angle ABD$ və $\angle DAC$ tərəfi mərkəzdən keçən daxilə çəkilmiş bucaq olduğundan 1-ci hala əsasən söykəndiyi qövsün yarısına bərabərdir. $\angle BAC = \angle ABD - \angle DAC$ olduğuna əsasən teorem isbat olunur.



Teoremin çevrənin mərkəzinin bucağın daxilində, yaxud xaricində qaldığı hal üçün isbatını şagirdlərə diferensial təlim tapşırığı kimi də vermək olar.



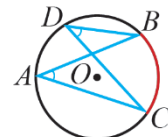
Fikirləş

Şagirdlər teorem 2-dən çıxan nəticələri əsaslandırırlar.

1. Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar konqruentdir.

$$\angle A = \frac{1}{2}\frown BC \text{ və } \angle D = \frac{1}{2}\frown BC \Rightarrow \angle A \cong \angle D$$

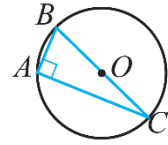
Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqların hər biri qövsün dərəcə ölçüsünün yarısına bərabər olduğu üçün onların konqruent olduğu qeyd edilir.



2. Yarımçevrəyə söykənən daxilə çəkilmiş bucaq düz bucaqdır.

$$\angle BOC = 180^\circ \text{ və } \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC \Rightarrow \angle A = 90^\circ$$

Yarımçevrənin dərəcə ölçüsü 180° olan qövstdür. Deməli, bu qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaq onun yarısına bərabərdir.

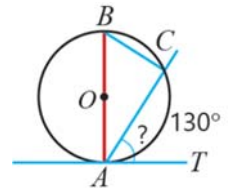


10. Şəkilə AT -nin çevrəyə toxunan, AB -nin diametr olduğu qeyd edilir. Lalə və Elxanın CAT bucağının dərəcə ölçüsünü hansı üsullarla tapdıqları araşdırılır.



Əvvəlcə BC qövsünün dərəcə ölçüsünü taparam: $\angle BOC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$
Onda $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 25^\circ$.
 $AB \perp AT$ olduğundan
 $\angle CAT = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

Diametrə söykənən daxilə çəkilmiş bucaq düz bucaqdır. $\angle C = 90^\circ$
 $BC \perp AC$ və $AB \perp AT$ olduğundan $\angle ABC$ və $\angle CAT$ uyğun tərəfləri perpendikulyar olan bucaqlardır.
 $\angle ABC \cong \angle CAT$
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 65^\circ$ olduğundan $\angle CAT = 65^\circ$.



Hər həll üsulu sinifdə müzakirə edilir. Çevrə üzərindəki nöqtədən çəkilmiş toxunanla kəsən arasındakı bucağın dərəcə ölçüsünün kəsənin çevrə daxilindəki hissəsinin gərdiyi qövsün dərəcə ölçüsünün yarısına bərabər olduğu vurğulanır.

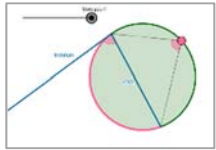
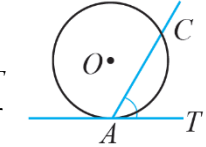


Yadda saxla!

Çevrə üzərindəki istənilən A nöqtəsindən AT toxunanı və AC kəsəni çəkilərsə, onda CAT bucağının AC qövsünün dərəcə ölçüsünün yarısına bərabər olduğu qeyd olunur və nümunələr göstərilir.

Texniki imkanları olan sinifdə interaktiv fəaliyyətləri şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/ngbmcjaz>



11. Şəkilə verilənlərə görə tələb olunan qövsələrin və ya bucağın dərəcə ölçüsü tapılır.

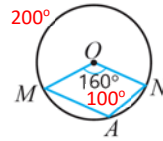
b) Mərkəzi bucağa əsasən MAN qövsünün dərəcə ölçüsü tapılır.

$$\angle MON = 160^\circ \Rightarrow \angle MAN = 160^\circ$$

$$MN \text{ qövsün major qövstdür. } \angle MAN = 360^\circ - 160^\circ = 200^\circ$$

MAN bucağı MN qövsünə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqdır.

$$\angle MAN = \angle MN : 2 = 200^\circ : 2 = 100^\circ$$

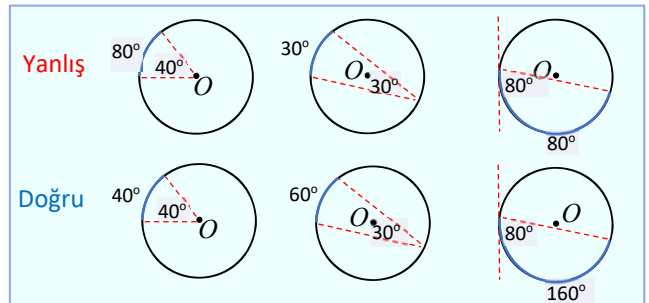


Texniki imkanları olan sinifdə interaktiv fəaliyyətləri şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/qsrh4rh7>

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər çox vaxt çevrədə qövsələrin, mərkəzi və daxilə çəkilmiş bucaqların xassələrini tətbiq edərkən çətinliklə qarşılaşırlar. Onlara hansı xassədən istifadə etdiklərini əsaslandırmağı tapşırmaq məqsəduyğundur. Bu yanaşma şagirdlərin xassələrin tətbiq sahəsini düzgün müəyyənləşdirməsinə, hər bir xassənin məzmununu daha dərinlən dərk etməsinə şərait yaradır.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Mövzuda çevrənin xassələrinin mənimsənilməsinin məsələ həllinə tətbiqi zamanı şagirdlər müəyyən səhvlərə yol verirlər. Belə səhvlər içərisində ən çox rast gəlinən daxilə çəkilmiş bucaq və mərkəzi bucaqla qövs arasında əlaqənin düzgün müəyyənləşdirilməməsidir. Şagirdlərə bir neçə nümunə göstərməklə səhvlər üzərində işin təşkili məqsəduyğundur.

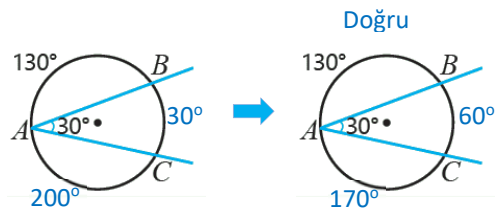


Səhvi düzəlt!

$$\angle AC = 360^\circ - (\angle AC + \angle BC) = 360^\circ - (130^\circ + 30^\circ) = 200^\circ$$

Daxilə çəkilmiş bucağın söykəndiyi qövsün dərəcə ölçüsünə bərabər olmadığı qeyd olunur. BC qövsünün dərəcə ölçüsü düzgün yazılır və AC qövsünün dərəcə ölçüsü hesablanır.

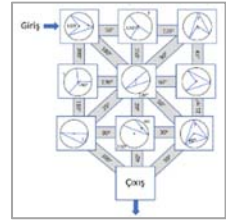
$$\angle AC = 360^\circ - (\angle AC + \angle BC) = 360^\circ - (130^\circ + 60^\circ) = 170^\circ$$



Komanda oyunu. Sınıf qruplara bölünür. Hər qrupa iş vərəqləri paylanır. İş vərəqində girişdə olan çevrədən başlamaqla hər çevrə üçün sual işarəsi ilə qeyd olunmuş bucağın, yaxud qövsün dərəcə ölçüsü tapılır. Cavabı göstərən ədəd istiqamətində çıxışa doğru tapşırıqlar yerinə yetirilir. Çıxışa gedən yolu doğru və daha tez tapan qrup qalib elan olunur. Nəticələr müzakirə edilir.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

<https://drive.google.com/file/d/1ejfS46wU3137vALg4vbN1jQYfFgsAr0v/view?usp=sharing>



Məsələ həlli

14. Tennis, şahmat, həndbol, futbolla məşğul olan 7-ci sinif şagirdlərinin sayı 1 : 2 : 3 : 4 nisbətindədir. Hər şagird yalnız bir idman növü ilə məşğuldur.

a) Tennis, şahmat, həndbol, futbolla məşğul olan şagirdlərinin sayı uyğun olaraq x , $2x$, $3x$, $4x$ işarə edilir. Bu bucaqların cəminin tam bucağa bərabər olduğuna əsasən tənlik yazılır və həll edilir.

$x + 2x + 3x + 4x = 360^\circ$ Diaqramda uyğun mərkəzi bucaqlar tapılır.

$$10x = 360^\circ$$

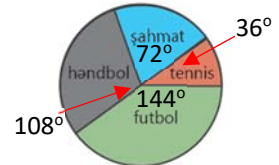
$$x = 36^\circ$$

$$\text{Tennis: } 36^\circ$$

$$\text{Şahmat: } 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$$

$$\text{Həndbol: } 3 \cdot 36^\circ = 108^\circ$$

$$\text{Futbol: } 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$$



b) Həndbolla 6 nəfər məşğul olduğuna əsasən diaqramda neçə şagird haqqında məlumat verildiyini hesablamaq üçün tənəsüb yazılır.

Şagirdlərin ümumi sayı:

$$108^\circ - 6$$

$$360^\circ - x$$

$$x = 20 \text{ (nəfər)}$$

c) Futbol və tennislə məşğul olanların sayı hesablanır və fərq tapılır.

$$8 - 2 = 6 \text{ (nəfər)}$$

Tennislə məşğul olanların sayı:

$$108^\circ - 6$$

$$36^\circ - x$$

$$x = 2 \text{ (nəfər)}$$

Futbolla məşğul olanların sayı:

$$108^\circ - 6$$

$$144^\circ - x$$

$$x = 8 \text{ (nəfər)}$$

Cavab. a) 36° ; 72° ; 108° və 144° ; b) 20 nəfər; c) 6 nəfər.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənir.

Formativ qiymətləndirmə

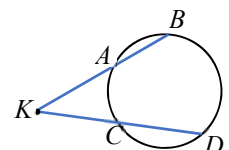
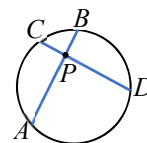
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Çevrədə daxilə çəkilmiş bucağın hansı qövsə söykəndiyini müəyyənləşdirir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çevrədə qövsləri major və minor qövslərinə ayırır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çevrə daxilində çəkilmiş bucağın uyğun qövsün dərəcə ölçüsünün yarısına bərabər olduğunu əsaslandırır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 7.3. Vətərlər, kəsən və toxunanlar arasındakı bucaqlar

ALTSTANDARTLAR	7-3.1.3. Çevrədə bucaqların xassələrini tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- İki kəsişən vətər arasındakı bucağın xassəsini tətbiq edir. - Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilmiş iki kəsən arasındakı bucağın xassəsini tətbiq edir. - Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilmiş toxunanlar arasındakı bucağın xassəsini tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/PqW8CVNX https://www.geogebra.org/m/qP8xrw2 https://www.geogebra.org/m/NzY8A9EV https://www.geogebra.org/m/GRw7cjVf https://www.geogebra.org/m/PqW8CVNX Çalışma: https://www.geogebra.org/m/PqW8CVNX

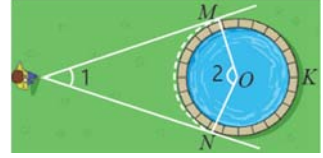
Mövzuya yönəltmə

Şagirdlərə dəftərdə radiusu 2 sm olan iki çevrə çəkmək, bu çevrələrdən birinin daxilində, digərinin isə xaricində bir nöqtə qeyd etmək tapşırılır. Müəllim lövhədə verilən təsvirləri çəkərək şagirdlərin dəftərdə eyni şəkildə çəkmələrinə şərait yarada bilər. Daha sonra hansı hallarda vətərlərin, hansı hallarda isə kəsənlərin kəsişdiyi, bu kəsişmə nöqtəsinin vətərlər və ya kəsənlər arasındakı bucağın böyüklüyünə necə təsir etdiyi müzakirə olunur. Şagirdlərə kəsənlə toxunanın, yaxud vətərlə toxunanın kəsişmə nöqtəsinin çevrənin daxilində, xaricində və ya üzərində yerləşməsi barədə suallar verməklə onların kəsişmə nöqtəsinin mövqeyi haqqında təsəvvürlərinin möhkəmlənməsinə nail olmaq mümkündür.



Araşdırma-müzakirə

Dairəvi hovuzdan yandan baxdıqda müşahidə nöqtəsindən çevrəyə çəkilmiş toxunanların ayırdığı MN qövsünü görmək olur.

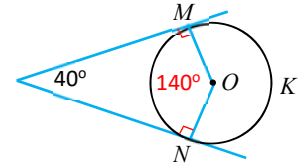
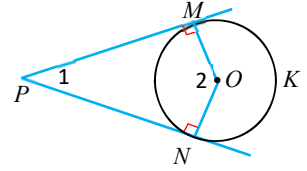


- Toxunanlar radiusa perpendikulyar olduğundan və dördbucaqlının bucaqlarının cəmindən istifadə etməklə şəkildə rəqəmlərlə işarələnmiş bucaqların dərəcə ölçülərinin cəminin 180° -yə bərabər olduğu qeyd olunur.

$$\begin{aligned}\angle 1 + \angle 2 + 90^\circ + 90^\circ &= 360^\circ \\ \angle 1 + \angle 2 &= 180^\circ\end{aligned}$$

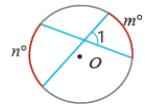
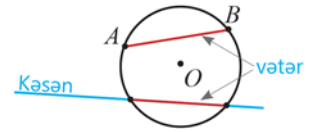
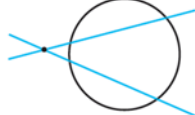
- $\angle 1 = 40^\circ$ olduqda əvvəlcə $\angle 2$, sonra ona uyğun söykəndiyi MN minor, sonra isə MKN major qövsünün dərəcə ölçüsü tapıldığı qeyd olunur.

$$\angle 2 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \quad \frown MN = 140^\circ \quad \frown MKN = 220^\circ$$



Öyrənmə İki kəsişən vətər arasındakı bucaq

Şagirdlərə "vətər" anlayışı haqqında məlumat verilir, çevrənin kəsənlərinin qarşılıqlı vəziyyətlərinə nümunələr göstərilir.

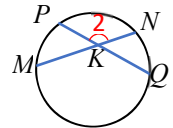
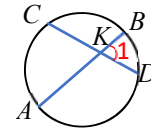


Vətlər arasındakı bucağın dərəcə ölçüləri haqqında teorem (teorem 3) şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

$$\angle 1 = \frac{1}{2}(m^\circ + n^\circ)$$

Müəllimin nəzərinə! Bəzi şagirdlər bucağın tərəfləri arasında qalan qövsləri müəyyən etməkdə, düsturu birbaşa tətbiq etməklə axtarılan bucağın tapılmadığı hallarda çətinliklə qarşılaşırlar. Qövslərin uzunluqları fərqli olduğundan bucaqların da fərqli dərəcə ölçüsü olduğunu düşünürlər. Belə şagirdlərə vətərlər arasındakı bucağın tərəflərinin çevrə ilə kəsişdiyi nöqtələrin qövsün ucları olduğunu vurğulamaq tövsiyə olunur.

Müxtəlif nümunələr göstərərək istiqamətləndirici suallar verməklə yaranan çətinliyi aradan qaldırmaq olar. Məsələn, 1, yaxud 2 bucağının dərəcə ölçüsü hansı qövslərin dərəcə ölçüləri cəminin yarısına bərabərdir? PM və NQ qövslərinin dərəcə ölçüsünə əsasən 2 bucağının dərəcə ölçüsünü necə tapmaq olar?



Texniki imkanları olan sinifdə interaktiv fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/fqh8stqb>

Çalışma

2. Şəkildə verilənlərə görə tələb olunan qövsün dərəcə ölçüsü tapılır.

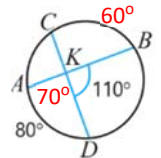
c) İki kəsişən vətər arasında qövslərdən biri məlumdur, digərini tapmaq tələb olunur. Bu vətərlərin kəsişməsində yerləşən uyğun bucağın, sonra isə tələb olunan qövsün dərəcə ölçüsü tapılır.

$$\angle AKD + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\angle AKD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\frac{\frown AD + \frown BC}{2} = 70^\circ$$

$$\frac{80^\circ + \frown BC}{2} = 70^\circ \quad \frown BC = 60^\circ$$

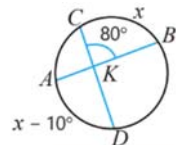


d) Verilənlərə əsasən uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$\frac{\frown AD + \frown BC}{2} = 80^\circ$$

$$\frac{x + x - 10^\circ}{2} = \quad x = 75^\circ$$

$$\frown BC = 75^\circ$$





Yadda saxla!

Çevrənin paralel kəsənlər (və ya vətərlər) arasında qalan qövlərinin konqruent olduğu qeyd edilir.

$$\cup AC = \cup BD$$

Verilən çevrədə AD vətəri çəkməklə çarpaz bucaqların bərabərliyindən, daxilə çəkilmiş bucaqlardan, uyğun qövlərin bərabərliyindən istifadə etməklə xassə əsaslandırılır. Vətərin kəsənin bir hissəsi olduğunu vurğulamaqla paralel kəsənlərin arasındakı qövlərin də konqruent olduğu izah edilir.

3. AB və CD vətərləri paraleldir. Tələb olunan qövlərin dərəcə ölçüsünü tapın.

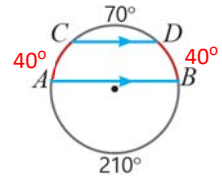
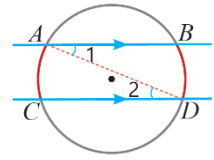
b) İki kəsişən vətər arasında qövlərdən biri məlumdur, digərini tapmaq tələb olunur. Bu vətərlərin kəsişməsində yerləşən uyğun bucağın, sonra isə tələb olunan qövsün dərəcə ölçüsü tapılır.

AB və CD vətərləri paralel olduğundan $\cup AC = \cup BD$.

AC və BD qövlərinin dərəcə ölçüsü x ilə işarə edilərək uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$210^\circ + 70^\circ + x + x = 360^\circ$$

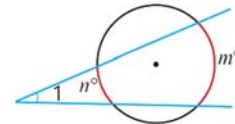
$$x = 40^\circ \rightarrow \cup AC = 40^\circ$$



Öyrənmə Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilmiş iki kəsən arasındakı bucaq

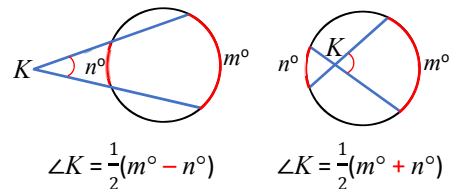
Çevrə xaricindəki nöqtədən çevrəyə çəkilmiş iki kəsənin çevrədən ayırdığı qövlərin dərəcə ölçülərinə görə onlar arasındakı bucağı tapmaq olar. Çevrə xaricindəki nöqtədən çevrəyə çəkilmiş iki kəsən arasındakı bucağın xassəsi haqqında teorem (teorem 4) şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

$$\angle 1 = \frac{1}{2}(m^\circ - n^\circ)$$



Müəllimin nəzərinə! Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilmiş iki kəsən arasındakı bucağı taparkən əsas çətinlik şagirdlərin cəmin yarisından, yoxsa fərqin yarisından istifadə edəcəyini müəyyən etməsi olur. Bunun səbəbi müxtəlif bucaq tiplərini bir-biri ilə qarışdırmalarıdır. Eyni qövlər üçün çevrə xaricində və çevrə daxilində nöqtələr götürüb bucaqların dərəcə ölçülərini müqayisəli göstərməklə müəyyən ipuçlarını şagirdlərin diqqətinə çatdırmaq olar.

Kəsişmə nöqtəsi çevrənin daxilindədirsə, vətərlər kəsişir və eyni qövs cütliyü üçün xaricdə kəsişən vəziyyətlə müqayisədə daha böyük bucaq alınır. Bu isə daxilə kəsişdikdə qövlərin cəminin yarisının, xaricdə kəsişdikdə isə fərqin yarisının tətbiq olunduğunu göstərir. Beləliklə, hansı düsturdan istifadə olunduğunu müəyyən etmək üçün kəsişmə nöqtəsinin çevrəyə görə mövqeyinə diqqət etməyin vacibliyi qeyd olunur.



Texniki imkanları olan sinifdə interaktiv fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/PgW8CVNX>

4. Çevrə çəkilir və onun xaricində K nöqtəsi qeyd olunur. Bu nöqtədən çevrəyə kəsənlər və AD vətəri çəkilir. Kəsənlər arasındakı bucaq üçün verilən düsturun doğruluğunu əsaslandırmaq tələb olunur. Verilən suallar cavablandırılır.

- BAD bucağı KAD üçbucağının xarici bucağıdır.
- Üçbucağın xarici bucağının xassəsinə əsasən $\angle BAD = \angle K + \angle ADK$
- ADK bucağı söykəndiyi qövsün, yəni AC qövsünün dərəcə ölçüsünün yarisına bərabərdir.
- BAD bucağı söykəndiyi qövsün, yəni BD qövsünün dərəcə ölçüsünün yarisına bərabərdir.
- K bucağı BD və AC qövlərinin dərəcə ölçüləri ilə ifadə olunur.

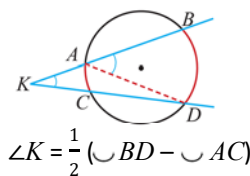
$$\angle K = \angle BAD - \angle ADK = \frac{\cup BD}{2} - \frac{\cup AC}{2} = \frac{1}{2}(\cup BD - \cup AC)$$

Cavabların hansı xassələrə əsasən müəyyən edildiyini şagirdlərlə müzakirə etmək tövsiyə olunur.



Yadda saxla!

Çevrə xaricindəki nöqtədən çevrəyə çəkilmiş kəsənlə toxunan arasındakı bucağın, həmçinin iki toxunan arasındakı bucağın oxşar qayda ilə (teorem 4) tapıldığı vurğulanır. Hər iki hala nümunələr göstərməklə müzakirə təşkil olunur.

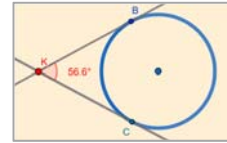
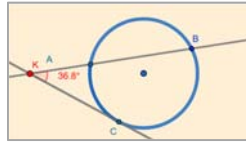
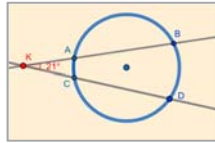
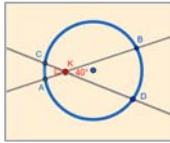


Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərə çevrə daxilində düz xətlərin kəsişməsindən fərqli olaraq çevrə xaricində üç müxtəlif hal – iki kəsən, kəsən-toxunan və iki toxunan xətt halının mümkün olduğunu bildirmək məqsədəuyğundur. Hər bir hal üçün nümunə göstərərək teorem 4-ün bütün situasiyalarda eyni qayda ilə hesablandığını vurğulamaq olar. Bu hansı düsturdan istifadə olunmasının düz xətlərin kəsən və ya toxunan olmasından deyil, yalnız kəsişmə nöqtəsinin çevrəyə görə mövqeyindən asılı olduğunu göstərir. Bu cür yanaşma şagirdlərdə hesablama zamanı qarışıqlığın və tipik səhvlərin qarşısını alır.

Texniki imkanları olan sinifdə düz xətlərin kəsişmə nöqtəsinin mövqeyinin dəyişməsinin onlar arasındakı bucağa necə təsir etdiyini interaktiv fəaliyyəti nümayiş etdirməklə göstərmək olar:

<https://www.geogebra.org/geometry/g9jmnccv>

<https://www.geogebra.org/m/yguscmu2>



Səhvi düzəlt!

a) $\angle AKC = \frac{1}{2} (50^\circ + 140^\circ) = 95^\circ$

BC və AD qövsələrinin dərəcə ölçüsünə əsasən tapılan bucağın AKC deyil, ona qonşu bucaqlardan biri olduğu qeyd olunur və AKC bucağının dərəcə ölçüsü hesablanır.

$\angle AKD = \frac{1}{2} (50^\circ + 140^\circ) = 95^\circ \rightarrow \angle AKC = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

b) $\angle K = \frac{1}{2} (80^\circ - 70^\circ) = 5^\circ$

K bucağının BD və AB deyil, BD və AC qövsələrinin dərəcə ölçülərinin fərqi yarısına bərabər olduğu qeyd olunur. Əvvəlcə AC qövsünün, sonra isə K bucağının dərəcə ölçüsü hesablanır.

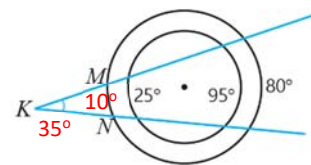
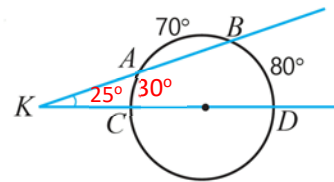
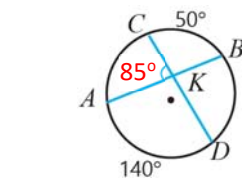
$\angle AC = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ \rightarrow \angle K = \frac{1}{2} (80^\circ - 30^\circ) = 25^\circ$

9. Şəkildə konsentrik çevrələr verilmişdir. K bucağının və MN qövsünün dərəcə ölçülərini tapmaq tələb olunur.

• Çevrə xaricində nöqtədən çəkilmiş iki kəsən arasındakı bucağın xassəsinə əsasən K bucağının dərəcə ölçüsü hesablanır.

$\angle K = \frac{1}{2} (95^\circ - 25^\circ) = 35^\circ$

• MN qövsünün dərəcə ölçüsü x ilə işarə edilir. Tələb olunan qövsün dərəcə ölçüsünü tapmaq üçün uyğun tənlik yazılır və həll edilir.



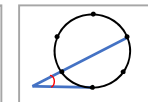
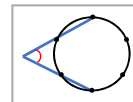
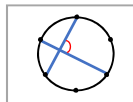
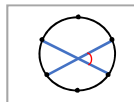
$35^\circ = \frac{1}{2} (80^\circ - x)$
 $x = 10^\circ \rightarrow \angle MN = 10^\circ$

Müəllimin nəzərinə! Konsentrik çevrələrdə kəsənlərin arasındakı bucağın daxilində qalan qövsələrinin fərqlərinin yarısı bucağın dərəcə ölçüsünü göstərir. Bucaq dəyişmədiyindən fərq də sabit qalacaq. Bu nəticəyə əsasən K bucağını hesablamaqdan MN qövsünün dərəcə ölçüsünü tapmaq olar. Dərinləşdirmə tapşırığı olaraq təlim nəticələri yüksək olan şagirdlərə konsentrik çevrələrdə kəsənlər arasındakı uyğun qövsələrin fərqlərinin bərabər olduğunu isbat etməyi tapşırmaq olar.

Diferensial təlim

Müəllim lövhəyə bir neçə çevrə çəkir və 6 bərabər hissələrə bölür.

Dəstək. Çevrə üzərində düz xətlərin müxtəlif kəsişmə hallarının bir neçə nümunəsi təsvir edilmiş iş vərəqləri şagirdlərə paylanır. Hər bir şagirdə şəkildə düz xətlər arasındakı bucağı hesablamaq və bu bucağın tapılmasında hansı xassələrdən istifadə etdiyini əsaslandırmaq tapşırılır.



Dərinləşdirmə. Lövhəyə bir neçə şagird dəvət olunur. Şagirdlər çevrə üzərində bölgü nöqtələri ilə 60°, 120° qövslər qeyd edərək vətərlər arasında həmin qövslərin qaldığı hallara nümunələr göstərirlər. Şagirdlərə hansı halın alınan təsvirlərə görə düz xətlər arasındakı bucağı hesablamaq və bu bucağın tapılmasında hansı xassələrdən istifadə etdiklərini əsaslandırmaq tapşırılır.

Hər şagird bir sinif yoldaşının həllini yoxlayır. Bu fəaliyyət həm kəsişmə hallarını müqayisə etməyə, həm də tətbiq edilən xassələrin doğruluğunu təsdiqləməyə imkan verir.

Məsələ həlli

12. Şagirdlərin diqqəti verilən təsvirə yönəldilir. Dairəvi şüşə lövhənin çevrəsinin 9 nöqtə ilə qeyd olunduğu və şəkilləki kimi naxış vurulduğu qeyd olunur. Dəyişənə işarələnmiş bucağın dərəcə ölçüsünü tapmaq tələb olunur.

Calbetmə. Müəllim lövhəyə çevrə çəkir, çevrəni 8 bərabər hissəyə bölən bölgü nöqtələrini qeyd edir, bu hissələri şəkilləki kimi birləşdirir və sinfə müraciət edir:

– Bölgü nöqtələri arasındakı qövsün uzunluğunu necə tapmaq olar? BKD bucağını hansı qövslərin dərəcə ölçülərindən istifadə etməklə tapmaq olar?

Sualları cavablandırmaqla BKD bucağının dərəcə ölçüsü tapılır.

Məsələnin həlli

x bucağının hansı vətərlər arasında olduğu müəyyən edilir. Həmin vətərlərin arasında qalan qövslərin dərəcə ölçülərini tapmaq üçün hər bölgü arasındakı qövsün dərəcə ölçüsü hesablanır.

Hər bölgünün neçə dərəcəli qövs əmələ gətirdiyi hesablanır. $360^\circ : 9 = 40^\circ$

Uyğun vətərlər arasında qalan qövslərin dərəcə ölçüləri hesablanır. $5 \cdot 40^\circ = 200^\circ$ $2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$

x bucağının dərəcə ölçüsü tapılan qövslərin dərəcə ölçüləri cəminin yarısına bərabərdir.

$$x = \frac{1}{2} (200^\circ + 80^\circ) = 140^\circ.$$

Cavab. 140° .

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənir.

14. Təkərin yerə toxunma nöqtəsinin T ilə işarə edildiyi, arabanın qollarının Yer səthi ilə 15° -li bucaq əmələ gətirdiyi və təkərin oxuna birləşdiyi qeyd olunur. Yerlə arabanın qolları arasındakı AT və BT qövslərinin dərəcə ölçülərini tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

Uyğun təsvir çəkilir və A nöqtəsindən keçən düz xətt

B nöqtəsinə qədər uzadılır.

$\sphericalangle AT = x$, AB diametr olduğundan $\sphericalangle BT = 180^\circ - x$.

Çevrə xaricində götürülmüş K nöqtəsindən çəkilən kəsən və toxunan arasındakı bucağın dərəcə ölçüsünün 15° olduğuna əsasən uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

Cavab. 75° və 105° .

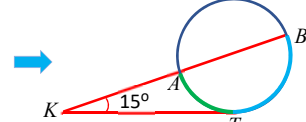
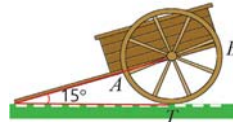
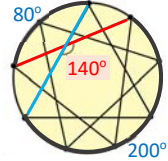
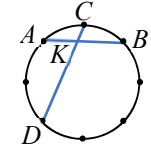
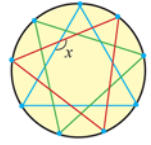
Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənir.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
İki kəsişən vətər arasındakı bucağı vətərlər arasındakı qövslərin dərəcə ölçülərinə görə hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilmiş iki kəsən arasındakı bucağı bu kəsənlər arasında qalan qövslərin dərəcə ölçülərinə görə hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilmiş toxunanlar arasındakı bucağı toxunanlar arasında qalan qövslərin dərəcə ölçülərinə görə hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 7.4. Qövsün uzunluğu. Sektorun sahəsi

ALTSTANDARTLAR	7-3.2.1. Çevrə qövsünün uzunluğunu hesablayır. 7-3.2.2. Dairə sektorunun sahəsini hesablayır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Çevrə qövsünün uzunluğunu hesablayır. “Dairə sektoru”, “sektorun radiusu”, “sektorun bucağı” anlayışlarını izah edir. - Dairə sektorunun sahəsini hesablayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/dmg5pycw https://www.geogebra.org/m/pJUFaTWU https://classroom.amplify.com/activity/5e3a44e0cc1bf1754ed31299 Çalışma: https://www.geogebra.org/m/vdhmaugb https://www.geogebra.org/m/k68zcpaz



$$15^\circ = \frac{1}{2} (180^\circ - x - x)$$

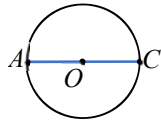
$$x = 75^\circ \Rightarrow \sphericalangle AT = 75^\circ \quad \sphericalangle BT = 105^\circ$$

Mövzuya yönəltmə

Lövəyə dairə çəkilir və yarıya bölünür. Müəllim sinfə müraciət edir:

– Diametr çevrəni neçə bərabər hissəyə bölür? AOC bucağı neçə dərəcədir? AC qövsünün dərəcə ölçüsünü necə tapmaq olar? Tam çevrəni əhatə edən qövsün dərəcə ölçüsü necə tapılar? Çevrənin radiusu məlum olarsa, AC qövsünün uzunluğunu necə tapmaq olar?

Sualları cavablandırmaqla diametrin çevrəni iki yarımçevrəyə böldüyünü, hər qövsün uzunluğunun çevrənin uzunluğunun yarısına bərabər olduğu, 180° -lik iki bucağın birlikdə tam bucağı əmələ gətirdiyini, tam bucağın 360° olduğunu şagirdlərə izah etmək olar.



Araşdırma-müzakirə

Mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən çevrənin verildiyi qeyd olunur. Bu çevrədə 90° -li, 180° -li, 270° -li mərkəzi bucağa uyğun qövslər çəkilib.

Hər qövsün dərəcə ölçüsü tam bucağın (360°) hansı hissəsini təşkil edir? Buna əsasən hər qövsün uzunluğunu necə tapmaq olar?

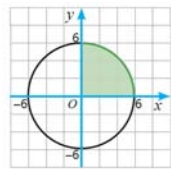
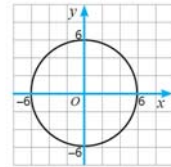
- Hər qövsün dərəcə ölçüsünün tam bucağın (360°) hansı hissəsi olduğu, buna əsasən qövsün uzunluğunun çevrənin uzunluğunun uyğun hissəsi kimi ədədin hissəsinin tapılma qaydası ilə hesablandığı qeyd olunur.

90° -li bucaq tam bucağın $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$ hissəsidir.

Deməli, 90° -li mərkəzi bucağın söykəndiyi qövsün uzunluğu $\frac{1}{4}$ hissəsidir.

- Hər qövsün dərəcə ölçüsünün tam bucağın hansı hissəsi olduğunu, buna əsasən dairənin sahəsinin də uyğun hissəsi kimi ədədin hissəsinin tapılma qaydası ilə hesablandığını qeyd etmək olar. Yəni 90° -li mərkəzi bucağın dairədən ayırdığı hissəsinin sahəsi dairənin sahəsinin $\frac{1}{4}$ hissəsidir.

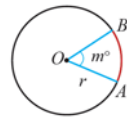
Eyni qayda ilə 180° -li və 270° -li mərkəzi bucaqlara uyğun olaraq qövslərin uzunluqlarının və dairə hissəsinin sahəsinin tapılması üsulu şagirdlərlə müzakirə edilir.



Öyrənmə Çevrə qövsünün uzunluğu

Qövsün uzunluğunun tapılması qaydası şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. m° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu tapmaq üçün istifadə olunan düsturların necə alındığı müzakirə edilir.

$$l = \frac{m}{360} \cdot 2\pi r \quad \text{və ya} \quad l = \frac{m}{180} \cdot \pi r$$



Fikirləş

Şagirdlər çevrənin bərabər hissələrə bölünmə qaydası ilə artıq tanışdırlar. Yönləndici suallar verməklə hansı iki üsulla qövsün uzunluğunun tapılması ilə bağlı fikirləri ümumiləşdirmək tövsiyə olunur. Hesablama aparmaqla hər iki üsulla alınan cavabların bərabərliyini göstərmək olar.

1-ci üsul. 60° -li mərkəzi bucağın çevrənin hansı hissəsini təşkil etdiyi, radiusu 12 sm olan çevrənin uzunluğu tapılır. $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$. Bu çevrədə 60° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu çevrənin uzunluğunun $\frac{1}{6}$ hissəsi kimi hesablanır.

$$2\pi r = 2\pi \cdot 12 = 24\pi; \quad l = \frac{1}{6} \cdot 24\pi = 4\pi$$

2-ci üsul. Dərəcə ölçüsü verilmiş qövsün uzunluğunun tapılması düsturu ilə 60° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu hesablanır. $l = \frac{60}{360} \cdot 2\pi \cdot 12 = 4\pi$

Cavabın müxtəlif üsullarla tapılması həll üçün əlverişli üsul seçməyə və alınan cavabın doğruluğunu yoxlamağa imkan yaradır.

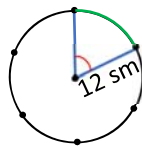
Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətləri yerinə yetirmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/WudvGBz3>

<https://www.geogebra.org/m/QGYcNPY7>

Müəllimin nəzərinə! Qövsün uzunluğunu tapmaq üçün hansı üsulun seçilməsi mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsündən asılıdır. Bucağın çevrənin hansı hissəsinə aid olduğu aydın olduqda çevrənin uzunluğunun müvafiq hissəsini götürərək qövsün uzunluğunu hesablamaq daha əlverişli olur. Digər hallarda isə düstur tətbiq olunmalıdır, çünki o, birbaşa radius və bucaq ölçüsünü istifadə etməyə imkan verir.

Qövsün uzunluğunu dərəcə ölçüsü ilə düz mütənəib olmasından istifadə etməklə də tapmaq olar. Qanunauyğunluğu nümunələr göstərməklə izah etmək tövsiyə olunur. Məsələn, radiusu 10 sm olan çevrədə qövslərin dərəcə ölçüləri ilə uzunluğu arasında əlaqə nümayiş olunur.





$$2\pi \rightarrow 360^\circ$$



$$10\pi \rightarrow 180^\circ$$



$$5\pi \rightarrow 90^\circ$$

Çevrə qövsü 2, 4 və s. dəfə kiçildikdə qövsün uzunluğu da uyğun olaraq 2, 4 və s. dəfə dəfə kiçilir. Bu isə çevrə qövsünün dərəcə ölçüsü ilə uzunluğunun düz mütənasib olduğunu göstərir.

Bu əlaqədən istifadə etməklə tənəsüb yazmaqla uyğun hesablamalar haqqında şagirdlərə məlumat verilir.

Dərslikdə verilən tapşırıqları yerinə yetirərkən hansı üsulun daha əlverişli olduğunu müzakirə etmək tövsiyə olunur.

Çalışma

4. Göstərilən nümunədə verilən həll üsulu müzakirə edilir. Şagirdlər tənəsübdən istifadə etməklə tələb olunan ölçüləri tapırlar.

$$c) \begin{array}{l} 360^\circ \text{ — } 30 \text{ sm} \\ x \text{ — } 6 \text{ sm} \end{array}$$

$$\frac{360}{x} = \frac{30}{6}$$

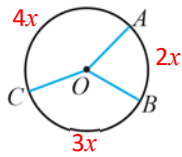
$$x = 72^\circ$$

$$e) \begin{array}{l} 18^\circ \text{ — } 3 \text{ sm} \\ 360^\circ \text{ — } x \end{array}$$

$$\frac{18}{360} = \frac{3}{x}$$

$$x = 60 \text{ sm}$$

5. Radiusu 9 sm olan çevrə A , B və C nöqtələri ilə qövsələrə ayrılıbmışdır. AB , BC və AC qövsələrinin dərəcə ölçüləri uyğun olaraq 2 : 3 : 4 nisbətindədir.



$$2x + 3x + 4x = 360^\circ$$

$$9x = 360^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

Qövsələrin dərəcə ölçüləri və uzunluqları tapılır.

$$\angle AB = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$$

$$\angle BC = 3 \cdot 40^\circ = 120^\circ$$

$$\angle AC = 4 \cdot 40^\circ = 160^\circ$$

$$l_{AB} = \frac{80}{360} \cdot 2\pi \cdot 9 = 4\pi$$

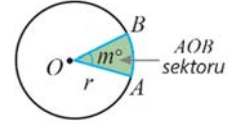
$$l_{BC} = \frac{120}{360} \cdot 2\pi \cdot 9 = 6\pi$$

$$l_{AC} = \frac{160}{360} \cdot 2\pi \cdot 9 = 8\pi$$

Tapşırığı fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri müzakirə edilir.

Öyrənmə Dairə sektoru və onun sahəsi

“Dairə sektoru”, “sektorun radiusu”, “sektorun qövsü”, “sektorun bucağı” anlayışları haqqında şagirdlərə məlumat verilir. m° -li mərkəzi bucağa uyğun dairə sektorunun sahəsini tapmaq üçün istifadə olunan düsturun necə alındığı müzakirə edilir.



$$S_{\text{sektor}} = \frac{m}{360} \cdot \pi r^2$$

8. b) Diametri 12, sahəsi 6π olan sektora uyğun mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsünü tapmaq tələb olunur. Əvvəlcə dairənin radiusu tapılır, sonra verilənlər düsturda yazılır və alınan tənlik həll edilir.

$$d = 12 \rightarrow r = 12 \quad \frac{m}{360} \cdot \pi \cdot 6^2 = 6\pi \rightarrow m = 60^\circ$$

Müəllimin nəzərinə! Dairə sektorunun sahəsinin tapılma üsulları haqqında şagirdlərə məlumat vermək tövsiyə olunur. Sektorun bucağının dairənin hansı hissəsinə aid olduğu aydın olduqda dairənin sahəsinin müvafiq hissəsini götürərək uyğun sektorun sahəsini hesablamaq daha əlverişli olur. Digər hallarda isə düsturun tətbiqi vurğulanır. Dairə sektorunun sahəsinin tapılma üsullarından biri də sektorun sahəsi ilə dairənin sahəsi arasında asılılıqdan istifadə etməkdir. Sektorun sahəsinin dairənin sahəsi ilə düz mütənasib olduğunu nümunələr göstərməklə izah etmək tövsiyə olunur. Məsələn, radiusu 10 sm olan dairə sektorunun bucağının dərəcə ölçüləri ilə sahəsi arasında əlaqə nümayiş olunur.



$$100\pi \rightarrow 360^\circ$$



$$50\pi \rightarrow 180^\circ$$



$$25\pi \rightarrow 90^\circ$$

Dairə sektorunun bucağı 2, 4 və s. dəfə kiçildikdə sektorun sahəsi də uyğun olaraq 2, 4 və s. dəfə kiçilir. Bu isə sektorun bucağı ilə sahəsinin düz mütənasib olduğunu göstərir.

Şagirdlərin diqqətini düstura yönəltməklə sektorun radiusunun kvadratı ilə sahəsinin düz mütənasib olduğunu vurğulamaq, nümunələrlə izah etmək məqsəda uyğundur. Dairə sektorunun radiusu 2 dəfə artdıqda sektorun sahəsi də 4 dəfə artır. Bunun diametr üçün də doğru olduğu vurğulanır. Sektorun sahəsinin radiusunun, yaxud diametrinin kvadratı ilə düz mütənasib olduğunu düstura əsasən də qeyd etmək olar.

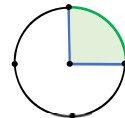
Bu əlaqələrdən istifadə etməklə tənəsüb yazaraq uyğun hesablamalar haqqında şagirdlərə məlumat verilir.



$$r = 10 \text{ sm}$$

$$\frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 10^2 = 25\pi$$

$$10 \text{ sm} \rightarrow 25\pi$$



$$r = 20 \text{ sm}$$

$$\frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 20^2 = 100\pi$$

$$20 \text{ sm} \rightarrow 100\pi$$

Dərslikdə verilən tapşırıqları yerinə yetirərkən hansı üsulun daha əlverişli olduğunu müzakirə etmək tövsiyə olunur.

9. Göstərilən nümunədə verilən həll üsulu müzakirə edilir. Şagirdlər bu üsuldan istifadə etməklə tələb olunan ölçüləri tapırlar.

b) $r = 3$; $l = 2\pi$; $S = ?$

$$l = \frac{m}{360} \cdot 2\pi \cdot 3 = 2\pi \rightarrow m = 120^\circ$$

$$S = \frac{120}{360} \cdot \pi \cdot 3^2 = 3\pi$$



Səhvi düzəlt!

a) $l = \frac{36}{360} \cdot 2\pi \cdot 15 = 3\pi$

36° daxilə çəkilmiş bucaq olduğundan əvvəlcə bu bucağa uyğun mərkəzi bucaq tapılmalıdır.

$m = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$. Mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu belə hesablanır.

$$l = \frac{72}{360} \cdot 2\pi \cdot 15 = 6\pi$$

b) $S = \frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 20^2 = 80\pi$

diametr 20 olduğundan əvvəlcə radius tapılmalıdır. $r = 20 : 2 = 10$.

Mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu belə hesablanır.

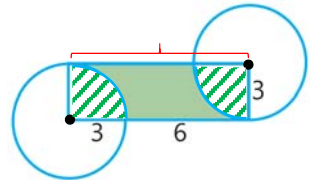
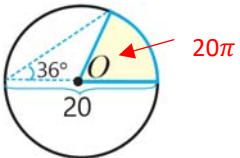
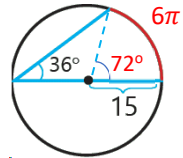
$$l = \frac{72}{360} \cdot \pi \cdot 10^2 = 20\pi$$

14. Şəkilə verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsi tapılır. Cavab π ilə ifadə edilir.

b) Düzbucaqlının və ştrixlənmiş hissələrin ümumi sahəsi tapılır və düzbucaqlının sahəsindən ştrixlənmiş hissələrin sahələri çıxılır.

$$\frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 4,5\pi$$

$$9 \cdot 2 - 4,5\pi = 18 - 4,5\pi$$



Məsələ həlli

15. Bağbanın gül əkmək üçün həyətdə radiusu 6 m, bucağı 150° olan dairə sektoru formasında sahə ayırdığı qeyd edilir ($\pi \approx 3$).

• Güllər üçün ayrılmış sahə hesablanır. $\frac{150}{360} \cdot \pi \cdot 6^2 \approx 45 \text{ (m}^2\text{)}$

• Güllər üçün ayrılmış sahənin perimetri hesablanır.

$$\frac{150}{360} \cdot 2\pi \cdot 6 = 15 \quad 15 + 6 \cdot 2 = 27 \text{ (m)}$$

Perimetri boyu aralarındakı məsafə 50 sm olan neçə qızılgül kolu əkə biləcəyi tapılır. Vahidlərin eyni olmasına diqqət etmək vacibdir.

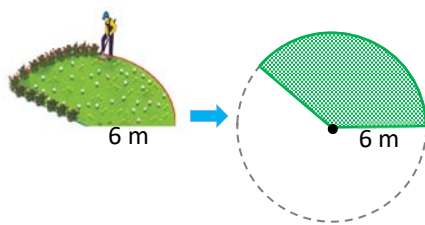
$$50 \text{ sm} = 0,5 \text{ m}; \quad 27 : 0,5 = 54 \text{ (kol)}$$

Cavab. 45 m², 54 kol

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Çevrə qövsünün uzunluğunu hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
“Dairə sektoru”, “sektorun radiusu”, “sektorun bucağı” anlayışlarını izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Dairə sektorunun sahəsini hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri



MÖVZU 7.5. Kürə. Kürə səthinin sahəsi və həcmi

ALTSTANDARTLAR	7-3.7.1. Kürənin səthinin sahəsini hesablayır. 7-3.7.2. Kürənin həcmi hesablayır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Kürənin səthinin sahəsini hesablayır. - Kürənin həcmi hesablayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/nsgex9aj https://www.geogebra.org/m/ZHaaZ7E4 Çalışma: https://www.geogebra.org/m/jvge9phq

Mövzuya yönəltmə

Fəza təsəvvürlərinin formalaşmasında fiqurların canlandırılması mühüm əhəmiyyət daşıyır. Gündəlik həyatda rast gəlinən nümunələr (top, qlobus, portağal, qarpız, su qabarcıqları və s.) olan stikerləri şagirdlərə paylamaq, dərstdə əyani şəkildə nümayiş etdirmək, texniki imkanları olan siniflərdə isə simulyasiyalardan istifadə etmək məqsədəuyğundur.



Şagirdləri mövzuya yönəltmək üçün onlara istiqamətləndirici suallar vermək olar:

– Gündəlik həyatda kürə formasında hansı əşyaları göstərə bilərsiniz? Hansı idman oyunlarında kürə formasında toplardan istifadə olunur? Kürə formasında portağal və qarpızı ortadan iki hissəyə bölsək, alınan dairelərdən hansının radiusu böyük olar? Bunu necə izah edərdiniz?

Araşdırma-müzakirə

Səbinənin portağal qabıqlarını dörd çevrənin içərisinə necə yerləşdirdiyi şagirdlərlə müzakirə edilir.

• Portağalın səthinin qabıqlarının dörd konkrut çevrələrin içini doldurduğuna əsasən səthin sahəsinin dörd dairenin sahəsinə bərabər olduğu qeyd olunur.



• Dairələrin radiusu 5 sm olarsa, radiusu 5 sm olan 4 dairenin ümumi sahəsi tapılır. $4 \cdot \pi \cdot 5^2 = 100\pi$

Fəaliyyəti sinifdə şagirdlərlə əyani şəkildə yerinə yetirmək olar.

Texniki imkanları olan sinifdə bənzər fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar:

<https://youtu.be/YC4t5JpS0s4>

<https://www.geogebra.org/m/cbzg7ghq>

Öyrənmə Kürə səthinin sahəsi

Kürə səthindəki bütün nöqtələrin onun mərkəzindən eyni məsafədə yerləşdiyi qeyd olunur. “Kürənin radiusu”, “kürənin diametri”, “kürənin böyük dairəsin” anlayışları haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Kürə səthinin sahəsinin onun böyük dairəsinin sahəsinin 4 mislinə bərabər olduğu vurğulanır, nümunələr göstərilir.

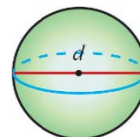


$$S_{\text{kürə}} = 4\pi r^2$$



Fikirləş

Diametri d olan kürənin səthinin sahəsini $S_{\text{kürə}} = \pi d^2$ düsturu ilə də tapmaq mümkün olduğu vurğulanır. Şagirdlər bunu əsaslandırmaq üçün verilən düsturda $d = 2r$, yaxud $S_{\text{kürə}} = 4\pi r^2$ düsturunda $r = \frac{d}{2}$ yazıla bilər.



$$S_{\text{kürə}} = \pi d^2 = \pi \cdot (2r)^2 = \pi \cdot (2r)^2 = 4\pi r^2 \quad \text{yaxud} \quad S_{\text{kürə}} = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 4\pi \cdot \frac{d^2}{4} = \pi d^2$$

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər əvvəlki siniflərdə üçölçülü fiqurlardan “kub”, “kuboid”, “oturacağı üçbucaq olan düz prizmanın səthinin sahəsi” anlayışları ilə tanış olublar. Bu fiqurların səthi çoxbucaqlılardan ibarət olduğuna görə sahəni tapmaq üçün üzləri təsəvvür etmək kifayət edir. Kürənin səthi müstəvi fiqurlardan ibarət olmadığından onun səthinin sahəsini yalnız canlandırmaqla anlamaq çətindir. Real tətbiq sahələrinə müraciət edilməsi bu anlayışın daha asan mənimsənilməsinə şərait yaradır. Məsələn, topun hazırlanması üçün lazım olan materialın, kürə formasında çənin tam səthini rəngləmək üçün lazım olan boyanın miqdarını hesablayarkən səthinin sahəsinin tapıldığını vurğulamaq tövsiyə olunur.

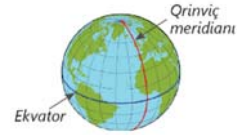
Çalışma

2. Kürənin böyük dairəsinin sahəsi verilmişdir. Şagirdlər kürənin səthinin sahəsini onun böyük dairəsinin sahəsinin 4 mislinin bərabər olmasına əsasən tapırlar.

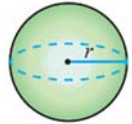
a) Böyük dairəsinin sahəsi $6\pi \text{ sm}^2$ olan kürənin səthinin sahəsi hesablanır. $6\pi \cdot 4 = 24\pi \text{ (sm}^2\text{)}$

Diqqət

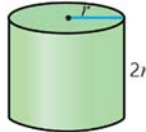
Planetimiz təxminən kürə formasında olduğu üçün Yer kürəsi adlandırılmış qeyd olunur. Şimal və Cənub, Şərq və Qərb yarımkürələri haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Ekvator xəttinin Yer kürəsinin böyük çevrəsi, Qriniç meridianının isə yarımçevrəsi olduğu vurğulanır.



4. Radiusu r olan kürənin səthinin sahəsi ilə radiusu r , hündürlüyü $2r$ olan silindrin yan səthinin sahəsi bərabərdir. Bunu ilk dəfə qədim yunan alimi Arximed müəyyən etmişdir. Şagirdlər şəkildə verilmiş silindrin və kürənin səthinin sahəsini tapmaqla bu fikrin doğruluğunu yoxlayırlar.



Kürənin səthinin sahəsinin $4\pi r^2$ olduğu qeyd olunur.



Silindrin səthinin sahəsini hesablamaq üçün düstur yazılır.

$$2\pi r h = 2\pi \cdot r \cdot 2r = 4\pi r^2$$

Öyrənmə Kürənin həcmi

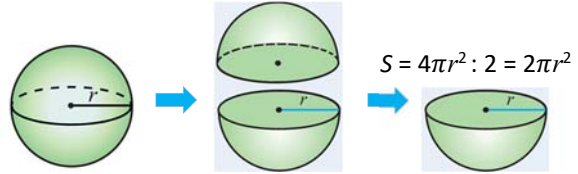
Kürə həcmnin onun radiusunun kubu ilə düz mütənasib olduğu qeyd olunur, sahənin hesablanma düsturu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Fikirləş

Kürə iki yarımkürədən ibarət olduğundan kürənin həcmnin yarısının yarımkürənin həcminə bərabər olduğu qeyd olunur və düstur yazılır.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 : 2 = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}\pi r^3$$



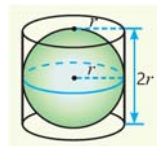
$$S = 4\pi r^2 : 2 = 2\pi r^2$$

Müəllimin nəzərinə! Kürənin həcmnin hesablanma düsturunun necə alındığını şagirdlər yuxarı siniflərdə öyrənəcəklər. Bu mövzuda şagirdlər kürənin həcmnin radiusun kubu ilə düz mütənasib olması və düsturla hesablanması bacarıqlarına yiyələnməlidirlər. Bunu silindr formalı qabın daxilində kürəcik salmaqla videodakı kimi fəaliyyət vasitəsilə izah etmək olar: <https://youtu.be/h4j8l3p22e8>



Riyaziyyat tarixindən

Qədim yunan alimi Arximed e.ə. 225-ci ildə kürə səthinin sahəsinin onun böyük dairəsinin sahəsinin 4 mislinə bərabər olduğunu göstərdiyi qeyd olunur. Həmçinin şagirdlərə Arximed'in kürənin həm səthinin sahəsinin, həm də həcmnin kürənin daxilində yerləşən silindrin tam səthinin sahəsinin və həcmnin üçdə iki hissəsinə bərabər olduğunu isbat etdiyi haqqında məlumat verilir.



6. Səthinin sahəsi $64\pi \text{ sm}^2$ olan kürənin diametrini və həcmi tapmaq tələb olunur.

Kürənin səthinin sahəsi düsturuna əsasən radiusu tapılır. $4\pi r^2 = 64\pi \rightarrow r = 4 \text{ sm}$

Kürənin həcmi hesablanır. $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256}{3}\pi \text{ (sm}^3\text{)}$

Məsələ həlli

9. Gildən hazırlanmış yarımkürə formasında qabın xarici diametrinin 20 sm, qalınlığının 2 sm olduğu qeyd olunur. Bu qabın hazırlanmasına sərf olunan gilənin həcmi və kütləsini tapmaq tələb olunur. Gil qabın üstədən görüntüsünü təsvir etməklə konsentrik çevrələr alındığını göstərmək olar. Bu üsulla şagirdlər uyğun radiusları daha asanlıqla hesablaya bilərlər.

Məsələnin həlli

• Gildən hazırlanmış yarımkürə formasında qabın xarici və daxili radiusları hesablanır.

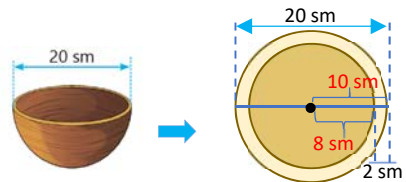
$$r_{\text{xarici}} = 20 : 2 = 10 \text{ (sm)}$$

$$r_{\text{daxili}} = 10 - 2 = 8 \text{ (sm)}$$

Qabın hazırlanmasına sərf olunan gilənin həcmi hesablamaq üçün qabın xarici və daxili hissəsini göstərən yarımkürələrin həcmi çıxılır.

$$V_{\text{xarici}} - V_{\text{daxili}} = \frac{2}{3}\pi \cdot 10^3 - \frac{2}{3}\pi \cdot 8^3 \approx 1022 \text{ (sm}^3\text{)}$$

• Gilin sıxlığı $2,74 \text{ q/sm}^3$ olarsa, qabın kütləsi hesablanır. Cavab təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırılır.



$$m = \rho \cdot V = 2,74 \cdot 1022 \approx 2800 \text{ (q)}$$

Cavab. 1022 sm³, 2800 q.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

Praktik tapşırıq

Radiusu r , hündürlüyü $2r$ olan silindrin həcmi tapılır.

• Radiusu bu silindrin radiusuna bərabər olan yarımkürə formasında qab qumla doldurulub silindrə boşaldılır.

• Bunu 3 dəfə təkrar etdikdə silindrin tam dolduğu müşahidə edilir və bu nəticəyə görə kürənin həcmi silindrin həcmindən 3 dəfə böyük olduğu qeyd edilir.

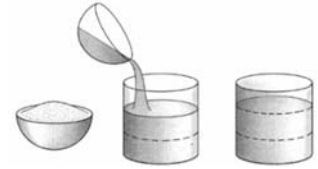
Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər simulyasiyalardan istifadə etmək olar:

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Surfvolsphe2MD.html>

Müəllimin nəzərinə! Fəza fiqurları ilə bağlı çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün şagirdlərə məsələnin plan qurma mərhələsində uyğun təsvirləri müstəvi fiqurlarla əlaqələndirməyi tapşırmaq olar. Bu əlaqənin düzgün müəyyənləşdirilməsi şagirdlərə mövzunu vizual olaraq anlamağa, həll yollarını planlaşdırmağa və fəza təsəvvürlərini inkişaf etdirməyə imkan verir. Məsələn, yarımkürənin üstdən görünüşünün dairə olduğunu vurğulamaq, bu dairənin kürənin böyük dairəsi olduğunu və radiusunun kürənin radiusu ilə eyni olduğunu göstərmək olar. Bu üsulla müəllim şagirdləri dairə ilə bağlı bildikləri anlayışlardan istifadə etməyə yönəldərək yeni mövzunu daha asan qavramalarına şərait yarada bilər.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Kürənin səthinin sahəsini hesablayır.	Dərslik, iş dəftəri
Kürənin həcmi hesablayır.	Dərslik, iş dəftəri



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə

Dərslikdə bölmənin xülasəsində verilən anlayışlar şagirdlərlə təkrarlanır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər müəllim tərəfindən şagirdlərə xatırladılır. Hər anlayış səsləndikcə şagirdlər onun məzmununu izah edir, nümunələr göstərirlər.

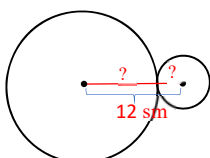
Çevrənin kəsəni, çevrəyə toxunan, konsentrik çevrələr, yarımqevrə, mərkəzi bucaq, qövs, major qövs, minor qövs, daxilə çəkilmiş bucaq, vətər, dairə sektoru, kürə, kürənin radiusu, kürənin böyük dairəsi, yarımkürə

Bölmənin ilk səhifəsində dairə və kürə formasında olan fiqurlar haqqında verilən məlumat şagirdlərlə yada salınır. Planetlərin, bir çox göy cisimlərinin kürə formasında olduğu, onların öyrənilməsində və ölçüləri haqqında məlumatın əldə edilməsində hansı həndəsi fiqurlardan və onların xassələrindən istifadə olunduğu qeyd edilir. "Cəhd edin!" tapşırığında dairəvi manejlə bağlı suallar bölmənin əvvəlində müzakirə edilmişdi. Verilən cavablar yada salınır və ilkin problemin həlli ilə müqayisə olunur.

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

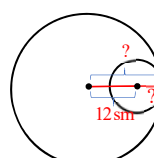
4. Toxunan iki çevrənin mərkəzləri arasındakı məsafə 12 sm, radiusları 1 : 3 nisbətindədir. Çevrələrin radiusları $3x$ və x ilə işarə edilir. Şərtə uyğun olaraq tənliklər yazılır və həll edilir.

a) Çevrələr xaricdən toxunduğu üçün mərkəzlər arasındakı məsafə radiusların cəminə bərabərdir.



$$\begin{aligned} 3x + x &= 12 \\ 4x &= 12 \\ x &= 3 \text{ (sm)} \\ 3 \cdot 3 &= 9 \text{ (sm)} \end{aligned}$$

b) Çevrələr daxildən toxunduğu üçün mərkəzlər arasındakı məsafə böyük çevrənin radiusu ilə kiçik çevrənin radiusları fərqinə bərabərdir.



$$\begin{aligned} 3x - x &= 12 \\ 2x &= 12 \\ x &= 6 \text{ (sm)} \\ 3 \cdot 6 &= 18 \text{ (sm)} \end{aligned}$$

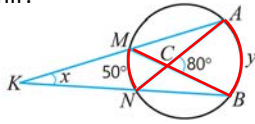
7. Dəyişənlə işarələnmiş bucağın və ya qövsün dərəcə ölçüsü hesablanır. Bir neçə məchulun tapılması zamanı şagirdlərin verilənlər arasında əlaqəni düzgün müəyyən etməsi vacibdir.

c) Şəklə əsasən iki kəsişən vətər arasındakı bucaq və bu vətərlər arasında qalan çevrə qövsələrindən biri verilmişdir.

Kəsişən vətər arasındakı bucağın xassəsinə əsasən vətərlər arasında qalan digər qövsün dərəcə ölçüsü hesablanır.

$$\frac{50^\circ + y}{2} = 80^\circ$$

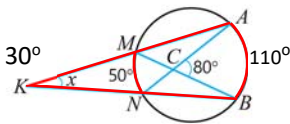
$$y = 110^\circ$$



Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilən kəsənlər arasındakı bucağın xassəsinə əsasən K bucağı hesablanır.

$$\angle K = \frac{110^\circ - 50^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$x = 30^\circ$$



12. Diametri və hündürlüyü 12 sm olan silindr formasında yarısu ilə dolu olan qaba radiusu 3 sm olan dəmir kürə atdıqda suyun hansı səviyyəyə qalxdığını tapmaq tələb olunur.

Cəlbetmə. İçərisində müəyyən qədər su olan şüşə qab masaya qoyulur. Müəllim müxtəlif ölçülü kub, yaxud kürə formalı fiqurları qaba salmaq üçün hazırlayır və sinfə müraciət edir: “Hansı qabı suya saldıqda suyun həcmi artır? Bunu necə müəyyən etmək olar? Suyun həcmi 2 dəfə artarsa, hündürlüyü neçə dəfə artır?” Sualları cavablandıraraq fiqurlar suya salınır, nəticələr müzakirə edilir.

Məsələnin həlli

Qabın yarıya qədər su ilə dolması suyun səviyyəsinin 6 sm olması deməkdir. Qabın radiusu tapılır və qabda olan suyun həcmi hesablanır.

$$r = 12 : 2 = 6 \text{ (sm)}$$

$$V_{\text{su}} = \pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 216\pi$$

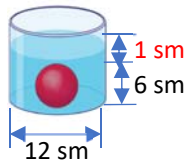
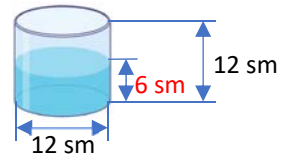
Qaba salınan kürənin həcmi hesablanır. $V_{\text{kürə}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ (sm}^3\text{)}$

Qabda suyun həcmi kürənin həcmi qədər artdığından kürənin həcmi silindrin oturacağına sahəsinə bölünür və suyun hündürlüyünün neçə sm artdığı tapılır.

$$36\pi : 36\pi = 1 \text{ (sm)}$$

Cavab. 1 sm.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənir.



Riyazi kaleydoskop

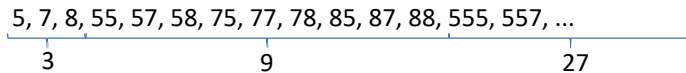
1. Anar 5, 7, 8 rəqəmlərindən istifadə etməklə birrəqəmli, ikirəqəmli, üçrəqəmli və dörd rəqəmli ədədləri artan sıra ilə yazdı. 5, 7, 8, 55, 57, 58, 75, 77, 78, ...

• Sırada 40-cı yerdə hansı ədədin olduğunu tapmaq üçün qanunauyğunluğu müəyyən etmək lazımdır.

Birrəqəmli ədədlərin sayı : 3

İkirəqəmli ədədlərin sayı : $3^2 = 9$

Üçrəqəmli ədədlərin sayı : $3^3 = 27$



Bu qayda ilə birrəqəmli, ikirəqəmli və üçrəqəmli ədədlərin ümumi sayı tapılır. $3 + 9 + 27 = 39$.

Deməli, növbəti ədəd, yəni 40-cı ədəd dörd rəqəmli şərtə uyğun ən kiçik ədəd olacaq. Bu isə 5555 ədədidir.

Qanunauyğunluğu davam etdirməklə dörd rəqəmli ədədlərin də sayı tapılır.

Dörd rəqəmli ədədlərin sayı : $3^4 = 81$

Birrəqəmli, ikirəqəmli, üçrəqəmli və dörd rəqəmli ədədlərin ümumi sayı tapılır. $39 + 81 = 120$. Deməli, 100-cü ədəd dörd rəqəmli ədəddir.

Cavab. 5555, dörd rəqəmli ədəd.

2. Çevrə ABC düzbucaqlı üçbucağının tərəflərinə M, N, K nöqtələrində toxunur.

$AB = 6 \text{ sm}$, $BC = 8 \text{ sm}$, $AC = 10 \text{ sm}$ -dir.

a) Bir nöqtədən çevrəyə çəkilən toxunanlar bərabərdir.

$MB = BN = x$, $AM = AK = y$, $CN = CK = z$

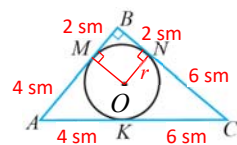
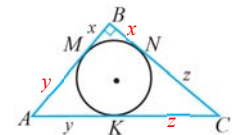
Tənliklər sistemi qurulur və dəyişənlə işarə edilmiş parçaların uzunluqları tapılır.

$$x = 2; \quad y = 4; \quad z = 6.$$

b) Çevrənin mərkəzi O hərfi ilə işarə olunur. Üçbucağın AB tərəfi çevrəyə toxunma nöqtəsi ilə 4 sm və 2 sm, BC tərəfi çevrəyə toxunma nöqtəsi ilə 2 sm və 6 sm, AC tərəfi çevrəyə toxunma nöqtəsi ilə 6 sm və 4 sm uzunluqda parçalara bölünür.

c) M və N toxunma nöqtələri olduğundan BMO və BNO bucaqları düz bucaqdır, deməli, $MBNO$ kvadrattır. Bu isə o deməkdir ki, çevrənin radiusu 2 sm-ə bərabərdir.

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x + z = 8 \\ y + z = 10 \end{cases}$$



3. Qatarın dirəyin yanından 27 saniyəyə, uzunluğu 660 m olan tuneldən isə 60 saniyəyə keçdiyi məlumdur. Qatarın sürətini tapmaq tələb olunur.

Məsələnin həlli

Qatarın dirəyin yanından 27 saniyəyə keçməsi onun öz uzunluğu qədər yolu 27 saniyəyə qət etməsi deməkdir. Qatarın sürətini x ilə işarə etsək, onun uzunluğunun $27x$ olduğu alınır. Qatar tuneldən keçərkən qatarın uzunluğu ilə tunelin uzunluğunun cəmi qədər yol gedir. Deməli, bu yolun uzunluğu $660 + 27x$ olacaq. Bu məsafəni qatarın 60 saniyəyə getməsinə əsasən tənlik yazılır və həll edilir.

$$660 + 27x = 60x$$

$$x = 20 \text{ m/san}$$

Cavab. Qatarın sürəti 20 m/san.



STEAM "PLANETARIUM"

Planetariumun müasir texnologiyalar vasitəsilə ulduzlar, planetlər və kometlərdən ibarət kainatın modelini müşahidə etməyə imkan verən xüsusi məkan olduğu qeyd olunur. Günbəz formalı, yarımkürə şəklində olan tavan tamaşaçıların səma cisimlərini hər tərəfdən izləməsinə şərait yaradır və geniş, açıq səmanın altında olmaq təsiri formalaşdırır.

1. Planetariumun günbəzi diametri 12 m olan yarımkürə formasındadır.

$$\text{Səthinin sahəsi: } S = 2\pi r^2 = 72\pi \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{Həcmi: } V = \frac{2}{3}\pi r^3 = 144\pi \text{ (m}^3\text{)}$$

2. Dairəvi ekranda radiusu 6 m, mərkəzi bucağı 90° olan sektor daxilində ulduz qrupu təsvir edilib.

$$\text{Sektorun sahəsi: } S = \frac{90}{360} \pi \cdot 6^2 = 9\pi \approx 28,27 \text{ (m}^2\text{)} \quad \text{Qövsün uzunluğu: } l = \frac{90}{360} \cdot 2\pi \cdot 6 = 3\pi \approx 9,42 \text{ (m)}$$

3. Şagirdlər günbəzin modelini hazırlayırlar. Modelin radiusu 30 sm olarsa, səthinin sahəsini və həcmi hesablayırlar.

$$\text{Səthinin sahəsi: } S = 2\pi r^2 = 1800\pi \text{ (sm}^2\text{)} \quad \text{Həcmi: } V = \frac{2}{3}\pi r^3 = 18000\pi \text{ (sm}^3\text{)}$$

4. Belə məkanların təkcə planetləri müşahidə etmək üçün deyil, həm də filmlərin, musiqi proqramlarının və vizual şouların nümayişi üçün istifadə olunduğunu şagirdlərin diqqətinə çatdırmaq olar. Günbəz və ya sferik ekranlar görüntüləri hər tərəfdən əhatə etdiyi üçün izləyicidə real mühitdə olmaq təsiri yaradır. Bu xüsusiyyət belə məkanları müasir kino, konsert və rəqəmsal sənət nümayişləri üçün xüsusilə əlverişli edir.

Las-Veqasda yerləşən dünyanın ən böyük sfera formasında ekranına malik məkanlardan biri olan *MSG Sphere* haqqında şagirdlərə məlumat vermək olar.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək tövsiyə olunur.

<https://youtu.be/U0s144AKnaU>

Şagirdlərə belə məkanlar haqqında məlumat toplamaqla daha yaradıcı yanaşaraq öz planetarium modellərini, onun yeni imkanlarını və tamaşaçılara daha güclü təsir göstərəcək əlavə effektləri əks etdirən təqdimatlar hazırlamaq tapşırıla bilər. Hazırlanan modellərlə bağlı kiçik sərginin təşkili tövsiyə olunur. Belə təqdimat şagirdlər üçün stimullaşdırıcı rol oynayır, onların tədqiqat aparmaq, ideyalarını əsaslandırmaq və komanda şəklində işləmək bacarıqlarını inkişaf etdirir.



8-ci BÖLMƏ

Xətti tənlik. Tənliklər sistemi. Bərabərsizliklər

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	50	
Mövzu 8.1	Birdəyişənli xətti tənlik	2	51	33
Mövzu 8.2	İkidəyişənli xətti tənlik və onun qrafiki	3	54	35
Mövzu 8.3	Tənliklər sistemi	2	58	38
	Məsələ və misallar	1	61	40
Mövzu 8.4	Xətti tənliklər sisteminin əvəzetmə və toplama üsulları ilə həlli	3	62	42
Mövzu 8.5	Tənliklər sisteminin köməyi ilə məsələ həlli	4	65	46
Mövzu 8.6	Modullu tənliklər	2	69	48
Mövzu 8.7	Bərabərsizliklər	2	71	50
Mövzu 8.8	Təqribi hesablamalar. Mütləq və nisbi xəta	2	74	52
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Ağıllı işıqlar"	2	78	54
	KSQ-3	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	25		

Bölmənin qısa icmalı

Bu bölmədə şagirdlər birdəyişənli xətti tənlik və onun həllinə, ikidəyişənli xətti tənlik, onun qrafiki və həllinə, düz xəttin tənliyinə aid bilik və bacarıqlara yiyələnəcəklər. İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin müxtəlif üsullarla həllini öyrənəcək, tənliklər sisteminin həllini real situasiya məsələlərinə tətbiq edəcəklər. Sadə modullu tənliklərin, sadə bərabərsizliklərin həll edilməsi, ölçmə və təqribi hesablamalarda nəticənin mütləq və nisbi xətasının tapılması ilə bağlı mövzularla tanış olacaqlar.

Nəyə diqqət etməli?

Tənlik həllində şagirdlərin ən çox diqqət etməli olduğu məqam məchulun hansı üsullarla tapılmasının müəyyən edilməsidir. Məchul toplananın, azalanın, çıxılanın, vuruğun, bölənin və bölünənin tapılması qaydalarının şagirdlərlə birlikdə təkrar edilməsi məqsəduyğundur. Şagirdlər tənlikləri həll edərkən bəzən hansı əməldən başlamağı, hansı qaydanı tətbiq etməyi təyin etməkdə çətinlik çəkirlər. Bundan əlavə, tənliyi həll etdikdən sonra tapılan ədədin tənliyin kökü olub-olmadığının yoxlanılması hər zaman diqqətdə saxlanılır. Kökün doğru olub-olmadığının yoxlanılması şagirdlərdə yazdıqları həldə səhvlərin sərbəst olaraq aradan qaldırılması kimi bacarıqlar formalaşdırır.

İkidəyişənli xətti tənliklər sistemi, onun həlli üsulları yeni öyrənilir və əldə olunacaq biliklər şagirdlərin tənliklərin həlli ilə bağlı əvvəlki biliklərinə söykənir. Tənliklər sisteminin köməyi ilə məsələ həllində əsas məqsəd şagirdlərdə məsələnin şərtinə görə tənlik qurma bacarığının formalaşması və inkişaf etdirilməsidir.

Riyazi dilin inkişafı

Bu bölmədə "birdəyişənli xətti tənlik", "ikidəyişənli xətti tənlik", "ikidəyişənli xətti tənliyin qrafiki", "düz xəttin tənliyi", "tənliklər sistemi", "əvəzetmə üsulu", "toplama üsulu", "nisbi xəta", "mütləq xəta" anlayışları daxil edilir və öyrədilir. Mövzunun yaxşı mənimsənilməsi üçün yeni anlayışların və onların xüsusiyyətlərinin dəqiq öyrədilməsi məqsəduyğundur.

Bölmədə mənimsədilən riyazi anlayış və terminlər

Birdəyişənli xətti tənlik, ikidəyişənli xətti tənlik, ikidəyişənli xətti tənliyin qrafiki, düz xəttin tənliyi, tənliklər sistemi, əvəzetmə üsulu, toplama üsulu, bərabərsizlik, təqribi hesablama, nisbi xəta, mütləq xəta.

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Dəyişəni olan ifadələr
- Xətti funksiya, onun qrafiki
- Nisbət
- Tənlik, tənliyin kökü
- Sadə bərabərsizlik
- Faiz
- Ədədin modulu
- Adi və onluq kəslər üzərində əməllər
- Yuvarlaqlaşdırma

Fənlərarası integrasiya

Riyaziyyatda olduğu kimi, digər fənlərin tədrisində də tənlik, tənliklər sistemi və bərabərsizliklər geniş istifadə olunur. Fizikada sürət, yol, vaxt məsələləri, kimyada maddə miqdarı, məhlul və ya qarışıqğa aid məsələlər, coğrafiyada miqyas məsələləri, iqtisadiyyatda gəlir və xərc, büdcə məsələləri, biologiyada hüceyrənin bölünməsi ilə bağlı məsələlər və s. tənlik, tənliklər sistemi və ya bərabərsizliklərin köməyi ilə həll edilir.

MÖVZU 8.1. Birdəyişənli xətti tənlik

ALTSTANDARTLAR	7-2.1.3. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində çoxhədlinin qiymətini tapır. 7-2.2.1. Birdəyişənli xətti tənliyi araşdırır və həll edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Çoxhədlinin qiymətini tapır. • Birdəyişənli xətti tənliyi araşdırır, köklərinin olub-olmadığını müəyyən edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/fjekqnuh Çalışma: https://www.geogebra.org/m/k6arM5Ga https://www.geogebra.org/m/epvqfcm https://www.geogebra.org/m/ny5ffz3h

İlkin problemin müzakirəsi

Bu bölmədə ilk olaraq gündəlik həyatda, iqtisadiyyatda, mühəndislik, tibb və digər sahələrdə müxtəlif məsələlərin həlli üçün tənliklərin, bərabərsizliklərin istifadəsi haqqında məlumat verilir. İstehsalatda məhsuldarlığa aid məsələlərin həllində, tikinti işlərində mühəndislik qurğularının tələb olunan yük və zəlzələyə davamlılığını müəyyən etmək üçün və s. işlərdə tənlik və bərabərsizliklərin istifadəsi müzakirə edilir. İlkin problem kimi verilmiş məsələnin şərti təhlil edilir, portağal və alma şirəsinin tərkibindəki C vitaminini müəyyən etmək üçün tənliyin necə qurulması araşdırılır. İlk dərisdə şagirdlər “Cəhd edin!” başlığı ilə verilmiş məsələni tam həll etməyə bilirlər. Məsələnin həllinə bölmənin sonunda yenidən baxılacağı barədə şagirdlərə məlumat verilir.



Mövzuya yönəltmə

Şagirdlərə indiyə qədər rast gəldikləri tənliklər və onların həlli barədə müxtəlif suallar vermək olar. Hər hansı məsələ şərtinə görə tənliyin necə qurulması müzakirə edilir. Məsələn, müəllim şagirdlərə “Anarın kitablarının sayı Lalənin kitablarının sayından 5 ədəd çoxdur. Onların birlikdə 27 kitabı olduğu məlumdursa, hər uşağın neçə kitabı var?” kimi məsələ verir. Alınan cavablar təhlil edilərək tənlik qurulur. Burada şagirdlər də müxtəlif nümunələr söyləyə bilirlər.



Araşdırma-müzakirə

1-ci cədvəldə verilənlərə görə Səbinənin və Anarın 2 gün ərzində müəliyəyə sərf etdikləri zamanı tapmaq üçün tənlik qurulur.

Ad	Gün	Şənbə	Bazar
Səbinə		x	$2x - 1$
Anar		$x + 1$	x

Ad	Gün	Şənbə	Bazar
Samir		$x + 1$	$x + 2$
Aynur		$x + 4$	x

• İki gün ərzində müəliyəyə uşaqların hər birinin sərf etdiyi vaxtı tapmaq üçün ifadə yazılır.

Səbinə: $x + 2x - 1 = 3x - 1$, Anar: $x + 1 + x = 2x + 1$, Samir $x + 1 + x + 2 = 2x + 3$, Aynur $x + 4 + x = 2x + 4$.

• Səbinə və Anarın 2 gün ərzində müəliyəyə eyni zaman sərf etdikləri nəzərə alınır, qurulan tənlikdən onların müəliyəyə sərf etdikləri vaxt müəyyən olunur. $3x - 1 = 2x + 1 \rightarrow x = 2$.

Deməli, Səbinə ($3 \cdot 2 - 1 = 5$) və Anar ($2 \cdot 2 + 1 = 5$) müəliyəyə 5 saat vaxt sərf ediblər.

• Samir və Aynurun iki gün ərzində müəliyəyə sərf etdikləri zaman müddəti eyni olsa, $2x + 3 = 2x + 4$ tənliyinin kökü olmalıdır. Bu tənlik sadələşdirilir. $0 \cdot x = 1$. Sıfıra vurduqda hasil 1 ola bilməz. Ona görə də bu tənliyi ödəyən ədəd olmadığı qeyd olunur. Deməli, Samir və Aynur müəliyəyə müxtəlif vaxt müddəti sərf ediblər.

Öyrənmə Birdəyişənlik xətti tənlik

Müəllim birdəyişənli və ya birməchullu xətti tənlik haqqında məlumat verir. Yazılışında bir dəyişənin və ya bir məchulun iştirakına görə tənliyin birdəyişənli və ya birməchullu adlandırılması müzakirə edilir. Xətti tənlik olması diqqətə çatdırılır, tənlikdə iştirak edən dəyişənin (məchulun) dərəcəsi və birdəyişənli xətti tənliyin $ax = b$ şəklində yazılışı barədə şagirdlərə məlumat verilir. Öyrənmədə verilən tənliklərə baxılır və onların nə üçün birdəyişənli xətti tənlik olması izah edilir. Tənliyin sağ və sol tərəfindəki ifadələr birdərəcəli çoxhədlilər olarsa, bərabərliyin xassələrindən istifadə etməklə bu tənlik onunla ekvivalent olan $ax = b$ tənliyi şəklində yazılır. İşarələrin nə vaxt və necə dəyişməsi xüsusilə vurğulanır.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/azusfm5x>



Fikirləş

Şagirdlər $4x^2 = 25$ tənliyinin nə üçün xətti olmadığını müzakirə edirlər. Tənliyin dərəcəsi və “xətti” ifadəsinin mənası şagirdlər tərəfindən izah edilir. Bu tənlikdə dəyişənin dərəcəsi iki olduğu üçün onun xətti tənlik olmadığı diqqətə çatdırılır.

Çalışma

1. Tapşırığın həlli "Fikirləş!" rublikasında verilən sualın tətbiqi hesab edilə bilər. Hər variant üçün şagird verilmiş tənliyin xətti olub-olmadığını onun dərəcəsinə görə müəyyən edir. Lakin d) variantında verilən tənliyin xətti olub-olmamasının geniş müzakirə edilməsi məqsədəuyğundur.

d) $0 \cdot x = 0$ tənliyi x -in dərəcəsi 1 olduğuna görə birdəyişənli xətti tənlik hesab edilir və bu tənliyin sonsuz sayda kökü vardır. Növbəti öyrənmədə belə tənliyin həlli geniş izah edilir.

2. Dəyişənin verilmiş qiymətinin tənliyin kökü olub-olmadığı yoxlanılır. Şagirdlər verilmiş ədədləri tənlikdə yerinə yazmaqla alınan bərabərliyin doğruluğunu yoxlayırlar, yəni bərabərliyin sol və sağ tərəflərində alınan ədədlərin bərabər olub-olmadığını müəyyən edirlər.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər.

Verilmiş ədədin tənliyin kökü olub-olmadığını yoxlamaq bəzən şagirdlər tərəfindən düzgün anlaşılmır. Belə ki, tənliyin yazılışında eyni dəyişən iki və daha çox yerdə yazılıbsa, şagirdlər bəzən dəyişənin verilmiş qiymətini tənlikdə bir yerdə yazır, digər dəyişənlərdə isə nəzərə almırlar. Müəllimin dəyişənin verilmiş qiymətinin tənliyin yazılışdakı hər dəyişəndə nəzərə alınmasını diqqətə çatdırması və nümunələrlə izah etməsi şagirdin bu yanlış aradan qaldırmasına kömək olar.

b) $y = 0,3$ ədədinin $\frac{1}{3}y + 0,5y - \frac{1}{4} = 0$ tənliyinin kökü olub-olmadığını müəyyən edin.

Yanlış $\frac{1}{3} \cdot 0,3 + 0,5 \cdot y - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow 0,1 + 0,5y - 0,25 = 0$.

Şagird buradan ya y -i tapır, ya da həll edə bilmir. Bu isə onun verilmiş ədədin tənliyin kökü olub-olmadığını yoxlayarkən səhv nəticə almasına səbəb olur.

Doğru $\frac{1}{3}y + 0,5y - \frac{1}{4} = 0$ tənliyində hər iki y -in yerinə $0,3$ yazılır: $\frac{1}{3} \cdot 0,3 + 0,5 \cdot 0,3 - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow 0 = 0$.

Həmçinin tənlikdə oxşar hədlər islah edildikdən sonra dəyişənin qiymətini nəzərə almaq olar.

4. Verilmiş tənliklərdə boş xanaya elə ədəd yazılmalıdır ki, alınan tənliklər ekvivalent olsun. Verilmiş tənlikdə uyğun çevrilmələr aparmaqla alınan tənliyin onunla nə üçün ekvivalent olmasının şagirdlərin diqqətinə çatdırılması məqsədəuyğundur.

b) $\frac{y}{2} - \frac{y}{4} = 2$ tənliyinin hər tərəfi 4-ə vurulur.

$$\left(\frac{y}{2} - \frac{y}{4}\right) \cdot 4 = 2 \cdot 4 \Leftrightarrow 2y - y = 8.$$

f) $\frac{b}{4} + \frac{b}{6} = 1$ tənliyinin hər tərəfi 12-yə vurulur.

$$\left(\frac{b}{4} + \frac{b}{6}\right) \cdot 12 = 1 \cdot 12 \Leftrightarrow 3b + 2b = 12 \rightarrow 5b = 12.$$

5. Hər tənlikdə hansı çevrilmənin aparılacağı şagirdlərlə müzakirə edilir və çevrilmələr aparılmaqla tənliklər həll edilir.

$$f) 5x - 2 = \frac{1}{2}x + 4$$

Tənlik yazılır.

$$5x - \frac{1}{2}x = 4 + 2$$

Məchul hədlər tənliyin sol tərəfinə, ədədlər isə sağ tərəfinə keçirilir.

$$4\frac{1}{2}x = 6$$

Oxşar hədlər islah edilir.

$$x = 1\frac{1}{3}$$

Tənliyin kökü tapılır.

$$5 \cdot 1\frac{1}{3} - 2 = \frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} + 4 \rightarrow 4\frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}.$$

Cavabın doğruluğu yoxlanılır.

$$g) \frac{y+3}{6} = -1\frac{2}{3}$$

Tənlik yazılır.

$$\frac{y+3}{6} = \frac{-5}{3}$$

Tənliyin sağ tərəfi düzgün olmayan kəsre çevrilir.

$$y + 3 = -10$$

Tənliyin hər tərəfi 6-yə vurulur.

$$y = -13$$

Tənliyin kökü tapılır.

$$\frac{-13+3}{6} = \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3} = -1\frac{2}{3}.$$

Alınan ədəd tənlikdə dəyişənin yerinə yazılır və cavabın doğruluğu yoxlanılır.

Bu tənliyi tənəsübün əsas xassəsini tətbiq etməklə də həll etmək olar.

Öyrənmə

Birdəyişənli xətti tənliyin həlli

Müəllim şagirdlərlə tənliyi həll etməyin nə olduğunu müzakirə edir. Tənliyi həll etmək onu doğru bərabərliyə çevirən bütün köklərinin tapılmasıdır və ya kökünün olmadığını müəyyən edilməsidir. $ax = b$ xətti tənliyinin

köklərinin a -nın və b -nin müxtəlif qiymətlərində necə tapılması izah edilir, tənliyin yeganə kökünün olması, sonsuz sayda kökünün olması və ya kökünün olmaması halları diqqətə çatdırılır.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/sfecqmqd> <https://www.geogebra.org/m/nwdeffef>

7. Boş xanalara elə ədəd yazılmalıdır ki, tənliyin kökü olmasın. Tənliyin kökünün olmaması alınan tənlikdə x -in əmsalının sıfıra bərabər, sərbəst həddin isə sıfırdan fərqli olması deməkdir.

a) $\boxed{2}x + 5 = 2x + 6$, $0 \cdot x = 1$ b) $\boxed{3}x + 3 = 3(x + 5)$, $0 \cdot x = 12$ d) $\boxed{4}(x - 1) = 4x - 2$, $0 \cdot x = 2$.

8. Şagird boş xanalara elə ədədlər yazılmalıdır ki, alınan tənlikdə x -in əmsalı və sərbəst hədd sıfıra bərabər olsun.

$\boxed{3}x + 2 = 3x + 2$ $-\boxed{4}(x + 2) = -4x + \boxed{(-8)}$ $3(x - \boxed{2}) = \boxed{3}x - 6$.

9. Cavabın sıfır alınması bəzi şagirdlərə tənliyin kökünün olmadığı təsəvvürünü yaradır. Bu cür yanlışın olmaması üçün müəllimin sıfırın bir ədəd kimi hər hansı tənliyin kökü ola biləcəyi fikrini vurğulaması və belə tənliklərə aid nümunələrin həll edilməsi məqsədəuyğundur.

10. Verilmiş tənlikləri həll etməzdən əvvəl onları sadələşdirmək və kəsrlərdən azad etmək lazımdır. Bunun üçün tənliyin hər iki tərəfi kəsrlərin ən kiçik orta qəhrəcinə (ƏKOB-na) vurulur. Bu çevrilmənin səbəbi şagirdlərə müzakirə edilir. Tapşırıqda verilən nümunə şagirdlərlə müzakirə edilir, sonra isə tənliklər həll edilir.

f) $\frac{3y}{4} - \frac{1}{2} = 2y - 3$. Bərabərliyin hər tərəfi ƏKOB (4; 2) = 4-ə vurulur. $3y - 2 = 8y - 12 \rightarrow y = 2$.

g) $\frac{a+1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{a}{6}$. Bərabərliyin hər tərəfi ƏKOB(2; 3; 4; 6) = 12-yə vurulur. $4a + 4 + 9 = 6 + 2a \rightarrow a = -3,5$.

h) $\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{2} = \frac{x}{4} + 1$. Bərabərliyin hər tərəfi ƏKOB(2; 3; 4) = 12-yə vurulur. $4x - 8 + 6x + 6 = 3x + 12 \rightarrow x = 2$.

11. Tənlikləri həll etməmişdən əvvəl mötərizənin qarşısında olan mənfi işarəsinin mötərizənin daxilinə necə təsir etməsinin yada salınması məqsədəuyğundur. Tənliyin yazılışında bir-birinin daxilində olan mötərizələr iştirak edirsə, ilk olaraq hansı çevirmələrin aparılacağı müzakirə edilir.

c) $y - 3(y - 2(y + 1)) = 1$. Tənliyi müxtəlif üsullarla həll etmək olar. Hər bir həll üsulu şagirdlərlə araşdırılır, hansının əlverişli və ya daha anlaşılan olması barədə şagirdlərin fikirləri dinlənir.

$y - 3y + 6(y + 1) = 1$ 3 ədədi mötərizəyə vurulur.
 $-2y + 6y + 6 = 1$ 6 ədədi $(y + 1)$ -ə vurulur.
 $y = -1,25$ Tənliyin kökü tapılır.

$y - 3(y - 2y - 2) = 1$ 2 ədədi $(y + 1)$ -ə vurulur.
 $y + 3y + 6 = 1$ 3 ədədi alınan ifadəyə vurulur.
 $y = -1,25$ Tənliyin kökü tapılır.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə edilə bilər:

<https://www.geogebra.org/m/bud6yvt> <https://www.geogebra.org/m/faquv9aQ>

Diferensial təlim

Birdəyışənli xətti tənliklərə aid tapşırıqlar şagirdlərə təqdim edilir. Tapşırıqlarını yerinə yetirdikdən sonra şagirdlər bir-birinin cavablarının doğruluğunu yoxlayırlar.

Dəstək

- $-3, 0$ və $6,4$ ədədlərindən hansı $0,5x + 2,5 = x - 0,7$ tənliyinin köküdür?
- a -nın hansı qiymətlərində $ax = 12$ tənliyinin həlli var? Bəs hansı qiymətində həlli yoxdur?

Dərinləşdirmə

- $x = 2\frac{1}{3}$ ədədi $10\frac{2}{5} - 6x = a$ tənliyinin kökü olarsa, a -nı tapın.
- Həlli $x = 2$ olan xətti tənlik yazın. Tənliyə uyğun məsələ qurun.

Məsələ həlli

12. Məsələdə avtomobilin Xankəndidən Gəncəyə hansı sürətlə getdiyini tapmaq tələb olunur. Məsələnin şərti təhlil edilir, Xankəndidən Gəncəyə məsafənin dəyişmədiyi, lakin gedərkən və qayıdarkən həm sürətin, həm də zamanın müxtəlif olduğu diqqətə çatdırılır.

Məsələnin həlli

Məsafənin necə tapılması barədə şagirdlərin fikirləri dinlənir və şərtə görə tənlik qurulur.

Xankəndidən Gəncəyə gedərkən: $t_1 = 2$ saat, $v_1 = x$ km/saat.

Gəncədən Xankəndiyə qayıdarkən: $t_2 = 1,6$ saat, $v_2 = x + 20$ (km/saat)

Məsafə dəyişmədiyinə görə uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$2x = 1,6(x + 20) \rightarrow x = 80$ (km/saat).

Cavab. 80 km/saat.



13. Əkin sahəsinin düzbucaqlı və kvadrat formasında iki yerə ayrıldığı qeyd olunur. Düzbucaqlı və kvadratin perimetrlərinin tapılması qaydası yada salınır.

•Tərəfləri dəyişənə verilmiş fiqurların perimetrləri üçün ifadələr yazılır və bərabərləşdirilir.

Alınan tənlik həll edilir.

$$2(x - 2 + 2x - 1) = 4x \rightarrow x = 3.$$

• Düzbucaqlı və kvadratin perimetrləri bərabərləşdirilir və alınan tənlik həll edilir.

$$2(a - 1 + a + 2) = 4a \rightarrow 4a + 2 = 4a \rightarrow 0x = 2.$$

Bu tənliyin kökü yoxdur. Deməli, şərtə uyğun əkin sahələrinin perimetrləri bərabər ola bilməz.

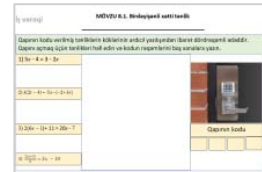
Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə oluna bilər:

<https://www.geogebra.org/m/zvqq6dek> <https://www.geogebra.org/m/a5x3jqfz>



Praktik tapşırıq. Qruplara iş vərəqləri paylanır. Burada verilən birdəyişənli xətti tənliklər həll edilir və tələb olunan kod tapılır. İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

https://drive.google.com/file/d/1tkCfaHW5WIP7vEZ2KMnmAnWo3-ZdwTW2/view?usp=drive_link



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Dəyişənin müxtəlif qiymətlərində çoxhədlinin qiymətini tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Birdəyişənli xətti tənliyi həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Birdəyişənli xətti tənlik qurmaqla məsələ həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 8.2. İkidəyişənli xətti tənlik və onun qrafiki

ALTSTANDARTLAR	7-2.2.3. İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- İkidəyişənli xətti tənliyi izah edir. - İkidəyişənli xətti tənliyin köklərini təhlil edir. - İkidəyişənli xətti tənliyin köməyi ilə məsələ həll edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/UagYGTcc#material/Prnw45eJ Çalışma: https://www.geogebra.org/m/Xs59nbxJ https://www.geogebra.org/m/hbhmghve https://www.geogebra.org/m/pvvcyztz

Mövzuya yönəltmə

Bir çox real problemlərdə iki kəmiyyətin bir-birindən asılılığı müşahidə olunur. Məsələn, alınan malların sayı ilə bu mallara ödənilən ümumi məbləğ arasındakı asılılıq, iki dəyişənin cəmi, fərqi, hasili və ya qisməti ilə bu dəyişənlərin aldığı qiymətlər arasındakı asılılıq və s.

Müəllim lövhədə $x + y = 10$, $xy = 17$, $x - y = 5$ bərabərliklərini yazır, x və y dəyişənlərinin ala biləcəyi natural ədədlər soruşulur. Şagirdlərin fikirləri dinlənir.

Araşdırma-müzakirə

Almanın kütləsi x kq, bananın kütləsi y kq ilə işarə edilir.

• Verilmiş şərtlərə görə $2x + 3y = 12$ tənliyi yazılır. x və y -in ala biləcəyi qiymətlər müzakirə edilir.

• 1,5 kq, 3 kq alma alınarsa, bananın kütləsinin verilmiş tənlikdən necə müəyyən ediləcəyi müzakirə edilir. Tənlikdə x -in yerinə 1,5; 3 yazılaraq y tapılır:

$$2 \cdot 1,5 + 3y = 12 \rightarrow y = 3 \text{ (kq)}, 2 \cdot 3 + 3y = 12 \rightarrow y = 2 \text{ (kq)}.$$



Öyrənmə ikidəyişənli xətti tənlik

Müəllim ikidəyişənli və ya ikiməchullu xətti tənlik haqqında məlumat verir, onun tərifini və düsturunu şagirdlərin diqqətinə çatdırır. İkidəyişənli xətti tənliklərə nümunələr təqdim olunur, həmçinin ikidəyişənli xətti olmayan tənliklər də nümunələrlə izah edilir. Birdəyişənli xətti tənlikdən fərqli olaraq ikidəyişənli xətti tənliyin həllinin $(x; y)$ cütü şəklində verilməsi, ekvivalent tənliklər müəllim tərəfindən diqqətə çatdırılır. İkidəyişənli xətti tənlikdə y dəyişəninə x ilə ifadə edilməsi dərslikdə verilən və ya digər nümunələrlə təqdim edilir.



Fikirlaş

Öyrənmədə verilmiş ikidəyişənli tənlikdə x dəyişəni y ilə ifadə edilir. Alınan ifadə müzakirə olunur. Bu ifadənin y dəyişəninə x ilə əvəz edilməsindən alınan ifadədən necə fərqləndiyi şagirdlər tərəfindən izah edilir.

Müəllimin nəzərinə! İkidəyişənli xətti tənlikdə əmsalı 1 olan dəyişənin digəri ilə ifadə edilməsinin daha əlverişli olması şagirdlərin diqqətinə çatdırıla bilər. Müəllim belə hallara uyğun nümunələr təqdim edir, dəyişənlər ifadə edilir və nəticələr şagirdlərlə müzakirə olunur. Məsələn, $x + 3y = 8$ ikidəyişənli xətti tənliyində $x = 8 - 3y$ və ya $y = \frac{8-x}{3}$ ifadələrindən hansının yazılışının daha əlverişli olması izah edilir.

Çalışma

1. Verilmiş tənliklərin ikidəyişənli xətti tənlik olub-olmadığı araşdırılır. Şagirdlər ikidəyişənli xətti tənliyin yazılış formasına ($ax + by = c$) əsasən verilmiş tənliklərin şərtə uyğun olub-olmadığını müəyyən edirlər. Dəyişənə bölmə əməli olan hallar və ya dəyişənlərin hasilinin iştirak etdiyi hallar nəzərdən keçirilir, həmin tənliklərdə iki dəyişən iştirak etsə də, onların xətti tənlik olmadığı izah olunur.

f) $2 = \frac{4}{a} + b$ bərabərliyində iki dəyişən iştirak etsə də, a dəyişəni məxrəcdə yerləşir. Xətti tənlikdə dəyişənə bölmə əməli yoxdur. Deməli, verilən tənliyin xətti olmadığı vurğulanır.

2. Verilmiş ədədlər cütü ikidəyişənli xətti tənlikdə yerinə yazılır və tənliyin hər iki tərəfində alınan ədədlərin bərabər olub-olmaması yoxlanılır. Bu ədədlər eyni olduqda ədədlər cütünün tənliyin həlli olduğu deyilir, əks halda həlli olmadığı əsaslandırılmış olur.

c) $m = -3$ və $n = 2$ olduqda $\frac{m}{3} - \frac{n}{2} + 2 = 0$ tənliyində $\frac{-3}{3} - \frac{2}{2} + 2 = -2 + 2 = 0$ alındığı üçün verilmiş ədədlər cütü bu tənliyin həllidir.

4. Verilmiş tənliklərdə y dəyişəni x ilə ifadə edilir.

d) $2x + \frac{1}{3}y = -6$ tənliyi hər iki üsulla həll edilir.

$$\begin{aligned} 2x + \frac{1}{3}y &= -6 && \text{Tənlik yazılır.} \\ 6x + y &= -18 && \text{Hər tərəf 3-ə vurulur.} \\ y &= -6x - 18 && y \text{ dəyişəni } x \text{ ilə ifadə edilir.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}y &= -2x - 6 && 2x \text{ birhədli sağa keçirilir.} \\ \frac{1}{3}y : \frac{1}{3} &= (-2x - 6) : \frac{1}{3} && \text{Hər tərəf } \frac{1}{3} \text{-ə bölünür.} \\ y &= -6x - 18 && y \text{ dəyişəni } x \text{ ilə ifadə edilir.} \end{aligned}$$

5. Şagirdlər verilmiş tənliklərdə bir dəyişəni digəri ilə ifadə edərək hər hansı üç həlli qeyd edirlər.

$1, 2x + 2y = 0,6 \rightarrow$ a) $x = 0,5 - \frac{2}{3}y$ və b) $y = 0,3 - 0,6x$. Tənliyin həllinə nümunələr: (0; 0,3), (0,5; 0), (-4,5; 3).

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər.

Bəzən verilmiş tənliyin hər hansı həllini müəyyən edərkən şagirdlər səhvən hər iki dəyişənin yerinə müəyyən ədəd yazır və hesablama aparırlar. Bu, ikidəyişənli xətti tənliklərin həllinin müəyyən edilməsində şagirdlərin ən çox etdikləri səhvlərdəndir. Onlar bilməlidirlər ki, ikidəyişənli xətti tənliyin həlli tapılarkən dəyişənlərdən yalnız

$-2x + 3y = 6$ tənliyinin hər hansı həllini yazın.

Yanlış Tənlikdə $x = 1$ və $y = 2$ yazılır.
 $-2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = -2 + 6 = 4$ (1; 2)

Doğru Tənlikdə $x = 1$ yazılır və y tapılır.
 $-2 \cdot 1 + 3 \cdot y = 6 \rightarrow y = \frac{2^2}{3}$ (1; $\frac{2^2}{3}$)
Tənlikdə $y = (-2)$ yazılır və x tapılır.
 $-2x + 3 \cdot (-2) = 6 \rightarrow x = -6$ (-6; -2)

birinin yerinə hər hansı ədəd yazaraq ikinci dəyişənin həmin ədədə uyğun qiyməti tapılır və belə ədədlər cütü sonsuzdur.

7. Verilmiş ifadələrə uyğun ikidəyişənli tənliklər yazılır. a) $2a + b = 6$ b) $m = \frac{n}{2} + 4$ c) $q = k - 6$.

Riyazi dildə yazılan hər hansı fikrin, təklifin, cümlənin riyazi simvollarla tənlik, bərabərlik, eynilik və ya bərabərsizlik şəklində yazılması şagirdlərdə formalaşdırılması zəruri olan bacarıqlardandır.

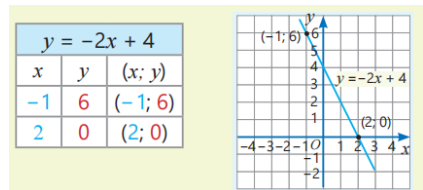
Öyrənmə

İkidəyişənli xətti tənliyin qrafiki

Əvvəlki öyrənmə materialında şagirdlər ikidəyişənli xətti tənliyin həlləri olan ədədlər cütünü necə müəyyən etməyi öyrəndilər. Burada $ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyinin qrafikinə düz xətt olduğu diqqətə çatdırılır, a və b əmsallarından heç olmasa birinin sıfırdan fərqli olması vurğulanır.

Nümunə olaraq dərslikdə verilmiş ikidəyişənli xətti tənliyin qrafiki şagirdlərlə birlikdə araşdırılır. y dəyişəni x ilə ifadə edilərək $y = kx + b$

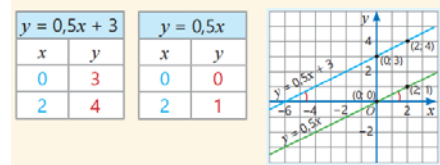
şəklində yazılır və x -ə iki qiymət verməklə y -in qiyməti tapılır. Koordinatları alınan ədədlər cütü olan nöqtələr düzbucaqlı koordinat sistemində qeyd edilərək birləşdirilir. Qrafikin düz xətt olduğu əsaslandırılır. Şagirdlər



“Funksiya” bölməsindən xətti funksiyanın $y = kx + b$ düsturu ilə tanışdılar. Düz xəttin bucaq əmsalı, absis və ordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri şagirdlər tərəfindən izah edilə bilər.

Sonra düz xəttin Ox və ya Oy oxuna paralel olan halları araşdırılır.

Düzbucaqlı koordinat sistemində bucaq əmsalları eyni olan düz xətlər qurulur və onların qarşılıqlı vəziyyətləri şagirdlərlə birlikdə araşdırılır, belə düz xətlərin paralelliyi diqqətə çatdırılır.



Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə faydalı olar:

<https://www.geogebra.org/m/jjuxbbsv>

<https://www.geogebra.org/m/ct8hEHhD>

<https://www.geogebra.org/m/k4pKgSpW>

<https://www.geogebra.org/m/zTMwMjw8>

Müəllimin nəzərinə! Bu mövzunun izahında müəllim xətti tənliyin hər iki yazılış formasını şagirdlərin diqqətinə çatdırır. Formanın seçimi verilən məlumatdan asılıdır. Xətti tənliyin yazılış formalarının birindən digərinə keçmək mümkündür. *I forma:* $ax + by = c$, *II forma:* $y = kx + b$,

Məsələn, $y = -2x + 4$ tənliyini $2x + y = 4$ şəklində yazmaq olar.



$ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyində a, b, c ədədləri şagirdlərlə müzakirə edilir. Onların hər birinin sıfıra bərabər və sıfırdan fərqli olan halları nəzərdən keçirilir. Hansı halda tənliyin qrafikinə Ox oxuna paralel olması və hansı halda Ox oxu ilə üst-üstə düşməsi araşdırılır. Müəyyən edilir ki, b ədədi və sərbəst hədd sıfırdan fərqli olduqda ($b \neq 0, c \neq 0$) və $a = 0$ qiymətində alınan düz xətt Ox oxuna paralel olur. $a = 0, b \neq 0, c = 0$ qiymətlərində isə $y = 0$ tənliyi alınır. Bu tənliyin qrafiki Ox oxu ilə üst-üstə düşür. Hər bir hal üçün nümunələr göstərilir və qrafiklər qurulur. Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə faydalı olar:

<https://www.geogebra.org/m/hbhmghve>

<https://www.geogebra.org/m/gwx684ge>

Müəllimin nəzərinə! $ax + by = c$ ikidəyişənli xətti tənliyi $a = 0$ olduqda $y = \frac{c}{b}$ şəklində yazılır və onun qrafiki Ox oxuna paralel olub Oy oxunu $(0; \frac{c}{b})$ nöqtəsində kəsir. $y = \frac{c}{b}$ və $y = 0$ tənliklərinin yazılışından görünür ki, y -in qiyməti sabit ədəddir və $0, x$ -in bütün qiymətlərində dəyişmir. x -ə müxtəlif qiymətlər verməklə y -in dəyişmədiyinə aid şagirdlərə bir neçə nümunə göstərmək, qrafiki çəkərək Ox oxuna paralel düz xəttin alındığı, Oy oxunu kəsən nöqtənin necə müəyyən edildiyini müzakirə etmək tövsiyə olunur.

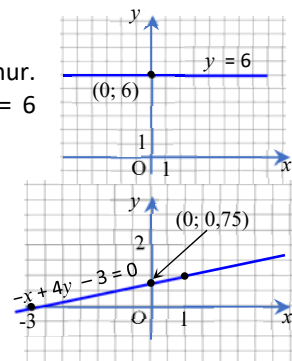
9. Düz xəttin tənliyinə əsasən qrafiki qurulur.

e) $\frac{y}{3} + 2 = 4 \rightarrow y = 6$

Qrafikin Ox oxuna paralel düz xətt olduğu, I və II rüblərdən keçdiyi qeyd olunur. Şagirdlərlə qrafikin Oy oxunu hansı nöqtədə kəsdiyini müzakirə etmək olar. $y = 6$ funksiyasının qrafiki Oy oxunu $(0; 6)$ nöqtəsində kəsir, Ox oxuna paralel olur.

10. Verilmiş tənliklər $y = kx + b$ şəklində yazılır, k bucaq əmsalı tapılır. Düsturda $x = 0$ yazmaqla düz xəttin Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsi müəyyən edilir, qrafik qurulur. Qrafikin qurulması üçün iki nöqtənin koordinatlarının məlum olması kifayətdir.

b) $-x + 4y - 3 = 0$ tənliyində $x = 0$ yazılır, $y = 0,75$ tapılır. Deməli, bu düz xətti Oy oxunu $(0; 0,75)$ nöqtəsində kəsir. Düz xəttin qrafiki qurulur və cavabın doğruluğu yoxlanılır.



Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/m5ak9stj>

<https://www.geogebra.org/m/S8QhwdX6>

11. Hər bənddə üç xətti tənlik verilir. Tənliklər $y = kx + b$ şəklinə gətirilir və k bucaq əmsalları tapılır. Bucaq əmsallarının bərabərliyinə əsasən hansı tənliklərin qrafiklərinin paralel olduğunu müəyyən edilir.

b) $y = -1,5x + 5 \rightarrow k = -1,5$

$y = 1,5x \rightarrow k = 1,5$

$y = 5 - 1\frac{1}{2}x \rightarrow k = -1,5$

$y = -1,5x + 5$ və $y = 5 - 1\frac{1}{2}x$ üçün bucaq əmsalları bərabər olduğundan bu düz xətlər paraleldir.

d) $2y - x = 0 \rightarrow y = 0,5x \rightarrow k = 0,5$

$y - 2x = 2 \rightarrow y = 2x + 2 \rightarrow k = 2$

$y - 0,5x = 4 \rightarrow y = 0,5x + 4 \rightarrow k = 0,5$

$2y - x = 0$ və $y - 0,5x = 4$ üçün bucaq əmsalları bərabər olduğundan bu düz xətlər paraleldir.

12. Nümunədəki həll şagirdlərlə müzakirə olunur, verilmiş düz xəttə paralel olan düz xəttin bucaq əmsalı müəyyən edilir. Bu düz xətt şərtə verilmiş nöqtədən keçir, deməli, həmin nöqtənin absis və ordinatının qiymətlərini düz xəttin $y = kx + b$ tənliyində yerinə yazmaqla b -ni tapmaq olar.

c) Tələb olunan $y = kx + b$ düz xətti $2x + y = 0$, yəni $y = -2x$ düz xəttinə paraleldir. Deməli, $k = -2$ -dir. Həmçinin $y = -2x + b$ düz xətti $C(-0,5; 4)$ nöqtəsindən keçir. Deməli, onun koordinatları $y = -2x + b$ bərabərliyini ödəyir. $4 = -2 \cdot (-0,5) + b \rightarrow b = 3$.

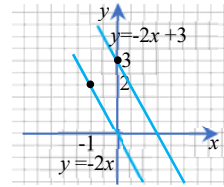
Tələb olunan düz xəttin tənliyi yazılır. $y = -2x + 3$

Şagirdlər qrafikləri qurmaqla bucaq əmsalları eyni olan düz xətlərin paralelliyinə bir daha əmin olurlar.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə faydalı olar:

<https://www.geogebra.org/m/x3frstxn>

<https://www.geogebra.org/m/fc7afjdn>



13. Hansı qrafikin hansı ikidəyişənli xətti tənliyə aid olduğunu müəyyən etmək üçün müxtəlif üsullardan istifadə etmək olar.

Şagirdlər qrafiklərə aid

hər hansı nöqtənin koordinatlarını verilmiş tənliklərdə dəyişənlərin yerinə yazmaqla alınan doğru bərabərliyə əsasən qrafikə aid tənliyi müəyyən edirlər.

a) Verilmiş düz xətt $(0; 4)$ nöqtəsindən keçir. Bu nöqtənin koordinatlarını verilmiş tənliklərdə nəzərə almaqla qrafikin $2x + y = 4$ tənliyinə aid olub-olmadığı müəyyən edilir:

$$x - 2y = -5 \rightarrow 0 - 2 \cdot 4 = -8 \neq -5 \quad \text{Aid deyil.}$$

$$5y - 4x = 16 \rightarrow 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 = 20 \neq 16 \quad \text{Aid deyil.}$$

$$\frac{x}{4} + 0,2y = 0 \rightarrow \frac{0}{4} + 0,2 \cdot 4 = 0,8 \neq 0 \quad \text{Aid deyil.}$$

$$2x + y = 4 \rightarrow 2 \cdot 0 + 4 = 4. \quad \text{Aiddir.} \quad \text{Deməli, burada verilən düz xətt } 2x + y = 4 \text{ tənliyinin qrafikidir.}$$

Eyni qaydada digər qrafiklərin hansı xətti tənliyə aid olduğu müəyyən edilir.

Müəllimin nəzərinə! 13-cü tapşırığı digər bir üsul ilə də həll etmək olar. Verilmiş tənlikləri $y = kx + b$ şəklində yazmaqla k əmsalı müəyyən edilir. Hər bir qrafikə aid iki nöqtənin koordinatlarına görə düz xəttin k bucaq əmsalı tapılır, hansı ikidəyişənli xətti tənliyin hansı qrafikə aid olduğu qeyd edilir.

15. Qrafiklər Ox oxu üzərində kəsişirsə, deməli, kəsişmə nöqtəsinin ordinatı sıfıra bərabərdir.

a) $ax - y = 4$ və $x + 4y = -2$ tənliklərində $y = 0$ olduğu nəzərə alınır: $ax - 0 = 4$ və $x + 4 \cdot 0 = -2$

2-ci tənlik həll edilir. $x + 4 \cdot 0 = -2 \rightarrow x = -2$

x -in qiyməti 1-ci tənlikdə yazılır və a -nın qiyməti tapılır. $ax - 0 = 4 \rightarrow a \cdot (-2) = 4 \rightarrow a = -2$. Beləliklə, $-2x - y = 4$ və $x + 4y = -2$ tənliklərinin qrafiklərinin kəsişmə nöqtəsinin koordinatları müəyyən edilir: $(-2; 0)$.

Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə belə tapşırıqlar verilir:

- $x - y = 3$ tənliyinin qrafikini qurun.
- $3x + y = 6$ tənliyi üçün hər hansı iki həll yazın.
- Hər iki tənlikdə dəyişənin birini digəri ilə ifadə edin.

Nəticələr digər şagirdlər tərəfindən yoxlanılır.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə verilən tapşırıqlarda əsas məqsəd qrafikin xassələrini təhlil etmək, "bucaq əmsalı" anlayışını dərk etməkdir. Şagirdlərə iş vərəqlərində belə tapşırıqlar verilir:

- $y = -2x + 3$ tənliyinin qrafikinin absis və ordinat oxları ilə kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
- Verilmiş tənliklərdən hansının qrafikinin absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaq digərindən böyükdür?
- **Məsələ.** Bir taksi üçün ilkin ödəmə haqqı 3 manat, hər kilometr üçün ödəmə haqqı 2 manat olarsa, ümumi ödəməni ifadə edən tənlik yazın və qrafikini qurun.

Məsələ həlli

17. Məsələnin şərti şagirdlərlə müzakirə olunur. Şərtə görə, A dronu hər dəfə x kq yük daşımaqla 10 uçuş, B dronu isə hər dəfə y kq yük daşımaqla 16 uçuş edir. Cəmi daşınan yükün kütləsi $10x + 16y$ ifadəsi ilə müəyyən edilir.

- Çatdırılan yardım 160 kq-dır, onda $10x + 16y = 160$ ikidəyişənli xətti tənliyi yazılır.

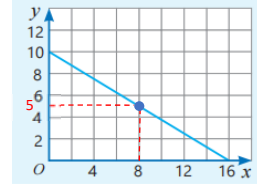


• A dronunun hər uçuşda 8 kq yük daşıdığı qeyd edilir. B dronunun hər uçuşda neçə kiloqram yük daşımalı olduğu tapmaq üçün uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$10 \cdot 8 + 16y = 160 \rightarrow y = \frac{80}{16} = 5.$$

• Qrafik üzərindəki (8; 5) nöqtəsinin koordinatlarının tələb olunan cavaba uyğun olduğu qeyd edilir.

Məsələnin təhlilini cədvəl şəklində təqdim etmək məqsəduyğundur.



Dron	Uçuşların sayı	Hər uçuşda daşınan yük (kq)	Cəmi daşınan yük (kq)
A	10	x	$10x$
B	16	y	$16y$
A + B	26	$x + y$	160

Cavab. B dronu hər uçuşda 5 kq yük daşımalıdır.

“Kim qazandı” oyunu. Sinif otağının döşəməsində düzbucaqlı koordinat sistemi qurulur. Şagirdlər iki qrupa bölünür. Bir qrupun şagirdləri digər qrupa iki nöqtənin koordinatlarını təqdim edir: (3; 2) və (–1; 4). Həmin qrupun iki şagirdi bu nöqtələri döşəmədəki koordinat sistemində canlandırır və iplə tarım şəkilməmiş düz xətti təsvir edirlər. Növbəti mərhələdə ikinci qrup birinci qrupa iki nöqtənin koordinatlarını təqdim edir və oyun belə davam etdirilir. Tapşırığı düzgün və tez yerinə yetirən qrup qalib olur.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
İkidəyişənli xətti tənliyi izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
İkidəyişənli xətti tənliyin həllini müəyyən edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
İkidəyişənli xətti tənlik qurmaqla məsələ həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 8.3. Tənliklər sistemi

ALTSTANDARTLAR	7-2.2.3. İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir. 7-2.2.4. Birdəyişənli xətti tənliklər, ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin həllinin mənasını izah edir. - İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edir. - İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini real situasiyalara tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/5504 https://video.edu.az/video/11556 Çalışma: https://www.geogebra.org/m/yjpjntf9 https://www.geogebra.org/m/grj55upc https://www.geogebra.org/m/nwctDjF9

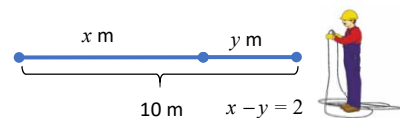
Mövzuya yönəltmə

Müəllim real situasiyalara aid nümunələr təqdim etməklə mövzuya giriş edir. Şagirdlərə iki ədədin cəmi və fərqi məlum olduqda bu ədədlərin necə tapılması, yaxud, məsələn, 1 dəftər və 1 qələm birlikdə 6 manat, 2 dəftər və 1 qələm 8 manat olarsa, dəftərin və qələmin qiymətinin necə tapılması və s. kimi suallar verilir. Müzakirə nəticəsində şagirdlər belə hallarda bir tənliyin qurulmasının yetərli olmadığını anlaşırlar.

Araşdırma-müzakirə

Şəkildə uzunluğu 10 m olan naqilin bölündüyü hissələr təsvir edilir. Bir hissənin digərindən 2 m uzun olması diqqətə çatdırılır. Bu tip məsələlər şagirdlərə aşağı siniflərdən məlumdur. Onlar hissələrdən birini məchul qəbul edərək digər hissənin uzunluğunu onunla ifadə edə və hissələrin cəminə görə bir tənlik qura bilirlər. Lakin müəllim hər hissənin məchul ilə işarə edilməsini təklif edərək onları məsələnin şərtinə uyğun iki tənlik qurmağa istiqamətləndirir.

Şagirdlərin təklifləri dinlənir və uyğun tənliklər yazılır: $x + y = 10$ və $x - y = 2$.



Öyrənmə İkidəyişənli xətti tənliklər sistemi

“Xətti tənliklər sistemi” anlayışı, onun yazılış forması haqqında şagirdlərə məlumat verilir. İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin həllinin $(x; y)$ ədədlər cütü şəklində verilməsi və onun nəyi ifadə etməsi izah olunur. Birdəyişənli tənliklərdə olduğu kimi, tənliklər sistemini də həll etməyin onun həllini tapmaq və ya həllinin olmadığını göstərmək olduğu şagirdlərin nəzərinə çatdırılır. Müəllim nümunələr üzərində verilmiş ədədlər cütünün tənliklər sisteminin həlli olub-olmadığını necə yoxlamağın yolunu izah edir. Şagirdlər ikidəyişənli xətti tənliyin qrafikini qurmağı artıq öyrəniblər. Verilmiş sistemdəki tənliklərin qrafiklərini qurmaqla bu sistemin həllinin varlığı və həllinin olmaması qrafik üzərində göstərilir. Düz xətlərin kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarının tənliklər sisteminin həlli olduğu diqqətə çatdırılır. Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə faydalı olar:

<https://www.geogebra.org/m/cay7jjca>

Çalışma

2. Verilmiş ədəd cütlərindən tənliklər sisteminin həlli olan cüt müəyyən edilir. Şagirdlər hər üç ədədlər cütünü tənliklər sistemində dəyişənlərin yerinə yazmaqla alınan bərabərliklərə görə fikir bildirirlər.

c) $(-9; 8) \rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 + 8 = -1 \\ \frac{-9}{4} + \frac{8}{3} = \frac{5}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} -1 = -1 \\ \frac{5}{12} \neq 1 \end{cases} \quad (-9; 8) \text{ ədədlər cütü verilmiş tənliklər sisteminin həlli deyil, çünki sistemin bərabərliklərindən biri doğru deyil.}$

$(9; -8) \rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + (-8) = 1 \\ \frac{9}{4} + \frac{-8}{3} = \frac{-5}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = 1 \\ \frac{-5}{12} \neq 1 \end{cases} \quad (9; -8) \text{ ədədlər cütü verilmiş tənliklər sisteminin həlli deyil, çünki sistemin bərabərliklərindən biri doğru deyil.}$

$(-8; 9) \rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 + 9 = 1 \\ \frac{-8}{4} + \frac{9}{3} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = 1 \\ 1 = 1 \end{cases} \quad (-8; 9) \text{ ədədlər cütü verilmiş tənliklər sisteminin həllidir, çünki hər iki bərabərlik ödənilir.}$

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər ədədlər cütünün verilmiş tənliklər sistemindəki tənliklərdən birini ödədiyini yoxlayır, digərini yoxlamadan, yaxud onu ödəməsə də, bu ədədlər cütünün sistemin həlli olduğunu zənn edirlər. Ədədlər cütünün tənliklər sistemindəki hər bir tənliyi ödəməsinin vacib olması şagirdlərin diqqətinə çatdırılmalıdır.

$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$ $(-1; 3)$ ədədlər cütü verilən tənliklər sisteminin həllidirmi?

Yanlış $(-1; 3)$ ədədlər cütü $x + 2y = 5$ tənliyinin həlli olduğundan tənliklər sisteminin həllidir.

Doğru $(-1; 3)$ ədədlər cütü $x + 2y = 5$ tənliyinin həllidir, lakin $x - y = -1$ tənliyinin həlli olmadığından tənliklər sisteminin həlli deyil.

3. Bu tapşırıqda şagirdlər boş xanalara elə ədəd yazırlar ki, verilən ədədlər cütü tənliklər sisteminin həlli olsun. Bunun üçün x və y dəyişənlərinin qiyməti tənlikdə yerinə yazılır və tələb olunan ədəd müəyyən edilir.

c) $(6; 0)$ ədədlər cütü $\begin{cases} y + 2x = \square \\ y = \square - 3x \end{cases}$ tənliklər sistemində nəzərə alınır.

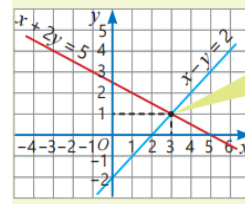
$\begin{cases} 0 + 2 \cdot 6 = \boxed{12} \\ 0 = \boxed{18} - 3 \cdot 6 \end{cases}$ Beləliklə, birinci tənlikdəki boş xanaya 12, ikinci tənlikdəki boş xanaya 18 yazılır.

4. Şagirdlər qrafiklərin üzərindəki tənliklərə əsasən tənliklər sistemini yazırlar. Düz xətlərin kəsişmə nöqtəsi düzbucaqlı koordinat sistemindən müəyyən edilir. Alınan ədədlər cütünü tənliklər sistemində dəyişənlərin yerinə yazmaqla doğru bərabərliklərin alınmasına əsasən cavabın doğruluğu yoxlanılır.

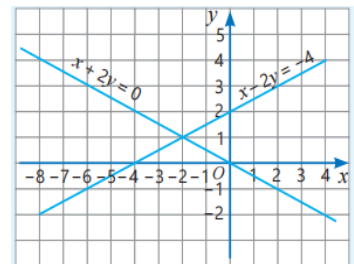
b) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$ Bu düz xətlərin kəsişmə nöqtəsi $(-2; 1)$ -dir. Tənliklər sistemində $x = -2$ və $y = 1$ yazdıqda doğru bərabərliklər alınır:

$\begin{cases} -2 + 2 \cdot 1 = 0 \\ -2 - 2 \cdot 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ -4 = -4 \end{cases}$

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək faydalı olar: <https://www.geogebra.org/m/grj55upc>



$(3; 1)$ nöqtəsi düz xətlərin kəsişmə nöqtəsidir.



6. Verilən tənliklərin qrafikini qurmadan onların absis və ya ordinat oxu üzərində hansı nöqtədə kəsişdikləri müəyyən edilir.

a) Düz xətlər absis oxu üzərində kəsişirsə, hər üç tənlikdə $y = 0$ yazılır və x koordinatı tapılır.

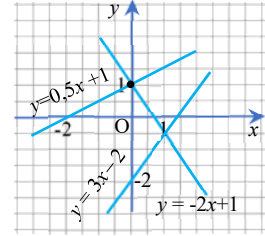
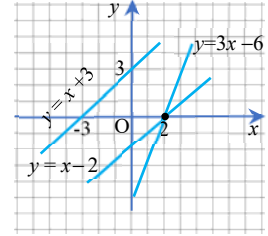
$$\begin{array}{lll} y = 3x - 6 & y = x - 2 & y = x + 3 \\ 3x - 6 = 0 & x - 2 = 0 & x + 3 = 0 \\ x = 2 & x = 2 & x = -3 \end{array}$$

Beləliklə, $y = 3x - 6$ və $y = x - 2$ düz xətləri Ox oxu üzərində $(2; 0)$ nöqtəsində kəsişir.

a) Düz xətlər ordinat oxu üzərində kəsişirsə, hər üç tənlikdə $x = 0$ yazılır və y tapılır.

$$\begin{array}{lll} y = -2x + 1 & y = 3x - 2 & y = 0,5x + 1 \\ y = -2 \cdot 0 + 1 & y = 3 \cdot 0 - 2 & y = 0,5 \cdot 0 + 1 \\ y = 1 & y = -2 & y = 1 \end{array}$$

Beləliklə, $y = -2x + 1$ və $y = 0,5x + 1$ düz xətləri Oy oxu üzərində $(0; 1)$ nöqtəsində kəsişir.

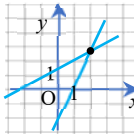


Yadda saxla!

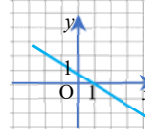
İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin yeganə həllinin olması, sonsuz sayda həllinin olması, yaxud həllinin olmadığı halları sistemdəki tənliklərin qrafiklərinin qarşılıqlı vəziyyətlərinə əsasən müəyyən edilə bilər:

- ✓ Düz xətlərin bucaq əmsalları fərqlidirsə, onlar kəsişir, yəni tənliklər sisteminin yeganə həlli olur;
- ✓ Düz xətlərin bucaq əmsalları və Oy oxu ilə kəsişmə nöqtələri eynidirsə, bu düz xətlər üst-üstə düşür, yəni tənliklər sisteminin sonsuz sayda həlli olur;
- ✓ Düz xətlərin bucaq əmsalları eyni, Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələri fərqlidirsə, bu düz xətlər paraleldir, yəni tənliklər sisteminin həlli yoxdur.

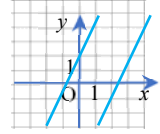
Bir həlli var.



Sonsuz sayda həlli var.



Həlli yoxdur.



Hər üç hal nümunələrlə əsaslandırılır.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar:

<https://video.edu.az/video/5660>

<https://video.edu.az/video/5769>

<https://www.geogebra.org/m/zbtzpv2>

8. Tapşırıqda verilmiş fikirlər şagirdlər tərəfindən müzakirə edilərək əsaslandırılır. Araşdırma zamanı fikirlərə uyğun nümunələr göstərilməsi məqsədəuyğundur.

a) Absis oxunu eyni nöqtədə kəsən düz xətlərə uyğun tənliklər sisteminin həllinin olmaması fikri doğru deyil, çünki düz xətlər bir nöqtədə kəsişirsə, sistemin yeganə həlli vardır. **Fikir doğru deyil.**

b) Bucaq əmsalları eyni olan düz xətlər paraleldir, deməli uyğun tənliklər sisteminin yeganə həlli var fikri yanlışdır, belə tənliklər sisteminin həlli yoxdur. **Fikir doğru deyil.**

c) Ordinat oxunu eyni nöqtədə kəsən və bucaq əmsalları eyni olan düz xətlər üst-üstə düşür, deməli, bu tənliklər sisteminin sonsuz sayda həlli var. **Fikir doğrudur.**

Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə sadə tənliklər sistemi verilir və qrafikin qurulması ilə həllin tapılması tapşırılır.

Məsələn, $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 3 \end{cases}$ tənliklər sisteminin həllini qrafik qurmaqla tapın.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə verilən tapşırıqlarda əsas məqsəd sistemlərin həllərinin sayını, paralel və üst-üstə düşən düz xətləri müəyyən etmək kimi bacarıqların formalaşmasıdır. Məsələn, şagirdlərə belə tapşırıqlar verilir:

- Tənliklər sisteminin həllinin sayını müqayisə et: $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$ və $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 0,5y = 3 \end{cases}$

Bu tənliklərdən hansının həlli yoxdur, hansının sonsuz sayda həlli var?

- Sualları araşdırın: “Tənliklərinin qrafikləri paralel olan sistemin niyə həlli yoxdur?”, “Tənliklərinin qrafikləri üst-üstə düşən sisteminin niyə sonsuz sayda həlli var?” Şagirdlərin fikirləri müzakirə edilir.

Məsələ həlli

9. Şagirdlər məsələnin şərtini təhlil edirlər.

Məsələnin həlli

Şagirdlər üçnəfərlik və dördnəfərlik çadırlarda yerləşən turistlərin, çadırların və bütün turistlərin sayını müzakirə edirlər. Sinfə suallarla müraciət olunur:

– Üçnəfərlik çadırların sayı x , dördnəfərlik çadırların sayı y ilə işarə edilərsə, çadırların ümumi sayına uyğun tənliyi necə yazmaq olar?

– Üçnəfərlik və dördnəfərlik çadırlarda yerləşdirilmiş turistlərin sayı ilə bütün çadırlardakı turistlərin ümumi sayı arasında hansı əlaqə var?

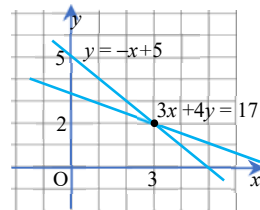
Üçnəfərlik çadırların sayı x , dördnəfərlik çadırların sayı y olarsa, bütün çadırların sayı üçün ikidəyişənli tənlik yazılır: $x + y = 5$

Üçnəfərlik çadırlarda yerləşdirilmiş turistlərin sayı $3x$, dördnəfərlik çadırlarda yerləşdirilmiş turistlərin sayı $4y$, ümumi turistlərin sayı 17 nəfər olduğu nəzərə alınarsa, ikinci tənlik yazılır: $3x + 4y = 17$

• Uyğun tənliklər sistemi yazılır: $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$

• $\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -0,75x + 4,25 \end{cases}$ tənliklərin qrafiki qurulur və kəsişmə nöqtəsinin koordinatları müəyyən edilir: (3; 2).

Cavab. Üçnəfərlik çadırların sayı 3-dür.



10. Məsələnin şərtinə əsasən velosiped icarəsi ilə məşğul olan şirkət A və B təklifləri ilə ödəmə tələb edir.

Məsələnin həlli

Müəllim şagirdlərə hər təklif üzrə ödəniləcək məbləğlə bağlı suallar verir:

– A təklifinə görə 1 saat icarəyə görə ödənilən məbləğ neçə manatdır?

B təklifinə görə hansı ödəmə şərti qoyulub?

Şagirdlərin cavabları dinlənir. Verilmiş qrafik araşdırılır.

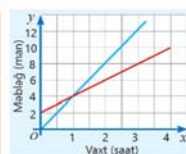
• 2 saat velosiped sürmək üçün A təklifinə görə 8 manat, B təklifinə görə 6 manat ödəniş edilir.

• Hansı qrafikin hansı təklifi təsvir etdiyi müəyyən edilir: mavi rəngli qrafik A təklifini, qırmızı rəngli qrafik B təklifini təsvir edir.

• Uyğun tənliklər sistemi yazılır: $\begin{cases} y = 4x \\ y = 2x + 2 \end{cases}$

• Qrafiklər (1; 4) nöqtəsində kəsişir. Yəni hər iki təklifə görə 1 saat velosiped sürmək üçün 4 manat ödənilir.

• Qrafiklərdən görünür ki, 1 saatdan çox velosiped sürmək üçün B təklifi daha əlverişlidir, çünki bu halda ödənən məbləğlər digər təklifə görə ödənən məbləğlərdən azdır.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
"Tənliklər sistemi" anlayışını izah edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Məsələnin şərtinə uyğun ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edir və qrafik qurmaqla onu həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

Şagirdlər bölmənin əvvəlki mövzularında "birdəyişənli xətti tənlik", "ikidəyişənli xətti tənlik", "tənliklər sistemi", "tənliklər sisteminin qrafik üsulla həlli" anlayışları ilə tanış oldular, onlara aid müxtəlif tapşırıqlar yerinə yetirdilər. Bu mövzuda əldə olunan bilik və bacarıqların möhkəmləndirilməsi məqsədilə növbəti məsələ və misallar şagirdlərlə birlikdə araşdırılaraq həll edilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə edilməsi məqsəduyğun olar.

<https://www.geogebra.org/m/PQCUvc3M>

Tapşırıqların həlli

1. Verilmiş tənliklər şagirdlər tərəfindən həll üsulları izah edilməklə sərbəst həll edilir.

$$a) 1\frac{1}{2}x = -3 + 3,5x$$

$$3,5x - 1\frac{1}{2}x = 3 \text{ Məchullar bərabərliyin bir tərəfinə keçirilir.}$$

$$2x = 3$$

$$x = 1,5$$

$$1\frac{1}{2} \cdot 1,5 = -3 + 3,5 \cdot 1,5$$

$$2,25 = 2,25$$

Oxşar hədlər islah edilir.

Cavab tapılır.

Cavab yoxlanılır.

$$d) -\frac{1}{4}a + \frac{5}{8} = -2$$

$$2a + 5 = 16$$

$$2a = 11$$

$$a = 5,5$$

$$-\frac{1}{4} \cdot 5,5 + \frac{5}{8} = -2$$

$$-2 = -2$$

Hər tərəf (-8) -ə vurulur.

Hər tərəf 2-yə bölünür.

Cavab tapılır.

Cavab yoxlanılır.

3. Verilən ədədlər cütü tənlikdə yerinə yazılır və a -nın qiyməti tapılır.

$$c) (4; -5) \text{ ədədlər cütü } \frac{x}{2} - \frac{ay}{5} = ax + y \text{ tənliyində nəzərə alınır: } \frac{4}{2} - \frac{a \cdot (-5)}{5} = a \cdot 4 + (-5) \rightarrow a = 2\frac{1}{3}.$$

4. Verilmiş ikidəyişənli xətti tənliyin eyni ədədlərdən ibarət həllini tapmaq tələb olunur. Bu halda tənlikdə $x = y$ olması nəzərə alınır. Yəni tənlikdə x -in əvəzinə y , yaxud y -in əvəzinə x yazılır.

$$b) 7x - 3y = -4$$

$$7x - 3x = -4$$

$$x = -1 \text{ və } y = -1$$

Cavab. $(-1; -1)$.

$$d) x + 5y + 2 = 8$$

$$x + 5y + 2 = 8$$

$$y = 1 \text{ və } x = 1$$

Cavab. $(1; 1)$.

8. $y = kx + b$ şəklində verilmiş tənliklərdə bucaq əmsallarının və sərbəst hədlərin aldığı qiymətlərə əsasən tənliklər sisteminin həllərinin sayı haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənilir. $y = kx + b$ şəklində verilməyən tənliklər bu şəkllə gətirilir.

$$c) \begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -0,75x + 0,251 \\ y = -0,5x + 1 \end{cases} \text{ Tənliklərdən göründüyü kimi, düz xətlərin bucaq əmsalları fərqlidir.}$$

Deməli, bu düz xətlər kəsişir və verilən tənliklər sisteminin yeganə həlli var. Qrafik qurmaqla cavabın doğruluğu əsaslandırılabilir.

Müəllimin nəzərinə! $ax + by = c$ şəklində verilən tənlikləri $y = kx + b$ şəklinə gətirmədən də həllərin sayı haqqında fikir bildirmək mümkündür. Bunun üçün sistemdəki hər iki tənliyin uyğun əmsallarının nisbəti tapılır.

✓ Əgər x -in əmsallarının nisbəti ilə y -in əmsallarının nisbəti fərqlidirsə, düz xətlər kəsişir, tənliklər sisteminin yeganə həlli var.

✓ Əgər x -in əmsallarının nisbəti ilə y -in əmsallarının nisbəti eynidirsə, düz xətlər paraleldir, uyğun tənliklər sisteminin həlli yoxdur.

✓ Əgər x -in əmsallarının nisbəti ilə y -in əmsallarının və sərbəst hədlərin nisbəti eynidirsə, düz xətlər kəsişir, uyğun tənliklər sisteminin sonsuz sayda həlli var.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \text{ Bu tənlikdə } x \text{ dəyişəninin uyğun əmsalları nisbəti } \frac{3}{1} = 3, y \text{ dəyişəninin uyğun əmsalları nisbəti } \frac{4}{2} =$$

2, $3 \neq 2$ olduğu üçün düz xətlər kəsişir və deməli, tənliklər sisteminin yeganə həlli var.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətlərdən istifadə edilməsi məqsədəuyğun olar.

<https://www.geogebra.org/m/zbtzpv2>

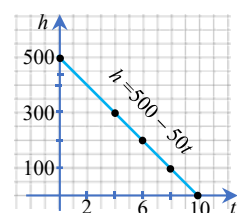
9. Məsələnin şərti təhlil edilir. Müəyyən hündürlüyə qalxan hava şarı oradan 50 m/dəq sürətlə aşağı enir.

• Hava şarı 2 dəqiqəyə 100 m aşağı endikdən sonra yerdən 400 m məsafədə olursa, deməli, hava şarı əvvəl 500 m hündürlüyə qalxmışdı.

• Hava şarının enməyə başladığı andan etibarən yerdən olan hündürlüyünün (h) zamandan (t) asılılığını ifadə edən tənlik $h = 500 - 50t$ şəklində olar. Bu tənliyin qrafiki qurulur. Qrafiki qurarkən absis oxu üzərində vahid parça 1, ordinat oxu üzərində vahid parça 100 qəbul edilə bilər.

• $t = 4$ dəqiqə olduqda şar yerdən $h = 500 - 50 \cdot 4 = 300$ (m) hündürlükdə olar.

• Hava şarı yerə çatdıqda $h = 0$ olduğu üçün $500 - 50t = 0$ tənliyi həll edilir: $t = 10$ dəqiqə.

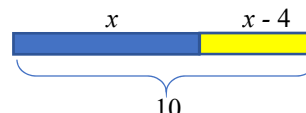


MÖVZU 8.4. Xətti tənliklər sisteminin əvəzetmə və toplama üsulları ilə həlli

ALTSTANDARTLAR	7-2.2.3. İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir. 7-2.2.4. Birdəyişənli xətti tənliklər, ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edir. • İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini toplama üsulu ilə həll edir. • İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini real situasiyalara tətbiq edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/5529 https://video.edu.az/video/9505 Çalışma: https://www.geogebra.org/m/rveckrec https://www.geogebra.org/m/bud6yvtb https://www.geogebra.org/m/TDY3TNg5

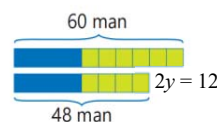
Mövzuya yönəltmə

Müəllim əvvəlki mövzuda öyrənilən biliklərə istinad edərək real situasiya və ya hazır tənliklər sistemi üzərindən şagirdlərə sualla müraciət edir. Məsələn: “Hansı iki ədədin cəmi 10, fərqi 4-ə bərabərdir?” Şagirdlər suala uyğun model quraraq müzakirə edirlər. Şərtləri ödəyən natural ədədlər müəyyən edilir.



Araşdırma-müzakirə

Araşdırmada verilən situasiya şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Şərtə təklif olunan iki hal üçün tənliklər tərtib edilir. Bir akvariumun qiyməti x manat, bir neon balığının qiyməti y manat qəbul olunur. Bir akvarium və 4 neon balığına birlikdə 48 manat, bir akvarium və 6 neon balığına 60 manat ödənilirdiyi nəzərə alınır, tənliklər tərtib edilir. $x + 4y = 48$ və $x + 6y = 60$. Müəllim zəruri hallarda müəyyən istiqamət verə bilər.



Şagirdlər şəkildə verilən modelə əsasən 1 neon balığının qiymətinin $(60 - 48) : 2 = 6$ manat olduğunu və buradan da akvariumun qiymətini (24 manat) müəyyən edə bilərlər.

Öyrənmə Tənliklər sisteminin əvəzetmə üsulu ilə həlli

İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin əvəzetmə üsulu ilə həlli qaydası şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Bir dəyişənin digəri ilə ifadə edilməsi, bu ifadənin digər tənlikdə yerinə yazılması və alınan birdəyişənli xətti tənliyin həll edilərək məchulların tapılması mərhələlərlə izah edilir. Nümunə üzərində bu həll üsulu və həllin yoxlanılması zamanı icra olunan addımlar şagirdlərlə birlikdə müzakirə olunur.

Mövzunun izahında interaktiv fəaliyyətdən istifadə faydalı olar: <https://www.geogebra.org/m/TDY3TNg5>



Fikirləş

Öyrənmədə verilən nümunədə y dəyişəni x ilə ifadə olunmuşdur. Şagirdlər həmin nümunədəki tənliklər sistemini x dəyişənini y ilə ifadə etməklə həll edirlər.

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3y - x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 0,5y \\ 3y - (2 - 0,5y) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 0,5y \\ 3y - 2 + 0,5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 0,5 \cdot 2 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Hansı tənlikdə əvəzetmənin aparılmasının daha əlverişli olması müzakirə edilir. Əmsalı bir olan dəyişənin digəri ilə ifadə olunmasının daha məqsədəuyğun olması diqqətə çatdırılır. Hansı dəyişənin digəri ilə ifadə edilməsindən asılı olmayaraq nəticənin eyni alınması vurğulanır.

1. Tənliklər sistemi əvəzetmə üsulu ilə həll edilir. Hansı dəyişənin digəri ilə ifadə edilməsinin daha əlverişli olması müəyyən edilir. Cavablar ədədlər cütü şəklində verilir və yoxlanılır.

$$d) \begin{cases} a - b = -1 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - (-3a) = -1 \\ b = -3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,25 \\ b = 0,75 \end{cases}$$

$$\text{Cavabın doğruluğunun yoxlanılması: } \begin{cases} (-0,25) - 0,75 = -1 \\ 3(-0,25) + 0,75 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = -1 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Cavab. $(-0,25; 0,75)$.

2. Verilmiş sistemin tənliklərində kəsr və ya mötərizə daxilində ifadələr varsa, əvvəl tənliklərin sadələşdirilməsi məqsədəuyğundur. Həmçinin əvəz olunan ifadəni digər tənlikdə dəyişənin yerinə yazarkən mötərizədə göstərilməsi diqqətə çatdırılmalıdır.

1. Birinci tənliyin hər tərəfi 2-yə vurularaq sadələşdirilir. İkinci tənlikdə x dəyişəni y ilə ifadə olunur. d) $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 5 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 10 \\ x = 2y + 6 \end{cases}$	2. Birinci tənlikdə x dəyişəninə əvəzinə uyğun ifadə yazılır. $\begin{cases} (2y + 6) + 2y = 10 \\ x = 2y + 6 \end{cases}$	3. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $2y + 6 + 2y = 10$ $y = 1$ 4. Alınan ədəd $x = 2y + 6$ tənliyində nəzərə alınaraq x tapılır. $x = 2 \cdot 1 + 6 = 8$.
--	--	--

Deməli, (8; 1) cütü tənliklər sisteminin həllidir. Tənliklər sisteminin həllini yerinə yazmaqla cavabı yoxlamaq olar.

$$\begin{cases} \frac{8}{2} + 1 = 5 \\ 8 - 2 \cdot 1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 5 \\ 6 = 6 \end{cases} \quad \text{Cavab. (8; 1).}$$

Müəllimin nəzərinə! Verilmiş tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll etdikdə şagirdlər əvəzetmənin həmişə birinci tənlikdə aparıldığını zənn edirlər. Şagird hansı tənlikdə əvəzetmənin daha rahat və əlverişli olduğunu diqqətdə saxlayarsa, öyrənmə daha səmərəli olar. Nümunə göstərərək hansı həll üsulunun əlverişli olduğunu şagirdlərlə müzakirə etmək tövsiyə olunur.

$\begin{cases} 3x + 7y = 3 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ Verilmiş tənliklər sisteminə hansı dəyişənin digəri ilə ifadə edilməsi daha əlverişlidir?

I tənlikdə $x = \frac{3-7y}{3}$ və ya $y = \frac{3-3x}{7}$ kimi ifadə olunur. Bu ifadələr II tənlikdə nəzərə alınarsa, $\frac{3-7y}{3} - 2y = 2$ və ya $x - \frac{3-3x}{7} = 2$ olar.

II tənlikdə $x = 1 + 2y$ və ya $y = 0,5x - 1$ kimi ifadə olunur. Bu ifadələr I tənlikdə nəzərə alınarsa, $3(1 + 2y) - 2y = 2$ və ya $x - 2(0,5x - 1) = 2$ olar. Göründüyü kimi, II tənlikdəki əvəzetmədə alınan ifadələr I tənlikdə alınan ifadələrə nisbətən daha sadədir.

3. Sistemin tənlikləri sadələşdirildikdən sonra uyğun əvəzetmə aparılır.

1. Hər iki tənlikdə mötərizələr açılaraq sadələşdirilir. İkinci tənlikdə b dəyişəni a ilə ifadə olunur. c) $\begin{cases} 5(4a + 7) - 2b = 1 \\ 1 - 2(a + 2b) = 4a - 3b \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 20a - 2b = -34 \\ 6a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 10a - b = -17 \\ b = 1 - 6a \end{cases}$	2. Birinci tənlikdə b dəyişəninə əvəzinə uyğun ifadə yazılır. $\begin{cases} 10a - (1 - 6a) = -17 \\ b = 1 - 6a \end{cases}$ 3. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $10a - 1 + 6a = -17$ $a = -\frac{16}{16} = -1$	4. Alınan ədəd $b = 1 - 6a$ tənliyində nəzərə alınaraq b tapılır: $b = 1 + 6 = 7$. Alınan ədədlər hər iki tənlikdə yerinə yazılaraq cavabın doğruluğu yoxlanılır.
--	--	--

Cavab. (-1; 7).

4. Tənliklərin qrafiklərini qurmadan kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapmaq üçün verilmiş tənliklər sistem şəklində yazılır və alınan tənliklər sistemi həll edilir.

1. Birinci tənlikdə y dəyişəni x ilə ifadə olunur. c) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$	2. İkinci tənlikdə y dəyişəninə əvəzinə uyğun ifadə yazılır. $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 3 \cdot (2x - 1) = 4 \end{cases}$	3. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $x + 6x - 3 = 4$ $x = 1$	4. Alınan ədəd $y = 2x - 1$ tənliyində nəzərə alınaraq y tapılır. $y = 2 \cdot 1 - 1 = 1$.
--	---	---	---

Alınan ədədlər hər iki tənlikdə yerinə yazılaraq cavabın doğruluğu yoxlanılır.

Cavab. (1; 1).

Müəllimin nəzərinə! Tənliklər sistemini hər iki üsul ilə həll edərək həll üsullarını müzakirə etmək olar. Əvəzetmə üsulu ilə tənliklər sisteminin həllini tapmaq qrafik üsula nisbətən daha rahat olsa da, qrafik üsulunda özünəməxsus üstünlükləri var. Şagirdlər tənliklər sistemini qrafik üsulla həll etdikdə, əslində, tənliklər sisteminin həndəsi təsvirini anlamış olurlar.

Öyrənmə Xətti tənliklər sisteminin toplama üsulu ilə həlli

İkidəyişənli xətti tənliklər sisteminin toplama üsulu ilə həlli qaydası şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Bunun üçün sistemin tənliklərində dəyişənlərin əmsalları nəzərdən keçirilir. Əmsalları əks ədədlər olan eyni dəyişənlərə baxılır. Əks ədədlərin cəminin sıfıra bərabər olması yada salınır. Tənliklərin tərəf-tərəfə toplanması və birdəyişənli xətti tənliyin alınması şagirdlərlə araşdırılır. Tənliklər sisteminə eyni dəyişənlərin əmsalları əks ədədlər olmadıqda

tənliyin (və ya tənliklərin) hər iki tərəfinin sıfırdan fərqli ədədə vurulması və dəyişənlərindən birinin əmsallarının əks ədədlərə çevrilməsi şagirdlərə nümunə üzərində öyrədilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar: <https://video.edu.az/video/5753>
<https://video.edu.az/video/1309> <https://video.edu.az/video/6001> <https://video.edu.az/video/9712>



Fikirləş

Öyrənmədə verilən nümunədəki tənliklər sistemində şagirdlər x -ə nəzərən birdəyişənli xətti tənlik almaqla sistemi həll etmişdilər. Burada isə y -ə nəzərən birdəyişənli xətti tənlik alınması tələbi qoyulur. Deməli, şagirdlər x dəyişəninə əmsallarını əks ədədlərə çevirməlidirlər. Bu halda birinci tənliyin hər iki tərəfi (-2) -yə vurulur. Şagirdlər x -in əmsallarını əks ədədlərə çevirib tənlikləri tərəf-tərəfə toplamaqla y -ə nəzərən birdəyişənli xətti tənlik alırlar.

1. x -in əmsallarının əks ədədlər olması üçün birinci tənliyin hər tərəfi (-2) -yə vurulur. c) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 6y = -2 \\ 2x + y = 2 \end{cases} +$	2. Tənliklər tərəf-tərəfə toplanır. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $(-2x + 6y) + (2x + y) = -2 + 2$ $7y = 0$ $y = 0$	3. Sistemdəki tənliklərdən birində $y = 0$ yazmaqla x -in qiyməti tapılır. $x + 3 \cdot 0 = 1$ $x = 1$
--	--	--

Cavab. (1; 0).

6. Verilmiş tənliklər sistemini həll edərkən hər iki tənliyin tərəflərini hər hansı bir ədədə vurmaq lazım gəlir. Şagirdlər belə tənliklərdə eyni dəyişənin əmsallarını əks ədədlərə gətirməyi diqqətdə saxlamalıdırlar.

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 3x - 2y = 11 \end{cases}$ Gördüyü kimi, x -in əmsalları 2 və 3 ədədləridir. Onların ƏKOB-u 6-dır. Tənliklərdən birincisi 3-ə, digəri isə (-2) -yə vurularsa, x -in əmsalları əks ədədlər olar.

1. Birinci tənlik 3-ə, ikinci tənlik (-2) -yə vurulur. $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 3x - 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 12 \\ -6x + 4y = -22 \end{cases} +$	2. Tənliklər tərəf-tərəfə toplanır. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $(6x - 9y) + (-6x + 4y) = 12 + (-22)$ $-5y = -10$ $y = 2$	3. Sistemdəki tənliklərdən birində $y = 2$ yazmaqla x -in qiyməti tapılır. $2x - 3 \cdot 2 = 4$ $x = 5$
--	--	---

Alınan ədədlər hər iki tənlikdə yerinə yazılaraq cavabın doğruluğu yoxlanılır.

$$\begin{cases} 2 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = 4 \\ 3 \cdot 5 - 2 \cdot 2 = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 4 \\ 11 = 11 \end{cases}$$

Cavab. (5; 2).

Müəllimin nəzərinə! Tənliklər sistemində eyni dəyişənin əmsallarını əks ədədlərə çevirmək və alınan tənlikləri tərəf-tərəfə toplamaq mümkündür. Bu zaman həmin dəyişənin əmsalları bu ədədlərin ən kiçik ortaq bölünəninə gətirilir və onların əks işarəli olması diqqətdə saxlanılır. Məsələn, 6-cı tapşırığın e) bəndində verilən tənliklər sistemində a dəyişəninə əmsalları -3 və 5 -dir. Bu halda a dəyişəninə əmsalları ƏKOB(3; 5) = 15-ə gətirilir, birinci tənlikdə a -nın əmsalı -15 , ikinci tənlikdə isə 15 alınır. Tənliklər sisteminin tərəf-tərəfə toplama üsulu ilə həllində ikinci dəyişəni taparkən birinci dəyişənin qiymətini sistemin tənliklərindən birində yazmaq kifayətdir. Lakin cavabın daha asan tapılması üçün hansı tənliyin seçilməsinin məqsədəuyğun olduğunun vurğulanması tövsiyə olunur.

1. Birinci tənlik 5-ə, ikinci tənlik 3-ə vurulur. e) $\begin{cases} 7b - 3a = -4,2 \\ 5a + 2b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 35b - 15a = -21 \\ 15a + 6b = 21 \end{cases} +$	2. Tənliklər tərəf-tərəfə toplanır. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $(35b - 15a) + (15a + 6b) = -21 + 21$ $b = 0$	3. Sistemdəki tənliklərdən birində $b = 0$ yazmaqla a -nın qiyməti tapılır. $5a + 2 \cdot 0 = 7$ $a = 1,4$
--	---	--

Alınan ədədlər hər iki tənlikdə yerinə yazılaraq cavabın doğruluğu yoxlanılır.

$$\begin{cases} 7 \cdot 0 - 3 \cdot 1,4 = -4,2 \\ 5 \cdot 1,4 - 2 \cdot 0 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4,2 = -4,2 \\ 7 = 7 \end{cases}$$

Cavab. (1,4; 0).

9. Verilmiş sistemin tənlikləri əvvəlcə məxrəcdən azad edilərək sadələşdirilir. Bunun üçün tənliyin hər iki tərəfi eyni ədədə vurulur ki, əmsallar tam ədədə çevrilsin. Sistemin tənliklərinin hər tərəfinin burada verilən kəsrlərin məxrəclərindəki ədədlərin ƏKOB-na vurulması müəyyən olunur.

1. Tənliklərin hər tərəfi 12-yə vurulur. a) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 12 \\ 4x + 3y = 36 \end{cases} +$	2. Tənliklər tərəf-tərəfə toplanır. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $(4x - 3y) + (4x + 3y) = 12 + 36$ $x = 6$	3. Sistemdəki tənliklərdən birində $x = 6$ yazmaqla y-in qiyməti tapılır. $4 \cdot 6 + 3y = 36$ $y = 4$
--	--	--

Alınan ədədlər hər iki tənlikdə yerinə yazılaraq cavabın doğruluğu yoxlanılır.

$$\begin{cases} \frac{6}{3} - \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{6}{3} + \frac{4}{4} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ 3 = 3 \end{cases}$$

Cavab. (6; 4).

e) Sistemin tənliklərindən birinin məxrəcləri 5 və 4, digərinin məxrəcləri isə 2 və 3-dür. Deməli, birinci tənliyin hər tərəfi ƏKOB(5; 4) = 20-yə, ikinci tənliyin hər tərəfi isə ƏKOB(2; 3) = 6-yə vurulur.

1. Birinci tənliyin hər tərəfi 20-yə, ikinci tənliyin hər tərəfi 6-yə vurulur. Alınan tənliklərdə y-in əmsallarının əks ədədlərə çevrilməsi üçün birinci tənlik 2-yə, ikinci tənlik 5-ə vurulur. $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 5y = 100 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 10y = 200 \\ 15x - 10y = 30 \end{cases} +$	2. Tənliklər tərəf-tərəfə toplanır. Alınan birdəyişənli tənlik həll edilir. $(8x + 10y) + (15x - 10y) = 200 + 30$ $23x = 230$ $x = 10$	3. Sistemdəki tənliklərdən birində $x = 10$ yazmaqla y-in qiyməti tapılır. $3 \cdot 10 - 2y = 6 \Rightarrow y = 12$
---	---	--

Alınan ədədlər hər iki tənlikdə yerinə yazılaraq cavabın doğruluğu yoxlanılır.

$$\begin{cases} \frac{10}{5} + \frac{12}{4} = 5 \\ \frac{10}{2} - \frac{12}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = 5 \\ 1 = 1 \end{cases}$$

Cavab. (10; 12).

10. Verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin tənliyindən istifadə edərək tənliklər sistemi yazılır və həll edilir.

d) $\begin{cases} -2k + b = 2 \\ k + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow$ Beləliklə, düz xəttin tənliyi $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ olar.

12. Bu tapşırıqda əvvəlcə verilmiş tənliklərə görə sistem yazılır və həll edilir. Dəyişənlərin tapılan qiymətlərini $ax + y = 17$ tənliyində yerinə yazmaqla a -nın qiyməti müəyyən edilir.

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 2y = -8 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad ax + y = 17 \rightarrow 3a + 2 = 17 \rightarrow a = 5.$$

Cavab. $a = 5$.

Məsələ həlli

13. Məsələnin şərti şagirdlərlə müzakirə edilir. Şərtə uyğun tənliklər sistemi yazılır və həll edilir.

Məsələnin həlli

Müəllim şagirdlərə velosipedçinin enişdə və yoxuşda sürəti barədə suallar verir:

1) Velosipedçinin enişdəki sürəti nə qədərdir? Bəs yoxuşda hansı sürətlə hərəkət edib? Sürətlər nə üçün fərqli olub?

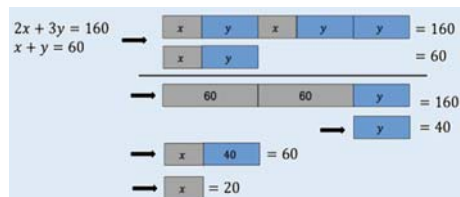
2) Velosipedçi cəmi neçə kilometr yol gedib? Bu məsafəyə nə qədər vaxt sərf edib?

Şagirdlərin cavabları dinlənir. Gedilən yol, zaman və sürət haqqında şagirdlərin öyrəndikləri yada salınır.

Məsələnin həllinə uyğun model qurmaq olar. Bu zaman şagirdlər həlli vizual olaraq görür və şərti daha yaxşı anlaşırlar.

Velosipedçinin yoxuşdakı hərəkətə sərf etdiyi vaxt x dəqiqə, enişdəki hərəkətə sərf etdiyi vaxt y dəqiqə ilə işarə edilir. Bu halda tənliklər sisteminin birinci tənliyi $x + y = 60$ olar.

Velosipedçinin yoxuşla getdiyi yolun uzunluğu $200x$, enişlə getdiyi yolun uzunluğu $300y$ -dir. Onda tənliklər sisteminin ikinci tənliyi $200x + 300y = 16000$ olar. Buradan $2x + 3y = 160$ yazmaq olar.



Uyğun tənliklər sistemi yazılır: $\begin{cases} 2x + 3y = 160 \\ x + y = 60 \end{cases}$

Tənliklər sisteminin həlli (20; 40) olur. Velosipedçi yoxuşdakı hərəkətə 20 dəqiqə, enişdəki hərəkətə 40 dəqiqə vaxt sərf edib.

Cavab. 20 dəqiqə, 40 dəqiqə.

Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə bir neçə tənliklər sistemi təqdim edilir. Həll etməmişdən əvvəl hansı üsulu tətbiq etməyin əlverişli olduğu soruşulur. Şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

a) $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x - 4y = -3 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə tənliklər sistemi təqdim edilir: $\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

Müəllim şagirdlərə suallarla müraciət edir: “Bu sistemin neçə həlli var?”, “Tənliklər sistemi hər üç üsul ilə həll edilərsə, nəticələr necə alınar?”, “Tənliklər arasında hansı əlaqə var?” Cavablar müzakirə edilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə praktik iş aparmaq və ya oyun xarakterli tapşırıqlar vermək məqsədilə bu linklərdən istifadə etmək olar: <https://www.geogebra.org/m/xfwkxsfa>
<https://mathbitsnotebook.com/JuniorMath/Equations/EQSystemsPractice.html>

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Tənliklər sistemini toplama üsulu ilə həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Məsələnin şərtinə uyğun ikidəyişənli xətti tənliklər sistemini tərtib edir və müxtəlif üsullarla onu həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 8.5. Tənliklər sisteminin köməyi ilə məsələ həlli

ALTSTANDARTLAR	7-2.2.3. İkidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir. 7-2.2.4. Birdəyişənli xətti tənliklər, ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Məsələnin şərtinə uyğun ikidəyişənli xətti tənliklər sistemini tərtib edir. - Məsələnin şərtinə uyğun ikidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir. - Məsələnin şərtinə uyğun tərtib edilmiş xətti tənliklər sisteminin həllinin doğruluğunu yoxlayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/5719 Çalışma: https://video.edu.az/video/10320 https://video.edu.az/video/5108

Mövzuya yönəltmə

Müəllim şagirdlərə müxtəlif real situasiyalara uyğun məsələlər təqdim edir. “Həyətdəki toyuqların və dovşanların sayı 12-dir. Onların ayaqlarının sayı isə 32-dir. Həyətdə neçə toyuq və dovşan var?” Məsələnin şərti təhlil edilir, həll mərhələləri barədə şagirdlərlə müzakirələr aparılır. Məsələdə verilənlərin, tələb olunanların müəyyən edilməsi, həllin planının qurulması haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

Araşdırma-müzakirə

Araşdırmada verilən situasiya şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Şərt təhlil edilir:

Böyükklər üçün bilet 7 manat, uşaqlar üçün bilet 5 manat.

Şərnişin sayı – 6 nəfər.

Ödənilən məbləğ – 34 manat.

• Şagirdlər 6 şərnişininin 1 uşaq və 5 böyük, 2 uşaq və 4 böyük, 3 uşaq və 3 böyük, 4 uşaq və 2 böyük, 5 uşaq və 1 böyük ola biləcəyini söyləyir, hansı halda ödənilən məbləğin 34 manat olduğunu müəyyən edirlər. Məsələnin şərtinin bu hallardan yalnız 2 böyük və 4 uşaq üçün ödəndiyi qeyd edilir. Lakin belə həll üsulunun əlverişli olmadığı diqqətə çatdırılır.

• Məsələni həll etmək üçün şərtə uyğun tənliklər sistemi tərtib etməyin mümkünlüyü diqqətə çatdırılır. Böyükklərin sayını x , uşaqların sayını y ilə işarə etməklə uyğun tənliklər sistemi qurulur və həll edilir.

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 7x + 5y = 34 \end{cases} \rightarrow (2; 4).$$



Öyrənmə Tənliklər sistemi qurmaqla məsələ həlli

Müəllim şagirdlərlə verilmiş məsələ üzərində şərtə uyğun təhlil aparır. Məsələni anla, plan qur, həll et və yoxla mərhələləri ilə verilən izah şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir. “Nəyi tapmaq lazımdır?”, “Nə məlumdur?”, “Məsələni necə həll etmək olar?” sualları araşdırılır, şərtə uyğun qurulan tənliklər sistemi həll edilir və həllin doğruluğu yoxlanılır. Hər mərhələnin şagirdlərlə geniş müzakirə olunması sərbəst məsələ həll etmə bacarıqlarının inkişafı üçün vacibdir.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə etmək olar:

<https://video.edu.az/video/5108>

<https://video.edu.az/video/5754>

<https://video.edu.az/video/5711>



Fikirləş

Öyrənmədə verilən məsələyə uyğun tənliklər sistemi tərəf-tərəf çıxma üsulu ilə icra edilmişdir. Şagirdlər tənliklər sisteminin bu üsulla həllinə əvvəlki mövzunun 7 nömrəli tapşırığında rast gəliblər. Tərəf-tərəf çıxma üsulu tətbiq edilməklə nümunə tənliklər sistemi həll edilir. Sistemin tənliklərində eyni dəyişənin əmsalları bərabər olduqda bu tənlikləri tərəf-tərəf çıxmaqla və ya tənliklərdən birinin hər iki tərəfini (-1) -ə vuraraq alınan tənlikləri tərəf-tərəf toplamaqla icra edilən həll üsulları haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənir. Bundan başqa, əvəzetmə üsulunun da tətbiqinin mümkünlüyü diqqətə çatdırılır.

Çalışma

2. Şagirdlər məsələnin şərtini təhlil edərək verilənləri və tələb olunanları müəyyən edirlər.

Məsələnin həlli

Lalənin fikrində tutduğu ədəd x ilə, Samirin fikrində tutduğu ədəd isə y ilə işarə edilir. Şərtə görə, bu ədədlərin cəmi 12-dir. Şagirdlər tənliklərdən birinin $x + y = 12$ olduğunu müəyyən edirlər. Digər şərtə görə, Lalənin fikrindəki ədədin 3 misli Samirin fikrindəki ədədin 2 mislindən 1 vahid böyükdür. Deməli, ikinci tənlik $3x - 2y = 1$ olar.

Tənliklər sistem şəklində yazılır və hər hansı üsulla həll edilir. Hansı üsulun seçilməsi şagirdin öhdəsinə buraxılır. Şagird hansı üsulu seçdiyini və nə üçün həmin üsulu tətbiq etdiyini izah edə bilər.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 24 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 25 \\ x + y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases} \rightarrow (5; 7).$$

Alınan cavab tənliklər sistemində yerinə yazılır və doğruluğu yoxlanılır. $\begin{cases} 5 + 7 = 12 \\ 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1 \end{cases}$

Cavab. Lalənin fikrində tutduğu ədəd 5, Samirin fikrində tutduğu ədəd isə 7-dir.

Müzakirə. Məsələnin şərtinə uyğun qurulan tənliklər sistemi digər üsullarla da həll edilə bilər. Bu haqda şagirdlərin fikirləri dinlənir.

6. Məsələnin şərti təhlil edilir. Qayığın çayda hərəkəti, sürəti haqqında şagirdlərin bildikləri yada salınır.

Məsələnin həlli

Motorlu qayığın durğun suda sürəti x , çayın axın sürəti isə y ilə işarə edilir. Məlumdur ki, qayıq çayın axın istiqamətində üzərkən onun durğun sudakı sürəti çayın axın sürəti qədər artır, yəni qayığın axın istiqamətində sürəti $(x + y)$ olur. Qayıq axının əksi istiqamətində üzəndə isə qayığın durğun sudakı sürəti çayın axın sürəti qədər azalır, yəni qayığın axının əksi istiqamətində sürəti $(x - y)$ olur.



Məlumdur ki, motorlu qayıq çayın axını istiqamətində 80 km məsafəni 4 saata qət edir, onda onun çayın axın istiqamətindəki sürəti $x + y = 80 : 4 = 20$ (km/saat) olar. Digər tərəfdən

qayıq eyni məsafəni 5 saata geri qaydır, deməli, $x - y = 80 : 5 = 16$ (km/saat) olar.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 36 \\ x - y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow (18; 2)$$

Alınan cavab tənliklər sistemində yerinə yazılır və doğruluğu yoxlanılır. $\begin{cases} 18 + 2 = 20 \\ 18 - 2 = 16 \end{cases}$

Cavab. Motorlu qayığın durğun sudakı sürəti 18 km/saat, çayın axın sürəti 2 km/saatdır.

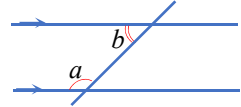
İstiqamət	Sürət (km/saat)	Zaman (saat)	Məsafə (km)
Çayın axınına qarşı	$x - y$	5	80
Çayın axını ilə	$x + y$	4	80

Müəllimin nəzərinə! Çox vaxt şagirdlər məsələnin şərtinə uyğun qurulmuş ikidəyişənli xətti tənliklər sisteminin cavabını yoxlamadan onu məsələnin cavabı hesab edirlər. Yalnız məsələnin şərtini ödəyən həllin cavab kimi götürülməsini nəzərdən qaçırlar. Bu səbəbdən tənliklər sistemindən alınan cavabın məsələnin şərtinə uyğun olub-olmamasının şagirdlər tərəfindən yoxlanılması məqsəduyğundur.

8. Məsələnin şərti təhlil edilir.

Məsələnin həlli

İki paralel və kəsən arasında qalan daxili birtərəfli bucaqların xassəsi haqqında şagirdlərə suallar verilir, cavabları dinlənir, iki paralel və kəsən arasında qalan daxili birtərəfli bucaqların cəminin 180° olması yada salınır. Daxili birtərəfli bucaqlardan böyüyü a , kiçiyi b ilə işarə edilir. Şərtə görə $a + b$ cəminə və $a - b$ fərqinə görə iki tənlik tərtib edilir.



İki paralel və kəsən arasında qalan daxili birtərəfli bucaqların cəmi 180° , fərqi isə şərtə

görə 40° -dir. Onda alınan ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi həll edilir: $\begin{cases} a + b = 180^\circ \\ a - b = 40^\circ \end{cases} \rightarrow (110^\circ; 70^\circ)$

Alınan cavab tənliklər sistemində yerinə yazılır və doğruluğu yoxlanılır. $\begin{cases} 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ \checkmark \\ 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ \checkmark \end{cases}$

Cavab. İki paralel və kəsən arasında qalan daxili birtərəfli bucaqlardan kiçiyi 70° -dir.

Müəllimin nəzərinə! Məsələ şərtinə görə tənliklər sistemi qurarkən müəllim bir neçə dəqiqə sual-cavab aparmaqla məsələnin tam təhlil edilməsinə nail olmalıdır. Müəllim sistemin tənliklərini şagirdə hazır verməməli, dəyişənlərin işarələnməsi, tənliklərin qurulması şagird tərəfindən icra olunmalıdır. Tənlik qurarkən həmişə eyni dəyişənlərdən istifadə olunmaması tövsiyə edilir. Şagird məsələni həll etməyin mahiyyətini dəyişənlərin hansı hərflərlə işarələnməsindən asılı olmadığını anlamalıdır. Həmçinin sistemin hər tənliyinin nəyi ifadə etdiyinin şagirdlər tərəfindən izah edilməsi, eyni məsələyə fərqli izahların, yanaşmaların verilməsi məqsəduyğundur.

11. Məsələdə ədədin faizinin tapılması qaydasından istifadə nəzərdə tutulub. Bu səbəbdən şagirdlərlə müzakirə zamanı faizin tapılması qaydası təkrar edilir.

Məsələnin həlli

Birinci bağdan yığılan almanın kütləsi m ilə, armudun kütləsi n ilə işarə edilir. Bu halda şərtə görə, ikinci bağdan yığılan almanın kütləsi $1,1m$, armudun kütləsi isə $1,2n$ olar. Bu ifadələrin necə müəyyən edilməsi şagirdlərlə müzakirə edilir.



Şərtə görə, birinci bağdan yığılan ümumi məhsul 650 kq, ikinci bağdan yığılan ümumi məhsul 740 kq-dır. Deməli, ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi $\begin{cases} m + n = 650 \\ 1,1m + 1,2n = 740 \end{cases}$ şəklindədir.

Bağ	Almanın kütləsi (kq)	Armudun kütləsi (kq)	Məhsulun kütləsi (kq)
I	m	n	650
II	$1,1m$	$1,2n$	740

$$\begin{cases} m + n = 650 \\ 1,1m + 1,2n = 740 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 650 - m \\ 11m + 12n = 7400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 400 \\ n = 250 \end{cases} \rightarrow (400; 250)$$

Alınan cavab tənliklər sistemində yerinə yazılır və doğruluğu yoxlanılır. $\begin{cases} 400 + 250 = 650 \checkmark \\ 1,1 \cdot 400 + 1,2 \cdot 250 = 740 \checkmark \end{cases}$

Cavab. Birinci bağdan 400 kq alma, 250 kq armud, ikinci bağdan 440 kq alma, 300 kq armud yığıldı.

13. Şagirdlərin qayığın çay axınına qarşı və çay axını istiqamətində sürəti haqqında bildikləri yada salınır. Qayığın öz sürəti və ya durğun sudakı sürəti haqqında müzakirə aparılır.

Məsələnin həlli

Qayığın durğun sudakı sürəti x , çayın axın sürəti isə y ilə işarə edilir. Onda axına qarşı sürət $(x - y)$, axın istiqamətində sürət $(x + y)$ olar. Birinci verilənlərə görə qayıq 2 saat axına qarşı, 1 saat axın istiqamətində hərəkət edir. Bu halda qayığın 2 saata axına qarşı getdiyi yol $2(x - y)$ km, 1 saata axın istiqamətində getdiyi yol $(x + y)$ km olur. İkinci verilənlərə görə isə axına qarşı gedilən yol $(x - y)$ km, axın istiqamətində gedilən yol $(x + y)$ km-dir. Birinci halda qayıq 20 km, ikinci halda 14 km məsafə qət edirsə, şərtə uyğun olaraq ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edilir və həll olunur.

	Axına qarşı gedilən yol (km)	Axın ilə gedilən yol (km)	Ümumi gedilən yol (km)
I hal	$2(x - y)$	$x + y$	20
II hal	$x - y$	$x + y$	14

$$\begin{cases} 2(x - y) + (x + y) = 20 \\ (x + y) + (x - y) = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 20 \\ 2x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 7 \end{cases} \rightarrow (7; 1)$$

Alınan cavab tənliklər sistemində yerinə yazılır və doğruluğu yoxlanılır. $\begin{cases} 2(7 - 1) + (7 + 1) = 20 \checkmark \\ (7 + 1) + (7 - 1) = 14 \checkmark \end{cases}$

Cavab. Qayığın axın istiqamətindəki sürəti 8 km/saatdır.

Müəllimin nəzərinə! Məsələnin şərti təhlil edilərkən şagirdlər məlum və məchulun müəyyən edilməsində çətinlik çəkirlər. Bəzən eyni kəmiyyəti iki fərqli dəyişənlə ifadə edir, məsələdəki ədədlərin hansı dəyişənə aid olduğunu qarışdırırlar. Bəzi şagirdlər isə məsələdə iki naməlum olduğu halda bir tənlik qurur, digər tənliyi və ya şərti nəzərə almırlar. Məsələ şərtinə görə tənliklər sistemi tərtib edərkən yanlış təsəvvürlərdən biri də ondan ibarətdir ki, şagirdlər məsələdə verilən vahidləri eyniləşdirmirlər. Müəllimin məsələni təhlil edərkən şagirdlərdən verilənləri və tələb olunanları şəkil, cədvəl, sxem üzərində göstərməyi tələb etməsi məqsədəuyğun olar.

14. Məsələnin şərti təhlil edilir.

Məsələnin həlli

İkırəqəmli ədəd və onun mərtəbə toplananlarının cəmi şəklində yazılışı yada salınır. İkırəqəmli ədəd $\overline{ab}$ kimi olarsa, $\overline{ab} = 10a + b$ yazılışı diqqətə çatdırılır. Burada a ədədin onluq mərtəbəsidəki rəqəmi, b isə təklik mərtəbəsidəki rəqəmi ifadə edir. Şərtə görə, $a + b = 9$ sistemin tənliklərindən biri olur. Digər tərəfdən rəqəmlərin yerini dəyişdikdə alınan $\overline{ba}$ ikırəqəmli ədədi $\overline{ab}$ ədədindən 45 vahid kiçik olarsa, sistemin ikinci tənliyi $\overline{ab} - \overline{ba} = 45$ olar. İkırəqəmli ədədlərin açılışı nəzərə alınırsa, ikinci tənlik $9a - 9b = 45$ kimi yazılır.

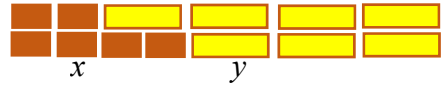
Məsələnin şərtinə uyğun tənliklər sistemi qurulur və həll edilir. $\begin{cases} a + b = 9 \\ 9a - 9b = 45 \end{cases} \rightarrow (7; 2).$

Cavab. Əvvəlki ədəd 72-dir.

15. Bu məsələnin şərti şagirdlərlə birlikdə təhlil edilir.

Cəlbətmə

Şərtə uyğun model qurmaq faydalı olar. Kiçik hissələrin uzunluğu x , böyük hissələrin isə uzunluğu y ilə işarə edilir.



Məsələnin həlli

Şərtə görə, ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi yazılır və həll edilir. Məsələnin şərtində taxtanın uzunluğu 1 metr verilir. Şagirdlər 1 m = 100 sm yazmaqla tənliklər sistemini $\begin{cases} 2x + 4y = 100 \\ 4x + 3y = 100 \end{cases}$ kimi də tərtib edə bilərlər.

Cavab. Bir böyük hissənin uzunluğu 20 sm-dir.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomateriallardan istifadə faydalı olar:

<https://video.edu.az/video/5691> <https://video.edu.az/video/16254>

20. Bu məsələnin şərti şagirdlərlə müzakirə edilir. 4 yanlış cavaba görə 1 balın silinməsi izah olunur və bu halda tənliyin necə qurulması təhlil edilir. Düzgün cavabların sayı x , səhv cavabların sayı y ilə işarə edilir.

Hər düzgün cavaba görə $\rightarrow +1$ bal 4 yanlış cavaba görə $\rightarrow -1$ bal, yəni 1 yanlış cavaba görə $\rightarrow -0,25$ bal.

Ad	Sual sayı	Topladığı bal	Düzgün cavabların sayı	Yanlış cavabların sayı	I tənlik	II tənlik
Anar	20	17,5	x	y	$x + y = 20$	$x - 0,25y = 17,5$
Samir	21	16	x	y	$x + y = 21$	$x - 0,25y = 16$

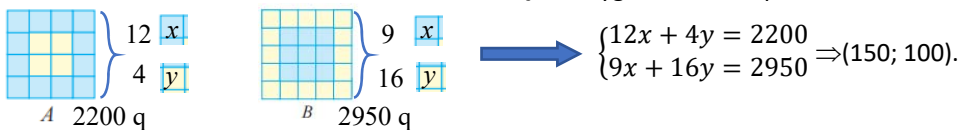
• Anar cəmi 20 sualı cavablandırarsa, tənliklər sisteminin birinci tənliyi $x + y = 20$ olar. Anarın topladığı balın 17,5 olduğu məlumdur, deməli, $x - 0,25y = 17,5$ yazmaq olar. Beləliklə, $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - 0,25y = 17,5 \end{cases} \Rightarrow (18; 2).$

• Samir 21 sualı cavablandırarsa, tənliklər sisteminin birinci tənliyi $x + y = 21$ olar. Samirin topladığı bal 16 olduğu məlumdur, deməli, $x - 0,25y = 16$ yazmaq olar. Beləliklə, $\begin{cases} x + y = 21 \\ x - 0,25y = 16 \end{cases} \Rightarrow (17; 4).$

Məsələnin şərtinə uyğun cədvəl tərtib etmək olar.

Cavab. Anar 18 sualı doğru cavablandıraraq Samirə nəzərən daha çox suala doğru cavab verdi.

21. A və B kuboidləri eyniölçülü mavi və sarı kiçik kublardan düzəldilib. Şəkildə kuboidlərin üstdən görünüşü təsvir edilib. Bir mavi kubun kütləsi x , bir sarı kubun kütləsi y ilə işarə edilir. Şəkildə verilənlərə əsasən ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edilir və hər hansı üsulla həll olunur. Şərtə uyğun model təqdim etmək olar.



Cavab. Bir mavi kubun kütləsi 150 qramdır.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Məsələnin şərtinə uyğun ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Məsələnin şərtinə uyğun ikidəyişənli xətti tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Məsələnin şərtinə uyğun tərtib edilmiş xətti tənliklər sisteminin həllinin doğruluğunu yoxlayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 8.6. Modullu tənliklər

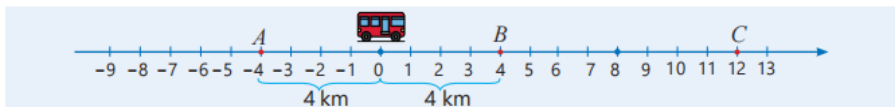
ALTSTANDARTLAR	7-2.2.2. Sadə modullu tənlikləri həll edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Sadə modullu tənlikləri həll edir. - Məsələni modullu tənlik tərtib etməklə həll edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/12136 https://www.youtube.com/watch?v=fce-XL3qGXE Çalışma: https://www.geogebra.org/m/kpnDNRTK

Mövzuya yönəltmə

Koordinat oxu üzərində koordinat başlanğıcından eyni məsafədə olan nöqtələrin koordinatları araşdırılır. “Ədədin modulu” anlayışı, tərfi yada salınır. Şagirdlərin fikirləri dinlənir. Şagirdlərə müraciət olunur: “Koordinat oxu üzərində hər hansı nöqtədən eyni məsafədə yerləşən nöqtələrin koordinatları arasında hansı əlaqə var?” Koordinat oxu çəkilir. Uyğun nöqtələr göstərilməklə suala cavab verilir.

Araşdırma-müzakirə

Araşdırmada verilən situasiya şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.



- Avtobusun yerinin koordinat başlanğıcına uyğun olduğu qəbul edilsə, A və B dayanacaqlarının koordinatları üçün hansı bərabərliyin doğru olduğu şagirdlərlə müzakirə olunaraq müəyyən edilir: $|a| = 4$.
- B dayanacağının A və C dayanacaqlarından eyni məsafədə olduğu hala baxılır, A və C dayanacaqlarının koordinatları üçün hansı bərabərliyin doğru olduğu araşdırılır. $|a - 4| = 8$.

Öyrənmə Modullu tənliklər

Modullu tənliyin tərfi verilir, nümunələr təqdim edilir. Modullu tənliklərin həll üsulları haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Ədəd oxu üzərində təsvirdən və modulun tərfindən istifadə etməklə müxtəlif nümunələr təqdim edilir, onların həll üsulları müzakirə olunur. Hansı həll üsulunun əlverişli olması haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənir.



Yadda saxla!

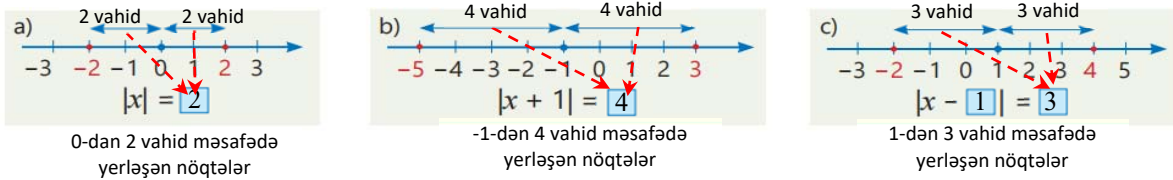
“Yadda saxla” başlığı ilə verilmiş hər üç hal şagirdlərlə birlikdə müzakirə edilir. Hər hal nümunələr üzərindən izah olunur.

Tənlik	$c > 0$	$c = 0$	$c < 0$
$ ax + b = c$	İki xətti tənlik alınır. $ax + b = c$ və $ax + b = -c$	Bir xətti tənlik alınır. $ax + b = 0$	Tənliyin kökü yoxdur.
Nümunə	$ 2x + 5 = 7$ $2x + 5 = 7$ və $2x + 5 = -7$ $x = 1$ və $x = -6$	$ -x + 4 = 0$ $-x + 4 = 0$ $x = 4$	$ 0,5x - 1 = -3$

Çalışma

2. Təsvirdə verilən vəziyyətlər şagirdlərlə müzakirə olunur. Hər bənddə verilən ədəd oxuna əsasən boş xanaya uyğun ədəd müəyyən edilir. Ədəd oxu üzərində eyni məsafədə verilən ədədlərin koordinat başlanğıcına görə necə

yerləşməsi şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. “Modul” və “məsafə” anlayışları arasındakı əlaqə ədəd oxu üzərində əyani olaraq daha aydın izah edilə bilər.



3. Tapşırığı həll edərkən şagirdlər ədədin modulunun müsbət ədədə, sıfıra və ya mənfi ədədə bərabər olduğu halları və onların həllərini diqqətdə saxlamalıdır.

h) $|\frac{x}{2} - 1| = 9$. Burada modul müsbət ədədə bərabərdir, deməli, tənlik iki xətti tənlik şəklində yazılaraq həll edilir:
 $\frac{x}{2} - 1 = 9 \rightarrow x = 20$ və $\frac{x}{2} - 1 = -9 \rightarrow x = -16$.

4. Lalənin fikri şagirdlərlə birlikdə müzakirə olunur.

Tənliyin sağ tərəfində mənfi ədəd görüldüyü üçün şagirdlər ilkin olaraq Lalənin mülahizəsini düzgün hesab edə bilərlər. Lakin tənliyin sol tərəfində ifadənin modulu ilə 2-nin fərqi yazıldığı diqqətə çatdırılır. -2 ədədi tənliyin sağ tərəfinə keçirilir və modul 1-ə bərabər alınır. Bu tənliyin isə iki kökü var: $|x - 1| = 1 \rightarrow x = 2$ və $x = 0$.

$$|x - 1| - 2 = -1$$

Tənliyin sağ tərəfində mənfi ədəd olduğundan bu tənliyin kökü yoxdur.



Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər modullu tənlikləri həll edərkən müxtəlif səhvlərə yol verirlər. Şagirdlərə tənlikdə alınan cavabı yerinə yazmaqla həllin doğru olub-olmadığını yoxlamağı tapşırmaq tövsiyə olunur. Tənlik həllində yoxlama mərhələsi səhvlərin vaxtında aşkarlanmasına və onların aradan qaldırılmasına şərait yaradır.

Yanlış	$ x - 3 = -9$ $x - 3 = -9$ $x = -6$	$ x + 3 = 2$ $x + 3 = 2$ $x = -1$	$ x + 1,2 = 0,4$ $x + 1,2 = 0$ $x = -1,2$
Doğru	$ x - 3 = -9$ Həlli yoxdur.	$ x + 3 = 2$ $x + 3 = 2$ və $x + 3 = -2$ $x = -1$ və $x = -5$	$ x + 1,2 = 0,4$ $x + 1,2 = 0,4$ və $x + 1,2 = -0,4$ $x = -0,8$ və $x = -1,6$

6. Verilmiş tənliklərlə şərtlər arasındakı əlaqə müəyyən edilir. Bu tənliklərin həllini ədəd oxu üzərində təsvir etməklə şagirdlər nəticəni daha əyani formada əldə edə bilərlər. 2-ci tapşırıqda şagirdlər artıq modulun daxilindəki sərbəst ədədlə tənliyin sağ tərəfindəki ədəd arasındakı əlaqəni təhlil ediblər. Hər bir tənlik eyni qayda ilə təhlil edilərək cavablar müəyyən edilir.

a) Köklər koordinat başlanğıcından 5 vahid məsafədədir. $|x| = 5$.

b) Köklər -2-dən 5 vahid məsafədədir. $|x + 2| = 5$.

c) Köklər 2-dən 5 vahid məsafədədir. $|x - 2| = 5$.

8. Məsələnin şərti təhlil edilir.

Məsələnin həlli

• Kater t saata $20t$ km məsafə qət edir. Bu halda t saatdan sonra mayakla kater arasındakı məsafə $|20t - 70|$ km olar.

• t saatdan sonra katerin mayakdan 5 km məsafədə dayandığı deyilir. Bu halda kater mayakdan liman tərəfdə və ya əks tərəfdə dayana bilər. Onda məsafə $(70 - 5)$ km və ya $(70 + 5)$ km ola bilər. Deməli, kater limana ən yaxın 65 km, ən uzaq 75 km məsafədə dayanmış olar.

• Katerin verilmiş vəziyyəti $|20t - 70| = 5$ tənliyi ilə ifadə edilir.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin fikirləri dinlənir.

Diferensial təlim.

Dəstək. Şagirdlərə elə tapşırıqlar verilir ki, onları həll etməklə modulun mənasını anlasınlar, iki halın nə üçün yarandığını başa düşsünlər. Burada məqsəd şagirdlərdə $|ax + b| = c$ şəklində sadə tənlikləri müstəqil həll etmə bacarıqlarının formalaşdırılmasıdır.

Tənlikləri həll et. 1) $|x| = 5$, 2) $|x - 7| = 9$, 3) $|2x + 1| = -6$, 4) $|x + 1| = 0$.

Dərinləşdirmə. Şagirdlərdə modullu tənliklərin həllinə müxtəlif yanaşmaların, o cümlədən parametrin qiymətinə görə araşdırma bacarıqlarının formalaşdırılması vacib amillərdəndir. Bu məqsədlə onlara aşağıdakı kimi tapşırıqlar verilə bilər:

m -in hansı qiymətlərində $|x - 3| = m$ tənliyinin: a) bir həlli var, b) iki həlli var, c) həlli yoxdur?



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
“Modul” və “məsafə” anlayışlarını tənlik həllinə tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Sadə modullu tənlikləri həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Məsələnin şərtinə uyğun modullu tənlik tərtib edərək məsələni həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 8.7. Bərabərsizliklər

ALTSTANDARTLAR	7-2.2.5. Dəyişənin sadə bərabərsizliyi ödəyən rəşional qiymətlərini müəyyən edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Sadə bərabərsizlikləri həll edir. - Bərabərsizliyin həllini ədəd oxunda təsvir edir. - Məsələnin şərtinə uyğun bərabərsizlik qurur və həll edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/SdubJSbh#material/Huq24Spq Çalışma: https://www.geogebra.org/m/ns2xr6na https://www.geogebra.org/m/SdubJSbh#material/qWKKhnvU

Mövzuya yönəltmə

Müəllim şagirdlərə suallarla müraciət edir:

“Anarın ən azı 10 manat pulu olmalıdır ki, seçdiyi kitabı ala bilsin”.

“Abituriyent buraxılış və qəbul imtahanlarından ən çox 700 bal toplaya bilər”.

Bu cümlələri riyazi simvollarla necə yazmaq olar?”

Yazılan hər bərabərsizlikdən istifadə etməklə hər situasiyaya uyğun suallar cavablandırılır.

“Anarın 10 manatı, 12 manatı, 8 manatı olarsa, kitabı ala bilərmi?”

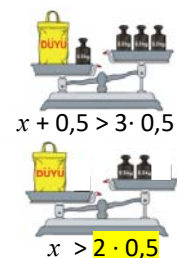
“Abituriyent 450, 700, 725 bal toplaya bilərmi?”

Araşdırma-müzakirə

Tərəzidəki düyünün kütləsi x ilə işarə edilir, uyğun bərabərsizlik yazılır: $x + 0,5 > 1,5$.

• Tərəzinin hər iki gözündən 1 çəki daşı götürülsə, bu o deməkdir ki, bərabərsizliyin hər tərəfindən 0,5 çıxılır. Bu halda alınan təsvirə uyğun bərabərsizlik $x > 1$ olar. Şagirdlər tərəzinin hər tərəfindən eyni kütləyə malik çəki daşının götürülməsi ilə tərəzinin vəziyyətinin dəyişmədiyini izah etməyi bacarmalıdır. Burada düyünün kütləsinin 1 kq-dan çox olması vurğulanmalıdır.

• Alınan $x > 1$ bərabərsizliyinə əsasən şagirdlər müəyyən edirlər ki, düyünün kütləsi 0,5 kq, 0,75 kq ola bilməz, 1,2 kq, 2 kq, 2,5 kq ola bilər. Cavablar izah edilir.



Öyrənmə Bərabərsizliklərin həlli

$x > a$, $x < a$, $x \geq a$, $x \leq a$ sadə bərabərsizlikləri şagirdlərin yadına salınır. Bərabərsizliyin həlli dedikdə bu bərabərsizliyi ödəyən bütün ədədlər çoxluğunun nəzərdə tutulduğu diqqətə çatdırılır. Dərslikdə verilən nümunələr ədəd oxu üzərində təsvir edilərək müzakirə olunur. Ədəd oxunda a ədədinin həllər çoxluğuna daxil olub-olmamasının necə təsvir edildiyi əyani göstərilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyətdən istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/bYGED3dY> <https://www.geogebra.org/m/SdubJSbh#material/zsvhxxjh>



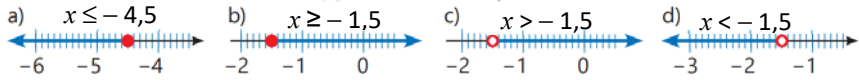
Fikirləş

$x \geq -0,9$ bərabərsizliyinin həlləri şagirdlər tərəfindən araşdırılır və ədəd oxu üzərində təsvir edilir. Həllər çoxluğuna daxil olan bir neçə nümunə qeyd edilir. $-0,9$ ədədinin həllər çoxluğuna aid olub-olmaması müzakirə edilir.



Çalışma

2. Bu tapşırıqda şagirdlər ədəd oxunda həllinin təsviri verilmiş bərabərsizlikləri simvollarla yazırlar. Hər bir yazılış şagirdlər tərəfindən izah edilir.



5. Bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsvir olunur və bu həllər içərisində şərti ödəyən ədəd tapılır.

c) $x \leq -5,2$

–5,2-dən kiçik tam ədədlər içərisində ən böyük tam ədəd –6-dır.

d) $x < 0,4$

0,4-dən kiçik tam ədədlər içərisində ən böyük tam ədəd 0-dır.

6. Verilmiş bərabərsizliklərin həllər çoxluğu müəyyən edilir və onların içərisindən ən kiçik tam ədəd tapılır.

c) $x > 3,7$

3,7-dən böyük tam ədədlər içərisində ən kiçik tam ədəd 4-dür.

d) $x \geq -1,6$

–1,6-dan böyük tam ədədlər içərisində ən kiçik tam ədəd –1-dir.

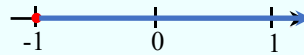
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər.

Bərabərsizliyi ödəyən ən böyük və ya ən kiçik tam ədədin tapılması şagirdlər tərəfindən bəzən yanlış anlaşılır. Belə ki, şagirdlər yanlış olaraq “ən böyük” və ya “ən kiçik” ifadəsinə görə sadə bərabərsizliyin sağında yerləşən ədəddən böyük və ya ondan kiçik tam ədədi cavab kimi qəbul edirlər. Belə yanlışlıqları aradan qaldırmaq üçün həllin ədəd oxu üzərində təsvir edilməsi faydalıdır.

a) $x \geq -1$ bərabərsizliyini ödəyən ən kiçik tam həlli tapın.
b) $x < 9$ bərabərsizliyini ödəyən ən böyük tam həlli tapın.

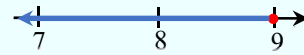
Yanlış a) $x \geq -1$

Cavab. –2



b) $x < 9$

Cavab. 10



Doğru

a) $x \geq -1$

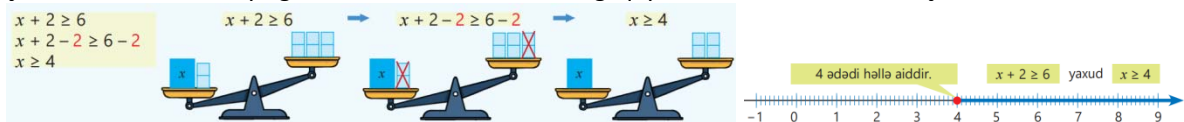
Cavab. –1

b) $x < 9$

Cavab. 8

Öyrənmə Eynigüclü bərabərsizliklər

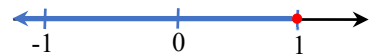
Şagirdlər tənliklər mövzusunda “eynigüclülük” anlayışı ilə tanışdırlar. Onların eynigüclülük haqqında bilikləri yada salınır. Bərabərsizliyin hər iki tərəfinə eyni ədədin əlavə olunması və ya çıxılmasına aid nümunələr diqqətə çatdırılır və bu halda eynigüclü bərabərsizliklərin alındığı qeyd edilir. Dərslərdə verilmiş nümunə müzakirə olunur.



Ədəd oxunda təsvir etməklə 4 ədədi və 4 ədədindən sağda yerləşən bütün ədədlərin $x + 2 \geq 6$, yaxud $x \geq 4$ bərabərsizliyinin həlli olması nümunələrlə izah edilir.

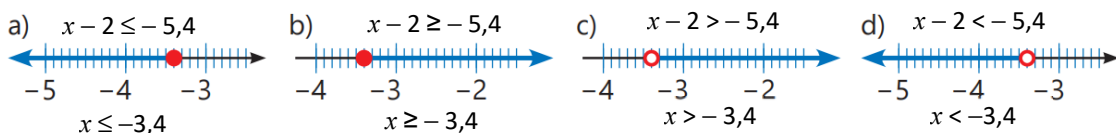
Fikirləş

Öyrənmədə göstərilən eynigüclülük xassəsinə əsasən $x - 2 \leq -1$ bərabərsizliyinə eynigüclü olan bərabərsizlik şagirdlər tərəfindən yazılır. Bu bərabərsizliyin sadə hala gətirilməsi üçün hər tərəfə 2 əlavə edilir və onunla eynigüclü olan $x \leq 1$ bərabərsizliyi alınır. Bu bərabərsizliyin həllər çoxluğu ədəd oxu üzərində əyani olaraq təsvir edilir.



Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər verilmiş bərabərsizliyin nə üçün onunla eynigüclü bərabərsizliyə gətirildiyini bəzən anlamaya bilirlər. Müəllim şagirdlərə $x - 2 \leq -1$ şəklində verilmiş bərabərsizlik üzərində çevrilmə apararaq sadə şəkildə yazmaqda onun həllər çoxluğunu müəyyən etməyin daha əlverişli olduğunu izah etməlidir.

8. Bu tapşırıqda verilmiş bərabərsizliklər eynigüclü bərabərsizliklərlə əvəz olunur və ədəd oxu üzərindəki təsvirlərə uyğunlaşdırılır.



12. Qatarın stansiyaya cədvəl üzrə çatmağına 5 dəqiqə qalmış onun gecikəcəyi elan edilir, lakin neçə dəqiqə gecikəcəyi məlum deyil. Məsələnin şərtinə görə bu vaxt (x) hər bir halda 5 dəqiqədən çox olmalıdır.

- Şərtə uyğun bərabərsizlik $x > 5$ şəklində olar.
- Ədəd oxu üzərində verilən təsvirlərdən ikinci-sinin doğru olduğu əsaslandırılır.



13. Məsələnin şərti təhlil edilir.

Məsələnin həlli

Çamadanı qoyulacaq yükün kütləsi x ilə işarə edilir. Onda dolu çamadanın kütləsi $x + 1,5$ olar. Təyyarə biletində baqajın ən çoxu 23 kq olması şərti nəzərə alınır. Şərtə görə, dolu çamadanın kütləsi 23 kiloqramı aşma bilməz. Deməli, $x + 1,5 \leq 23$ bərabərsizliyi həll edilməlidir.

- a) $x + 1,5 \leq 23 \rightarrow x \leq 21,5$.
- b) Bu bərabərsizliyin həllər çoxluğuna görə müəyyən olunur ki, çamadanı qoyulan yükün kütləsi 19,5 kq, 22 kq ola bilər, 25 kq isə həllər çoxluğuna daxil deyil.
- c) Bu bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil olan ən böyük ədəd 21,5-dir. Deməli, çamadanı qoyulacaq yükün kütləsi ən çoxu 21,5 kq ola bilər.

14. Verilənlərə əsasən uyğun bərabərsizliyi müəyyən etmək, qidanın əvvəlki temperaturunun ən çox neçə dərəcə ola biləcəyini tapmaq tələb olunur.

Cəlbəmə

Soyuducunun buz dolabının temperaturu, orada saxlanan ərzaqların nə üçün korlanmaması müzakirə edilir. Soyuducu temperaturda məhsulların tərkibində olan fermentlərin və müxtəlif kimyəvi reaksiyaların fəaliyyətinin zəifləməsi, mikrobioloji proseslərin tamamilə dayanması şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

Məsələnin həlli

Qidanı soyuducunun buzluq hissəsində uzun müddət saxlamaq üçün temperaturun -18°C -ni aşmaması və qida 10°C soyudulduqda uzun müddət saxlamaq üçün uyğun temperaturda olduğu məlumdur.

• Qidanın əvvəlki temperaturu T ilə işarə olunur və uyğun bərabərsizlik müəyyən edilir.

$$T - 10 \geq -18 \quad T - 10 \leq -18 \quad T - 10 \geq 18 \quad T - 10 \leq 18$$

Şərtə görə, uyğun bərabərsizlik $T - 10 \leq -18$ şəklindədir. Bu bərabərsizliklə eynigüclü bərabərsizlik $T \leq -8$ olar.

• Həllər çoxluğuna daxil olan ən yüksək temperatur -8°C olduğundan qidanın əvvəlki temperaturu ən çoxu 8°C ola bilər.

Cavab. -8°C .

15. Məsələnin şərti müzakirə olunur.

Cəlbəmə

Şagirdlərə suallar verilir: “Əlinizdə olan 20 manat pula birinin qiyməti 1,2 manat olan neçə dəftər almaq olar? Ən çox neçə dəftər ala bilərsiniz?” Şagirdlər bu sualları cavablandırır və alınan nəticələri müzakirə edirlər.

Məsələnin həlli

• 3 dəftərin qiyməti 3,6 manatdır. Kitabın qiyməti x ilə işarə edilir. Ödənilən məbləğin ən çox 12 manat olması nəzərə alınır. Dəftərin qiyməti, 3 dəftər və bir kitabı görə ən çox xərclənən məbləğin tapılması tələb olunur. Şagirdlər şərtə uyğun bərabərsizliyi yazırlar və bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsəvvür edilir.

$$3,6 + x \leq 12 \Leftrightarrow x \leq 8,4.$$

• Bu bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil olan ən böyük ədəd 8,4-dür. Deməli, kitabın qiyməti ən çox 8,4 manat ola bilər. Bərabərsizliyin həllər çoxluğuna uyğun olaraq müəyyən edilir ki, kitabın qiyməti 5 manat, 7,40 manat ola bilər, lakin 8,90 ədədi həllər çoxluğuna daxil deyil.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Verilmiş bərabərsizliklə eynigüclü olan bərabərsizliyi müəyyən edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Sadə bərabərsizliyin həllər çoxluğunu tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Bərabərsizliyin köməyi ilə məsələ həll edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 8.8. Təqribi hesablamalar. Mütləq və nisbi xəta

ALTSTANDARTLAR	7-1.1.5. Ölçmənin nəticəsinin mütləq və nisbi xətasını tapır. 7-1.2.3. Ədədi ifadənin qiymətini tapır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Ölçmənin nəticəsinin mütləq xətasını tapır. • Ölçmənin nəticəsinin nisbi xətasını tapır. • Ədədi ifadənin qiymətini tapır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.nagwa.com/en/videos/138104137874/ https://www.geogebra.org/m/srtxeqjz Çalışma: https://www.geogebra.org/m/bsq57h5b

Mövzuya yönəltmə

Müəllim şagirdlərə suallarla müraciət edir: “Yerdən Günəşə qədər məsafə neçə kilometrdir?”, “Ayın səthinin sahəsi nə qədərdir?”, “Sutkada neçə saat var?” və s. Bu ədədlərdən hansıların dəqiq və hansıların təxmini olması barədə şagirdlərin fikirləri dinlənir. Şagirdlərdən dəqiq və təqribi qiymətlərə uyğun nümunələr soruşulur.

Araşdırma-müzakirə

Şagirdlər Lalə və Anarın apardığı ölçmələrin nəticələrini müzakirə edirlər. Qələmin və taxtanın ölçülməsində uşaqların yol verdikləri səhvlər müqayisə olunur.

- Uşaqların hər birinin nəticəsinin dəqiq ölçüdə fərqi tapılır.

Lalə: $11 - 10 = 1$ (sm). Anar: $101 - 100 = 1$ (sm).

- Hər iki halda ölçmədə 1 sm artıq alınsa da, Lalənin aldığı nəticənin 10 sm-ə görə xətasının daha böyük olduğu qeyd edilir. Anarın nəticəsinin qənaətbəxş olması diqqətə çatdırılır və şagirdlərin fikirləri dinlənir.



Öyrənmə Mütləq xəta

Hesablamaların ölçmə ilə aparıldığı bir çox sahələr şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. İnsanın boyunun, kütləsinin, havanın temperaturunun və s. ölçülməsi və ya təxmin edilməsi zamanı yol verilən səhvlər – xətalər haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənir. Məsələn, sinifdə hər hansı əşyanın kütləsi şagirdlər tərəfindən təxmin edilir və deyilən ədədlər onun dəqiq kütləsi ilə müqayisə edilir, yol verilən səhvlərdən ən az xəta ilə deyilən ədəd müəyyən edilir. Dərslərdə verilən nümunədəki suala uşaqların verdiyi cavablar müzakirə olunur. Məsələn 780 ağac olduğu halda Anarın 80, Aynurun isə 20 ağac çox söyləyərək xəraya yol verməsi və bu təxminlərdən hansının dəqiq cavaba daha yaxın olması izah edilir. Beləliklə, şagirdlər dəqiq və təqribi qiymətlər arasındakı fərqi modulunu tapmaqla kimin cavabının dəqiq cavaba daha yaxın olduğunu müəyyən edə bilərlər.



Müəllim mütləq xətanın tərifini deyir, kəmiyyətin dəqiq qiymətinin x , təqribi qiymətinin isə a ilə işarə edilərsə, mütləq xətanın $|x - a|$ ifadəsi ilə tapıldığını qeyd edir.

Öyrənmədə verilmiş nümunənin həlli nəzərdən keçirilir, ədəd yuvarlaqlaşdırıldıqda alınan mütləq xətanın tapılması izah edilir.

Çalışma

3. Verilmiş kəsrlərin surətini məxrəcə nəzərə alaraq kalkulyatorla bölməklə alınan onluq kəsrlər verilmiş mərtəbələrə qədər yuvarlaqlaşdırılır. Yuvarlaqlaşmadan alınan mütləq xəta müəyyən edilir.

$$3\frac{5}{6} = 3,833...$$

a) Alınan dövrü onluq kəsr ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırılır: $3,833... \approx 3,8$.

$$\text{Mütləq xəta tapılır: } |3\frac{5}{6} - 3,8| = |3\frac{5}{6} - 3\frac{8}{10}| = |\frac{1}{30}| = 0,0(3) \approx 0,03.$$

b) Alınan sonsuz dövrü onluq kəsr yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırılır: $3,833... \approx 3,83$.

$$\text{Mütləq xəta: } |3\frac{5}{6} - 3,83| = |3\frac{5}{6} - 3\frac{83}{100}| = |\frac{1}{300}| \approx 0,00333... \approx 0,003.$$

$$1\frac{5}{17} \approx 1,29411764706 \text{ a) alınan onluq kəsr ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırılır: } 1,294 \approx 1,3.$$

$$\text{Mütləq xəta tapılır: } |1\frac{5}{17} - 1,3| = |1\frac{5}{17} - 1\frac{3}{10}| = |\frac{-1}{170}| \approx 0,006.$$

b) alınan onluq kəsr yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırılır: $1,294 \approx 1,29$.

$$\text{Mütləq xəta } |1\frac{5}{17} - 1,29| = |1\frac{5}{17} - 1\frac{29}{100}| = |\frac{7}{1700}| \approx 0,004.$$

Texniki imkanları olan siniflərdə onlayn kalkulyatorlardan istifadə etmək olar: <https://www.calculator.net>
<https://www.online-calculator.com> <https://www.desmos.com/scientific?lang=tr>



Yadda saxla!

Bəzən kəmiyyətin dəqiq qiyməti məlum olmur. Bu halda mütləq xətanın müəyyən edilməsinin mümkün olmadığı şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Dəqiq qiymətin hansı ədədlər arasında yerləşdiyi məlum olduqda bu qiyməti müəyyən dəqiqliklə tapmağın mümkünlüyü diqqətə çatdırılır. Dərslərdə verilən nümunə müzakirə edilir,

$T = 14,5 \pm 0,5$ (°C) bərabərliyi haqqında şagirdlərin fikirləri dinlənir

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən mütləq xətanı şagirdlər yanlış olaraq mənfi ədəd kimi qəbul edirlər. Onlar mütləq xətanın modulda verildiyini diqqətdə saxlamalı, modulun burada məsafəni deyil, xətanı göstərməsini anlamalıdırlar. Digər tərəfdən bəzən şagirdlər kəmiyyətin dəqiq qiyməti ilə təqribi qiymətini qarışdırırlar. Onlar dəqiq qiymətin nəzəri və ya real həqiqi qiymət, təqribi qiymətin isə ölçmə və ya yuvarlaqlaşdırmanın nəticəsi olduğunu unutmamalıdırlar. Bir çox hallarda isə şagirdlər mütləq xətanın yalnız yuvarlaqlaşmadan alındığını zənn edirlər. Lakin alətlə ölçmə zamanı, təxmini hesablamalara aid və s. tapşırıqları yerinə yetirməklə mütləq xətanın yalnız yuvarlaqlaşmada yaranmadığını görürlər.

Evdən məktəbə qədər yolun uzunluğunu 100 addımdır. Anar bu məsafənin 113, Lalə isə 135 addım olduğunu söylədi. Mütləq xətanı tapın.

Yanlış Anar: $100 - 113 = -13$, Lalə: $100 - 135 = -35$.

Doğru Anar: $|100 - 113| = 13$, Lalə: $|100 - 135| = 35$.

Öyrənmə Nisbi xəta

Şagirdlər öyrənmədə verilən nümunəyə əsasən eyni tərəzidə ölçülən şəkər tozunun kütləsi ($1200 \pm 0,1$) ilə qızılın kütləsində ($10 \pm 0,1$) alınan mütləq xətaların eyni olduğunu müşahidə edirlər. Bəs bu halda ölçmələrin xətalarını necə müqayisə etmək olar? Nümunə müzakirə olunaraq müəyyən edilir ki, şəkər tozunun kütləsi qızıla nisbətən daha dəqiq müəyyən edilmişdir. Müəllim mütləq xətanın qiymətinin təqribi qiymətin moduluna nisbətini tapmaqla ölçmənin daha dəqiq qiymətləndirildiyini bildirir və “nisbi xəta” anlayışını verir.

Kəmiyyətin dəqiq qiyməti x , təqribi qiyməti a olduqda nisbi xətanın $\frac{|x-a|}{|a|}$ ifadəsi ilə tapıldığı diqqətə çatdırılır.

Nisbi xətanın faizlə ifadəsi verilir: $\frac{|x-a|}{|a|} \cdot 100\%$.

Verilən nümunədə Bakıdan Şuşaya və Yerdən Aya qədər məsafələrə görə hansı halda ölçmənin xətasının daha böyük olduğu müəyyən edilir və nisbi xətaların tapılması müzakirə olunur.

Müəllimin nəzərinə! Bəzi mənbələrdə nisbi xəta mütləq xətanın kəmiyyətin dəqiq qiymətinə nisbəti kimi tapılır: $\frac{|x-a|}{|x|} \cdot 100\%$. Lakin kəmiyyətin dəqiq qiyməti həmişə məlum olmadığına görə nisbi xətanı mütləq xətanın təqribi qiymətə nisbəti kimi tapmaq məqsəduşğundur. Çünki xətalar, əsasən, ölçmələrlə əlaqəlidir və ölçmələrin dəqiq qiymətini həmişə müəyyən etmək olmur.

9. Bu tapşırıqda verilənlərə görə hansı halda nisbi xətanın az olduğu müəyyən edilir. Bunun üçün hər bir hala görə mütləq xəta tapılır və nisbi xəta hesablanır.

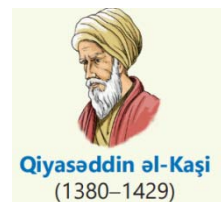
Mütləq xəta	Nisbi xəta hesablanır.	Mütləq xəta	Nisbi xəta hesablanır.
a) $a = 120 \pm 0,2$	$\frac{0,2}{120} \cdot 100\% \approx 0,17\%$	$b = 2300 \pm 15$	$\frac{15}{2300} \cdot 100\% \approx 0,65\%$

Beləliklə, $0,17\% < 0,65\%$ olduğu üçün a ədədinin ölçülməsində nisbi xəta daha azdır.



Riyaziyyat tarixindən

Məşhur Orta Asiya alimi Qiyasəddin əl-Kaşi barəsində tarixi məlumat şagirdlərin diqqətinə çatdırılır, onun π ədədinin yazılışında olan xidmətləri haqqında məlumat verilir. O, 14-cü əsrdə Osmanlı dövlətində tanınmış riyaziyyatçılardan və astronomlardan biri olmuşdur. Qiyasəddin Cəmsid əl-Kaşinin ən əhəmiyyətli əsəri “orta əsr islam” dünyasında riyaziyyat biliklərini bütün istiqamətləri ilə təqdim edən “Riyaziyyatın açarı” adlı kitabdır. Şagirdlərə Qiyasəddin Cəmsid əl-Kaşi haqqında məlumat toplamağı tapşırmaq olar.



Məsələ həlli

11. Şagirdlər evin düzbucaqlı formasında olan döşəməsinin tərəflərini təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırır və hər iki halda döşəmənin sahəsini tapırlar.

$5,9 \approx 6$ (m), $4,3 \approx 4$ (m). $S_1 = 5,9 \cdot 4,3 = 25,37$ (m²), $S_2 = 6 \cdot 4 = 24$ (m²)

• Mütləq xəta: $|24 - 25,37| = 1,37$ (m). Nisbi xəta: $\frac{1,37}{24} \cdot 100\% \approx 5,7\%$.

• Xalçanın uzunluğu (6 m) döşəmənin uzunluğundan (5,9 m) böyük olduğundan belə xalça döşəməni örtməz.



13. Məsələnin şərtinə görə lent hər dəfə konkrayent hissələrə bölünür.

Calbetmə

Dəftər vərəqindən uzunluğu 25 sm olan lent kəşilir. Alınan lent hər dəfə ortadan olmaqla 3 dəfə qatlanır və 8 bərabər hissə alınır. Sonuncu alınan hissənin uzunluğu ölçülür.

Sonra hesablamaya yolu ilə $25 : 3 = 3,125$ sm olduğu müəyyən edilir. Şagirdlərin ölçmədən aldıkları nəticələrin mütləq və nisbi xətası tapılır.



Müəllim şagirdlərə sualla müraciət edir: “Hər şagirdin tapdığı xəta eyni oldumu? Əgər eyni deyilsə, bunun səbəbi nədir?” Şagirdlərin cavabları müzakirə olunur. Sonra məsələdə verilən hal üçün mütləq və nisbi xəta tapılır.

Məsələnin həlli

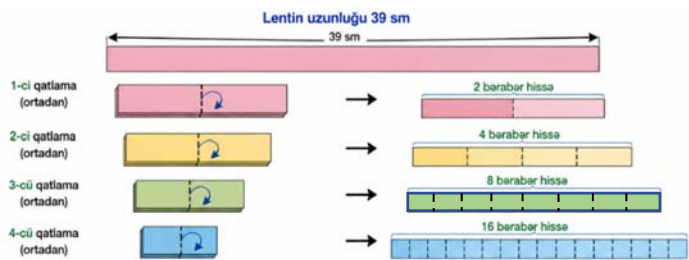
Lentin uzunluğu 39 sm-dir. Aynur lenti dörd dəfə qatlayır və 16 hissə alınır. Hər hissənin dəqiq uzunluğu tapılır:

$$39 : 16 = 2,4375 \text{ sm.}$$

Aynurun ölçməsinin nəticəsi 2,4 sm-dir.

Mütləq xəta: $|2,4375 - 2,4| = 0,0375$ sm.

$$\text{Nisbi xəta: } \frac{0,0375}{2,4} = 0,015625, \quad 0,015625 \cdot 100\% \approx 1,56\%.$$



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Ölçmənin nəticəsinin mütləq xətasını tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Ölçmənin nəticəsinin nisbi xətasını tapır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Təqribi hesablamaları məsələ həllinə tətbiq edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə. Xülasədə qeyd edilən anlayışlar şagirdlərlə birlikdə təkrarlanır, ümumiləşmə aparılır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər, yeni anlayışlar bir daha yada salınır, onların mənası şagirdlər tərəfindən izah edilir. Xülasədə qeyd edilən əsas anlayışlar:

birdəyişənli xətti tənlik, ikidəyişənli xətti tənlik, ikidəyişənli xətti tənliyin qrafiki, ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi, əvəzetmə üsulu, toplama üsulu, modullu tənlik, bərabərsizlik, təqribi hesablamaya, mütləq xəta, nisbi xəta.

Bölmənin ilk səhifəsində “Cəhd edin!” başlığı altında verilən məsələnin şərti şagirdlərlə araşdırılır, təhlil olunur, verilənlər və tapılması tələb olunan kəmiyyətlər müzakirə edilir. Məsələdə verilənlərə əsasən qarışıqda nə qədər portağal, yaxud alma şirəsi olduğunu tapmaq üçün uyğun tənliklər sistemi yazılır və həll edilir. İlk dərstdə bu məsələni həll etmək üçün şagirdlərin qarşısında hansı problemlərin olduğu müzakirə olunur. Bölmənin sonunda məsələnin həllində istifadə olunan hansı yeni biliklərin öyrəniləndiyi diqqətə çatdırılır.

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

1. Verilmiş tənliklər şagirdlər tərəfindən həll edilir. Tənliyi həll etməzdən əvvəl şagirdin hansı tənlikdə hansı qaydaları tətbiq edəcəyini izah etməsi məqsəduyğundur. Cavabların yoxlanılması diqqətdə saxlanılmalıdır.

$$\begin{aligned} \text{d) } |x - \frac{x}{4}| &= 9 \\ |\frac{3x}{4}| &= 9 \\ \frac{3x}{4} &= 9 \text{ və } \frac{3x}{4} = -9 \\ x &= 12 \text{ və } x = -12. \\ \text{Cavab. } 12 \text{ və } -12. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \frac{m-1}{3} + 1 &= m \\ m - 1 + 3 &= 3m \\ m &= 1. \\ \text{Cavab. } 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } 6 - |5 - \frac{x}{3}| &= 1 \\ |5 - \frac{x}{3}| &= 5 \\ \frac{15-x}{3} &= 5 \text{ və } \frac{15-x}{3} = -5 \\ x &= 0 \text{ və } x = 30. \\ \text{Cavab. } 0 \text{ və } 30. \end{aligned}$$

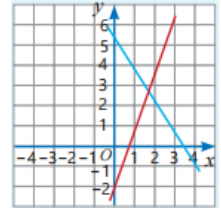
4. Hansı halda tənliyin sonsuz sayda həllinin olması və ya tənliyin kökünün olmaması yada salınır.

a) $(a - 2)x = b - 3$ tənliyinin sonsuz sayda həlli olması üçün $a - 2 = 0$ və $b - 3 = 0$ olmalıdır. Buradan $a = 2$ və $b = 3$ alınır.

6. Səbinə və Anarın qrafiklərə görə əldə etdikləri nəticələr dəqiq qiymətə görə təhlil edilir. Qrafikə görə kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını dəqiq müəyyən etmək çətinidir. Bu halda kəsişmə nöqtəsinin absisinin tapılması üçün düz xətlərin tənliklərindən istifadə edilir.



$$\begin{aligned} y &= 3x - 2 \\ y &= -1,5x + 5,02 \end{aligned}$$



$y = 3x - 2$ və $y = -1,5x + 5,02$ tənliklərinin sağ tərəfləri bərabərləşdirilir və alınan tənlik həll edilir:

$$3x - 2 = -1,5x + 5,02 \rightarrow x = 1,56.$$

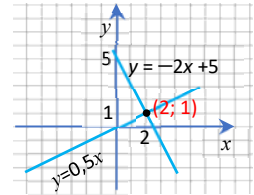
Hər uşağın aldığı nəticəyə görə mütləq xəta tapılır və müqayisə edilir.

Səbinənin nəticəsinin mütləq xətası: $|1,5 - 1,56| = 0,06$.

Anarın nəticəsinin mütləq xətası: $|1,6 - 1,56| = 0,04$.

Cavab. Səbinənin yol verdiyi xəta daha çoxdur.

10. Şagirdlər tələb olunan düz xətlərin tənliklərini yazmaq üçün düz xəttin tənliyini ($y = kx + b$), k bucaq əmsalını, düz xəttin ordinat oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin ordinatı haqqında biliklərini tətbiq edirlər. Düzbucaqlı koordinat sistemində bu düz xətlərin qrafikləri çəkilir və kəsişmə nöqtəsinin koordinatları müəyyən edilir: (2; 1)

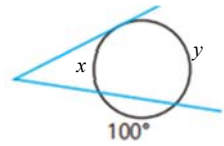


bucaq əmsalı -2 -yə, Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin ordinatı isə 5 -ə bərabər olan düz xətt $\rightarrow y = -2x + 5$

bucaq əmsalı $0,5$ -ə bərabər olan, koordinat başlanğıcından keçən düz xətt $\rightarrow y = 0,5x$

Növbəti mərhələdə cavabın doğruluğunu yoxlamaq üçün tənliklər sistemi həll edilir. $\begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = 0,5x \end{cases} \Rightarrow (2; 1).$

11. Bu tapşırıqda çevrəyə toxunan və kəsən arasında qalan qövslər və onların dərəcə ölçüləri, tam bucaq haqqında şagirdlərin öyrəndikləri yada salınır. Şərtə əsasən ikidəyişənli xətti tənliklər sistemi tərtib edilir. Kiçik qövsün dərəcəsi x , böyük qövsün dərəcəsi y ilə işarə edilir. Şərtə görə x -in 20%-i, y -in 30%-nə bərabər, deməli, sistemin birinci tənliyi $0,2y = 0,3x$ olar.



Digər tərəfdən hər üç qövsün dərəcə ölçülərinin cəmi tam bucağı verir: $x + y + 100^\circ = 360^\circ$.

$$\begin{cases} 0,2y = 0,3x \\ x + y = 260^\circ \end{cases} \Rightarrow x = 104^\circ; y = 156^\circ.$$

Cavab. Böyük qövsün dərəcə ölçüsü 156° -dir.

17. Alıcının aldığı meyvələrin kütləsi və onlara ödənilən məbləğ nəzərdən keçirilir.

Məsələnin həlli mərhələlərlə icra edilir.

Məsələnin həlli

Müxtəlif kütləli alma və nar üçün ödənilən məbləğlər məlumdur: 1 kq almanın əvvəlki

qiymətini tapmaq tələb olunur. Almanın 1 kq-nın qiyməti x ilə, narın 1 kq-nın qiyməti isə y ilə işarə edilir. Bu halda 2 kq alma və 1 kq nar üçün ödənilən məbləğ $(2x + y)$ ifadəsi ilə verilir. Almanın qiyməti 20% ucuzlaşarsa, onun qiyməti $0,8x$ manat, narın qiyməti 30% ucuzlaşarsa, qiyməti $0,7y$ manat olar. Bu halda 2 kq almaya və 1 kq nara görə ödənilən məbləğ $(2 \cdot 0,8x + 0,7y)$ ifadəsi ilə verilir.

Şərtə görə tənliklər sistemi tərtib olunur və həll edilir.

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 1,6x + 0,7y = 6,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 8 \\ 16x + 7(-2x + 8) = 61 \end{cases} \rightarrow 16x + 7(-2x + 8) = 61 \rightarrow x = 2,5, y = 3.$$

Cavab. 1 kq almanın əvvəlki qiyməti 2,5 manatdır.

Müzakirə. Cavabı sistemi əmələ gətirən tənliklərdə yerinə yazmaqla cavabın doğru olduğu yoxlanılır.

18. Məsələnin şərti təhlil edilir.

Məsələnin həlli



İkiotaqlı mənzillərin sayı x ilə, üçotaqlı mənzillərin sayı isə y ilə işarə edilir. İkiotaqlı və üçotaqlı mənzillərin ümumi sayı $(x + y)$ ifadəsi ilə verilir. İkiotaqlı mənzillərdə olan otaqların ümumi sayı ilə üçotaqlı mənzillərdə olan otaqların ümumi sayı bərabər olduğu üçün $2x = 3y$ yazılır.

Şərtə görə tənliklər sistemi tərtib olunur və həll edilir.

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x = 1,5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,5y = 100 \\ x = 1,5y \end{cases} \Rightarrow x = 60, y = 40.$$

Məsələnin cavabının yoxlanılması məqsədəuyğundur.

Cavab. İkiotaqlı mənzillərin sayı 60, üçotaqlı mənzillərin sayı 40-dır.

Müzakirə. Məsələni fərqli üsullarla həll edən şagirdlərin həll üsulları müzakirə olunur.



Riyazi kaleydoskop

1. Verilmiş tənliklərə görə $x + y + z$ ifadəsinin qiyməti tapılır.

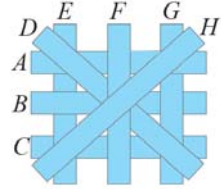
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = -6 \\ x + z = 10 \end{cases} \quad \text{Tənliklər tərəf-tərəfə toplanır: } 2x + 2y + 2z = 7 \Leftrightarrow x + y + z = 3,5.$$

$$\begin{cases} 3x - y + 4z = 0 \\ x + y - 2z = -4 \\ 2x + 6y + 4z = 11 \end{cases} \quad \text{Tənliklər tərəf-tərəfə toplanır: } 6x + 6y + 6z = 7 \Leftrightarrow x + y + z = 1\frac{1}{6}.$$

c) 2-ci tənliyin hər iki tərəfi 2-yə vurulur.

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ 2z + y = 5 \\ x + z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ 2z + y = 5 \\ x + z = 9 \end{cases} \quad \text{Alınan tənliklər tərəf-tərəfə toplanır: } 3x + 3y + 3z = 12 \Leftrightarrow x + y + z = 4.$$

2. Şəkilə bir-birinin üzərinə qoyulan düzbucaqlılar ən altdakından başlayaraq ən üstəsinə qədər ardıcıl olaraq düzülür. C ən altda qalan, E isə C -nin üzərində, lakin digər fiqurlardan altda qalan, B isə E və digər fiqurların üzərindədir, lakin G fiqurunun altındadır. Bu üsulla fiqurların ardıcılığı müəyyən edilir: C, E, B, G, A, D, F, H .



Məsələni düzbucaqlıları ayrı kağız zolaqları kimi kəsib üst-üstə qoyub, hansının digərinin altında qaldığını əyani görməklə də həll etmək olar.

3. Maşın düzbucaqlı koordinat sistemində $(1; 3)$ nöqtəsindən $(17; 43)$ nöqtəsinə $y = kx + b$ düz xətti boyunca hərəkət edir. Bucaq əmsalı tapılır. $k = \frac{43-3}{3-1} = \frac{5}{2}$

Düz xəttin $y = kx + b$ tənliyindən $x = 1, y = 3, k = \frac{5}{2}$ yazılır və b tapılır. $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = \frac{5x+1}{2}$

Bu kəsrin qiymətinin natural ədəd olması üçün kəsrin surətindəki ifadə 2-yə tam bölünməlidir.

$(5x + 1)$ cüt ədəd $\rightarrow 5x$ tək ədəd $\rightarrow x$ tək ədəd olmalıdır.

Onda $x = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$, $y = \{3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43\}$ olar.

Beləliklə, maşın bu düz xətt boyunca hərəkət müddətində koordinatları natural ədədlər olan $(1; 3), (3; 8), (5; 13), (7; 18), (9; 23), (11; 28), (13; 33), (15; 38), (17; 43)$ nöqtələrindən keçir.

Cavab. 9 nöqtə.

4. Şagirdlər şəkil üzərində verilənlərə əsasən ABC üçbucağının B və C bucaqlarının tən bölmələri arasındakı bucağı müəyyən edirlər. Şərtə görə $\angle B + \angle C = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. Tən bölmə bucaqları yarı böldüyünə görə BOC üçbucağında $\angle OBC + \angle OCB = 70^\circ$ olar. Onda $\angle BOC = 110^\circ$ -dir.

5. Şagirdlər dairə sektorunun sahəsini müəyyən edə bilirlər. Məsələ həll edilməmişdən əvvəl şəkil üzərində verilənlər araşdırılır və suallar cavablandırılır.

• Əqrəbin göstərdiyi sektora uyğun mərkəzi bucaq 40° -dir.

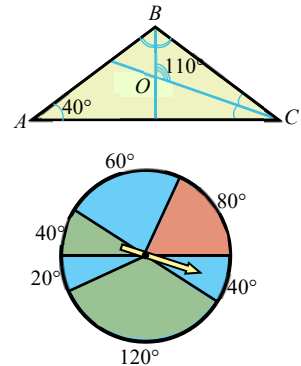
$$\text{Onda } S = \frac{40^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 15^2 = 25\pi \text{ (sm}^2\text{)}$$

• Qırmızı rəngli sektor dairənin $\frac{80^\circ}{360^\circ} = \frac{2}{9}$ hissəsini təşkil edir.

• Dairədə yaşıl rəngli böyük sektor dərəcəsi tapılır:

$$360^\circ - (20^\circ + 40^\circ + 60^\circ + 80^\circ + 40^\circ) = 120^\circ.$$

Bir dəfə fırladıldıqda əqrəbin düşdüyü hissənin yaşıl rəngli olması hadisəsinin ehtimalı $\frac{40^\circ + 120^\circ}{360} = \frac{4}{9}$ olar.





"AĞILLI İŞIQFORLAR"

Avtomobillərin sayının artması ilə böyük şəhərlərdə yaranan tıxaclar bir problem olaraq insanları daim düşündürür və onların aradan qaldırılması yolları araşdırılır. Tıxacların qarşısını almaq üçün "ağıllı işıqforlar" dan istifadə edilir. Bu işıqforlarda qırmızı və yaşıl işıqların yanma müddəti yollarda olan tıxacə görə tənzimlənilir. Şagirdlər belə işıqforları araşdıraraq onun iş prinsipini daha yaxşı anlaya bilərlər.



1. Pik saatda "ağıllı işıqfor"un yaşıl işığı qırmızıdan 30 saniyə çox yanır. 1 saat = 60 dəqiqə = 3600 saniyə olduğu məlumdur. Sarı işıq 1 saatda cəmi 2 dəqiqə = 120 saniyə yanmış olur. Pik saatda yaşıl və qırmızı işıqların hər birinin 24 dəfə yandığı məlumdur. Qırmızı işığın bir dəfə yanma müddəti x ilə işarə edilir. Onda şərtə görə yaşıl işığın yanma müddəti $(x + 30)$ saniyə olar.

Beləliklə, 1 saatda: qırmızı işıq $24x$ saniyə, yaşıl işıq $24(x + 30)$ saniyə, sarı işıq isə 120 saniyə yanır.

Şərtə görə tənlik yazılır və həll edilir.

$$24x + 24(x + 30) + 120 = 3600 \rightarrow x = 57,5 \text{ (san).}$$

Yaşıl işığın hər dəfə neçə saniyə yandığı hesablanır. $57,5 + 30 = 87,5$.

2. 2026-cı il Azərbaycanda "Şəhərsalma və memarlıq ili" elan edilmişdir. Böyük şəhərlərdə isə ən böyük problemlərdən biri nəqliyyatın artması ilə əlaqədar tıxacların yaranmasıdır. Şagirdlərə böyük şəhərlərdə tıxacların yaranmasının qarşısını almaq üçün istifadə olunan müasir texnologiyalar barədə təqdimat hazırlamaq tapşırılır.

3. Şagirdlərə Bakı şəhərində NİİS-in (Nəqliyyatın İntellektual İdarəetmə Sistemi) qurulma tarixi, tıxacların yaranma səbəblərinin araşdırılması və onları aradan qaldırmaq üçün təkliflərin hazırlanması tapşırılır. Şagirdlər yeni salınan yollar, avtobus yollarının ayrılması, velosiped yollarının salınmasına aid məlumat toplaya bilərlər.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialdan istifadə etmək olar.

https://www.youtube.com/watch?v=oK_kN2T18d4&t=17s

9-cu BÖLMƏ

Dönmə və simmetriya. Qurma məsələləri

Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	82	
Mövzu 9.1	Koordinat müstəvisində dönmə	3	83	57
Mövzu 9.2	Nöqtəyə nəzərən simmetriya	2	87	60
Mövzu 9.3	Qurma məsələləri	3	90	62
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Azərbaycan xalçaları"	2	94	64
	KSQ-4	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	12		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə şagirdlər fiqurun verilmiş nöqtə ətrafında dönməsindən alınan və verilmiş nöqtəyə nəzərən fiqura simmetrik olan fiqurların çəkilməsi, koordinat başlanğıcı ətrafında 90° ; 180° ; 270° dönmədən alınan nöqtənin koordinatlarının müəyyən edilməsi qaydaları ilə tanış olurlar. Şagirdlər pərgar və bölgüsüz xətkəşin köməyi ilə bucağın tənbölənini və parçanın orta perpendikulyarını qurmağı öyrənir, mərkəzi simmetrik fiqurları müəyyən edir, koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik nöqtələrin koordinatlarını tapır, qurmanı yerinə yetirir, qurmaya aid məsələləri həll edirlər.

Nəyə diqqət yetirməli?

Şagirdlər 3-cü sinifdən "simmetriya" və "yerdəyişmə" anlayışları ilə tanışdırlar, 4-cü sinifdə "Həndəsi ornamentlər" mövzusunda yerdəyişmə, güzgü əksi və dönmədən istifadə etməklə müxtəlif naxışlar düzəldərək ornamentlər yaratmağı öyrəniblər. İbtidai təhsil səviyyəsində əldə olunan bacarıqlar 5-ci sinifdən başlayaraq daha da dərinləşdirilmişdir. Hərəkətin növləri ilə bağlı əvvəlki siniflərdən əldə edilən biliklərin xatırladılması vacibdir. Bu yanaşma şagirdlərin mövzuya keçidini asanlaşdırır və yeni bilikləri əvvəlki anlayışlarla əlaqələndirməyə kömək edir.

Bəzən şagirdlər saat əqrəbi hərəkəti istiqamətdə dönmə ilə saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə dönməni müəyyən etməkdə çətinlik çəkirlər. Belə şagirdlərə bu iki anlayışın fərqlərini izah edilməsi, analoq saat üzərində nümunələrin göstərilməsi tövsiyə olunur.

Dönmədən alınan fiqurun çəkilməsi üçün bütün təpə nöqtələrinin dönmə mərkəzi ətrafında eyni bucaq qədər eyni istiqamətdə dönməsi vacib məqamlardan biridir. Bu qaydaya koordinat müstəvisində koordinat başlanğıcına nəzərən müəyyən bucaq qədər dönmə zamanı alınan fiqurun və koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik fiqurların çəkilməsi zamanı da diqqət edilməlidir.

Bəzən şagirdlər koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik fiqurları, həmçinin mərkəzi simmetrik fiqurları müəyyən etməkdə çətinlik çəkirlər. Belə şagirdlərə nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqurlardan birinin digərindən simmetriya mərkəzi ətrafında 180° dönməsi ilə alındığını xatırlatmaq məqsəduyğundur.

Qurma məsələlərinə keçid edərkən şagirdlərə fiqurun qurulması və çəkilməsi arasındakı fərqi izah edilməsi məqsəduyğundur. Fiqurların çəkilməsi üçün bölgülü xətkəşdən istifadə olunsa da, qurma məsələlərində bərabər parça və məsafələri ölçməklə deyil, həndəsi qurma üsulları ilə müəyyən etmək lazımdır.

Riyazi dilin inkişafı

"Dönmə", "dönmə bucağı", "dönmə mərkəzi", "tam dönmə", "saat əqrəbi hərəkəti istiqamətində dönmə", "saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə dönmə", "koordinat başlanğıcı ətrafında dönmə", "dönmə simmetriyası", "simmetriya mərkəzi", "mərkəzi simmetrik fiqur", "qurma", "bölgüsüz xətkəş" və "orta perpendikulyar" anlayışlarının düzgün müəyyən edilməsi bu anlayışların necə mənimsədildiyini qiymətləndirməyə əsas verir.

Bölmədə mənimsədilən riyazi anlayış və terminlər

Dönmə, dönmə bucağı, dönmə mərkəzi, tam dönmə, dönmə simmetriyası, simmetriya mərkəzi, mərkəzi simmetrik fiqur, qurma, orta perpendikulyar

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Düzbucaqlı koordinat sistemi
- Simmetriya, yerdəyişmə, dönmə
- İki tərəf və arasındakı bucağa görə, bir tərəf və ona bitişik bucaqlara görə üçbucağın çəkilməsi

Fənlərarası integrasiya

"Dönmə" və "simmetriya" anlayışları riyaziyyatda həndəsi fiqurların qurulmasında, fizikada qüvvələrin və hərəkətin modelləşdirilməsində istifadə olunur. İnformatikada dönmə və simmetriya kompüter qrafikası, animasiya və oyun dizaynının əsasını təşkil edir. İncəsənət və memarlıqda isə bu anlayışlar ornamentlərin, naxışların və konstruktiv formaların qurulmasında mühüm rol oynayır.

MÖVZU 9.1. Koordinat müstəvisində dönmə

ALTSTANDARTLAR	7-3.5.1. Koordinat müstəvisində “dönmə” anlayışını tətbiq edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Müstəvi fiqurun verilmiş nöqtə ətrafında müəyyən bucaq qədər dönməsi nəticəsində alınan fiquru tapır. - Dönmədən alınan fiquru çəkir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.geogebra.org/m/dxrrxhmz https://www.geogebra.org/m/vvc8vue3 https://www.geogebra.org/m/stxgycpr https://www.geogebra.org/m/gfsyjhts https://www.geogebra.org/m/k8xgaxek

İlkin problemin müzakirəsi

Parkın planına nəzər salınır. Verilən obyektlərin koordinatları səsləndirilir. Şagirdlər üfüqi və ya şaquli düz xətt üzrə yerdəyişmə nəticəsində alınan, koordinat oxlarına nəzərən simmetrik olan fiqurların koordinatlarının tapılması qaydaları ilə tanışdırlar. Qaydalar yada salınır, tir və attraksionun yerləşdiyi nöqtələrin absis oxuna nəzərən simmetrik olduğu, tirdən 2 vahid solda və 2 vahid yuxarıda yelləncək quraşdırıldığı qeyd olunur. Şagirdlər digər sualları cavablandırmağa cəhd edirlər. Verilən cavablar siniflə müzakirə olunur.

Mövzuya yönəltmə

Şagirdlər qövsün uzunluğunun çevrənin uzunluğunun hansı hissəsi olduğunu tapmağı bacarırlar. Müəllim analoq saat nümayiş etdirərək şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verir:

– Saat əqrəbinin 1 tam dövrü nə deməkdir? Saatda dəqiqə əqrəbi neçə dəqiqəyə 1 tam dövr edir? Bir tam dövr neçə dərəcədən ibarətdir? Dönməklə yeni vəziyyət aldığını necə tapmaq olar?

Sualları cavablandırmaqla şagirdlər dəqiqə əqrəbinin 60 dəqiqəyə 360° döndüyünü, yəni hər 1 dəqiqədə 6° dönməklə yeni vəziyyət aldığını əsasən yerini qeyd edirlər.

Araşdırma-müzakirə

Saatın dəqiqə əqrəbinin 1 dəqiqədə yerini 6° dönməklə yeni vəziyyət aldığını əsasən suallar cavablandırılır.

• Dəqiqə əqrəbi 60° döndükdə saatın neçəni göstərdiyini müxtəlif üsullarla tapmaq olar.

60° -nin tam dövrün $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ hissəsi olduğu qeyd olunur.

60 dəqiqənin $\frac{1}{6}$ hissəsi tapılır. $60 \cdot \frac{1}{6} = 10$ (dəq)

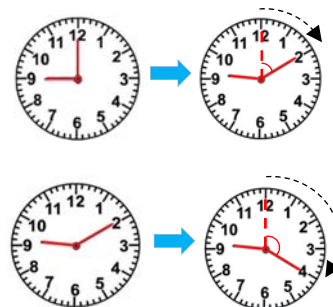
Deməli, saat 09:00 göstərəndə dəqiqə əqrəbi 60° dönersə, saat 09:10-u göstərər.

• 09:00 göstərən saatın 09:20-ni göstərməsi üçün 20 dəqiqə vaxt keçməsi lazım olduğu qeyd olunur. 1 dəqiqə müddətində dəqiqə əqrəbi 6° dönersə, 20 dəqiqə ərzində neçə dərəcə dönəcəyi hesablanır: $20 \cdot 6^\circ = 120^\circ$.

Deməli, dəqiqə əqrəbi 120° dönsə, saat 09:20-ni göstərəcək.

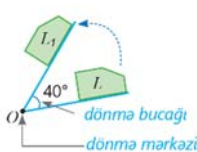
Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyəti yerinə yetirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/quexu62V>

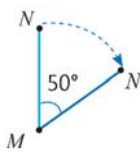


Öyrənmə Dönmə

Müstəvi fiqurun hər hansı O nöqtəsi ətrafında müəyyən bucaq qədər dönməsi nəticəsində fiqurun vəziyyətinin dəyişdiyi, lakin ölçülərinin dəyişmədiyi, yəni ona konqruyent olan fiqur alındığı qeyd



Saat əqrəbinin hərəkəti və əksi istiqamətində dönmə barədə və necə işarə olunduğu, dönmə mərkəzinin dəyişmədiyi haqqında şagirdlərə məlumat verilir və nümunələr üzərində müzakirə təşkil olunur.



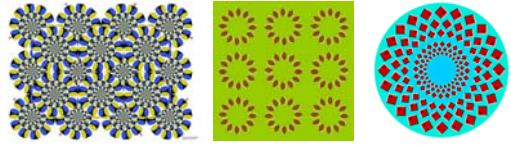
Müəllimin nəzərinə! Hər hansı fiqurun dönmə mərkəzi ətrafında müəyyən bucaq altında dönməsi dedikdə onun bütün nöqtələrinin eyni bucaq qədər dönməsi başa düşülür. Bu səbəbdən “dönmə” anlayışı üçün şagirdlərin əvvəlcə nöqtənin dönməsini başa düşməsi vacibdir. Lakin fiqurların dönməsi şagirdlər üçün daha anlaşılan olduğundan dönmə anlayışına əvvəlcə fiqurlar üzərində nümunələr göstərilməsi əlverişlidir. Bununla yanaşı, “dönmə” nəticəsində alınan fiqurların konqruyent olduğunu vurğulamaq məqsəduyğundur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyəti yerinə yetirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/ugjhcmr>

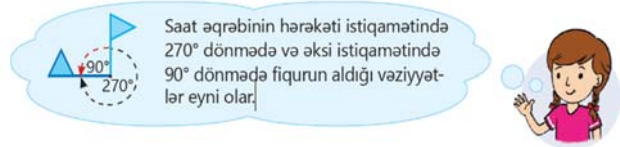
Mövzunun tədrisində diqqət edilməli əsas məqamlardan biri yeni riyazi anlayışların öyrədilməsidir. Riyazi dilin inkişafı şagirdlərdə bu anlayışların düzgün ifadə olunmasına və praktik tapşırıqlarda doğru tətbiqinə imkan yaradır. Xüsusilə “dönmə”, “dönmə mərkəzi”, “dönmənin istiqaməti” (saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində və ya əksinə) və “dönmə bucağı” anlayışlarının mənimsənilməsi vacibdir.

Şagirdlərə müxtəlif illüstrasiyaları nümunə göstərmək, optik illüziyalar haqqında da məlumat vermək olar. Optik illüziyalar gözün gördüyü təsvirlə beyinin onu qavraması arasında yaranan uyğunsuzluq nəticəsində meydana çıxan vizual hadisələrdir. Bu cür şəkillərdə obyektlər hərəkət edir, böyüyür, kiçilir və ya fırlanmış kimi görünə bilər, halbuki təsvir, əslində, sabitdir. Optik illüziyalar görmə sistemi, işıq-kölgə, rəng kontrastı və həndəsi quruluşların təsiri ilə yaranır və həm elmi, həm də tədris məqsədləri üçün geniş istifadə olunur. Fiqurların dönməsi zamanı alınan fiqurun təsvir edilməsi şagirdlərdə dönmə nəticəsində alınan fiqurun düzgün çəkilməsi üçün vacibdir.



Çalışma

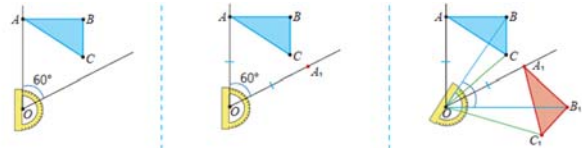
2. Aynurun fikri müzakirə edilir. Şagirdlər tam dövrün 360° olduğunu qeyd etməklə 90° -nin necə alındığını göstərə bilərlər. $360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$. Bu səbəbdən hər iki halda fiqur başlangıç vəziyyətinə görə döndükdə eyni nəticə alınır. Yəni dönmənin istiqaməti və bucaq ölçüsü fərqli olsa da, bucaqların cəmi 360° olduqda nəticədə fiqurların dönmədən alınan vəziyyətləri eyni olur. Suallar cavablandırılır.



- a) Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 180° dönmə və əks istiqamətdə 180° dönmə nəticəsində fiqurun aldığı vəziyyətlər eynidir. Çünki $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$
- b) Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 120° dönmə və əks istiqamətdə 120° dönmə nəticəsində fiqurun aldığı vəziyyətlər eyni deyil. Çünki $120^\circ + 120^\circ = 240^\circ \neq 360^\circ$
- c) Fiqurun saat əqrəbinin hərəkətinə əks istiqamətdə 200° dönmədən aldığı vəziyyətlə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində neçə dərəcəli dönmədən aldığı vəziyyətinin eyni olduğu tapılır. $360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$.

Öyrənmə Dönmədən alınan fiqurun çəkilməsi

Dönmə nəticəsində alınan fiqurun verilən ardıcılıqla necə çəkildiyi şagirdlərə izah olunur. İzah prosesində addımları qeyd etməklə alınan fiqur çəkildikcə şagirdlər dönmə əməliyyatının ardıcılığını daha aydın görürlər. Bu, yeni fiqurun necə alındığını izləməyi asanlaşdırır.



Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialı nümayiş etdirmək olar. <https://youtu.be/6G609L17mbM>

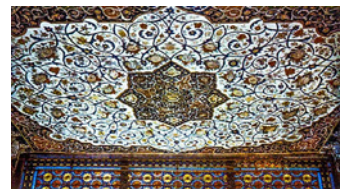
Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərdən dönmədən alınan fiqurlara harada rast gəldiklərini soruş, nümunələr göstərməyi tapşırmaq olar. Texniki imkanları olan siniflərdə simulyasiyalardan istifadə etməklə dönmədən alınan fiqurlarla müxtəlif ornamentləri çəkmək olar. <https://www.geogebra.org/m/sbfrxndk>



Dönmədən alınan fiqurlara əsaslanan naxışlara bir çox tarixi abidələrdə rast gəlinir. Xüsusilə Şərq və islam memarlığında ornamentlər mərkəz ətrafında müəyyən bucaqla döndərilmiş həndəsi fiqurların təkrarı ilə qurulur. Azərbaycanda Şirvanşahlar Sarayı



Möminə xatun türbəsi



Şəki xan sarayı

Kompleksi, Şəki xan sarayı, Möminə xatun türbəsi kimi memarlıq abidələrinin bəzəklərində bu cür dönmə simmetriyalı naxışlar aydın şəkildə müşahidə olunur.

Şagirdlərə dönmədən istifadə olunan müasir memarlıq abidələri haqqında da məlumat vermək olar. Məsələn, Sharifi-ha evi, Tehran — fasaddakı otaqlar 90° fırlana bilər, bu da binaya dəyişən estetik görünüş verir.

<https://www.youtube.com/shorts/M7NfUorIng8>



Praktik iş. Vərəq üzərində hər hansı ABC üçbucağı çəkilir və üçbucağın xaricində O nöqtəsi qeyd edilir. Fiquru və O nöqtəsini örtəcək ölçüdə kalka (şəffaf kağız) götürülür və əsas vərəqin üzərinə yerləşdirilir. Şagirdlər qeyd olunan ardıcılıqla fiqurun dönməsindən alınan fiqurları çəkirlər.

- 1) Kalkanı verilən fiqur üzərində qoymaqla fiqur çəkin və O nöqtəsini üst-üstə düşəcək şəkildə qeyd edin.

2) Vərəqi və kalkanı O nöqtəsində bərkitməklə kalkanı O nöqtəsi ətrafında verilmiş bucaq qədər (məsələn, 60°) döndərin.

3) Dönmə nəticəsində alınan yeni fiquru $A_1B_1C_1$ kimi işarə edin.

Şagirdlər alınan nəticələri nümayiş etdirir, siniflə müzakirə təşkil olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialı şagirdlərə nümayiş etdirmək olar.

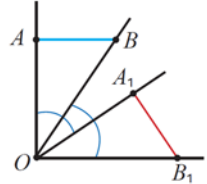
<https://www.youtube.com/shorts/o0eUccf9saA>

3. Şəkilə mavi rəngli fiqur və bu fiqurun M nöqtəsi ətrafında dönməsindən alınan fiqurun təpə nöqtələrindən biri təsvir edilmişdir. Fiqurlar dəftərdə çəkilir və dönmə nəticəsində alınan fiqurlar dəftərdə tamamlanır.

Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar.

<https://www.desmos.com/calculator/kohoey3j60>

4. O nöqtəsi ətrafında dönmədə AB parçası A_1B_1 parçasına çevrilmişdir. Suallar cavablandırılır və $AB \cong A_1B_1$ olduğu əsaslandırılır.



- Dönmə zamanı fiqurun hər bir nöqtəsi dönmə mərkəzi ətrafında çevrə qövsü üzrə hərəkət edir. Bu zaman həmin nöqtənin dönmə mərkəzinə olan məsafəsi dəyişməz qalır. Deməli, AB parçası O nöqtəsi ətrafında döndüyündən və məsafə dəyişmədiyindən $OA \cong OA_1$ və $OB \cong OB_1$

- AB parçası O nöqtəsi ətrafında döndüyündən $\angle AOA_1 = \angle BOB_1$.

- $\angle AOA_1 = \angle AOB + \angle BOA_1$ və $\angle BOB_1 = \angle A_1OB_1 + \angle BOA_1$.

$\angle BOA_1$ bucağının $\angle AOA_1$ və $\angle BOB_1$ bucaqlarının bir hissəsi olduğuna əsasən alınır ki, $\angle AOB = \angle A_1OB_1$.

- $\angle AOB$ və $\angle A_1OB_1$ üçbucaqları TBT əlamətinə görə konqruyentdir. $\triangle AOB \cong \triangle A_1OB_1$

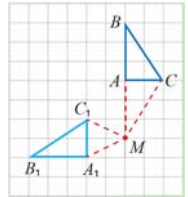
- $\triangle AOB \cong \triangle A_1OB_1$ olduğundan $AB \cong A_1B_1$



Səhvi düzəlt!

Verilən alqoritmlə çəkilən fiqur dönmədə alınan fiqur olmaya da bilər. Dəqiq nəticə əldə etmək üçün 2-ci addımda səhvi düzəldərək hər hansı nöqtə deyil, $MA = MA_1$ şərtini ödəyən nöqtənin götürüldüyü qeyd olunmalıdır.

ABC üçbucağının M nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməsindən alınan fiqur belə çəkilir:

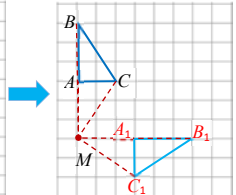
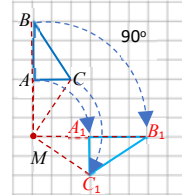


1) MA şüası çəkilir və bir tərəfi MA olan saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° -li bucaq qurulur.

2) Bucağın ikinci tərəfi üzərində $MA_1 = MA$ parçası ayırmaqla A_1 nöqtəsi qeyd edilir.

3) Eyni addımlarla B_1 və C_1 nöqtəsi qeyd edilir. A_1 , B_1 və C_1 nöqtələri birləşdirilir.

Dönmə zamanı istiqamətin düzgün seçilməsinin vacibliyi vurğulanır. Təsvirdə bəzi ölçülərin bərabər olmaması da şərthə uyğun fiqurun çəkilmədiyini göstərir. Verilən təsvirdə $\angle AMA_1 \neq \angle CMC_1$, $MA \neq MA_1$.



Beləliklə, səhvlər müəyyən olunur və ABC üçbucağının dönməsindən alınan üçbucaq çəkilir.

Müəllimin nəzərinə! Dönmə ilə bağlı vacib iki məqamı şagirdlərin diqqətinə çatdırmaqla tipik səhvlərin qarşısını almaq olar.

✓ Dönmə nəticəsində bütün nöqtələrdən dönmə mərkəzinə qədər olan məsafə dəyişmir.

✓ Dönmə nəticəsində alınan fiqur verilən fiqura konqruyent olur.

Bununla şagirdlər anlayırlar ki, dönmə fiqurun formasını və ölçüsünü dəyişmir, yalnız onun müstəvidəki vəziyyətini dəyişir. Bu da dönmə ilə bağlı qurma və isbat məsələlərində düzgün nəticə çıxarmağa kömək edir.

Öyrənmə Koordinat müstəvisində dönmə

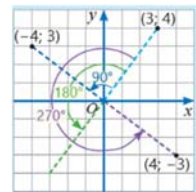
Təpə nöqtələri $A(1; 1)$, $B(1; 4)$, $C(3; 1)$ olan üçbucağın koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 90° , 180° , 270° dönməsi şəkillərdə təsvir edilib. Hər dönmədə alınan üçbucağın təpə nöqtələrinin koordinatlarının şəkli görə necə müəyyən edildiyi siniflə müzakirə edilir.

- Koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 90° , 180° və 270° dönmə nəticəsində nöqtənin koordinatlarının necə dəyişdiyi izah edilir. Belə izahların nümunələrlə göstərilməsi məqsəduyğundur.

90° dönmə
 $(3; 4) \rightarrow (-4; 3)$

180° dönmə
 $(3; 4) \rightarrow (-3; -4)$

270° dönmə
 $(3; 4) \rightarrow (4; -3)$





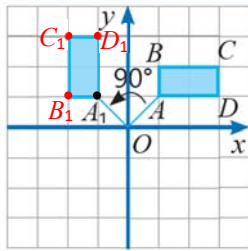
Nöqtənin koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində dönməsini əks istiqamətdə dönmə ilə əvəz etməklə uyğun nöqtənin koordinatlarını tapmaq olar.

Müəllimin nəzərinə! Bu məlumatı şagirdlərin diqqətinə çatdırarkən nümunələr göstərmək və siniflə müzakirə təşkil etmək tövsiyə olunur. Mövzunun 2-ci tapşırığında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində dönmə ilə saat əqrəbi istiqamətində dönmə arasında əlaqəyə aid nümunələr verilmişdir. Xatırlatmaq olar ki, nöqtə koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° döndürsə, bunu saat əqrəbinin hərəkətinə əks istiqamətdə $360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$ dönmə ilə əvəz etmək olar. Bu zaman alınan fiqurlar üst-üstə düşür. Belə yanaşma koordinatların tapılmasını sadələşdirir və saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətdə dönmə zamanı koordinatların tapılması qaydasını saat əqrəbi istiqamətində dönmə üçün istifadə etməyə imkan verir.

6. Şəkilə mavi rəngli fiqur və onun koordinat başlanğıcı ətrafında dönməsindən alınan fiqurun təpə nöqtələrindən biri təsvir edilmişdir. Verilən fiqurun və dönmə nəticəsində alınan fiqurun təpə nöqtələrinin koordinatları yazılır, dönmədən alınan fiqur tamamlanır.

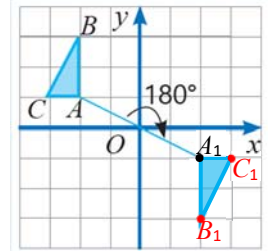
a) Saat əqrəbinin hərəkətinə əks istiqamətdə 90° dönmə

- $A(1; 1) \rightarrow A_1(-1; 1)$
 $B(1; 2) \rightarrow B_1(-2; 1)$
 $C(3; 2) \rightarrow C_1(-2; 3)$
 $D(3; 1) \rightarrow D_1(-1; 3)$



b) Saat əqrəbinin hərəkətinə əks istiqamətdə 180° dönmə

- $A(-2; 1) \rightarrow A_1(2; -1)$
 $B(-2; 3) \rightarrow B_1(2; -3)$
 $C(-3; 1) \rightarrow C_1(3; -1)$



Bəzi fiqurların müəyyən nöqtə ətrafında tam dönməyə qədər bir neçə dəfə özü ilə üst-üstə düşdüyü, belə fiqurların dönmə simmetriyası olan fiqurlar adlandırılır. Dərslərdə bərabərtərəfli üçbucağın ağırlıq mərkəzi ətrafında 120° , 240° , 360° dönmədə özü ilə üst-üstə düşdüyü qeyd olunub. Əlavə nümunələr göstərmək tövsiyə olunur.

Kvadrat diaqonalların kəsişmə nöqtəsi ətrafında 90° , 180° , 270° döndükdə özü ilə üst-üstə düşür.

Paraleloqram, düzbucaqlı, romb diaqonalların kəsişmə nöqtəsi ətrafında 180° döndükdə özü ilə üst-üstə düşür.

Şagirdlər bu fiqurların nəyə görə dönmə simmetriyasına malik olduğunu onları təsvir etməklə göstərə bilərlər.

Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər interaktiv fəaliyyətləri yerinə yetirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/z9tM2QKu>

<https://www.geogebra.org/m/gWxUsE46>

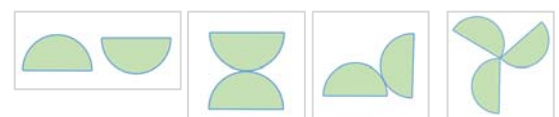
Diferensial təlim

Dəstək. Vərəq üzərində sadə bir fiqur (məsələn, yarım dairə, qövs və ya kiçik ayrı xətt) çəkilir. Şagirdlərə təsvirdəki kimi həmin fiquru döndərməklə alınan təsvirləri çəkmək tapşırılır.

Bu üsulla hansı təsvirin alınıb-alınmadığını yoxlayırlar. Dönmə olan təsvirlər üçün dönmənin istiqaməti və təxminən neçə dərəcəli bucaq altında döndüyü, dönmə olmayan təsvirlər üçün hansı çevrilmə aparıldığı izah edilir.



Dərinləşdirmə. Şagirdlərə bir neçə təsvir təqdim olunur. Əvvəlcə bir fiqurun dönməsindən alınan fiqurları müəyyən etmək, sonra isə çəkməklə cavabını yoxlamaq tapşırılır. Dönmə olan təsvirlər üçün dönmənin istiqaməti və təxminən neçə dərəcəli bucaq altında döndüyü, dönmə olmayan təsvirlər üçün hansı çevrilmə aparıldığı izah edilir.



Məsələ həlli

9. Gülsüm tetris oyununda mavi rəngli fiquru qeyd olunmuş vəziyyətə gətirmək istədi.

- Gülsüm bunun üçün fiquru koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° döndərməli, sonra isə 3 vahid aşağı yerdəyişmə etməlidir.

- Dönmə nəticəsində alınan fiqurun təpə nöqtələrinin koordinatları yazılır.

$$(0; 0) \rightarrow (0; 0)$$

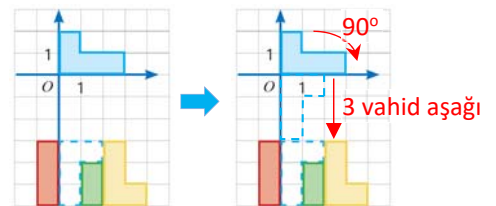
$$(1; 2) \rightarrow (2; -1)$$

$$(3; 1) \rightarrow (1; -3)$$

$$(0; 2) \rightarrow (2; 0)$$

$$(1; 1) \rightarrow (1; -1)$$

$$(3; 0) \rightarrow (0; -3)$$



Formativ qiymətləndirmə

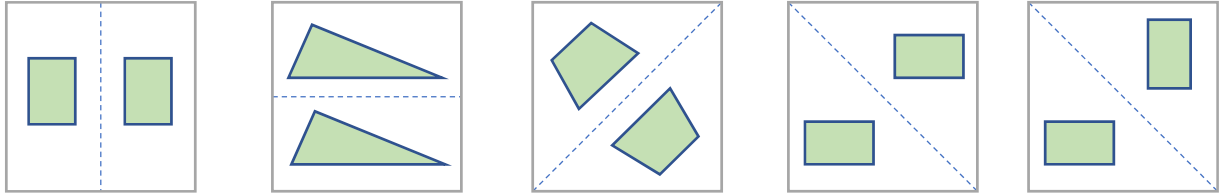
Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Müstəvi fiqurun müəyyən bucaq qədər dönməsi nəticəsində alınan fiquru çəkir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Dönmədən alınan fiquru çəkir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 9.2. Nöqtəyə nəzərən simmetriya

ALTSTANDARTLAR	7-3.5.2. "Nöqtəyə görə simmetriya" anlayışını izah edir, nöqtəyə nəzərən fiqura simmetrik olan fiquru çəkir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	"Nöqtəyə görə simmetriya" anlayışını izah edir. - Nöqtəyə nəzərən fiqura simmetrik olan fiquru çəkir. - Mərkəzi simmetrik fiqurları müəyyən edir.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://youtu.be/QWX39H9kKvE Oyun: https://www.geogebra.org/m/teeqnrnr https://www.geogebra.org/m/JNKeQvXn

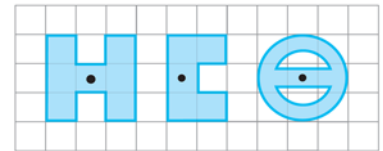
Mövzuya yönəltmə

Üzərində müxtəlif fiqurlar təsviri olan iş vərəqləri şagirdlərə nümayiş etdirilir. Şagirdlərə iş vərəqindəki fiqurların verilən düz xəttə nəzərən simmetrik olub-olmadığını tapmaq tapşırılır. Şagirdlərin fikirləri dinlənilir və müzakirə təşkil olunur. Sonra uyğun xətt üzrə qatlamaqla cavab yoxlanılır.

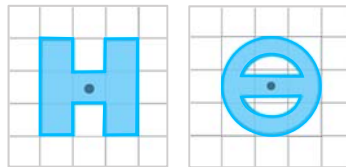


Araşdırma-müzakirə

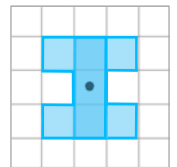
Damalı kağızda şəkində göstərilən fiqurların hər birindən iki nüsxə çəkilir, onların bir nüsxəsi kəsilir. Pərgarın iti ucu digər nüsxədə qeyd edilmiş nöqtəyə sancılır və hər bir kəsilən fiqur nöqtə ətrafında 180° döndərilir. Alınan nəticələr müzakirə olunur.



1-ci və 3-cü fiqur qeyd edilmiş nöqtə ətrafında 180° dönmə nəticəsində özü ilə üst-üstə düşür.



2-ci fiqur isə qeyd edilmiş nöqtə ətrafında 180° dönmə nəticəsində özü ilə üst-üstə düşmür.



Fəaliyyəti yerinə yetirmək üçün şəffaf kalkadan istifadə etmək olar. Şagirdlər kalkadan istifadə etməklə dönmə nəticəsində alınan fiqurları çəkməklə hansı fiqurların özü ilə üst-üstə düşdüyünü görə bilərlər.

Öyrənmə Nöqtəyə nəzərən simmetriya

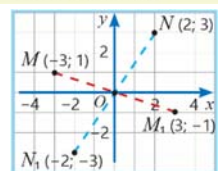
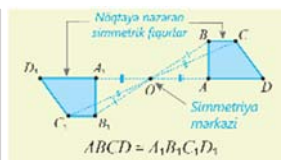
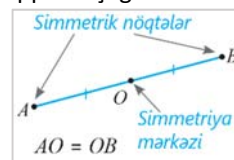
Nöqtəyə nəzərən simmetrik nöqtələr, simmetriya mərkəzi haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Nümunələr göstərilir. İki fiqurun hansı halda nöqtəyə nəzərən simmetrik olduğu qeyd olunur, nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqurların konqruent olduğu, belə fiqurlardan birinin digərinin simmetriya mərkəzi ətrafında 180° dönməsindən alındığı vurğulanır, nümunələr göstərməklə müzakirə təşkil olunur.

Koordinat müstəvisində koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik nöqtələrin koordinatları arasında əlaqə şagirdlərə izah edilir, nümunələr göstərilir.

$$M(-3; 1) \rightarrow M_1(3; -1) \quad N(2; 3) \rightarrow N_1(-2; -3)$$

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyəti yerinə yetirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/JNKeQvXn>





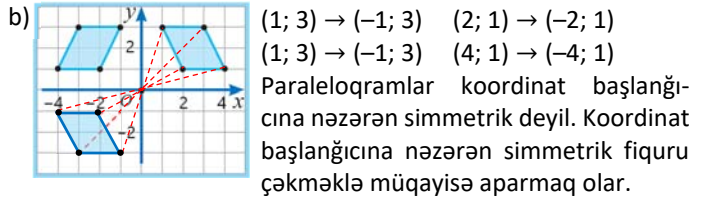
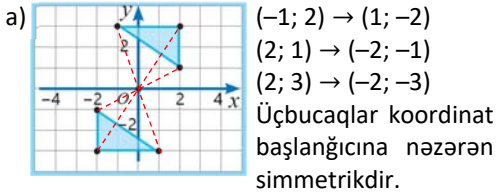
Fikirləş

1-ci rübdə yerləşən nöqtəyə koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olan nöqtənin koordinatlarının 1-ci rübdəki nöqtənin koordinatlarının əksinə bərabər olduğu qeyd olunur. 1-ci rübdəki nöqtənin koordinatları müsbət ədədlər olduğundan onların əksi mənfi ədədlərdir. Hər iki koordinatı mənfi ədəd olan nöqtənin 3-cü rübdə yerləşdiyi qeyd olunur.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər ibtidai təhsil səviyyəsindən “simmetriya”, “yerdəyişmə” və “dönmə” anlayışları ilə tanışdırlar. 8-ci sinifdə isə onlar nöqtəyə nəzərən simmetriyanın mahiyyətini daha dərinlən öyrənir, fiqurun hər bir nöqtəsinin müəyyən qaydaya əsasən yerinin dəyişdirilməsi ilə yeni fiqurun alındığını dərk edirlər. Bu prosesdə əsas məqam simmetriya nəticəsində alınan fiqurun ilkin fiqura konqruent olmasıdır. Məhz bu xassə şagirdlərə həm simmetrik fiqurun düzgün qurulmasını, həm də verilmiş fiqura görə simmetrik fiqurun tanınmasını və əsaslandırılmasını təmin edir.

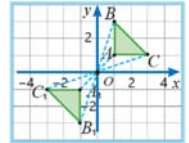
Çalışma

3. Şəkildə fiqurların koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olub-olmadığını müəyyən etmək üçün təpə nöqtələrinin koordinatları müqayisə edilir.

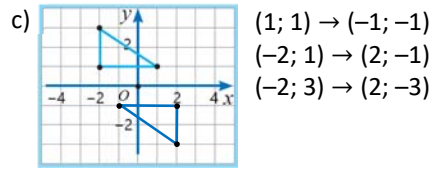
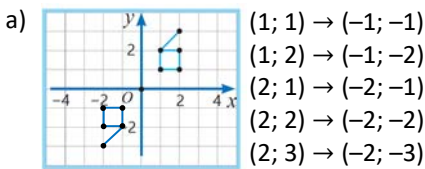


Yadda saxla!

Koordinat başlanğıcına nəzərən verilmiş çoxbucaqlıya simmetrik fiquru çəkmək üçün əvvəlcə verilmiş fiqurun təpə nöqtələrinə koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik nöqtələrin qeyd olunduğu, sonra həmin nöqtələrin ardıcıl birləşdirildiyi vurğulanır. Uyğun fiqurun çəkilməsinə aid nümunə şagirdlərə izah edilir.

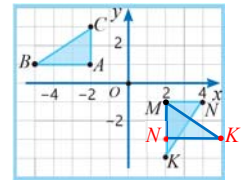


4. Verilmiş fiqura koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olan fiqur çəkilir. Qeyd olunmuş nöqtələrin və onlara simmetrik nöqtələrin koordinatları yazılır.



Səhvi düzelt!

$A(-2; 1)$ və $M(2; -1)$ koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik nöqtələrdir. Deməli, ABC və MNK fiqurları koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik fiqurlardır. Lakin yalnız bir təpə nöqtəsinin koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olması fiqurun koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olması üçün yetərli deyil, fiqurların uyğun təpələri C və N , B və K nöqtələri də koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olmalıdır. Deməli, ABC və MNK fiqurları koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik fiqurlar deyil.



Öyrənmə

Mərkəzi simmetrik fiqur

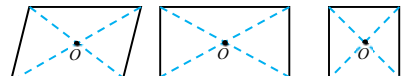
Fiqurun bütün nöqtələri üçün müəyyən nöqtəyə nəzərən simmetrik nöqtələr də bu fiqura aiddirsə, həmin fiqura nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqur deyildiyi qeyd olunur. Nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqurların mərkəzi simmetrik fiqurlar da adlandırıldığı vurğulanır, nümunələr göstərilir.

Texniki imkanları olan siniflərdə videomaterialı nümayiş etdirmək olar. <https://www.geogebra.org/m/n9TcdSqt>

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərə mərkəzi simmetrik fiqurlara nümunələr təqdim edərkən simmetriya mərkəzinin vurğulanması məqsədəuyğundur.

Məsələn, çevrənin mərkəzinə, paraleloqramın isə diaqonallarının kəsişmə

nöqtəsinə nəzərən mərkəzi simmetrik fiqur olduğu qeyd olunur. Düzbucaqlı, romb və kvadrat paraleloqramın xüsusi halları olduqlarına görə onlar da diaqonallarının kəsişmə nöqtəsinə nəzərən mərkəzi simmetriyaya malikdir.

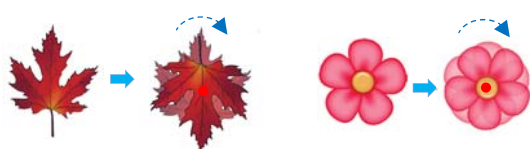
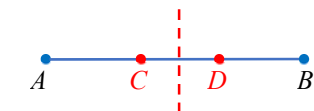


Şagirdlərdə anlayışın daha dəqiq formalaşması üçün simmetriya mərkəzi olmayan fiqurlara da diqqət yetirilməlidir. Bu tip fiqurlara ən sadə nümunə kimi üçbucağı göstərmək olar; çünki onun heç bir nöqtəsinə nəzərən fiqurun bütün nöqtələri cüt-cüt qarşılıqlı yerləşmir. Bu müqayisə “mərkəzi simmetriya” anlayışının mahiyyətinin daha aydın dərk edilməsinə kömək edir.

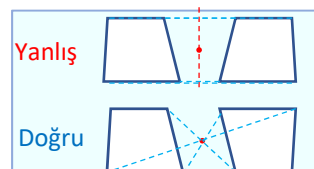


Parçanın mərkəzi simmetrik fiqur olduğunu əsaslandırmaq üçün AB parçası çəkilir və üzərində hər hansı bir C nöqtəsi götürülür. Bu nöqtə ilə parçanın orta nöqtəsinə nəzərən əks tərəfdə eyni məsafədə yerləşən D nöqtəsinin də AB parçasına aid olduğunu isbat etmək lazımdır. Orta nöqtənin tərifinə görə parça üzərində ixtiyari C nöqtəsi üçün onun orta nöqtəsindən eyni məsafədə yerləşən ikinci bir D nöqtəsi də var. C və D nöqtələri eyni parça üzərində olduğu üçün bu nöqtələr simmetrikdir. Deməli, parça üzərində götürülmüş ixtiyari nöqtəyə simmetrik nöqtə də bu parçanın üzərində yerləşir. Parçanın orta nöqtəsinin həmin parçanın simmetriya mərkəzi, parçanın isə mərkəzi simmetrik fiqur olduğu qeyd olunur.

5. Şəildə verilmiş hansı fiqurların simmetriya mərkəzi olduğunu müəyyən edilməsi tələb olunur. Bəzən fiqurların mərkəzi simmetrik fiqur olduğunu müəyyən etməkdə şagirdlər çətinlik çəkirlər. Əvvəlcə simmetriya mərkəzi olan fiqurlar müəyyən edilir. Bu fiqurları nöqtə ətrafında 180° döndərməklə fiqurların üst-üstə düşdüyü göstərilir. Bu üsulla simmetriya mərkəzi olan fiqurları müəyyən etmək daha əlverişlidir. Simmetriya mərkəzi kimi isə, adətən, fiqurun sərhədlərindən eyni məsafədə yerləşən nöqtə seçilir. Fiqurda ən azı bir nöqtə tapılsa ki, ona simmetrik nöqtə bu fiqura aid deyil, deməli, bu fiqur mərkəzi simmetrik deyil. Bu qayda ilə yarpaq və çiçək modelinin mərkəzi simmetriyaya malik olmadığını göstərmək olar. Nöqtə ətrafında 180° döndərməklə mərkəzi simmetrik olmayan fiqurları belə müəyyən etmək olar. Göründüyü kimi, dönmə nəticəsində fiqurlar üst-üstə düşmür. Deməli, bu fiqurların simmetriya mərkəzi yoxdur.



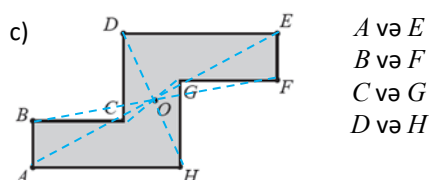
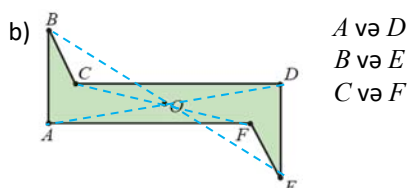
Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzi şagirdlər nöqtəyə nəzərən simmetriya ilə ox simmetriyasını səhv salırlar. Belə şagirdlərə fiqurların uyğun təpə nöqtələrini birləşdirməyi tapşırmaq olar. Bu yolla şagirdlər kəsişmə nöqtələrinin üst-üstə düşmədiyini görəcəklər. Bu isə nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqurların çəkilmədiyini göstərir.



6-ci sınıfdə şagirdlər “düz xəttə nəzərən simmetriya” anlayışı ilə tanış olublar. Koordinat sistemində verilən fiqura absis və ya ordinat oxuna nəzərən simmetrik fiqurun koordinatlarının tapılma qaydasını öyrəniblər. Düz xəttə nəzərən simmetriya və nöqtəyə nəzərən simmetriya, uyğun simmetrik fiqurların çəkilməsi qaydalarını müqayisəli şəkildə təqdim etmək bu anlayışların düzgün mənimsənilməsinə kömək edir.

Simmetriyanın növü	Simmetrik fiqurun çəkilməsi	Əsas xüsusiyyətləri
Ox simmetriyası	Verilmiş çoxbucaqlıya absis və ya ordinat oxuna nəzərən simmetrik fiqur qurmaq üçün onun təpə nöqtələrinə simmetrik nöqtələr qeyd edilir və ardıcıl birləşdirilir.	Simmetriya oxu boyunca qatlıdıqda bu iki fiqur üst-üstə düşür.
Nöqtəyə nəzərən simmetriya	Verilmiş çoxbucaqlıya koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik fiquru çəkmək üçün əvvəlcə verilmiş fiqurun təpə nöqtələrinə simmetrik nöqtələr qeyd edilir və ardıcıl birləşdirilir.	Nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqurlardan biri digərinin simmetriya mərkəzi ətrafında 180° dönməsi ilə alınır.

6. Şəildə mərkəzi simmetrik fiqur təsvir edilmişdir. O nöqtəsi fiqurun simmetriya mərkəzidir. Fiqurun bu nöqtəyə nəzərən simmetrik təpə nöqtələrini göstərmək üçün O nöqtəsindən keçən düz xətlər çəkilir və hər bir təpənin O nöqtəsindən olan məsafəsi dəyişmir. Bu zaman O nöqtəsi uyğun iki simmetrik təpəni birləşdirən düz xətlərin kəsişmə nöqtəsi olur.



7. Şəkilə O nöqtəsi paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsidir. Bu nöqtədən keçən düz xəttin paraleloqramın tərəflərini E və F nöqtələrində kəsdiyi qeyd olunur. Sualları cavablandırmaqla paraleloqramın O nöqtəsinə nəzərən simmetrik olduğu əsaslandırılır.

• $\angle 1$ və $\angle 2$ paralel düz xətlərlə kəsən arasında qalan daxili çarpaz bucaqlar olduğundan $\angle 1 = \angle 2$.

$\angle 3$ və $\angle 4$ qarşılıqlı bucaqlar olduğundan $\angle 3 = \angle 4$.

Paraleloqramın diaqonalları kəsişmə nöqtəsində yarıya bölündüyündən $AO = OC$.

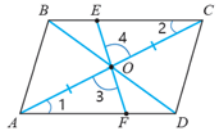
• BTB əlamətinə görə $\triangle AOF \cong \triangle COE$

• $\triangle AOF \cong \triangle COE$ olduğundan $EO = OF$. Deməli, O nöqtəsi EF parçasının orta nöqtəsidir.

• Paraleloqramı O nöqtəsi ətrafında 180° döndərdikdə bu nöqtədən eyni məsafədə yerləşən təpələrin biri digəri ilə üst-üstə düşür. Belə ki, $AO = OC$ və $BO = OD$ olduğundan A nöqtəsi C , B nöqtəsi isə D ilə yerini dəyişir. Dönmə zamanı tərəflərin uzunluqları və bucaqlar saxlanılır, paralel tərəflər yenə paralel qalır. Buna görə də 180° dönmədən sonra paraleloqramın bütün tərəf və bucaqları əvvəlki vəziyyəti ilə, yəni paraleloqramın özü ilə üst-üstə düşür.

Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər interaktiv fəaliyyəti nümayiş etdirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/r6e5vSD3>



Müəllimin nəzərinə! Nöqtəyə nəzərən simmetriya ilə bağlı vacib iki məqamı şagirdlərin diqqətinə çatdırmaqla tipik səhvlərin qarşısını almaq olar.

✓ Çoxbucaqlının təpə nöqtələrinin və verilmiş nöqtəyə nəzərən ona simmetrik olan çoxbucaqlının uyğun təpə nöqtələrinin simmetriya mərkəzindən məsafələri dəyişmir, lakin fiqurlar əks istiqamətlərdə yerləşir.

✓ Simmetrik fiqurlar bir-birinə konkrüent olur.

Bu xassələrin vurğulanması fiqurun yalnız müstəvidəki vəziyyətinin dəyişdiyini göstərir. Bu da simmetriya ilə bağlı məsələlərdə düzgün nəticə çıxarmağa kömək edir.

Bəzi fiqurların simmetriya mərkəzi və simmetriya oxu haqqında məlumatı müqayisəli şəkildə təhlil etməyi şagirdlərə tapşırmaq olar. Bu yanaşma şagirdlərin qeyd olunan anlayışlar arasındakı fərqi daha aydın dərk etməsinə, fiqurun hansı növ simmetriyaya malik olduğunu düzgün müəyyən etməsinə kömək edir. Eyni zamanda müqayisə yolu ilə şagirdlər bir fiqurun həm simmetriya oxuna, həm də simmetriya mərkəzinə malik ola biləcəyini daha asan anlayırlar.

Praktik tapşırıq. Sinif qruplara bölünür. Hər qrupa bir iş vərəqi paylanır. Qruplara iş vərəqi paylanılır. İş vərəqində qeyd olunan cədvəl nümunəyə uyğun tamamlanır.

İş vərəqini bu istinaddan yükləmək olar:

https://drive.google.com/file/d/1R0wdJMimOTA_-jMfajVXH-dYpzYOc5NJ/view?usp=drive_link

Fiqurun adı	Fiqur	Oxa nəzərən simmetriya	Nöqtəyə nəzərən simmetriya
Kvadrat		Oxa nəzərən simmetrikdir. 4 simmetriya oxu var.	Mərkəzi simmetrik fiqurdur. Diaqonalların kəsişmə nöqtəsi simmetriya mərkəzidir.
Düzbucaqlı			
Paraleloqram			
Romb			
Trapeziya			

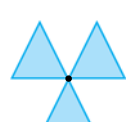
Məsələ həlli

9. Məsələdə kimin fikrinin doğru olduğunu əsaslandırmaq tələb olunur.



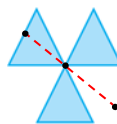
Fiqur mərkəzi simmetrik fiqurdur.

Fiqur dönmə simmetriyası olan fiqurdur.

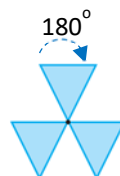


Məsələnin həlli

• Samirin fikrinə görə, verilən fiqur mərkəzi simmetrik fiqurdur. Fiqurun üzərində elə nöqtə götürmək olar ki, simmetriya mərkəzinə görə ona simmetrik olan nöqtə fiqurun üzərində yerləşməz, deməli, bu fiqur mərkəzi simmetrik fiqur deyil.

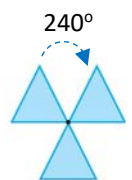


Fiquru 180° döndərməklə də mərkəzi simmetrik fiqur olmadığını göstərmək olar.



• Aynurun fikrinə görə, fiqur dönmə simmetriyasına malikdir. Fiqur qeyd olunan nöqtə ətrafında 120° , 240° və 360° dönmədə özü ilə üst-üstə düşür. Deməli, Aynurun fikri doğrudur.

Cavab. Aynurun fikri doğrudur.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Nöqtəyə nəzərən fiqura simmetrik olan fiquru çəkir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Mərkəzi simmetrik fiqurları müəyyən edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 9.3. Qurma məsələləri

ALTSTANDARTLAR	7-3.6.1. Pərgar və xətkəşin köməyi ilə parçanın orta perpendikulyarını, bucağın tənbölənini qurur.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Pərgar və xətkəşin köməyi ilə parçanın orta perpendikulyarını qurur. - Pərgar və xətkəşin köməyi ilə bucağın tənbölənini qurur.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://www.mathspad.co.uk/i2/construct.php https://www.mathsisfun.com/geometry/constructions.html https://www.geogebra.org/m/wFFfQfQF https://www.geogebra.org/m/sbzbnyzd

Mövzuya yönəltmə

Müəllim təlimat yazılmış hər iş vərəqindən iki nüsxə hazırlayır, 4 şagird seçib onlara verərək təlimata uyğun təsviri çəkməyi tapşırır. Çəkilən təsvirlər şagirdlərə nümayiş edilir.

A

Radiusu 2 sm olan çevrə çəkin. Pərgarın iynəsini bu çevrənin üzərində ardıcıl olaraq 2 müxtəlif nöqtədə qoyub hər dəfə eyni radiusla yeni çevrələr çəkin.

Nümunə şəkillər

B

Radiusu 2 sm olan çevrə çəkin. Pərgarın iynəsini çevrə üzərində bir nöqtəyə qoyub eyni radiusla yeni çevrə çəkin. Sonra, pərgarın ucunu çevrələrin kəsişmə nöqtəsinə qoyub yenə eyni radiusla çevrə çəkin.

Nümunə şəkillər

Müəllim şagirdlərə suallar verir: “Hansı təlimata uyğun alınan təsvirlər konqruyent olmaya bilər? Bunu necə izah edərsiniz? Nə üçün B təlimatına uyğun çəkilən təsvirlər həmişə konqruyentdir?”

Şagirdlərin fikirləri dinlənir və müzakirə təşkil olunur. Sonda müəllim qeyd edir ki, A təlimatına görə alınan təsvirlər bir-birindən fərqlənə bilər. Buna səbəb addımların dəqiq verilməməsidir. B təlimatına görə isə alınan təsvirlər bir-birindən yalnız dönmə ilə fərqlənir. Deməli, onlar həmişə konqruyentdir. Çünki addımlar dəqiq verilmiş və ardıcılıq düzgün ifadə edilmişdir. Verilən təlimatın konqruyent fiqurun çəkilməsinə uyğun olması üçün addımların dəqiq ifadə olunması və ardıcılığın düzgün yerinə yetirilməsi vacibdir.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv fəaliyyəti yerinə yetirmək olar. <https://www.euclidea.xyz>

Araşdırma-müzakirə

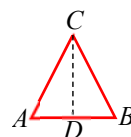
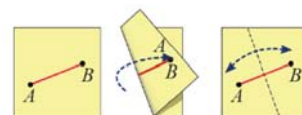
Kağız üzərində AB parçası çəkilir. Kağız elə qatlanır ki, A və B nöqtələri üst-üstə düşsün, sonra isə açılır.

• Kağız qatlandıqda A və B nöqtələri üst-üstə düşdüyündən qatlanma izinə nəzərən A və B nöqtələrinin simmetrik olduğu qeyd olunur. Deməli, qatlanma izi AB parçasını yarı bölür.

• ABC üçbucağı çəkilir və kağızda yaranan iz üzərində hər hansı C nöqtəsindən A və B nöqtələrinə qədər məsafənin bərabər olduğunu göstərmək üçün şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verilir:

– ABC üçbucağında CD parçasının medianının qatlama xətti üzərində olduğunu necə izah etmək olar? Hansı xassəyə əsasən CD parçası median olarsa, həm tənbölən, həm də hündürlükdür?

Suallar cavablandırılır və qatlanma izinin AB parçasına perpendikulyar olduğu izah edilir.



Öyrənmə Qurma məsələləri

Qurma məsələlərində ölçmə aparmadan, yalnız pərgar və bölgüsüz xətkəşdən istifadə etməklə həndəsi fiqurların qurulduğu qeyd olunur. Bölgüsüz xətkəş düz xətlərin çəkilməsi üçün nəzərdə tutulur və onu kənarı düz olan istənilən əşya ilə əvəz etməyin mümkünlüyü, pərgardan çevrə və verilmiş uzunluqlu parçalar qurmaq üçün istifadə olunduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır, nümunədə verilmiş AB parçasına konqruyent parçanın qurulması algoritmi nümayiş olunur. Şagirdlərə dəftərdə hər hansı parça çəkib ona konqruyent parçanı verilən alqoritmə uyğun olaraq qurmağı tapşırmaq olar.

NÜMUNƏ. Verilmiş AB parçasına konqruyent parça qurun.

1. Pərgarın qolları AB parçasının uzunluğuna qədər açılır.
2. Düz xətt çəkilir və üzərində hər hansı C nöqtəsi qeyd edilir.
3. Mərkəzi C nöqtəsində yerləşən və radiusu AB -yə bərabər olan çevrə qovsunun düz xətlə kəsişmə nöqtəsi (D) qeyd edilir. $CD \equiv AB$

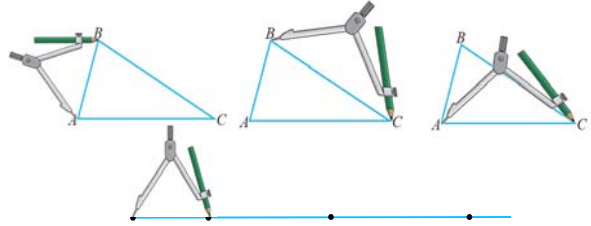
Qurma məsələsinin həlli yalnız qurma üsulunu göstərməklə məhdudlaşmır, eyni zamanda qurma nəticəsində alınan fiqurun tələb olunan fiqur olduğunu əsaslandırılmış şəkildə isbat etməyi də əhatə edir. Bu prosesdə hər bir addımın niyə düzgün seçildiyi izah olunur və alınan fiqurun verilmiş şərtlərə cavab verməsi onun xassələrinə əsasən isbat edilir.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlərə fiqurların çəkilməsi ilə qurulması arasındakı fərqi aydın şəkildə izah edilməsi məqsədəuyğundur. 6-cı sinifdə üçbucağın iki tərəf və onlar arasındakı bucağa, eləcə də bir tərəf və ona bitişik bucaqlara görə çəkilməsi zamanı tərəflərin uzunluqlarının bölgülü xətkəslə, bucaqların isə transportirlə ölçülərək götürüldüyü xatırladılır. Qurma məsələlərində isə konkret ölçülər deyil, fiqurun xassələri əsas götürülür və buna görə də yalnız bölgüsüz xətkəs və pərgar istifadə olunur.

Çalışma

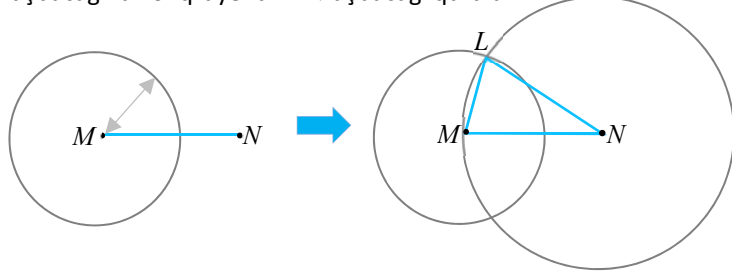
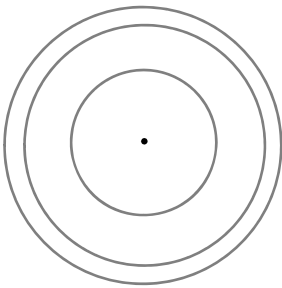
1. Düz xətt çəkilir və üzərində şəkildə verilmiş üçbucağın tərəflərinə konqruent olan parçalar ardıcıl ayrılır.

• Bu qayda ilə uzunluğu üçbucağın perimetrinə bərabər olan parça qurulur.



• Hər hansı nöqtə qeyd edilir. Mərkəzləri qeyd olunan nöqtədə yerləşən tələb olunan radiuslarda çevrələr çəkilir.

• AC parçası uzunluğunda MN parçası qurulur, mərkəzi M nöqtəsində radiusu AB-yə bərabər olan, mərkəzi N nöqtəsində radiusu BC-yə bərabər olan çevrələr çəkilir. Çevrələrin kəsişmə nöqtələrindən biri L ilə işarə olunur. Bu nöqtə M və N nöqtələri ilə birləşdirilir. Beləliklə, ABC üçbucağına konqruent MLN üçbucağı qurulur.



Riyaziyyat tarixindən

Xətkəs və pərgar min illər ərzində həndəsənin ən əhəmiyyətli alətlərindən olmuşdur. Qədim Misirdə pərgar, əsasən, məsafələrin və torpaq sahələrinin qeyd edilməsi üçün praktik məqsədlərlə istifadə olunmuşdur. Evklid (e.ə. 325–265) “Başlangıclar” əsərində pərgar və bölgüsüz xətkəsdən istifadə etməklə qurmanın əsas qaydalarını müəyyən etmişdir. Əlavə olaraq qeyd etmək olar ki, sonrakı dövrlərdə Apolloni və Arximed bu alətlərlə daha mürəkkəb fiqurların qurulması və xassələrinin araşdırılması istiqamətində Evklid həndəsəsinin inkişaf etdirmişdir.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Qurma məsələlərində xətkəs və transportir ölçmək üçün deyil, yalnız düz xətt çəkmək məqsədilə istifadə olunur. Fiquru qurarkən ölçməyə deyil, verilmiş bucaq, məsafə və fiqurun xassələrinə riayət etməyə diqqət yetirilməlidir. Şagirdlərə vurğulamaq lazımdır ki, nəticənin doğruluğu alətdən deyil, düzgün qurmaq bacarığından və fiqurun xassələrindən düzgün istifadə etməklə bağlıdır.

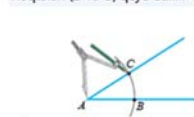
Öyrənmə

Bucağın tən bölənin qurulması

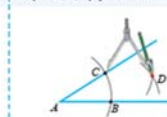
Xətkəs və pərgarın köməyi ilə bucağın tən bölənin qurulması qaydası şagirdlərə izah edilir. Şagirdlərə dəftərdə hər hansı bucaq çəkib onun tən böləninini alqoritmə uyğun olaraq qurmağı tapşırmaq olar. Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/AErPynA8>

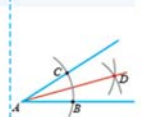
1. Pərgarın iti ucunu bucağın tapə nöqtəsinə qoyub istəyən radiuslu çevrə çəkilir. Bu çevrənin kəsişmə nöqtələri (B və C) qeyd edilir.



2. Mərkəzləri B və C nöqtələrində, eyni radiuslu kəsişən çevrələr çəkilir. Bu çevrələrin kəsişmə nöqtəsi (D) qeyd edilir.

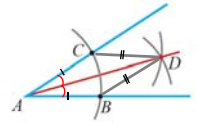


3. AD şüası çəkilir. $\angle CAD \cong \angle BAD$



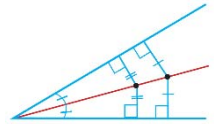
Fikirləş

B və C nöqtələri D nöqtəsi ilə birləşdirilir, alınan ABD və ACD üçbucaqlarına baxılır. AC və AB radius olduğundan $AC \cong AB$. Eyni qayda ilə $CD \cong BD$ olduğunu göstərmək olar. ABD və ACD üçbucaqları üçün AD ortaq tərəfdir. TTT əlamətinə görə $\triangle ABD \cong \triangle ACD$. Konqruent üçbucaqların uyğun bucaqlarının dərəcə ölçüləri bərabər olduğuna əsasən $\angle CAD = \angle BAD$. Deməli, AD tənbələndir.



Yadda saxla!

Tənbələni üzərindəki istənilən nöqtə bucağın tərəflərindən eyni məsafədədir. Xəssəni izah etmək üçün tənbələni üzərində götürülmüş nöqtədən bucağın tərəflərinə perpendikulyarlar endirilir. Alınan düzbucaqlı üçbucaqların iti bucaqlarından biri tənbələyə görə bərabərdir. Bir iti bucağı bərabər olan düzbucaqlı üçbucaqlar konqruent olduğundan alınır ki, bucağın tərəflərinə endirilən perpendikulyarların uzunluqları bərabərdir. Deməli, nöqtə bucağın tərəflərindən eyni məsafədə yerləşir.



Bu xəssə qurma məsələlərində məsafələrin ölçülməsinə ehtiyac olmadan fiqurun düzgün qurulmasına imkan verir. Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/xCU5cQY5>

Səhvi düzəlt!

Tənbələnin qurulması alqoritmindəki səhv müəyyən olunur və təsvir yenidən çəkilərək müqayisə edilir. İkinci mərhələdə qövs yalnız bir nöqtədən deyil, hər iki kəsişmə nöqtəsindən eyni radiusla çəkilməlidir. Əks halda çəkilən şüa tənbələni olmaya da bilər.

Tənbələni qurmaq üçün pərgarın iti ucunu bucağın təpə nöqtəsinə qoyub ixtiyari radiuslu çevrə qövsü çəkilir və bu qövsün bucağın tərəfləri ilə kəsişmə nöqtələri qeyd edilir. *Daha sonra pərgarın iti ucu bu nöqtələrin hər birinə qoyularaq eyni radiusla bucağın daxilində iki qövs çəkilir. Bucağın təpə nöqtəsindən alınan qövsələrin kəsişmə nöqtəsinə çəkilən şüa bucağın tənbələnidir.*

Öyrənmə Parçanın orta perpendikulyarının qurulması

“Parçanın orta perpendikulyarı” anlayışı haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Verilmiş parçanın orta perpendikulyarının qurulma qaydası şagirdlərə izah edilir. Şagirdlərə dəftərdə hər hansı parça çəkib onun orta perpendikulyarını alqoritmə uyğun olaraq qurmağı tapşırmaq olar.

• Parçanın orta perpendikulyarı parçanı iki bərabər hissəyə ayırır və ona perpendikulyardır. Bu düz xətt üzərində götürülmüş istənilən nöqtəni, məsələn, C nöqtəsini parçanın ucları ilə birləşdirəndə alınan ABC üçbucağında CM həm hündürlük, həm də median olduğundan ABC üçbucağının bərabəryanlı üçbucaq olduğu vurğulanır. Deməli, $AC = CB$. Bu qayda ilə parçanın orta perpendikulyarı üzərindəki istənilən nöqtənin parçanın uclarından eyni məsafədə olduğu qeyd olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə bənzər fəaliyyəti şagirdlərə nümayiş etdirmək olar.

<https://www.geogebra.org/m/wFFfQfQf>

Diferensial təlim

Dəstək. Lövhəyə bir neçə parça çəkilir. Şagirdlərə bu parçanı yarıya bölmək tapşırılır. Şagirdlər qurmaqla bunu necə etdiklərini izah edirlər.

Dərinləşdirmə. Lövhəyə bir neçə parça çəkilir. Şagirdlərə müxtəlif qurma məsələləri vermək olar.

Dəftərdə parçanı, sonra isə orta perpendikulyarını çəkmək və parçanın orta perpendikulyarı üzərində istənilən nöqtənin parçanın uclarından eyni məsafədə olduğunu əsaslandırmaq tapşırılır.

Həmçinin şagirdlərə müxtəlif qurma məsələləri vermək olar:

– AB parçasını dörd bərabər hissəyə bölün.

– MN düz xətti üzərində qeyd olunmuş P nöqtəsindən ona perpendikulyar qaldırın.

– Verilmiş a, b, c tərəflərinə görə üçbucaq qurun.

Şagirdlər qurma ardıcılığını izah edərək tapşırığı yerinə yetirirlər.



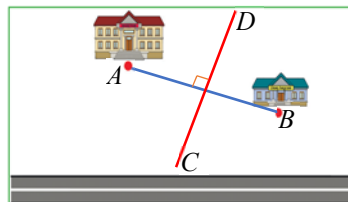
Məsələ həlli

8. Şose yolda avtobus dayanacağıni elə yerdə tikmək lazımdır ki, dayanacaq məktəb və uşaq bağçasından eyni məsafədə olsun.

Məsələnin həlli

Dayanacağın məktəb və uşaq bağçasından eyni məsafədə olması üçün bu məkanları birləşdirən parçanın orta perpendikulyarı üzərində yerləşməli olduğu qeyd olunur. Uyğun şəkil çəkilir, parça və onun orta perpendikulyarı qurulur.

Cavab. Şose yolda avtobus dayanacağı məktəb və uşaq bağçasına uyğun nöqtələri birləşdirən parçanın orta perpendikulyarı üzərində tikilərsə, dayanacaq hər ikisindən eyni məsafədə olar.



Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Pərgar və xətkəşin köməyi ilə parçanın orta perpendikulyarını qurur.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Pərgar və xətkəşin köməyi ilə bucağın tən bölənini qurur.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə

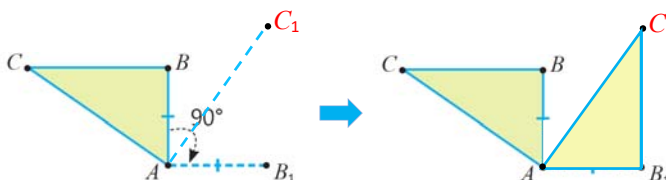
Dərslərdə bölmənin xülasəsində verilən anlayışlar şagirdlərlə təkrarlanır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər müəllim tərəfindən şagirdlərə xatırladılır. Hər anlayış səsləndikcə şagirdlər onun məzmununu izah edir, nümunələr göstərilir.

Dönmə, dönmə bucağı, dönmə mərkəzi, tam dönmə, dönmə simmetriyası, simmetriya mərkəzi, mərkəzi simmetrik fiqur, qurma, orta perpendikulyar

Bölmənin ilk səhifəsində simmetriyadan istifadə sahələri ilə bağlı verilən məlumat yada salınır. Simmetriyanın həm estetik, həm də funksional əhəmiyyətə malik olması vurğulanır. Qeyd edilir ki, təbiətdə, incəsənətdə və texnikada simmetriyanın geniş tətbiqi onun möhkəmlik, dayanıqlıq və dəqiqliklə sıx bağlı olduğunu göstərir. “Cəhd edin!” tapşırığında verilən parkın planı, şərtlərə uyğun obyektlərin koordinatlarının tapılması qaydası bölmənin əvvəlində müzakirə edilmişdi. Verilən cavablar, həll üsulları yada salınır və ilkin problemin həlli müqayisə olunur.

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

3. ABC üçbucağı A təpə nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° döndükdə B nöqtəsinin keçdiyi nöqtə təsvir edilmişdir. C nöqtəsinin keçdiyi nöqtə qurulur və dönmədən alınan fiqur dəftərdə çəkilir.

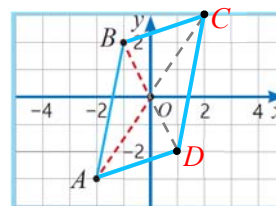


6. $ABCD$ paraleloqramının diaqonallarının kəsişmə nöqtəsi koordinat başlanğıcında yerləşir.

- A və B təpə nöqtələrinin koordinatları yazılır. $A(-2; -3)$ və $B(-1; 2)$
- Paraleloqramın diaqonalları koordinat başlanğıcında kəsişdiyindən onun C və D təpə nöqtələri koordinat başlanğıcına nəzərən uyğun olaraq A və B təpə nöqtələrinə simmetrikdir. C və D təpə nöqtələrinin koordinatları müəyyən edilir.

$$A(-2; -3) \rightarrow C(2; 3) \quad B(-1; 2) \rightarrow D(1; -2)$$

- Paraleloqramın təpə nöqtələri qeyd olunur və tamamlanır.

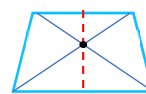


7. Fikrin doğru, yaxud yanlış olduğu müəyyən edilir. Şagirdlər nümunə göstərməklə fikirlərini izah edirlər.

a) Bərabəryanlı trapesiyanın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsi onun simmetriya mərkəzidir.

Yanlışdır.

Bərabəryanlı trapesiya nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqur deyil. Nöqtəyə nəzərən simmetrik fiqurlar simmetriya mərkəzi ətrafında 180° döndükdə özü ilə üst-üstə düşür, yəni onun simmetriya mərkəzi yoxdur.



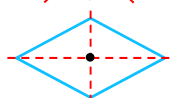
b) Kvadratin dörd simmetriya oxu var. **Doğrudur.**

Kvadratin diaqonalları və tərəflərinin ortasından keçən düz xətlər onun simmetriya oxudur.



c) Romb mərkəzi simmetrik fiqurdur. **Doğrudur.**

Rombun diaqonalları kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür. Diaqonalların kəsişmə nöqtəsi rombun simmetriya mərkəzidir, yəni romb 180° dönmə zamanı özü ilə üst-üstə düşür.



d) Düzbucaqlının bir simmetriya oxu var. **Yanlışdır.**

Düzbucaqlının tərəflərinin ortasından keçən düz xətlər onun simmetriya oxlarıdır. Deməli, düzbucaqlının iki simmetriya oxu var.



13. İstirahət və əyləncə parkında yenidənqurma işləri planlaşdırılır. Şərtə əsasən pərgar və bölgüsüz xətkəşdən istifadə etməklə qoyulacaq oturağın və piknik üçün ayrılan yerin necə müəyyən ediləcəyini tapmaq tələb olunur.

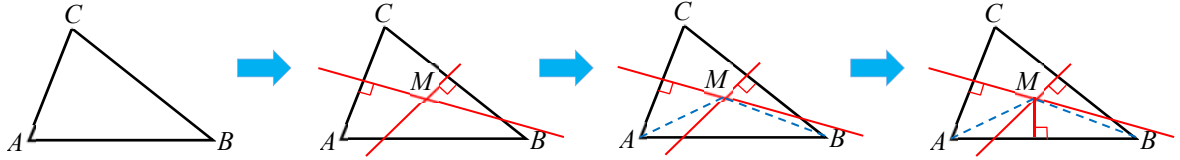
Cəlbətmə. Müəllim lövhəyə bir üçbucaq çəkir, şagirdlər pərgardan istifadə etməklə AC və BC tərəflərinin orta perpendikulyarlarını çəkir, kəsişmə nöqtəsini M ilə işarə edirlər. Sonra müəllim bu üçbucağın tərəflərinin orta perpendikulyarlarının bir nöqtədə kəsişdiyini göstərmək üçün şagirdlərə istiqamətləndirici suallar verir:

– Hansı xassəyə əsasən $AM = MB$?

– M nöqtəsindən AB tərəfinə çəkilən hündürlüyün həm də median olduğunu necə izah etmək olar?



– Hansı xassəyə əsasən M nöqtəsindən üçbucağın təpə nöqtələrinə qədər məsafələr bərabərdir?

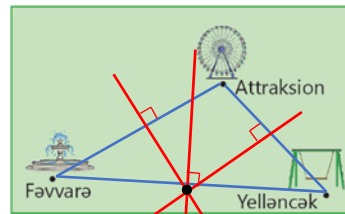
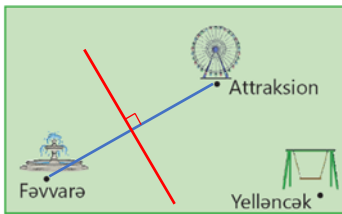


Suallar cavablandırılır. Müəllim ümumiləşdirmə apararaq qeyd edir ki, $AM = MB$ olduğundan ABC üçbucağı bərabəryanlıdır. Bərabəryanlı üçbucağın oturacağına çəkilən hündürlük həm də mediandır. Deməli, bu hündürlük AM tərəfinin orta perpendikulyarı üzərindədir. Buna əsasən M nöqtəsi orta perpendikulyarların kəsişmə nöqtəsidir. Orta perpendikulyarların kəsişmə nöqtəsi parçanın uc nöqtələrindən bərabər məsafədə olduğundan $AM = MB = MC$ alınır.

Məsələnin həlli

• Fəvvarə ilə attraksiona uyğun nöqtələri birləşdirən parçanın orta perpendikulyarı qurulur.

• Attraksionla fəvvarəyə və attraksionla yelləncəyə uyğun nöqtələri birləşdirən parçaların da orta perpendikulyarları qurulur. Orta perpendikulyarların kəsişmə nöqtəsi tapılır.



Cavab. Fəvvarə ilə attraksiona uyğun nöqtələri birləşdirən parçanın orta perpendikulyarını qurub kəsişmə nöqtəsini tapmaqla; fəvvarə, attraksion və yelləncəyə uyğun nöqtələri cüt-cüt birləşdirərək alınan üçbucağın tərəflərinin orta perpendikulyarlarını qurub kəsişmə nöqtəsini tapmaqla.

14. Tədbirdə işıqsağan dronlardan istifadə edərək səmada müxtəlif fiqurlar nümayiş etdirilməsi nəzərdə tutulur. Şəkilə üç dronun koordinat sistemində yerləri göstərilmişdir. Digər dronların şəkilə təsvir olunan hər bir dronun saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə koordinat başlanğıcına nəzərən 90° , 180° , 270° dönməsinə uyğun koordinatlarda yerləşdiyi qeyd olunur.

Şəkiləki dronların və onların saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə koordinat başlanğıcına nəzərən 90° , 180° , 270° dönməsinə uyğun koordinatlar müəyyən edilir.

90° dönmə

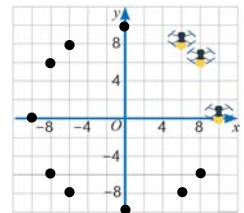
$(6; 8) \rightarrow (-8; 6)$
 $(8; 6) \rightarrow (-6; 8)$
 $(10; 0) \rightarrow (0; 10)$

180° dönmə

$(6; 8) \rightarrow (-6; -8)$
 $(8; 6) \rightarrow (-8; -6)$
 $(10; 0) \rightarrow (-10; 0)$

270° dönmə

$(6; 8) \rightarrow (8; -6)$
 $(8; 6) \rightarrow (6; -8)$
 $(10; 0) \rightarrow (0; -10)$



Cavab. 12 dron.



Riyazi kaleydoskop

1. Bərabərliyin sol tərəfinə ikihədlinin cəminin kubu düsturu tətbiq edilir. Alınan ifadə sadələşdirilir, müəyyən çevrilmələr aparmaqla sağ tərəfdəki ifadəyə eyniliklə bərabər olduğu göstərilir.

$$(a + b + c)^3 = ((a + b) + c)^3 = (a + b)^3 + 3(a + b)^2c + 3(a + b)c^2 + c^3 =$$

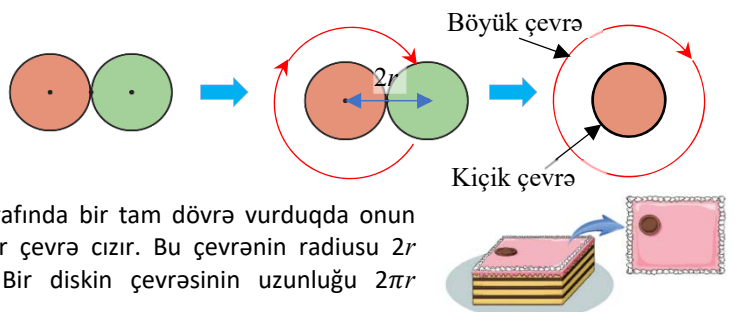
$$= \underbrace{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}_{(a + b)^3} + \underbrace{3a^2c + 3b^2c + 6abc}_{3(a + b)^2c} + \underbrace{3ac^2 + 3bc^2}_{3(a + b)c^2} + c^3 =$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 6abc + 3b^2c + 3ac^2 + 3bc^2 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$$

3. Radiusları eyni olan dairə şəklində iki disk toxunur. Disklərdən biri digərinin üzərində diyirlənərək əvvəlki vəziyyətinə qayıtdıqda öz mərkəzi ətrafında neçə dəfə dövr etdiyini tapmaq tələb olunur.

Diyirlənən disklərin hər birinin radiusunu

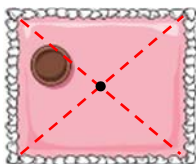
r ilə işarə edək. Onlardan biri digərinin ətrafında bir tam dövrə vurduqda onun mərkəzi böyük diskin mərkəzi ətrafında bir çevrə cızır. Bu çevrənin radiusu $2r$ olduğundan uzunluğu $4\pi r$ -ə bərabərdir. Bir diskin çevrəsinin uzunluğu $2\pi r$



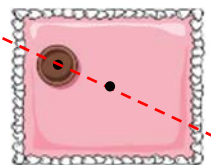
olduğundan neçə dəfə dövr etdiyini tapmaq üçün böyük çevrənin uzunluğu kiçik çevrənin uzunluğuna bölünür.
 $4\pi r : 2\pi r = 2$.

5. Düzbucaqlı paralelepiped formalı tortun üstündə dairəvi şokolad var. Bir düz xətt boyunca tortu elə kəsmək tələb olunur ki, həm tort, həm də şokolad tən yarıya bölünsün. Düzbucaqlı paralelepipedin üstdən görüntüsü düzbucaqlıdır.

Düzbucaqlının diaqonal-
 larının kəsişmə nöqtəsi
 onun simmetriya mər-
 kəzidir.



Dairəni yarıya bölmək üçün düz xətt dairənin mərkəzindən keçməlidir. Deməli, həm düzbucaqlını, həm də dairəni yarı bölmək üçün onları simmetriya mərkəzlərindən keçən düz xətt boyunca kəsmək lazımdır.



Cavab. Tortu və şokoladı tən yarıya bölmək üçün tortu onun üstdən görüntüsündəki düzbucaqlı və dairənin simmetriya mərkəzlərini birləşdirən düz xətt boyunca kəsmək lazımdır.

STEAM "PLANETARIUM"

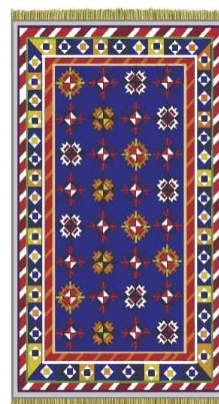
Xalçaçılıq sənəti haqqında şagirdlərə məlumat verilir, qədim və geniş yayılmış sənət növü olduğu qeyd olunur. Azərbaycanda xalça toxuculuğu təxminən 5 min il bundan əvvəl meydana gəlmişdir. Azərbaycan xalçaçılığında həndəsi formalı ornamentlərin üstünlük təşkil etdiyi və rəmzi məna daşıdığı vurğulanır.

1. Şəkildə verilmiş xalça üzərində mərkəzi simmetrik fiqurların, dönmə simmetriyası olan fiqurların olub-olmadığı araşdırılır.

2. Evlərdə istifadə edilən xalçalarda və ya internetdə rast gəldiyiniz xalça şəkillərində nöqtəyə nəzərən simmetriyaya, mərkəzi simmetrik fiqurlara, dönmə simmetriyası olan fiqurlara nümunələr göstərilir.

3. Nöqtəyə nəzərən simmetriyadan, dönmə simmetriyasından istifadə etməklə müxtəlif naxışları olan xalça eskizi hazırlanır. Rəsm çəkmək bacarığı olan şagirdlərə gördükləri xalça rəsmlərini çəkməyi tapşırmaq, texniki imkanları olan siniflərdə isə müxtəlif kompüter proqramlarından istifadə etməklə ornamentlər, xalça naxışları hazırlamaq olar.

4. Azərbaycan xalçaçılığı çox qədim tarixə malik ənənəvi xalq sənətidir və UNESCO-nun "Qeyri-maddi mədəni irs siyahısına" daxil edildiyi haqqında şagirdlərə məlumat verilir. İnternetdə Azərbaycan xalça sənətinə aid nümunələr araşdırılır, onların növləri və xalça naxışları barədə təqdimat hazırlanır.



Mövzu №	Adı	Saat	Dərslik (səh.)	İş dəftəri (səh.)
	İlkin yoxlama	1	98	
Mövzu 10.1	Hadisənin tezliyi	2	99	66
Mövzu 10.2	Elementar hadisə	3	103	69
Mövzu 10.3	Uyşmayan hadisələr	3	106	71
	Ümumiləşdirici dərs. STEAM. "Elektron növbə xidməti"	2	110	73
	KSQ-5	1		
	BÖLMƏ ÜZRƏ ÜMUMİ SAATLAR	12		

Bölmənin qısa icmalı

Bölmədə şagirdlər qruplaşdırılmamış məlumatların tezlik cədvəlini qurmağı, sınaq zamanı baş verə bilən elementar hadisələr çoxluğunu təsvir etməyi, həmçinin əks və uyşmayan hadisələri fərqləndirməyi öyrənəcəklər. Bundan əlavə, tezlik cədvəlinə əsasən ədədi ortanı, medianı və modanı hesablama bacarıqlarını inkişaf etdirəcəklər, uyşmayan hadisənin ehtimalının hesablanma qaydaları ilə tanış olacaq və öyrəndikləri bilikləri tətbiq etməklə müxtəlif məsələlər həll edəcəklər.

Nəyə diqqət yetirməli?

Şagirdlər qruplaşdırılmamış məlumatlar üçün ədədi orta, median və modanı müəyyən etmək qaydaları ilə artıq tanışdırlar. "Hadisə" anlayışı izah edilərkən mümkün olmayan, təsadüfi və yaqin hadisələrin bir-birindən aydın şəkildə fərqləndirilməsi vacibdir. Mümkün və əlverişli halların düzgün ayırd edilməsi hadisənin başvermə ehtimalının hesablanması üçün əsas şərtlərdən biridir. İlkin yoxlama tapşırıqlarının həllində öncədən vacib olan bilik və bacarıqla əlaqəli hansı çətinlik olduğunu aşkarlamaq, səhvlər üzərində işin təşkili vacibdir.

Hadisənin tezliyi ilə başvermə ehtimalının fərqləndirilməsinə xüsusi diqqət edilməlidir. Qeyd olunmalıdır ki, hadisənin tezliyi toplanmış məlumatlar əsasında hesablanan ehtimalın təxmini qiymətini göstərir. Buna əsaslanaraq gələcək nəticələr üçün proqnoz vermək mümkündür.

Verilənlər çoxluğunun medianı tapılarkən onların artan və ya azalan sırada düzülməsinə, eləcə də verilənlərin sayının cüt və ya tək olmasına xüsusi diqqət yetirilməlidir.

Verilmiş hadisələrin uyşmayan hadisələr olub-olmadığını müəyyən edərkən şagirdlərə gündəlik həyatdan sadə nümunələr üzərində bu hadisələrin nə üçün uyşmayan olduğu izah edilməlidir.

Bəzən şagirdlər əks hadisələri müəyyənləşdirməkdə çətinlik çəkdikləri üçün bu anlayış ayrıca vurğulanmalıdır.

Uyşmayan və əks hadisələrin düzgün müəyyən edilməsi ehtimalın hesablanmasında mühüm rol oynayır.

Şagirdlərə təsadüfi hadisənin ehtimalının müxtəlif üsullarla hesablanması qaydaları haqqında məlumat verilməsi vacibdir. Bu, konkret məsələnin həlli üçün daha əlverişli və səmərəli üsulun seçilməsinə imkan yaradır.

Riyazi dilin inkişafı

"Ədədi orta", "moda", "median", "hadisə", "mümkün olmayan hadisə", "yaqin hadisə", "eyni imkanlı hadisələr", "təsadüfi hadisə", "elementar hadisə", "hadisənin ehtimalı", "hadisənin tezliyi", "tezlik cədvəli", "mümkün hallar", "əlverişli hallar", "uyşmayan hadisələr" və "əks hadisələr" anlayışlarının düzgün müəyyən edilməsi bu anlayışların necə mənimsədildiyini qiymətləndirməyə əsas verir.

Bölmədə mənimsədilən riyazi anlayış və terminlər

Hadisənin tezliyi, tezlik cədvəli, mümkün hallar, əlverişli hallar, uyşmayan hadisələr və əks hadisələr

Öncədən vacib olan bilik və bacarıqlar:

- Ədədi orta, median və moda
- Məlumatların təsviri
- Təsadüfi hadisə
- Hadisənin ehtimalı

Fənlərarası inteqrasiya

Statistika və ehtimal nəzəriyyəsinin üsulları məlumatların sistemli təhlili və əsaslandırılmış qərarların qəbul edilməsi üçün geniş şəkildə tətbiq olunur. Fizika dərslərində ölçmə nəticələrinin işlənməsi, orta qiymətlərin tapılması və təcrübə xətlərinin qiymətləndirilməsi statistik üsullar əsasında aparılır. Biologiyada irsi əlamətlərin ötürülməsi, populyasiyaların say dinamikası və dəyişmə ehtimalları "ehtimal" anlayışı ilə izah olunur. Coğrafiya fənnində isə iqlim göstəricilərinin uzunmüddətli müşahidəsi, müqayisəsi və gələcək dəyişikliklərin proqnozlaşdırılması statistik məlumatların təhlilinə əsaslanır.

MÖVZU 10.1. Hadisənin tezliyi

ALTSTANDARTLAR	7-5.1.1. Qruplaşdırılmamış məlumat üçün tezlik cədvəlini qurur və şərh edir. 7-5.1.2. Qruplaşdırılmamış məlumat üçün nisbi tezliklər cədvəlini qurur və şərh edir. 7-5.1.3. Tezlik cədvəlinə əsasən ədədi ortanı, medianı, modanı hesablayır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Qruplaşdırılmamış məlumat üçün tezlik cədvəlini qurur və şərh edir. • Tezlik cədvəlinə əsasən ədədi ortanı, medianı, modanı hesablayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURSLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/13566 https://www.geogebra.org/m/aJtnnd24 Çalışma: https://www.mathopolis.com/questions/q.html?t=skill&skillno=963

İlkin problemin müzakirəsi. Bölmənin ilk səhifəsində statistika və ehtimal nəzəriyyəsinin tətbiq sahələri haqqında nümunələr verilmişdir. Bu nəzəriyyələr müxtəlif sahələrdə qərarların qəbul olunması zamanı risklərin qiymətləndirilməsi üçün də xüsusi əhəmiyyət daşıyır. Verilmiş məlumat şagirdlərə təqdim olunur. Ehtimalın tapılmasına aid təsvirlərə uyğun şagirdlərə nümunələr göstərmək məqsəduyğundur. Məsələn:



Torbada olan kürəcikləri qarışdıraraq baxmadan bir kürəciyin seçilməsi



Qəpik pulun atılması zamanı iki üzdən biri düşə bilər. Buna ən sadə ehtimal modeli kimi də baxılır.



Şəkildəki oyun zərini atdıqda altı üzdən biri düşə bilər. Bu zaman hər hansı xalın düşməsi ehtimalı tapılır.

“Cəhd edin!” tapşırığı siniflə müzakirə edilir. Şagirdlər əvvəlki biliklərindən istifadə etməklə sualları cavablandırmağa cəhd edirlər. Bölmə ərzində öyrənilən yeni bilik və bacarıqlardan sonra bölmə sonunda tapşırığın yenidən müzakirə olunacağı vurğulanır.

Mövzuya yönəltmə

Müəllim lövhəyə ilin fəsilələrinin adlarını yazır. Hər bir şagird lövhəyə yaxınlaşır və anadan olduğu fəslin adının qarşısına bir xətt çəkir. “Hansı fəsildə ad günü olan şagirdlərin sayı ən çox, hansında ən azdır? Təsədüfən seçilmiş bir şagirdin ad gününün yay fəslində olması ehtimalını necə tapmaq olar?” Şagirdlərin fikirləri dinlənir, müzakirə təşkil olunur.

Araşdırma-müzakirə

Sinifdəki uşaqlar arasında məktəbə hansı üsulla gəldikləri barədə sorğu keçirildi. Hər şagird cədvəlində uyğun xanasına bir xətt çəkdi.

- Cədvələ diqqət etməklə xətlərin sayına əsasən məktəbə piyada gələnlərin ən çox olduğu qeyd olunur.
- Şagirdlər əlverişli halların sayını mümkün halların sayına bölməklə ehtimalın tapılması qaydası ilə tanışdılar. Mümkün halların sayı dəyişmədiyindən əlverişli halların sayı ən çox olduğu halda ehtimalın da daha çox olacağı qeyd olunur. Mümkün və əlverişli halların sayı tapılır və ehtimal hesablanır.

Əlverişli halların sayı: 11

Mümkün halların sayı: $6 + 4 + 4 + 11 = 25$

$$\frac{\text{Əlverişli halların sayı}}{\text{Mümkün halların sayı}} = \frac{11}{25}$$

Məktəbə gəlmək üsulu	Say
Avtobusla	6
Metro ilə	4
Minik avtomobili ilə	4
Piyada	11

Öyrənmə Tezlik cədvəli

Məlumatları statistik təhlil edərək müxtəlif nəticələr çıxarmaq mümkün olduğu qeyd olunur. Bunun üçün əvvəlcə tezlik cədvəli tərtib edilir, sonra isə statistik təhlillər aparıldığı şagirdlərə bildirilir və verilən nümunə siniflə müzakirə edilir.

Hadisənin tezliyi haqqında məlumat yada salınır. Qeyd olunur ki, bizi maraqlandıran hadisənin başvermə sayının sınaqların ümumi sayına nisbəti hadisənin tezliyi adlanır. Tezliyin faizlə də ifadə olunduğu vurğulanır, nümunədəki cədvəl əsasən qırmızı rəngin seçilmə tezliyi faizlə ifadə edilir.

Digər rənglərin seçilmə tezliklərini faizlə ifadə etməyi şagirdlərə tapşırmaq olar.



Fikirleş

Rəng	Say	Tezlik
Qırmızı	5	$\frac{5}{20} = 0,25$
Mavi	8	$\frac{8}{20} = 0,4$
Bənövşəyi	4	$\frac{4}{20} = 0,2$
Yaşıl	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
Cəmi	20	1

Cədvəl əsasən tapılan tezliklər cəmlənir və cəmin 1-ə bərabər olduğu göstərilir. $0,25 + 0,4 + 0,2 + 0,15 = 1$.

Çalışma

3. Zoomağazada bir həftə ərzində heyvan yemi alan müştərilərin sayı haqqında məlumat diaqramda verilib. Tezlik cədvəli tərtib edilir.

$$25 + 20 + 30 + 15 = 90$$

$$\frac{25}{90} = \frac{5}{18}; \quad \frac{20}{90} = \frac{2}{9}; \quad \frac{30}{90} = \frac{1}{3}; \quad \frac{15}{90} = \frac{1}{6}.$$

Verilən suallar cavablandırılır.

• Bir həftə ərzində 90 nəfər heyvan yemi aldı.

• Quş yemi alanların tezliyi $\frac{1}{3}$ -ə bərabərdir.

• Balıq yemi və it yemi alanların tezlikləri cəmi tapılır. $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} = \frac{7}{18}$.

• Verilən tezliklərə əsasən 126 müştərinin təqribən $126 \cdot \frac{5}{18} = 35$ pişik yeməyi, $126 \cdot \frac{1}{6} = 21$ isə balıq yeməyi alacağı gözlənilir. Qeyd etmək lazımdır ki, bu hesablamalar nisbi tezliklərin təcrübi ehtimal kimi qəbul edilməsinə əsaslanır və proqnoz vermək xarakteri daşıyır.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar:

<https://www.mathopolis.com/questions/q.html?t=skill&skillno=1119>

<https://www.ixl.com/math/grade-7/make-predictions-using-experimental-probability>

Müəllimin nəzərinə! 6-cı sinifdə şagirdlər qruplaşdırılmış məlumatın tezlik cədvəlini qurmağı öyrənmişdilər. 7-ci sinifdə isə şagirdlər qruplaşdırılmamış məlumatların tezlik cədvəlini qurmağı öyrənirlər. Şagirdlər əvvəlcə verilənlər içərisindən hər kateqoriyaya uyğun olanları qruplaşdırmalı, sonra isə hər bir kateqoriya üçün tezliyi hesablamalıdılar. Müəllimin bir neçə məqamı vurğulaması tövsiyə olunur.

✓ Tezlik keçmişdə baş verənləri göstərir. Tezlik gələcəyi təxmin etməyə kömək edir.

✓ Eyni şərait davam edərsə, tezliyi gələcək üçün ehtimal kimi istifadə edə bilərik.

✓ Bu, dəqiq cavab deyil, ən ağılabatan, inandırıcı gözləntidir.

✓ Tezlik, əslində, "təcrübi ehtimal"dır, yəni toplanmış məlumatlar əsasında hesablanan ehtimalın təxmini qiymətini göstərir. Buna əsaslanaraq gələcək nəticələr üçün proqnoz vermək mümkündür.

Öyrənmə Tezlik cədvəlinə görə modanın, ədədi ortanın və medianın tapılması

Statistik verilənlərin modasını tezlik cədvəlinə əsasən tapmaq daha əlverişli olduğu qeyd olunur. Verilən nümunə üzərində moda, ədədi ortanın tapılma qaydası şagirdlərə izah edilir. Kəmiyyətlərin qiyməti ilə uyğun tezliklərin hasiləri cəminin onların ədədi ortasına bərabər olduğu vurğulanır, nümunə göstərilir. Medianın verilənlər sırasında tapılma qaydası şagirdlərlə müzakirə olunur.

$$\text{Median } (80 + 80) : 2 = 80 \text{ (kq)}$$

60, 60, 60, 60, 70, 70, 70, 80, 80, 80, 80, 80, 80, 80, 80, 90, 90, 90, 90, 90, 90

Cüt sayda

Güleşçinin kütləsi (kq)	Say	Tezlik
60	4	$\frac{4}{20} = 0,2$
70	3	$\frac{3}{20} = 0,15$
80	7	$\frac{7}{20} = 0,35$
90	6	$\frac{6}{20} = 0,3$
Cəmi	20	1

Müəllimin nəzərinə! Verilənlər sırasında ədədi orta, median və moda məlumat haqqında fərqli nəticə çıxarmağa kömək edir. Hər birinin əhəmiyyəti haqqında şagirdlərə məlumat vermək, hansının verilən situasiya üçün əlverişli olduğuna dair nümunələr göstərmək tövsiyə olunur.

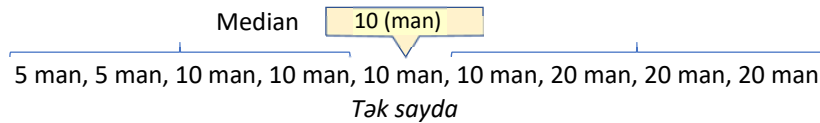
Ədədi orta – verilənlər çox dəyişkən deyilsə, kəskin böyük və ya kiçik qiymətlər yoxdursa, daha əlverişlidir. Məsələn, bir sinfin riyaziyyat balının ədədi ortası sinfin ümumi nailiyyət səviyyəsini göstərir.

Median – verilənlər arasında çox kiçik və ya çox böyük qiymətlər olduqda daha əlverişlidir. Məsələn, şirkətin gəlirlər siyahısında median tapıb mediandan böyük və kiçik gəlirlərin sayını müəyyən etməklə gəlir haqqında məlumat əldə etmək olar.

Moda – verilənlər arasında ən çox rast gəlinən qiyməti tapmağa xidmət edir. Bu çox kiçik və ya çox böyük qiymətlər olduqda daha əlverişlidir. Məsələn, mağazada gün ərzində ən çox satılan məhsul haqqında məlumat əldə etmək olar.

Şagirdlərə statistik təhlilin real həyatda tətbiqinə dair nümunələr göstərmək olar. Məsələn, Krım müharibəsinin iştirakçısı olan Florens Naytingeyl statistik tədqiqatlardan və nəticələrin düzgün, aydın şəkildə təqdim olunmasından istifadə edərək Böyük Britaniyanın ali baş komandanlığını xəstələrin və yaralıların müalicə olunduğu hərbi xəstəxananın quruluşunda köklü dəyişikliklər aparmağın vacibliyinə inandırma bilmişdir. Nəticədə altı aydan az bir müddətdə həmin xəstəxanalarda ölüm faizi 42%-dən 2,2%-ə enmişdir. O, bununla çoxlu insan həyatını xilas etmişdir. Bu, statistik nəticələrin qərar vermədə və problemləri həll etməkdə güclü rol oynadığını göstərir.

6. Cədvələ əsasən verilənlər sırası yazılır və medianı tapılır.



Əsginaslar	5 ₼	10 ₼	20 ₼
Say	2	4	3

Müəllimin nəzərinə! Verilənlər sırasını yazmaqla medianın tapılması verilənlərin sayı az olduqda daha əlverişlidir. Say artdıqca verilənləri sıralamaqla tapmaq çətin olur. Bunun üçün şagirdlərə cədvələ əsasən medianın tapılma qaydası haqqında məlumat vermək məqsəduyğundur. Cədvələ əsasən verilənlərin ümumi sayı hesablanır. Say tək olduğundan verilənlər sırasında ortada hansı məlumatın yazıldığı müəyyən edilir. Ümumi sayı 9 olan verilənlər sırasında ortada 5-ci verilən yazılacaq. Cədvələ əsasən 5-ci verilənin 10 manat olduğu qeyd olunur.

Əsginaslar	5 ₼	10 ₼	20 ₼
Say	2	4	3

2 + 4 = 6

6 + 3 = 9



Riyaziyyat tarixindən

Müxtəlif zamanlarda yaşayan bəzi riyaziyyatçıların tezliyin hesablanması ilə bağlı apardıqları tədqiqatlardan biri haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Şagirdlərin diqqəti cədvələ yönləndirilir. Qeyd olunur ki, cədvəldə yuxarı atılmış metal pulun rəqəm üzünün düşmə hadisəsi ilə bağlı bəzi alimlərin keçirdikləri sınağın nəticəsi verilib. Verilən məlumat şagirdlərə müzakirə edilir.



Yadda saxla!

Eyni sınağın çoxsaylı təkrarı nəticəsində hadisənin tezliyinə əsasən onun ehtimalını təqribi şəkildə müəyyən etməyin mümkün olduğu şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Sınaqların sayı artdıqca uyğun hadisənin tezliyinin təqribən həmin hadisənin başvermə ehtimalına bərabər olduğu qeyd olunur.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar:

<https://www.nctm.org/adjustables spinner/>

Praktik tapşırıq. Lövhəyə 10 şagird sıra ilə dəvət olunur. Hər şagird oyun zərini bir dəfə atır və alınan nəticəni lövhədə qeyd edir. Alınan nəticələr ümumiləşdirilir və uyğun sütunlu diaqram tərtib edilir. Hər bir hal üçün nəticə müşahidə olunur, suallar cavablandırılır.

- 1 xalın düşmə tezliyi neçə oldu?
- 2 xalın düşmə tezliyi neçə oldu?
- Sınaqların sayı 100 olarsa, 4 xalın neçə dəfə düşəcəyini gözləmək olar?

Şagirdlərlə simulyasiya vasitəsilə eyni sınağı daha çox sayda keçirdikdə alınan nəticələri təhlil etmək olar.

<https://www.mathmammoth.com/practice/dice-roller>

Şəkildə sınaqların sayı 1000 və 10000 olduqda alınan nəticələr qeyd edilib. Bu üsulla göstərmək olar ki, sınaqların sayı artdıqca hadisənin tezliyi təqribən həmin hadisənin ehtimalına yaxınlaşır.

Simulyasiyada sınaqların sayını və ədədləri dəyişmək imkanı şagirdlərə nəticələrin necə dəyişdiyini birbaşa müşahidə etməyə şərait yaradır. Bu isə "ehtimal" anlayışının vizual, praktik və məntiqi şəkildə qavranılmasına, nəticədə mövzunun daha dərinlən və möhkəm mənimsənilməsinə kömək edir.

7. Spinner 4 sektora bölünmüşdür. 20 dəfə fırlatdıqda nəticə haqqında şagirdlərə məlumat verilir.

a) əqrəbin tək ədəd olan sektor üzərində 12 dəfə dayandığı müəyyən olunur və tək ədəd olan sektorda dayanması hadisəsinin tezliyi hesablanır.

$$3 \ 1 \ 2 \ 1 \ 3 \ 1 \ 2 \ 1 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 4 \ 1 \ 4 \ 3 \ 1 \ 1 \ 2 \rightarrow \frac{12}{20} = 0,6$$

b) Sınağın nəticəsinə əsasən əqrəbi növbəti dəfə fırlatdıqda onun 3 ədədi yazılan sektor üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalı təqribən 20 sınaq nəticəsində 3 ədədi üzərində dayanma tezliyinə bərabərdir.

$$3 \ 1 \ 2 \ 1 \ 3 \ 1 \ 2 \ 1 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 4 \ 1 \ 4 \ 3 \ 1 \ 1 \ 2 \rightarrow \frac{4}{20} = 0,2$$



Diferensial təlim

Sinifdəki hər şagird adının neçə hərfdən ibarət olduğunu karta yazır və torbaya atır. Şagirdlər bir neçə dəfə torbadan bir kart seçir və kartdakı ədədi lövhəyə yazırlar. Ardıcıl olaraq 10 dəfə sınaq aparılır.

Dəstək. Şagirdlərə alınan nəticələrin tezlik cədvəlini qurmaq, verilən ədədlərin ədədi orta, moda və medianını tapmaq tapşırılır.

Dərinləşdirmə. 10 sınaq nəticəsinə əsasən 20 sınaq prosesi üçün şagirdlərə proqnoz vermək, adında 5, 6 və s. hərf olan şagirdlərin tezliyi tapmaq, verilənlərin ədədi ortasını, median və modasının nəyi ifadə etdiyini izah etmək tapşırılır.

Texniki imkanları olan siniflərdə alınan nəticələrin doğruluğunu linkdəki kalkulyatordan istifadə etməklə yoxlamaq olar. <https://claydesk.ai/calculators/education/mean-median-mode-calculator.html>



Məsələ həlli

10. Bakı zooparkında ziyarətçilər arasında sevimli heyvanlar barədə keçirilən sorğunun nəticələri qeyd olunur.

Məsələnin həlli

• Tezliklər yazılmaqla cədvəl tamamlanır.

Şir: 12 nəfər Fil: 13 nəfər Ayı: 9 nəfər Meymun: 11 nəfər

Sorğuda neçə ziyarətçinin iştirak etdiyi hesablanır. $12 + 13 + 9 + 11 = 45$

Şir: $\frac{12}{45}$ Fil: $\frac{13}{45}$ Ayı: $\frac{9}{45} = \frac{1}{5}$ Meymun: $\frac{11}{45}$

• Tezliyi ən az olan heyvanın ayı olduğu müəyyən edilir.

Cavab. Ayı tezliyi ən az olan heyvandır.

11. Elektron mallar mağazasında ay ərzində üç cür monitordan cəmi 640 ədəd satılıb.

Məsələnin həlli

• Ay ərzində hər monitordan neçəsi satıldığı hesablanır.

14 düym: $640 \cdot 0,15 = 96$

15 düym: $640 \cdot 0,3 = 192$

17 düym: $640 \cdot 0,55 = 352$

• Növbəti ay satılan monitorun 17 düymlük olması hadisəsinin təqribi ehtimalı ay ərzində satılan monitorlar arasında 17 düymlük bir monitorun satılma tezliyinə bərabər olar. Deməli, bu ehtimal təqribən 0,55-dir.

• Növbəti ayda cəmi 800 monitor satılırsa, onlardan neçəsinin 14 düymlük olduğunu belə təxmin etmək olar.

$800 \cdot 0,15 = 120$

Cavab. 96, 192, 352; 0,55; 120.

Layihə işi. Hər bir şagird ailə üzvlərinin yaşı, boyu, kütləsi və s. göstəricilərinə dair məlumat toplayır. Toplanan məlumat əsasında tezlik cədvəli tərtib edilir. Tərtib olunmuş cədvələ əsasən verilənlər üçün ədədi orta, moda və median hesablanır. Alınan nəticələr gündəlik həyatla əlaqələndirilir və izah olunur.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Qruplaşdırılmamış məlumat üçün tezlik cədvəlini qurur və şərh edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Tezlik cədvəlinə əsasən ədədi ortanı, medianı, modanı hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 10.2. Elementar hadisə

ALTSTANDARTLAR	7-5.2.1. Hadisəni elementar hadisələr fəzasının alt çoxluğu kimi təsvir edir. 7-5.2.2. Hadisənin ehtimalını hesablayır.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	- Təsadüfi hadisəni elementar hadisələr çoxluğunun alt çoxluğu kimi təsvir edir. - Hadisələri Eyler-Venn diaqramında təsvir edir. - Eyni imkanlı elementar nəticələr olan sınaqda hadisənin ehtimalını hesablayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/11347 https://video.edu.az/video/11486 https://www.geogebra.org/m/dg9fngjc Çalışma: https://www.mathopolis.com/questions/q.html?t=skill&skillno=531

Mövzuya yönəltmə

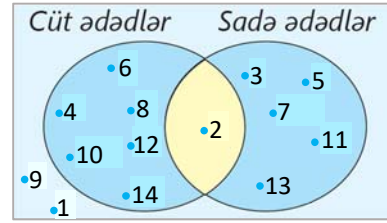
Masaya bir neçə qırmızı, mavi və yaşıl qələm olan qutu qoyulur. Şagirdlərdən biri qutuda olan qələmlərin sayını lövhədə yazır, sonra qələmləri qarışdırıb qutuya yığır. Müəllim sinfə müraciət edir:

– Hansı hadisə yaqın, hansı hadisə mümkün olmayan hadisədir: qutudan karandaş çıxması, qutudan qələm çıxması? Qutudan hansı rəngli qələmin çıxması ehtimalı az, hansı rəngli qələmlərin çıxması daha çoxdur? Eyni imkanlı hadisələri necə müəyyən etmək olar?

Araşdırma-müzakirə

1-dən 14-dək nömrələnmiş kürələr növbə ilə torbadan çıxarılır. Cüt nömrəli kürə çıxaran uşağın böyük hədiyyə, sadə nömrəli kürə çıxaran uşağın isə kiçik hədiyyə qazandığı qeyd olunur.

- Çıxarılan cüt və sadə ədədlər Eyler-Venn diaqramının uyğun hissələrinə yazılır.
- Yalnız 2 ədədinin diaqramın orta hissəsinə uyğun olduğu vurğulanır.
- 1 və 9 ədədləri olan kürələr çıxarsa, dairələrdən kənarda qeyd olunur. Deməli, 2 belə hadisə baş verə bilər.



Öyrənmə Elementar hadisə

Elementar hadisə haqqında şagirdlərə məlumat verilir və nümunələr göstərilir. Sınağın nəticəsi olan bütün elementar hadisələr çoxluğunun U ilə işarə olunduğu bildirilir. A hadisəsi – oyun zərinin atılması zamanı “cüt xalın düşməsi” hadisəsi olarsa, bu hadisənin üç elementar hadisədən ibarət olduğu göstərilir: “iki xalın düşməsi”, “dörd xalın düşməsi”, “altı xalın düşməsi”.



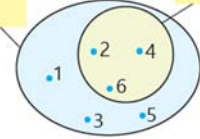
Elementar hadisələr

Cüt xalın düşməsi

$$A = \{2, 4, 6\}$$

U – bütün elementar hadisələr çoxluğu

A hadisəsi



A hadisəsinin bütün elementar hadisələr çoxluğunun alt çoxluğu olduğu vurğulanır və Eyler-Venn diaqramında təsvir olunması siniflə müzakirə edilir.

Fikirləş

Metal pulun atılması zamanı mümkün halları göstərmək üçün bir metal pul götürülür. Məsələn, 20 qəpiklik vasitəsilə göstərmək olar ki, bu metal pul atıldıqda ya rəqəm (R), ya da xəritə (X) üzüstə düşəcək. Deməli, metal pulun atılması zamanı iki üzəndən biri düşdüyü üçün iki mümkün hal olacaq. Elementar hadisələr çoxluğu yazılır. $U = \{R, X\}$

Sınıfdə müxtəlif metal pullarla sınaq təşkil etməklə elementar hadisələri şagirdlərə nümayiş etdirmək olar.



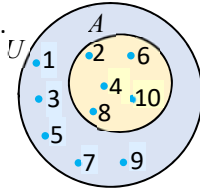
Çalışma

2. Spinnerin əqrəbinin fırlanması zamanı baş verə bilən elementar hadisələr çoxluğu yazılır.

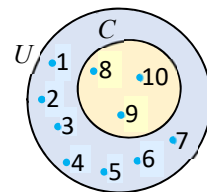
$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Baş verə biləcək təsadüfi hadisələr elementar hadisələr çoxluğunun alt çoxluğu kimi yazılır və Eyler-Venn diaqramında təsvir edilir.

a) Düşən ədəd cüt ədəddir.
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$



c) Düşən ədəd 7-dən böyükdür.
 $C = \{8, 9, 10\}$



Yadda saxla!

Eyni imkanlı hadisələr haqqında şagirdlərə məlumat verilir, nümunələr göstərilir. Məsələn, zərin atılmasında elementar hadisələrin sayı 6-ya bərabərdir və onların hər biri eyni imkanlıdır. Deməli, hər bir elementar hadisənin ehtimalı $\frac{1}{6}$ -ə bərabərdir.

Fikirləş

Elementar hadisələrdən biri baş verdikdə digər elementar hadisələrdən heç biri baş vermir. Həmçinin qeyd olunur ki, sınağın nəticəsi olan hər bir hadisə bütün elementar hadisələr çoxluğunun alt çoxluğudur. Deməli, elementar hadisələrin hamısını topladıqda bütün mümkün hallar alınır. Ehtimalın klassik tərifinə görə, hadisənin ehtimalı əlverişli halların sayının mümkün halların sayına nisbətində bərabərdir. Elementar hadisələrin hamısı birlikdə bütün mümkün halları təşkil etdiyindən bu halda əlverişli halların sayı mümkün halların sayına bərabər olur. Nəticədə bütün elementar hadisələrin ehtimallarının cəminin 1-ə bərabər olduğu alınır.

3. Təsadüfi sınağın nəticəsi olan bütün elementar hadisələr eyni imkanlıdır. Bir elementar hadisənin ehtimalına görə onların sayı tapılır.

a) Ehtimal $\frac{1}{15}$ olduğundan təsadüfi sınağın nəticəsində baş verə biləcək elementar hadisələrin sayı 15-ə bərabərdir.

4. Torbada 1 ağ, 1 qara, 1 yaşıl, 1 mavi və 1 sarı kürəcik var. Samir təsadüfən bir kürəciyi çıxarır.

a) Baş verə biləcək elementar hadisələr qeyd olunur.

Bu kürəciyin ağ rəngdə olması, bu kürəciyin qara rəngdə olması, bu kürəciyin yaşıl rəngdə olması, bu kürəciyin mavi rəngdə olması, bu kürəciyin sarı rəngdə olması.

b) Bu hadisələrin hər birinin ehtimalını belə hesablamaq olar. $\frac{1}{1+1+1+1+1} = 0,2$

Öyrənmə Hadisənin ehtimalı

Nəticələri eyni imkanlı elementar hadisələr olan sınaqda hadisənin ehtimalının tapılması qaydası izah olunur, verilən nümunə üzərində ehtimalın necə hesablandığı müzakirə edilir. Şagirdlərə mümkün olmayan hadisənin ehtimalının 0-a, yaqın hadisənin ehtimalının isə 1-ə bərabər olduğu haqqında məlumat verilir.

$$P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$$

→ Əlverişli hallar – 2, 3, 5, 7
→ Elementar hadisələr – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10



Fikirləş

Əlverişli halların sayı 0-dır, yəni mümkün olmayan hadisənin başvermə ehtimalı sıfıra bərabərdir. Əlverişli halların sayı mümkün halların sayına bərabər olduqda, yəni yaqın hadisənin başvermə ehtimalının 1-ə bərabər olduğu şagirdlərə məlumdur. Təsadüfi hadisələrin sayı ən çoxu mümkün hadisələrin sayına bərabər ola bilər, hadisənin ehtimalı mənfi ədəd olmadığından bu ehtimal üçün $0 \leq P(A) \leq 1$ olduğu izah edilir.

6. Qabda 4 gavalı, 5 ərik və 3 albalı piroqu var.

Mümkün halların sayı tapılır. $4 + 5 + 3 = 12$

Əlverişli halların sayı qeyd olunur: 5

Təsadüfən götürülmüş bir piroqun ərikli olması hadisəsinin ehtimalı $\frac{5}{12}$ -ə bərabərdir.

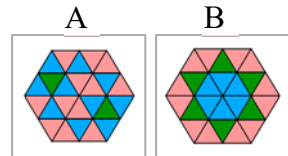


Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər sınağın nəticəsinə əsasən tezliyi hesablamaq, baş verəcək hadisə üçün ehtimalı hesablamaq qaydaları haqqında məlumatlıdır. Hadisənin tezliyi hadisənin başvermə imkanları əvvəlcədən məlum olduqda, müəyyən sınağın nəticəsində riyazi hesablamlar əsasında tapılır. Bəzi mənbələrdə buna *nəzəri ehtimal* da deyilir. Hadisənin ehtimalı isə eyni sınağın çoxsaylı təkrarı nəticəsində əldə olunan faktiki nəticələrə əsaslanır. Buna *təcrübi ehtimal* da deyilir. Sınaqların sayı az olduqda təcrübi ehtimal nəzəri ehtimaldan xeyli fərqlənə bilər. Lakin sınaqların sayı artdıqca təcrübi ehtimal təqribən nəzəri ehtimala bərabər olur. Əvvəlki mövzuda verilən praktik tapşırığı yada salmaq olar.

Diferensial təlim

Dəstək. Şagirdlərə konqruent üçbucaqlardan ibarət fiqur təsvir olunmuş iş vərəqlərindən biri verilir. Şagirdlər hər bir iş vərəqində rənglərin sayını müəyyən etməklə verilən sualları cavablandırırlar. Seçilən bir üçbucağın mavi rəngdə olması hadisəsinin ehtimalı nəçədir? Seçilən bir üçbucağın hansı rəngdə olması hadisəsinin ehtimalı daha böyükdür? Eyni ehtimallı hadisələr varmı? Bunu necə tapmaq olar?

Dərinləşdirmə. Şagirdlərə konqruent üçbucaqlardan ibarət fiqur təsvir olunmuş iş vərəqləri verilir. Şagirdlər hər bir iş vərəqində rənglərin sayını müəyyən etməklə verilən sualları cavablandırırlar. Seçilən bir üçbucağın hansı rəngdə olması hadisənin ehtimalı 0,5-dən böyükdür? Bu hansı fiqurdur? Hansı fiqurda rənglərdən birinin seçilməsi ehtimalı yaşıl rəngli üçbucağın seçilməsi ehtimalından iki dəfə çoxdur? Bu hansı rəngdir?



Məsələ həlli

7. Konqruent üçbucaqlara bölünən spinnerin əqrəbi fırladılır və rəngli üçbucaqlardan biri üzərində dayanır.

- Baş verə bilən elementar hadisələr çoxluğu yazılır. $U = \{\text{yaşıl, qırmızı, sarı, sarı, qırmızı, mavi}\}$
- Sarı və qırmızı üçbucaqların sayı eyni olduğundan əqrəbin bu rənglər üzərində dayanması hadisələri eyni imkanlı hadisələrdir.



9. Kitab şkafinda bədii ədəbiyyata aid 20 kitab, riyaziyyata aid 30 kitab, təbiət elmlərinə aid isə 50 kitab yerləşdirilmişdir. Aynur şkaftan təsadüfən bir kitab götürdü.

a) Sayı çox olan kitabın çıxarılma ehtimalı da çox olduğundan təbiət elmlərinə aid kitabın seçilməsi ehtimalı daha çoxdur.

b) Aynurun götürdüyü kitabın riyaziyyata aid olması hadisəsinin ehtimalı hesablanır. $\frac{30}{20+30+50} = 0,3$

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Təsadüfi hadisəni elementar hadisələr çoxluğunun alt çoxluğu kimi təsvir edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Hadisələri Eyer-Venn diaqramında təsvir edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Eyni imkanlı elementar nəticələr olan sınaqda hadisənin ehtimalını hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

MÖVZU 10.3. Uyuşmayan hadisə

ALTSTANDARTLAR	7-5.2.3. Ehtimal nəzəriyyəsinin aksiomlarını şərh edir. 7-5.2.4. Aksiomların sadə nəticələrini şərh edir.
TƏLİM NƏTİCƏLƏRİ	• Uyuşmayan hadisələri şərh edir və ehtimalını hesablayır. • Hadisəyə əks olan hadisələri müəyyən edir. • Hadisənin ehtimalını ona əks olan hadisədən istifadə etməklə hesablayır.
TƏCHİZAT	İş vərəqləri, kartlar, stikerlər
ELEKTRON RESURLAR	Öyrənmə: https://video.edu.az/video/11343 https://www.geogebra.org/m/zpsvtrtp https://www.geogebra.org/m/w2xphbm

Mövzuya yönəltmə

“Elementar hadisələr” mövzusunda bir neçə qırmızı, mavi və yaşıl qələm olan qutudan çıxarılan qələmin rəngi ilə bağlı şagirdlərə sual verilmişdi. Müəllim eyni situasiyanı təqdim edib şagirdləri mövzuya yönəltmək üçün əlavə belə suallardan istifadə edə bilər:

– Qutudan çıxarılan qələmin həm qırmızı, həm də mavi rəngdə olması mümkündürmü? Qələmin qırmızı və ya mavi rəngdə olması hadisəsi üçün mümkün halların sayını necə müəyyən etmək olar? Qələmlərin ümumi sayından və yaşıl qələmlərin sayından istifadə etməklə bunu necə tapmaq olar?

Araşdırma-müzakirə

Sınıfdakı 30 şagirdən festivalda iştirak edənlərin bir hissəsinin qırmızı (Q), digər hissəsinin isə yaşıl (Y) yerlərdə əyləşdiyi və Eyer-Venn diaqramında onların sayları haqqında məlumat verildiyi qeyd olunur.

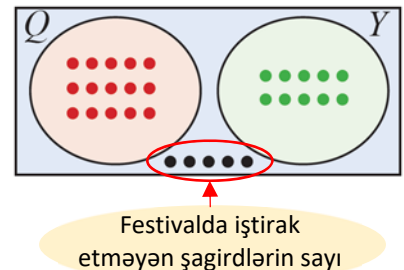
• Təsadüfən seçilmiş bir şagirdin qırmızı yerdə əyləşməsi hadisəsi üçün əlverişli halların sayının 15 olduğu qeyd olunur.

• Təsadüfən seçilmiş bir şagirdin festival iştirakçısı olması üçün o ya qırmızı, ya da yaşıl yerdə əyləşməlidir. Belə şagirdlərin sayını iki üsulla tapmaq olar.

✓ Sınıfdakı şagirdlərin sayından festivalda iştirak etməyən şagirdlərin sayını çıxmaqla: $30 - 5 = 25$.

✓ Qırmızı və yaşıl yerlərdəki şagirdlərin sayını toplamaqla: $15 + 10 = 25$.

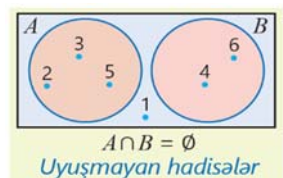
Deməli, 25 mümkün hal var. Şagirdlərə suallar verib onları hər iki həll üsullundan istifadə etməyə istiqamətləndirmək tövsiyə olunur.



Öyrənmə Uyuşmayan hadisələr

Uyuşmayan hadisələr haqqında şagirdlərə məlumat verilir və nümunələr göstərilir. $A \cup B$ hadisəsinin A və B hadisələrindən heç olmasa birinin baş verməsini göstərdiyi bildirilir. Uyuşmayan hadisələrin cəminin ehtimalının bu hadisələrin ehtimalları cəminə bərabər olduğu qeyd olunur və nümunə siniflə müzakirə edilir.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Çalışma

1. 1-dən 15-ə qədər nömrələnmiş kürəciklər olan qutudan təsadüfən bir kürəcik çıxarılır. A – kürəciyin nömrəsinin 8, B – kürəciyin nömrəsinin 5, C – kürəciyin nömrəsinin tək ədəd, D – kürəciyin nömrəsinin cüt ədəd olması hadisələridir. Uyuşmayan hadisələrin necə müəyyən edildiyinin şagirdlərlə müzakirə edilməsi tövsiyə olunur.

$A \vee B$, $A \vee C$, $C \vee D$ hadisələrinin eyni zamanda baş verməsi mümkün olmadığı üçün belə hadisələrin uyuşmayan hadisələr olduğu qeyd olunur.

Müəllimin nəzərinə! Şagirdlər uyuşmayan hadisələri seçərkən digər hadisələrin nəyə görə uyuşmayan olmadığını müəyyən etməkdə çətinlik çəkirlər. Bu halda şagirdlərə digər hadisələrin ikisinin də eyni zamanda baş verə bildiyini

izah etmək məqsədəuyğundur. Məsələn, 1-ci tapşırıqda A – kürəciyin nömrəsinin 8, D – kürəciyin nömrəsinin cüt ədəd olması hadisələri eyni zamanda baş verə bildiyi üçün uyuşmayan hadisələr deyil.

Öyrənmə əks hadisələr

Əks hadisələr haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Əks hadisələrin necə işarə edildiyi və ehtimalının hesablanması qaydası şagirdlərə izah edilir və nümunələr göstərilir.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

3. Oyun zəri bir dəfə atılır. A – 6 xalın düşməsi, B – 6-dan kiçik xalın düşməsi, C – düşən xalın cüt ədəd olması, T – düşən xalın tək ədəd olması, M – düşən xalın mürəkkəb ədəd olması, S – düşən xalın sadə ədəd olması hadisələridir. Əks hadisələr müəyyən edilir: $A \text{ və } B$, $C \text{ və } T$.

Sınaq nəticəsində əks hadisələrdən yalnız birinin baş verdiyi, buna görə də digər hadisələrin əks hadisələr olmadığı qeyd olunur.

Müəllimin nəzərinə! Əks hadisələr mövzusu izah edilərkən şagirdlərin verilmiş hadisəyə əks olan hadisəni düzgün müəyyənləşdirə bilmə bacarığını yoxlamaq xüsusi əhəmiyyət daşıyır. Bunun üçün müəllim əvvəlcə sadə situasiyalar üzərində işləməyi, sonra isə şagirdlərdən hadisənin “baş verməməsi” halını sözlə ifadə etmələrini istəyə bilər. Müxtəlif nümunələrin təqdim edilməsi şagirdlərdə bu anlayışın möhkəmlənməsinə kömək edir. Şagirdlərə izah edilir ki, bir hadisənin ehtimalını birbaşa hesablamaq çətin olduqda onun əks hadisəsinin ehtimalı tapılır və 1-dən çıxılır. Məsələn, 3-cü tapşırıqda oyun zərini atdıqda 6 xalın düşməməsi, yəni 1, 2, 3, 4 və 5 xalın düşməsi hadisəsinin ehtimalının iki üsulla tapılma qaydasını şagirdlərə nümayiş etdirmək olar.

1-ci üsul. 6 xalın düşməməsi hadisəsi dedikdə 1, 2, 3, 4 və 5 xallarından birinin düşməsi başa düşülür. Əlverişli halların sayı 5, mümkün halların sayı 6 olduğundan ehtimal $\frac{5}{6}$ olar.

2-ci üsul. 6 xalın düşməsi hadisəsinin ehtimalı $\frac{1}{6}$ olduğundan əks hadisənin, yəni 6 xalın düşməməsi hadisəsinin ehtimalı $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ olar.

Uyuşmayan hadisələrin, gələcəkdə asılı olmayan hadisələrin birləşməsinin və ya kəsişməsinin ehtimalının tapılmasında əks hadisələrdən istifadə olunması səmərəli üsullardan biridir. Bu bacarığın formalaşması ehtimalın hesablanmasını asanlaşdırır.



Səhvi düzəlt!

1-dən 15-ə qədər ədədlər yazılmış kartlar stola üzəsağı düzldü. Təsadüfən götürülmüş kart üzərində yazılmış ədədin sadə ədəd olması (A) hadisəsinin ehtimalı 0,4-dür. Təsadüfən götürülmüş kart üzərində yazılmış ədədin mürəkkəb ədəd olması ($\bar{A}$) hadisəsinin ehtimalını tapmaq üçün onun təkcə sadə ədəd olması hadisəsinin ehtimalından istifadə etmək yetərli deyil. Bu ədəd sadə ədəd deyilsə, 1 də ola bilər. Deməli, ehtimal belə tapılır.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6; \quad 0,6 - \frac{1}{15} = \frac{8}{15}.$$

Belə səhvlərə yol verən şagirdlərə izah edilməlidir ki, bir natural ədəd üçün üç mümkün hal mövcuddur: ədəd sadə, mürəkkəb və ya 1 ola bilər. Deməli, “ədədin mürəkkəb olması” hadisəsinin əksi yalnız “ədədin sadə olması” deyil, “ədədin mürəkkəb olmaması”, yəni sadə və ya 1 olmasıdır.

Şagirdlərdə yaranan yanlış təsəvvürlər. Bəzən şagirdlər əks hadisəni müəyyən edərkən “bir hadisənin baş verməməsi” anlayışını düzgün müəyyənləşdirə bilmirlər və nəticədə əks hadisə ilə başqa bir hadisəni qarışdırırlar. Buna ən sadə nümunə ədədin mürəkkəb olmaması hadisəsinin ədədin sadə olması kimi qəbul edilməsidir. “Səhvi düzəlt!” rubrikasında tapşırıqda bununla bağlı yol verilən səhv izah edildi. Ehtimalı hesablayarkən bu məqamın əvvəlcədən nəzərə alınması vacibdir. Şagirdlərə əks hadisənin ehtimalını taparkən situasiyaya uyğun hadisəni və əks hadisəni sözlərlə ifadə etməyi tapşırmaq olar.

–2-dən 2-yə qədər ədədlər arasında təsadüfi seçilən bir ədədin müsbət ədəd olmaması hadisəsinin ehtimalını tapın.

Yanlış Ədəd müsbət deyilsə, deməli, mənfi ədəddir. –2-dən 2-yə qədər mənfi ədədlər –2 və –1 olduğundan ehtimal 0,4-ə bərabərdir.

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

Doğru Ədəd müsbət deyilsə, deməli, ya mənfi ədəddir, ya da sıfıra bərabərdir. Deməli, bu ədədlər –2; –1 və 0 ədədləridir. Bu halda ehtimal 0,6-ya bərabərdir.

$$\frac{3}{5} = 0,6$$

Bu tip səhvlər ehtimalın hesablanmasında yanlış nəticələrə gətirib çıxarır. Bu səbəbdən şagirdlərə əks hadisənin müəyyənləşdirilməsi zamanı bütün mümkün halların tam şəkildə sadalanmasının vacibliyi xüsusi vurğulanmalıdır.

6. Bir oyun zərini atdıqda baş verən hadisəyə əks hadisənin ehtimalını tapmaq tələb olunur.

- a) 6 xal düşdü. Bu hadisəyə əks olan hadisə 6 xalın düşməməsi hadisəsidir. 6 xalın düşməsi hadisəsinin ehtimalı $\frac{1}{6}$ olduğundan əks hadisənin ehtimalı belə tapılır. $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
- c) Düşən xal nə sadə, nə də mürəkkəbdir. Bu hadisəyə əks olan hadisə 1 xalın düşməsi hadisəsidir. Düşən xalın sadə və mürəkkəb ədədin olması hadisəsinin ehtimalı $\frac{5}{6}$ olduğundan əks hadisənin ehtimalı belə tapılır. $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ Bu ehtimalı belə də tapmaq olar. Əks hadisə 1 xalın düşməsidir. Deməli, bir mümkün hal var. Bu isə o deməkdir ki, hadisənin başvermə ehtimalı $\frac{1}{6}$ -ə bərabərdir.

Məsələ həlli

7. Avtomobil yolayrıcına yaxınlaşdıqda A , B , C və D elementar hadisələri baş verə bilər. Verilənlərə əsasən D hadisəsinin baş verməsi hadisəsinin ehtimalının tapılması tələb olunur.

Məsələdə verilənlər qeyd olunur.

A : "Sağa dönmür" C : "Düz gedir"

B : "Sola dönmür" D : "Geriye dönmür".

$P(A) = 0,4$ $P(B) = 0,3$ $P(C) = 0,18$

Məsələnin həlli

Verilən 4 haldan biri baş verdikdə digər üç haldan heç biri baş verə bilməz. Deməli, bu hadisələr uyşmayan hadisələrdir. D hadisəsinin baş verməsi ehtimalı A , B və ya C hadisələrindən heç birinin baş verməməsi ehtimalına bərabərdir. Əks hadisələrin ehtimalının tapılması qaydasına əsasən D hadisəsinin baş verməsi hadisəsinin ehtimalı hesablanır.

$$P(D) = 1 - (P(A) + P(B) + P(C)) = 1 - (0,4 + 0,3 + 0,18) = 0,12$$

Cavab. 0,12

8. Tennis klubunun 15 üzvü yaşlı, 12 üzvü gənc və 8 üzvü yeniyetmədir. Hər bir üzvün adı yazılmış kartlar qeydiyyat şöbəsində qutuda qoyulmuşdur. Qutudan təsadüfən çıxarılan bir kartın hansı üzvə aid olması hadisəsinin ehtimalını tapın.

Məsələnin həlli

a) Kartın yaşlı üzvə aid olması hadisəsinin ehtimalı: $\frac{15}{15+12+8} = \frac{3}{7}$

b) Kartın yeniyetməyə aid olması hadisəsinin ehtimalı: $\frac{8}{15+12+8} = \frac{8}{35}$

c) Kartın gəncə aid olması hadisəsinin ehtimalı: $\frac{12}{15+12+8} = \frac{12}{35}$

d) Kartın nə gəncə, nə də yaşlıya aid olması hadisəsinin ehtimalını iki üsulla tapmaq olar.

1-ci üsul. Kart nə gəncə, nə də yaşlıya aiddirsə, deməli, kart yeniyetməyə aiddir. Kartın yeniyetməyə aid olması hadisəsinin ehtimalı $\frac{8}{35}$ -ə bərabərdir.

2-ci üsul. Kartın gəncə və yaşlıya aid olması hadisələri uyşmayan hadisələrdir. Kartın gəncə və ya yaşlıya aid olması hadisəsinə əks olan hadisənin ehtimalını tapmaq üçün bu hadisələrin ehtimalları cəmi tapılır və 1-dən çıxılır.

$$1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{12}{35} \right) = \frac{8}{35}$$

Cavab. $\frac{8}{35}$

9. Dart oyununda lövhədə 6 qırmızı, 4 mavi, 5 sarı və 5 yaşıl rəngli şar asılıb. Atış nəticəsində şarlardan biri mütləq vurulur. Təsadüfi atış nəticəsində qırmızı, sarı və ya yaşıl şarın vurulması hadisəsinin ehtimalını tapın. Məsələni bir neçə üsulla həll etmək olar.

Cəlbəmə

Masaya içərisində 7 qırmızı, 2 yaşıl və 1 sarı stiker olan qutu qoyulur. Şagirdlərə hər stikerin rəngi və sayı haqqında məlumat verməklə suallar ünvanlanır.

– Qutudan çıxarılan bir kartın qırmızı və ya yaşıl rəngdə olması hadisəsinə əks hadisə hansıdır? Bu hadisələrin ehtimallarını necə hesablamaq olar?

Şagirdlərə bir neçə istiqamətləndirici sual verdikdən sonra cavablar ümumiləşdirilərək qutudan qırmızı və ya yaşıl rəngdə stikerin çıxarılması ehtimalının 3 üsulla tapılmasının mümkün olduğu qeyd olunur.

✓ mümkün sayların sayının əlverişli halların sayına nisbətində əsasən

✓ uyşmayan hadisələrin ehtimalları cəmini tapmaqla

✓ əks hadisədən istifadə etməklə

Cavab üsulların hər biri ilə tapılır və hansı üsulun daha əlverişli olduğu siniflə müzakirə edilir.

Məsələnin həlli



1-ci üsul. Təsadüfi atış nəticəsində qırmızı, sarı və ya yaşıl şarın vurulması hadisəsi üçün əlverişli halların sayı (16) mümkün halların sayına (20) bölünür. $\frac{16}{20} = 0,8$

2-ci üsul. Təsadüfi atış nəticəsində qırmızı, sarı və ya yaşıl şarın vurulması hadisələrinin hər birinin ayrılıqda ehtimalı tapılır.

Qırmızı: $\frac{6}{6+4+5+5} = 0,3$ Yaşıl: $\frac{5}{6+4+5+5} = 0,25$ Sarı: $\frac{5}{6+4+5+5} = 0,25$

Bu hadisələr uyuşmayan hadisələr olduğundan onlardan birinin baş verməsi hadisəsinin ehtimalı tapılan ehtimalların cəminə bərabərdir. $0,3 + 0,25 + 0,25 = 0,8$.

3-cü üsul. Təsadüfi atış nəticəsində qırmızı, sarı və ya yaşıl şarın vurulması hadisəsinə əks olan hadisə mavi şarın vurulması hadisəsidir. Mavi şarın vurulma hadisəsinin ehtimalı tapılır və 1-dən çıxılır. $1 - 0,2 = 0,8$

Cavab. Təsadüfi atış nəticəsində qırmızı, sarı və ya yaşıl şarın vurulması hadisəsinin ehtimalı 0,8-ə bərabərdir.

Müzakirə. Məsələni verilən üsullardan biri ilə həll edən şagirdlərə digər üsullardan istifadə etməklə cavabı yoxlamağı tapşırmaq olar.

Formativ qiymətləndirmə

Qiymətləndirmə meyarları	Qiymətləndirmə materialları
Uyuşmayan hadisələri şərh edir və ehtimalını hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Hadisəyə əks olan hadisələri müəyyən edir.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri
Hadisənin ehtimalını ona əks olan hadisədən istifadə etməklə hesablayır.	İş vərəqləri, dərslik, iş dəftəri

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ DƏRS

Mövzuya yönəltmə

Dərslikdə bölmənin xülasəsində verilən anlayışlar şagirdlərlə təkrarlanır. Bölmə üzrə öyrənilən sözlər müəllim tərəfindən şagirdlərə xatırladılır. Hər anlayış səsləndikcə şagirdlər onun məzmununu izah edir, nümunələr göstərir.

Ədədi orta, moda, median, hadisə, mümkün olmayan hadisə, yaqin hadisə, eyni imkanlı hadisələr, təsadüfi hadisə, elementar hadisə, hadisənin ehtimalı, hadisənin tezliyi, tezlik cədvəli, mümkün hallar, əlverişli hallar, uyuşmayan hadisələr və əks hadisələr

Bölmənin ilk səhifəsində statistika və ehtimal nəzəriyyəsinin üsullarının tətbiq olunduğu sahələr haqqında məlumat yada salınır. Xülasə vasitəsilə keçirilən qaydalara ümumi nəzər yetirilir. “Cəhd edin!” tapşırığında konqruent sektorlara bölünmüş spinnerin əqrəbinin 20 dəfə fırlatdıqda nəticələrin cədvəldə qeyd olunduğu diqqətə çatdırılır. Verilən cavablar, həll üsulları yada salınır və ilkin problemin həlli müzakirə olunur.

TAPŞIRIQLARIN HƏLLİ

1. Verilənlərə görə tezlik cədvəli tərtib edilir.

b) Sinifdəki uşaqlar arasında rok (R), pop (P), muğam (M), klassik (K) musiqilərdən ən çox hansını sevdikləri barədə sorğu keçirildi. Sorğunun nəticəsi qeyd olunur: R, R, R, M, P, R, M, P, K, K, M, P, R, P, P, P, M, K, K, K. Hər bir musiqi növünə uyğun tezliklər hesablanır.

Rok: $\frac{5}{20} = 0,25$ Pop: $\frac{6}{20} = 0,3$ Muğam: $\frac{4}{20} = 0,2$ Klassik: $\frac{5}{20} = 0,25$

Musiqi növü	Say	Tezlik
Rok	5	0,25
Pop	6	0,3
Muğam	4	0,2
Klassik	5	0,25
Cəmi	20	1

2. Verilənlərə əsasən əvvəlcə cədvəl tamamlanır, sonra isə verilənlərin medianı, modası və ədədi ortası tapılır. Cədvəli tamamlamaq üçün iki üsuldən istifadə etmək olar.

b) Şagirdlərin flaşmobda geyindikləri köynəklərin rəngi

1-ci üsul. Köynəklərin ümumi sayı x ilə işarə edilir, tənlik yazılır və həll edilərək bu say tapılır və cədvəl tamamlanır.

$\frac{6}{x} = 0,24 \rightarrow x = 25$ Ağ rəngli köynəklərin sayı: $25 - (6 + 9 + 3) = 7$

Mavi rəngin seçilməsi tezliyi: $\frac{9}{25} = 0,36$ Qırmızı rəngin seçilməsi tezliyi: $\frac{3}{25} = 0,12$

2-ci üsul. Mavi köynəyin seçilmə tezliyi x , qırmızı köynəklərin seçilmə tezliyi y ilə işarə edilir, uyğun tənliklər yazılır və həll edilərək bu tezliklər tapılır.

Köynəyin rəngi	Say	Tezlik
Yaşıl	6	0,24
Mavi	9	0,36
Qırmızı	3	0,12
Ağ	7	0,28
Cəmi	25	1

$$\frac{6}{0,24} = \frac{9}{x} \rightarrow x = 0,36 \quad \frac{6}{0,24} = \frac{3}{y} \rightarrow y = 0,12$$

Ağ köynəklərin sayı z ilə işarə edilir, tənlik yazılır və həll edilərək bu say tapılır. $\frac{6}{0,24} = \frac{z}{0,28} \rightarrow z = 7$

Köynəklərin ümumi sayı tapılır. $6 + 9 + 3 + 7 = 25$

Sonda tezliklər cəminin 1-ə bərabər olduğu yoxlanılır.

Məsələnin müxtəlif üsullarla həlli şagirdlərə cavabın doğruluğunu yoxlamağa imkan verir.

5. Spinnerin əqrəbini fırlatdıqda baş verən hadisənin ehtimalı tapılır.

a) Əqrəbin cüt xal üzərində dayanması hadisəsini A ilə işarə etməklə A hadisəsi üçün əlverişli halların sayını mümkün halların sayına bölməklə ehtimal hesablanır. $P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$

b) Əqrəbin cüt xal üzərində dayanması hadisəsinin əksi olan hadisənin ehtimalı hesablanır.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} = 0,625$$

c) Əqrəbin 1 və ya 2 üzərində dayanması hadisəsini B ilə işarə etməklə bu hadisənin ehtimalını belə hesablamaq olar.

$$P(B) = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8} = 0,625 \quad \text{və ya} \quad P(\bar{B}) = \frac{3}{8} \quad P(B) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} = 0,625$$



7. Şagirdlər arasında sevdikləri rəng barədə keçirilən sorğunun nəticəsi Eyer-Venn diaqramında verilmişdir. A -nın təsadüfən seçilən bir şagirdin qırmızı rəngi sevməsi hadisəsi, B -nin təsadüfən seçilmiş bir şagirdin göy rəngi sevməsi hadisəsi olduğu qeyd olunur.

Əlverişli halların sayı tapılır: $6 + 3 + 7 + 4 = 20$

Suallar cavablandırılır.

• A hadisəsinin başvermə ehtimalı: $P(A) = \frac{6+3}{20} = \frac{9}{20} = 0,45$

• $\bar{A}$ hadisəsinin başvermə ehtimalı: $P(\bar{A}) = 1 - 0,45 = 0,55$

• $\bar{B}$ hadisəsinin, yəni təsadüfən seçilmiş bir şagirdin göy rəngi sevməməsi hadisəsinin ehtimalı da eyni qayda ilə hesablanır. $P(\bar{B}) = \frac{6+4}{20} = 0,5$

• B hadisəsinin başvermə ehtimalı: $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,5 = 0,5$, yaxud $P(B) = \frac{3+7}{20} = 0,5$

• Təsadüfən seçilən bir şagirdin nə qırmızı, nə də göy rəngi sevməsi hadisəsi üçün mümkün halların sayı müəyyən olunur və ehtimalı: $\frac{4}{20} = 0,25$

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar:

<https://www.geogebra.org/m/m7pc9urh>

Müəllimin nəzərinə! Əks hadisələri müəyyən etməkdə bəzən şagirdlər çətinlik çəkirlər. Məsələn, 7-ci tapşırıqda $\bar{A}$ hadisəsini, yəni təsadüfən seçilmiş bir şagirdin qırmızı rəngi sevməməsi ehtimalını mümkün halların sayına əsasən də tapmaq olar. Bəzən şagirdlər mümkün halların sayı dedikdə qırmızı rəng seçilmədikdə mavi rəngin seçildiyini düşünürlər. Belə şagirdlərlə mümkün halların sayının necə tapıldığını müzakirə etmək məqsəda uyğundur. Qeyd olunmalıdır ki, qırmızı rəngi seçməyənlər dedikdə təkcə göy rəngi seçənlər (7 nəfər) deyil, həmçinin heç bir rəng seçməyənlər (4 nəfər) də nəzərdə tutulur. Bu halda ehtimal belə hesablanır.

$$P(\bar{A}) = \frac{7+4}{20} = \frac{11}{20} = 0,55$$

10. Zavodda hazırlanan daşıyıcı çarxlar qutulara qablaşdırılır. Bir qutuya yerləşdirilən 50 çarxdan 2-si xarab çıxır. Keyfiyyətə nəzarət şöbəsinin əməkdaşı qiymət vermək üçün təsadüfən bir çarx çıxardır.

Məsələnin həlli

• Çarxın xarab olması hadisəsinin ehtimalı hesablanır. $\frac{2}{50} = 0,04$

• Çıxarılan çarxın keyfiyyətli olması hallarının sayı tapılır və ehtimalı hesablanır. $50 - 2 = 48$; $\frac{48}{50} = 0,96$.

Cavab. 0,04; 0,96

Müzakirə. Çarxın xarab olması və keyfiyyətli olması əks hadisələr olduğundan əks hadisələrin ehtimalları cəminin 1-ə bərabər olmasına əsasən cavabın doğruluğu yoxlanılır. $0,04 + 0,96 = 1$.

11. Eyni ölçülü 27 kiçik kubdan $3 \times 3 \times 3$ ölçülü böyük kub düzəldilər. Alınan kubun bütün üznlərini müxtəlif rənglərlə şəkilləki kimi boyadılar. Böyük kubdan təsadüfən seçilmiş bir kiçik kub üçün hadisənin ehtimalının tapılması tələb olunur.



Calbetmə

Müəllim masaya Rubik kubu qoyur və şagirdlərə müraciət edir:

– Kiçik kubların ən çoxu neçə üzü rənglənib? Bunu hansı üsullarla tapmaq olar? 1 və ya 4 üzü rənglənən kub varmı? Bunu necə izah etmək olar? Bütün kubların sayından və 3 üzü rənglənən kubların sayından istifadə etməklə iki üzü rənglənən kubları necə müəyyən etmək olar?

Şagirdlərə mərkəzdə qalan bir kubun rəngli olmaması cavabını verməyə yönəltmək məqsədilə üzlərin rənglənməsinə uyğun təsvirlər göstərib rəngli kubların sayları cəminin nəyə görə 27-yə bərabər olmadığını soruşmaq olar.



Bir üzü rəngli olan
kiçik kubların sayı : 6



İki üzü rəngli olan kiçik
kubların sayı : 12



Üç üzü rəngli olan
kiçik kublar: 8



Məsələnin həlli

• Kiçik kubun bir üzünün rəngli olması hadisəsinin ehtimalını tapmaq üçün əlverişli halların sayı (6) mümkün halların sayına (27) bölünür: $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$

• Kiçik kubun iki üzünün rəngli olması hadisəsinin ehtimalı tapılır: $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

• Kiçik kubun üç üzünün rəngli olması hadisəsinin ehtimalı tapılır: $\frac{8}{27}$

• Kiçik kubun heç birinin bir üzünün rəngli olmaması hadisəsinin ehtimalı tapılır. Yalnız mərkəzdəki kub rənglənmədiyindən əlverişli halların sayı 1-dir. Deməli, kiçik kubun heç birinin bir üzünün rəngli olmaması hadisəsinin ehtimalı $\frac{1}{27}$ -ə bərabərdir.

Cavab. $\frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{1}{27}$

Müzakirə. Ehtimallar cəminin 1-ə bərabər olduğu yoxlanılır. $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{1}{27} = 1$.



Riyazi kaleydoskop

1. Verilən ifadənin qiymətini tapmaq üçün məxrəclərə əvvəlcə kvadratlar fərqi düsturu tətbiq edilir.

$$\frac{4}{5^2-2^2} + \frac{6}{10^2-3^2} + \frac{8}{17^2-4^2} = \frac{4}{(5-2)(5+2)} + \frac{6}{(10-3)(10+3)} + \frac{8}{(17-4)(17+4)} = \frac{4}{3 \cdot 7} + \frac{6}{7 \cdot 13} + \frac{8}{13 \cdot 21}$$

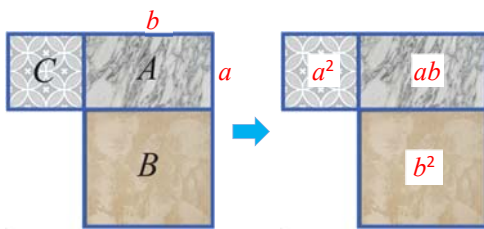
Məxrəclərdəki vuruqların fərqi surətdə yazıldığından hər bir kəsri surəti 1 olan kəsrlərin fərqi şəklində belə yazmaq olar. $\frac{4}{3 \cdot 7} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7}$, $\frac{6}{7 \cdot 13} = \frac{1}{7} - \frac{1}{13}$, $\frac{8}{13 \cdot 21} = \frac{1}{13} - \frac{1}{21}$

Bunları verilən ifadədə nəzərə almaqla ifadənin qiyməti hesablanır.

$$\frac{4}{3 \cdot 7} + \frac{6}{7 \cdot 13} + \frac{8}{13 \cdot 21} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{21} = \frac{1}{3} - \frac{1}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

2. Düzbucaqlı formasında olan A plitəsinin sahəsi 18 dm^2 , perimetri 32 dm -dir. A plitəsinin tərəflərinə bitişik olan kvadrat formalı B və C plitələrinin sahələri cəmini tapmaq tələb olunur.

A plitəsinin tərəfləri a və b olarsa, sahəsi $ab = 18$, perimetri isə $2(a + b) = 32$ olar. B və C plitələrinin sahələri cəmi $a^2 + b^2$ ifadəsini yazmaqla tapılır. Cəmin kvadratı düsturuna əsasən $a^2 + b^2$ ifadəsinin qiyməti tapılır.



$$2(a + b) = 32$$

$$a + b = 16$$

$$(a + b)^2 = 256$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 256$$

$$a^2 + 2 \cdot 18 + b^2 = 256$$

$$a^2 + b^2 = 220$$

İfadənin hər iki tərəfi kvadrata yüksəldilir.

$ab = 18$ olduğu nəzərə alınır.

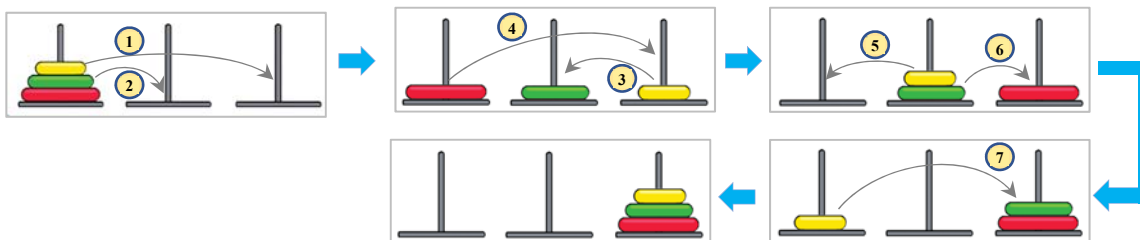
Cavab. B və C plitələrinin sahələri cəmi 220 dm^2 -ə bərabərdir.

3. Bir rəqəmin yerini elə dəyişmək tələb olunur ki, alınan bərabərlik doğru olsun.

a) $10 - 11 = 9 \rightarrow 10 - 1^1 = 9$ b) $12 + 3 = 10 \rightarrow 12 + 3^2 = 10$ c) $12 + 1 = 20 \rightarrow 12^0 + 1 = 20$

4. "Hanoy qülləsi" adlanan məşhur oyunun qaydasına əsasən bir mildə yerləşən halqaları minimum gedişlə başqa milə köçürmək tələb olunur. Bu zaman hər dəfə yalnız bir halqanı götürmək olar və böyük halqanı kiçiyin üzərinə qoymaq olmaz. Sınıfdə oyunu şagirdlər arasında təşkil etmək tövsiyə olunur.

- Üç halqanı ən azı 7 gedişə 2-ci milə yığmaq olar. Bunu addımları saymadan $2^3 - 1$ ifadəsi ilə də tapmaq mümkündür.



- 4 halqa üçün gedişlərin minimal sayı $2^4 - 1 = 15$ olar.

Texniki imkanları olan siniflərdə interaktiv tapşırıqlardan istifadə etmək olar:

https://www.mathplayground.com/logic_tower_of_hanoi.html



"ELEKTRON NÖVBƏ XİDMƏTİ"

Növbə nəzəriyyəsinin gözləmə prosesi olan xidmət sahələrində sistemi səmərəli qurmaq və gözləmə vaxtını minimuma endirmək üçün tətbiq olunduğu haqqında şagirdlərə məlumat verilir. Yükləmə əmsalının hesablanma qaydası izah edilir.

1. Bir saat ərzində xidmət üçün 15 adam müraciət etmişdir. Operator bir nəfərə 3 dəqiqə xidmət göstərsə, sistemin yüklənmə əmsalı hesablanır. $\frac{15 \cdot 3}{60} = \frac{45}{60} = 0,75$.

2. Həftənin günləri üzrə orta gözləmə müddəti cədvəldə qeyd olunub. Bu məlumata əsasən verilənlərin modası, medianı tapılır.

Gün	B.e.	Ç.a.	Ç.	C.a.	C.	Ş.	B.
Orta gözləmə müddəti	23 dəq	<u>15 dəq</u>	20 dəq	26 dəq	25 dəq	<u>15 dəq</u>	<u>15 dəq</u>

Moda: 15 dəq

Verilənlər artan sırada düzülür, verilənlərin sayı tək ədəd olduğundan median ortadakı ədədə bərabərdir.

Median 20 dəq

15 dəq, 15 dəq, 15 dəq, 20 dəq, 23 dəq, 25 dəq, 26 dəq

Təsədüfən seçilmiş bir gün ərzində orta gözləmə müddətinin 20 dəqiqədən çox olmaması hadisəsinin ehtimalını tapmaq üçün əlverişli halların sayı (4) mümkün halların sayına (7) bölünür. $\frac{4}{7}$

3. İnternetdə elektron növbələr, "ASAN xidmət"də orta gözləmə müddəti haqqında araşdırma aparılır və bu müddəti azaltmaq üçün təkliflər verilir.

Şagirdlərə növbə üzrə statistika məlumatlarına keçid linkləri təqdim etmək olar:

<https://asan.gov.az/online-queue/chart>

Hazırlanan təqdimatlar nümayiş etdirilir və müzakirə təşkil olunur.

BURAXILIŞ MƏLUMATI

*Ümumi təhsil müəssisələrinin 7-ci sinifləri üçün
riyaziyyat fənni üzrə dərsləyin (qrif nömrəsi: 2026-019)
metodik vəsaiti*

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər: **Günay Hüseynzadə
Sevda İsmayılova
Zaur İsayev
Məhəmməd Kərimov
Aqşin Abdullayev**

Redaktor: **Ayhan Kürşat Erbaş**
İxtisas redaktoru: **İsmayıl Sadıqov**
Bədii redaktor: **Taleh Məlikov**
Texniki redaktor: **Zeynal İsayev**
Dizayner: **Taleh Məlikov**
Rəssam: **Fərid Quliyev**
Korrektor: **Aqşin Məsimov**

© Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin qrif nömrəsi: 2026-019

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun
hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron
informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

ISBN 978-9952-8402-2-3

Hesab-nəşriyyat həcmi: 26,8. Fiziki çap vərəqi: 29,5.
Səhifə sayı 237. Formatı: 57x82 1/8. Kəsimdən sonra ölçüsü: 195x275.
Şriftin adı və ölçüsü: Calibri 10-11 pt. Ofset kağızı. Ofset çapı.
Bakı – 2026.

Nəşr məhsulunu hazırlayan:
Azərbaycan Respublikasının Təhsil İnstitutu (Bakı ş., A.Cəlilov küç. 86).