

RIYAZİYYAT

METODİK VƏSAİT

9

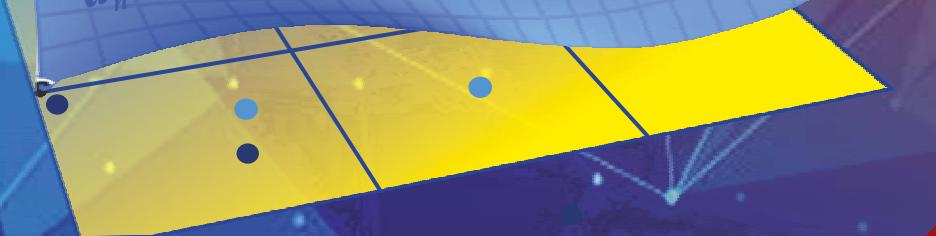
$$y = ax + bx + c$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$a_n = a_k + (n - k)d$$

$$b_n = b q^{n-1}$$

$$l = \frac{m}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$



**Nayma Qəhrəmanova
Məhəmməd Kərimov
İlham Hüseynov**

Ümumtəhsil məktəblərinin
9-cu sinfi üçün
RİYAZİYYAT
fənni üzrə dərsliyin
METODİK VƏSAİTİ

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi
radius_n@hotmail.com və derslik@edu.gov.az
elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur.
Əməkdaşlığınıza üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!



Mündəricat

Dərsliyin strukturu	4
Riyaziyyat fənninin müasir tədrisində istifadə edilən texnoloji alətlər və program təminatı haqqında məlumat	7
Öyrənmə məşğələləri üçün WEBSITE linkləri	9
IX siniflər üzrə təlim nəticələri və məzmun standartları.....	10

1

n -ci dərəcədən kök. Rasional üstlü qüvvət

Dərs planı nümunəsi.	
Rasional üstlü qüvvət.....	13
Həqiqi ədədlər.....	15
n -ci dərəcədən kök.	
n -ci dərəcədən kökün xassələri	17
Rasional üstlü qüvvət.	
Rasional üstlü qüvvətin xassələri.	
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	23
1-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	32

2

Çevrə

Mərkəzi bucaq. Qövs	35
Vətərin xassələri	37
Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq.....	39
Çevrəyə toxunan	43
Çevrəyə çəkilmiş toxunanlar və kəsənlər arasındaki bucaqlar	46
Çevrədə vətər və kəsənlərin parçalarının mütənasibliyi.	
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	49
2-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	53

3

Funksiyalar. Qrafiklər

Kvadratik funksiya və onun qrafiki	56
Kvadratik funksiyanın müxtəlif formalarda təqdimi	63
$y = a(x - m)^2 + n$ parabolasının absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri	66
$y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının qrafikinin qurulması. $y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının araşdırılması	68
Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli	72
$y = x $ funksiyası və onun qrafiki.	
$y = x^3$ funksiyası və onun qrafiki.	
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	74
3-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	81

4

Çevrənin tənliyi

Dərs planı nümunəsi. Çevrənin tənliyi.....	83
İki nöqtə arasındaki məsafə düsturu.....	86
Çevrənin tənliyi.....	90
Dairə sektoru və seqmentinin sahəsi.	
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	95
4-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	98

5

Tənliklər. Tənliklər sistemi

Yüksək dərəcəli tənliklər.....	101
Rasional tənliklər. Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli.....	106
Modullu tənliklər	112
İrrasional tənliklər	117
Tənliklər sistemi	120
Tənliklər sisteminə götürilən məsələlər həlli.	
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	124
5-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	126
Yarımilik summativ qiymətləndirmə	128

Çoxbucaqlılar	131
Çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının cəmi	133
Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar. Düzgün çoxbucaqlının daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiusları	136
Düzgün çoxbucaqlının sahəsi.	
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	142
6-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	149

Xətti bərabərsizliklər sistemi.	
Bərabərsizliklər heyəti	153
Modullu bərabərsizliklər.....	158
Kvadrat bərabərsizliklər.....	163
İntervallar üsulu.....	165
İrrasional bərabərsizliklər.	
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	166
7-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	168

Vektorlar	171
Dekart koordinat müstəvisində vektorlar.....	172
Vektorun istiqaməti. Meyil bucağı.	
Triqonometrik nisbətlər və vektorun komponentlərlə yazılışı	173
Vektorların toplanması və çıxılması. Vektorların komponentlərindən istifadə etməklə toplanması	176
Vektorun ədədə vurulması.	
Komponentləri ilə verilmiş vektorlar üzərində əməllər	182
Paralel köçürmə. Hərəkət və konqruyent fiqurlar. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	183
8-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.....	187

Tezlik paylanması cədvəli.	
Nisbi tezlik	213
Tezlik histoqramı. Tezlik poliqonu....	215
Tezlik paylanmasına görə ədədi orta.	
Birləşmələr	222
Ehtimalın hesablanmasına aid məsələ həlli. Ümumiləşdirici tapşırıqlar	225
10-cu bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	233
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	235
İllik summativ qiymətləndirmə	238

Istifadə edilən şərti işarələr



Məzmun standartı



Diqqət edilməli məqamlar



Əldə edilən şagird bacarıqları



Refleksiya sualları



Lazımı nəzəri material



Ev tapşırıqları



Lazımı ön biliklər



Qiymətləndirmə tapşırıqları



Öyrənmə üçün nümunə tapşırıqlar



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli



Əlavə resurslar



Lügət

Dərsliyin strukturu

Dərslik 10 bölmədən ibarətdir.

1-ci bölmədə ədədlər və əməllər məzmun xətti üzrə standartlarda nəzərdə tutulmuş bacarıqlar formalasdırılır.

Həqiqi ədədləri oxuyub-yazma, müqayisəetmə bacarıqlarına 8-ci sinifdə geniş yer verildiyindən, bu mövzuya təkrar və ümumiləşdirmə məqsədi ilə üç dərs saatı ayırmalı, əsas diqqət n-ci dərəcədən kök və rasional üstlü qüvvətin xassələrini öyrənmə və tətbiqetmə bacarıqlarının formalasdırılmasına yönəldilmişdir. Hər bir yeni anlayış nəzəri məlumat, qrafik təsvir, riyazi yazılış, nümunə məsələlərin həlli ilə müşaiyət olunur.

2-ci bölmədə həndəsə məzmun xətti üzrə çevrəyə toxunanın və kəsənin xassələrini tətbiq etmək bacarıqları formalasdırılır. Bu bölmədə çevrə və onun hissələrinin xassələri ardıcıl olaraq araşdırılmış, şagirdin yaş səviyyəsinə uyğun mühakimələri tələb edən tapşırıqlar verilmişdir. Həndəsə məsələlərinin əksəriyyətini qrafik təsvirlər müşaiyət edir ki, bu da problemi vizual təsəvvüretmə bacığını və fəza təsəvvürlərini düzgün formalasdırmaqdə mühüm rol oynayır. Hər hansı təklifin isbatını tələb edən tapşırıqlar verilənlər və isbat üçün plan müəyyən edilməklə verilmişdir.

3-cü bölmə kvadratik funksiya kimi cəbr və funksiyalar məzmun xətti üzrə standartların formalasmasına ayrılmışdır. Kvadratik funksiyanın tədqiqinə xüsusi ifadə olunmuş məzmun standartı ayrılmamışdır.

Əsas məzmun standartı və alt standartları üzrə nəzərdə tutulmuş tənliklərin və bərabərsizliklərin qrafik üsulla həlli lazım gəlir və bu bacarıqları kvadratik funksiyanın özünü tədqiq etmədən mümkün deyil. Həmçinin sonrakı siniflər üzrə verilmiş standartlarda bu mövzuya bir daha yer verilmədiyindən, real həyatı situasiyalara aid bir çox maliyyə, konstruksiya məsələlərinin bu funksiya ilə ifadə edildiyi və beynəlxalq təcrübə nəzərə alınaraq, kvadratik funksiyanın aşdırılmasına və tətbiqi ilə məsələ həllinə geniş yer verilmişdir.

4-cü bölmədə həndəsə məzmun xətti üzrə iki nöqtə arasındaki məsafəni hesablamaq, mərkəzinə və radiusuna görə çevrənin tənliyini yazmaq bacarıqları formalaşdırılır. Bölmədə arxeoloji qazıntılar, zəlzələnin episentrindən məsafə, mobil rabitə siqnallarının ötürülməsi və s. kimi real situasiya məsələlərinə geniş yer verilmişdir.

5-ci bölmə cəbr və funksiyalar məzmun xətti üzrə həyatı situasiyaya uyğun birdəyişənli tənlik və ya ikidəyişənli tənliklər sistemi tərtib etmək bacarıqlarının formalaşdırılmasına ayrılmışdır. Bölməyə yüksək dərəcəli cəbri tənliklər, rasional tənliklər, dəyişən modul işarəsi daxilində olan tənliklər, sadə irrasional tənliklər, tənliklər sistemi (bir tənliyi birdərəcəli, digəri ikidərəcəli olan, hər iki tənliyi ikidərəcəli olan tənliklər sistemi) ardıcılılığı ilə nümunə tapşırıqların həlli, real həyatı situasiyalara və elmin müxtəlif sahələrinə aid informasiyanın yer aldığı məsələlər daxil edilmişdir. Həmçinin iş, hərəkət, maliyyə məsələləri tiplərinə də yer verilmişdir. Tənliklərin tədrisi beynəlxalq təcrübə aşdırılmaqla şagirdin yaş xüsusiyyətinə uyğun olaraq işlənilmişdir.

6-cı bölmə çoxbucaqlılar mövzusuna ayrılmışdır. Bu bölmədə üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiusları üçün düsturların çıxarılışı və məsələ həllinə tətbiqi verilir, çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlıların xassələri aşdırılır, həmçinin düzgün çoxbucaqlının sahəsinin hesablanması məsələlərinə baxılır.

7-ci bölmədə cəbr və funksiyalar məzmun xətti üzrə verilmiş təklifi birdəyişənli iki xətti bərabərsizliklər sistemi şəklində yazmaq, kvadrat bərabərsizliyi həll etmək bacarıqları formalaşdırılır. Bərabərsizliklərin qrafik üsulla həllinə geniş yer verilmiş, istifadə edilmiş qrafikalkulyatorların weblinkləri qeyd edilmişdir. Bərabərsizliklərin həllində qrafikalkulyatorlar əvəzsiz vasitədir. Maliyyə məsələlərinin həllində, konstruksiya məsələlərində, ümumiyyətlə real həyatı situasiyalarda çox kiçik və ya çox böyük əmsalların daxil olduğu kvadrat bərabərsizlikləri həll etmək üçün uyğun funksiyanın qrafikini qurmaq lazım gəlir. Burada kömək edən vasitə yalnız qrafikalkulyator ola bilər. Həmçinin şagird bərabərsizliyin cəbri üsullarla həllini qrafikalkulyatorda qrafik qurmaqla yoxlaya bilər. Bu bölmədə həmçinin sadə irrasional bərabərsizliklərin həllinə və real həyatı situasiya məsələlərinin tətbiqinə yer verilmişdir.

8-ci bölmədə həndəsə məzmun xətti üzrə müstəvidə vektor anlayışı daxil edilir, vektorlar üzərində əməlləri yerinə yetirmək, paralel köçürməni fiqurların çevrilməsinə tətbiq etmək kimi bacarıqlar formalaşdırılır. Vektor anlayışının tədrisi inkişaf etmiş ölkələrin təcrübəsi aşdırılmaqla yeni yanaşmada verilmişdir. Şagird vektorun modulunu və meyil bucağını ölçmələrlə müəyyən edir, qəbul edilmiş miqyasla real ölçüləri müəyyən edir.

Vektorlar üzərində əməllər qrafik təsvirlərlə yerinə yetirilir ki, bu fəaliyyətlər şagirdin real həyatı bacarıqlarını, qiymətləndirmə və tətbiq etmə bacarıqlarını formalasdırır. Vektorun düzgün tədris olunmasının peşə və sənət vərdişləri üçün əhəmiyyəti çox böyükdür.

Bu bölmədə hərəkət çevrilmələri müqayisəli şəkildə qrafik təsvirlər üzərində qurulmuş tapşırıqlarla verilmişdir.

9-cu bölmədə ardıcılıqların, ədədi və həndəsi silsilələrin xassələrinin məsələ həllinə tətbiqi bacarıqları formalasdırılır. Ədədi ardıcılıqlar, ədədi silsilə, həndəsi silsiləyə aid məsələlər öyrənmə və tətbiq tapşırıqlarının növbələşməsi ilə çoxlu sayda, müxtəlif tipli tapşırıqlar üzərində qurulmuşdur.

10-cu bölmədə cədvəl, diaqram, histoqram və ya qrafik şəkildə verilmiş məlumatları təhlil və təsnif etmək, tezliyin cədvəlini və diaqramını qurmaq, birləşmələrə və ehtimala aid sadə məsələləri həll etmək bacarıqları formalasdırılır. Statistik məlumatın tezlik paylanması cədvəllə, histoqramla, tezlik poliqonu ilə təqdim bacarıqlarına aid, həmcinin tezliyin paylanması cədvəlinə görə ədədi ortanı hesablama bacarıqlarını əhatə edən həll nümunələri, tapşırıqlar dərslikdə yer almışdır.

Birləşmələrin permutasiya və kombinezon kimi növlərinin öyrədilməsi üçün tərif və həlli verilmiş nümunə məsələlər, öyrənmə və tətbiq tapşırıqları, həmcinin ehtimalın hesablanmasında birləşmələrin tətbiqinə aid tapşırıqlar dərslikdə yer almışdır.

Dərsliyin sonunda həmcinin natamam orta məktəb riyaziyyat kursu üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar verilmişdir.

Yüksək təlim nəticələrinin əldə edilməsinə müsbət təsir göstərən amillər:

1. Şagird yeni anlayışla əksər hallarda motivasiya xarakterli araştırma tapşırığı vasitəsilə tanış olur. Daha çox praktik xarakter daşıyan bu tapşırıqlar şagirdə anlayışı mahiyyətcə dərk etməyə, onu əyani təsəvvür etməyə imkan yaradır. Odur ki, bu məşğələlərin təşkilinin, bütün şagirdlərin bu məşğələlərdə iştirakının maksimum dərəcədə təmin edilməsi;

2. Yeni anlayışların izahını əks etdirən virtual və ya kağız plakatların hazırlanması və dərs boyu şagirdin gözü qarşısında asılması;

3. Nəzəri məlumatların ümumsinif fəaliyyəti olaraq müzakirələr, nümunələrin izahı ilə təqdim edilməsi;

4. Öyrənmə tapşırıqlarını bütün şagirdlərin yerinə yetirdiyinə diqqət edilməsi və müşahidə yolu ilə formativ qiymətləndirmənin aparılması;

5. Aparılmış müşahidələrə görə öyrənmə qabiliyyətinin zəif olduğu şagirdlərə dərslikdə və müəllim üçün vəsaitdə verilmiş worksheetgenerator proqramları - işçi vərəqləri hazırlayan proqramlar vasitəsilə sadə çalışmaların hazırlanması;

6. Tətbiq və yaradıcı tətbiq xarakterli tapşırıqların sinifdə izah edilməsi və bir hissəsinin ev tapşırığı olaraq verilməsi. Bəzi tətbiq və yaradıcı tapşırıqların şagirdlər tərəfindən uzunmüddətli tapşırıq olaraq daha geniş şəkildə referat formasında hazırlanması;

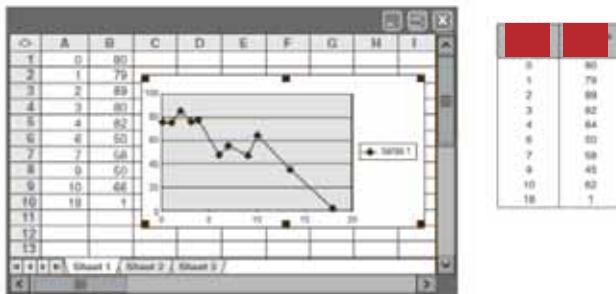
7. Şagirdlərin müştəqil öyrənməsini təmin etmək və valideynin övladının təhsilində yaxından iştirakını şərtləndirmək məqsədilə internet ünvanlarının valideynlərə çatdırılmasının təmin edilməsi.

8. Müəllim üçün vəsaitdə verilmiş meyarlar üzrə tərtib edilmiş xüsusi tapşırıqların "quiz"lərin bütün şagirdlərə çatdırılmasının təmin edilməsi.

Riyaziyyat fənninin müasir tədrisində istifadə edilən texnoloji alətlər və program təminatı haqqında məlumat

Təlim nəticələri və internet ünvanlar

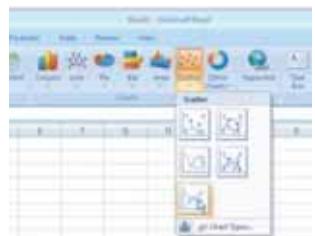
EXCEL-də elektron cədvəl və tezlik poliqonu nümunəsi



MİCROSOFT EXCEL

Ədədlər və əməllər, düstura görə hesablamalar aparmaq
Cəbr və funksiyalar. Elektron cədvəllər tərtib etmək.
Funksiyaların qrafikini qurma.

Statistika və Ehtimal. Elektron cədvəllər tərtib etmək
və məlumatı müxtəlif qrafik formalarda təqdim etmək.

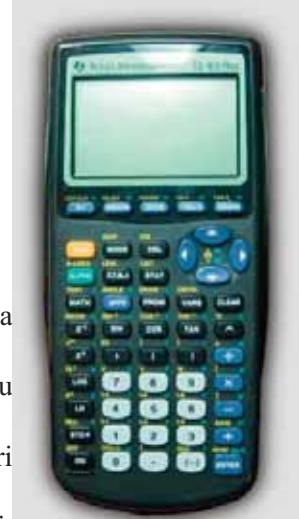
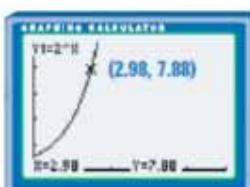
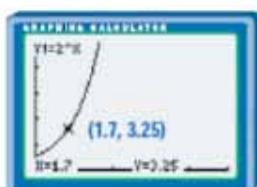


Riyaziyyatın tədrisində müasir texnologiyanın nailiyyətlərinin hər bir tətbiqi təlimin səmərəli təşkilinə xidmət edir. Bu tədris alətləri arasında bütün məzmun xətləri üzrə standartların reallaşdırılmasına xidmət edən virtual alətlərlə - internet qrafikalkulyatorlar, elektron cədvəllər, xüsusi proqramlarla rahat daşına bilən, kiçik qabaritlı qrafikalkulyatorların istehsalı riyaziyyatın tədrisində müsbət dəyişikliklərə səbəb olmuşdur. Bu kalkulyatorlardan Amerika, Kanada, inkişaf etmiş Avropa ölkələrində geniş istifadə edilir. Corel DRAW kimi qrafik təminatlı proqramla müəyyən işləri yerinə yetirmək olar, Microsoft Excel kimi hesablama və statistik məlumatı hazırlama imkanları olan proqamlardan riyaziyyatın tədrisində müəyyən qədər istifadə etmək mümkündür. Həmçinin internet vasitəsilə riyaziyyatın tədrisi üçün hazırlanmış ayrı-ayrı proqramların Geometer's Sketchpad® Geometry Software, Fathom Dynamic Data Software kimi təbiət fənləri, riyaziyyat və sosial elmlərin də tədrisində geniş istifadə olunan proqram təminatları mövcuddur.

Lakin bu proqamların daim özünü yeniləməyinə baxmayaraq mobil qrafikalkulyatorlardan istifadə böyük sürətlə yayılır. Çünkü yuxarıda adları çəkilən proqamlardan istifadədə daşınması çətin olan kompüter, internet bağlantısı, hər şagird üçün əlçatan olmaması kimi obyektiv və subyektiv səbəblərlə bağlı çətinliklər var.

Ən çox istifadə olunan qrafikalkulyatorlar TI83, TI84 seriyasından olan, kiçik qabaritli, böyük kompüterlərə interfeys bağlantısı olan qrafikalkulyatorlardır. Bu qrafikalkuly-

atorlardan istifadə yuxarı siniflərdə riyaziyyatın tədrisində nəzərdə tutulmuşdur və bütün məzmun xətlərini əhatə edir. Texnologiyadan istifadə fəaliyyət xəttinin əsas istiqamətlərindən biridir. Müasir düşüncə tərzli gənclər üçün onlardan istifadə o qədər də çətinlik yaratmayacaqdır.



Bu qrafkalkulyatorlar vasitəsilə:

- istənilən funksianın qrafikini qurma;
- qrafiki verilmiş funksianı cədvəllə, düsturla təqdimetmə;
- funksianın təyin oblastını və qiymətlər çoxluğununu müəyyənetmə;
- maksimum, minimumunu tapma və s. kimi məsələləri həll etmək mümkündür.

Həmçinin ardıcılıqlar, tənliklər sisteminin həlli, bərabərsizliklərin həlli, xətti programlaşdırma məsələləri, matrislər üzərində əməlləri, statistik məsələləri, kombinatorika məsələlərini həll etmək imkanları vardır.

Texnologiyadan istifadənin zərərli tərəflərini daha önə çekərək “Bütün işləri kalkulyator yerinə yetirir, şagird nə zaman öyrənir” kimi fikirlər narahat edə bilər. Lakin informasiyanı sistemləşdirmə, kompüterə daxiletmə, nəticəni emal etmə bacarıqları yaradıcı, analitik təfəkkürün formallaşmasında mühüm rol oynayır. Müasir dövrdə bu bacarıqlara real hayatı situasiyalarda hər kəsin daha çox ehtiyacı var.

Virtual qraf kalkulyatorlar. Yeri gəldikcə dərslikdə, həmçinin müəllim üçün vəsaitdə qrafkalkulyatorların weblinkləri verilmişdir. Virtual qrafkalkulyatorlar istifadə olunan mövzulara görə müxtəlifdir. Onların bir hissəsi yalnız qrafik tapşırıqları yerinə yetirmək üçün məhdud imkanlı olurlar. Lakin istifadə üçün rahatdır. Məsələn, <https://www.desmos.com/calculator>, <http://www.meta-calculator.com/online/>, http://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html

və s. kimi.

Burada n -ci dərəcədən kökün ($\sqrt[n]{a}$) rasional üstlü qüvvət ($a^{\frac{1}{n}}$) şəklində yazıldığına diqqət edilməlidir.

Trigonometrik, rasional funksiyaların qrafikini qurmağa aid, həmçinin statistik, kombinatorika, cəbri məsələlərin həlli üçün nəzərdə tutulmuş daha genişmənalı virtual qrafkalkulyatorlar da mövcuddur. Məsələn, <https://mathway.com/graph> kimi.

Öyrənmə və məşğələlər üçün WEBSITE Linkləri

1. http://algebralab.org/study aids/studyaid.aspx?file=Algebra2_2-6.xml
2. <http://edhelper.com/LinearEquations.htm>
3. <http://www.kgsepg.com/project-id/6565-inequalities-two-variables>
4. <http://library.thinkquest.org/20991/alg /systems.html>
5. <http://math.tutorvista.com/algebra/linear-equations-in-two-variables.html>
6. <https://sites.google.com/site/savannaholive/mathed-308/algebra1>
7. <http://www.algebra-class.com/graphing-inequalities.html>
8. <http://www.beva.org/maen50980/Unit04/LI-2variables.htm>
9. www.classzone.com/books/algebra_1/page_build.cfm?id=lesson5&ch=6
10. http://www.mathchamber.com/algebra7/unit_06/unit_6.htm
11. http://www.mathwarehouse.com/algebra/linear _equation/linear-inequality.php
12. www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U05_L2_T1_text_final.html
13. <http://www.netplaces.com/algebra-guide/graphing-linear-relationships/graphinglinear-inequalities-in-two-variables.htm>
14. [ww.netplaces.com/search.htm?terms=linear+inequalities+in+two+variables](http://www.netplaces.com/search.htm?terms=linear+inequalities+in+two+variables)
15. www.personal.kent.edu/~rmuhamma/Algorithms/MyAlgorithms/MathAlgor/linear.html
16. <http://www.purplemath.com/modules/ineqgrph.html>
17. <http://www.saddleback.edu/faculty/lperez/algebra2go/begalgebra/index.html#systems>
18. http://www.tutorgroup.com/solving-systems-of-linear-equations-and-inequalities71gp.html#close_iframe#close_iframe
19. http://www.wyzant.com/Help/Math/Algebra/Graphing_Linear_Inequalities.aspx
20. <https://www.khanacademy.org>
21. http://www.metmuseum.org/~media/Files/Learn/For%20Educators/Publications%20for%20Educators/Islamic_Art_and_Geometric_Design.pdf
22. http://www.learnalberta.ca/content/memg/3_A/index.html

IX Sınıflar üzrə təlim nəticələri və məzmun standartları

IX sinfin sonunda şagird:

- həqiqi ədədləri oxuyur və yazır, müqayisə edir və düzür, həqiqi ədədə uyğun olan nöqtəni koordinat düz xətti üzərində təxminini göstərir, çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi xassələrini həqiqi ədədlər çoxluğu ilə bağlı məsələlər həllinə tətbiq edir;
- n -ci ($n > 2$) dərəcədən kökün xassələrini tətbiq edir, rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq edir;
- praktik məsələlərin həllinə faizin düsturlarını tətbiq edir;
- kvadrat kök və kub kök daxil olan ifadələrin təqribi qiymətini tapır və nəticələri hesablama texnikasının tətbiqi ilə alınan nəticələrlə müqayisə edir.
- həyati situasiyaya uyğun birdəyişənli tənlik və ya ikidəyişənli iki tənliklər sistemi tərtib edir, verilmiş təklifi birdəyişənli iki xətti bərabərsizliklər sistemi şəklində yazaraq həll edir, ardıcılıqların, ədədi və həndəsi silsilələrin xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir;
- biri xətti, digəri ikidərəcəli olan ikidəyişənli tənliklər sistemini, kvadrat bərabərsizliyi həll edir;
- verilmiş üçbucağın daxilinə və xaricinə çevrə çəkir və onların xassələrini məsələlər həllinə tətbiq edir, çevrəyə toxunanın və kəsənin xassələrini tətbiq edir;
- müstəvidə vektorlar üzərində əməlləri yerinə yetirir, müstəvi üzərində paralel köçürməni fiqurların çevrilməsinə tətbiq edir, iki konqruyent fiqurdan birini digərindən hərəkət çevirməsi ilə alır;
- verilmiş iki nöqtə arasındaki məsafə düsturunu, mərkəzinin koordinatlarına və radiusuna görə çevrənin tənliyini yazır;
- törəmə ölçü vahidlərinin birindən digərinə keçir, praktik ölçmələrdə alınan nəticələrin həqiqətə uyğunluğunu yoxlayır;
- cədvəl, diaqram, histogram və ya qrafik şəklində verilmiş məlumatları təhlil və təsnif edir, statistik məlumatları müəyyən əlamətlərə görə təsnif edir, statistik məlumatların düzgünlüyünü müəyyən edir, tezliyin cədvəlini və diaqramını qurur;
- birləşmələrə və ehtimala aid sadə məsələləri həll edir.

Məzmun xətləri üzrə əsas və alt-standartlar:

1. Ədədlər və əməllər

Şagird:

- 1.1. Ədədləri, ədədlərin müxtəlif formada verilməsini, onların arasındaki münasibətləri tətbiq edir.
 - 1.1.1. Həqiqi ədədləri oxuyur və yazır.
 - 1.1.2. Həqiqi ədədləri müqayisə edir və düzür.
 - 1.1.3. Həqiqi ədədə uyğun olan nöqtəni koordinat düz xətti üzərində təxminini göstərir.
 - 1.1.4. Çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi xassələrini həqiqi ədədlər çoxluğu ilə bağlı məsələlər həllinə tətbiq edir.
- 1.2. Riyazi əməlləri, riyazi prosedurları və onların arasındaki əlaqəni tətbiq edir.
 - 1.2.1. n -ci ($n > 2$) dərəcədən kökün xassələrini tətbiq edərək ifadələrin qiymətini tapır.
 - 1.2.2. Rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq edir.
 - 1.2.3. n -ci ($n > 2$) dərəcədən kök daxil olan ifadələri sadələşdirir.
 - 1.2.4. Müxtəsər vurma düsturlarını n -ci ($n > 2$) dərəcədən kök daxil olan ifadələrə tətbiq edir.
 - 1.2.5. Praktik məsələlərin həllinə (bank əməliyyatlarında, satış qiymətinin dəyişməsində) faizin düsturlarını tətbiq edir.
- 1.3. Hesablamalar aparır, aldığı nəticələrin reallığa uyğunluğunu yoxlayır.
 - 1.3.1. Kvadrat kök və kub kök daxil olan ifadələrin təqribi qiymətini tapır və nəticələri hesablama texnikasının tətbiqi ilə alınan nəticələrlə müqayisə edir.

2. Cəbr və funksiyalar

Şagird:

- 2.1. Müxtəlif situasiyalardakı problemləri cəbri şəkildə ifadə edir və araşdırır.
- 2.1.1. Həyati situasiyaya uyğun birdəyişənli tənlik və ya ikidəyişənli iki tənliklər sistemi tərtib edir.
- 2.1.2. Verilmiş təklifi birdəyişənli iki xətti bərabərsizliklər sistemi şəklində yazaraq həll edir.
- 2.1.3. Ardiçilliqların, ədədi və həndəsi silsilələrin xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.
- 2.2. Cəbri prosedurları yerinə yetirir.
- 2.2.1. Cəbri ifadələr üzərində eynilik çevirmələri aparır.
- 2.2.2. Biri xətti, digəri ikidərəcəli olan ikidəyişənli tənliklər sistemini həll edir.
- 2.2.3. Kvadrat bərabərsizliyi həll edir.
- 2.3. Gündəlik həyatda rastlaşlığı kəmiyyətlər arasındaki asılılıqları funksiyalar vasitəsi ilə ifadə edir.
- 2.3.1. Cəbri bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edir.

3. Həndəsə

Şagird:

- 3.1. Həndəsi təsvir, təsəvvür və məntiqi mühakimələrin köməyi ilə fiqurların əlamət və xassələrini araşdırır.
- 3.1.1. Sınıq xətt və çoxbucaqlı anlayışları bilir, düzgün çoxbucaqlını təsvir edir.
- 3.1.2. Verilmiş üçbücağın daxilinə və xaricinə çevrə çəkir.
- 3.1.3. Çevrəyə toxunanın və kəsənin xassələrini tətbiq edir.
- 3.1.4. Dairənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının xassələrini məsələlər həllinə tətbiq edir.
- 3.1.5. Müstəvi üzərində vektor anlayışını, vektorların toplanması, çıxılması və ədədə vurma qaydalarını riyazi və fiziki məsələlərə tətbiq edir.
- 3.2. Problem həlli situasiyalarına həndəsi çevirmələri və simmetriyanı tətbiq edir.
- 3.2.1. Müstəvi üzərində paralel köçürümə anlayışını bilir və fiqurların çevriləməsinə onu tətbiq edir.
- 3.2.2. Hərəkət çevriləməsi anlayışını bilir və iki konqruent fiqurdan birini digərindən hərəkət çevirməsi ilə alır.
- 3.2.3. Verilmiş iki nöqtə arasındaki məsafə düsturunu bilir, mərkəzinin koordinatlarına və radiusuna görə çevrənin tənliyini yazar.

4. Ölçmə

Şagird:

- 4.1. Ölçü vahidlərinin mənasını başa düşür, müvafiq ölçü alətlərindən istifadə edir.
- 4.1.1. Törəmə ölçü vahidlərinin birindən digərinə keçir.
- 4.2. Ölçmə və hesablama vasitələrindən istifadə edərək hesablamalar aparır.
- 4.2.1. Praktik ölçmələrdə alınan nəticələrin həqiqətə uyğunluğunu yoxlaysı.

5. Statistika və ehtimal

Şagird:

- 5.1. Statistik məlumatı toplayır, sistemləşdirir, təhlil və nəticəni təqdim edir.
- 5.1.1. Cədvəl, diaqram, histoqram və ya qrafik şəklində verilmiş məlumatları oxuyub təhlil edir.
- 5.1.2. Statistik məlumatları müəyyən əlamətlərə görə təsnif edir.
- 5.1.3. Statistik məlumatların düzgünlüyünü müəyyən edir.
- 5.1.4. Statistik məlumatlar əsasında yaranan variantların tezliyi cədvəlini tərtib edir və diaqramını qurur.
- 5.2. Ehtimalın anlayışlarını başa düşür və tətbiq edir.
- 5.2.1. Birləşmələrin növlərini fərqləndirir və onlara aid sadə məsələləri həll edir.
- 5.2.2. Statistik məlumatlar əsasında hadisələrin başvermə mümkünlüyünü proqnozlaşdırır.
- 5.2.3. Birləşmələrin köməyi ilə ehtimala aid sadə məsələləri həll edir.

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
1.1.1. Həqiqi ədədləri oxuyur və yazır.	1-3	Həqiqi ədədlər.	3	6-11
1.1.2. Həqiqi ədədləri müqayisə edir və düzür.	4-8	<i>n</i> -ci dərəcədən kök. <i>n</i> -ci dərəcədən kökün xassələri.	5	12-20
1.1.3. Həqiqi ədədə uyğun olan nöqtəni koordinat düz xətti üzərində təxmini göstərir.	9-11	Rasional üstlü qüvvət. Rasional üstlü qüvvətin xassələri.	3	21-25
1.1.4. Coxluqların birləşməsi və kəsişməsi xassələrini həqiqi ədədlər çoxluğu ilə bağlı məsələlər həllinə tətbiq edir.	12-13	Ümumiləşdirici tapşırıqlar.	2	26-27
1.2.1. <i>n</i> -ci ($n > 2$) dərəcədən kökün xassələrini tətbiq edərək ifadələrin qiymətini tapır.	14	1-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	1	
1.2.2. Rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq edir.		Cəmi	14	
1.2.3. <i>n</i> -ci ($n > 2$) dərəcədən kök daxil olan ifadələri sadələşdirir.				
1.2.4. Müxtəsər vurma düsturlarını <i>n</i> -ci ($n > 2$) dərəcədən kök daxil olan ifadələrə tətbiq edir.				
1.2.5. Praktik məsələlərin həllinə (bank əməliyyatlarında, satış qiymətinin dəyişməsində) faizin düsturlarını tətbiq edir.				
1.3.1. Kvadrat kök və kub kök daxil olan ifadələrin təqribi qiymətini tapır və nəticələri hesablama texnikasının tətbiqi ilə alınan nəticələrlə müqayisə edir.				

Dərs planı nümunəsi

Rasional üstlü qüvvət. Tətbiq tapşırıqları. 3-cü saat

Məzmun standartı: 1.2.2. Rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq edir.

1.2.5. Praktik məsələlərin həllinə (bank əməliyyatlarında, satış qiymətinin dəyişməsində) faizin düsturlarını tətbiq edir.

1.3.1. Kvadrat kök və kub kök daxil olan ifadələrin təqribi qiymətini tapır və nəticələri hesablama texnikasının tətbiqi ilə alınan nəticələrlə müqayisə edir.

Dərsin məqsədi aşağıdakı şagird bacarıqlarını formalaşdırmaqdır:

- rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq edir;
- rasional üstlü qüvvətin xassələrinin tətbiqi ilə məsələləri həll edir.

Motivasiya. Hər hansı məhsulun qiyməti n il ərzində p_1 manatdan p_2 manata qədər

artmışsa, bu məhsul üzrə orta illik inflyasiya $r = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$ kimi hesablanır. Aşağıda verilən məhsullar üçün inflyasiyanı hesablayın.

Məhsul	2016-ci ildə 1 kq-nın qiyməti (\uparrow)	2020-ci ildə 1 kq-nın qiyməti (\uparrow).
Ət	9	11
Kərə yağ	10	12

Göründüyü kimi, real həyatı situasiyalarda rasional üstlü qüvvətin daxil olduğu ifadələri sadələşdirmək, qiymətini tapmaq kimi məsələləri həll etmək lazım gəlir.

$r = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$ düsturuna görə ət və yağ üçün inflyasiya dərəcəsini hesablayaq:

$$\text{Ət: } r = \left(\frac{11}{9}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0,051 \quad \text{Yağ: } r = \left(\frac{12}{10}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0,047$$

Göründüyü kimi, son 4 il ərzində ətin qiymətində orta illik inflyasiya təqribən 0,051, yəni 5,1 %-dir, yağın qiymətində isə bu təqribən 0,047-dir, yəni 4,7 % təşkil edir.

Dərsin bu mərhələsinə **5 - 6 dəq.** ayrılır. Ərzaq məhsulları, məişət əşyaları və s. üzrə inflyasiya dərəcəsinin araşdırılmasına aid müstəqil araşdırmalar aparmaları ev tapşırığı olaraq tövsiyə edilir. Dərslik səh.24-25-də verilmiş tətbiq tapşırıqları yerinə yetirilir.

D.29 məsəlesi müzakirə edilir. n -in yerinə şagirdlər bir qiymət yazır və bu müddətdə insan orqanizmində qalan kofeinin miqdarı (faizlə) hesablanır. Kofeinin insan orqanizminə zərərli və xeyirli təsiri barədə araşdırmalar aparmaları tapşırılır. *Kofein mərkəzi sinir sisteminin stimullaşdırılmasına müsbət təsir göstərir. Müxtəlif içkilərin tərkibinə kiçik dozalarda qatılır. Böyük miqdarda qəbulu təhlükəlidir.*

Məsələnin bütün bəndlərinin yazılı olaraq yerinə yetirilməsi ev tapşırığı olaraq verilir. **4-5 dəqiqə. D.28 və D.30** ev tapşırığı kimi verilir.

D.31 tapşırığı rasional üstlü qüvvətlə verilmiş ədədləri müqayisə bacarıqlarını formalaşdırır. Sual verilir: $2^{\frac{1}{3}}$ və $5^{\frac{1}{4}}$ ədədlərindən hansı böyükdür? Siz bunu necə müəyyən edirsiniz? Şagirdlərdən bəziləri lövhədə müxtəlif nümunələr üzərində suala cavab verirlər.

Şagirdlərə məsələni oxumaq tapşırılır. Bəzi şagirdlərin məsələdə qoyulan problemi öz sözləri ilə təqdim etmələri istenilir.

Şagird: Ölçüləri verilmiş düzbucaqlı paralelepipedin həcmini və tili verilmiş kubun həcmini tapmalı və bu qiymətləri müqayisə etməliyik. **6–7 dəq.** Tapşırığın tam həlli ev tapşırığı kimi yerinə yetirilir.

Ümumsinif fəaliyyəti. . . . Məndədir, bəs . . . kimdədir kartları ilə oyun oynanılır. Sınıfda şagirdlərin sayı qədər kart hazırlanır. Start kartının və son kartın olduğu yoxlanılır.

Start kartı olan kartindakı məlumatı oxuyur. Bütün şagirdlər elan olunan ifadəni yazır və hesablayır. $4^{\frac{3}{2}} = 8$ olduğundan kartında 8 olan cavab verir və kartını oxuyur

START KARTI MƏNDƏDİR

$$4^{\frac{3}{2}} \text{ KİMDƏDİR?}$$

8 MƏNDƏDİR

$$125^{\frac{2}{3}} \text{ KİMDƏDİR?}$$

Bu tip tapşırıqlar öyrənməni daha əyləncəli edir, motivasiyanı artırır. Dinləmə, anlama, şifahi hesablama, diqqət yönəltmə və s. kimi bacarıqların formalşamasına kömək edir, sosial bacarıqları inkişaf etdirir. Oyun kartları MMV səh. 28-30-da verilmişdir.

Oyun formativ qiymətləndirmənin aparılması üçün əlverişli vasitədir. Mənfi üstlü qüvvətin də daxil olduğu kartlar daxil edilə bilər. **7-8 dəq**.

Qruplarla iş. D.33 tapşırığı qruplarla iş kimi yerinə yetirilir. Sinfın hər birində 4 nəfər olmaqla qruplara bölünməsi tövsiyə edilir. **7-8 dəq**

Hər bir qrup üzvü kvadrat çəkir, tərəfləri üzərində seçdiyi rasional və ya irrasional ölçünü qeyd edir, kvadratın perimetrini hesablayır. Oxşar qayda ilə kub çəkilir və ölçüləri üzərində qeyd edilməklə tam səthinin sahəsi hesablanır.

Sonra qrup üzvləri bir-birlərinin tapşırıqlarını yoxlayır, lazımi düzəlişlər etdikdən sonra təqdimata hazır olduğunu elan edirlər. Bütün qruplar təqdimat etdikdən sonra qruplar birlikdə bu tapşırıqda hansı riyazi biliklərdən istifadə etdikləri barədə ümumiləşdirmə aparırlar:

- Kvadrat və kubun xassələri, kvadratın perimetri və sahə düsturu
- Dəyişənlərin birini digəri ilə əvəzətmə bacarığı. Məsələn, sahə məlumdur. $S = a^2$ olduğunu bilirik. Deməli, $a = \sqrt{S}$ olacaq. Kvadratın perimetri isə $P = 4 \cdot a = 4\sqrt{S}$ olur.

Analoji qaydada kubun həcmi $V = a^3$ düsturu ilə hesablandığından həcmi V olan kubun tili $a = \sqrt[3]{V}$, tam səthi $S_t = 6 \cdot a^2 = 6\sqrt[3]{V^2}$ olur.

- Rasional və irrasional ədədləri bir-birindən fərqləndirmə bacarıqları. Oxşar kökləri islahetmə bacarıqları, irrasional ədədlər üzərində hesablama aparma bacarıqları və s.

Refleks. Müəllim oyun və qruplarla iş üzrə apardığı formativ qiymətləndirməyə görə şagirdlərin öyrənmə səviyyəsini, o cümlədən zəif şagirdlər qrupunu müəyyən edir.

Qiymətləndirmə. Qiymətləndirməni MMV-də verilmiş müxtəlif səviyyəli işçi vərəqlərdən istifadə etməklə aparmaq olar. Şagirdin öyrənmə səviyyəsinə uyğun işçi vərəq seçilir və ya yenidən tərtib edilir. İşçi vərəqlər ev tapşırığı kimi də istifadə edilə bilər. **5 dəq**

Həqiqi ədədlər. 2 saat



Məzmun standartı

- 1.1.1. Həqiqi ədədləri oxuyur və yazır.
- 1.1.2. Həqiqi ədədləri müqayisə edir və düzür.
- 1.1.3. Həqiqi ədəd uyğun olan nöqtəni koordinat düz xətti üzərində təxmini göstərir.
- 1.1.4. Çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi xassələrini həqiqi ədədlər çoxluğu ilə bağlı məsələlər həllinə tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- həqiqi ədədlər çoxluğununu təsnif edir;
- həqiqi ədədləri ədəd oxu üzərində təsvir edir;
- həqiqi ədədləri müqayisə edir;
- çoxluqların birləşməsi və kəsişməsinin xassələrini həqiqi ədədlər çoxluğununa tətbiq edir.



Lügət

həqiqi ədədlər, natural ədədlər, tam ədədlər, rasional ədədlər, irrasional ədədlər



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

- $\frac{1}{5}$ və $\frac{1}{6}$ kəsrleri arasında yerləşən iki ədəd yazın. Bu ədədlər arasında sonsuz sayıda ədəd yazmaq mümkündür fikrini necə izah edərdiniz?
- $\sqrt{3}$ və $\sqrt{5}$ ədədləri arasında yerləşən ədədləri siz necə müəyyən edərdiniz? Ədədin tam və kəsr hissəsini müəyyənetmə bacarıqlarına diqqət edilir.

Mövzu üçün ayrılmış 3-cü dərsdə ədədi aralıqları bərabərsizlkə yazma və ədəd oxu üzərində təsvir etmə bacarıqlarına aid tapşırıqlar yerinə yetirilir, ədədi çoxluqların birləşməsi və kəsişməsinin xassələri, bu xassələrlə ədədlər üzərində toplama və vurmanın xassələri arasında oxşar və fərqli cəhətlər qeyd edilir.

D.22. tapşırığının hər bir şagird tərəfindən yerinə yetirilməsi izlənilir.

Dərs 1-3. Dərslik səhifə 6-11.

Həqiqi ədədlər. 3 saat

Motivasiya. Lövhəyə

$$-\frac{7}{3}; \pi; \sqrt{3}; 0,1(3); -3; 5;$$

kimi ədədlər yazılır.

Müraciət olunan şagird göstərilən ədədləri aid olduğu ədədlər çoxluğununa görə təsnif edir. Məsələn, $-\frac{7}{3}$ rasional ədəddir.

-3-ü tam ədədlər çoxluğununa, həmçinin rasional ədədlər çoxluğununa aid etmək olar. Rasional ədədin tərifi yada salınır. $\frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$) şəklində yazılı bilən ədədlər rasional ədədlərdir. Bəs, $\pi, \sqrt{3}, 5$ ədədlərini hansı ədədlər çoxluğununa aid etmək olar?

Rasional ədədlər çoxluğun adı kəsrlərin, sonlu və sonsuz dövri onluq kəsrlərin, natural və tam ədədlərin də daxil olduğu çoxluqdur. İki tam ədədin nisbəti kimi $\frac{m}{n}$ şəklində ifadə oluna bilməyən ədədlər irrasional ədədlər adlandırılır. Bəs həm rasional, həm də irrasional ədədlərin daxil olduğu ədədlər çoxluğun necə adlanır?

Mövzu üçün ayrılmış ilk iki dərsdə qarşılıqlı əks və qarşılıqlı tərs ədədlərə nümunələr göstərilir, həqiqi ədədlər üzərində əməllərin xassələri təkrar edilir, həqiqi ədədlər çoxluğununa daxil olan ədədləri müqayisəetmə, müxtəlif formalarda ifadəetmə, mütləq qiymətini müəyyənetmə tapşırıqları yerinə yetirilir.

Həqiqi ədədləri müqayisəetmə bacarıqlarına artıq rasional və irrasional ədədlər üzərində yer verilmişdir. Bu bacarıqları formalaşdırmaq üçün tapşırıqlara nümunələr:



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.6 Verilmiş ədədin tərsi ilə əksinin fərqini tapın.

Həlli. b) $a = \sqrt{2} + 1$ ədədinin tərsi $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1$

surat və maxrəc ($\sqrt{2} - 1$) -ə vurulur

Əksi isə $-a = -(\sqrt{2} + 1) = -\sqrt{2} - 1$ olduğundan alırıq:

$$\frac{1}{a} - (-a) = (\sqrt{2} - 1) - (-\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2}$$

D.14 Verilmiş ədədin tam və kəsr hissələrini tapın.

Həlli. f) $1 < \sqrt{3} < 2$ olduğundan alırıq: $[\sqrt{3}] = 1; \{ \sqrt{3} \} = \sqrt{3} - 1$

g) $2 < \sqrt{5} < 3$ bərabərsizliyinin hər tərəfinə 1 əlavə edək: $3 < \sqrt{5} + 1 < 4$

Deməli, $[\sqrt{5} + 1] = 3; \{ \sqrt{5} + 1 \} = \sqrt{5} + 1 - 3 = \sqrt{5} - 2$

İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

1. Həqiqi ədədləri artan sıra ilə düzün. .

a) $\frac{11}{5}; -\pi; -2,9; -\sqrt{7}$ _____

b) $4,5; 3\frac{5}{6}; \sqrt{16}; \frac{8}{3}; 2\pi$ _____

c) $\sqrt{4}; 1,8; -\sqrt{10}; -\sqrt{\frac{36}{9}}; 5$ _____

2. Ədəd oxu üzərində yerləşdirin.

a) $-\sqrt{1}; 0,1; \sqrt{13}; -\frac{3}{5}; \sqrt{6}$



b) $-\sqrt{5}; \pi; \frac{\pi}{3}; 4\frac{2}{3}; \sqrt{18}$



Dərs 4-8. Dərslik səh. 12-20.

n-ci dərəcədən kök. n-ci dərəcədən kökün xassələri. 5 saat

Məzmun standartı



- 1.2.1. n-ci ($n > 2$) dərəcədən kökün xassələrini tətbiq edərək ifadələrin qiymətini tapır.
- 1.2.3. n-ci ($n > 2$) dərəcədən kök daxil olan ifadələri sadələşdirir.
- 1.2.4. Müxtəsər vurma düsturlarını n-ci ($n > 2$) dərəcədən kök daxil olan ifadələrə tətbiq edir.
- 1.3.1. Kvadrat kök və kub kök daxil olan ifadələrin təqribi qiymətini tapır və nəticələri hesablama texnikasının tətbiqi ilə alınan nəticələrlə müqayisə edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- kvadrat kökün və kub kökün dəqiq və təqribi qiymətlərinin tapılmasına aid tapşırıqları yerinə yetirir.
- n-ci dərəcədən kökün xassələrini tətbiq edir.

Lügət



kub kök, n-ci dərəcədən kök, rasional üstlü qüvvət



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

Internet ünvanları:

<https://mathway.com/graph>

<https://go.hrw.com/math/midma/grade-content/manipulatives/GraphCalc/graphCalc.html>

Şagirdlərə aşağıdakı kimi tapşırıqları yerinə yetirmək tövsiyə olunur.

64 ədədi həm tam kvadrat, həm də tam kubdur.

$64 = 8^2$, $64 = 4^3$. Siz də bu cür ədədlər fikirləşin. Aşağıdakı ardıcılılıq bu cür ədədləri tapmaqdə sizə necə kömək edə bilər?

$0 = 0^3 = 0^2$; $1 = 1^3 = 1^2$; $64 = 4^3 = 8^2$; $729 = 9^3 = 27^2$; $4096 = 16^3 = 64^2$

Şagirdlər verilən tapşırığı nəzərdən keçirərək qüvvətin xassələrini yada salırlar.

$64 = 4^3 = 8^2$ yazılışını, $4^3 = (2^2)^3$ və $8^2 = (2^3)^2$ və ya $64 = 2^6$ yazılışı ilə ifadə etməklə verilən yazılışların eyni ədədin müxtəlif ekvivalent yazılışları olduğunu başa düşürlər.

Mövzu üçün ayrılmış 1-ci və 2-ci dərs saatlarında kub kökü və n-ci dərəcədən kök hesablama bacarıqlarının formallaşdırılması nəzərdə tutulur. Bu bacarıqlar aşağıdakı alt bacarıqlarla - meyarlarla qiymətləndirilə bilər. Bacarığın daha təfsilətli bacarıqlar siyahısı ilə ifadə edilməsi, başqa sözlə qiymətləndirmə meyarlarının düzgün müəyyən edilməsi tədrisin təşkilinə müsbət təsir göstərir. Formativ qiymətləndirmə müşahidə yolu ilə bu meyarlara görə aparılır:



- Bəzi ədədlərin kubunu və kub kökünü yazılı hesablamalarla dəqiq hesablayır;
- Ədədlərin kubunu və kub kökünü kalkulyatorla hesablayır;
- Ədədlərin kub kökünü təxmin edir;
- Ədədlərin kub kökünü hesablamada üçün dərslikdə verilən bəzi hesablama üsullarını tətbiq edir.
- n-ci dərəcədən hesabi kökün tərifini və bu tərifdən çıxan nəticəni bilir,
 $x^n = a$ tənliyini həll edir.
- n tək ədəd olduqda $\sqrt[n]{a^n} = a$,

n cüt ədəd olduqda $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ bərabərliyini nümunələr üzərində izah edir;

Tətbiq edilən əsas ön bacarıqlar:

Qüvvətin xassələri

Ədədin sadə vuruqlara ayrılması.

Həndəsi biliklər: fiqurların perimetri, sahəsi, həcmi düsturları.

Tapşırıq kiçik qruplarla iş kimi də yerinə yetirilə bilər. 3 dəqiqə ərzində daha çox misal yananlar elan edilir. Şagirdlər belə misalları tərtibetmə strategiyasının qüvvətin xassəsinə bağlı olduğunu başa düşürlər. Məsələn, $(5^2)^3 = (5^3)^2$, $(7^2)^3 = (7^3)^2$

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqlar üzrə metodiki tövsiyələr.

D.25. Biologiya. Ağacın hündürlüğünü (metrlə) $3\sqrt[3]{d^2}$ ifadəsini qiymətini hesablamla təqribi tapmaq olar. Burada d ağacın gövdəsinin diametridir (metrlə). Gövdəsinin diametri 1,1 m olan ağacın hündürlüyü təqribən neçə metrdir?

Məsələdə verilən düsturu yoxlamaq tapşırılır. Şagirdlər məktəbin həyətində, bağlarında, parkda hər hansı ağacın hündürlüğünü bu üsulla hesablayırlar. Bu işi qruplarla iş kimi yerinə yetirmək olar.

Hər qrup bir ağac seçir. Uyğun ölçmələr aparmaqla çevrəsinin uzunluğuna görə ağacın diametrini, daha sonra isə verilən qayda ilə ağacın hündürlüğünü müəyyən edirlər.

Mövzu üçün ayrılmış 3-cü - 5-ci dərs saatlarında n -ci dərəcədən kökün xassələrinin tətbiqi bacarıqlarının formalasdırılması nəzərdə tutulur.

 n -ci dərəcədən kökün xassələrinin tətbiqi bacarıqlarının əsas meyarları:

- $a \geq 0$ və $b \geq 0$ isə, hasilin n -ci dərəcədən kökünün xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsində tətbiq edir;

$$a \geq 0 \text{ və } b \geq 0 \text{ olarsa, } \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

- $a \geq 0$ və $b > 0$ isə, nisbətin n -ci dərəcədən kökünün xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsində tətbiq edir; $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

- n, k - natural ədədlər və $a \geq 0$ olarsa, kökün kökü xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsində tətbiq edir. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

- n, k, m - natural ədədlər və $a \geq 0$ olarsa, kökaltı ifadənin qüvvət üstü ilə kökün dərəcəsinin ortaq vuruqlarına görə sadələşdirmə aparır: $\sqrt[n]{a^km} = \sqrt[n]{a^m}$

- Vuruğun kök işaretisi altından çıxarılmasına aid tapşırıqları yerinə yetirir.
- Vuruğun kök işaretisi altına daxil edilməsinə aid tapşırıqları yerinə yetirir.
- Məxrəcin irrasionallıqdan azad edilməsinə aid tapşırıqları yerinə yetirir.

Bu bacarıqların formalasdırılması üçün dərslikdə müəyyən qədər çalışmalar verilmişdir. Lakin ayrı-ayrı bacarıqların hansı səviyyədə olduğunu yoxlamaq və onları daha da inkişaf etdirmək üçün vəsaitdə verilən işçi vərəqlərdən istifadə edilməsi ilə yanaşı müəllimlərin də əlavə işçi vərəqləri hazırlanmaları tövsiyə edilir. Bu iş informatika dərsində integrativ tapşırıq olaraq şagirdlərin özləri tərəfindən də hazırlanıbilər.



Diqqət edilməli məqamlar, şagirdlərin tez-tez rast gəlinən səhvləri:

- Şagird $4\sqrt{2}$ və $\sqrt{32}$ -ni müqayisə edərkən $4\sqrt{2}$ -nin $\sqrt{32}$ -dən kiçik olduğunu düşünür. Şagird $\sqrt{32}$ -ni $\sqrt{16 \cdot 2}$ kimi ekvivalent yazılışla ifadə etməklə $4\sqrt{2}$ -yə bərabər olduğunu başa düşür. $3\sqrt{2}$ və $2\sqrt{3}$ kimi qarşıq radikalları müqayisə edərkən vuruğu kök işarəsi altına daxil etməli olduğunu başa düşürər.
- “ $3\sqrt[5]{2}$ ifadəsində vuruğu kök işarəsi altına daxil edin” tapşırığını $\sqrt[5]{3 \cdot 2}$ kimi yerinə yetirir. Şagird müsbət vuruğun kök işarəsi altına kökün dərəcəsinə bərabər qüvvətlə, vuruq kimi daxil olduğunu başa düşür: $3\sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{(3^5) \cdot 2}$
- $-2\sqrt[3]{5}$ ifadəsi $\sqrt[3]{-40}$ və ya $-\sqrt[3]{40}$ kimi yazılı bilər. Lakin $-2\sqrt{5}$ ədədi $\sqrt{-20}$ şəklində yazılı bilməz .

İşçi vərəq № 2

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Ədədin kub kökünü təxmin edir və hesablayır.

1. Ədədlərin kubunu hesablayın.

$$4^3 = \quad 5^3 = \quad 6^3 = \quad 7^3 = \quad 8^3 = \quad 9^3 = \quad 10^3 =$$

2. Birinci tapşırıqdan istifadə etməklə ədədlərin kub kökünü şifahi tapın.

$$\sqrt[3]{125} = \quad \sqrt[3]{1000} = \quad \sqrt[3]{64} = \quad \sqrt[3]{216} =$$

$$\sqrt[3]{8} = \quad \sqrt[3]{512} = \quad \sqrt[3]{343} = \quad \sqrt[3]{8000} =$$

$$\sqrt[3]{2744} = \quad \sqrt[3]{64000} = \quad \sqrt[3]{216000} = \quad \sqrt[3]{6859} =$$

3. Kub kökün hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında olduğunu müəyyən edin.

$$\sqrt[3]{200} \longrightarrow 5 \text{ və } 6 \text{ arasındadır, } 5^3 = 125; 6^3 = 216$$

$$\sqrt[3]{4} \longrightarrow \underline{\quad} \text{ və } \underline{\quad} \text{ arasındadır, } \underline{\quad}^3 = \underline{\quad}; \underline{\quad}^3 = \underline{\quad}$$

$$\sqrt[3]{1,65} \longrightarrow \underline{\quad} \text{ və } \underline{\quad} \text{ arasındadır, } \underline{\quad}^3 = \underline{\quad}; \underline{\quad}^3 = \underline{\quad}$$

$$\sqrt[3]{100} \longrightarrow \underline{\quad} \text{ və } \underline{\quad} \text{ arasındadır, } \underline{\quad}^3 = \underline{\quad}; \underline{\quad}^3 = \underline{\quad}$$

4. Kalkulyatordan istifadə edərək hesablayın.

$$\sqrt[3]{200} = \quad \sqrt[3]{1,65} = \quad \sqrt[3]{4} = \quad \sqrt[3]{100} =$$

?

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.19 Sadələşdirin.

Həlli. c) $\sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)^3} + \sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)^4} = (\sqrt{2}+1) + |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}+1 + \sqrt{2}-1 = 2\sqrt{2}$

d) $\sqrt[3]{(\sqrt{2}-3)^3} + \sqrt[4]{(\sqrt{2}-3)^4} = (\sqrt{2}-3) + |\sqrt{2}-3| = \sqrt{2}-3 + (-\sqrt{2}+3) = 0$

D.20 Həlli. $1 < x < 2$ olduqda

$$\sqrt{(x-3)^3} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = (x-1) + \sqrt{(x-2)^2} = x-1 + |x-2| = x-1 - x + 2 = 1$$

D.24 Həlli. Tili 3 sm və 4 sm olan kubların həcmi uyğun olaraq, $V_1 = 27 \text{ sm}^3$ və $V_2 = 64 \text{ sm}^3$ -dir. Bu iki dəmir kub əridilərək bir kub halına salınıb. Alınmış kubun həcmi $V = V_1 + V_2 = 27 + 64 = 91 \text{ sm}^3$ olduğundan, tili $a = \sqrt[3]{91} \text{ sm}$ olar.
Kalkulyatorla tapırıq: $a \approx 4,5 \text{ sm}$

İşçi vərəq № 3

Adı _____ Soyadı _____ Tarix _____



• n-ci dərəcədən kökün xassələrini tətbiq edir.

1. Hesablayın.

$$\sqrt[3]{0,5} \cdot \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} = \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4} =$$

$$(\sqrt{18} - \sqrt{8}) \cdot \sqrt{2} = (\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2}) \cdot \sqrt[3]{4} = \frac{\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} =$$

2. Hesablayın.

$$\sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[4]{\sqrt{256}} = (2\sqrt[3]{3})^6 = (-2\sqrt[6]{4})^3 =$$

3. Sadələşdirin.

$$(\sqrt[4]{b^2})^4 = \sqrt[9]{z^3} = \sqrt[6]{\sqrt[3]{n^{18}}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{x}} =$$

$$\sqrt[2n]{a^{4n}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{u^2}} = \sqrt[3]{\sqrt[8]{z^6}} = \sqrt[6]{\sqrt[5]{u}} =$$

4. Sadələşdirin.

$$(\sqrt{ab})^3 \cdot \sqrt{a^3b^3} = \frac{\sqrt{x^3y^5}}{\sqrt{x^2y^4}} = \frac{\sqrt[3]{a^2b^7}}{\sqrt[3]{a^2b^6}} =$$

$$\sqrt{x^n} \cdot (\sqrt{x})^n =$$



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.49 Həlli. d) $\frac{2}{x} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^5}{8}}$ ifadəsində $x > 0$ olmalıdır.

Vuruğu 4-cü dərəcədən qüvvətə yüksəldib kök işarəsi altına daxil edək:

$$\frac{2}{x} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^5}{8}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{x}\right)^4 \cdot \frac{x^5}{8}} = \sqrt[4]{\frac{16x^5}{x^4 \cdot 8}} = \sqrt[4]{2x}$$

e) $c \cdot \sqrt[4]{-\frac{3}{c}}$ ifadəsində $c < 0$ olmalıdır. Ona görə alırıq:

$$c \cdot \sqrt[4]{-\frac{3}{c}} = -(-c) \cdot \sqrt[4]{-\frac{3}{c}} = -\sqrt[4]{(-c)^4} \cdot \sqrt[4]{-\frac{3}{c}} = -\sqrt[4]{c^4 \cdot \left(-\frac{3}{c}\right)} = -\sqrt[4]{-3c^3}$$

İşçi vərəq № 4

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



• Vuruğu kök işarəsi altına daxil etməklə ifadəni bir kök işarəsi altında yazır:

1. Vuruğu kök işarəsi altına daxil edin.

$$a \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3 b} \quad \frac{u}{z} \sqrt[3]{\frac{z^2}{u}} = \sqrt[3]{\left(\frac{u}{z}\right)^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{z^2}{u}} = \sqrt[3]{\frac{u^3 z^2}{z^3 u}} = \sqrt[3]{\frac{u^2}{z}}$$

$$b \sqrt[3]{a^2 b} =$$

$$b \sqrt[4]{a^2 b c^2} =$$

$$\frac{u}{z} \sqrt[3]{\frac{z^4}{u^7}} =$$

$$\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a}} =$$

2. Sadələşdirin.

$$\sqrt[3]{z} \sqrt[3]{z} = \quad \sqrt[4]{u} \sqrt{u} = \quad v \cdot \sqrt{v} \cdot \sqrt{2v^2} = \quad \sqrt{w} \sqrt{w} \sqrt[3]{w} =$$



• Dərəcələri müxtəlif olan kökləri eyni dərəcədən kökə gətirməklə ifadələri sadələşdirir:

1. Sadələşdirin.

$$2 \sqrt[3]{3} \sqrt{3} = 2 \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}} = 2 \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{3} = 2 \sqrt[6]{3^2} \cdot \sqrt[6]{3} = 2 \cdot \sqrt[6]{3^2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt[6]{3^3} = 2 \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{\sqrt[6]{3^3}} = \sqrt[6]{\frac{4}{27}}$$

$$4 \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{25} =$$

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{8} =$$

$$8 \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{8} =$$

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt[3]{100}} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{3}} =$$

İşçi vərəq № 5

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



• Məxrəci kökdən azad edir.

1. Məxrəci irrasionallıqdan azad edin.

Nümunə:

$$\frac{3a}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3a}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3a \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{3a \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{3a \sqrt[3]{2}}{2}$$

$$\frac{6}{\sqrt[3]{9}} =$$

$$\frac{6}{\sqrt[3]{2}} =$$

$$\frac{4}{\sqrt[4]{8}} =$$

$$\frac{\sqrt[4]{72}}{\sqrt[4]{2}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} =$$

$$\frac{\sqrt[5]{18}}{\sqrt[4]{2}} =$$

2. Məxrəci irrasionallıqdan azad edin.

$$\frac{6}{\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}} =$$

$$\frac{4}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2}} =$$

$$\frac{8}{\sqrt[4]{32} - \sqrt[4]{2}} =$$

$$\frac{10}{\sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{2}} =$$

3. Məxrəci irrasionallıqdan azad edin.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt[4]{3}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt[4]{2}} =$$

$$\frac{2}{\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{16}} =$$

Dərs 9-11. Dərslik səh. 21-25. Rasional üstlü qüvvət. Rasional üstlü qüvvətin xassələri. 3 saat. Dərs 12-13. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 2 saat

Məzmun standartı: 1.2.2. Rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq edir.

1.2.5. Praktik məsələlərin həllinə (bank əməliyyatlarında, satış qiymətinin dəyişməsində) faizin düsturlarını tətbiq edir.

1.3.1. Kvadrat kök və kub kök daxil olan ifadələrin təqribi qiymətini tapır və nəticələri hesablama texnikasının tətbiqi ilə alınan nəticələrlə müqayisə edir.

Bu dərslərdə rasional üstlü qüvvəti hesablamaq və rasional üstlü qüvvətin xassələrinin tətbiqi bacarıqlarını formalasdırmaq nəzərdə tutulur.



Nəzərdə tutulan bacarığı qiymətləndirmə meyarları:

- Surəti vahidə bərabər olan kəsr üstlü qüvvətin $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ yazılışını tətbiq edir. (n natural, x mənfi olmayan hər hansı həqiqi ədəddir.)
- m tam, n natural, x hər hansı müsbət ədəd olduqda
$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \sqrt[n]{x^m} \quad \text{və ya} \quad x^{\frac{m}{n}} = \left(x^m\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$
bərabərliklərini tətbiq edir.
- Qüvvətlərin hasili xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.
- Rasional üstlü qüvvətlərin hasilinin xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.
- Hasilin qüvvəti və qüvvətin qüvvəti xassələrini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.
- Mənfi üstlü qüvvətin xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.
- Nisbətin qüvvəti xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.
- Sıfır üstlü qüvvəti dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.



Diqqət yetirilməlidir ki, a^p rasional üstlü qüvvətinin qiyməti p kəsrinin təqdimat formasından asılı deyil. Məsələn, $8^{\frac{1}{3}} = 2$

Rasional üstlü qüvvətdə əsasın üzərinə qoyulan şərtin zəruriliyi vurgulanır. Öks halda, kəsr üstlü qüvvətə yüksəltmənin birqiyətliliyi pozular.

Məsələn, əsasın müsbət olması şərti pozularsa, $(-8)^{\frac{1}{3}}$ və $(-8)^{\frac{2}{6}}$ ifadələrinin müqayisəsi və $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ olmasına baxmayaraq, göstərilən ifadələrin fərqli olduqlarını qeyd etmək məqsədəy়gun olar. **D.4.** tapşırığı müzakirə edilir.

Şagirdlər əsas ideyanı mənimseməlidirlər: istənilən müsbət a ədədini $(a^{\frac{1}{n}})^n$ şəklində göstərmək olar.

Tam üstlü qüvvətin bizə məlum olan xassələri əsası müsbət həqiqi ədəd olan istənilən rasional üstlü qüvvət üçün də doğrudur. Şagirdlər bu xassələri yada salır, şifahi olaraq söyləyir, şagirdlərdən biri isə hər xassə söyləndikcə onun riyazi yazılışını lövhədə yazar.

Rasional üstlü qüvvətin xassələrinin plakat şəklində və ya proyektorun köməyilə nümayiş etdirilməsi tövsiyə edilir.

Öyrənmə tapşırıqlarının bütün şagirdlər tərəfindən yerinə yetirildiyinə diqqət edilir.

1. Ən çox rast gəlinən şagird səhvlərini aşağıdakı kimi qruplaşdırmaq olar. Bu səhvlər barədə şagirdlərin əvvəlcədən məlumatlandırılması tövsiyə edilir.

Səhv 1

$$\frac{1}{x^2} = x^{1/2}$$

Səhv 2

$$\frac{2}{x^{1/2}} = 2x^2$$

Səhv 3

$$\sqrt[3]{x^2} = x^{-2/3}$$

2. Rasional üstlü qüvvətlərin hasili ilə rasional üstlü qüvvəti qüvvətə yüksəltmə arasındakı fərqi başa düşdüklərini verilən nümunə üzərində bir daha izah edirlər. Tam üstlü qüvvətdə olduğu kimi, eyni əsaslı rasional üstlü qüvvətlərin hasilini hesablayarkən qüvvət üsləri toplanır, qüvvəti qüvvətə yüksəldərkən isə qüvvət üsləri vurulur.

a) $x^{\frac{5}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}}$

b) $(27x^2)^{\frac{2}{3}}$

Bu qaydanı düzgün tətbiq etdiklərini qarışq misallar verərək yoxlamaq tövsiyə edilir.



Sadələşdirin.

$$9^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{4}} =$$

$$2^{\frac{1}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} =$$

$$8^{-\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} =$$

$$5^{-\frac{1}{18}} \cdot 5^{-\frac{1}{18}} =$$

$$x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} =$$

$$y^{\frac{3}{2}} \cdot y^{\frac{3}{2}} =$$

$$b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}} =$$

$$m^{-\frac{1}{12}} \cdot m^{-\frac{1}{12}} =$$

2. Sadələşdirin.

$$(6^{\frac{3}{4}})^{\frac{2}{3}} =$$

$$(2^{\frac{1}{8}})^8 =$$

$$(9^{\frac{1}{3}})^2 =$$

$$(27^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} =$$

$$(p^{\frac{5}{2}})^{\frac{4}{15}} =$$

$$(h^7)^{\frac{7}{4}} =$$

$$(c^{16})^{-\frac{8}{11}} =$$

$$(z^{-\frac{6}{25}})^{-\frac{5}{2}} =$$

3. Sadələşdirin.

$$(36k)^{\frac{1}{2}} =$$

$$(27x)^{\frac{1}{3}} =$$

$$(3n^2)^{\frac{1}{8}} =$$

$$(64x^9)^{\frac{1}{3}} =$$

3. Müsbət və mənfi tam ədədlərin cəmi haqqındaki qaydanı qüvvətin müsbət və mənfi rasional üsləri cəminə necə aid edərdiniz? Şagirdlər aşağıdakı kimi izah verə bilərlər: İki müsbət ədədin cəmi müsbət ədəddir, iki mənfi ədədin cəmi mənfi ədəddir.

Həmçinin, “iki eyni işaretli ədədlərin hasili müsbət, əks işaretli ədədlərin hasili isə mənfidir” qaydasının rasional qüvvət üstü üçün tətbiq edildiyi yada salınır.

Hər bir bacarığı formalaşdırmaq, qiymətləndirmək və inkişaf etdirmək üçün verilən işçi vərəqlərdən istifadə etmək olar.



Şagirdlərin hər bir xassəni sözlə, riyazi yazılışla və yeni nümunələrlə ev tapşırığı olaraq yerinə yetirməsi tövsiyə edilir. İşçi vərəqlərdə verilən tapşırıqların say çıxluğunu nəzərə alaraq onların bir hissəsinin ev tapşırığı kimi yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir.

Dərslikdə verilmiş ümumiləşdirici tapşırıqlar şagirdlərin bölmə üzrə biliklərini möhkəmləndirməsinə şərait yaradır. Müəllim ümumiləşdirici tapşırıqlardan summativ qiymətləndirmə üçün də istifadə edə bilər.

İşçi vərəq № 6

Adı _____ **Soyadı** _____

Tarix _____



- Surəti vahidə bərabər olan kəsr üstlü qüvvətin $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ yazılışını tətbiq edir. n natural, x hər hansı mənfi olmayan ədəddir.
- m tam, n natural, x hər hansı müsbət ədəd olduqda $x^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{x})^m = \sqrt[n]{x^m}$ və ya $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ bərabərliliklərini tətbiq edir.

1. Kalkulyatordan istifadə etmədən hesablayın.

$$16^{\frac{1}{4}} =$$

$$49^{0,5} =$$

$$64^{\frac{2}{3}} =$$

$$\left(\frac{49}{9}\right)^{1,5} =$$

$$8^{\frac{5}{3}} =$$

2. Rasional üstlü qüvvəti köklə əvəz edin.

$$27^{\frac{2}{3}} =$$

$$32^{\frac{3}{2}} =$$

$$32^{\frac{2}{5}} =$$

$$400^{1,5} =$$

$$\left(\frac{8}{125}\right)^{\frac{2}{3}} =$$

3. Hər bir ifadəni rasional üstlü qüvvət şəklində yazın.

$$\sqrt[3]{4} =$$

$$\sqrt{9} =$$

$$\sqrt{18} =$$

$$(\sqrt{10})^3 =$$

$$(\sqrt[3]{10})^2 =$$

4. Ekvivalent ifadələrə eyni nömrə yazın və ya eyni rəngləyin.

$\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3}$	$9^{\frac{3}{2}}$	$\sqrt[6]{y^3}$
$x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$	$(\sqrt{9})^3$	$y^{\frac{2}{4}}$
$x^{\frac{8}{12}} \cdot x^{\frac{9}{12}}$	3^3	$y^{\frac{1}{2}}$
$x^{\frac{17}{12}}$	27	\sqrt{y}
$\sqrt[12]{x^{17}}$	$4x^{\frac{1}{4}}$	$4\sqrt[4]{x}$

$m^{-\frac{1}{3}}$	$4^{-\frac{1}{2}}$	$-(32)^{\frac{1}{5}}$
$\frac{1}{m^{\frac{1}{3}}}$	$\frac{1}{4^{\frac{1}{2}}}$	$-\sqrt[5]{32}$
$\frac{1}{\sqrt[3]{m}}$	$\frac{1}{\sqrt{4}}$	-2
$\frac{\sqrt[3]{m^2}}{m}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{4}$

İşçi vərəq № 7

Adı _____ **Soyadı** _____

Tarix _____



- Rasional üstlü qüvvətin xassələrinin ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.

1. Rasional üstlü qüvvətin tərifindən və xassələrindən istifadə edərək sadələşdirin.

$$\frac{\sqrt[9]{2^3}}{\sqrt[3]{2^9}} =$$

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{5} =$$

$$\sqrt[7]{7} \cdot \sqrt[3]{7} =$$

$$\frac{\sqrt[6]{4}}{\sqrt[3]{4}} =$$

$$\sqrt[4]{18} \cdot \sqrt{12} =$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{36}} =$$

2. Rasional üstlü qüvvətin xassələrindən istifadə edərək sadələşdirin.

$$x^{1/4}x^{1/4} =$$

$$x^{-3/2} : x^{-1/4} =$$

$$n^{1/4}n^{-1/4} =$$

$$yx^{1/3} \cdot xy^{3/2} =$$

$$(a^0b^{\frac{1}{3}})^{\frac{3}{2}} x^0 =$$

$$(a^2b^{1/2})(a^{1/3}b^{-1/2}) =$$

$$\frac{8t^{1/2}}{4t^{1/4}} =$$

$$\frac{\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}y}{5^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{4}}y^5} =$$

$$\frac{y^0}{(x^{\frac{3}{4}}y^{-1})^{\frac{1}{3}}} =$$

$$\frac{-9a^{-4}b^{\frac{3}{4}}}{3ab^{\frac{3}{4}}} =$$

$$\left(\frac{50x^2y^4}{2x^4y^7}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$\left(\frac{x^6y^3}{z^9}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

3. Rasional üstlü qüvvətin xassələrindən istifadə etməklə sadələşdirin.

$$\sqrt[5]{n} \cdot \sqrt{n} =$$

$$\frac{\sqrt{16x^5}}{\sqrt[3]{x^2}} =$$

$$\sqrt[7]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} =$$



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D17. $234^{\frac{1}{2}} = a$ olduğunu bilərək aşağıdakı ədədləri a ilə ifadə edir.

$$\text{Həlli: a) } 2,34^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{234}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{234^{\frac{1}{2}}}{100^{\frac{1}{2}}} = \frac{a}{10} = 0,1a$$

D20. İfadəni rasional üstlü qüvvət şəklində yazın.

$$\text{Həlli: b) } \sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}} = \sqrt[30]{a} = a^{\frac{1}{30}}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x\sqrt{x}}} = (x \cdot (x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} = (x \cdot (x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} = (x \cdot x^{\frac{3}{8}})^{\frac{1}{3}} = (x^{\frac{11}{8}})^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{11}{24}}$$

D27. İsbat edin ki, ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyil.

Həlli: a) Rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq etməklə verilən ifadəni çevirək.

$$\begin{aligned} \frac{(9^n - 5 \cdot 9^{n-1})^{\frac{1}{2}}}{(27^{n-1} - 19 \cdot 27^{n-2})^{\frac{1}{3}}} &= \frac{\left(9^n \cdot \left(1 - \frac{5}{9}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(27^{n-1} \cdot \left(1 - \frac{19}{27}\right)\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(3^{2n} \cdot \frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(3^{3(n-1)} \cdot \frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(3^{2n}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(3^{3(n-1)}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}} = \\ &= \frac{3^n \cdot \frac{2}{3}}{3^{n-1} \cdot \frac{2}{3}} = 3 \end{aligned}$$

D13. (səh 27). **Həlli.** b) Dəyişənin verilmiş qiymətini ifadədə yerinə yazıb, $(A + B)^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A + B)$ müxtəsər vurma düsturunu tətbiq edək.

$$x^3 + 3x = (\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}})^3 + 3(\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}) = (\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}})^3 + (\sqrt[3]{7-5\sqrt{2}})^3 + 3 \cdot \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}} \cdot (\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}) + 3(\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}) = 14$$

D14. (səh 27). **Həlli.** a) $A = P(1 + r)^t$ bərabərliyindən $(1 + r)^t = \frac{A}{P}$ şəklində yazıb, hər iki tərəfini $\frac{1}{t}$ qüvvətinə yüksəldək:

$$((1 + r)^t)^{\frac{1}{t}} = \left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{1}{t}}$$

$$\text{Buradan alırıq: } 1 + r = \left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{1}{t}}, \quad r = \left(\frac{A}{P}\right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

b) Şərtə görə $P = 2000$; $A = 2332,8$; $t = 2$ olduğundan

$$r = \left(\frac{2332,8}{2000}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \left(\frac{11664}{10000}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \left(\left(\frac{108}{100}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{108}{100} - 1 = \frac{8}{100} = 0,08$$

tapılır. Yəni illik artım 8% olmuşdur.

Rasional üstlü qüvvət

“Məndədir, bəs ... kimdədir? ” oyununun kartları

START KARTI MƏNDƏDİR KİMDƏDİR? $4^{\frac{3}{2}} ?$	MƏNDƏDİR KİMDƏDİR? $125^{\frac{2}{3}} ?$
MƏNDƏDİR 25 KİMDƏDİR? $\sqrt[3]{32} ?$	MƏNDƏDİR $2\sqrt[3]{4}$ KİMDƏDİR? $\sqrt{72} ?$
MƏNDƏDİR $6\sqrt{2}$ KİMDƏDİR? $\sqrt{a^6b^4} ?$	MƏNDƏDİR a^3b^2 KİMDƏDİR? $\sqrt{27} ?$
MƏNDƏDİR $3\sqrt{3}$ KİMDƏDİR? $\frac{10}{\sqrt{2}} ?$	MƏNDƏDİR $5\sqrt{2}$ KİMDƏDİR? $\sqrt{a^5b^3} ?$

“... məndədir, bəs ... kimdədir? ” oyununun kartları

START KARTI MƏNDƏDİR

MƏNDƏDİR $a^2b\sqrt{ab}$ KİMDƏDİR? $\sqrt{\frac{25}{2}}$?	MƏNDƏDİR $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ KİMDƏDİR? $3\sqrt{48}$?
MƏNDƏDİR $12\sqrt{3}$ KİMDƏDİR? $(3 - \sqrt{2})^2$?	MƏNDƏDİR $11 - 6\sqrt{2}$ KİMDƏDİR? $(a^2b^2)^3$?
MƏNDƏDİR a^6b^6 KİMDƏDİR? $2(a^2b)^3$?	MƏNDƏDİR $2a^6b^3$ KİMDƏDİR? $2b(2a^3b)^2$?
MƏNDƏDİR $8a^6b^3$ KİMDƏDİR? $\sqrt[3]{54}$?	MƏNDƏDİR $3\sqrt[3]{2}$ KİMDƏDİR? $(ab^2)^2$?

“Məndədir, bəs ... kimdədir? ” oyununun kartları

MƏNDƏDİR a^2b^4 KİMDƏDİR? $\frac{7}{3 + \sqrt{2}} ?$	MƏNDƏDİR $3 - \sqrt{2}$ KİMDƏDİR? $\frac{2}{81^3} ?$
MƏNDƏDİR $9\sqrt[3]{9}$ KİMDƏDİR? $\frac{8}{\sqrt{3}} ?$	MƏNDƏDİR $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ KİMDƏDİR? $(5 - \sqrt{6})^2 ?$
MƏNDƏDİR $31 - 10\sqrt{6}$ KİMDƏDİR? $\frac{2 - \sqrt{3}}{5 - \sqrt{7}} ?$	MƏNDƏDİR $\frac{10 + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{3} - \sqrt{21}}{18}$ KİMDƏDİR? $2(a^4b)^4 ?$
MƏNDƏDİR $2a^{16}b^4$. KİMDƏDİR? $\frac{8}{\sqrt{2}} ?$	MƏNDƏDİR $4\sqrt{2}$. Sonuncu kart

1-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nö	Meyarlar	Şagird haqqında qeydlər
1.	Bəzi ədədlərin kub kökünü müxtəlif üsullarla dəqiq və ya təqribi hesablayır.	
2.	$a \geq 0$ və $b \geq 0$ isə, hasilin n -ci dərəcədən kökünün xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsində tətbiq edir.	
3.	$a \geq 0$ və $b > 0$ isə, nisbətin n -ci dərəcədən kökünün xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsində tətbiq edir.	
4.	n, k, m - natural ədədlər və $a \geq 0$ isə, kökün kökü xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsində tətbiq edir.	
5.	n, k, m - natural ədədlər və $a \geq 0$ isə, kökaltı ifadənin qüvvət üstü ilə kökün dərəcəsinin ortaq vuruqlarına görə sadələşdirilmə aparır.	
6.	Kök daxil olan ifadələri sadələşdirir.	
7.	Qüvvətlərin hasili xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.	
8.	Rasional üstlü qüvvətlərin hasilinin xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.	
9.	Hasilin qüvvəti və qüvvətin qüvvəti xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.	
10.	Nisbətin xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.	
11.	Mənfi rasional üstlü qüvvətin xassəsini ədədi və dəyişənli ifadələrin sadələşdirilməsinə tətbiq edir.	

Dərs 14. 1-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.

1. $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{4}$ ədədlərini artan sırada düzün.

2. Hesablayın $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt[4]{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})$.

3. Mənfi ədədləri göstərin.

A) $\sqrt[3]{3} - \sqrt{2}$ B) $\sqrt[4]{4} - \sqrt{2}$ C) $\sqrt[3]{2} - \sqrt[4]{3}$ D) $\sqrt[6]{2} - \sqrt[18]{10}$

4. $3\sqrt{2} - 2\sqrt[3]{2}$ fərqiinin işarəsini müəyyən edin.

5. $0,2\sqrt[3]{(-5)^6}$ və $2\sqrt{\frac{1}{4}\sqrt[4]{625}}$ ifadələrinin qiymətlərini müqayisə edin.

6. 1-dən 9-a qədər natural ədədlərin kvadrat kökləri çoxluğu A ilə, kub kökləri çoxluğu B ilə işarə edilib. A ∩ B-ni tapın.

7. Bərabərliklərdən hansı doğrudur?

A) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4} = 4$ B) $\sqrt[15]{(-2)^5} = \sqrt[3]{2}$ C) $\sqrt[8]{(-3)^4} = \sqrt{3}$ D) $\sqrt[3]{(-2)^6} = -4$

8. $\sqrt[3]{2} \sqrt{2} \sqrt[2]{2}$ ədədini rasional üstlü qüvvət şəklində göstərin.

9. m və n natural ədədləri üçün $(m+n)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7} (m-n)^{-\frac{1}{2}}$ bərabərliyi doğrudur.
 $m^2 + n^2$ ifadəsinin qiymətini tapın.

A) 25 B) 20 C) 12 D) 7

- 10.** Bir qutu boyası 12 m^2 sahəni rəngləməyə çatır.
 a) tilləri 3 m , 4 m və 5 m olan üç dəmir kubun səthlərini rəngləmək üçün neçə qutu boyası lazımdır?
 b) bu üç kub əridilərək bir kub şəklində salınarsa, onun səthini rəngləməyə neçə qutu boyası lazımlı gələr?
- 11.** $x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{2}} = 6$ tənliyini ödəyən hər hansı x və y ədədləri cütünü göstərin.
- 12.** $\frac{x - x^{\frac{1}{2}} - 2}{x - 2x^{\frac{1}{2}}}$ ifadəsini sadələşdirin.
- 13.** $x = \sqrt[3]{2}$ olduqda $(1 - \frac{1}{x}) \cdot (1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.
- 14.** Uyğunluğu müəyyən edin:
 1. $\sqrt[4]{a^4} = |a|$ A) a -nin istənilən qiymətində doğrudur;
 2. $\sqrt[3]{a^3} = -a$ B) yalnız $a = 0$ olduqda doğrudur;
 3. $\sqrt[6]{a^6} = -a$ C) $a \leq 0$ olduqda doğrudur;
- 15.** İfadənin qiymətini hesablayın.
 $(\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{32}) : \sqrt[4]{2}$
- 16.** Ölçüləri $\sqrt[3]{2} \text{ sm}$, $\sqrt[3]{2} \text{ sm}$, $\sqrt[3]{18} \text{ sm}$ olan düzbucaqlı paralelepipedin həcmini tapın. Bu paralelepipedin həcmini tili $\sqrt[4]{4} \text{ sm}$ olan kubun həcmi ilə müqayisə edin.
- 17.** Məməlilər üçün qanın bədəndə bir tam dövr edərək ürəyə qayıtdığı orta vaxtı (saniyələrlə) $17,4 \text{ m}^{\frac{1}{3}}$ ifadəsinin qiymətini hesablamaqla təqribi tapmaq olar. Burada m kütləni (kq-la) göstərir. Kütləsi: a) 120 kq inəyin; b) 4000 kq filin qanının tam dövretmə müddəti təqribən neçə saniyədir?
- 18.** $\frac{\sqrt[4]{144}}{\sqrt{3}}$, $2^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}$, $(4^{\frac{3}{5}})^{\frac{5}{2}}$ ədədlərini artan sıradə yazın.

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
	15- 16	Mərkəzi bucaq. Çevrə qövsü.	2	28-31
	17-19	Vətərin xassələri	3	31-36
	20-21	Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq.	2	36-38
3.1.3. Çevrəyə toxunanın və kəsənin xassələrini tətbiq edir. 4.1.1. Törəmə ölçü vahidlərinin birindən digərinə keçir.	22-23	Çevrəyə toxunan.	2	39-42
	24-26	Çevrəyə çəkilmiş toxunanlar və kəsəmlər arasındaki bucaqlar.	3	42-46
	27-28	Çevrədə vətər və kəsənlərin parçalarının mütənasibliyi.	2	46-48
	29-30	Ümumiləşdirici tapşırıqlar.	2	49-50
	31	1.2. bölməsi üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	1	
		Cəmi	17	



Məzmun standartı

3.1.3. Çevrəyə toxunanın və kəsənin xassələrini tətbiq edir.

4.1.1. Törəmə ölçü vahidlərinin birindən digərinə keçir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- Mərkəzi bucaq, minor, major qövslərin dərəcə ölçülərinə aid məsələləri həll edir;
- Qövsün uzunluğunu tapmağa aid məsələləri həll edir;
- Vətərin xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir;
- Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaqların xassələrini bilir, həndəsi təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir;
- Çevrəyə toxunanın təsvir edir, xassələrini bilir və məsələ həllinə tətbiq edir;
- Kəsən və toxunanın əmələ gətirdiyi bucaqların xassələrini sözlə, həndəsi olaraq təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir;
- Çevrəni kəsən parçaları təsvir edir, onların uzunluqları haqqında teoremləri məsələ həllinə tətbiq edir.



Riyazi lügət

- | | |
|-----------|-----------------|
| ● Çevrə | ● Vətər |
| ● Dairə | ● Mərkəzi bucaq |
| ● Toxunan | ● Sektor |
| ● Kəsən | ● Seqment |
| ● Radius | ● Qövs |
| ● Diametr | |



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

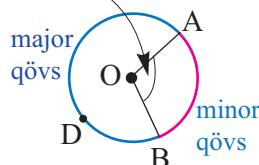
Internet ünvanları: www.mathopenref.com/polygonconcave.html
[//www.learnalberta.ca/content/memg/Division03/Tangent/index.html](http://www.learnalberta.ca/content/memg/Division03/Tangent/index.html)

Dərs 15-16. Dərslik səh. 28-31. Mərkəzi bucaq. Qövs. 2 saat

1-ci saat. Verilən işçi vərəqlə çevre və onun hissələri həndəsi təsvirlərlə təkrar edilir.

Mərkəzi bucaq və qövs anlayışları genişləndirilərək kiçik qövs - minor qövs və böyük qövs - major qövs anlayışları daxil edilir.

mərkəzi bucaq



Bu anlayışları əks etdirən həndəsi təsvir plakat şəklində və ya Smart lövhələrdə əvvəlcədən hazırlanır.

Çevrə qövslərinin ölçüləri haqqındaki faktlar birgə müzakirə ilə təsvirlər üzərində təqdim olunmaqla araşdırılır. Həndəsi təsvirlərin bu faktları aydın göstərdiyini şagirdlər başa düşürlər.

1. Minor qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən kiçikdir və uyğun mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsünü bərabərdir:

$$\text{~AB} = \angle AOB$$

2. Major qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən böyükdür və onun qiyməti 360° ilə uyğun minor qövsün fərqi nə bərabərdir: $\text{~ADB} = 360^\circ - (\text{~AB})$

3. Yarımçevrənin dərəcə ölçüsü 180° -dir.

Konqruyent qövslərə aid məsələlər həll edilir.

2-ci saat. Qövsün uzunluğu düsturu və onun tətbiqinə aid nümunə həlli araşdırılır. Qövsün uzunluğunun hesablanmasına aid dərslikdə verilmiş məsələlər həll edilir.

İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

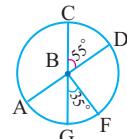
Tarix _____



- Mərkəzi bucaq, minor, major qövslərin dərəcə ölçülərinə aid məsələləri həll edir.
- Qövsün uzunluğunu tapmağa aid məsələləri həll edir.

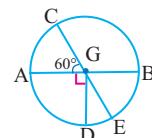
1. Hər birinin major qövs, minor qövs və ya yarımcəvrə olduğunu qeyd edin və dərəcə ölçüsünü tapın (CG və AD diametrdır).

$$\begin{array}{lll} \cup CD & \cup AC & \cup CG \\ \cup CGD & \cup GCF & \cup ACD \\ \cup AG & \cup ACF & \end{array}$$



2. Hər bir bucağın dərəcə ölçüsünü tapın (AB və CE diametrdır).

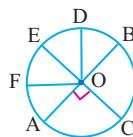
$$\begin{array}{ll} \angle CGB & \angle BGE \\ \angle AGD & \angle DGE \\ \angle CGD & \angle AGE \end{array}$$



3. EC və AB diametrdır və $\angle BOD \cong \angle DOE \cong \angle EOF \cong \angle FOA$.

Hər bir qövsün dərəcə ölçüsünü tapın.

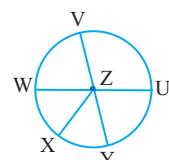
$$\begin{array}{ll} \cup BC & \cup AC \\ \cup AFE & \cup EB \\ \cup ACB & \cup AD \\ \cup CBF & \cup ADC \end{array}$$



4. WU və VY diametrdır və $\angle WZX \cong \angle XZY$, $\angle VZU = 4x$, $\angle UZY = 2x + 24$.

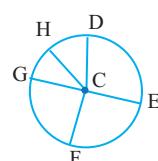
Hər bir qövsün dərəcə ölçüsünü tapın.

$$\begin{array}{ll} \cup UY & \cup WV \\ \cup WX & \cup XY \\ \cup WUY & \cup YVW \\ \cup XVY & \cup WUX \end{array}$$



5. Çevrənin diametri 24 vahiddir. Verilən bucağa görə uyğun qövsün uzunluğunu tapın. (GE diametr, C çevrənin mərkəzidir).

- $\angle DCE = 100^\circ$ olarsa, $\cup DE$ -nin uzunluğunu;
- $\angle GCF = 90^\circ$ olarsa, $\cup DHF$ -in uzunluğunu;
- $\angle HCF = 125^\circ$ olarsa, $\cup HDF$ -nin uzunluğunu;
- $\angle DCH = 45^\circ$ olarsa, $\cup HD$ -nin uzunluğunu.



Dərs 17-19. Dərslik səh. 31-36. Vətərin xassələri. 3 saat

Növbəti üç dərs saatı ərzində vətər haqqında 3 əsas teoremin, tərs teoremlərin və onlardan alınan nəticələrin araşdırılması nəzərdə tutulur.

Şagirdlərin teoremin verilmiş tam isbatını başa düşdüklərinə və tamamlanması tələb olunan isbatları isə yerinə yetirdiklərinə diqqət edilir. Formativ qiymətləndirmə məqsədilə bəzi şagirdlərin sinifdə bu isbatları şəhəri olaraq tamamlamaları və ya hər hansı təklifin hansı əsasla irəli sürüldüyünü izah etmələri tövsiyə edilir.

Bacarıq. *Vətər haqqında teoremləri bilir, həndəsi təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir.*

İşçi vərəq № 2

Adı _____ Soyadı _____

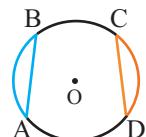
Tarix _____



- Kongruent vətərlər haqqında teoremi bilir, həndəsi təsvir edir.

Teorem 1.

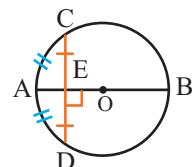
Tərs teorem 1.



- Vətərin orta perpendikulyarı haqqında teoremi bilir.

Teorem 2.

Nəticə 1.



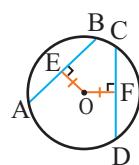
Nəticə 2.



- Mərkəzdən bərabər məsafədə olan vətərlər haqqında teoremi bilir, həndəsi təsvir edir.

Teorem 3.

Tərs teorem 3.



İşçi vərəq № 3

Adı _____ Soyadı _____

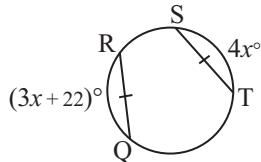
Tarix _____



- Vətər haqqında teoremləri məsələ həllinə tətbiq edir.

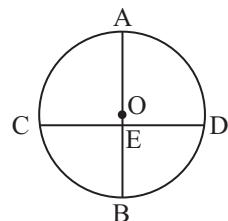
1. Verilir: $ST \cong QR$

Tapın: $\angle QR$ - in dərəcə ölçüsünü



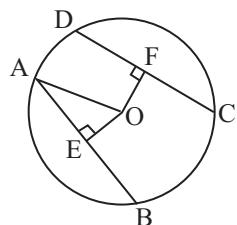
2. Verilir: O mərkəzli çəvrədə AB diametrdir və CD vətəri ilə E nöqtəsində kəsişir. Əgər $AB \perp CD$ olarsa, hansı təklif həmişə doğrudur?

- 1) $\angle AC \cong \angle BD$
- 2) $\angle BD \cong \angle DA$
- 3) $\angle AD \cong \angle BC$
- 4) $\angle CB \cong \angle BD$



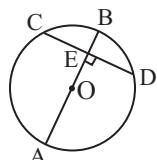
3. Verilir: O mərkəzli çəvrədə $AB \cong CD$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$, $OF = 15$, $CF = y + 10$ və $AB = 4y$

Tapın: DF və AO.



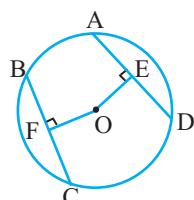
4. Verilir: O nöqtəsi çəvrənin mərkəzidir. $AB \perp CD$, $AO = 10$ və $BE = 4$

Tapın: CE.



5. Verilir: O mərkəzli çəvrədə BC və AD vətərləri mərkəzdən bərabər məsafələrdədir. $OF = 18$, $ED = 24$ vahid,

Tapın: çəvrənin radiusunu.



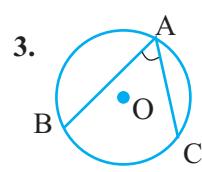
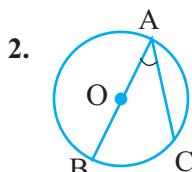
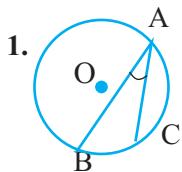
Dərs 20-21. Dərslik səh. 36-38. Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq. 2 saat



- Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın xassəsini bilir, həndəsi təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir.
- Daxilə çəkilmiş kongruyent bucaqlar haqqında teoremi bilir, həndəsi təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir.

1-ci saat. Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaqların çevrənin mərkəzinə nəzərən yerləşməsinin müxtəlif vəziyyətləri çəkilir. Hər bir hal üçün bucağın növü haqqında fikirlər yürüdülür.

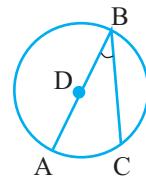
Şagirdlər hər bir vəziyyətə uyğun ixtiyari bucaqlar çəkir və transportirlə ölçür. Nəticələr müqayisə edilir.



Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın dərəcə ölçüsü ilə söykəndiyi qövsün və uyğun mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsü arasındakı əlaqə izah edilir.

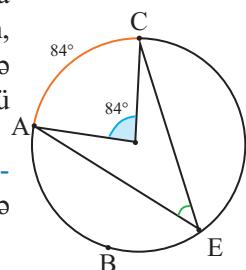
Teorem 1. Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın dərəcə ölçüsü söykəndiyi qövsün dərəcə ölçüsünün yarısına bərabərdir.

$$\angle ABC = \frac{\text{---AC}}{2}$$



Şagirdin bu əlaqəni sözlə, həndəsi təsvirlə, riyazi yazılışla nümunə üzərində ifadəetmə bacarıqlarına diqqət edilir. Məsələn, şagird teoremi şəkildə verilən təsvirlə, nümunə üzərində göstərməklə daxilə çəkilmiş bucağın xassəsini başa düşdүünü nümayiş etdirir.

Bu asılılığı əyani müşahidə etmək üçün <http://www.mathopenref.com/circleinscribed.html> və geogebra programından istifadə edilməsi tövsiyə edilir.



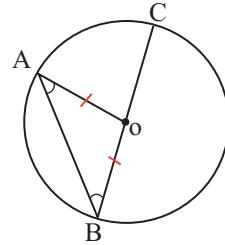
Şagirdlər “diametrə söykənən daxilə çəkilmiş bucaq düzbucaqdır” nəticəsini də isbat etməyi bacarmalıdırular.

Doğrudan da, diametrə söykənən daxilə çəkilmiş bucaq yarımcəvrəyə, yəni 180° - li qövsə söykənir. Daxilə çəkilmiş bucağa aid teoremə əsasən, baxdığımız bucağın qiyməti 90° - yə bərabərdir, yəni bucaq düz bucaqdır.

Teoremin hər üç vəziyyət üçün isbatı şagirdlərə müstəqil iş kimi tapşırıla bilər. Həmçinin müəllim üçün vəsaitdə verilmiş isbatlar sinifdə araşdırıla bilər.

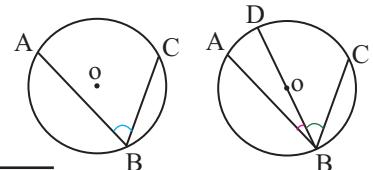
Bu işi sistemli şəkildə yenidən yazmaq ev tapşırığı kimi verilə bilər.

Təklif	Əsası
<p>1. A və O nöqtələrini birləşdirək 2. ΔAOB bərabəryanlıdır $3. \angle BAO = \angle ABO = x$</p> <p>4. $\angle AOC = \angle BAO + \angle ABC$ 5. $\angle AOC = x + x = 2x$ 6. $\angle AC = \angle AOC = 2x$ 7. $\angle BAO + \angle ABO = \angle AC$ 8. $\angle ABC = \frac{\angle AC}{2}$</p>	<p>1. ----- 2. OA və OB radiusdur 3. ΔAOB bərabəryanlı üçbucağında oturacağa bitişik bucaqlardır. 4. $\angle AOC$ bucağı ΔAOB-nin xarici bucağıdır 5. Bərabərliyin xassəsinə görə 6. Mərkəzi bucağın xassəsinə görə 7. Bərabərliyin xassəsinə görə 8. Bərabərliyin xassəsinə görə</p>



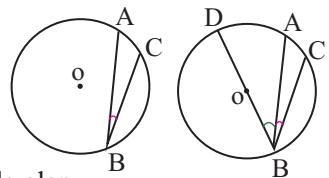
2-ci hal. İsbat edilmiş 1-ci haldan istifadə edək

Təklif	Əsası
<p>1. B nöqtəsindən diametr çəkək 2. $\angle ABD = \frac{\angle AD}{2}$; $\angle DBC = \frac{\angle DC}{2}$ 3. $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$ 4. $\angle ABC = \frac{\angle AD}{2} + \frac{\angle DC}{2}$ 5. $\angle ABC = \frac{\angle AD + \angle DC}{2}$ 6. $\angle AD + \angle DC = \angle AC$ 7. $\angle ABC = \frac{\angle AC}{2}$</p>	<p>1. ----- 2. Tərəfi diametr üzərində olan daxilə çəkilmiş bucaqlardır. 3. Bucaqların toplanması aksiomu 4. Bərabərliyin xassəsi 5. Cəbri çevrilmə, vurmanın paylama xassəsi 6. Qövslərin toplanması qaydası 7. Bərabərliyin xassəsi</p>



3-cü hal. İsbat edilmiş 1-ci haldan istifadə edək

Təklif	Əsası
<p>1. B nöqtəsindən diametr çəkək 2. $\angle ABD = \frac{\angle AD}{2}$ $\angle DBC = \frac{\angle DC}{2}$ 3. $\angle ABC = \angle DBC - \angle ABD$ 4. $\angle ABC = \frac{\angle CD}{2} - \frac{\angle DA}{2}$ 5. $\angle ABC = \frac{\angle CAD - \angle DC}{2}$ 6. $\angle DAC - \angle DA = \angle AC$ 7. $\angle ABC = \frac{\angle AC}{2}$</p>	<p>1. ----- 2. Tərəfi diametr üzərində olan daxilə çəkilmiş bucaqlardır. 3. Bucaqların toplanması aksiomu 4. Bərabərliyin xassəsi 5. Cəbri çevrilmə, vurmanın paylama xassəsi 6. Qövslərin toplanması qaydası¹ 7. Bərabərliyin xassəsi</p>

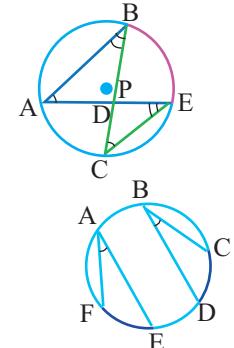


2-ci saat. Daxilə çəkilmiş konqruyent bucaqlar haqqında teoremdən alınan nəticələr izah edilir. Məsələ həllində bu nəticələrdən geniş istifadə edildiyi qeyd edilir.

<http://www.learnalberta.ca/content/memg/Division03/Inscribed%20Angle%20Property/Explanation/index.html>

Çevrə daxilinə çəkilmiş konqruyent bucaqlar

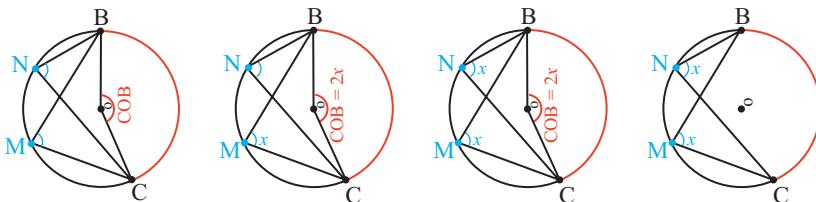
Nəticə 3. Eyni qövsə söykənən daxilinə çəkilmiş bucaqlar konqruyentdir. $\angle EAB \cong \angle BCE$, $\angle ABC \cong \angle AEC$.



Nəticə 4. Söykəndikləri qövsləri konqruyent olan daxilə çəkilmiş bucaqlar konqruyentdir.

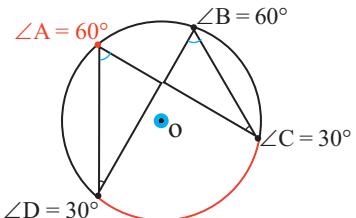
Əgər $\angle FAE \cong \angle CD$ olarsa, $\angle FAE \cong \angle DBC$.

Daxilə çəkilmiş konqruyent bucaqlar müxtəlif ölçülü olmaqla çəkilir. Şagird bucağın dəyişməsi ilə uyğun qövsün dəyişməsini müşahidə edir. Həmçinin eyni qövsə söykənən bucaqların ölçülərinin eyni qaldığını müşahidə edir. Göstərilən internet ümvanından uyğun şəkilləri nümayiş etdirmək, həmçinin prezentasiyanı izləmək olar.



Şagird teoremi başa düşdüyüünü aşağıdakı kimi təsvirlə təqdim etməyi bacarmalıdır.

Bununla şagird müəyyən radiuslu çevrə çəkmə, transportırın köməyilə müəyyən ölçüdə bucaq qurma kimi praktik bacarıqları ilə yanaşı teoremi izahetmə, həndəsi təsvirlə təqdimetmə bacarıqları kimi ilkin bacarıqları, həmçinin onu nümunəyə tətbiqetmə kimi bacarıqlarını nümayiş etdirmiş olur.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.5. 2) (səh. 38)

Həlli: Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar konqruyent olduğundan

$\angle D \cong \angle C$ və $\angle A \cong \angle B$ olur.

Buradan

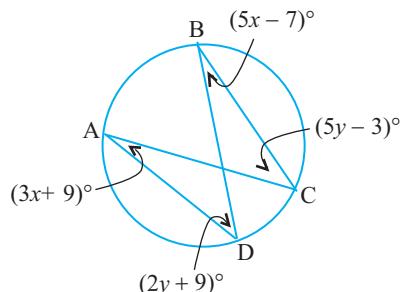
$$(3x + 9)^\circ = (5x - 7)^\circ, (5y - 3)^\circ = (2y + 9)^\circ$$

$$2x = 16 \quad 3y = 12$$

$$x = 8 \quad y = 4$$

Onda $\angle D = (2 \cdot 4 + 9)^\circ = 17^\circ$,

$\angle B = (5 \cdot 8 - 7)^\circ = 33^\circ$ tapılır.



İşçi vərəq № 4

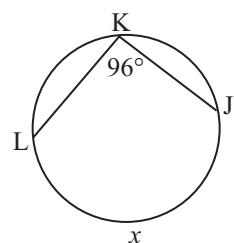
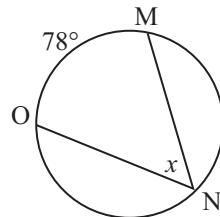
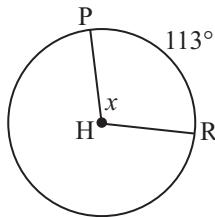
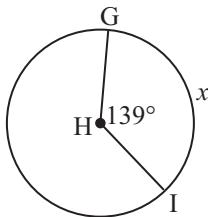
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

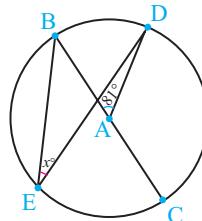
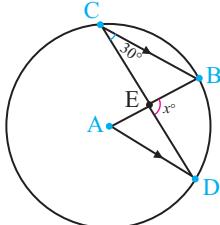
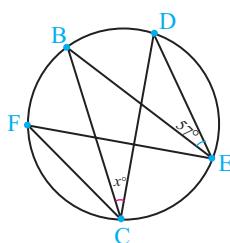


- Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın xassələrinin tətbiqi ilə məsələləri həll edir.
- Daxilə çəkilmiş konqruyent bucaqlar haqqında teoremi bilir, həndəsi təsvir edir və məsələ həllinə tətbiq edir.

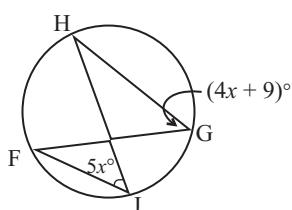
1) Verilənlərə görə x -i tapın. H nöqtəsi çəvrənin mərkəzidir.



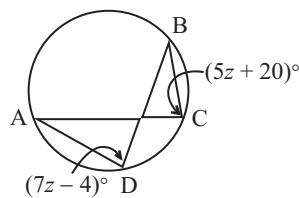
2) Verilənlərə görə dəyişənləri tapın. A nöqtəsi çəvrənin mərkəzidir.



3) $\angle FJH = ?$

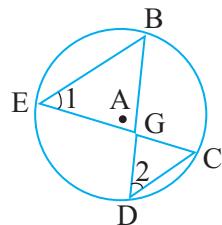


4) $\angle ABD$ - nin dərəcə ölçüsünü tapın.



5) A mərkəzli çərvədə $\angle 1 = 13x - 9^\circ$, $\angle 2 = 27x - 65^\circ$ və $\angle BGE = 82^\circ$ olarsa, tapın:

- x -in qiymətini;
- $\angle 1$ və $\angle 2$ -ni;
- $\angle ECD$ -ni.



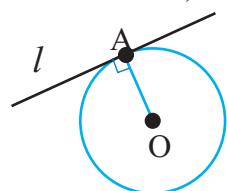
Dərs 22-23. Dərslik səh. 39-42. Çevrəyə toxunan. 2 saat



- Çevrəyə toxunanı təsvir edir, xassələrini bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.
- Çevrəyə toxunanın tərifini başa düşdүүнү һəndəsi təsvirlərlə təqdim edir
- Verilən parçanın çevrəyə toxunan olduğunu Pifagor teoreminin köməyiylə və ya Pifagor ədədlərindən istifadə etməklə əsaslandırır.
- Çevrəyə eyni nöqtədən çəkilmiş toxunanlar haqqında teoremi bilir, һəndəsi təsvir edir, riyazi yazılışla ifadə edir, nümunələrlə göstərir.

Toxunanın tərifi, toxunanın xassəsi düz və tərs teorem şəklində müzakirələrlə izah edilir.

Şagirdlər tərifi və xassəni һəndəsi təsvirlə təqdim edirlər.



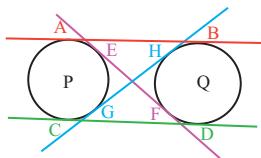
<http://www.learnalberta.ca/content/memg/Division03/Tangent/index.html> internet ünvanının MATHEMATICS GLOSSARY menyusundan istənilən һəndəsi (və ya cəbri) anlayaşın şəkilli təsvirini və hərəkətli prezəntasiyasını izləmək mümkündür.

İki çəvrənin ortaq toxunanlarını çəkmə bacarıqları yoxlanılır. Bu cür tapşırıqların texnoloji vasitələrin köməyiylə yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir.



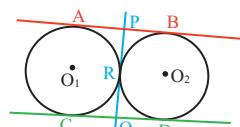
Diqqət edilməli məqamlar

1. Çevrələrin ortaq nöqtəsi yoxdur.



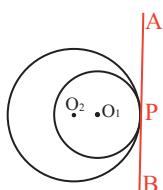
Dörd ortaq toxunanları var.

2. Çevrələr xaricdən toxunurlar.



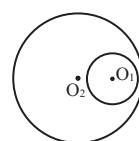
Üç ortaq toxunanları var.

3. Çevrələr daxildən toxunurlar.



Bir ortaq toxunanları var.

4. Çevrələr konsentrikdir və ya biri digərin daxilində yerləşir.



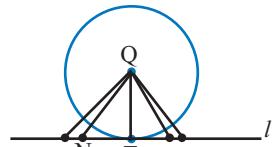
Ortaq toxunanları yoxdur.

Eyni nöqtədən çevrəyə çəkilmiş toxunanların xassəsi izah edilir. Nümunə məsələ həll edilir.

Toxunanın xassələrinin isbatı:

Tərs teoremi (toxunanan əlaməti). Çevrənin nöqtəsindən keçən və bu nöqtəyə çəkilmiş radiusa perpendikulyar olan düz xətt toxunandır.

İsbati: Tutaq ki, OT çevrənin radiusudur və l düz xətti T nöqtəsindən keçib OT -yə perpendikulyardır. Göstərək ki, l çevrənin toxunanıdır. Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuz hər bir katetdən böyük olduğundan l düz xətti üzərində T -dən fərqli istənilən N nöqtəsinin çevrənin mərkəzindən məsafəsi radiusdan böyükdür. Ona görə də l düz xətti üzərində T nöqtəsindən xaricdə yerləşir. Deməli, T nöqtəsi l düz xətti nöqtəsidir. Tərifə görə alırıq ki, l düz xətti çevrənin toxunanıdır.



?

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

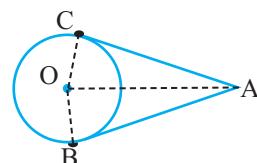
D.5. Teorem 2-ni isbat edin.

Teorem 2. Eyni nöqtədən çərvəyə çəkilmiş iki toxunanın toxunma nöqtələrinə qədər olan parçaları konqruyentdir və çərvənin mərkəzi toxunanların əmələ gətirdiyi bucağın tənböləni üzərində yerləşir.

Teorem 2-nin isbatı.

Verilir: AB və AC A nöqtəsindən çevrəyə çəkilmiş toxunanların toxunma nöqtələrinə qədər olan parçalarıdır.

İsbat edin: $AB \cong AC$, $\angle BAO \cong \angle CAO$



Cevrənin QC, QB radiuslarını və QA parçasını çəkək.

Təklif	Əsası
1. $OA = OB$	1. Çevrənin radiusları
2. $\Delta AOC \cong \Delta AOB$	2. Hipotenuza və katetə görə düzbucaqlı üçbucaqların konqruentliyi
3. $AC \cong AB$	3. Konqruent Δ -ların uyğun tərəfləri
4. $\angle BAO \cong \angle CAO$	4. Konqruent Δ -ların uyğun bucaqları

D.9. (səh. 41) Şəkildə verilənlərə görə çoxbucaqlının tərəflərinin uzunluqlarını və perimetrini tapın.

b) Həlli. Nöqtədən çevrəyə çekilmiş toxunanların toxunma nöqtələrinə qədər olan parçaları bərabərdir.

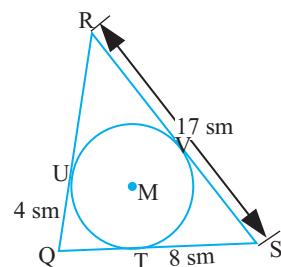
$OT \equiv OU \equiv 4 \text{ sm}$ $SV \equiv ST \equiv 8 \text{ sm}$

$$RV = RS - SV \equiv 17 - 8 \equiv 9$$

$$R_U = R_V = 0 \text{ cm}$$

Demoli OS = OT + TS = 4 + 8 = 12 sm

$QR = QU + RV = 4 + 9 = 13$, $RS = 17$ sm olduğundan üçbucağın perimetri $P = 12 + 13 + 17 = 42$ sm-dir.



İşçi vərəq № 5

Adı _____ Soyadı _____

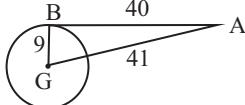
Tarix _____



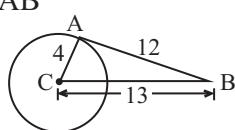
• Çevrəyə toxunani təsvir edir, xassələrini bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.

1. Toxunan olub-olmadığını müəyyən edin.

a) AB

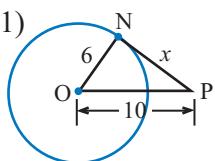


b) AB



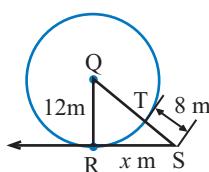
2. Uyğun parçanın toxunan olduğunu qəbul edərək, x dəyişəməni tapın.

1)



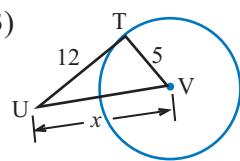
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

2)



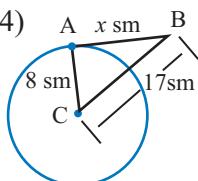
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

3)



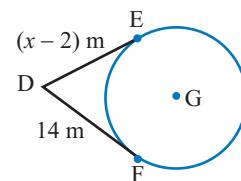
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

4)



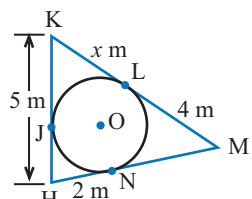
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

5)



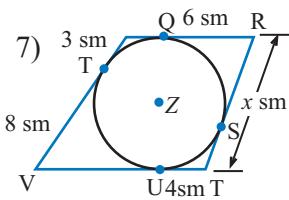
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

6)



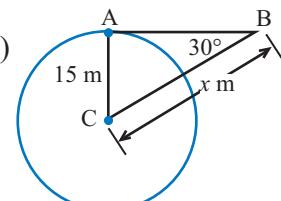
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

7)



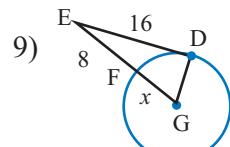
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

8)



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

9)



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

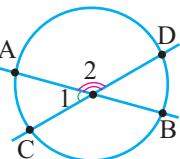
Dərs 24- 26. Dərslik səh. 42- 46. Çevrəyə çəkilmiş toxunanlar və kəsənlər arasındakı bucaqlar. 3 saat



- Kəsən və toxunanın əmələ gətirdiyi bucaqları təsvir edir, onların dərəcə ölçülərini müəyyənetmə qaydasını bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.

Bucağın təpə nöqtəsi çəvrə daxilində yerləşir.

Theorem. Çevrəyə çəkilmiş iki kəsən arasındaki bucağın təpə nöqtəsi çəvrə daxilində olarsa, onun dərəcə ölçüsü bu bucağın söykəndiyi qövslə onun qarşılıqlı bucağının söykəndiyi qövsün dərəcə ölçüləri cəminin yarısına bərabərdir.



$$\angle 1 = \frac{1}{2}(\text{---AC} + \text{---DB}) \quad \angle 2 = \frac{1}{2}(\text{---AD} + \text{---BC})$$

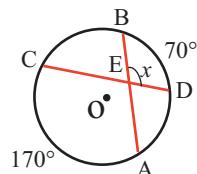
Kəsənin tərifi və iki kəsən arasındaki bucaqların xassəsi müzakirələrlə izah edilir. Qarşılıqlı və qonşu bucaqların xassələri təkrar edilir. Kəsənlərin iki müxtəlif ölçülü bucaqlar əmələ gətirdiyi aşkar edilir.

! Şagirdlər xassənin doğru olduğunu empirik yolla, yəni təcrübi yolla da yoxlaya bilərlər. Məsələn, hər hansı şəkildə tələb olunan bucaq hesablama yolu ilə və ya birbaşa ölçmə ilə (müəyyən xəta ilə) müəyyən oluna bilər. Nəticələr müqayisə edilir (əlbəttə şəkil verilən ölçülərə uyğun çəkilmişsə).

Məsələn, şəkildə verilənlərə görə $\angle BED$ - nin x dərəcə ölçüsünün tapılması tələb edilir.

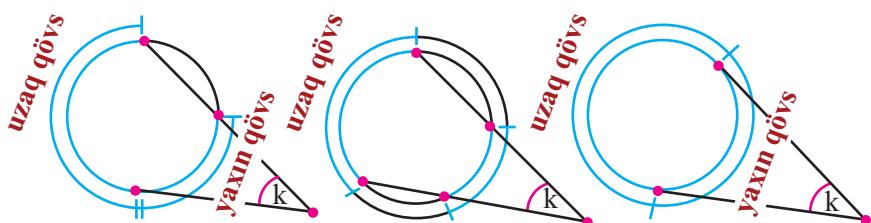
Məsələnin həllinə başlamadan şagirdlər:

- 1) Bucağın dərəcə ölçüsü haqqında təxminlərini söyləyirlər;
- 2) Bucağı transportirlə ölçürlər;
- 3) Bucağı uyğun xassəni tətbiq etməklə hesablayırlar (120°);
- 4) Nəticələr müqayisə edilir.



Toxunan və kəsənin arasındaki bucaqların xassələri izah edilərkən hansı qövslərdən səhbət getdiyini onların daha yaxşı təsəvvür etmələri üçün aşağıdakı kimi şəkillərin və prezentasiyaların hazırlanması tövsiyə edilir.

$$k = \frac{\text{---uzaq qövs} - \text{---yaxın qövs}}{2}$$



İşçi vərəq № 6

Adı _____ Soyadı _____

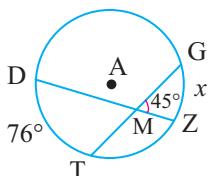
Tarix _____



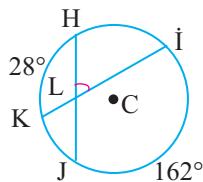
- İki kəsən arasındaki bucağın dərəcə ölçüsü haqqında teoremi bılır, həndəsi olaraq təsvir edir, riyazi olaraq yazır və məsələ həllinə tətbiq edir.

1. Verilənlərə görə tapın.

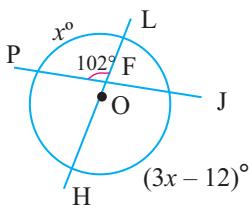
a) $\angle GZ$



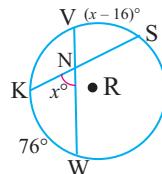
b) $\angle HLJ$



c) $\angle HJ$



d) $\angle SV$

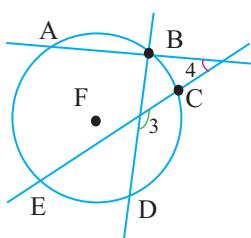
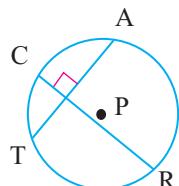


2. CR \perp AT olarsa, $\angle AC + \angle TR$ cəmini tapın.

3.

a) $\angle BAE = 198^\circ$ və $\angle CD = 64^\circ$ olarsa, $\angle 3$ -ü tapın.

b) $\angle 4 = 38^\circ$ və $\angle BC = 38^\circ$ olarsa, $\angle AE$ -ni tapın.



İşçi vərəq № 7

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



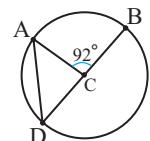
- Kəsən və toxunanın əmələ gətirdiyi bucaqları təsvir edir, onların dərəcə ölçülərini müəyyənetmə qaydasını bilmək və məsələ həllinə tətbiq edir.

1. Şəkildə verilənlərə görə tapın (C çevrənin mərkəzi, BD diametrdir).

$$\angle ADB = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle ACD = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle CAD = \underline{\hspace{2cm}}$$

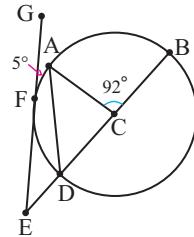


$$\angle AD = \underline{\hspace{2cm}}$$

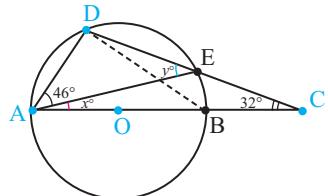
$$\angle FD = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle FB = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle GEB = \underline{\hspace{2cm}}$$



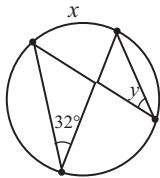
2. Şəkildə verilənlərə görə $\angle DEA$ -ni tapın (O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir).



3. Şəkildə verilənlərə görə tapın.

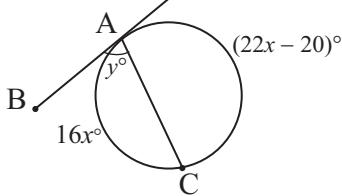
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

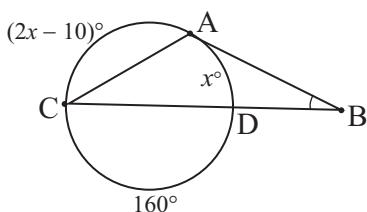


4. AB parçası çevrəyə toxunandır. Tələb olunanları tapın.

$$x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$



Dərs 27-30. Dərslik səh. 46 - 50. Çevrədə vətər və kəsənlərin parçalarının mütənasibliyi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar 4 saat



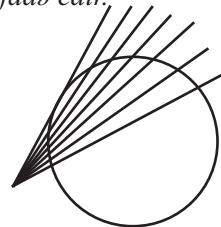
- Çevrəni kəsən parçaları təsvir edir, onların uzunluqlarını tapma qaydasını bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.

- Çevrəni kəsən parçaları kəsişmə nöqtələrindən asılı olaraq həndəsi təsvir edir.

- Verilmiş nöqtədən çevrəyə çəkilmiş kəsənin həmin nöqtədən çevrə ilə kəsişmə nöqtələrinə qədər parçalarının uzunluqlarını riyazi (cəbri) olaraq ifadə edir.

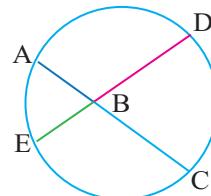
Çevrəni kəsən parçaların uzunluqları haqqında teoremlər müzakirələrlə izah edilir.

Şagirdlər toxunanın kəsənin xüsusi hali olduğunu (kəsişmə nöqtələrinin üst-üstə düşdürü hal) başa düşürlər.

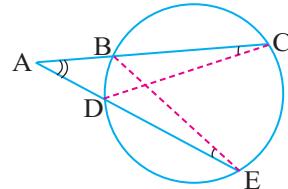


Teorem 1. Çevrənin iki vətəri kəsişirsə, kəsişmə nöqtəsinin birinci vətərdən ayırdığı parçaların hasili, ikinci vətərdən ayırdığı parçaların hasilinə bərabərdir.

$$AB \cdot BC = EB \cdot BD$$



Teorem 2. Çevrə xaricindəki nöqtədən çevrəyə kəsənlər çəkilibsə, kəsən parçanın öz xarici hissəsinə hasili sabitdir. $AC \cdot AB = AE \cdot AD$

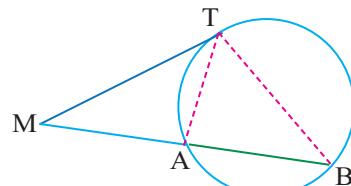


İsbati: Çevrənin BE və CD vətərlərini çəkək.

Təklif	Əsası
1. $\angle ACD \cong \angle AEB$	1. Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar konqruentdir.
2. $\Delta ACD \sim \Delta AEB$	2. Δ -ların oxşarlığının BB əlaməti
3. $\frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AB}$	3. Oxşar Δ -ların uyğun tərəfləri mütənasibdir.
4. $AC \cdot AB = AE \cdot AD$	4. Tənasübün xassəsi.

Teorem 3. Nöqtədən çevrəyə toxunan və kəsən çəkilibsə, toxunan parçanın kvadratı kəsən parçanın öz xarici hissəsinə hasilinə bərabərdir.

$$MT^2 = MA \cdot MB$$



İşçi vərəq № 8

Adı _____ Soyadı _____

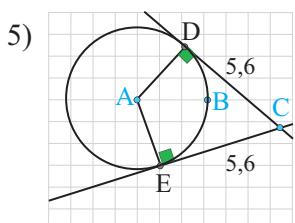
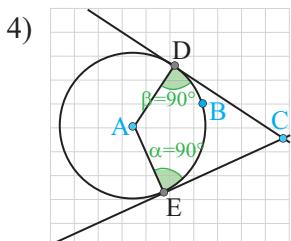
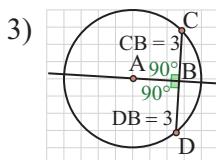
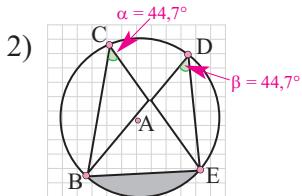
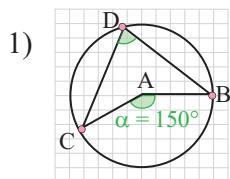
Tarix _____



- Çevrəni kəsən parçaları təsvir edir, onların uzunluqlarını tapma qaydasını bilmər və məsələ həllinə tətbiq edir.

- Çevrəni kəsən parçaları kəsişmə yerindən asılı olaraq həndəsi təsvir edir.
- Kəsişmə nöqtəsinin yerindən asılı olaraq çevrəni kəsən parçaların uzunluqlarını riyazi (cəbri) olaraq ifadə edir.

Çevrəyə aid şəkillə və ədədi məlumatlarla verilmiş 5 həndəsi xassənin mətnini və riyazi simvollarla ifadəsini yazın.





Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.6. Həlli.

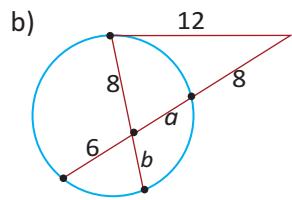
b) Nöqtədən çəvrəyə çəkilmiş toxunan və kəsənin parçaları haqda teoremə görə alırıq:

$$12^2 = 8 \cdot (8 + a + 6)$$

Buradan $a = 4$ tapılır.

Çəvrənin kəsişən vətərləri haqda teoremə görə $6a = 8b$ olur.

Burada $a = 4$ yazmaqla, $b = 3$ tapılır.



D.8. Həlli. a) Şəkildə təsvir edilmiş göy qurşağı qövsünü çəvrəyə tamamlayıb uclarını A və B nöqtələri ilə işarələyək.

AB vətərinə perpendikulyar CD diametri çəkək. Çəvrənin mərkəzi O nöqtəsi olsun. Vətərə perpendikulyar diametr vətəri yarı böldüyündən $AE = EB = 4$ km olar. Çəvrənin radiusunu R ilə işaret etsək, verilənlər görə $CE = 1,6$ km olduğundan $DE = 2R - 1,6$ (km) olar. Çəvrənin kəsişən vətərlərinin xassəsinə görə alırıq:

$$DE \cdot EC = AE \cdot EB. \text{ Buradan } (2R - 1,6) \cdot 1,6 = 4 \cdot 4; R = 5,8 \text{ km tapılır.}$$

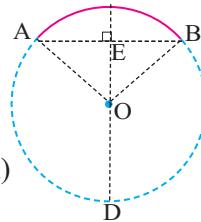
b) Götürən qurşağı çəvrəsinin uzunluğu $C = 2\pi \cdot 5,8 \approx 36,4$ km olar.

Sinfin səviyyəsindən asılı olaraq şagirdlərə göy qurşağı qövsünün (\widehat{ACB}) uzunluğunu hesablamaya ev tapşırığı kimi verilə bilər.

ΔAOE -də $\sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} = \frac{4}{5,8} \approx 0,6897$ olduğuna görə kalkulyatorla $\angle AOE$ -nin dərəcə ölçüsünün təqribi qiyməti tapılır: $\angle AOE \approx 43,6^\circ$

Onda $\angle AOB \approx 87,2^\circ$ olar. Qövsün uzunluğu düsturuna görə alırıq:

$$l = \frac{87,2}{360} \cdot 2\pi \cdot 5,8 \approx 8,8 \text{ km}$$



D.9. (səh. 50) Həlli: Verilənlərə görə: $\widehat{DF} : \widehat{FE} : \widehat{EG} : \widehat{GD} = 5 : 2 : 1 : 7$

$$5k + 2k + k + 7k = 360^\circ$$

$$15k = 360^\circ, \quad k = 24^\circ$$

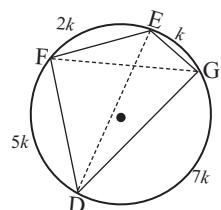
$$\widehat{DF} = 120^\circ$$

$$\widehat{FE} = 48^\circ \quad \angle FDE = \angle FGE = \frac{1}{2} \widehat{FE} = 24^\circ$$

$$\widehat{EG} = 24^\circ$$

$$\widehat{DFG} = \widehat{DEG} = \frac{1}{2} \widehat{EG} = 12^\circ \quad \widehat{GD} = 84^\circ$$

$$\widehat{GD} = 168^\circ$$



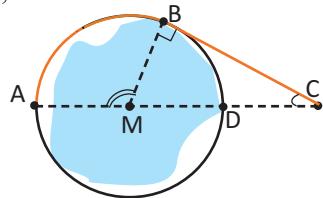


D.10. (səh 50) Həlli.

a) Şərtə görə $AC = 9$, $AM = 3$ olduğundan $MD = 3$, $DC = 3$ tapılır. $MB \perp BC$ və $MC = 2 \cdot MB$ olduğundan aydındır ki, $\angle C = 30^\circ$. Onda $\angle BMC = 60^\circ$, $\angle AMB = 120^\circ$ olur.

AB qövsvari yolunun uzunluğunu tapaqq.

$$l_{AB} = \frac{120}{360} \cdot 2\pi \cdot 3 = 2\pi \approx 6,3 \text{ km}$$



$\triangle MBC$ -dən Pifagor teoreminin tətbiqi ilə BC yolunun uzunluğunu tapaqq.

$$BC = \sqrt{MC^2 - MB^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \approx 5,2 \text{ km}$$

Deməli, yarış yolunun uzunluğu təxminən $6,3 + 5,2 = 11,5$ km-dir.

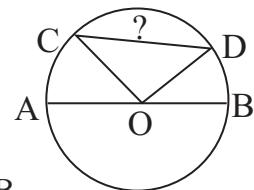
b) $11,5 \cdot 5 = 57,5$. Kənan xeyriyyə məqsədilə 57,5 manat xərcləməlidir.

2-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

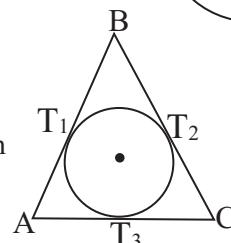
Nö	Meyarlar	Qeydlər
1	Qövsün uzunluğunu tapmağa aid məsələləri həll edir.	
2	Vətərin xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.	
3	Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaqların xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.	
4	Çevrəyə toxunanın xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.	
5	Toxunanlar və kəsənlər arasındaki bucaqların xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.	
6	Çevrəni kəsən parçaları təsvir edir, onların uzunluqlarını tapma qaydasını bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.	

Dərs 31. 2-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

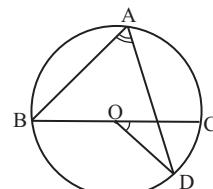
- 1.** Çevrənin diametri 10 sm, $\angle AC = 37^\circ$, $\angle BD = 23^\circ$ olarsa, CD vətərinin uzunluğunu tapın. O nöqtəsi çevrənin mərkəzi, AB diametridir.



- 2.** Bərabəryanlı üçbucağın daxilinə çəkilmiş çəvrə toxunma nöqtələri ilə yan tərəfi $AT_1 = 3$ sm, $BT_1 = 4$ sm olan parçalara ayılır. Üçbucağın perimetrini tapın.

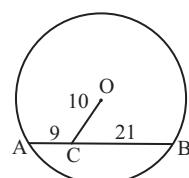


- 3.** O nöqtəsi çevrənin mərkəzi, BC diametridir. $\angle A = 70^\circ$ olarsa, $\angle DOC$ -ni tapın.



- 4.** Çevrənin mərkəzi O nöqtəsi ilə göstərilmişdir. $OC = 10$ sm, $AC = 9$ sm, $BC = 21$ sm olarsa, çevrənin radiusunu tapın.

A) 14 sm B) 15 sm C) 16 sm D) 17 sm

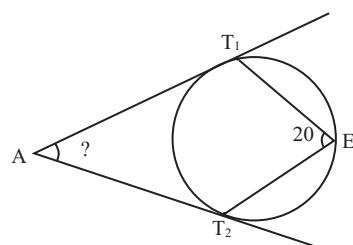


- 5.** Radiusu 10 sm olan çevrədə 18° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu tapın.

A) π sm B) 2π sm C) $0,5\pi$ sm D) 3π sm

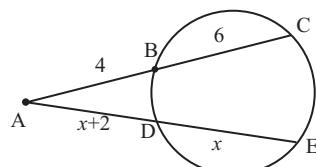
- 6.** AT_1 və AT_2 çəvrəyə toxunanlardır. $\angle T_1ET_2 = 20^\circ$ olarsa, $\angle A$ -ni tapın

A) 100° B) 140° C) 120° D) 80°

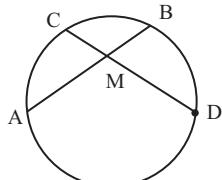


- 7.** A nöqtəsindən çəvrəyə kəsənlər çəkilmişdir. $AB = 4$, $BC = 6$, $AD = x + 2$ və $DE = x$ olarsa, AE parçasının uzunluğunu tapın

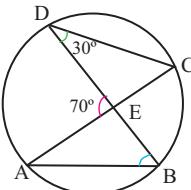
A) 9 B) 8 C) 7 D) 10



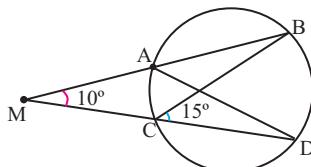
- 8.** Çevrənin AB və CD vətərləri M nöqtəsində kəsişir.
 $CM = 3$ sm, $MD = 8$ sm, $AM = 6$ sm olarsa, BM-i tapın.



- 9.** Şəkildə verilənlərə görə $\angle ABE$ -ni tapın.

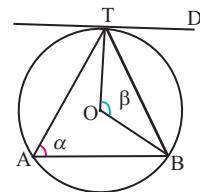


- 10.** $\angle M = 10^\circ$, $\angle C = 15^\circ$ olarsa,
 $\angle D$ -ni tapın.



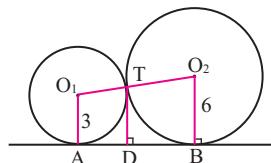
- 11.** Uyğunluğu müəyyən edin. O- çevrənin mərkəzi,
TD- toxunanıdır.

1. $\angle BTD = 20^\circ$
 2. $\angle BTD = 30^\circ$
 3. $\angle BTD = 40^\circ$
- A) $\beta + \alpha = 60^\circ$
B) $\beta - \alpha = 20^\circ$
C) $\beta - \alpha = 30^\circ$
D) $\beta + \alpha = 120^\circ$



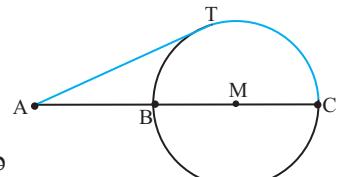
- 12.** Diametri 20 sm olan çevrədə uzunluğu 12 sm olan vətərin mərkəzdən məsafəsini tapın.

- 13.** Xaricdən toxunan çəvrələrin AB ortaq toxunani
çəkilib. Verilənlərə görə çəvrələrin T toxunma nöqtəsinin
AB düz xəttindən məsafəsini tapın.



- 14.** Çevrə A, B, C, D nöqtələri ilə $2 : 3 : 3 : 4$ nisbətində bölgünənmiş və bölgü nöqtələri
ardıcıl birləşdirilmişdir. ABCD dördbucaqlısının bucaqlarını tapın.

- 15.** Şəhər kənarındaki gölün ətrafında dairəvi yol (şəkildə
uyğun dairənin mərkəzi M nöqtəsi ilə göstərilmişdir)
salılmışdır. Dairəvi yoldan məsafəsi 2 km olan A nöqtə-
sindən qaçışa başlıyan idmançılar dairəvi yol üzərində
A -dan birbaşa məsafəsi ən böyük olan C nöqtəsində finişə
çatmalıdır. Qaçış yolu dairəvi yolu toxunani olan
düzxətli hissədən (AT) və qövsvari hissədən ($\sim TC$) ibarətdir.



- a) $AM : AC = 2 : 3$ olarsa, AT yoluunuzun uzunluğu neçə kilometrdir?
- b) $\sim TC$ -nin dərəcə ölçüsünü tapın.
- c) Qaçış yoluunuzun uzunluğu neçə kilometrdir? Cavabı ondabirlərə qədər
yuvarlaqlaşdırmaqla yazın.

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
2.2.2. Biri xətti, digəri iki dərəcəli olan iki dəyişənli tənliklər sistemini həll edir.	32- 34	Kvadratik funksiya və onun qrafiki	3	51-57
2.2.3. Kvadrat bərabərsizliyi həll edir.	35-36	Kvadratik funksiyanın müxtəlif formalarda təqdimimi	2	57-59
2.3. Gündəlik həyatda rastlaşılan kəmiyyətlər arasında asılılıqları funksiyalar vasitəsi ilə ifadə edir.	37	$y = a(x - m)^2 + n$ parabolasının absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri	1	60-61
	38-40	$y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının qrafikinin qurulması. $y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının araşdırılması	3	62-66
	41- 43	Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli	3	67-69
	44-45	$y = x $ funksiyası və onun qrafiki	2	70-73
	46	$y= x^3$ funksiyası və onun qrafiki	1	73-74
	47-48	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	75-76
	49	3-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	Cəmi		18	



Məzmun standartı

2.2.2. Biri xətti, digəri ikidərəcəli olan ikidəyi-sənli tənqidlər sistemini həll edir.

2.2.3. Kvadrat hərabərsizliyi hall edir.

2.3. Gündelik hayatı rastlaştığı körmiyyetler arasındaki asılılıqları funksiyalar vasıtası ile ifade edir.



Formalasdırılan sagird bacarıqları

- Kvadratik funksiyanın qrafikini qıymətlər cədvəli tərtib etməklə qurur;
 - Kvadratik funksiyanın qrafikini $y = x^2$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə qurur;
 - Kvadratik funksiyanın qrafikini
$$y = a(x - m)^2 + n \quad \text{və} \quad y = a(x - p)(x - q) \quad \text{ifadə formalarına görə qurur;}$$
 - Funksiyanın sıfırlarını müəyyən edir;
 - Kvadratik funksiyanı ümumi
$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{şəklinə uyğun qrafik qurur və} \\ \text{araşdırır;}$$
 - Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələlər həll edir;
 - $y = |x|$ funksiyasının qrafikini qurur;
 - $y = a|x - m| + n$ şəklində funksiyaların qrafikini qurur;
 - $y = x^3$ funksiyasının qrafikini qurur;



Rivazi lügət

- kvadratik funksiya
 - parabola
 - parabolanın təpə nöqtəsi
 - parabolanın simmetriya oxu
 - kvadratik funksiyanın sıfırları
 - modul funksiyası
 - kub funksiya



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

Internet ünvanları: <https://mathway.com/graph>
<http://www.meta-calculator.com/online>,
<https://www.desmos.com>.

Dörs 32-34. Dörslik səh. 51-57.

Kvadratik funksiya və onun qrafiki. 3 saat

1-ci saat. Kvadratik funksiyanın mühəndis, konstruksiya-tikinti işlərində geniş tətbiq olunduğu qeyd edilir. Biz Bakı şəhərində son illərdə quraşdırılan körpülərə nəzər salmaqla parabola şəkilli konstruksiyaları görə bilərik, istər qədim, istərsə də müasir memarlıq nümunələrində tağvari arkalara hər addımda rast gəlmək olar. Bütün bu konstruksiya işləri kvadratik funksiyalarla yüksək dəqiqliklə aparılan hesablamalar sayesində mümkün olur.

Həmçinin mühüm iqtisadi göstəriciləri kvadratik funksiyanın köməyilə hesablamaq, vəziyyəti qiymətləndirmək və yeni planlar həyata kecirmək olar.

Kvadratik funksiyanın aşağıdaki istiqamətlərdə araşdırılması tövsiyə edilir.

1. $y = x^2$ və $y = ax^2$ funksiyasının qrafiklərinin müqayisəsi.

2. $y = x^2$, $y = x^2 + n$ funksiyasının qrafiklərinin müqayisəsi.

3. $y = x^2$, $y = (x + m)^2$ funksiyasının qrafiklərinin müqayisəsi.

Qrafiklər qrafkalkulyatorlarla da qurulab ilər.

Şagirdlər hər bir halda qrafiklərin hansı koordinat oxu üzrə yerini dəyişdiyini aşadırlar.

Qrafik məlumatı oxuma və təqdimetmə bacarıqlarına aid suallar verilir.

1. $y = x^2$ funksiyasının qiymətlər cədvəlinə əsasən x -in dəyişməsinə görə y -in dəyişməsi haqqında hansı fikirləri söyləyə bilərsiniz? Ayrı-ayrı şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

- x -in istənilən qiymətində y -in qiyməti mənfi devil.

- x -in qiymətlərinin müxtəlif olmasına baxmayaraq y -in qiymətləri təkrarlanır.

qiymətinə y -in müxtəlif qiymətləri uyğun gələ bilərmi? Funksiyanın tərifi təkrarlanır.

2. Bəs, funksiya $y = -x^2$ şəklində olsaydı, sizcə bu qrafikin vəziyyəti necə dəyişəcəkdi? Şagirdlərin fikirləri dinlənilir. Şagird: bu y -in qiymətlərinin müsbət olmaması, qrafikin isə bütünlükə aşağı yarımmüstəvədə yerləşməsi deməkdir.

3. $x = 3$ olduqda $y = x^2$ funksiyasının qiyməti $y = 9$ olur, bəs $y = 3x^2$ funksiyası üçün $x = 3$ olduqda y -in qiyməti necə dəyişəcək? 3 dəfə artacaq. Bəs $y = \frac{1}{3}x^2$ funksiyasında y necə dəyişəcək? Qrafik üzərində bir neçə nöqtənin koordinatlarını tapmaqla bunu izah edin. Biz bu qiymətlərə görə parabolanın hansı halda "genişləndiyini", hansı halda "daraldığını" söyləyə bilərikmi? Şagirdlərin fikirləri dinlənilir: " $y = 3x^2$ funksiyasının qiymətləri x -in eyni qiymətlərində $y = x^2$ funksiyasına nəzərən daha "sürətlə artır", odur ki, onun qrafiki daha dikdir, dardır və y oxuna daha çox sıxlımlı olur."

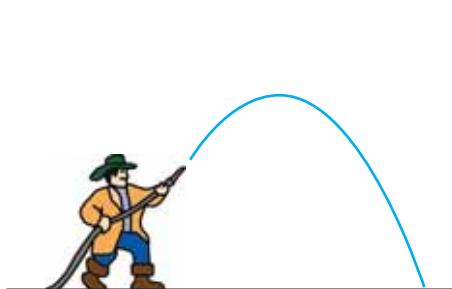
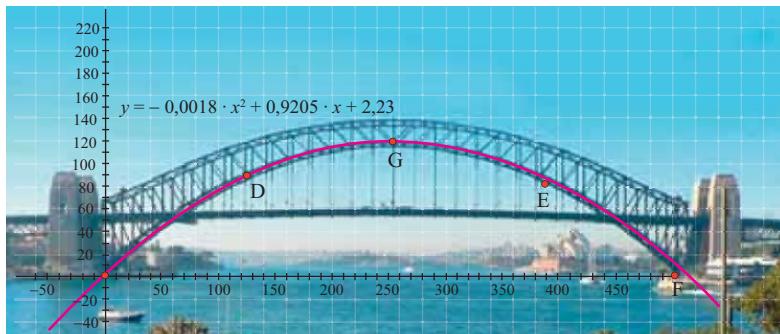
$y = \frac{1}{2}x^2$ funksiyasının qiymətləri isə $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə nəzərən daha "yavaş artır", odur ki, onun qrafiki daha genişdir.

4. $y = x^2 + n$ və $y = (x + m)^2$ yazılışlarına görə bu qrafiklərdən hansının Ox oxu boyu, hansının Oy oxu boyu sürüşdurməklə alındığını söyləmək olarmı? Şagirdlərin fikirləri dinlənilir.

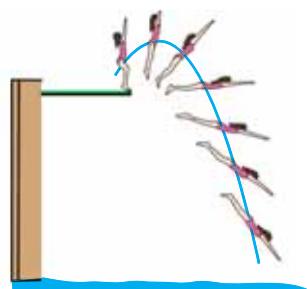
$y = x^2 + n$ yazılışı onu göstərir ki, artıq kvadratik funksiya (x^2) var və üzərinə əlavə edilən n ədədinin işarəsindən asılı olaraq dəyişməsi bütünlükdə y -in qiymətini dəyişdirir.

$y = (x + m)^2$ yazılışı isə onu göstərir ki, x -in qiyməti m qədər dəyişdikdən sonra kvadratik funksiya "yaranır". Odur ki, qrafik yerini $y = x^2$ parabolasına görə Ox oxu boyu dəyişəcək.

Kvadratik funksiya və real həyatı situasiyalara aid məlumatlar verilir, şəkillər nümayiş etdirilir.



Şlanqdan təzyiqlə axan su parabola yaratdır.



Üzgütün suyun dibinə enmə traiyektoriyası parabola şəklindədir.

2-ci, 3-cü saat. Kvadratik funksiyanın qrafiki

Tədqiqat sualları: 1. $y = ax^2$ funksiyasındaki a əmsalı $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

2. $y = x^2 + n$ funksiyasındaki n həddi $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

3. $y = (x - m)^2$ funksiyasındaki m həddi $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

4. $y = a(x - m)^2 + n$ funksiyasındaki a əmsalı $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

Bu araşdırmaların qrafiklərə aparılması çox əhəmiyyətlidir. Qrafiklərə qarşılaşdırmaqda şagirdlər aşağıdakı kimi faydalı məşğələləri yerinə yetirirlər:

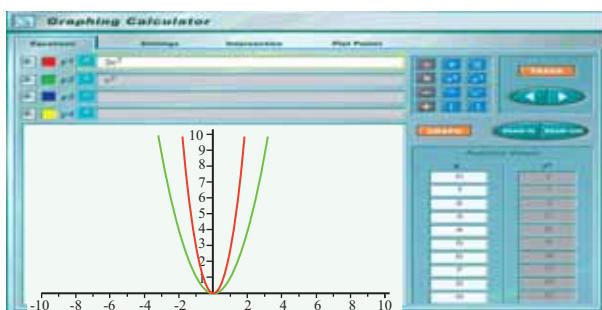
1. Şagirdin daha çox sayıda qrafiki müqayisətmə imkanı yaranır.

2. x -in qiymətinin maksimum və minimum həddini, x və y oxları üzrə məlumatın yerləşdirmə miqyasını müəyyən edirlər.

3. Qrafik üzərində istənilən nöqtəni qeyd edir və uyğun məlumatı təhlil edirlər.

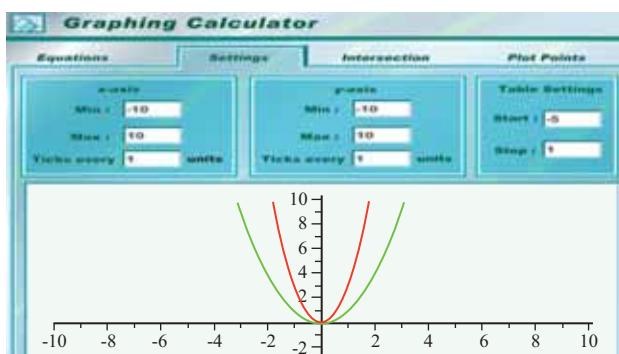
Məktəb programı üçün ən uyğun qrafiklər www/go.hrw.com/math/midma/graphcontent/manipulatives/GraphCalc/graphCalc.html və http://www.meta-calculator.com/ online ünvanlarıdır. Əgər qrafiklərdən istifadə zamanı hər hansı texniki problem yaranarsa, GOOGLE-da Graf calculator axtarışı ilə başqa birini seçmək olar.

Məsələn, https://mathway.com/graph, https://www.desmos.com/calculator



Şagird Settings menyusu vasitəsilə arqumentin qiymətlərinin intervalını, y -in, funksiyanın (görmək istədiyi) dəyişmə intervalını və qrafik üzərində x -in və y -in dəyişmə addımlarını əvvəlcədən verə bilir, həmçinin qiymətlər cədvəli üçün başlanğıc qiyməti və dəyişmə addımları müəyyənləşdirilə bilər.

Şagird qəbul edilmiş miqyasdan asılı olaraq qrafiklərin formasının dəyişməsinə diqqət edir.



1. $y = ax^2$ funksiyasındaki a əmsalı $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

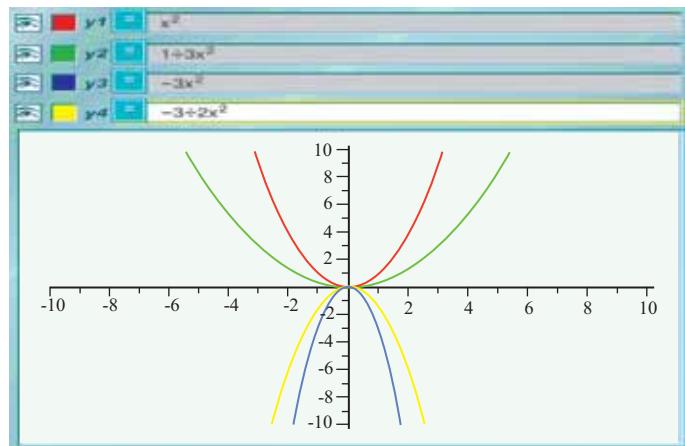
a -ya müxtəlif qiymətlər verməklə $y = ax^2$ funksiyasının qrafikinin $y = x^2$ qrafikinə nəzərən vəziyyəti müşahidə edilir.

Kəsr ədədlər bu programda bölmə əməli ilə ifadə edilir.

Şagirdlər $y = x^2$ funksiyasına nəzərən a əmsalının qiymətindən asılı olaraq parabolanın qollarının dəraldığını və ya genişləndiyini qeyd edirlər.

a əmsalının işarəsindən asılı olaraq isə parabolanın qolları yuxarı və ya aşağı yönəlmüş olur. Göstərilən qrafiklərdə eyni

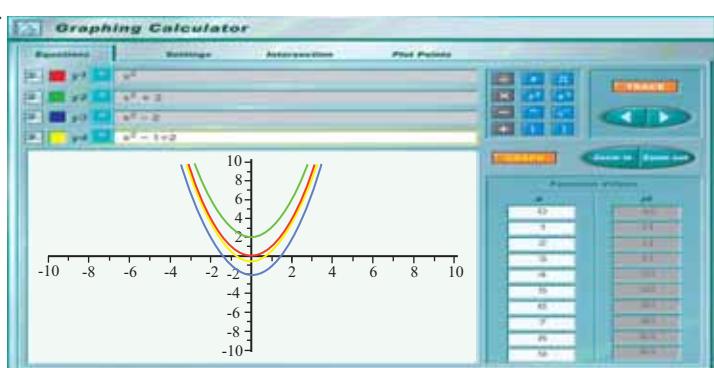
koordinat məstəvisində 4 funksiyanın qrafikini qurmaq mümkündür.



Daha professional qrafiklərdə eyni koordinat məstəvisində izləmək mümkündür.

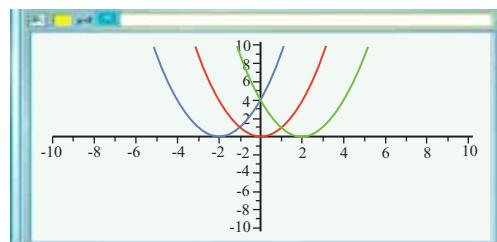
2. $y = x^2 + n$ funksiyasındaki n həddi $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

Şagirdlər n -ə müxtəlif qiymətlər verməklə $y = x^2$ qrafikinin yerini necə dəyişdiyini müşahidə edirlər. Qrafik n həddinə görə Oy oxu boyunca aşağı və ya yuxarı sürüşdürürlər.



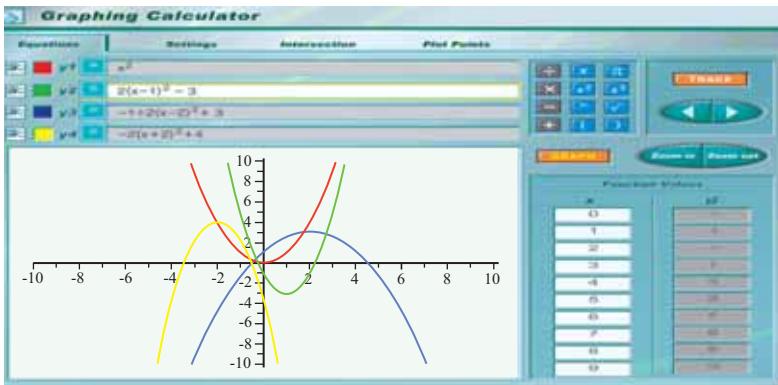
3. $y = (x - m)^2$ funksiyasındaki m həddi $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

Burada m həddi x -in tam kvadrat qiymətinə təsir edən ədəddir, odur ki, qrafikin Ox oxu boyunca sola və ya sağa hərəkəti labüddür.



4. $y = a(x - m)^2 + n$ funksiyasındaki a əmsalı $y = x^2$ funksiyasının qiymətlərinə, qrafikin vəziyyətinə necə təsir göstərir?

Nəhayət a , m , n hədlərinin eyni zamanda daxil olduğu kvadratik funksiyanın $y = x^2$ funksiyasına nəzərən dəyişməsi ümumiləşdirilir.



a-nin işarəsinin və qiymətinin təsiri

- $a > 0$ olduqda, parabolanın qolları yuxarı, $a < 0$ olduqda, qolları aşağı yönəlir.
- $-1 < a < 1$ olduqda, parabola absis oxuna sixilərəq, $y = x^2$ parabolasından “geniş” olur.
- Əgər $a > 1$ və ya $a < -1$ olarsa, parabola absis oxundan şaquli istiqamətdə dərtlərəq $y = x^2$ parabolasından “dar” olur.

n-in işarəsinin və qiymətinin təsiri

- Parabola Oy oxu boyunca $|n|$ vahid; $n < 0$ olduqda aşağı, və ya $n > 0$ olduqda yuxarı sürüsdürülür.
- n parabolanın təpə nöqtəsinin ordinatına uyğundur.

m-in işarəsinin və qiymətinin təsiri

- $m > 0$ olarsa, parabola absis oxu boyu sağa, $m < 0$ olarsa, sola sürüsdürülür.
- m parabolanın təpə nöqtəsinin absisinə uyğundur.
- $x - m = 0$ parabolanın simmetriya oxunun tənliyidir, $x = m$ düz xətti parabolanın simmetriya oxudur.

Şagird m və n ədədlərinin funksiyanın təpə nöqtəsinin koordinatları olduğunu başa düşür.

Qrafkalkulyatordan istifadənin mümkünüyündən asılı olmayaraq şagirdlər $y = x^2$ funksiyanın qrafiki üzərində uyğun dəyişmələri icra etməklə qrafikləri dəftərlərində quurlar.

Şagirdlərə həm qrafkalkulyatorla, həm də qiymətlər cədvəlinə görə yazılı olaraq qrafikləri qurma məşğələlərini əks etdirən təqdimat hazırlamaları tövsiyə edilir. Təqdimatlar şagirdin portfoliosunda toplanır.

Dərslikdə bir neçə tapşırıq nümunəsi verilmişdir. Nümunələri müzakirə yolu ilə araşdırmaqla bütün şagirdlərin yazılı olaraq yerinə yetirməsi tövsiyə edilir. Kvadratik funksiyanın tam kvadratin ayrılışı şəklində yazılıması onun qrafikini qurma işini asanlaşdırır.

İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

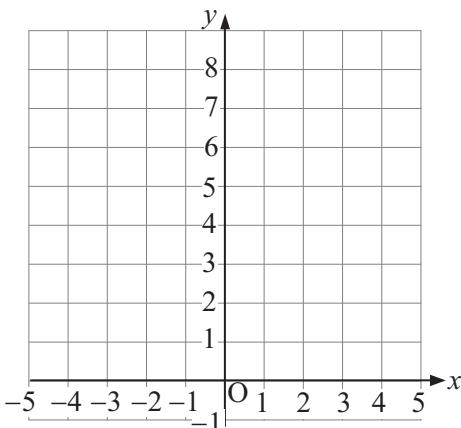
Tarix _____



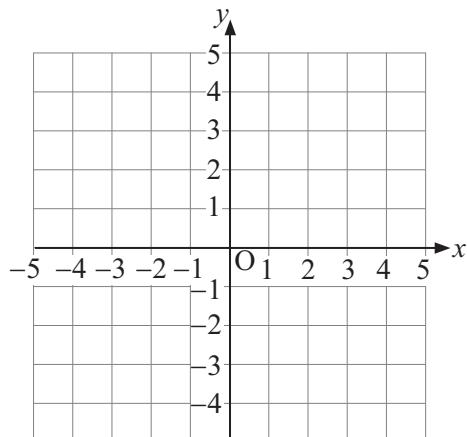
- $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə görə $y = x^2 + n$ və $y = (x - m)^2$ funksiyalarının qrafikini qurur.

$y = x^2$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə verilən funksiyaların qrafikini qurun.

1) $g(x) = x^2 + 1$



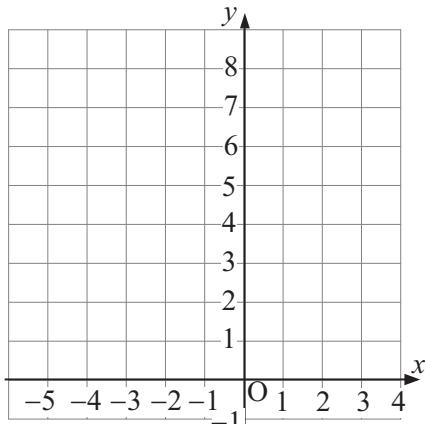
2) $p(x) = x^2 - 3$



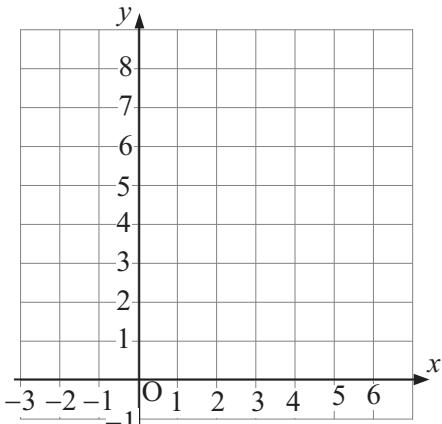
İzah: _____

İzah: _____

3) $r(x) = (x + 1)^2$



4) $k(x) = (x - 3)^2$



İzah: _____

İzah: _____

İşçi vərəq № 2

Adı _____ Soyadı _____

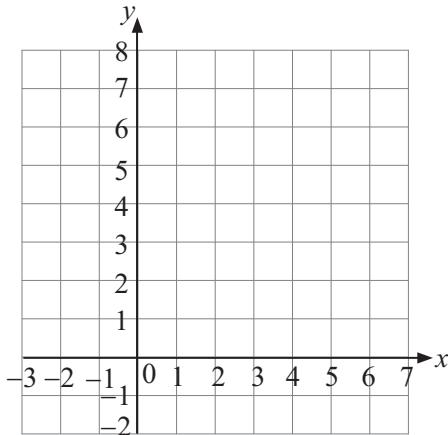
Tarix _____



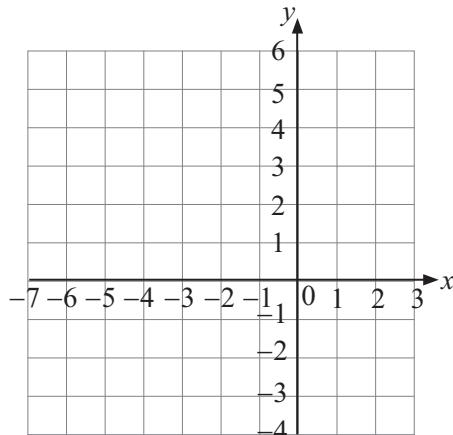
- $y = a(x - m)^2 + n$ şəklində verilmiş kvadratik funksiyanın qrafikini qurur.

Funksiyaların qrafiklərini təpə nöqtəsinə və simmetriya xəttinə görə qurun.

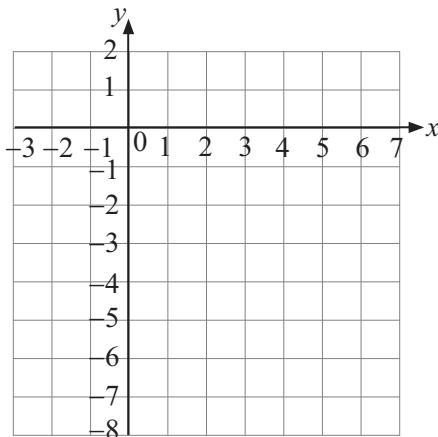
1) $y = (x - 3)^2 + 2$



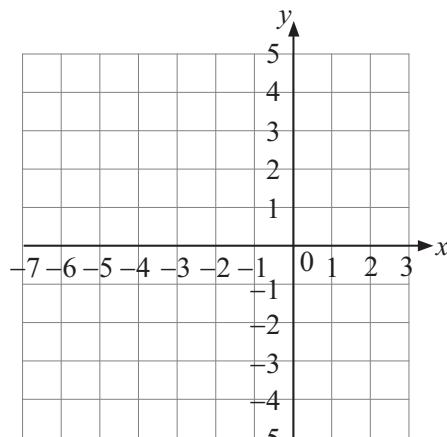
2) $y = (x + 3)^2 - 1$



3) $y = -(x - 2)^2 - 4$



4) $y = -(x + 3)^2 + 3$



Dərs 35-36. Dərslik səh. 57-59. Kvadratik funksiyanın müxtəlif formalarda təqdimi. 2 saat

Kvadratik funksiyanın tədrisi üçün ayrılmış növbəti dərs saatlarında dərslikdə verilmiş tapşırıqlarla və müəllim üçün vəsaitdə verilmiş işçi vərəqlərlə, şagirdin aşağıdakı bacarıqlara yiyələnməsi nəzərdə tutulmuşdur.

- Kvadratik funksiyanın qrafikinin təpə nöqtəsinin koordinatlarını müəyyən edir;
- Kvadratik funksiyanın qrafikinin koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini müəyyən edir;
- Kvadratik funksiyanın ən böyük və ya ən kiçik qiymətini müəyyən edir;
- Qrafik əsasında kvadratik funksiyanın qiymətlərinin hansı intervalda müsbət, hansı intervalda mənfi olduğunu müəyyən edir;
- Kvadratik funksiyanın təpə nöqtəsinin və onun qrafiki üzərində olan hər hansı nöqtənin koordinatlarına görə müəyyən edir;
- Kvadratik funksiyanın koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrinə görə müəyyən edir.

Kvadratik funksiyanın təpə nöqtəsinə görə və absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinə görə yazılış formaları göstərilir.

Nümunələr üzərində uyğun parabolanın qurulması addımları sadalanır.

$y = a(x - m)^2 + n$ parabolasını qurma addımları:

1. Parabolanın təpə nöqtəsi $(m; n)$ nöqtəsində yerləşir. Parabolanın qolları aşağı yönəlmüşsə, n -in qiyməti funksiyanın ən böyük, parabolanın qolları yuxarı yönəlmüşsə, funksiyanın ən kiçik qiymətini göstərir.
2. Parabolanın koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri tapılır.

Məsələn, $y = (x - 3)^2 + 2$ funksiyası üçün $x = 0$ olduqda $y = 11$ olur, yəni parabola Oy oxunu $(0; 11)$ nöqtəsində kəsir.

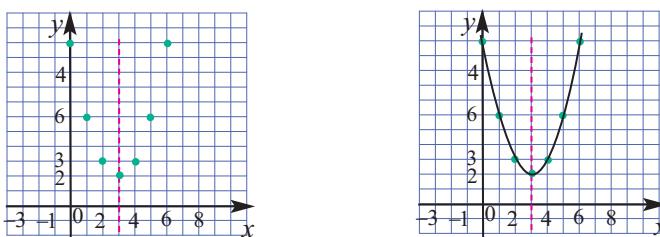
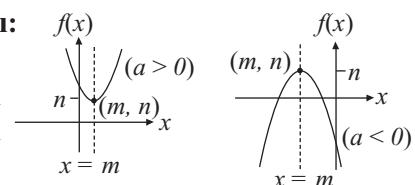
Parabolanın təpə nöqtəsi müəyyən edilir. $(3; 2)$

3. Simmetriya oxu $x = m$ düz xəttidir.

4. Simmetriya oxuna görə qrafikin üzərindəki nöqtələrin yerini müəyyənetmə bacarıqlarına diqqət edilir.

Verilən nümunədə bu $x - 3 = 0$ tənliyi ilə müəyyən edilir.

$x = 3$ düz xətti, parabolanın simmetriya oxu çəkilir. Simmetriya oxuna görə bərabər məsafədə olmaqla ordinatları bərabər olan, başqa sözə eyni üfüqi düz xətt üzərində yerləşən simmetrik nöqtələr qeyd edilir. Bu nöqtələr səlis əyri ilə birləşdirilir.



Diqqət edin! m müsbət olduqda təpə nöqtəsi ordinat oxuna nəzərən sağ, mənfi olduqda sol yarımmüstəvidə yerləşir.



D.21. Qrafik üzərində verilən nöqtələr cütünün koordinatlarına görə kvadratik funksiyanın simmetriya oxunun tənliyini hansı halda yazmaq mümkündür?

- a) $(3; 10)$ və $(7; 10)$ b) $(4; 6)$ və $(6; -2)$

Parabola üzərində yerləşən nöqtələr cüt-cüt olmaqla simmetriya oxundan eyni məsafədə yerləşir və onların ordinatları bərabər olmalıdır. Simmetriya oxunun tənliyi $x = m$ isə parçanın orta nöqtəsinin koordinatı kimi $x = (x_1 + x_2) : 2$ bərabərliyindən təyin olunur.

a) halında verilən şərtlər ödəndiyi üçün $və (3 + 7) : 2 = 5$ olduğundan simmetriya oxunun tənliyi $x = 5$ şəklində olar.

b) halında isə simmetriya oxunun tənliyini yazmaq mümkün deyil.

İşçi vərəq № 3

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Kvadratik funksiyanın qrafikini $y = a(x - m)^2 + n$ və $y = a(x - p)(x - q)$ ifadə formalarına görə qurur;

Nümunə. Absis oxunu $(-3; 0)$ və $(2; 0)$ nöqtələrində kəsən və qolları yuxarı yönəlmış hər-hansı parabolanın tənliyini yazın.

$$(-3; 0) \text{ və } (2; 0)$$

Bu nöqtələrə görə qrafik absis oxunu arqumentin (-3) və 2 qiymətlərinində kəsir.

$$x = -3, \quad x = 2$$

Həmçinin funksiyanın x oxu ilə kəsişmə nöqtələri uyğun kvadrat tənliyin kökləridir.

$$(x + 3)(x - 2)$$

Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrinə görə kvadratik funksiyanın düsturu $y = a(x - p)(x - q)$ şəklində olacaq.

$$x^2 + x - 6$$

Kvadrat üçhədlinin vuruqlara ayrılış şəkli.

Parabolanın qolları aşağı yönəlməli olsaydı, ifadənin qarşısında mənfi vuruq yazmalı idik. Şərtə görə parabolanın qolları yuxarı yönəldiyi üçün ifadənin qarşısında hər hansı müsbət vuruq yazıla bilər.

$$y = x^2 + x - 6$$

$a = 1$ yazımaqla axtarılan funksiyalardan biri tapılır.

1) Absis oxu ilə verilən nöqtələrdə kəsişən və qolları yuxarı yönəlmış hər hansı parabolanın tənliyini yazın.

- a) $(-3; 0)$ və $(4; 0)$ b) $(-12; 0)$ və $(-3; 0)$ c) $(2; 0)$ və $(5; 0)$

2) Absis oxu ilə verilən nöqtələrdə kəsişən və qolları aşağı yönəlmış hər hansı parabolanın tənliyini yazın.

- a) $(-2; 0)$ və $(6; 0)$ b) $(1; 0)$ və $(7; 0)$ c) $(5; 0)$ və $(-3; 0)$

İşçi vərəq № 4

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Kvadratik funksiyanın qrafikini $y = a(x - m)^2 + n$ və $y = a(x - p)(x - q)$ ifadə formalarına görə qurur;

Nümunə. Təpəsi $(-2; -4)$ nöqtəsində olan və $(1; 3)$ nöqtəsindən keçən parabolanın tənliyini yazın.

Kvadratik funksiyanın $y = a(x - m)^2 + n$ şəklindən istifadə edək.

Təpə noqtəsinin $(-2; -4)$ koordinatlarını yerinə yazaq.

$$y = a(x - m)^2 + n$$

$$y = a(x - (-2))^2 + (-4) = a(x + 2)^2 - 4$$

a -ni tapmaq üçün $(1; 3)$ nöqtəsinin koordinatlarından istifadə edək .

$$3 = a \cdot 3^2 - 4$$

$$a = \frac{7}{9}$$

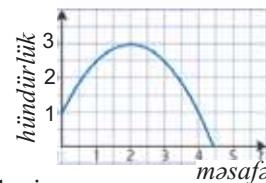
$$y = \frac{7}{9}(x + 2)^2 - 4$$

- a) Təpəsi $(-3; 2)$ nöqtəsində olan və $(4; 7)$ nöqtəsindən keçən parabolanın tənliyini yazın.
- b) Təpəsi $(4; 5)$ nöqtəsində olan və $(2; -2)$ nöqtəsindən keçən parabolanın tənliyini yazın.
- c) Təpəsi $(-2; 5)$ nöqtəsində olan və $(0; 9)$ nöqtəsindən keçən parabolanın tənliyini yazın.
- d) Təpəsi $(4; -1)$ nöqtəsində olan və $(2; 3)$ nöqtəsindən keçən parabolanın tənliyini yazın.

Dərs 37. Dərslik səh. 60-61.

$y = a(x - m)^2 + n$ parabolasının absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri. 1 saat

Funksiyanın sıfırları, yəni absis oxu ilə kəsişməsi haqqındaki məlumat əhəmiyyətli məlumatdır. Şagirdlər nöqtələri, bu nöqtələrin kvadrat tənliyin həlli ilə əlaqəsini təqdim edirlər. Parabolanın absis və ordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri real həyatı situasiyalara aid məsələlərdə müüm praktiki əhəmiyyət daşıyır. Məsələn, tutaq ki, şəkildə bir heyvanın (qurbağanın, dələnin və s.) tullanışının trayektoriyası qrafik təsvir edilmişdir. Koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri onun hansı hündürlükdən hərəkətə başladığını, nə qədər uzağa tullandığını müəyyən etməyə imkan verir.



?

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.26. Aşağıdakı funksiyaların qrafiklərinin absis oxu ilə ortaq nöqtələrinin sayını müəyyən edin.

Həlli: a) $y = 5x^2 - 7$ parabolasının təpə nöqtəsi $(0; -7)$ absis oxundan aşağıda yerləşir. $a = 5 > 0$ olduğundan parabolanın qolları yuxarı yönəlib. Deməli, veilən funksiyanın qrafiki absis oxunu iki nöqtədə kəsir.

b) $y = -2(x + 1)^2$ parabolasının təpə nöqtəsi $(-1; 0)$ absis oxu üzərində olub, qolları aşağı yönəlmüşdür. Parabolanın absis oxu ilə bir ortaq nöqtəsi var.

D.27. 1) $y = 5(x - 15)^2 - 100$; 2) $y = -4x^2 + 14$; 3) $y = (x + 18)^2 - 8$

funksiyası üçün qrafiki qurmadan müəyyən edin:

- parabolanın qollarının istiqamətini;
- təpə nöqtəsinin koordinatlarını;
- simmetriya oxunun tənliyini;
- absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin sayını.

Həlli: 1) a) $a = 5 > 0$ olduğundan parabolanın qolları yuxarı yönəlib.

b) $m = 15$, $n = -100$, təpə nöqtəsi $(15; -100)$ olur.

c) Simmetriya oxunun tənliyi: $x = 15$

d) Parabolanın təpə nöqtəsi $(15; -100)$ absis oxundan aşağıda yerləşir, $a=5>0$ olduğundan parabolanın qolları yuxarı yönəlib. Deməli, parabola absis oxunu iki nöqtədə kəsir.

2) a) $a = -4 < 0$ olduğundan parabolanın qolları aşağı yönəlib.

b) $m = 0$, $n = 14$ olduğu üçün təpə nöqtəsi $(0; 14)$ olur.

c) Simmetriya oxunun tənliyi: $x = 0$.

d) Təpə nöqtəsi absis oxundan yuxarıda yerləşib, qolları aşağı yönəldiyindən parabola absis oxunu iki nöqtədə kəsir.

3) a) $a = 1 > 0$ parabolanın qolları yuxarı yönəlib

b) $m = -18$, $n = -8$, təpə nöqtəsi: $(-18; -8)$

c) Simmetriya oxunun tənliyi: $x = -18$

d) Təpə nöqtəsi absis oxundan aşağıda yerləşib, qolları yuxarı yönəldiyindən parabola absis oxunu iki nöqtədə kəsir.

D.28. 1) $f(x) = x^2 - 5x - 24$; 2) $g(x) = x^2 - 2x + 1$; 3) $p(x) = 4x^2 - 20x + 24$ funksiyası verilmişdir.

- a) Kvadrat üçhəndlini vuruqlara ayırmaqla verilən funksiyaları $y = a(x - p)(x - q)$ şəklində yazın. b) x və y oxları ilə kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını müəyyən edin. c) Funksiyanın qrafikini qurun.

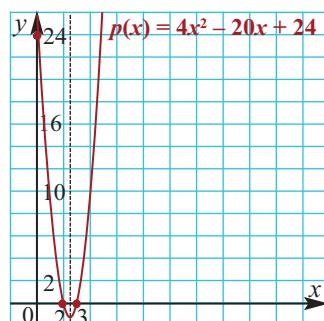
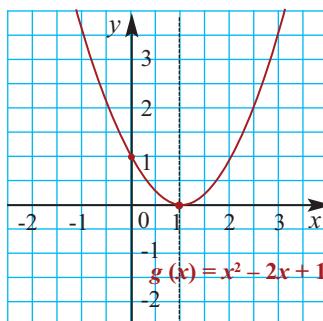
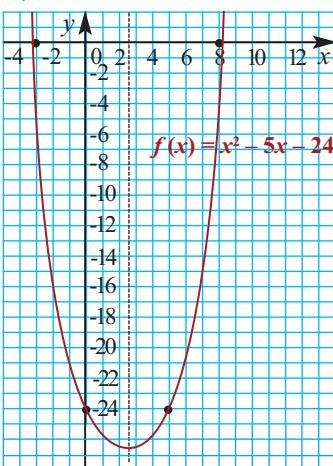
Həlli:

a) $f(x) = (x - 8) \cdot (x + 3)$, $g(x) = (x - 1)^2$, $p(x) = 4(x - 2) \cdot (x - 3)$

b) x və y oxları ilə kəsişmə nöqtələri

$f(x) : (8; 0)$ və $(-3; 0)$; $(0; -24)$ $g(x) : (1; 0)$; $(0; 1)$ $p(x) : (2; 0)$ və $(3; 0)$; $(0; 24)$

c)



Şagird $y = a(x - p)(x - q)$ şəklində verilmiş kvadratik funksiyanın qrafikini qurmaq üçün lazımlı olan “vacib” nöqtələri şifahi olaraq təqdim edir.

Bu nöqtələr: Koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri, parabolanın təpə nöqtəsidir.

Şagirdlərin diqqətinə bir daha simmetriya oxunun tənliyinin vacibliyi çatdırılır. Simmetriya oxuna görə damalı kağızda sayma yolu ilə simmetrik nöqtələr qoymaqla qrafiki daha səlis, dəqiq çəkmək mümkündür.

D.31. Parabolanın koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri verilmişdir. Bu məlumatlara görə parabolanın təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

a) $(3; 0), (-1; 0), (0; -6)$ b) $(-2; 0), (-3; 0), (0; 4)$ c) $(-3; 0), (1; 0), (0; 3)$

Həlli:

a) **I üsul** $f(x) = ax^2 + bx + c$ kvadratik funksiyasında a, b, c əmsallarını tapmaq üçün verilmiş nöqtələrin koordinatlarını $y = ax^2 + bx + c$ bərabərliyində nəzərə almaq lazımdır.

Ordinat oxu ilə $(0; -6)$ kəsişmə nöqtəsinə görə c əmsalı təpilir: $-6 = a + 0^2 + b \cdot 0 + c$, $c = -6$. Onda $f(x) = ax^2 + bx - 6$ funksiyasında $(3; 0)$ və $(-1; 0)$ nöqtələrinin koordinatlarını nəzərə alaq: $\begin{cases} 0 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 - 6 \\ 0 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 6 \end{cases}$ Buradan $\begin{cases} 9a + 3b = 6 \\ a - b = 6 \end{cases}$

Sistemin 2-ci tənliyini 3-ə vurub 1-ci ilə tərəf-tərəfə toplasaq, $12a = 24$, $a = 2$ alarıq. Bu qiyməti 2-ci tənlikdə yerinə yazsaq $b = -4$ təpilir. Beləliklə, $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ olur.

$m = \frac{-b}{2a}$ və $n = f(m)$ düsturlarından istifadə edərək təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapaq: $m = \frac{4}{2 \cdot 2} = 1$ və $n = f(1) = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 - 6 = -8$

II üsul $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - m)^2 + n$ şəklində yazılışdan istifadə edək.

Qeyd etmək lazımdır ki, $x = m$ düz xətti parabolanın simmetriya oxu olduğundan, $m = \frac{x_1 + x_2}{2}$ düsturundan m -i tapmaq olar.

$x_1 = 3, x_2 = -1 \Rightarrow m = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$ Onda kvadratik funksiya $y = a(x - 1)^2 + n$ şəklinə düşər.

$(3; 0)$ (və ya $(-1; 0)$), $(0; -6)$ nöqtələrinin koordinatlarını burada nəzərə alsaq:

$$\begin{cases} 0 = 4a + n \\ -6 = a + n \end{cases} \Rightarrow a = 2, n = -8, f(x) = 2(x - 1)^2 - 8$$

III üsul. Kvadratik funksiyanın qrafikinin absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri məlum dursa, onu $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ şəklində göstərmək olar. Baxılan halda $x_1 = 3, x_2 = -1$ olduğu üçün $y = a(x - 3)(x + 1)$ olur. Burada $(0; -6)$ nöqtəsinin koordinatlarını nəzərə alsaq,

$-6 = a(0 - 3)(0 + 1); -6 = -3a; a = 2$ tapılır. Beləliklə alırıq:

$$y = 2(x - 3)(x + 1) \text{ və ya } y = 2(x^2 - 2x - 3) = 2(x - 1)^2 - 8$$

Dərs 38-40. Dərslik səh. 62-66.

$y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının qrafikinin qurulması. $y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının araşdırılması. 3 saat

1. Kvadrat üçhədlidən tam kvadrat ayırma bacarıqlarına diqqət edilir.
2. Kvadratik funksiya aşağıdakı göstəricilərə görə təhlil edilir:

- simmetriya oxunun tənliyinə;
- təpə nöqtəsinə;
- ƏBQ və ya ƏKQ qiymətinə;
- təyin oblastına və qiymətlər çoxluğununa;
- Ox oxu ilə kəsişməsinə;
- Oy oxu ilə kəsişməsinə.

Ümumi şəkildə verilmiş kvadratik funksiyanın qrafikini qurmaq üçün aşağıdakı nöqtələri müəyyən etmək lazım gəlir. Bunu addım-addım $y = x^2 + 2x - 3$ funksiyası üzərində göstərək.

$$1. a = 1, b = 2, c = -3$$

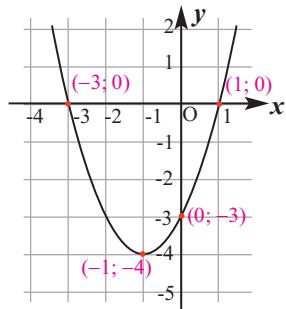
Təpə nöqtəsinin absisini tapaq: $m = -\frac{b}{2a} = -1$

Təpə nöqtəsinin ordinatını tapaq:

$x = -1$ qiymətini $y = x^2 + 2x - 3$ düsturunda nəzərə alaqlı:

$$y = 1 - 2 - 3 = -4. \text{ Təpə nöqtəsi: } (-1; -4)$$

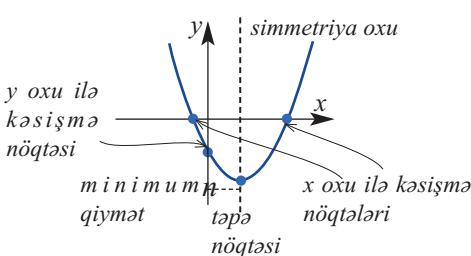
2. Oy oxunu hansı nöqtədə kəsdiyini tapaq: $y = x^2 + 2x - 3$ düsturunda $x = 0$ yazsaq, $y = -3$ alıraq, yəni ordinat oxu ilə kəsişmə nöqtəsi $(0; -3)$ olur.



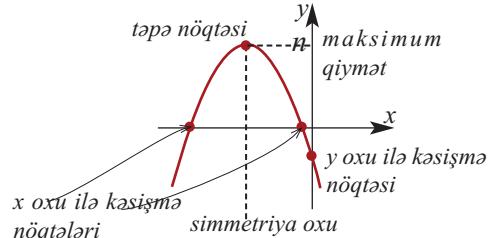
3. Ox oxunu hansı nöqtədə kəsdiyini tapaq. $y = x^2 + 2x - 3$ düsturunda $y = 0$ yazsaq, $x^2 + 2x - 3 = 0$ kvadrat tənliyin kökləri $x_1 = -3$ və $x_2 = -1$ olduğundan parabolanın absis oxunu kəsdiyi nöqtələr: **(-3; 0) və (1; 0)**

4. Tapılmış nöqtələri koordinat müxtəvisində qeyd etməklə parabolanı quraq.

Kvadratik funksiyanın araşdırılması zamanı hansı göstəricilərə diqqət edildiyi aşağıdakı qrafiklər üzərində (dərslikdə verilmişdir) araşdırılır. Tapşırıqları yerinə yetirərkən bu parametrlərin təqdim edilməsinin əhəmiyyətli olduğu qeyd edilir.



Təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur: $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$.
Qiymətlər çoxluğu: $[n; +\infty)$



Təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur: $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$.
Qiymətlər çoxluğu: $(-\infty; n]$

D.36. 1) Funksiyanın qrafikini qurun. 2) Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri arasındakı məsafəni tapın. 3) Simmetriya oxunun tənliyini yazın.

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

d) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

Həlli.

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ şəklində yazaq.

Təpə nöqtəsi: $(2; -1)$

Parabola ordinat oxunu $(0; 3)$ nöqtəsində kəsir. Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrini $x^2 - 4x + 3 = 0$ tənliyindən tapaq. Bu tənliyin kökləri 1 və 3 olduğundan alırıq ki, parabola absis oxunu $(1; 0)$ və $(3; 0)$ nöqtələrində kəsir. Tapılmış nöqtələri koordinat müxtəvisində qeyd edib parabolanı quraq.

Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri arasındakı məsafə: $d = |3 - 1| = 2$

Simmetriya oxunun tənliyi: $x = 2$

d) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6 = -2(x - 1)^2 + 8$.

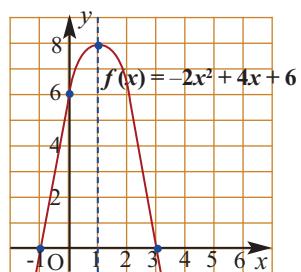
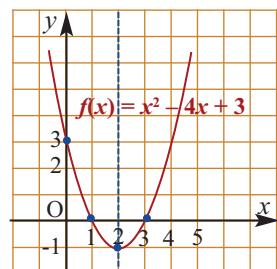
Təpə nöqtəsi $(1; 8)$

$x = 0$ olduqda $f(0) = 6$ olduğundan parabola ordinat oxunu $(0; 6)$ nöqtəsində kəsir. $-2x^2 + 4x + 6 = 0$ tənliyinin növləri -1 və 3 olduğu üçün parabola absis oxunu $(-1; 0)$ və $(3; 0)$ nöqtəsində kəsir. Tapılmış nöqtələrə görə parabola qurulur.

Absis oxunu kəsdiyi nöqtələr arasındakı məsafə:

$$d = |3 - (-1)| = 4$$

Simmetriya oxunun tənliyi: $x = 1$



İşçi vərəq № 5

Adı _____ Soyadı _____

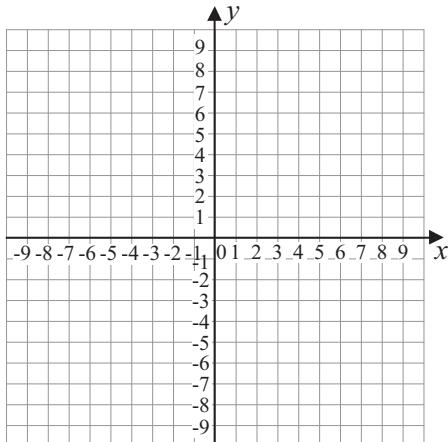
Tarix _____



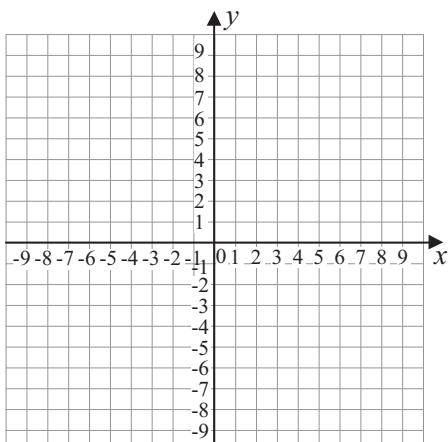
- Kvadratik funksiyanın $y = ax^2 + bx + c$ ümumi şəklinə uyğun qrafik qurur və araşdırır.

Verilən funksiya üçün müəyyəyən edin.

a) $y = -x^2 - 6x - 5$



b) $y = x^2 - 6x + 5$



- təpə nöqtəsinə görə yazılışını (tam kvadratın ayrılışı);
- təpə nöqtəsini;
- simmetriya oxunun tənliyini;
- ƏBQ və ya ƏKQ qiymətini;
- təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu;
- Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrini (varsə);
- Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsini;

- təpə nöqtəsinə görə yazılışını (tam kvadratın ayrılışı);
- təpə nöqtəsini;
- simmetriya oxunun tənliyini;
- ƏBQ və ya ƏKQ qiymətini;
- təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu;
- Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrini (varsə);
- Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsini;

İşçi vərəq № 6

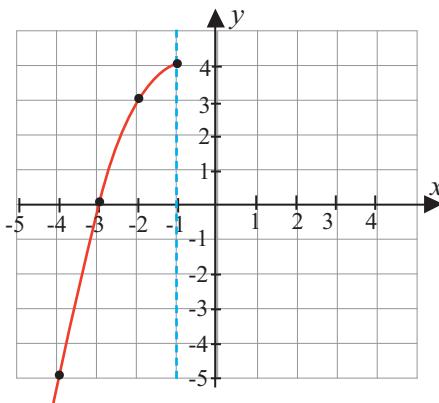
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



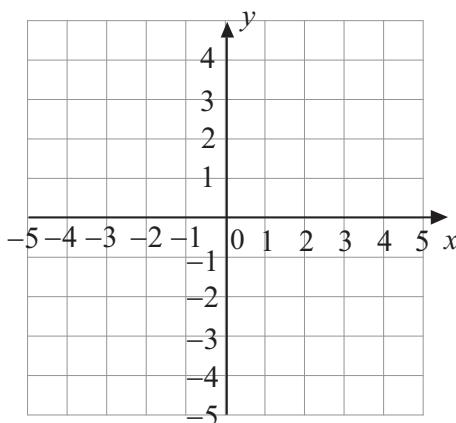
- Kvadratik funksiyanın ümumi $y = ax^2 + bx + c$ şəklinə uyğun qrafik qurur və araşdırır.

Şəkildə parabolanın simmetriya oxundan bir yarımmüstəvidə yerləşən hissəsi verilmişdir. Verilənlərə görə tapşırıqları yerinə yetirin.



x	$f(x)$
-4	-5
-3	0
-2	3
-1	4
0	
1	
2	

- Təpə nöqtəsinin koordinatını yazın.
- Simmetriya oxunun tənliyini yazın.
- Qeyd olunan nöqtələrə simmetrik üç nöqtəni yazın.
- y oxu ilə kəsişmə nöqtəsini yazın.
- x oxu ilə kəsişmə nöqtələrini yazın.
- Funksiyanın maksimumu var, yoxsa minimumu?
- Funksiyanın düsturunu yazın.
- Funksiyanın qrafikini qurun.



Dərs 41-43. Dərslik səh. 67-69.

Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli. 3 saat

Məsələləri iki qrupda birləşdirmək olar. Bunlardan bir qrupu kvadratik funksiyanın xüsusiyyətlərindən istifadə etməklə maksimum, minimum qiymətləri tapma məsələləridir. Bunlar iqtisadi məsələləri, sahə, həcm kimi həndəsi məsələləri əhatə edir.

İkinci qrup məsələlər isə kvadratik funksiyanın qrafiki olan parabolanın xüsusiyyətlərinə görə modelləşdirmə məsələləridir. Bu məsələlər daha çox mühəndis konstruksiya məsələlərində, həmçinin bəzi hərəkətlərin təsvir edilməsində tətbiq edilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

- D3.** Turistlər dənizdə voleybol yarışı keçirmək üçün bir tərəfi sahil xətti olmaqla düzbucaqlı şəklində oyun sahəsini müəyyən etməlidirlər. Onlar üzərində xüsusi nişanlar qoyulmuş 60 m uzunluqda ipi bu düzbucaqlının qalan üç tərəfinə işlətməklə ən böyük sahəni əhatə etmək istəyirlər. Oyun sahəsi hansı ölçülərdə olmalıdır?

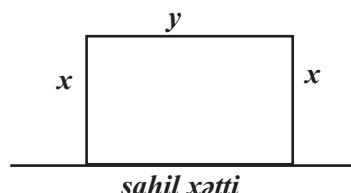
Həlli.

Düzbucaqlı şəklində oyun sahəsinin eni x , uzunluğu y olsun. Şərtə görə $2x + y = 60$ olmalıdır.

Buradan $y = 60 - 2x$ tapılır. Düzbucaqlının

$S = xy$ sahə düsturunda $y = 60 - 2x$ yazımaqla alarıq:

$$S = x(60 - 2x) = 60x - 2x^2$$



Buradan tam kvadrat ayırmaqla $S = -2(x - 15)^2 + 450$ şəklində yazaq.

Göründüyü kimi, $x = 15$ olduqda, S -in ən böyük qiyməti 450 olur.

Oyun sahəsinin eni $x = 15$ m olduqda, uzunluğu $y = 60 - 2 \cdot 15 = 30$ metr olur.

Yəni verilən şərtlərlə əhatə olunan ən böyük sahənin ölçüləri $15 \text{ m} \times 30 \text{ m}$ olmalıdır.

- D.5.** Konsertə satılan biletlərin sayı (N) ilə biletlərin satıldığı günlər (n) arasında asılılıq $N(n) = -10n^2 + 60n + 200$ kimidir. Neçənci gün ən çox bilet satılmışdır?

Həmin gün satılan biletlərin sayını tapın.

$$\begin{aligned} \text{Həlli. } N(n) &= -10(n^2 - 6n - 20) = -10[(n - 3)^2 - 29] = -10(n - 3)^2 + 290 = \\ &= 290 - 10(n - 3)^2 \text{ şəklində yazımaqla alırıq ki, } 3\text{-cü gün } (n = 3) \text{ ən çox bilet satılıb və} \\ &\text{həmin gün satılan biletlərin sayı } 290 \text{ olmuşdur.} \end{aligned}$$

- D.6. Biznes. Maksimum mədaxil.** Sərnişindəşima ilə məşğul olan nəqliyyat şirkəti gündəlik 200 sərnişinə xidmət göstərir. Bir biletin qiyməti 5 manatdır. Şirkət sahibi düşünür ki, hər 50 qəpik qiymət artımı 10 sərnişinin azalmasına gətirir.

a) şirkət neçə dəfə bahalaşma aparsa, bilet satışından maksimum mədaxil əldə edər?

b) bu bahalaşmalarla şirkətin gündəlik mədaxili ən çoxu neçə manat ola bilər?

Həlli. 1) 50 qəpiklik bahalaşmaların sayını x ilə işarə etsək, onda bir biletin qiyməti $(5 + 0,5x)$ olar.

2) Hər bahalaşmaya görə 10 nəfər azaldığı üçün sərnişinlərin sayı $(200 - 10x)$ olacaq.

3) Bilet satışından gələn pulu $P(x)$ ilə işarə etsək,

$$\begin{aligned} P(x) &= (200 - 10x)(5 + 0,5x) = 1000 + 100x - 50x - 5x^2 = \\ &= -5x^2 + 50x + 1000 = -5(x^2 - 10x - 200) = \\ &= -5((x - 5)^2 - 25 - 200) = -5((x - 5)^2 - 225) \end{aligned}$$

buradan isə $P(x) = -5(x - 5)^2 + 1125$ alırıq.

Göründüyü kimi, $P(x)$ funksiyasının ən böyük qiyməti 1125-ə bərabərdir ki, bu qiyməti $P(x)$ funksiyası $x = 5$ olduqda alır.

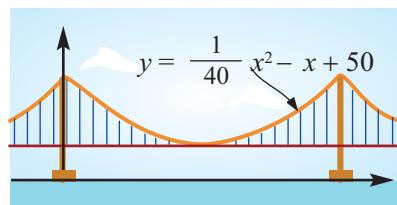
a) Şirkət 5 dəfə bahalaşma apararsa, bilet satışında maksimum mədaxil əldə edər : $P(5) = 1125$

b) Adı günlərdə şirkət 200 sərnişinə xidmət göstərdiyi halda mədaxil $200 \cdot 5 = 1000$ manat idisə, 5 dəfə 50 qəpiklik bahalaşmadan sonra mədaxil $(200 - 10 \cdot 5)(5 + 0,5 \cdot 5) = 1125$ manat təşkil edəcək.

D.9. Körpünü saxlayan tros məftilin iki dirək arasındakı parabola formalı hissəsi üzərində olan bərkitmə nöqtələrinin sol dirəkdən məsafəsinin dəyişməsi ilə su səthindən hündürlüyüünün (m-lə) dəyişməsi arasındaki asılılıq $y = \frac{1}{40}x^2 - x + 30$ funksiyası ilə müəyyən edilir. Tros məftilin orta nöqtəsi körpünүn üzərindədir. Körpü su səthindən neçə metr hündürlükdədir?

Həlli.

Tam kvadrat ayırmaqla $y = \frac{1}{40}x^2 - x + 30$ kvadratik funksiyasının təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapaqq:



$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{40}x^2 - x + 30 = \frac{1}{40}(x^2 - 40x + 30 \cdot 40) = \\ &= \frac{1}{40}(x^2 - 40x + 1200) = \frac{1}{40}((x - 20)^2 - 400 + 1200) = \\ &= \frac{1}{40}((x - 20)^2 + 800) = \frac{1}{40}(x - 20)^2 + 20 \end{aligned}$$

Kvadratik funksiyanın ən kiçik qiyməti 20-yə bərabərdir. Bu qiyməti $x = 20$ olduqda alır. Yəni, körpü su səthindən 20 m hündürlükdədir.

D.10. 1) Yuxarı atılan topun qalxdığı hündürlüyü (metrlə) t zamanından (saniyə ilə) asılılığı $h = -5t^2 + 20t + 1$ düsturu ilə verilmişdir.

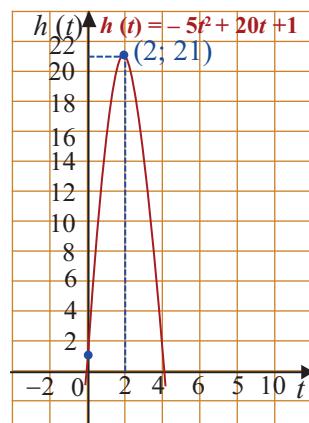
- a) Atıldıqdan neçə saniyə sonra top 16 m hündürlükde olacaq?
 b) Topun qalxdığı ən yüksək hündürlüyü tapın.
 c) Top neçə saniyə havada qalacaq?

Həlli.

a) $-5t^2 + 20t + 1 = 16$ tənliyini həll edək :

$$\begin{aligned} -5t^2 + 20t - 15 &= 0 \Rightarrow \\ t^2 - 4t + 3 &= 0 \end{aligned}$$

Buradan $t_1 = 1$, $t_2 = 3$ tapılır.



Fiziki olaraq bu onu göstərir ki, top atıldıqdan sonra zamanın iki anında yer səthindən 16 m hündürlükə olur. Birinci dəfə yuxarı atıldıqdan sonra $t = 1$ saniyədə (top yuxarı qalxarkən), ikinci dəfə isə maksimum hündürlüyü çatıb geriyə qayıdarkən ($t = 3$ saniyədə).

Başqa sözlə bu nöqtələr topun trayektoriyası olan parabolanın üzərində simmetrik nöqtələrdir : (1; 16) və (3; 16)

b) Topun qalxdığı hündürlüyü (h) zamandan (t) asılılığı kvadratik funksiya olduğundan tam kvadrat ayırmaqla onu aşağıdakı şəkildə yazaq:

$$h = -5t^2 + 20t + 1 = -5(t^2 - 4t - 0,2) = -5((t-2)^2 - 4 - 0,2) = -5(t-2)^2 + 21$$

$$h(t) = -5(t-2)^2 + 21$$

Göründüyü kimi, zamanın $t = 2$ san qiymətində funksiya ƏBQ -ni alır və $h(2) = 21$. Yəni, top maksimum 21 metr hündürlüyü qalxa bilər.

c) Topun neçə saniyə havada qaldığını təyin etmək üçün $h(t) = 0$ tənliyini həll edək.

$$-5t^2 + 20t + 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 5}}{5} \approx \frac{10 \pm 10,25}{5}$$

Qeyd edək ki, $t = 0$ anında top yerdən 1 m məsafədə atıldığı üçün t_1 kökü məsələnin həlliinə aid deyil. $t_2 \approx 4,05$ saniyə isə topun yərə çatdığı anı göstərir.

Yəni, top təqribən 4,05 saniyə havada qalmışdır.

Dərs 44-48. Dərslik səh. 70-76. $y = |x|$ funksiyası və onun qrafiki. $y = x^3$ funksiyası və onun qrafiki. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 5 saat



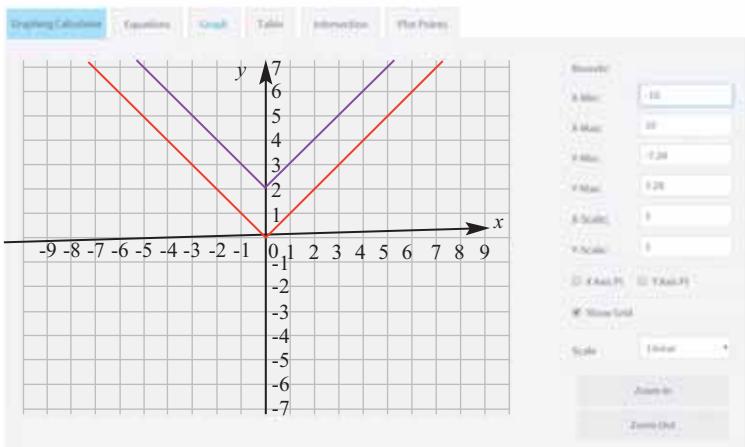
- $y = |x|$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə, $y = 2|x|$, $y = |x + 2|$ və $y = -|x + 2|$ funksiyalarının qrafikini qurur.
- $y = |x|$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə $y = |x| + 2$ və $y = -|x| + 2$ funksiyalarının qrafiklərini qurur.

1-ci, 2-ci saat. Kvadratik funksiyanın qurulma qaydasına analoji olaraq, $y = |x|$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə $y = 2|x|$, $y = |x + 2|$ və $y = -|x + 2|$ funksiyalarının qrafikini, həmçinin $y = |x| + 2$ və $y = -|x| + 2$ funksiyalarının qrafiklərini qurmaq olar.

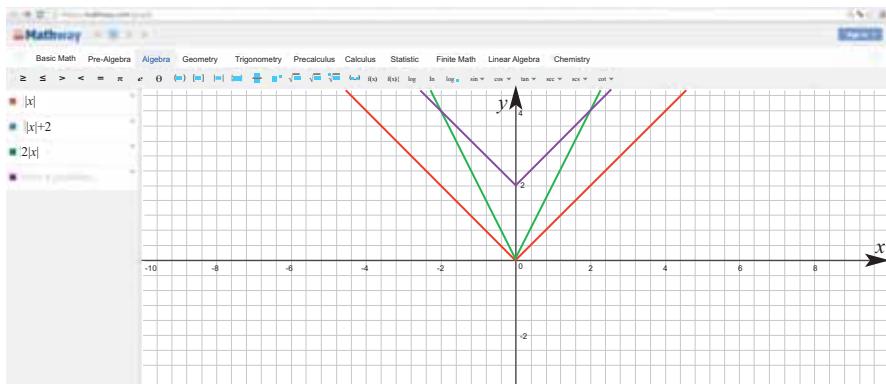
Dərslikdə verilmiş qrafiki qurma addımları araşdırılır. Modul funksiyasının əsas xüsusiyyətləri ümumiləşdirilir. Modullu funksiyanın qrafiki “V şəkilli qrafik” də adlandırılır.

Modullu funksiyaların qrafiklərini qurmaq üçün aşağıda göstərilən internet ünvanlarında qrafiklərindən istifadə etmək olar.

<http://www.meta-calculator.com/online>



<https://mathway.com/graph>



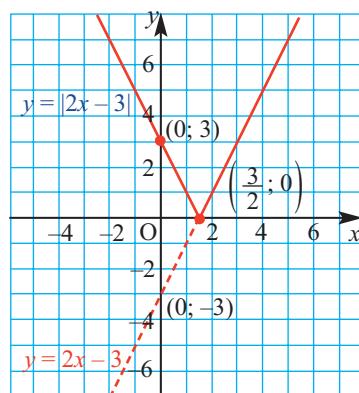
$y = |kx + b|$ funksiyanın qrafikini qurmağın bir üsulu da uyğun xətti funksiyanın qrafikindən istifadə etməkdir. Məsələn, $y = |2x - 3|$ funksiyasının qrafikini qurmaq üçün $y = 2x - 3$ funksiyasının qrafikindən istifadə etmək olar.

Bunun üçün $y = 2x - 3$ funksiyasının absis oxundan aşağıda yerləşən hissəsinin Ox oxuna nəzərən əksetməsini qurmaq kifayətdir. Bu qrafikləri nəzərdən keçirək.

1. $(\frac{3}{2}; 0)$ nöqtəsi həm $y = 2x - 3$ funksiyasının, həm də $y = |2x - 3|$ funksiyasının qrafikinə aiddir.

2. $y = |2x - 3|$ funksiyanın təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$.

Arqumentin istənilən qiymətində $|2x - 3| \geq 0$ olduğundan funksiyanın qiymətlər çoxluğu $[0; +\infty)$ olur.



3. $y = |2x - 3|$ funksiyanın qrafikini iki müstəqil xətti funksiyanın qrafikinə ayırmaqlar: 1) $x \geq \frac{3}{2}$ olduqda $y = 2x - 3$ funksiyasının; 2) $x \leq \frac{3}{2}$ olduqda isə $y = -(2x - 3)$ və ya $y = -2x + 3$ funksiyasının qrafikinə.

Aşağıdakî funksiyaları $y = |2x - 3|$ funksiyasının verilən hissələri kimi göstərmək olar.

$$\begin{cases} y = 2x - 3, & x \geq 1,5 \\ y = -(2x - 3), & x \leq 1,5 \end{cases}$$

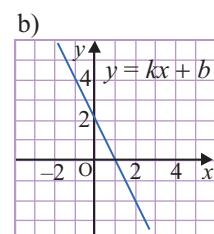
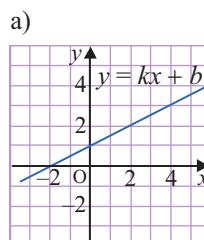
Aşağıdakı tip tapşırıqların yerinə yetirilməsi tövsiyə olunur.

- 1) Qiymətlər cədvəli $y = kx + b$ funksiyasına aiddir. Cədvəldəki qiymətləri $y = |kx + b|$ üçün dəyişdirin.

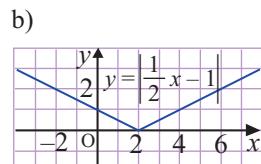
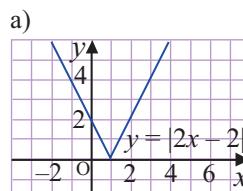
x	$y = kx + b$
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5

- 2) $y = kx + b$ funksiyasının qrafikinin Ox oxu ilə kəsişməsində $x = 3$, Oy oxu ilə kəsişməsində isə $y = -4$ olarsa, $y = |kx + b|$ funksiyasının qrafikinin x və y oxu ilə kəsişmə nöqtələri üçün uyğun qiymətləri yazın.

- 3) $y = kx + b$ funksiyasının qrafikini dəftərinizə köçürün. Eyni koordinat məstəvisində $y = |kx + b|$ funksiyasının qrafikini qurun.



- 4) $y = |kx + b|$ funksiyasının qrafikinə uyğun iki müxtəlif xətti funksiyani yazın.

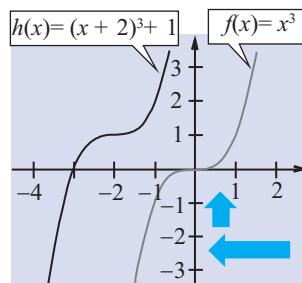
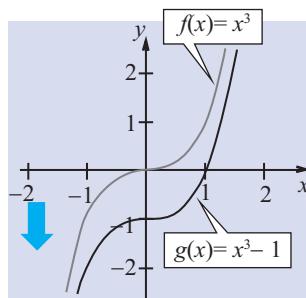
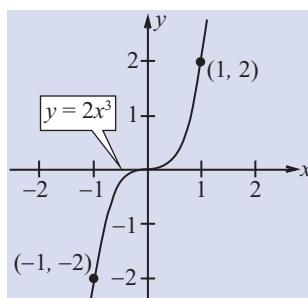


3-cü saat. $y = x^3$ funksiyası və onun qrafiki. Dərslikdə verilmiş praktik məşğələ $y = x^3$ funksiyasının qrafikini araşdırmaqla sinfin səviyyəsinə görə iki yanaşma ilə - məhdud səkildə və ya geniş səkildə yerinə yetirilə bilər.

1-ci yanaşma $y = x^3$ funksiyasının qrafikini qurma, formasını tanıma, ədədin kubunun və kub kökünün təqribi qiymətlərini qrafikə görə nöqtələrin koordinatları ilə müəyyənetmə bacarıqlarını formalasdırmağı nəzərdə tutur. Dərslikdəki $y = x^3$ funksiyasının qrafiki bu yanaşma ilə verilmişdir.

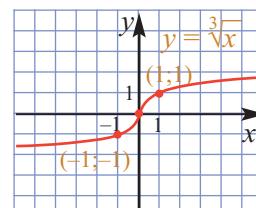
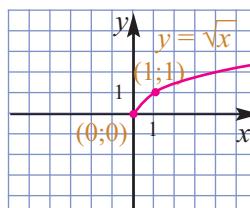
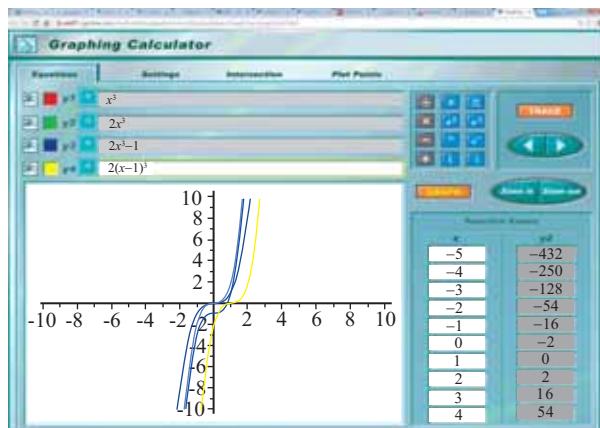
2-ci yanaşma funksiyanın qrafikini qrafkalkulyatorla qurma və daha geniş aspektlər araşdırma tapşırıqlarını əhatə edə bilər. Xüsusən riyaziyyat təmayüllü siniflərdə bu yanaşma vacibdir.

$y = x^3$ funksiyasının və $y = ax^3$, $y = a(x - m)^3$, $y = a(x - m)^3 + n$ şəklində funksiyaların qrafiklərinə aid nümunələr müqayisəli şəkildə verilmişdir.



<https://go.hrw.com/math/midm/a/gradecontent/manipulatives/GraphCalc/graphCalc.html> qrafikalkulyatoru ilə qurulmuş nümunələr.

Həmçinin $y = \sqrt{x}$ və $y = \sqrt[3]{x}$ funksiyalarının müqayisəli qrafikləri, təyin oblastlarını və qiymətlər çoxluğununu başa düşməyə imkan verir.



4-cü və 5-ci saatlarda bölmə üzrə ümmümləşdirici tapşırıqlar həlli yerinə yetirilir.

?

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.7. (səh. 75) Həlli: $-5t^2 + 20t = 15$ tənliyindən $t_1 = 1$, $t_2 = 3$ tapılır. Yəni atıldıqdan 1 saniyə və 3 saniyə sonrakı anlarda top yerdən 15 m hündürlükdə olur. Topun qalxdığı hündürlüğün t ucuş zamanından asılılığını göstərən $h(t) = -5t^2 + 20t$ funksiyasını tam kvadratın ayrılışı ilə yazaq:

$$h(t) = -5t^2 + 20t = -5(t^2 - 4t) = -5(t^2 - 4t + 4) + 20 = -5(t - 2)^2 + 20$$

Bu yazılışdan aydın olur ki, topun qalxdığı ən yüksək hündürlük 20 m-dir və top bu hündürlüyü $t = 2$ sanında çatır.

D.8. (səh. 75) Biznes. Maksimum gəlir.

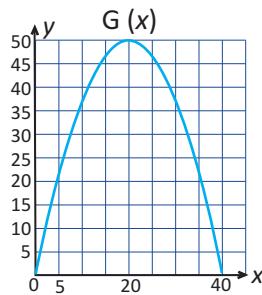
Araşdırma nəşriyyatın gəlirinin

$$G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 5x$$

funksiyası ilə dəyişdiyini aşkar etdi.

Burada x satılan kitabların sayını (minlərlə), $G(x)$ isə uyğun gəliri (min manatla) göstərir

- Nəşriyyat neçə kitabı satışından 32 min manat gəlir əldə etmişdir?
- Şirkət maksimum gəlirini neçə kitabı satmaqla əldə etmişdir?
- a bəndində aldığınız iki cavabı necə izah edərdiniz?



Həlli: a) Şirkət 32 min manatı neçə kitabı satmaqla əldə etmişdir? -sualına cavab vermək üçün

$$-\frac{1}{8}x^2 + 5x = 32 \quad \text{tənliyini həll edək. Buradan}$$

$$x^2 - 40x + 256 = 0 \quad \text{və } x_1 = 8, x_2 = 32$$

Yəni, 8 min və 32 min kitabı satmaqla

b) Şirkətin kitabı satışından maksimum gəlirini hesablamaq üçün $G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 5x$ funksiyasından tam kvadrat ayıraq:

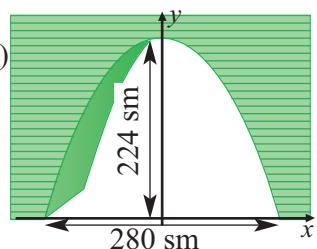
$$G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 5x = -\frac{1}{8}(x^2 - 40x) = -\frac{1}{8}((x-20)^2 - 400) = -\frac{1}{8}(x-20)^2 + 50$$

Göründüyü kimi şirkət 20 min kitabı satdığı halda maksimum gəlir olaraq 50 min manat qazanmışdır.

c) a bəndində şirkət 32 min manat gəliri həm 8 min, həm də 32 min kitabı satmaqla əldə edir. Bunu qrafikdən də görmək olur ki, kitablar əvvəlcə daha yüksək qiymətə satılmış və sayı artdığında qiyməti endirilmişdir. Belə ki, 8 min kitabı əvvəlcə 4 manata satılıb 32 min manat gəlir gətirmişdir, sonra 32 min kitabı 1 manata satılıraq, həmin məbləğə çatmışdır.

D.16. (səh. 76) Həlli: 1) Tağın ölçülərinə (metrlə) uyğun kvadratik funksiyayı $y = ax^2 + 2,24$ şəklində yazaq. $x = 1,4$ (m) olduqda $y = 0$ olur: $0 = 1,96a + 2,24$. Buradan $a = -\frac{8}{7}$ tapılır. Deməli, axtarılan funksiya $y = -\frac{8}{7}x^2 + 2,24$ şəklindədir.

- Tağın bir tərəfindən 70 sm məsafədə olan nöqtə sim-



metriya oxundan (baxılan halda y oxundan) $1,4 - 0,7 = 0,7$ (m)

məsafədə yerləşir. Uyğun nöqtədə tağın hündürlüyünü tapmaq üçün $y = -\frac{8}{7}x^2 + 2,24$ funksiyasının $x = 0,7$ nöqtəsində qiymətini hesablayaqla: $y = -\frac{8}{7} \cdot 0,7^2 + 2,24 = 1,68$ (m).

İşçi vərəq № 7

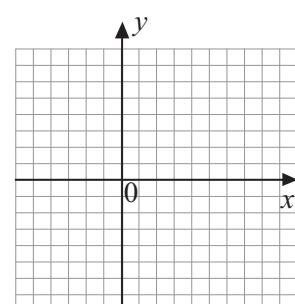
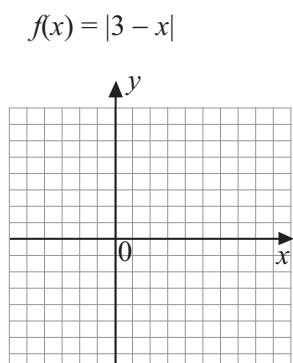
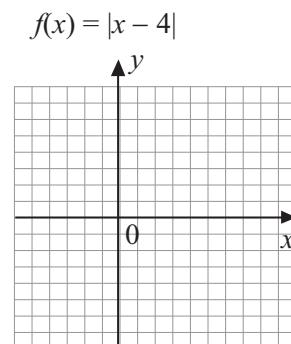
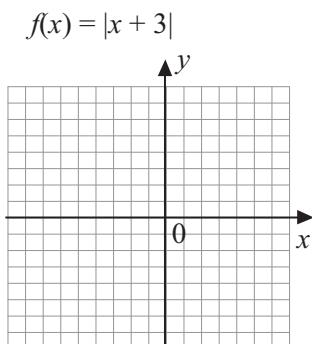
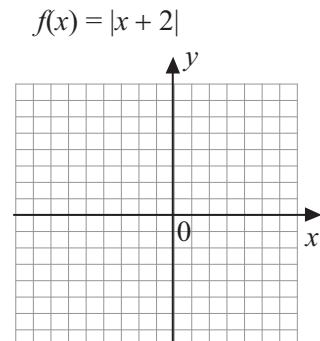
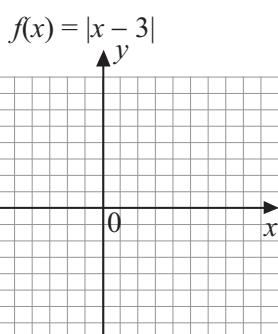
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- $y = |x|$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə, $y = 2|x|$, $y = |x + 2|$ və $y = -|x + 2|$ funksiyalarının qrafikini qurur.

Modullu funksiyaların qrafiklərini qurun



İşçi vərəq № 8

Adı _____ Soyadı _____

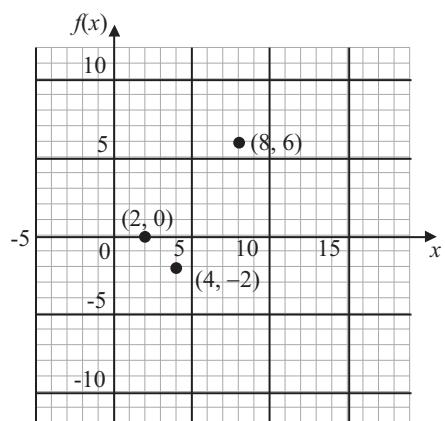
Tarix _____



- Kvadratik funksiyanın qrafikini $y = x^2$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə qurur;

1. Hansı funksiya kvadratik funksiya deyil?
 - $f(x) = 2(x + 1)^2 - 7$
 - $f(x) = (x - 3)(2x + 5)$
 - $f(x) = 5x^2 - 20$
 - $f(x) = 3(x - 9) + 6$
2. $y = -6(x - 6)^2 + 6$ funksiyasının qiymətlər çoxluğununu tapın.
 - $(-\infty; 6]$
 - $[6; +\infty)$
 - $(-\infty; -6]$
 - $[-6; +\infty)$
3. Qrafikə uyğun kvadratik funksiya hansıdır?
 - $y = (x + 4)^2 + 4$
 - $y = (x - 4)^2 + 4$
 - $y = (x + 4)^2 - 4$
 - $y = (x - 4)^2 - 4$
4. $y = x^2 - 4x - 5$ funksiyası hansı kvadratik funksiyaya ekvivalentdir?
 - $y = (x - 2)^2 - 1$
 - $y = (x - 2)^2 - 9$
 - $y = (x - 1)^2 - 4$
 - $y = (x - 1)^2 - 6$
5. Funksiyaya uyğun qrafiki seçin.

$$y = 1 + ax^2 \text{ və } a < 0$$
 -
 -
 -
 -
6. a və n -nün hansı qiymətlərində $y = a(x - m)^2 + n$ funksiyasının absis oxu ilə ortaqlı nöqtəsi yoxdur?
 - $a > 0$ və $n > 0$
 - $a < 0$ və $n > 0$
 - $a > 0$ və $n = 0$
 - $a < 0$ və $n = 0$
7. $(4; -2)$ nöqtəsi kvadratik funksiyanın təpə nöqtəsidir. $(8; 6)$ və $(2; 0)$ nöqtələri də funksiyanın qrafiki üzərindədir. Bu funksiyanın qrafiki üzərində olan daha iki nöqtənin koordinatlarını yazmaqla funksiyanın qrafikini tamamlayın.



3-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

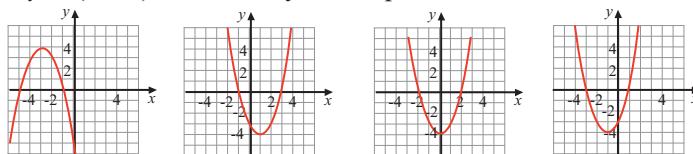
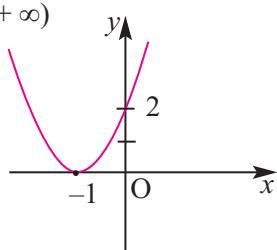
Nö	Meyarlar	Qeydlər
1	Kvadratik funksiyanın qrafikini qiymətlər cədvəli tərtib etməklə qurur.	
2	Kvadratik funksiyanın qrafikini $y = x^2$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə qurur.	
3	Kvadratik funksiyanın qrafikini $y = a(x - m)^2 + n$ və $y = a(x - p)(x - q)$ ifadə formalarına görə qurur.	
4	Funksiyanın sıfırlarını müəyyən edir.	
5	Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələlər həll edir.	
6	Kvadratik funksiyanın ümumi $y = ax^2 + bx + c$ şəklinə uyğun qrafik qurur və araşdırır.	
7	$y = x $ funksiyasının qrafikini qurur.	
8	$y = a x - m + n$ şəklində funksiyaların qrafikini qurur.	
9	$y = x^3$ funksiyasının qrafikini qurur.	

Dərs 49. 3-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

- $y = 2x^2 + 6x - 3$ parabolası A (1; b) nöqtəsindən keçirsə, b-ni tapın.
- $f(x) = x^2 + px + q$ funksiyası üçün $f(1) = -1$ olarsa, $p + q$ cəmini tapın.
A) -2 B) 2 C) 0 D) 1
- $y = x^2 - 4x + 6$ funksiyasının qiymətlər çoxluğununu tapın.
A) $[0 ; +\infty)$ B) $[2 ; +\infty)$ C) $[1 ; +\infty)$ D) $[6 ; +\infty)$
- Şəkildə verilmiş parabolanın tənliyi hansıdır ?

- A) $y = (x + 1)^2 + 2$ B) $y = (x + 1)(x - 2)$
 C) $y = (x + 1)^2$ D) $y = 2(x + 1)^2$

- Hansı $y = (x - 1)^2 - 4$ funksiyasının qrafikidir.



- A (2; 3) nöqtəsi $y = x^2 + 2x + c$ parabolasının üzərindədir. Bu parabolanın təpə nöqtəsini göstərin.
A) (-1; 6) B) (2; 4) C) (-1; -6) D) (-2; 3)

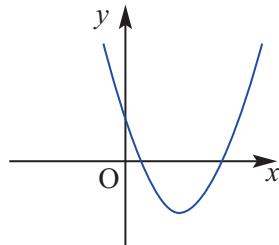
7. $y = -x^2 + bx + 6$ parabolasının təpə nöqtəsinin absisi 2 olarsa, b -ni tapın.

- A) -4 B) 4 C) 2 D) -2

8. $y = (x - 2)(x + 3)$ parabolası Oy oxunu hansı nöqtədə kəsir?

9. $y = |x - 1|$ funksiyasının qrafikini qurun.

10. Şəkildə verilmiş $y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının qrafikinə görə a , b , c əmsallarının işarələrini müəyyən edin.



11. $v_0 = 24$ m/san başlanğıc sürətlə yuxarı atılmış topun yer səthindən h (m-lə) məsafəsinin t (san) uçuş müddətindən asılılığı $h = 24t - 5t^2$ düsturu ilə verilmişdir.

- a) topun qalxdığı ən yüksək hündürlüyü tapın;
b) atıldıqdan neçə saniyə sonra top yerə düşəcəkdir?

12. Uyğunluğu müəyyən edin.

- 1) $y = x^2 + 4$ A) $\text{ƏKQ} = 4$
2) $y = 4 - x^2$ B) $\text{ƏBQ} = 4$
3) $y = (x - 1)^2 + 2$ C) $\text{ƏKQ} = 2$
D) ƏKQ -ni $x = 1$ olduqdə alır.

13. c -nin hansı qiymətində $y = x^2 - 2x + c$ funksiyasının ən kiçik qiyməti 5-ə bərabərdir?

14. Parabolanın koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri verilib: (-1; 0), (3; 0), (0; -3)
Bu parabolanın təpə nöqtəsini tapın.

15. $y = x^2$ parabolasını üfüqi istiqamətdə 2 vahid sağa, şaquli istiqamətdə 3 vahid aşağı sürüsdürdükdə hansı kvadratik funksiyanın qrafiki alınar?

16. Tərəfləri 3 sm və 5 sm olan düzbucaqlı verilmişdir. Böyük tərəfi a sm azaldıb, kiçik tərəfi a sm artırısaq, a -nın hansı qiymətində alınmış düzbucaqlının sahəsi ən böyük olar?

17. $y = x^3$ və $y = 2 - x$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat məstəvisində qurun, kəsişmə nöqtəsini göstərin.

18. Fermer bir tərəfi çayın sahil xətti olmaqla düzbucaqlı şəklində əkin sahəsini hasarlamalıdır. O, 80 m uzunluqda hasar materialını bu düzbucaqlının qalan üç tərəfinə işlətməklə ən böyük sahəni əhatə etmək istəyir. Əkin sahəsi hansı ölçülərdə olmalıdır?

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
3.1.3 Çevrəyə toxunanın və kəsənin xassələrini tətbiq edir.	50- 53	İki nöqtə arasındaki məsafə düsturu	4	77-81
3.2.3 Verilmiş iki nöqtə arasındaki məsafə düsturunu bilir, mərkəzinin koordinatlarına və radiusuna görə çəvrənin tənliyini yazır.	54-58	Çevrənin tənliyi	5	82-89
4.2.1 Praktik ölçmələrdə alınan nəticələrin həqiqətə uyğunluğunu yoxlayır.	59-60	Dairə sektoru və seqmentinin sahəsi	2	90-91
	61-62	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	92-93
	63	4-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	14	

Dərs planı nümunəsi**Çevrənin tənliyi 1-ci saat. Dərslik səh. 82-83**

Məzmun standartı. 3.2.3. Verilmiş iki nöqtə arasındaki məsafə düsturunu bilir, mərkəzinin koordinatlarına və radiusuna görə çəvrənin tənliyini yazır.

Formalaşdırılması nəzərdə tutulan şagird bacarıqları. Şagird:

- mərkəz nöqtəsinin koordinatlarına və radiusa görə çəvrənin tənliyini yazır;
- mərkəz nöqtəsi və çəvrə üzərindəki nöqtəyə görə çəvrənin tənliyini yazır;
- diametrin uc nöqtələrinin koordinatlarına görə çəvrənin tənliyini yazır;
- çəvrənin tənliyinə görə çəvrəni qurur;
- verilən tənliyi çəvrənin $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ tənliyi şəklinə gətirir;

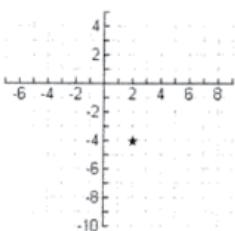
Motivasiya. Siz düz xəttin $y = kx + b$ şəklində verilmiş tənliyinə görə onun qrafikini qurmaq üçün hansı nöqtələrdən istifadə edirsiniz? Şagirdlərin fikirləri dinlənilir. İki nöqtənin, məsələn, Ox və Oy oxları ilə kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını müəyyən etməklə istənilən düz xətti qurmaq olar.

Bəs, sizcə, koordinat məstəvisində hansı nöqtələr verilərsə, istənilən çəvrəni qurmaq mümkün olar? Fikirlər dinlənilir. Müzikirərlə “çəvrənin mərkəz nöqtəsinin koordinatları və çəvrə üzərindəki hər hansı nöqtənin koordinatları məlum olarsa, çəvrəni qurmaq mümkünürümü fikri” şagirdlərlə birlikdə araşdırılır. **3-4 dəq**

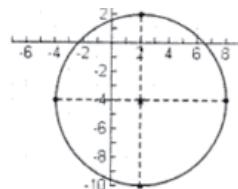
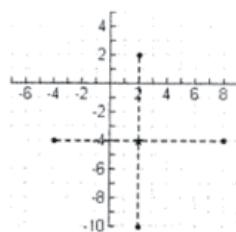
Öyrənmə. $(0; 0)$ və hər hansı $(x; y)$ nöqtəsinə görə iki nöqtə arasındaki məsafə düsturunu tətbiq etməklə çəvrənin radiusunu tapma qaydası şagirdlərlə birlikdə müzakirələr müraciyyən edilir. Mərkəzi koordinat başlanğıcında olan çəvrənin tənliyi $x^2 + y^2 = r^2$ kimi müraciyyən edilir. Mərkəzi koordinat başlanğıcında olan çəvrəni qurma qaydası Nümunə 1-də göstərilmişdir. Başlanğıçı koordinat başlanğıcında olmayan çəvrəni qurma bacarıqları aşağıdakı nümunə üzərində yerinə yetirilə bilər.

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ tənliyi ilə verilmiş çəvrənin mərkəzinin koordinatlarını və radiusunu tapma və çəvrəni qurma bacarıqlarına diqqət edilir. **Nümunə.** $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 36$. **Müzakirə:** $(x - 2)$ yazılışından mərkəz nöqtəsinin absisinin **müsbat** 2 olduğu, $(y + 4)$ yazılışından isə mərkəz nöqtəsinin ordinatının **mənfi** 4 olduğu alınır. Koordinatların işarəsində şagirdlərin səhv etmə ehtimalı çoxdur və bu məqama diqqət edilməsi tövsiyə edilir. Bir neçə nümunə üzərində şagirdlərin cavabları yoxlanılır.

Mərkəz nöqtəsi qeyd edilir.



Mərkəz nöqtəsindən $\sqrt{36} = 6$ vahid qədər sağa, sola, yuxarı və aşağı olmaqla 4 nöqtə qeyd edilir.



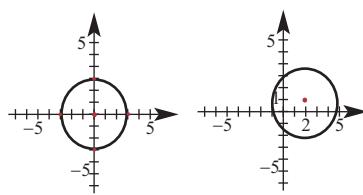
Bu nümunəni hər bir şagirdin dəftərində yerinə yetirməsi tövsiyə edilir. Müşahidə altında olan şagirdlərə diqqət edilir. **7-8 dəq**

D.1, D.2, D.3, D.4, D.5, D.6 tapşırıqlarının hər birindən bir bənd olmaqla sinifdə fərdi iş olaraq ümumsinif müzakirələri ilə yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Qalan bəndlər ev tapşırığı kimi verilə bilər. **6-7 dəq**

D.10. tapşırığının müzakirəsi. a) bəndini yerinə yetirmək üçün hansı düsturlardan istifadə edilə bilər? Başqa sözlə, diametrin uc nöqtələrinin koordinatları məlum olduqda biz çəvrənin tənliyini necə yaza bilərik? Fikirlər dinlənilir. Şagirdlər:

- parçanın orta nöqtəsinin koordinatları düsturundan istifadə etməklə çəvrənin mərkəzinin koordinatlarını $(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2})$
- iki nöqtə arasındakı məsafə düsturundan istifadə etməklə radiusu tapmağın mümkün olduğunu aşkar edirlər. $r = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
- hər hansı nöqtənin bu çəvrənin üzərində olması şərtinə (radius məlumdur) və koordinatına görə $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ düsturundan istifadə etməklə tələb olunan tənliyi yazmaq olar. **6-7 dəq**

Diferensial yanaşma. Zəif şagirdlər. Dərs zamanı müşahidə altında olan zəif şagirdlər diqqət mərkəzində saxlanılır və əlavə suallar yönəldilir. Məsələn, şəkildə verilmiş iki çəvrənin radiusları bərabərdir, lakin mərkəz nöqtələrinin koordinatları müxtəlidir. Bu çəvrələrin tənliklərini dəyişdirirmi?



Qruplarla iş. Şagirdlər qruplara bölündür. Hər bir qrup üzvünə aşağıdakı kimi tənliklər və tənliklərin təsnifatı cədvəli verilir. Hər sütunda bir xana boş qalır ki, bu xanaya uyğun tənliyi özləri fikirləşib yazmalıdır (12 tənlik verilir, 16 xana var).

Tənliklər

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ | 2. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 - 100 = 0$ |
| 3. $x^2 + (y + 1)^2 = 25$ | 4. $(y - 1)^2 + (x - 2)^2 = 5$ |
| 5. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$ | 6. $x^2 + (y + 1)^2 = 100$ |
| 7. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + 15 = 25$ | 8. $(x - 2)^2 + (1 + y)^2 = 100$ |
| 9. $(y + 1)^2 + x^2 = 10$ | 10. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 10$ |
| 11. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + 4 = 9$ | 12. $(y + 1)^2 + (x - 2)^2 = 25$ |

	Mərkəz (2; 1)	Mərkəz (2; -1)	Mərkəz (0; -1)	Mərkəz (_; _)
Radius $\sqrt{5}$				
Radius $\sqrt{10}$				
Radius 5				
Radius 10				

Qruplarla iş zamanı qrup üzvləri və qruplararası informasiya mübadiləsinin aparılmasına diqqət yetirilir. Proyektorla aşağıdakı məzmunda informasiya göstərilə bilər.

İnformasiya mübadiləsi haqqında

- cavablarını öz qrupundakı yoldaşlarının cavabları ilə müqayisə et;
- fərqlilik varsa, öz həllini izah et, yoldaşının həll izahına qulaq as;
- işini digər qruplardakı şagirdlərdən birinin işi ilə müqayisə et;
- fərqlilik varsa, müzakirə edin.

Qiymətləndirmə. Dərs boyu müşahidə yolu ilə formativ qiymətləndirmə aparılır. İşçi vərəq N1 öyrənmə səviyyəsini formativ qiymətləndirmək üçün istifadə edilə bilər. 83-cü səhifədə verilmiş qalan tapşırıqlar ev tapşırığı kimi verilə bilər.



Məzmun standartı

3.1.3. Çevrəyə toxunanın və kəsənin xassələrini tətbiq edir.

3.2.3. Verilmiş iki nöqtə arasındakı məsafə dəsturunu bilir, mərkəzinin koordinatlarına və radiusuna görə çevrənin tənliyini yazar.

4.2.1. Praktik ölçmələrdə alınan nəticələrin həqiqətə uyğunluğunu yoxlayır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- birölçülü (*ədəd oxu*) və ikiölçülü koordinat sistemlərində iki nöqtə arasındakı məsafəni hesablayır;
- parçanın orta nöqtəsini verilən koordinatlara görə tapır;
- iki nöqtə arasındakı məsafəni tapmağa aid məsələləri həll edir;
- müxtəlif məlumatlar əsasında çevrənin tənliyini müəyyən edir;
- çevrənin tənliyinin tətbiqi ilə məsələlər həll edir;
- müəyyən miqyasla çəkilmiş plan üzrə hesablamalar aparır, ölçüləri bu miqyasla uyğun real həyatdakı ölçülərlə uyğunlaşdırır;
- Çevrənin mərkəzinin tapılmasına aid real hayatı situasiya məsələləri həll edir;
- Dairə sektorunun və seqmentinin sahəsini hesablayır.



Riyazi lügət

- iki nöqtə arasındakı məsafə
- parçanın orta nöqtəsi
- parçanın orta perpendikulyarı
- çevrənin tənliyi
- dairə sektoru
- dairə seqmenti



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər
Internet ünvanları

Dərs 50-53. Dərslik səh. 77-81.

İki nöqtə arasındaki məsafə düsturu. 4 saat



- birölçülü (*ədəd oxu*) və ikiölçülü koordinat sistemlərində iki nöqtə arasındaki məsafəni hesablayır;
- parçanın orta nöqtəsini verilən koordinatlara görə tapır;
- iki nöqtə arasındaki məsafəni tapmağa aid məsələləri həll edir.

Şagirdlər parçanın orta nöqtəsini həm birölçülü, həm də ikiölçülü koordinat sistemində tapmağı artıq öyrənmişlər. Burada iki nöqtə arasındaki məsafəni tapma tapşırıqlarında tətbiqi üçün bir daha nəzərdən keçirilmişdir.

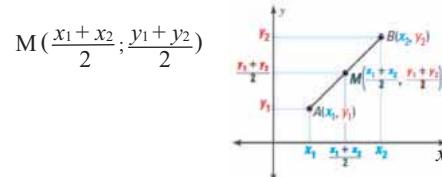
Parçanın orta nöqtəsi



M nöqtəsi AB parçasını iki konqruent parçaya ayırrı: $AM \cong MB$, deməli,
 $AM = MB$

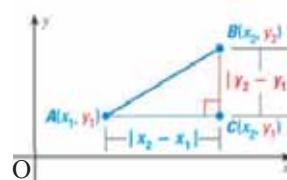
CD parçası AB parçasını yarıya bölən düz xətdir.

$AM \cong MB$, deməli, $AM = MB$



İki nöqtə arasındaki məsafə düsturu

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



! Sağirdlərlə birlikdə müzakirələrlə istifadə edilən düsturlar yazılır, şəkillər çəkilir. Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir. Bir çox tapşırıqlar real həyatı situasiyani əhatə etməklə müəyyən nöqtədən istiqamət və məsafə qeyd olunduğu məlumatları əhatə edir. Bu tapşırıqlar şagirdin fəza təsəvvürlərini formalasdırma baxımından əhəmiyyətlidir. İki nöqtə arasındakı məsafə düsturlarının tətbiqi ilə həll edilən tapşırıqları yerinə yetirərkən aşağıdakı bacarıqlara diqqət edilir.

- Nöqtələr koordinat müstəvisində yerləşdirilir, məsafə damaların sayına görə təxmin edilir. Sonra isə düsturun köməyi ilə hesablanılır. Nöticələr müqayisə edilir.
- Hesablama zamanı tam kvadrat olmayan ədədlərdən istifadə edildikdə hesablamanın hansı dəqiqliklə aparıldığı əvvəlcədən elan edilir.
- İki nöqtə arasındakı məsafə düsturunun tətbiqi ilə planlar üzərində müəyyən miqyasla aparılan tapşırıqların yerinə yetirilməsinə diqqət edilir.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.5.2) Həlli. RT parçasının T ucunun koordinatları $(x ; y)$ olarsa, parçanın orta nöqtəsinin koordinatları düsturuna görə

$$\begin{cases} x_S = \frac{x_R + x_T}{2} \\ y_S = \frac{y_R + y_T}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} -1 = \frac{2+x}{2} \\ 2 = \frac{6+y}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases}$$

R $(2 ; 6)$ və T $(-4 ; -2)$ nöqtələri arasındaki məsafəni hesablamaqla RT parçasının uzunluğunu tapaq: $RT = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (-2 - 6)^2} = 10$

D.7. Həlli. AB parçasının orta nöqtəsinin koordinatlarını tapaq:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4+10}{2} = 7$$

$$CM \text{ parçasının uzunluğu: } CM = \sqrt{(7-3)^2 + (4-7)^2} = 5$$

D.12. Həlli. a) A $(1 ; 2)$, B $(2 ; 3)$, C $(5 ; 0)$

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(5-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{18}$$

$$AC = \sqrt{(5-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{18})^2 = (\sqrt{20})^2$$

olduğundan $AB^2 + BC^2 = AC^2$ bərabərliyinə və Pifaqor teoreminin tərsi olan teoremə görə hökm etmək olar ki, $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır.

D.21. Kiçik layihə işi ümumiləşdirici tapşırıq olaraq şagirdin düz xəttin tənliyi, bucaq əmsali, perpendikulyar düz xətlərin bucaq əmsalına görə müəyyən edilməsi, çevrənin mərkəzinin müəyyən edilməsi kimi çox geniş riyazi biliklərin tətbiqini tələb edir.

Şagirdlərin riyazi lügəti tərtib etmələri onlarda məlumatı müəyyənetmə, sistemləşdirmə, təqdimetmə kimi koqnitiv bacarıqların formalasmasına xidmət edir. Əvvəlcə bu lügətin siyahısı tərtib edilir. Bu siyahını çevrənin elementləri- radius, mərkəz, diametr kimi sadə anlayışlarla yanaşı, istifadə edilmiş teoremləri də yazıqla genişləndirilməsi tövsiyə edilir. Lügətin tərtib edilməsi üçün GOOGLE-da “MATH Glossary”, “MATH DEFINITION and EXAMPLE” kimi açar sözləri axtarış verməklə weblinklər seçmək olar. Bu tapşırıqlar şagirdin ingilis dili söz ehtiyatını artırmaqla bu mənbələrlə işləmə bacarıqlarını inkişaf etdirir. Nümunə üçün bir neçə link qeyd

edilmişdir. <http://www.glencoe.com/apps/eGlossary612/landing.php>

<http://www.mathwords.com/d.htm>

http://www.ditutor.com/math_dictionary.html

1. Boşqab parçası koordinat sistemində yerləşdirilir və dairəvi hissənin üzərində üç nöqtə (A , O , B nöqtələri) qeyd edilir.

2. Çevrənin diametri müəyyən edilir.

Bunun üçün çevrənin mərkəzinin koordinatları müəyyən edilməlidir:

a) AO və OB parçalarının orta perpendikulyarı çəkilir.

b) Orta perpendikulyarların tənlikləri müəyyən edilir.

♦ OA parçasının orta perpendikulyarının tənliyi:

• M orta nöqtənin koordinatları:

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{-4+0}{2}; \frac{2+0}{2}\right) = (-2; 1)$$

• AO parçasını saxlayan düz xəttin k bucaq əmsalı müəyyən edilir.

$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{0 - (-4)} = -\frac{1}{2}$ Orta perpendikulyar bu düz xətlə qarşılıqlı perpendikulyar olduğundan onun bucaq əmsalı $k = 2$ olacaq.

• Düz xəttin tənliyi $y - 1 = 2(x - (-2))$; $y = 2x + 5$

♦ OB orta perpendikulyarının tənliyi:

• N orta nöqtənin koordinatları:

$$N\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{4+0}{2}; \frac{1+0}{2}\right) = (2; \frac{1}{2})$$

• OB -dən keçən düz xəttin k bucaq əmsalı müəyyən edilir.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{0 - 4} = \frac{1}{4}$$

Orta perpendikulyarı saxlayan düz xəttin bucaq əmsalı $k = -4$ olacaq.

• düz xəttin tənliyi $y - \frac{1}{2} = -4(x - 2)$; $y = -4x + 8,5$

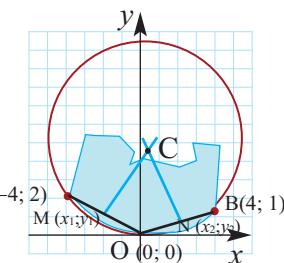
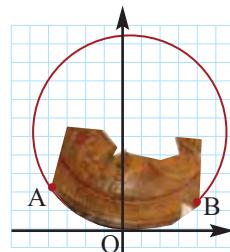
$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -4x + 8,5 \end{cases}$ Çevrənin mərkəzi hər iki düz xəttin üzərindədir. Deməli, tənliklər sisteminin həlli bu çevrənin mərkəzinin koordinatlarıdır:

$$x = \frac{7}{12}; y = \frac{37}{6} \text{ C } \left(\frac{7}{12}; \frac{37}{6}\right)$$

♦ C nöqtəsindən qeyd edilmiş nöqtələrin hər birinə qədər olan məsafə bu çevrənin radiusudur.

$$\sqrt{\left(0 - \frac{7}{12}\right)^2 + \left(0 - \frac{37}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{5525}{144}} \approx 6,2 \text{ (sm)}$$

Boşqabın diametri təxminən 12 sm-dir.



İşçi vərəq № 1

Adı _____

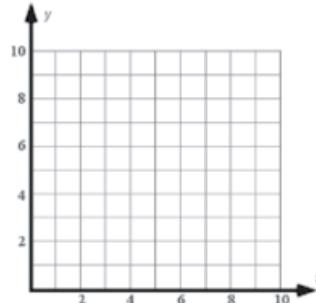
Soyadı _____

Tarix _____



- Birölcüllü (ədəd oxu) və ikiölcüllü koordinat sistemlərində iki nöqtə arasındakı məsafəni hesablayır

- 1) $(2; 5)$ və $(8; 5)$ nöqtələrini koordinat müstəvisində qeyd edin. Bu nöqtələr arasındaki məsafəni hesablayın.



- 2) Koordinatları verilmiş nöqtələrin düzbucaqlı üçbucağın təpə nöqtələri olub-olmadığını yoxlayın.

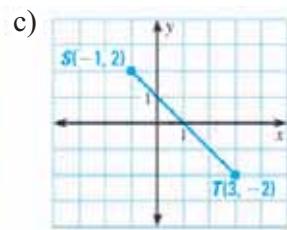
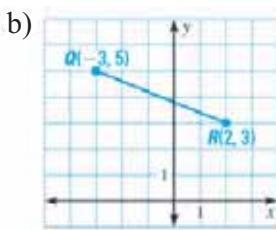
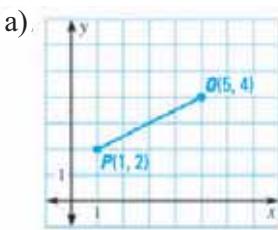
a) $(4; 0), (2; 1), (-1; -5)$

b) $(5; 4), (2; 1), (-3; 2)$

c) $(1; -5), (2; 3), (-3; 4)$

d) $(-1; 1), (-3; 3), (-7; -1)$

- 3) Verilən nöqtələr arasındaki məsafəni və uyğun parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.



- 4) M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. $AM = \frac{x}{4}$ və $AB = \frac{3x}{2} - 1$ olarsa, MB parçasının uzunluğunu tapın.

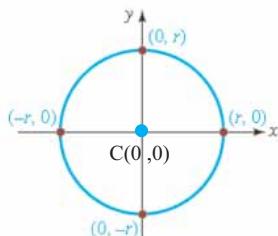
Dərs 54-58. Dərslik səh. 82-89. Çevrənin tənliyi. 5 saat



- Mərkəz nöqtəsinin koordinatlarına və radiusa görə çəvrənin tənliyini yazır;
- mərkəz nöqtəsi və çəvrə üzərindəki nöqtəyə görə çəvrənin tənliyini yazır;
- diametrin uc nöqtələrinin koordinatına görə çəvrənin tənliyini yazır;
- çəvrə üzərində yerləşən üç nöqtənin koordinatlarına görə çəvrənin tənliyini yazır;
- verilən tənliyi çəvrənin $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ tənliyi şəklinə gətirir;
- çəvrənin tənliyinə görə çəvrəni qurur;
- verilən tənliklər sisteminin həllinə görə düz xətt və çəvrənin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edir: düz xətt çəvrənin toxunanıdır, kəsənidir və ya heç biri deyil.

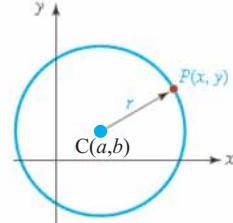
Mərkəzi koordinat başlangıcında olan r radiuslu çəvrənin tənliyi:

$$x^2 + y^2 = r^2$$



Mərkəzi (a, b) nöqtəsində olan r radiuslu çəvrənin tənliyi:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



Dərslikdə verilmiş öyrənmə bloku və tapşırıqlar müzakirələrlə izah edilir, verilən tapşırıqlar yerinə yetirilir.

D.17 tapşırığı real həyatı situasiyanı əhatə edən məsələdir. Məsələnin şərtində verilənlərin və qoyulan problem şagirdlər tərəfindən müstəqil olaraq müəyyən edilir. “Problemi həll etmək üçün hansı fiqurun həndəsi xassəsindən istifadə etmək olar?” kimi suallar ətrafında müzakirələr aparılır.



D.18. b) $x^2 + y^2 = 41$ çəvrəsinə T $(-4; -5)$ nöqtəsində çəkilmiş toxunanın tənliyini yazın.

Həlli: 1) Çəvrənin mərkəzi O $(0; 0)$ nöqtəsindədir. OT radiusunun üzərində saxlayan düz xəttin bucaq əmsalı $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 0}{-4 - 0} = \frac{5}{4}$

Toxunan, toxunma nöqtəsinə çəkilmiş radiusa perpendikulyar olduğundan, toxunanın bucaq əmsalı $k \cdot \frac{5}{4} = -1$ münasibətdən tapılır: $k = -\frac{4}{5}$

Bucaq əmsalı $k = -\frac{4}{5}$ olan və T $(-4; -5)$ nöqtəsindən keçən düz xəttin tənliyini yazaq.

$$y - (-5) = -\frac{4}{5} (x - (-4)), \quad y = -\frac{4}{5} x - \frac{41}{5}$$

Cavab: Çərvəyə verilmiş nöqtədə çəkilmiş toxunanın tənliyi: $y = -\frac{4}{5} x - \frac{41}{5}$

D.19. Həlli. a) $x^2 + y^2 = 36$ çevrəsi ilə $y = 6$ düz xəttinin ortaqlığı nöqtələrinin sayını tapmaq üçün $x^2 + y^2 = 36$ tənliyində $y = 6$ yazaq. Buradan $x = 0$ tapılır, yəni verilmiş çevrənin düz xətlə bir ortaqlığı nöqtəsi var: $(0; 6)$. Düz xətlə çevrənin bir ortaqlığı nöqtəsi olduğundan $y = 6$ düz xətti $x^2 + y^2 = 36$ çevrəsinə toxunandır.

D.21. Həlli. b) Diametrin uc nöqtələri $(a; b)$ və $(c; d)$ olan çevrənin tənliyini yazaq.
1) Çevrənin mərkəzinin koordinatları:

$$x_m = \frac{a+c}{2}; \quad y_m = \frac{b+d}{2}; \quad M \left(\frac{a+c}{2}; \frac{b+d}{2} \right)$$

2) Çevrənin radiusunu tapaq.

$$R = \sqrt{(a - \frac{a+c}{2})^2 + (b - \frac{b+d}{2})^2} = \sqrt{(\frac{a-c}{2})^2 + (\frac{b-d}{2})^2} = \sqrt{\frac{(a-c)^2 + (b-d)^2}{4}}$$

$$3) \text{Çevrənin tənliyi: } (x - \frac{a+c}{2})^2 + (y - \frac{b+d}{2})^2 = \frac{(a-c)^2 + (b-d)^2}{4}$$

4) Tənliyi aşağıdakı şəkildə yazaq :

$$(x - \frac{a+c}{2})^2 - (\frac{a-c}{2})^2 + (y - \frac{b+d}{2})^2 - (\frac{b-d}{2})^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{a+c}{2} + \frac{a-c}{2} \right) \left(x - \frac{a+c}{2} - \frac{a-c}{2} \right) + \left(y - \frac{b+d}{2} + \frac{b-d}{2} \right) \left(y - \frac{b+d}{2} - \frac{b-d}{2} \right) = 0$$

Sadələşdirmədən sonra $(x - c)(x - a) + (y - d)(y - b) = 0$ alırıq.

Mövzuya ayrılmış 4-5-ci dərs saatlarında səh. 79- da verilmiş praktik məşğələ yerinə yetirilir. 8- ci sinifdən məlum olan bucağın sinusu, kosinusu anlayışları kor bucaq üçün genişləndirilir, qonşu bucaqların sinuslarının bərabərliyi, kosinuslarının isə əks ədədlər olması diqqətə çatdırılır.

D.22. tapşırığının hər bir şagird tərəfindən yerinə yetirilməsi izlənilir.

D.27.2 Həlli: a) $y = \sqrt{3} \cdot x + 1$. Burada $k = \sqrt{3}$ və $\tan \theta = \sqrt{3}$ olduğuna görə $\theta = 60^\circ$ olur. Yəni $y = \sqrt{3} \cdot x + 1$ düz xətti yuxarı yarımmüstəvidə absis oxunun müsbət istiqaməti ilə 60° -li bucaq əmələ gətirir.

D.32. Həlli: ΔABC -də A təpəsindən hündürlük çəkək: $AK \perp CK$.

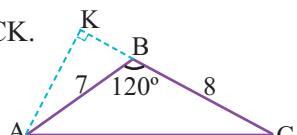
$\angle BAK = 30^\circ$ olduğundan $KB = \frac{AB}{2} = \frac{7}{2}$ olur. Onda

$KC = KB + BC = \frac{7}{2} + 8 = \frac{23}{2}$. Pifagor teoremini tətbiq

edərək ΔABK -dan $AK = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ tapılır. ΔAKC -dən Pifagor teoreminə

görə: $AC^2 = KC^2 + AK^2 = \left(\frac{23}{2}\right)^2 + \left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{529}{4} + \frac{147}{4} = 169$

Buradan $AC = 13$. ΔAKC -dən iti bucağın sinusunun tərifinə görə $\sin C = \frac{AK}{AC} = \frac{7\sqrt{3}}{26}$



İşçi vərəq № 2

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____



- Mərkəz nöqtəsinin koordinatına və radiusa görə çevrənin tənliyini yazır.
- Mərkəz nöqtəsi və çevrə üzərindəki nöqtəyə görə çevrənin tənliyini yazır.

1) Tənliklərinə görə çəvrələrin mərkəzini və radiusunu müəyyən edin.

- a) $x^2 + y^2 = 36$
b) $(x - 2)^2 + (y - 7)^2 = 49$
c) $(x + 1)^2 + (y + 6)^2 = 16$
d) $(x + 3)^2 + (y - 11)^2 = 12$

2) Verilən məlumatlar əsasında çevrənin tənliyini yazın.

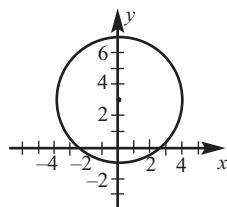
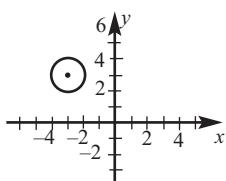
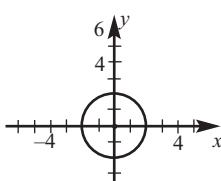
a) Mərkəz: $(13; -13)$, radius: 4

b) Mərkəz: $(-1; -5)$, radius: $\sqrt{5}$

c) Mərkəzi: $(-2; -3)$, çəvrənin üzərində olan
nöqtənin koordinatı $(6; 4)$

d) Mərkəzi: $(2; -5)$, çəvrənin üzərində olan
nöqtənin koordinatı: $(-7; -1)$

3) Çəvrələrin tənliyini yazın.



İşçi vərəq № 3

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____



- Verilən tənliyi çevrənin $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ tənliyi şəklində göstərir.

1) Çevrələrin tənliyini $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ şəkildə yazın. Mərkəzini və radiusunu qeyd edin.

a) $x^2 + y^2 + 16x + 40y - 25 = 0$

Mərkəzi _____ Radius _____

b) $x^2 - 8x + y^2 = 33$

Mərkəzi _____ Radius _____

c) $x^2 + y^2 + 14x - 12y + 4 = 0$

Mərkəzi _____ Radius _____

d) $y^2 + 2x + x^2 = 24y - 120$

Mərkəzi _____ Radius _____

2) Çevrənin yeni vəziyyətinə uyğun tənliyini $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ şəklində yazın.

a) $x^2 + y^2 + 14x + 12y + 76 = 0$

2 vahid sağa, 4 vahid aşağı sürüsdürülmüşdür.

b) $x^2 + y^2 - 10x + 20y + 61 = 0$

1 vahid sola, 3 vahid aşağı sürüsdürülmüşdür.

c) $x^2 + y^2 + 14x - 8y + 29 = 0$

3 vahid yuxarı sürüsdürülmüşdür.

d) $4y + y^2 = -28x - x^2 - 191$

4 vahid aşağı sürüsdürülmüşdür.

İşçi vərəq № 4

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____



- Diametrin uc nöqtələrinin koordinatına görə çevrənin tənliyini yazır.
- Çevrə üzərində yerləşən üç nöqtənin koordinatlarına görə çevrənin tənliyini yazır.

Aşağıda verilən məlumatlara görə çevrələrin tənliklərini yazın.

a) Diametrinin uc nöqtələri $(18; -13)$ və $(4; -3)$

b) Diametrinin uc nöqtələri $(7; 7)$ və $(12; 9)$

c) Mərkəz: $(10, -14)$

Çevrənin toxunanının tənliyi: $x = 13$

d) Mərkəz: $(-2; 12)$

Çevrənin toxunanının tənliyi: $x = -5$

e) Çevrə üzərində yerləşən üç nöqtə:

P $(-1; -2)$, Q $(3; 6)$ və R $(11; -2)$

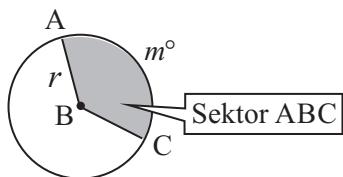
f) Çevrə üzərində yerləşən üç nöqtə:

A $(-4; 1)$, B $(4; 9)$ və C $(14; 1)$

Dərs 59- 62. Dərslik səh. 90-93 Dairə sektoru və seqmentinin sahəsi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat

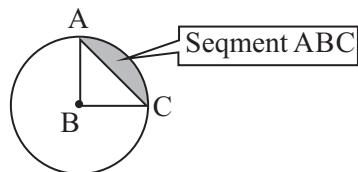


• Dairə sektorunun və seqmentinin sahəsini hesablayır



Sektorun sahəsi:

$$S_{ABC} = \frac{m}{360} \pi r^2$$



Seqmentin sahəsi:

$$S_{seqmentABC} = S_{sektorABC} - S_{\Delta ABC}$$

Qeyd edilməlidir ki, vətər dairəni iki seqmentə ayırrı. Böyük qövsə uyğun seqmentin sahəsini hesablayarkən uyğun sektorun sahəsinə ΔABC -nin sahəsi əlavə edilməlidir. Sektor və seqmentin sahəsini hesablama məsələlərinin çətinlik dərəcəsi bir qədər yüksəkdir. Məsələlər şəkil üzərində tələb olunan sahəni rəngləməklə verilmişdir. Rənglənmiş sahənin, tapılması mümkün olan hansı sahələrdən istifadə etməklə hesablaşdırılmasına aid şəfahi müzakirələrin aparılması tövsiyə edilir.



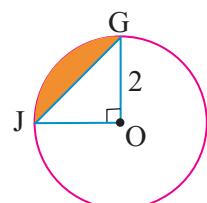
Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.2. a) Həlli. 1) Şəkildəki sektorun sahəsi dairənin sahəsinin $\frac{1}{4}$ -nə bərabərdir.

$$S_{sektor} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 = \pi$$

$$2) \quad S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$

$$3) \quad S_{seqment} = S_{sektor} - S_{\Delta} = \pi - 2$$



D.7 a) Həlli. Şəkildəki rənglənmiş hissənin sahəsi

$$S = S_{sektor} + S_{\Delta GHJ}$$

düsturu ilə tapılır. Verilənlərə görə sektorun sahəsi bütöv dairənin sahəsinin $\frac{3}{4}$ hissəsini təşkil edir.

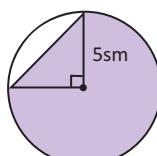
$$S_{sektor} = \frac{3}{4} \pi \cdot 5^2 = \frac{75}{4} \pi$$

ΔGHJ düzbucaqlı üçbucaqdır:

$$S_{\Delta GHJ} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2} = 12,5$$

Rənglənmiş hissənin sahəsi:

$$S' = \frac{75\pi + 50}{4} \approx 71,4 \text{ (sm}^2\text{)}$$



İşçi vərəq № 5

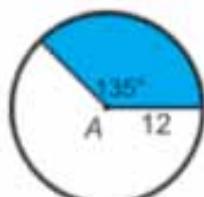
Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____

Mərkəzi A olan dairədə rənglənmiş hissənin sahəsini tapın.

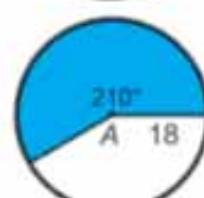
a)



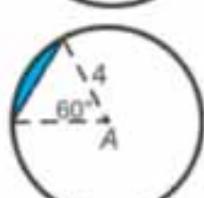
b)



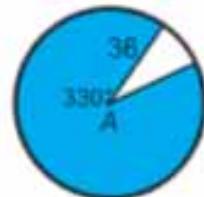
c)



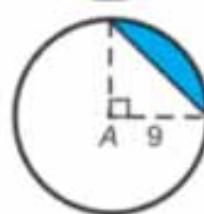
d)



e)



f)





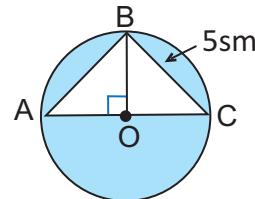
Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.7b. Həlli. Şəkildə göstərildiyi kimi işarələmələr aparaq. ΔABC düzbucaqlı üçbucaqdır.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5$$

$$\Delta BOC-\dən r^2 + r^2 = 5^2, r^2 = 12,5$$

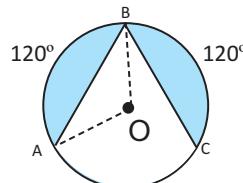
olduğundan,
dairenin sahəsi $S_d = 12,5\pi$, rəngli sahə $S = 12,5\pi - 12,5$ (sm^2)
olar.



D.8. Həlli. Şərtə görə çevrənin uzunluğu $C = 12\pi$ mm
olduğundan,

$$2\pi r = 12\pi, r = 6 \text{ mm}$$

tapılır. Ştrixlənmiş seqmentlərdən birinin sahəsini tapaq.



$$S = \frac{1}{3} S_{\text{dairə}} - S_{\Delta AOB} = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 120^\circ = 12\pi - 9\sqrt{3}$$

$$\text{Ştrixlənmiş sahə: } S = 2 \cdot (12\pi - 9\sqrt{3}) \approx 44,22 \text{ (mm}^2\text{)}$$

D.12. (səh. 93) Həlli. Şəkildəki kimi işarələmələr aparaq.

90°-li bucaq 360° -nin $\frac{1}{4}$ -i olduğunu nəzərə alaq.

$$S_1 + S = \frac{1}{4} \pi \cdot 4^2 = 4\pi$$

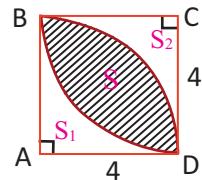
$$S + S_2 = \frac{1}{4} \pi \cdot 4^2 = 4\pi$$

Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplayaq.

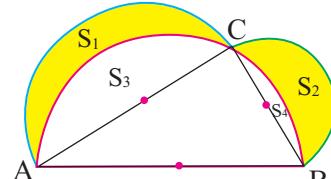
$$S + S_1 + S_2 + S = 8\pi$$

$$\text{Burada } S_1 + S + S_2 = 4^2 = 16 \text{ olduğundan alırıq: } S + 16 = 8\pi; S = 8\pi - 16$$

D.13. (səh. 93) Həlli. Şəkildə göstərildiyi kimi işarələmələr aparaq. Şərtə görə $AC=8$, $BC=6$, olduğundan $AB = 10$ tapılır. S_3 və S_4 sahələrinin cəmini tapmaq üçün hipotenuz üzərində qurulmuş yarımdairənin sahəsindən ΔABC -nin sahəsini çıxmaliyiq:



$$S_3 + S_4 = \frac{1}{2} \pi \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 12,5\pi - 24$$



S_1 -i tapmaq üçün diametri AC olan yarımdairənin sahəsindən S_3 -ü, S_2 -ni tapmaq üçün diametri BC olan yarımdairənin sahəsindən S_4 -ü çıxmaliyiq.

$$\text{Onda alarıq: } S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 4^2 - S_3 + \frac{1}{2} \pi \cdot 3^2 - S_4 = 12,5\pi - (S_3 + S_4) = 24$$

Şagirdlərin diqqəti rənglənmiş sahənin ΔABC -nin sahəsinə bərabər olduğuna yönəldilir. Sinfin səviyyəsindən asılı olaraq məsələni katetləri a və b olan istənilən düzbucaqlı üçbucaq üçün yerinə yetirmək və nəticəni ümumiləşdirmək tövsiyə olunur.

D.14. (səh. 93) Həlli. Bir rəfin sahəsini hesablayaq.

$S = \frac{3}{4}\pi \cdot 40^2 = 1200\pi \text{ sm}^2$. Onda iki rəfi kağızla örtmək üçün 2 dəfə çox, $2400\pi \text{ sm}^2$, yəni təqribən 7540 sm^2 kağız lazım gələr.

4-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nº	Meyarlar	Qeyd
1.	Birölcülü (ədəd oxu) və ikiölçülü koordinat sistemlərində iki nöqtə arasındakı məsafəni hesablayır.	
2.	Parçanın orta nöqtəsini verilən koordinatlara görə tapır.	
3.	İki nöqtə arasındakı məsafəni tapmağa aid məsələləri həll edir.	
4.	Mərkəzi koordinat başlanğıcında olan çəvrənin tənliyini yazır.	
5.	Mərkəzi ixtiyari nöqtədə olan çəvrənin tənliyini yazır.	
6.	Çəvrənin tənliyinin tətbiqi ilə məsələlər həll edir.	
7.	Müəyyən miqyasla çəkilmiş plan üzrə hesablamalar aparır, ölçüləri bu miqyasla uyğun real həyatdakı ölçülərə uyğunlaşdırır.	
8.	Dairə sektorunun və seqmentinin sahəsini hesablayır.	

Dərs 63. 4-cü bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1. Uyğunluğu müəyyən edin .

1) $x^2 + y^2 = 16$

A) diametri 8 vahiddir.

2) $(x - 5)^2 + (y + 4)^2 = 25$

B) mərkəzi $(5; -4)$ nöqtəsindədir.

3) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$

C) mərkəzi $(1; 4)$ nöqtəsindədir.

D) radiusu 3 vahiddir.

2. $x^2 + y^2 - 12x = 0$ tənliyi ilə verilmiş çəvrənin radiusunu tapın.

3. $x + 2y = 0$ düz xətti ilə $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 5$ çəvrəsinin ortaq nöqtəsini tapın.

4. Koordinat başlanğıcından $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 9$ çəvrəsinin mərkəzinə qədər məsafəni tapın.

- 5.** Təpə nöqtələri A (3; 1), B (3; 6), C (-5; 2) olan ΔABC -dən AM medianının uzunluğunu tapın.
- 6.** (1; -6) və B (7; 2) nöqtələri arasındaki məsafəni hesablayın.
- 7.** m -in hansı qiymətlərində A (5; m) və B (3; 4) nöqtələri koordinat başlanğıcından eyni məsafədədir.
- 8.** Şəkildə göstərilənlərə görə rəngli hissələrin sahələrini hesablayın.
O nöqtəsi dairənin mərkəzidir.
-
- 9.** Diametrin ucları A (-2; 8) və B (4; -2) olan dairənin sahəsini hesablayın.
- 10.** A (2; 12) və B (6; 8) nöqtələri diametrin uc nöqtələridir. Çevrənin tənliyini yazın. Çevrənin uzunluğunu hesablayın.
- 11.** Təpə nöqtələri A (3; 4), B (3; -4), C (-2; -4) nöqtələrində yerləşən üçbucağın sahəsini hesablayın.
- 12.** Koordinat başlanğıcından $x^2 - 6x + y^2 - 8y + 9 = 0$ çevrəsinə qədər məsafəni tapın.
- 13.** Radiusu 4 sm olan dairədə sahəsi $6\pi \text{ m}^2$ olan sektora uyğun mərkəzi bucağı tapın.

- 14.** Çevrə (0; 0), (0; 3), (4; 0) nöqtələrindən keçir.
- a) Bu çevrənin tənliyini yazın.
- b) Koordinat oxları ilə I rübdə ayrılmış çevrə qövsünün uzunluğunu π ilə ifadə edin.
- c) Uyğun dairənin koordinat məstəvisi üzərində II və IV rübdə qalan hissələrinin sahələri cəmini π ilə ifadə edin.
-
- 15.** Mərkəzi M(2; 2) nöqtəsində yerləşən çevrə A(4; 4) nöqtəsindən keçir.
- a) Çevrənin tənliyini yazın.
- b) Çevrənin koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini tapın.
- c) Uyğun dairədə 90° -li mərkəzi bucağa uyğun sektorun sahəsini tapın.

- 16.** Zəlzələ episentrindən on çoxu 90 km məsafədə hiss edildi. Yaşadığımız yer zəlzələnin episentrinə nəzərən 60 km şərqdə, 70 km şimalda yerləşirsə, siz bu zəlzələni hiss etmişinizmi?

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
<p>2.1.1. Həyati situasiya-ya uyğun birdəyişənli tənlik və ya ikidəyişənli iki tənliklər sistemi tərtib edir.</p> <p>2.1.2. Verilmiş təklifi birdəyişənli iki xətti bərabərsizliklər sistemi şəklində yazaraq həll edir.</p> <p>2.2.1. Cəbri ifadələr üzərində eynilik çevirmələri aparır.</p> <p>2.2.2. Biri xətti, digəri ikidərəcəli olan ikidəyişənli tənliklər sistemi həll edir.</p>	64-65	Yüksək dərəcəli tənliklər	2	94-96
	66-68	Rasional tənliklər. Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli	3	97- 99
	69-70	Modullu tənliklər	2	100-103
	71-72	İrrasional tənliklər	2	103-105
	73-77	Tənliklər sistemi	5	106-113
	78-79	Tənliklər sisteminə gətirilən məsələlər həlli	2	114-115
	80-81	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	116-117
	82	5-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	1	
	83	Yarımillik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.	1	
		Cəmi	20	

Məzmun standartı



- 2.1.1. Həyati situasiyaya uyğun birdəyişənli tənlik və ya ikidəyişənli iki tənliklər sistemi tərtib edir.
- 2.1.2. Verilmiş təklifi birdəyişənli iki xətti bərabərsizliklər sistemi şəklində yazaraq həll edir.
- 2.2.1. Cəbri ifadələr üzərində eynilik çevirmələri aparır.
- 2.2.2. Biri xətti, digəri ikidərcəli olan ikidəyişənli tənliklər sistemini həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- yüksək dərəcəli tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir;
- rasional tənlikləri həll edir;
- dəyişəni modul işarəsi daxilində olan tənlikləri həll edir;
- İrrasional tənlikləri həll edir;
- birdərcəli və ikidərcəli tənliklərdən ibarət tənliklər sistemini müxtəlif üsullarla həll edir;
- tənliklər və tənliklər sistemi qurmaqla məsələləri həll edir.



Lügət

yüksək dərəcəli tənliklər
rasional tənliklər
modullu tənliklər
irrasional tənliklər
tənliklər sistemi



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər
<https://mathway.com/graph>
<http://www.meta-calculator.com/online>, <https://www.desmos.com>

Müxtəlif tənliklər və tənliklər sistemi aşağıdakı istiqamətlərdə qruplaşdırılaraq nəzərdən keçirilmişdir.

Yüksək dərəcəli tənliklərin həlli

- Vuruqlara ayırma üsulu

• Kvadrat tənliyə gətirilən tənliklər

Rasional tənliklər

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklər

Tənliklər sistemi

- Bir tənliyi birdərcəli, digəri ikidərcəli olan tənliklər sistemi

- Hər iki tənliyi ikidərcəli olan tənliklər sistemi

Tənliklər sistemi qurmaqla məsələ həlli

Dərs 64-65. Dərslik səh. 94-96.

Yüksək dərəcəli tənliklər. 2 saat

Cəbri tənlik anlayışı daxil edilir, yüksək dərəcəli tənliklərin vuruqlara ayırma və yeni dəyişən daxil etməklə kvadrat tənliyə gətirmə üsulu ilə həlli nəzərdən keçirilir.

Şagirdlər çoxhədliləri qruplaşdırmaqla, vuruqlarına ayırma bacarıqlarını tətbiq etməklə tapşırıqları yerinə yetirirlər.

Bəzi tapşırıqların yerinə yetirilməsi üzrə metodiki tövsiyələr.

Vuruqlara ayırma üsulu. Dərslikdə hər bir mövzu üzrə kifayət qədər misal və məsələ nümunələri verilmişdir. Misal sayı kifayət qədər olan tapşırıqların qruplarla iş şəklində yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir. Məsələn, **D.2** və ya **D.3** tapşırıqları 4 qrupla yerinə yetirilə bilər. Bütün qruplara eyni misallar məsələn, **D.2** tənlikləri verilir. Qrup üzvləri bölgü aparmaqla onları öz aralarında böülüdürlərlər. Sonda hər qrup aldığı cavabları lövhədə yazar. Cavablar yoxlanılır. Səhv'lər aşkar edilir.

Dörsin bu cür təşkilinin məqsədi şagirdlərdə işi təşkiletmə, məlumatı sistemləşdirmə və təşkiletmə kimi yaradıcı, idrakı bacarıqları, həmçinin kollektivdə iş kimi sosial bacarıqları formalasdırmağa imkan verir. Odur ki, qrup daxilində şagirdlərin işi müstəqil təşkil etmələri tövsiyə edilir.

Tənlikləri vuruqlarına ayırmaqla həll etdikdə əsasən aşağıdakı çevrilmələrdən istifadə edildiyi diqqətə çatdırılır.

Ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaqla:	$6x^2 + 15x = 3x(2x + 5)$
Üçhəndlidən tam kvadrat ayırmaqla:	$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$
Kvadratlar fərqi düsturlarını tətbiq etməklə:	$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$
Kubları cəmi düsturlarını tətbiq etməklə:	$x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
Kubları fərqi düsturlarını tətbiq etməklə:	$8x^3 - 1 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$
Kvadrat üçhədlini vuruqlara ayırmaqla:	$2x^2 - 5x - 12 = (2x + 3)(x - 4)$

İşçi vərəq N1-də verilmiş tapşırıqlarla bu vərdişlər bir daha yoxlanılır və möhkəmləndirilir. Bəzi işçi vərəqlərdə çətinlik dərəcəsi artırılmış və koqnitiv bacarıqları əhatə edən tapşırıqlar verilmişdir. İşçi vərəq 2-də bir qədər mürəkkəb rasional tənlikləri həll etməklə yanaşı, kökləri həqiqi ədədlər çoxluğunda təsnif etmək də tələb edilir.

D.6. tapşırığının həllinin ümumsinif müzakirəsi ilə yerinə yetirilməsi tövsiyə olunur

Tapşırığın yazılı həllinə keçməzdən əvvəl tapşırıq haqqında ümumi müzakirələr aparmaq olar. Tənliyin “həqiqi kökü” tələbini siz necə başa düşürsünüz? Bu tənliyin kökləri irrasional ədəd, məsələn, $3\sqrt{2}$ kimi ədəd ola bilərmi? Müraciət olunan şagird (müşahidə altında olan şagird) cavab verir, həqiqi ədədləri tanıma bacarıqları yoxlanılır. Bəs, kökaltında mənfi ədəd ola bilərmi, şagirdlərin fikri dinlənilir. Kökün dərəcəsinin tək və ya cüt olduğu hallara aid mülahizələr yürüdülür.



D.6. $x^3 + ax^2 - 5x + 6 = 0$ tənliyinin bir kökü 3-ə bərabər olarsa, a -ni tapın və tənliyi həll edin.

Həlli: $x = 3$ verilən tənliyin kökü olduğu üçün şagirdlər a -nın axtarılan qiymətinin $3^3 + a \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$ bərabərliyini ödədiyini söyləyirlər. Buradan a -nın qiyməti tapılır:

$$9a + 27 - 15 + 6 = 0 \Rightarrow 9a + 18 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$a = -2$ olduğundan verilən tənlik: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ şəklində yazılır və

vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edilir. $x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 2x + 6 = 0 \Rightarrow$

$$x^2(x - 3) + x(x - 3) - 2(x - 3) = 0 \Rightarrow (x - 3)(x^2 + x - 2) = 0$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -2; \quad x = 1$$

Tam əmsallı cəbri tənliyin tam kökləri haqqında mülahizələr aparılır. Məsələn, “8 ədədinin $x^5 - 3x^4 + x = 15$ tənliyinin kökü olmadığını necə yoxlamaq əlverişlidir?”

sualı müzakirələrlə araşdırılır və nəticə çıxarılır: Yüksək dərəcəli həddinin əmsali vahidə bərabər olan tam əmsallı tənliyin tam kökləri varsa, bu köklər sərbəst həddin bölnələri arasında olmalıdır.

D.7. Funksiyanın sıfırlarını tapın:

Arqumentin funksiyanı sıfır çevirən qiymətlərinə funksiyanın sıfırları və ya kökü deyilir. Funksiyanın sıfırlarını tapmaq üçün $f(x) = 0$ tənliyini həll etmək lazımdır.

a) $x^3 - 5x^2 + 16x - 80 = 0$ tənliyində hədləri qruplaşdırmaqla sol tərəfi vuruqlara ayıraq

$$x^2(x-5) + 16(x-5) = 0 \text{ və } (x-5)(x^2+16) = 0.$$

Burada $x^2 + 16 > 0$ olduğundan $x-5 = 0$, $x=5$ alarıq.

c) $f(x) = x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$

$$x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18 = 0 \quad x^4 - x^3 + 2x^3 - 2x^2 - 9x^2 + 9x - 18x + 18 = 0$$

$$x^3(x-1) + 2x^2(x-1) - 9x(x-1) - 18(x-1) = 0; \quad (x-1)(x^3 + 2x^2 - 9x - 18) = 0$$

$$x-1 = 0; \quad x = 1$$

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0; \quad x^2(x+2) - 9(x+2) = 0; \quad (x^2 - 9)(x+2) = 0$$

$$x = -2, \quad x = 3, \quad x = -3$$

Verilmiş funksiyanın sıfırları: $-3; -2; 1; 3$

Yeni dəyişən daxiletmə üsulu. Bu üsulda əsasən qüvvətin xassələrinin tətbiq olunduğu diqqət mərkəzində saxlanılır.

Aşağıdakı kimi diaqnostik qiymətləndirmə tapşırıqları verilə bilər.

$$x^6 = (x^3)^{\blacksquare}$$

$$x^{\frac{1}{2}} = (x^{\blacksquare})^2$$

$$x^8 = (x^{\blacksquare})^2$$

$$x^4 = (x^{\blacksquare})^2$$

Yüksək dərəcəli tənlikləri kvadrat tənliyə gətirməyin mümkün olub-olmadığını uyğun çoxhədlini nəzərdən keçirməklə müəyyən etmək olar. Bu halda verilən tənliyin kvadrat tənliyə gətirilə bildiyini deyirlər.

1-ci qrup

a) $x^4 - 10x^2 + 24 = 0$ b) $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$ c) $2x^4 - 5x^2 - 12 = 0$

d) $x^6 + 10x^3 - 8 = 0$ e) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

2-ci qrup

a) $(2x+5)^2 - (2x+5) - 6 = 0$ b) $2(s+1)^2 - 5(s+1) = 3$

c) $3(1-y)^2 + 5(1-y) + 2 = 0$

3-cü qrup

a) $x - 4\sqrt{x} = 0$ b) $x - 8\sqrt{x} = 0$ c) $x + \sqrt{x} = 20$

d) $\frac{1}{t^2} - 2t^4 + 1 = 0$ e) $z^{1/2} - 4z^{1/4} + 4 = 0$

4-ci qrup

a) $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1} = 12$ b) $3x^{-2} - 7x^{-1} - 6 = 0$ c) $2x^{-2} - 3x^{-1} - 4 = 0$

Göstərilən tənliklər kvadrat tənliyə gətirilən tənliklərdir. Lakin burada irrasional ifadə, kəsr üstlü qüvvətin də daxil olduğu çoxhədlilər var. Məqsəd şagirdin çoxhədlinin hədlərini nəzərdən keçirməklə qüvvətin xassələrini tətbiqetmə bacarıqlarını diaqnostik olaraq yoxlamaqdır.

Şifahi sual-cavab aparılır: **hənsi əvəzləmə aparmaq lazımdır ki, alınan tənlik yeni dəyişənə görə kvadrat tənlik olsun?**



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.13. c) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x - 3) = 5$

Həlli: $x^2 + 3x = t$ əvəzləməsi etsək, $(t + 1)(t - 3) = 5$ tənliyini alırıq.

Buradan $t_1 = 4$, $t_2 = -2$ tapılır.

Əvəzləmədə yerinə yazmaqla $x^2 + 3x = 4$ və ya $x^2 + 3x = -2$ alırıq. Buradan $x^2 + 3x - 4 = 0$, $(x + 4)(x - 1) = 0$, $x = -4$, $x = 1$;

$x^2 + 3x + 2 = 0$, $(x + 1)(x + 2) = 0$, $x = -1$, $x = -2$;

Həllər çoxluğu: $\{-4; -2; -1; 1\}$

D.13. e) $(x^2 - 3)(x^2 + 3) + x^2 - 3 = 0$

Həlli: Tənliyi sadələşdirib $x^4 + x^2 - 12 = 0$ bikvadrat tənliyinə gətirmək olar və ya $x^2 - 3$ vuruğunu mötərizə xaricinə çıxarmaqla hasilin sıfıra bərabər olması şərtinə də gətirə bilərik: $(x^2 - 3)(x^2 + 4) = 0$. Burada $x^2 + 4 \neq 0$ olduğundan alırıq: $x^2 - 3 = 0$, $x^2 = 3$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$ Həllər çoxluğu: $\{\pm\sqrt{3}\}$

İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Çoxhədliləri vuruqlarına ayırır.

Vuruqlara ayırın.

$$x^3 - 8 = x^3 - 2x^2 + 4x - 8 =$$

$$x^3 + 64 = 3x^3 - 6x^2 + x - 2 =$$

$$27x^3 + 216 = 10x^3 + 20x^2 + x + 2 =$$

$$32x^3 - 4 = 2x^3 - 5x^2 + 18x - 45 =$$

$$81x^4 - 256 = -18x^3 + 2x^2 + 27x - 3 =$$

$$81 - 16x^4 = 8x^3 - 12x^2 - 2x + 3 =$$

$$3x^4 - 24x = x^4 - 3x^2 + 2 =$$

$$32x^6 - 2x^2 = 4x^4 - 5x^2 - 9 =$$

İşçi vərəq № 2

Adı_____ Soyadı_____

Tarix_____



Yüksəkdərəcəli çoxhədliləri vuruqlarına ayırır. Köklərini həqiqi ədədlər çoxluğunda təsnif edir.

$$1) x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 6x = 0$$

Rasional kökü:

İrrasional kökü:

$$2) x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2 = 0$$

Rasional kökü:

İrrasional kökü:

$$3) x^3 - x^2 - 5x + 5 = 0$$

Rasional kökü:

İrrasional kökü:

$$4) x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 0$$

Rasional kökü:

İrrasional kökü:

$$5) x^5 - x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 9x + 9 = 0$$

Rasional kökü:

İrrasional kökü:

$$6) x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 2 = 0$$

Rasional kökü:

İrrasional kökü:

Dərs 66-68. Dərslik səh. 97-99.

Rasional tənliklər. Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli. 3 saat

Rasional tənliklərin həlli ilə şagirdlər 8-ci sinifdən tanışdırılar. Bu mövzu üçün ayrılmış dərs saatlarında bu bacarıqları möhkəmləndirmək və müəyyən vərdişlər qazandırmaq, həmçinin rasional tənlik qurmaqla məsələ həllətmə bacarıqlarını dərinləşdirmək nəzərdə tutulmuşdur.



- rasional tənlikləri həll edir və DMQ şərtinə görə yoxlama aparır;
- iki və daha çox dəyişənin daxil olduğu tənliklərdə tələb olunan dəyişəni tapır.
- rasional tənliklər qurmaqla məsələlər həll edir.



Rasional tənliklər adətən tənliyə daxil olan kəsrlərin ortaq məxrəcini vurulmaqla həll edildiyindən, alınan tənlikdə dəyişənin mümkün qiymətləri çoxluğu genişlənə bilər. Ona görə də verilən tənlikdə DMQ-ni müəyyən etməklə tapılan həllər arasından kənar kök müəyyən edilir. Məsələn, $\frac{x+5}{x-4} + 3 = \frac{2x+1}{x-4}$ tənliyini həll edərək dəyişən üçün $x = 4$ qiyməti tapılır, lakin tənliyə daxil olan rasional ifadələrin $x = 4$ qiymətində mənası yoxdur. Deməli, bu tənliyin həlli boş çoxluqdur: \emptyset .

İki və daha çox dəyişən daxil olan bərabərlikdən dəyişənlərdən birini digərləri ilə ifadə etmək bacarıqlarını fizika dərsləri ilə integrativ olaraq öyrətmək tövsiyə edilir. Tapşırıq verilir. İndiyə qədər fizikadan öyrəndiyiniz 5 düstur yazın. Bu düsturlardakı dəyişənlərin növbə ilə birini digəri ilə əvəz edin. Vəsaitdə rasional tənliklərin fərqli çətinlik dərəcələrinə görə İşçi vərəqlər verilmişdir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5. Eynilikdən k əmsalını tapın.

$$a) \frac{x^2 + kx - 3}{x^2 + 5x + 6} = \frac{x - 1}{x + 2}$$

Həlli. Əvvəlcə rasional ifadənin təyin oblastını tapaq. Rasional ifadənin təyin oblastı məxrəcin sıfırlarından başqa bütün həqiqi ədədlər olduğu üçün $x^2 + 5x + 6 = 0$, $x + 2 = 0$ tənliklərdən $x = -2$, $x = -3$ alarıq ki, bu qiymətlər rasional ifadəni mənasız edir. Ona görə də $x \neq -2$, $x \neq -3$ şərtini nəzərə almaqla $\frac{x-1}{x+2}$ kəsrinin məxrəcini də $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$ şəklinə gətirək.

Yəni $\frac{x-1}{x+2}$ kəsrinin həm surətini, həm də məxrəcini $(x+3)$ ifadəsinə vuraq. Onda

$$\frac{x^2 + kx - 3}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+2)(x+3)} = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$$

Məxrəcləri bərabər olan kəsrlərin bərabər olması üçün onların surətləri bərabər olmalıdır: $x^2 + kx - 3 = x^2 + 2x - 3$. Buradan $x^2 + kx - 3 - x^2 - 2x + 3 = 0$ $kx - 2x = 0$ $(k - 2)x = 0$. Sonuncu bərabərliyin dəyişənin bütün mümkün qiymətlərində doğru olması üçün $k = 2$ olmalıdır.

D.6. Komanda keçirdiyi 20 oyundan 12-ni udmuşdur. Komanda növbəti oyunlardan neçəsini ardıcıl udsa, qalib gəldiyi oyunlar bütün oyunların 80%-ni təşkil edir.

Həlli. Komandanın bundan sonra ardıcıl qalib gəldiyi oyunların sayını x ilə işarə etsək, qalib gəldiyi oyunların sayı $12 + x$, bütün oyunların sayı isə $20 + x$ olar. Onda məsələnin şərtinə görə

$$\frac{12+x}{20+x} = 0,8 \text{ alarıq. Buradan}$$

$$0,8(20+x) = 12+x \Rightarrow 16+0,8x = 12+x \Rightarrow$$

$$0,2x = 4 \quad \text{və} \quad x = \frac{4}{0,2} = 20$$

Deməli, komanda növbəti 20 oyunda ardıcıl qələbə qazanmalıdır.

D.7. İki ardıcıl ədədin birincisinə 6 əlavə edib, ikincisindən 2 çıxsaq, yeni alınan ədədlərin nisbəti $\frac{6}{5}$ kimi olar. Ardıcıl ədədləri tapın.

Həlli. Ardıcıl ədədləri x və $x+1$ işarə edək. Onda məsələnin şərtinə görə alırıq:

$$\frac{x+6}{x+1-2} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{x+6}{x-1} = \frac{6}{5}$$

$$5(x+6) = 6(x-1) \Rightarrow 5x+30 = 6x-6 \Rightarrow x = 36$$

Yəni, verilmiş ardıcıl ədədlər 36 və 37-dir.

D.9. Rəhim və Cəmil birlikdə işləsələr, bütün sahənin otunu 2 saata biçərlər. Cəmil tək işləsə, bu işi Rəhimdən 3 saat tez qurtarar. Onlardan hər biri tək işləsələr, bütün sahənin otunu neçə saata biçərlər?

Həlli. Əgər Rəhim təkbaşına bütün sahəni x saata biçirsə, onda Cəmil bu işi $x-3$ saata görər. Rəhim 1 saatda işin $\frac{1}{x}$ hissəsini görürsə, Cəmil 1 saatda işin $\frac{1}{x-3}$ hissəsini görərlər. Beləliklə, birlikdə 1 saatda işin $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3}$ hissəsini görərlər.

Lakin onlar birlikdə işi 2 saata bitirdiklərindən bir saatda işin $\frac{1}{2}$ hissəsini görmüş olurlar. Beləliklə, aşağıdakı rasional tənliyi yazıb, həll edirik.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x-3+x}{x(x-3)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(2x-3) = x(x-3) \Rightarrow 4x-6 = x^2-3x$$

$x^2 - 7x + 6 = 0$, $x_1 = 6$, $x_2 = 1$. $x=1$ məsələnin şərtini ödəmir. Deməli, Rəhim ot sahəsini 6 saata, Cəmil isə 3 saata biçər.

D.10. Əgər $\frac{1}{x}$ ədədi $\frac{1}{a}$ və $\frac{1}{b}$ ədədlərinin ədədi ortasıdırsa, onda x ədədinə a və b ədədlərinin harmonik ortası deyilir.

a) Bu fikri rasional bərabərlik şəklində ifadə edin və x -i tapın.

b) İki müsbət ədədin harmonik orası 6-ya, fərqi isə 8-ə bərabərdir. Bu ədədləri tapın.

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) ; \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a+b}{ab} \quad \text{və buradan alırıq: } x = \frac{2ab}{a+b}$$

Bu bərabərlik a və b ədədlərinin harmonik ortasını təyin edir.

b) $\frac{2ab}{a+b} = 6 \quad a-b=8$ bərabərliklərindən alırıq :

$$a=b+8 \text{ və } \frac{2(b+8) \cdot b}{b+8+b} = 6$$

$$2b(b+8) = 6 \cdot (2b+8) \Rightarrow b^2 + 8b = 6b + 24 \Rightarrow b^2 + 2b - 24 = 0$$

tənliyinin kökləri $b_1 = -6$, $b_2 = 4$. Şərtə görə $a > 0$, $b > 0$ olduğundan $b = -6$ ola bilməz. Deməli, $b = 4$. Onda $a = 12$. Cavab: 4 və 12 ədədləri.

D.11. Hovuzun suyu eyni zamanda müxtəlif diametrlə iki boru vasitəsi ilə 3 saatda boşaldıla bilər. Diametri kiçik olan boru hovuzu diametri böyük olan borudan 8 saat gec boşaldır. Hər bir boru ayrılıqda hovuzu neçə saata boşaldar?

Həlli: Əgər diametri böyük olan boru hovuzu x saatda boşaldırsa, kiçik olan boru $x+8$ saatda boşaldar. Borular 1 saatda hovuzun uyğun olaraq $\frac{1}{x}$ və $\frac{1}{x+8}$

hissəsini, birlikdə isə dolu hovuzun $\frac{1}{3}$ hissəsini boşaltdıqları üçün

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+8} = \frac{1}{3} \text{ olar. Buradan } \frac{x+8+x}{x(x+8)} = \frac{1}{3}$$

$$3(2x+8) = x(x+8)$$

$$6x+24 = x^2+8x, \quad x^2+2x-24=0$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = -6. \quad x = -6 \text{ məsələnin şərtinə uyğun deyil.}$$

Deməli, böyük boru hovuzu 4 saatda, kiçik boru isə $4+8=12$ saatda boşaldır.

D.12. Həlli: a) 6 həftənin nəticəsinə görə orta bal 48- dirsə,

$$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6}{6} = 48$$

Burada a_k ilə k-cı həftədə toplanan bal işarə edilib. Deməli, ilk 6 həftədə yığılan toplam bal $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=288$ olmuşdur.

Növbəti iki həftədə orta balı x ilə işarə edək:

$$x = \frac{a_7+a_8}{2}$$

Onda $a_7+a_8=2x$ olur. Şərtə görə son 8 həftəlik orta bal

$$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8}{8} = 50 \quad \text{olmalıdır.}$$

Buradan

$$\frac{288+2x}{8} = 50 \quad 2x = 400 - 288 \quad 2x = 112 \quad x = 56$$

Cavab: növbəti 2 həftədə orta bal 56 olarsa, son 8 həftəlik orta bal 50 olar.

D.14. Həlli. Tutaq ki, iş yerlərindən biri 1 saat üçün x manat, digəri isə $(x + 2,25)$ manat təklif edir. Bu halda birinci iş yerində 900 manat qazanmaq üçün Türkən $\frac{900}{x}$ saat işləməlidir. Məsələnin şərtinə görə ikinci iş yerində o, bundan 10 saat az, yəni $(\frac{900}{x} - 10)$ saat işləməklə 980 manat qazanar. Beləliklə məsələnin həlli üçün aşağıdakı tənliyi yaza bilərik:

$$(\frac{900}{x} - 10) \cdot (x + 2,25) = 980. \text{ Bu tənliyin hər iki tərəfini } x\text{-ə } (x \neq 0) \text{ vuraq:}$$

$$(900 - 10x) \cdot (x + 2,25) = 980x. \text{ Buradan ekvivalent çevirmələr aparmaqla } 4x^2 + 41x - 810 = 0 \text{ kvadrat tənliyini alarıq ki, onun kökləri } -20,25 \text{ və } 10 \text{-dur.}$$

$$-20,25 \text{ məsələnin şərtinə uyğun deyil. Ona görə də } x = 10 \text{ olur.}$$

Beləliklə, birinci iş yerində bir saat üçün 10 manat, ikincidə isə 12,25 manat təklif olunur.

! Aşağıda tələb edilən dəyişəni tapma bacarıqlarını formalaşdırmaq üçün istifadə edilə bilən düsturlar verilmişdir. Bu tip tapşırıqlar həm fəndaxili, həm də fənlərarası inetqrasiyani təmin etmək üçün əlverişlidir.

Adı	Düstur	Həlli
Potensial enerji	$E_p = mgh$ düsturunda m kütləni, g sərbəstdüşmə təcili, h isə hündürlüyü göstərir. m -i tapın.	$m = \frac{E_p}{gh}$
Konusun tam səthinin sahəsi	$S = \pi r(r + l)$ düsturunda r -konusun oturacağıının radiusu, l isə konusun doğuranıdır.	$l = \frac{S - \pi r^2}{\pi r}$

$v = v_0 + at$ düsturundan a -ni tapın.

$h = \frac{1}{2} gt^2$ düsturundan t -ni tapın.

$V = \pi r^2 h$ (silindirin həcmi) düsturundan h -ni tapın.

$E_k = \frac{1}{2} mv^2$ (kinetik enerji) düsturundan v -ni tapın.

$V = \frac{KT}{P}$ (qazın həcmi) düsturundan T -ni tapın.

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ (konusun həcmi) düsturundan r -ni tapın.

$A = P + Prt$ (sadə faiz artımı) düsturundan P -ni tapın.

$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ (silindirin tam səthinin sahəsi) düsturundan h -ni tapın.

$U = IR$ (gərginlik) düsturundan I -ni tapın.

$ax + by = c$ iki dəyişənlə xətti tənliyindən y -ni tapın.

$S = \frac{1}{2} h(a + b)$ (trapesiyənin sahəsi) düsturundan b -ni tapın.

$S_{yan} = 2(ac + cb)$ (düzbucaqlı paraleipedin yan səthinin sahəsi) düsturundan c -ni tapın.

İşçi vərəq № 3

Adı _____ **Soyadı** _____

Tarix _____



• Rasional tənlikləri həll edir və kənar kökü müəyyən edir.

Dəyişənin mümkün qiymətlərini yazın, tənliyi həll edin.

$$1) \frac{1}{n^2} + \frac{4}{n} = \frac{3}{n^2}$$

$$2) \frac{6}{k} - \frac{1}{k^2+6k} = \frac{1}{k}$$

$$3) \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x^2+5x} = \frac{4}{x^2+5x}$$

$$4) \frac{x^2-3x-4}{x^3-x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x-2}{x^2}$$

$$5) \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-8} = \frac{x-20}{x^2-10x+16}$$

$$6) \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x-4} = \frac{4x+12}{x^2-2x-8}$$

$$7) \frac{x+3}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2-4x-32} = \frac{2}{x^2-3x-40}$$

$$8) \frac{x+5}{x^2+5x-14} - \frac{4}{x^2+10x+21} = \frac{5}{x^2+x-6}$$

$$9) \frac{x-2}{x^2-x-20} - \frac{7}{x^2+x-12} = \frac{2}{x^2-8x+15}$$

İşçi vərəq № 4

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- İki və daha çox dəyişənin daxil olduğu bərabərliliklərdə tələb olunan dəyişəni tapır.

Dəyişənin tapılmasına aid məsələ həlli

- Paralelepipedin hündürlüyü:** Düzbucaqlı paralelepiped formalı cismin oturacağının uzunluğu 8 sm, eni isə 5 sm-dir. Əgər bu cisimin həcmi 120 sm^3 olarsa, onun hündürlüyünü tapın.
- Silindirin hündürlüyü:** Silindirin radiusu 4 sm, həcmi isə $144\pi \text{ sm}^3$ olarsa, onun hündürlüyünü tapın.
- Faiz dərəcəsi:** 3000 manat həcmində depozit sadə faiz artımı ilə 3 illik bank hesabına qoyulur. Əgər bu dövr ərzində faizdən əldə edilən gəlir 450 man olarsa, faiz dərəcəsi nə qədərdir?
- Düzbucaqlının uzunluğu:** Düzbucaqlının perimetri 60 sm, eni isə 12 sm olarsa, onun uzunluğunu tapın.
- Tempratur çevrilməsi:** Nyu-York şəhərində ən yüksək temperaturun 77° F olduğu bildirilmişdir. Eyni temperatur Selsi ilə neçə dərəcədir?
- Bağcanın uzunluğu:** Trapesiya formalı bağça verilmişdir. Əgər trapesiyanın hündürlüyü 16 m, kiçik oturacağı 20 m, sahəsi isə 224 m^2 olarsa, digər oturacağının uzunluğunu tapın.
- Kütlə indeksini $\hat{I} = \frac{m}{h^2}$ düsturu ilə hesablayırlar. Burada \hat{I} - kütlə indeksini, m - insanların kütləsini (kq), h - isə boyunun uzunluğunu (m) göstərir. a) Düsturdan m -i tapın; b) Kütləsi 50 kq, boyu isə 1,65 m olan bir adamin kütlə indeksi nə qədərdir?
- Təcil sürət dəyişməsini göstərən kəmiyyətdir. Bərabərtəcilli hərəkətdə təcil $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$ düsturu ilə hesablanır. Burada v_2 -sürəti, v_1 -başlangıç sürəti, t -isə zamanı göstərir. Başlangıç sürəti 2 m/san olan atletin 4 san. sonra sürəti 5 m/san olmuşsa, onun təcilini tapın.

Dərs 69-70. Dərslik səh. 100-103.

Modullu tənliklər. 2 saat.

“Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklər” ifadəsini bundan sonra qısaca olaraq “modullu tənliklər” kimi işlədəcəyik.



- Modullu tənlikləri cəbri üsulla həll edir;
- Modullu tənlikləri qrafik üsulla həll edir.

Şagirdlər aşağı siniflərdən sadə modullu tənliklərin həlli ilə tanışdırırlar. Bu mövzu üçün nəzərdə tutulmuş dərs saatlarında müxtəlif çətinlik dərəcəsinə malik modullu tənliklərin həm cəbri, həm də qrafik üsulla həll edilməsi nəzərdə tutulur.

1. Şagirdin mütləq qiymət anlayışını düzgün başa düşdüyüünü, başqa sözlə mütləq qiymətin tərifini sözlə və riyazi yazılışla təqdimetmə bacarıqları diaqnostik qiymətləndirmə aparmaqla yoxlanılır.

Ədəd oxu üzərində iki nöqtə qeyd edin: $+4$ və -4 . Bu nöqtələrin hər ikisinin sıfırdan məsafəsi neçə vahiddir? Məsafə mənfi ədəd ola bilərmi?

2. İstənilən həqiqi ədədin mütləq qiymətinin ümumi $|a| = \begin{cases} a, & \text{əgər } a \geq 0 \\ -a, & \text{əgər } a < 0 \end{cases}$ yazılış şəkli üzərində müzakirələr aparılır.

Ümumiləşdirilmiş riyazi yazılışı şagirdlərin necə başa düşdüyüünü aşağıdakı nümunələrlə yoxlamaq olar.

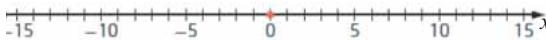
- a) $3 > 0$ olduğundan, $|3| = 3$
b) $-7 < 0$ olduğundan $|-7| = -(-7) = 7$

Həmçinin aşağıdakı kimi hesablama tapşırıqlarından diaqnostik qiymətləndirmə üçün istifadə etmək olar.

$$|4| - |-6| \quad 5 - 3|2 - 7| \quad |-2(5 - 7) + 6|$$

3. Sadə modullu tənliklərin həlli araşdırılır.

$|x| = 10$ tənliyinin həllini ədəd oxu üzərində həndəsi təsvirlə göstərin.



$|x| = 7$ tənliyinin neçə kökü var?

$|x| = 0$ tənliyinin neçə kökü var?

$|x| = -5$ tənliyini ödəyən həqiqi ədəd varmı?

Aşağıdakı kimi ümumiləşdirilmələr aparılır.

Tənliklər

$$|x| = k \ (k > 0)$$

$$|x| = 0$$

$$|x| = k \ (k < 0)$$

Ekvivalent tənliklər

$$x = k \ \text{və ya} \ x = -k$$

$$x = 0$$

$$\emptyset$$

Həllər çoxluğu

$$\{k; -k\}$$

$$\{0\}$$

$$\emptyset$$

$$\text{Ədədin mütləq qiymətinin tərifinə görə } |x| = \begin{cases} x & \text{əgər } x \geq 0 \\ -x & \text{əgər } x < 0 \end{cases}$$

olduğundan, modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənlikləri həll edərkən iki hal nəzərdən keçirilir.

1-ci hal. Modul işarəsi altında olan ifadə müsbətdir və ya sıfıra bərabərdir.

2-ci hal. Modul işarəsi altında olan ifadə mənfidir.

Dərslikdə verilmiş nümunələr müzakirələrlə araşdırılır. Tənliklərin cəbri üsulla həlli ilə bərabər, qrafik üsulla da həllinə diqqət edilməsi tövsiyə edilir.

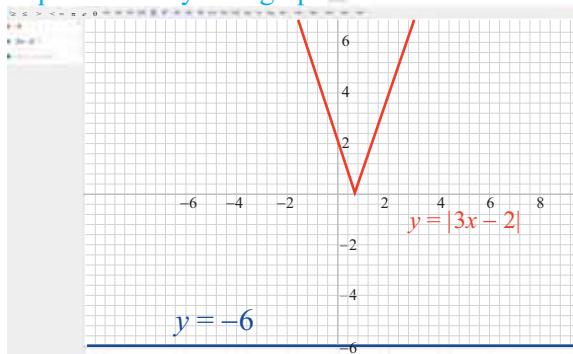
Tənliklərin qrafik üsulla həlli qrafiklər vasitəsilə asanlıqla həyata keçirilə bilər. Odur ki, qrafik üsul əslində cəbri üsulla həlli yoxlamaq üçün istifadə edilə bilər. Dərslikdə nümunə olaraq aşağıdakı mürəkkəblik dərəcəsi ilə, həllərinin sayına görə bir-birindən fərqlənən tənliklər seçilmişdir.

$$|3x - 2| + 11 = 5 \quad |x - 3| = 6 \quad |x^2 - 2x| = 3 \quad |2x - 4| = 1 - 3x$$

Bu nümunələrə görə modullu tənlikləri qrafik üsulla <https://mathway.com/graph> və <http://www.meta-calculator.com/online>, <https://www.desmos.com/calculator> köməyilə həll etmək olar.

$|3x - 2| + 11 = 5$ tənliyini əvvəlcə $|3x - 2| = -6$ şəklində yazaq. Qrafiklərə görə $|3x - 2| = -6$ şəklində daxil edilsə, qrafiklər bir-birilə heç bir ortaq nöqtəsi olmayan iki qrafik çəkəcək. Deməli, verilmiş tənliyin həlli boş çoxluqdur.

<https://mathway.com/graph>



$$|x^2 - 2x| = 3$$

$$|3x - 2| + 11 = 5$$

$$|3x - 2| = -6$$

Daxil edilən funksiyalar:

$$y = |3x - 2|$$

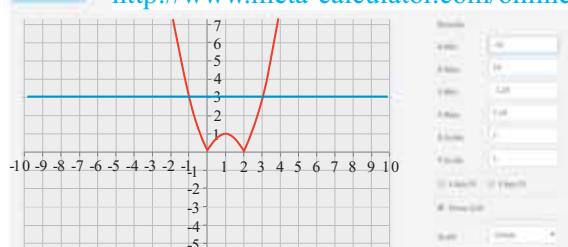
$$y = -6$$

Daxil edilən funksiyalar:

$$y = |x^2 - 2x|$$

$$y = 3$$

<http://www.meta-calculator.com/online>

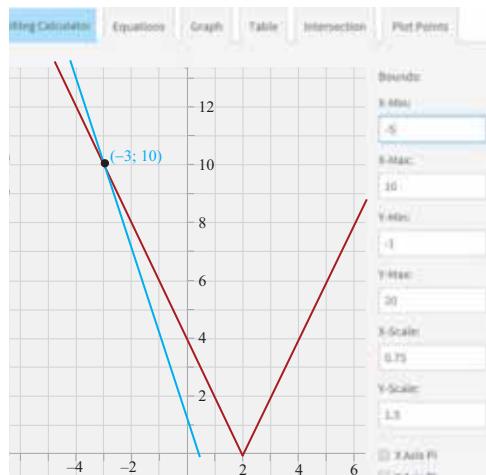


$$|2x - 4| = 1 - 3x$$

Qrafikləri qrafikalkulyatora daxil edilən funksiyalar

$$y = |2x - 4|$$

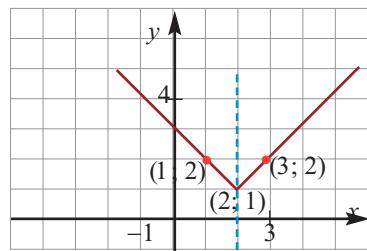
$$y = 1 - 3x$$



Qrafikləri qrafikalkulyatordan çapa vermək və ya hər hansı təqdimat üçün fayllarla yadda saxlamaq olar.

Şagirdlər bu qrafikləri əvvəlki dərslərdən öyrəndikləri kimi $y = |x|$ funksiyasının qrafikinə görə paralel sürüşdürmə yolu ilə asanlıqla qura bilərlər.

Məsələn, $y = |x - 2| + 1$ funksiyasının qrafikini 3 nöqtəyə görə - təpə nöqtəsi $(2; 1)$ və $x = 2$ simmetriya oxuna görə 2 nöqtə qeyd etməklə qurmaq olar.



- D.10. Həlli.** a) $|x^2 - 5| = -4$. Ədədin modulu mənfi ola bilmədiyindən tənliyin kökü yoxdur.
 b) $|x^2 - 5| = 4$
 $x^2 - 5 = 4$ və ya $x^2 - 5 = -4$ olmalıdır. Buradan alırıq.
 $x^2 = 9$ və ya $x^2 = 1$,
 $x = \pm 3$ və ya $x = \pm 1$.
 Tənliyin dörd həqiqi kökü var: $\{-3; -1; 1; 3\}$

D.13. Səbuhi və Kamran internetdə verilmiş suallarla İQ səviyyələrini yoxladılar. Səbuhi deyir ki, mənim İQ səviyyəm Kamranın səviyyəsindən 15 xal fərqlənir. Kamranın İQ səviyyəsi 110 balla qiymətləndirilmişdir. Səbuhinin səviyyəsini göstərən xalları modullu tənliklə təqdim edin.

Həlli: Səbuhinin İQ səviyyəsini göstərən xalı x ilə işarə etsək, onda məsələnin şərtinə görə Səbuhanın xallarının sayı Kamranın xallarının sayından ya 15 xal çox, ya da 15 xal az olmalıdır. Yəni,

$x = 110 + 15$ və ya $x = 110 - 15$ olmalıdır. Bu isə

$|x - 110| = 15$ modullu tənliyin həlli deməkdir.

İşçi vərəq № 5

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



• Modullu tənlikləri cəbri üsulla həll edir.

$$1) |1 - 2z| + 6 = 9$$

$$2) 4 - |1 - 2z| + 6 = 9$$

$$3) \frac{3}{4} |x| = 9$$

$$4) |u - 2| = -\frac{1}{2}$$

$$5) |x^2 - 16| = 0$$

$$6) |-2x| = 8$$

$$7) 5 - \left| \frac{1}{2}x \right| = 3$$

$$8) \left| \frac{x}{2} + \frac{2}{5} \right| = 2$$

$$9) |2 - v| = -1$$

$$10) |x^2 - 2x| = 3$$

$$11) |2x - 2| = 9$$

$$12) |x^2 - 6| = 3$$

$$13) |7 + 3x| = x - 1$$

İşçi vərəq № 6

Adı _____ Soyadı _____

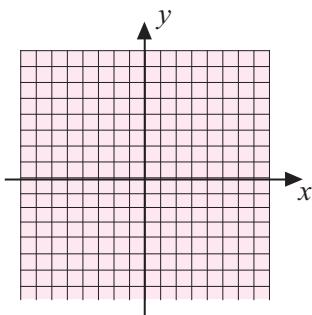
Tarix _____



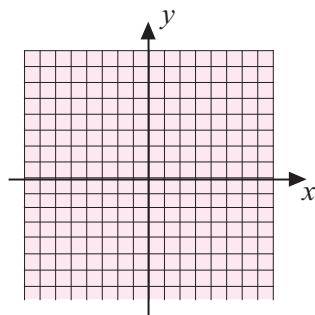
- Modullu tənlikləri qrafik üsulla həll edir.

Tənlikləri qrafik üsulla həll edin.

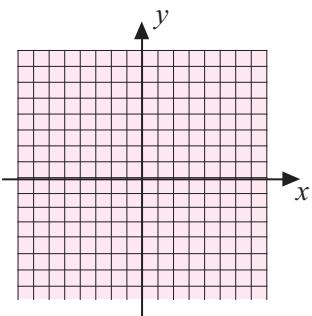
$$|x| = 3$$



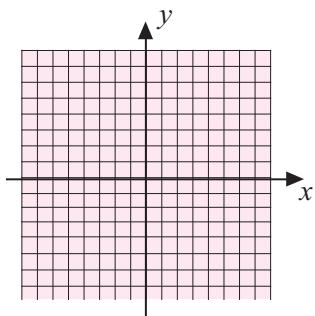
$$|x| = 5$$



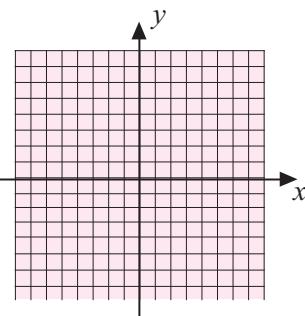
$$|x - 2| = \frac{7}{2}$$



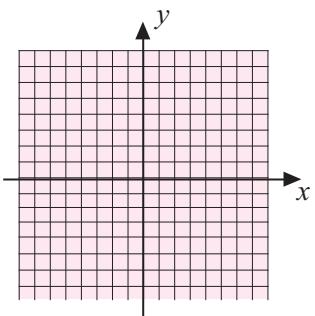
$$|x - 5| = 3$$



$$|x + 2| = 4$$



$$|x + 4| = 2$$



Dərs 71-72. Dərslik səh. 103-105. İrrasional tənliklər. 2 saat



- radikaldan azad etməklə irrasional tənlikləri həll edir
- yeni dəyişən daxil etməklə irrasional tənlikləri həll edir
- dəyişənin rasional üstlü qüvvəti daxil olan tənlikləri həll edir
- irrasional tənliklərə aid məsələlər həll edir

Dərslikdə verilmiş nümunələr araşdırılır. Qüvvətə yüksəltmə əməlinin düzgün tətbiqinə diqqət edilir. Sadə nümunələr üzərində bu bacarıq diaqnostik olaraq qiymətləndirilir.



Bərabərliyin hər iki tərəfində və ya bir tərəfində radikal ifadə ola bilən tənliklər həll edir. İrrasional tənliklərin həllində aşağıdakılara diqqət çəkilir.

Cüt dərəcədən qüvvətə yüksəltmə aparıldığda yeni tənlikdə dəyişənin mümkün qiymətləri çoxluğu genişlənə bilər. Nəticədə alınmış tənliyin köklərinin bəziləri verilmiş irrasional tənliyi ödəməyə bilər. Cüt dərəcədən qüvvətə yüksəltmə aparıldığda köklərin verilmiş tənliyi ödəyib-ödəmədiyini yoxlamaq lazımdır.

Şagirdin həll addımlarını başa düşdүүнү yoxlamaq üçün qruplarla aşağıdakı kimi iş təşkil etmək olar. Tənliklərin həll addımlarını qarşıq əks etdirən riyazi və sözlü yazılışlarla cədvəl hazırlanır. Hər qrupa bir cədvəl verilir. Şagirdlər cədvəlin cərgələrini kəsib kağız üzərinə yapışdırmaqla tənliyin həll ardıcılığını və izahını bərpa edirlər.



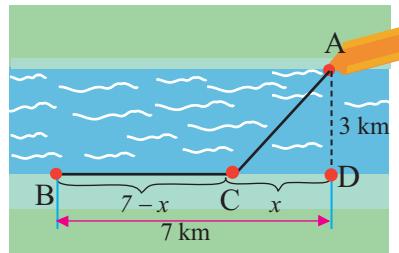
$a + b = c$ bərabərliyinin hər iki tərəfi kvadrata (qüvvətə) yüksəldilərkən $(a + b)^2 = c^2$ olur.

$a + b = c$ olduqda $a^2 + b^2 = c^2$ yazılışı yolverilməzdür.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.8. Balıqçı eni 3 km olan su anbarının kənarındakı A nöqtəsindən C nöqtəsinə qayıqla keçməyi, oradan isə piyada olaraq B nöqtəsinə getməyi planlaşdırır. Anbarın qarşı tərəfindəki üzbəüz D nöqtəsindən B nöqtəsinə qədər məsafə 7 km-dir. Balıqçı C nöqtəsinə qayıqla 10 km/saat sürətlə, piyada isə B nöqtəsinə 6 km/saat sürətlə hərəkət etdi. Bütün yola cəmi 1 saat vaxt sərf etdi. Balıqçı nə qədər yol qət etdi?



Həlli: Balıqçının getdiyi yol AC və CB məsafəsinin cəmidir. $CD = x$ işarə etsək. $CB = 7 - x$, $AC = \sqrt{9 + x^2}$ olar. AC yolu $t_1 = \frac{AC}{10} = \frac{\sqrt{9 + x^2}}{10}$ saata, CB yolu isə $t_2 = \frac{CB}{6} = \frac{7 - x}{6}$ saata qət edilir. Şərtə görə $t_1 + t_2 = 1$ olduğundan

$$\frac{\sqrt{9 + x^2}}{10} + \frac{7 - x}{6} = 1 \text{ irrasional tənliyi alarıq. Bu tənliyi } \frac{\sqrt{9 + x^2}}{5} = \frac{x - 1}{3} \text{ şəklinə}$$

gətirib hər iki tərəfini kvadrata yüksəltməklə alınan $8x^2 - 25x - 28 = 0$ tənliyindən $x_1 = -\frac{7}{8}$, $x_2 = 4$ tapılır. $-\frac{7}{8}$ ədədi irrasional tənliyi ödəmir, 4 isə onu ödəyir.

$x = 4$ olduqda $AC = \sqrt{9 + 4^2} = 5$ (km), $CB = 7 - 4 = 3$ (km) olar ki, bu da balıqçının cəmi $5 + 3 = 8$ km yol getdiyini göstərir.

İşçi vərəq № 7



Radikaldan azadetməklə irrasional tənlikləri həll edir

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

1) Tənlikləri həll edin. Həllinizi yoxlayın

$$\sqrt{x-9} = 4$$

$$\sqrt{2x-3} = -4$$

$$\sqrt{x^2-9} = 4$$

$$\sqrt{18-3x} = x$$

$$\sqrt{7z-2} = \sqrt{z+3}$$

$$3\sqrt{2x-1} + 4 = 10$$

$$6 + \sqrt{3x+1} = 11$$

$$2 + \sqrt{3y-5} = 10$$

$$2 - x + \sqrt{2x-1} = 0$$

$$\sqrt{t-1} + \sqrt{t+4} = 5$$

$$\sqrt{x-3} = \sqrt{x+4} - 1$$

$$\sqrt{x-10} = 1 - \sqrt{x}$$

2) Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 3$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 1$$

3) Yeni dəyişən daxil etməklə həll edin.

$$x - \sqrt{x} = 12$$

$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} = 6$$

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[8]{x} = 2$$

İşçi vərəq № 8



Yeni dəyişən daxil etməklə irrasional tənlikləri həll edir

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

1) Dəyişənin mümkün qiymətlərini göstərin, tənlikləri həll edin.

$$(2x - 1)^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}} = 4$$

$$(x - 3)^{\frac{1}{2}} = 4$$

$$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = 9$$

$$(x + 4)^{\frac{1}{3}} = -1$$

$$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{2}} = 0,25$$

2) Yeni dəyişən daxil etməklə tənlikləri həll edin.

$$2x^{\frac{1}{2}} - 9x^{\frac{1}{4}} + 4 = 0$$

$$x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{4}} + 2 = 0$$

$$2x^{\frac{2}{3}} - 5x^{\frac{1}{3}} - 3 = 0$$

$$3x^{\frac{4}{3}} + 5x^{\frac{2}{3}} - 2 = 0$$

$$t^{\frac{1}{2}} - 2t^{\frac{1}{4}} + 1 = 0$$

$$z^{\frac{1}{2}} - 4z^{\frac{1}{4}} + 4 = 0$$

Dərs 73-77. Dərslik səh. 106-113. Tənliklər sistemi. 5 saat.



- Bir tənliyi birdərəcəli, digəri ikidərəcəli olan tənliklər sisteminin müxtəlif üsullarla həll edir:
 - Qrafik üsul;
 - Əvəzətmə üsulu;
 - Tərəf-tərəfə toplama (və ya çıxma).
- Tənliklər sisteminin həlləri sayını diskriminantə görə müəyyən edir.
- Hər iki tənliyi ikidərəcəli olan tənliklər sisteminin müxtəlif üsullarla həll edir.

1-ci, 2-ci saat. İkidəyişənlər tənlik və onun qrafiki anlayışı verilir, tənliklər sisteminin qrafik üsulla həlli izah edilir. İki və ya daha çox dəyişən daxil olan tənliklərin həlli bacarıqlarını fizika dərsləri ilə integrativ olaraq öyrənmək tövsiyə edilir.

Tənliklər sisteminin qrafik üsulla həlli xüsusiylə, həllərin sayını müəyyən etmək üçün əlverişlidir. Kvadratik funksiyanın və xətti funksiyanın qrafikini qurma bacarıqlarını tətbiq etməklə şagird sistemin həlləri sayını əyani olaraq görə bilir.

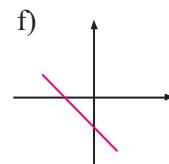
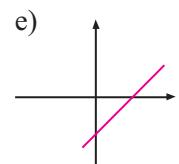
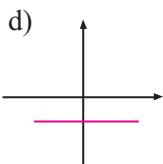
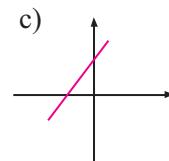
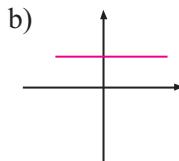
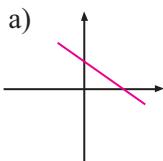
$y = kx + b$ xətti funksiyasının qrafiki haqqında biliklər təkrar edilir.

- 1) k -nin işarəsindən asılı olaraq qrafikin rüblərdə yerləşməsi necə dəyişir?
- 2) b -nin işarəsindən asılı olaraq bu yerləşmə necə dəyişir?

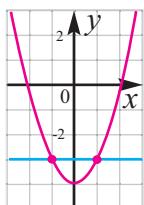
3) k -nın ədədi qiymətinin dəyişməsi qrafikin vəziyyətini koordinat oxlarına görə necə dəyişir? Bu mühakimələri özündə eks etdirən elektron plakatın əvvəlcədən hazırlanması tövsiyə edilir. Əvvəlki dərslərdə qeyd edilmiş internet ünvanlardakı qrafiklər istifadə edilməsi tövsiyə edilir.

Plakat nümunələri:

$y = kx + b$ xətti funksiyasının qrafikinin verilən təsvirlərinə görə k və b -nın işarələrini müəyyən edin, bucaq əmsalının mənfi, müsbət və ya sıfır bərabər olduğunu söyləyin.

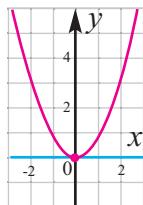


$$\begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = -3 \end{cases}$$



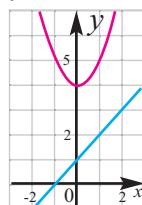
Düz xətt parabolanı iki nöqtədə kəsir. Sistemin iki həlli var.

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$$



Düz xətt parabolanın toxunanıdır. Bir həlli var.

$$\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ y = x + 1 \end{cases}$$



Düz xəttin parabola ilə ortaq nöqtəsi yoxdur. Həlli yoxdur.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D. 12. Sistemin tənliklərindən biri $y = x^2 - 6x - 10$, digəri isə parabolanı $x = 3$ və $x = 2$ nöqtələrində kəsən düz xəttin tənliyidir. Bu tənliklər sistemini yazın.

Həlli. Düz xəttin tənliyini $y = ax + b$ şəklində göstərək. Onda tənliklər sistemi aşağıdakı kimi olar:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x - 10 \\ y = ax + b \end{cases}$$

a və b -ni təyin etmək üçün $x = 2$ və $x = 3$ qiymətlərindən istifadə edək. Birinci tənlikdən uyğun olaraq alarıq :

$$x = 2 \text{ olduqda, } y = 2^2 - 6 \cdot 2 - 10 = -18$$

$$x = 3 \text{ olduqda, } y = 3^2 - 6 \cdot 3 - 10 = -19$$

Bu qiymətləri ikinci tənlikdə nəzərə almaqla a və b -nin tapılması üçün aşağıdakı tənliklər sistemi alarıq :

$$\begin{cases} -18 = a \cdot 2 + b \\ -19 = a \cdot 3 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + b = -18 \\ 3a + b = -19 \end{cases}$$

Tərəf-tərəf çıxməqla $a = -1$ alarıq. Buradan isə $2 \cdot (-1) + b = -18 \Rightarrow b = -16$ olar. Yəni axtarılan tənliklər sistemi aşağıdakı kimidir:

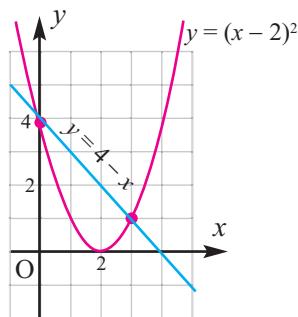
$$\begin{cases} y = x^2 - 6x - 10 \\ y = -x - 16 \end{cases}$$

3-cü, 4-cü saat. Biri xətti, digəri ikidərəcəli olan tənliklər sisteminin cəbri (əvəzetmə, cəbri toplama) üsullarla həlli tapşırıqları yerinə yetirilir.

Şagirdlər tənliklər sisteminini tərəf-tərəf toplama, əvəzetmə üsulları ilə xətti tənliklər sisteminin həllindən tanışdırırlar. Bu cəbri üsulların tətbiqində şagirdlərin ekvivalent çevirmələr aparma bacarıqlarına diqqət edilir.

D. 20. Həlli. Şərtə görə $y = b - x$ düz xətti ilə $y = (x - 2)^2$ parabolasının kəsişmə nöqtələrindən biri ordinat oxu üzərində yerləşir. Ordinat oxu üzərindəki nöqtənin absisi sıfıra bərabərdir. $x = 0$ olduqda parabola üzərindəki nöqtənin ordinatı $y = (0 - 2)^2 = 4$ olur. Deməli, düz xətlə parabolanın kəsişmə nöqtələrindən biri $(0; 4)$ nöqtəsidir. Buradan $b = 4$ olduğu aydındır. $\begin{cases} y = 4 - x \\ y = (x - 2)^2 \end{cases}$ tənliklər sistemini həll etməklə düz xətt və parabolanın orta nöqtələri tapılır.

Funksiyaların qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində quraq. Qrafikdən də düz xətlə parabolanın digər orta nöqtəsi tapılır: $(3; 1)$



D.22. a) $y = 4x + b$ düz xətti ilə $y = -3x^2 - 2x + 4$ parabolasının orta nöqtəsi yoxdur. b hansı qiymətlər ala bilər?

Həlli. Qrafiklərin kəsişmə nöqtəsində y -lər bərabər olduğu üçün $-3x^2 - 2x + 4 = 4x + b$ bərabərliliyini alarıq. Buradan

$$\begin{aligned} -3x^2 - 6x + 4 - b &= 0 \text{ və ya} \\ 3x^2 + 6x + b - 4 &= 0 \end{aligned}$$

Ortaq nöqtənin olmaması üçün kvadrat tənliyin diskriminantı mənfi olmalıdır :

$$D = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot (b - 4) < 0 \Rightarrow$$

$$36 - 12b + 48 < 0 \Rightarrow 12b > 84, \quad b > 7$$

Yəni b -nin $(7; +\infty)$ aralığından götürülmüş istənilən qiymətində $y = 4x + b$ düz xətti ilə $y = -3x^2 - 2x + 4$ parabolasının orta nöqtəsi yoxdur.

D.23. Düz xəttin tənliyi $y = kx - 5$ şəklindədir. k -nın hansı qiymətində bu düz xətt $y = 3x^2 + 4x - 2$ parabolasının toxununu olar?

Həlli. $y = kx - 5$ düz xəttinin $y = 3x^2 + 4x - 2$ parabolasının toxununu olması üçün onların yeganə orta nöqtəsi olmalıdır. Ona görə də y -ləri bərabərləşdirildikdən sonra x -ə görə alınan kvadrat tənliyin diskriminantı sıfıra bərabər olmalıdır.

$$3x^2 + 4x - 2 = kx - 5 \Rightarrow$$

$$3x^2 + 4x - kx - 2 + 5 = 0$$

$$3x^2 + (4 - k)x + 3 = 0$$

$$D = (4 - k)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 0 \quad (4 - k)^2 = 36$$

$$4 - k = \pm 6 \Rightarrow \quad k_1 = 4 - 6 = -2$$

$$k_2 = 4 + 6 = 10$$

Yəni verilmiş parabolaya k -nın iki qiymətində, $k = -2$ və

$k = 10$ qiymətlərində $y = -2x - 5$ və $y = 10x - 5$ kimi iki toxunan çəkmək olar.

5-ci saat. Hər iki tənliyi ikidərəcəli olan tənliklər sisteminə aid tapşırıqlar həll edilir. Əsas diqqət tənliklər sisteminin həllər sayını müəyyən etməyə verilir. Şagirdlər sistemə daxil olan tənliklərin qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində təsvir etməklə həllər sayını müəyyən edirlər.

İşçi vərəq № 9

Adı _____ Soyadı _____

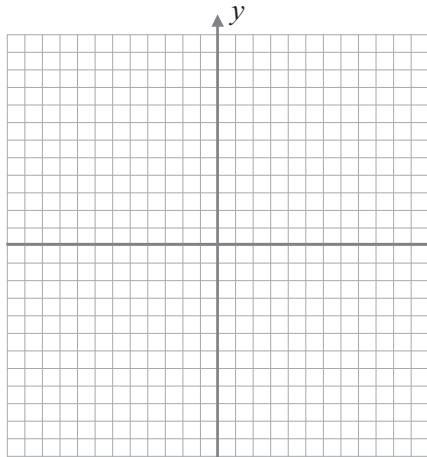
Tarix _____



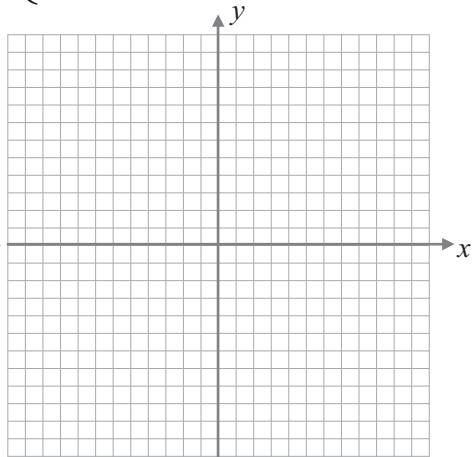
- Tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edir.

Aşağıdakı tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edin.

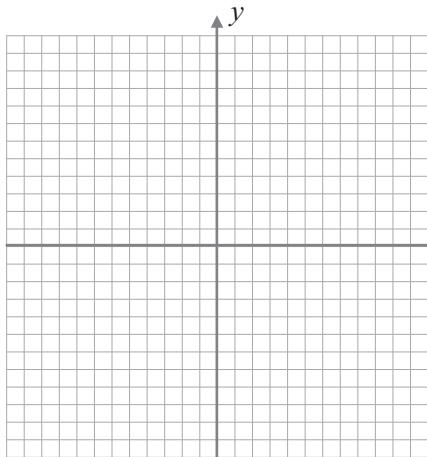
$$\begin{cases} y = x^2 + 4x - 5 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$



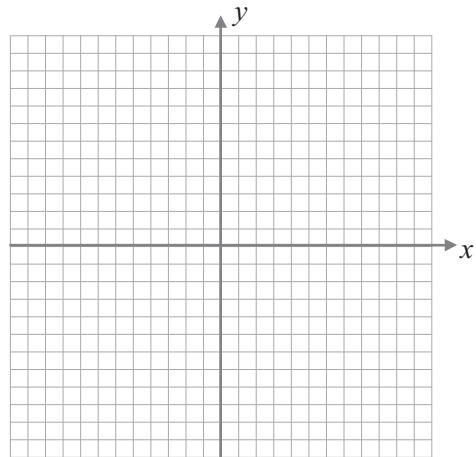
$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 1 \\ y + 2x = 6 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y - 4x = 3 \end{cases}$$



Dərs 78-81. Dərslik səh. 114-117.

Tənliklər sisteminə gətirilən məsələlər həlli.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat

Xətti tənliklər sisteminə gətirilən məsələlərlə şagirdlər 7-ci sinifdən tanışdırırlar. Burada tənliklərindən biri və ya hər ikisi qeyri xətti olan tənliklər sisteminə gətirilən məsələlərə baxılır. Şagirdlər müxtəlif həyatı situasiyalarda qarşıya çıxan məsələlərin həllinin tənliklər sisteminin həllinə gətirildiyini başa düşürlər.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.3. Həlli: 4,5%-lə qoyulmuş məbləği x ; 6%-lə qoyulmuş məbləği isə y ilə işarə edək. Məsələnin şərtinə görə:

$$\begin{cases} y = 3x \\ 1,045x + 1,06y = 4225 \end{cases}$$

Xətti tənliklər sisteminə alarıq. Əvvəzətmə üsulunu tətbiq etməklə, tapşırıq ki,
 $x = 1000$, $y = 3000$

D.5. Həlli: Xalis ipəkdən olan sapdan x kq, 85%-i ipək olan sapdan y kq götürürkən,
 $x + y = 120$, tərkibi 96 % ipəkdən ibarət olan sap üçün isə

$$\frac{x + 0,85y}{x + y} = 0,96 \text{ alarıq.}$$

Beləliklə, x və y -in tapılması üçün aşağıdakı tənliklər sisteminə alarıq.

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ x + 0,85y = 0,96(x + y) \end{cases}$$

Sistemin 2-ci tənliyindən $0,04x = 0,11y$, $x = \frac{11}{4}y$ tapılır.

Birinci tənlikdə x -in qiymətini nəzərə alsaq,

$$\frac{15}{4}y = 120 \Rightarrow y = \frac{4 \cdot 120}{15} = 32, \quad x = \frac{11}{4} \cdot 32 = 88$$

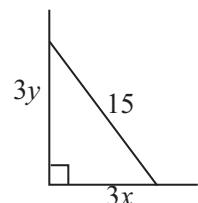
Yəni, 88 kq xalis ipəkdən olan sap, 32 kq isə 85 %-li ipək sap götürmək lazımdır.

D.9. Həlli: Tutaq ki, I boru ilə çən x dəqiqəyə, II boru ilə y dəqiqəyə dolur. Məsələnin şərtinə görə $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25 \end{cases}$ tənliklər sisteminə alarıq.

Buradan $\begin{cases} \frac{y+x}{xy} = \frac{1}{12} \\ x+y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{50}{xy} = \frac{1}{12} \\ x+y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 600 \\ x+y = 50 \end{cases}$

Cəmi 50- yə, hasili 600- ə bərabər olan müsbət ədədlər 20 və 30 olduğundan alırıq ki, borulardan biri çəni 20 dəqiqəyə, o biri isə 30 dəqiqəyə doldurur.

D.11. (səh. 117) Həlli. Düzbucaq təpəsindən çıxıb onun tərəfləri boyunca hərəkət edən birinci cismin sürətini x ilə, ikinciinin sürətini y ilə işarə edək. Nəzərə almaq kifayəti, birinci cisim 3 saniyədə ikinci cismin 4 saniyədə getdiyi məsafəyə bərabər yol qət edir, onda aşağıdakı tənliklər sistemini alırıq :



$$\begin{cases} (3x)^2 + (3y)^2 = 15^2 \\ 3x = 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x^2 + 9y^2 = 225 \\ 3x = 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16y^2 + 9y^2 = 225, \\ 25y^2 = 225 \end{cases}$$

$$y = 9, y = 3, 3x = 4 \cdot 3 \Rightarrow x = 4$$

Birinci cismin sürəti 4 m/san, ikinci cismin sürəti isə 3 m/san-dir.

D.14. (səh. 117) a) a -nın hansı qiymətlərində $\begin{cases} y + 2x = a \\ y - x^2 = 1 \end{cases}$ tənliklər sisteminin yeganə həlli var?

Həlli: Tənlikləri tərəf- tərəfə çıxsaq $(y + 2x) - (y - x^2) = a - 1$ alırıq. Buradan alırıq ki, $x^2 + 2x + 1 - a = 0$ tənliyinin diskriminantı sıfır olarsa, verilmiş tənliklər sisteminin yeganə həlli olacaq.

$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1 - a) = 4 - 4 + 4a = 4a$ olduğundan alırıq ki, $a = 0$ olduqda verilmiş tənliklər sisteminin yeganə həlli olur.

Doğrudan da, $a = 0$ olduqda $\begin{cases} y + 2x = 0 \\ y - x^2 = 1 \end{cases}$ tənliklər sistemi alınır. I tənlikdən $y = -2x$

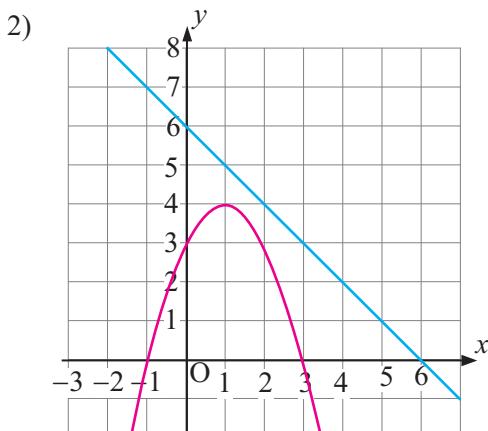
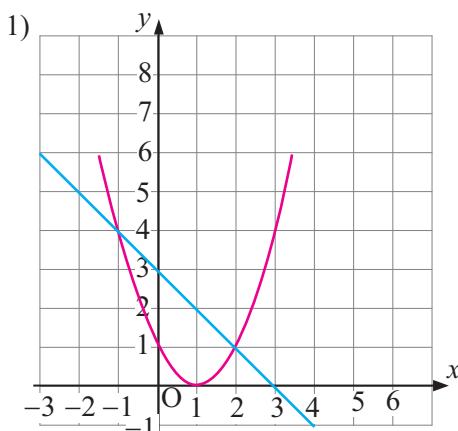
ifadəsini II- də yerinə yazsaq $-2x - x^2 = 1$, $x^2 + 2x + 1 = 0$, $(x + 1)^2 = 0$, $x = -1$. Onda $y = -2 \cdot (-1) = 2$. Sistemin həlli $(-1; 2)$ olur.

5-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nö	Meyarlar	Qeyd
1.	Yüksək dərəcəli tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edir.	
2.	Rasional tənlikləri həll edir.	
3.	Dəyişəni modul işarəsi daxilində olan tənlikləri həll edir.	
4.	İrrasional tənlikləri həll edir.	
5.	Birdərəcəli və ikidərəcəli tənliklərdən ibarət tənliklər sisteminin müxtəlif üsullarla həll edir.	
6.	Tənliklər və tənliklər sistemi qurmaqla məsələlər həll edir.	

Dərs 82. 5-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

- 1.** Nəşriyyatın gəlirinin $G(x) = -0,1x^2 + 10x$ funksiyası ilə dəyişdiyi müəyyən edildi. Burada x satılan kitabların sayını (minlərlə), $G(x)$ isə gəliri (min manatla) göstərir.
 a) Neçə kitab satışından 8 min manat gəlir əldə edilər?
 b) Nəşriyyatın maksimum gəliri nə qədər olmuşdur?
 c) Nəşriyyat maksimum gəliri neçə kitab satışından əldə etmişdir?
- 2.** Tənliyi həll edin.
- a) $x^3 + x^2 = 6x$ b) $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x - 8) = 24$
- 3.** $\frac{x-1}{x-2} = 5-x$ tənliyinin köklərinin hasilini tapın.
- 4.** Tənliyi həll edin:
- a) $|x^2 - 2x| = 8$ b) $||x-1|+5|=8$
- 5.** $\sqrt{(x-2)^2} = x$ tənliyini həll edin.
- 6.** $y = 2x + x^2$ və $y = x$ funksiyalarının qrafiklərinin ortaq nöqtələrinin sayı neçədir?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 0
- 7.** $y = x^2 - 2x$ və $y = 4$ funksiyalarının kəsişmə nöqtələrinin absislərinin cəmini tapın.
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 0
- 8.** Verilmiş qrafiklərə görə tənliklər sistemi yazın.



- 9.** Qutuda ağ və qara kürələr var. Ağ kürələrin sayı qara kürələrin sayından 4 ədəd çoxdur.
- Təsadüfən çıxarılan kürənin ağ olması ehtimalı 0,6 -ya bərabərdirsə, qutuda cəmi neçə kürə var?
 - Bu qutuya bir neçə qara kürə əlavə edildikdən sonra təsadüfən çıxarılan kürənin qara olması ehtimalı 0,6 -ya bərabər oldu. Qutuya neçə kürə əlavə olundu?
- 10.** Tənliyi həll edin.
- $\sqrt[4]{3x-2} = \sqrt{2}$
 - $(x-4) \cdot \sqrt{4-x^2} = 0$
- 11.** $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3,6 \\ xy = 2 \end{cases}$ tənliklər sistemindən $x - y$ fərqini tapın.
- 12.** $\begin{cases} (x-5)(y-3) = 0 \\ x^2 + y^2 = 22 \end{cases}$ tənliklər sistemini həll edin.
- 13.** Uyğunluğu müəyyən edin :
- $\begin{cases} x^3 + 3x^2y = 0 \\ y^3 + 3xy^2 = 27 \end{cases}$ A) $x + y = 3$
 - $\begin{cases} x^2 + xy = 4 \\ y^2 + xy = 12 \end{cases}$ B) $|x + y| = 4$
C) $|x - y| = 3$
 - $\begin{cases} x^2 - xy = 2 \\ y^2 - xy = 7 \end{cases}$
- 14.** Sərnişin hərəkət edən eskalatorla yeriyərkən metroya 90 saniyəyə, hərəkət edən eskalator üzərində dayanarkən 171 saniyəyə gedir. O, dayanmış eskalatorda yeriyərkən metroya neçə saniyəyə enər?
- 15.** İki boru birlikdə işləsə, çən 36 dəqiqəyə dolar. Əvvəlcə çənin yarısını 1-ci boru ilə, sonra qalan yarısını 2-ci boru ilə doldursalar, bu çən 75 dəqiqəyə dolar. Hər boru təklikdə işləsə, çən neçə dəqiqəyə dolar?

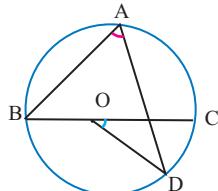
Dərs 83. Yarımilik summativ qiymətləndirmə

1. $\sqrt{3} \sqrt[3]{\sqrt{3}}$ ədədini rasional üstlü qüvvət şəklində göstərin.

2. $\frac{x - 3x^2}{x - 9}$ kəsrini ixtisar edin.

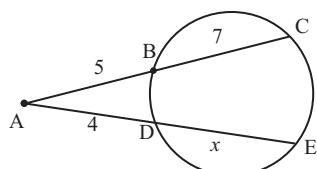
3. O nöqtəsi çevrənin mərkəzi, BC diametrdir.
 $\angle DOC = 20^\circ$ olarsa, $\angle A$ -ni tapın.

- A) 80° B) 70° C) 60° D) 45°



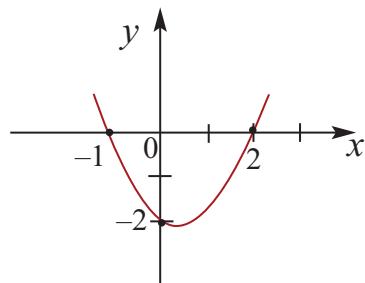
4. A nöqtəsindən çevrəni kəsənlər çəkilmişdir.
 $AB = 5$ sm , $BC = 7$ sm , $AD = 4$ sm olarsa,
DE parçasının uzunluğunu tapın.

- A) 11 sm B) 6 sm C) 5 sm D) 12 sm



5. $y = x^2 + bx - 2$ parabolası A (2; 0) nöqtəsindən keçirsə, b-ni tapın.

- A) -1 B) -2 C) 2 D) 1



6. Şəkildə verilmiş parabolaya uyğun kvadratik funksiyani göstərin.

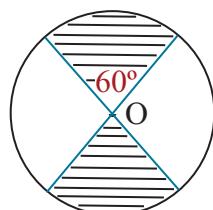
- A) $y = (x - 1)^2 - 2$ B) $y = (x - 2)(x + 1)$
C) $y = (x + 1)^2 - 3$ D) $y = 2(x + 1)^2 - 1$

7. $y = 2(x + 1)^2 - 3$ parabolası y oxunu hansı nöqtədə kəsir?

- A) (0; 1) B) (0; -1) C) (0; 2) D) (0; -2)

8. $y = x^2 - 4x + 7$ funksiyasının ən kiçik qiymətini tapın.

9. O nöqtəsi dairənin mərkəzidir. Dairənin radiusu 6 sm olarsa, ştrixlənmiş sahəni tapın.



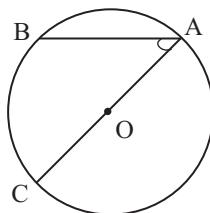
10. $\begin{cases} x + xy + y = 9 \\ x - xy + y = 1 \end{cases}$ tənliklər sistemində $x^2 + y^2$ ifadəsinin qiymətini tapın.

11. $\sqrt{(x-3)^2} - 1 = 2$ tənliyinin köklərinin cəmini tapın.

- 12.** 1) Mərkəzi $M(2; 1)$ nöqtəsində yerləşib, radiusu $\sqrt{5}$ olan çəvrələrin tənliyini yazın.
 2) Bu çəvrənin ordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini tapın.
 3) Uyğun dairədə 36° mərkəzi bucağa uyğun sektorun sahəsini tapın.

- 13.** Radiusu r , mərkəzi O olan çəvrədə $\angle BAC = 45^\circ$ olarsa, BC qövsünün uzunluğunu tapın.

A) $\frac{\pi r}{4}$ B) $\frac{\pi r}{3}$ C) πr D) $\frac{\pi r}{2}$



14. $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 1$ tənliyini həll edin.

- 15.** b -nin hansı qiymətində $y = 4x + b$ düz xətti ilə $y = x^2$ parabolasının bir ortaq nöqtəsi var?

- 16.** Təpə nöqtələri $A(-2; 0)$, $B(0; 5)$, $C(4; 1)$ olan ΔABC -də AM medianının uzunluğunu tapın.

- 17.** Qutuda ağ və qara kürələr var. Qara kürələrin sayı ağ kürələrdən 4 ədəd çoxdur.

- a) Təsadüfən çıxarılan kürənin ağ olması ehtimalı 0,4 olarsa, qutuda cəmi neçə kürə var?
 b) Qutuya bir neçə ağ kürə əlavə edildikdən sonra təsadüfən çıxarılan kürənin ağ olması ehtimalı 0,52 oldu. Qutuya neçə ağ kürə əlavə olundu?

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
3.1.1. Sınıq xətt və çoxbucaqlı anlayışlarını bilir, düzgün çoxbucaqlını təsvir edir.	84	Çoxbucaqlılar	1	118-120
3.1.2. Verilmiş üçbucağın daxilinə və xaricinə çevrə çəkir.	85-86	Çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının cəmi	2	120-122
3.1.4. Dairənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlının sahəsi	87-92	Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar	6	123-131
d ö r d b u c a q l i n i n xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.	93-94	Düzgün çoxbucaqlının sahəsi	2	132-136
	95-96	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	137-138
	97	6-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	14	



Məzmun standartı

- 3.1.1. Sınıq xətt və çoxbucaqlı anlayışlarını bilir, düzgün çoxbucaqlını təsvir edir.
- 3.1.2. Verilmiş üçbucağın daxilinə və xaricinə çevrə çəkir.
- 3.1.4. Dairənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- Çoxbucaqlını *tərəflərinin sayına görə adlandırır, qabarıq və ya çökük olduğunu müəyyən edir;*
- Çoxbucaqlının *daxili və xarici bucaqlarının cəminə aid məsələlər həll edir;*
- *Düzgün çoxbucaqları təsvir edir, perimetri və sahəsinə aid məsələləri həll edir;*
- *Çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlıların xassələrini bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.*



Riyazi lügət

- Çoxbucaqlı
- Qabarıq çoxbucaqlı
- Çökük çoxbucaqlı
- Düzgün çoxbucaqlı
- Düzgün çoxbucaqlının sahəsi
- Çoxbucaqlının daxili bucağı
- Çoxbucaqlının xarici bucağı
- Çoxbucaqlının daxilinə çəkilmiş çevrə
- Çoxbucaqlının xaricinə çəkilmiş çevrə
- Düzgün çoxbucaqlının xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu
- Düzgün çoxbucaqlının daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu
- Düzgün çoxbucaqlının mərkəzi
- Düzgün çoxbucaqlının apofemi



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər
Internet ünvanları:

www.mathopenref.com/polygonconcave.html

Dərs 84. Dərslik səh. 118-120.

Çoxbucaqlılar. 1 saat

Qabarıq və çökük çoxbucaqlılar, düzgün çoxbucaqlılar

Şagirdlərə qabarıq və çökük çoxbucaqlıların fərqlərini əks etdirən plakatın əvvəlcədən hazırlanması tövsiyə edilir.

Qabarıq və çökük çoxbucaqlıları aydın təsəvvür və müqayisə etmək üçün www.mathopenref.com/polygonconcave.html internet ünvanından məşğələlərə yer verilməsi tövsiyə edilir.

Qapalı fiqur və açıq fiqur, çoxbucaqlı və çoxbucaqlı olmayan müstəvi fiqur, çoxbucaqlının qonşu tərəfləri, qonşu təpələri, diaqonalları, daxili və xarici bucağı anlayışlarını hər bir şagirdin başa düşdüyüünə diqqət edilir.

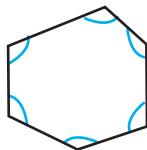
Bu anlayışları dərslikdə verilmiş D1, D2, D3, D4, D5 tipli tapşırıqlarla formalaşdırmaq olar.

Şagirdlərlə sual-cavab aparmaqla konqruyentlik haqqında biliklərinin, üçbucaqların konqruyentlik əlamətlərinin yada salınması tövsiyə edilir. Bu biliklər şagirdlərə məsələ həlli zamanı gərəkli olacaq.

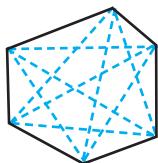
Qabarıq və çökük çoxbucaqlının fərqlərini əks etdirən şəkilləri şagirdin dəftərində çəkməsi tövsiyə edilir. Şagirdin diqqəti beşbucaqlı, altibucaqlı, yeddibucaqlı və s. çoxbucaqlılar üzərində bu əlamətləri yoxlamasına yönləndirilir.

Plakat nümunəsi

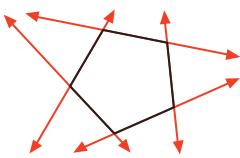
1. Qabarıq çoxbucaqlının hər bir daxili bucağı 180° -dən kiçikdir.



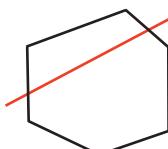
2. Qabarıq çoxbucaqlının bütün diaqonalları çoxbucaqlının daxilində yerləşir.



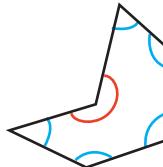
3. Qabarıq çoxbucaqlı bütünlükə onun istənilən tərəfini saxlayan düz xətdən bir yarımmüstəvidə yerləşir.



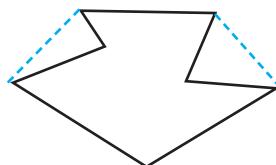
4. İstənilən düz xətt qabarıq çoxbucaqlının ən çoxu iki tərəfini kəsə bilər.



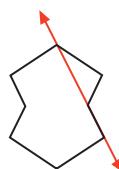
1. Çökük çoxbucaqlının daxili bucaqlarından ən azı biri 180° -dən böyükdür.



2. Çökük çoxbucaqlının xaricində yerləşən ən azı bir diaqonalı var.



3. Çökük çoxbucaqlının ən azı bir tərəfinin uzantısı onun daxilindən keçir.



4. Çökük çoxbucaqlının hansı hissəsindən keçməsindən asılı olaraq düz xətt onun bir neçə tərəfini kəsə bilər. Şəkildəki düz xətt çoxbucaqlının 4 tərəfini kəşmişdir.



Dərs 85-86. Dərslik səh. 120-122.

Çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının cəmi. 2 saat



- Çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi haqqında teoremi məsələ həllinə tətbiq edir;

- Çoxbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi haqqındaki teoremi məsələ həllinə tətbiq edir;
- Düzgün çoxbucaqlının bir təpəsindəki daxili bucağı tapma məsələlərini həll edir;

- Düzgün çoxbucaqlının bir təpəsindəki xarici bucağı tapma məsələlərini həll edir.

Qabarıq çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının cəmləri və düzgün çoxbucaqlının hər təpədəki bucağının dərəcə ölçüsü haqqındaki teoremlər izah edilir. Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir. Nəzərdə tutulmuş bacarıqlara hər bir şagirdin hansı səviyyədə nail olduğu müşahidə yolu ilə formativ qiymətləndirilir. Dərslikdə verilmiş çalışmalardan əlavə vəsaitdə verilmiş işçi vərəqlərdən istifadə edilməsi tövsiyə edilir.

Dərslikdə verilmiş Araşdırma tapşırıqları yerinə yetirilir. Tərəflərinin sayı artıqca düzgün çoxbucaqlının bir daxili bucağının dərəcə ölçüsünün də artdığı, xarici bucağının isə əksinə kiçildiyi müşahidə edilir. Şagirdlərin bu asılılığı başa düşdүүнү yoxlamaq üçün suallar vermək olar: Könül deyir ki, mən 12 bucaqlının bir daxili bucağının 170° , 18 bucaqlının isə 130° olduğunu tapdim. Heç bir hesablama aparmadan Könülün həllinin səhv olduğunu izah edə bilərsinizmi?

Aşağıdakı tip məsələnin həlli və izahı tövsiyyə olunur.

Göstərin ki, daxili bucağı 123° olan düzgün çoxbucaqlı yoxdur.

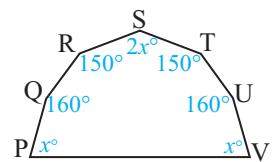
Tapşırıq düzgün çoxbucaqlının bir təpəsindəki bucağın ölçüsü düsturuna görə yerinə yetirilir:

$$\frac{180^\circ(n-2)}{n} = 123^\circ; 180^\circ n - 360^\circ = 123^\circ n; 57^\circ n = 360^\circ; n = 6,3$$

6,3 ≠ N. Deməli, daxili bucağı 123° olan düzgün çoxbucaqlı yoxdur.



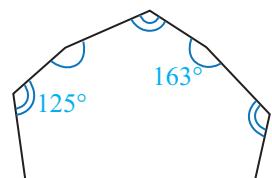
D.17 a) Həlli. Bu çoxbucaqlının düzgün çoxbucaqlı olduğunu söyləmək olarmı? Fikirlər dinlənilir. Düzgün çoxbucaqlının bütün bucaqlarının dərəcə ölçüsü bərabərdir. Bu çoxbucaqlının isə daxili bucaqları müxtəlif ölçülüdür.



Məsələni çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi haqqında teoremdən istifadə etməklə həll etmək olar. Daxili bucaqların cəmi: $180^\circ \cdot (7 - 2) = 900^\circ$

$$x + 2 \cdot 160^\circ + 2 \cdot 150^\circ + 2x + x = 900^\circ; 4x + 620^\circ = 900^\circ; 4x = 280^\circ; x = 70^\circ$$

D.17 b) Həlli. Məsələni iki üsulla həll etmək olar. 1) Şərtdə tələb edildiyi kimi xarici bucaqların cəmindən istifadə etməklə; 2) Çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi düsturundan istifadə etməklə. Çoxbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi 360° -dir.



Verilən daxili bucaqlara uyğun xarici bucaqlar 55° və 17° -dir.

Çoxbucaqlının 125° və 163° olan bucaqları biri digərini əvəz etməklə davam etdiyini nəzərə alsaq, onun bucaqlarının, eləcə də tərəflərinin cüt sayda olduğu məlum olar.

$$n = 2k, \text{ yəni } k \text{ sayda } 125^\circ, k \text{ sayda } 163^\circ\text{-li bucaqlar var. Deməli,}$$

$$k \cdot 55^\circ + k \cdot 17^\circ = 360^\circ; 72^\circ \cdot k = 360^\circ; k = 5. \text{ Onda } n=10 \text{ olur.}$$

Bu çoxbucaqlının daxili bucaqlarından beşi 125° -li, beşi isə 163° -lidir.

Cavab: Çoxbucaqlının 10 tərəfi var.

İşçi vərəq № 1



- Düzgün çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının hesablanmasına aid məsələləri həll edir.

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

Çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi

Çoxbucaqlı	Tərəflərinin sayı	Bir təpədən çıxan diaqonalların sayı	Üçbucaqların sayı	Daxili bucaqların cəmi	Bir daxili bucağının ölçüsü (düzgün çoxbucaqlıda)	Bir xarici bucağının ölçüsü (düzgün çoxbucaqlıda)	Xarici bucaqların cəmi
Üçbucaq 							
Dördbucaqlı 							
Beşbucaqlı 							
Altibucaqlı 							
Yedibucaqlı 							
Səkkizbucaqlı 							
Doqquzbucaqlı 							
Onbucaqlı 							
n bucaqlı							

İşçi vərəq № 2

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Qabarıq çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının ölçüsünü hesablayır.

1. Aşağıdakı fikirlərdən hansı doğru, hansı yanlışdır?

- Düzgün çoxbucaqlının tərəflərinin sayını iki dəfə artırsaq, xarici bucağının dərəcə ölçüsü iki dəfə azalar.
- Səkkizbucaqlının xarici bucağı dördbucaqlının xarici bucağından böyükdür.
- Tərəflərinin uzunluqları müxtəlif olan çoxbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrini ardıcıl birləşdirsek, tərəfləri konqruyent olan çoxbucaqlı alınar.
- Bütün tərəfləri konqruyent olan dördbucaqlı düzgün dördbucaqlıdır.
- Bütün bucaqları konqruyent olan dördbucaqlı düzgün dördbucaqlıdır.
- Bütün tərəfləri konqruyent olan üçbucaq düzgün üçbucaqdır.

2. Verilən şərtə görə düzgün çoxbucaqlının neçə tərəfi olduğunu tapın:

1) Daxili bucaqlarının cəmi 1980° olan

2) Hər bir xarici bucağı 15° olan

3) Hər bir daxili bucağı 108° olan

4) Daxili bucaqlarının cəmi 3600° olan

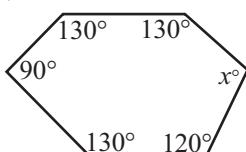
5) Hər bir xarici bucağı 24° olan

6) Hər bir daxili bucağı 135° olan

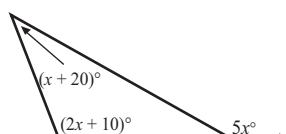
7) Hər bir daxili bucağı 160° olan

3. Şəkildə verilənlərə görə çoxbucaqlının naməlum daxili bucaqlarını tapın.

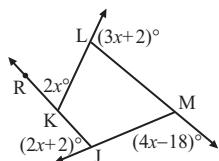
a)



b)



c)



Dərs 87-92. Dərslik səh. 123-131. Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlıları. 6 saat



- Daxilə və xaricə çəkilmiş çoxbucaqlıları təsvir edir;

- Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çəvrələrin mərkəzinin müəyyən edilməsi haqqında teoremi məsələ həllinə tətbiq edir;
- Çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının xassələrini bilir və məsələ həllinə tətbiq edir;
- Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çəvrənin radiusunu üçbucağın sahəsi və tərəfləri ilə ifadə edir;
- Dördbucaqlının daxilinə və xaricinə çəkilmiş çəvrənin radiusunu dördbucaqlının sahəsi və tərəfləri ilə ifadə edir.
- Düzgün çoxbucaqlının daxilinə və xaricinə çəkilmiş çəvrələrin radiusunu çoxbucaqlının tərəfi ilə ifadə edir.



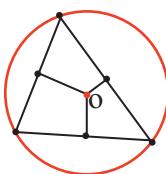
Lazımı ön biliklər

- Üçbucağın hündürlükleri, tənbölənləri, medianları, tərəflərin orta perpendikulyarları haqqında biliklər yada salınır və uyğun təsvirlər çəkilir;
- Paraleloqramın növləri və xassələri;
- Çəvrəyə toxunanın xassələri.

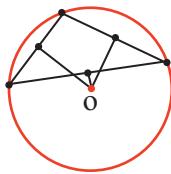
1-ci saat. Çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlının tərifi izah edilir və şagirdlər uyğun təsvirləri dəftərlərində çəkirərlər.

1. Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çəvrələrin mərkəzi haqqında teoremlər araşdırılmaqla istənilən üçbucağın daxilinə və xaricinə çəvrə çəkməyin mümkün olduğu aydınlaşdırılır.

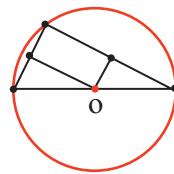
2. Üçbucağın xaricinə çəvrə çəkmək üçün əvvəlcə tərəflərin orta perpendikulyarları çəkilir. Orta perpendikulyarların kəsişmə nöqtəsi mərkəz və üçbucağın hər hansı təpəsi radiusun uc nöqtəsi qəbul edilməklə çəvrə çəkilir. Bu çəvrə verilən üçbucağın xaricinə çəkilmiş çəvrə olacaq. Çəvrənin mərkəzi üçbucağın daxilində, xaricində və tərəfinin üzərində ola bilər.



itibucaqlı üçbucaq

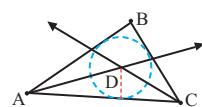


korbucaqlı üçbucaq



düzbucaqlı üçbucaq

3. Üçbucağın daxilinə çəvrə çəkmək üçün əvvəlcə onun bucaqlarının tənbölənlərini çəkin. Tənbölənlərin kəsişmə nöqtəsini mərkəz qəbul edin və bu nöqtədən istənilən tərəfə perpendikulyar çəkin. Çəkilmiş parçanı radius qəbul etməklə çəvrə çəkin. Bu çəvrə verilən üçbucağın daxilinə çəkilmiş çəvrə olacaq.



“Çevrənin daxilinə çəkilmiş üçbucağın tərəflərindən biri çevrənin mərkəzindən keçirəsə, deməli, bu üçbucaq düzbucaqlı üçbucaqdır” təklifinin tətbiqinə aid D.3 və D.4 məsələlərinin həlli yerinə yetirilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.4 Şagirdin məsələdə verilən üçbucağın hissələri ilə çevrənin hissələri arasında əlaqə yaratma bacarıqlarına diqqət edilir.

ΔABC düzbucaqlı üçbucaqdır.

$$BC = 2 \cdot AM = 20 \text{ sm}$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

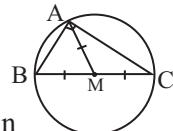
$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

Tərəfi diametr üzərindədir

Üçbucağın medianı həm də çevrənin radiusudur.

Pifagor teoreminə görə

Üçbucağın sahə düsturuna görə



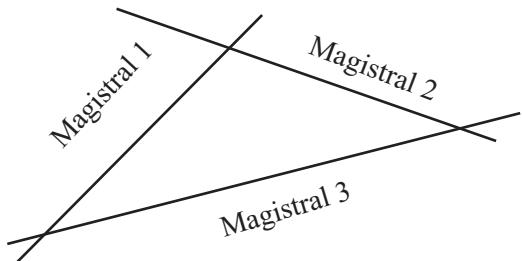
! Real həyatı situasiyaya aid məsələlər həll edilərkən hansı halda daxilə çəkilmiş çevrənin mərkəzini tapma, hansı halda xaricə çəkilmiş çevrənin mərkəzini tapma məsələlərinin yerinə yetirildiyinə diqqət edilir.

Şagirdlərə iki nümunə təqdim edilir.

1) Parkda yeməkxananı üç oyun yerindən bərabər məsafədə olmaqla quraşdırılması nəzərdə tutulur. Planda yeməkxananın yerini qeyd edin.

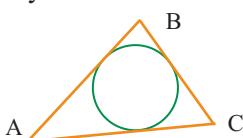


2) Ticarət mərkəzinin binasını üç magistral yoldan eyni məsafədə tikmək planlaşdırılır. Ticarət mərkəzinin yerini planda qeyd edin.



Fikirlərinizi həndəsi xassələrlə əsaslandırın.

2-ci saat. Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarının düsturları verilir və məsələ həllinə tətbiq edilir. Aşağıdakı kimi plakat nümunəsinin hazırlanması tövsiyə olunur.



$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

$$R = \frac{abc}{4S}$$

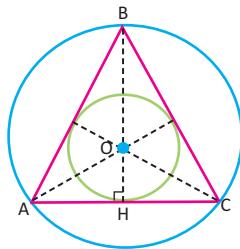
Burada a, b, c üçbucağın tərəfləri, S üçbucağın sahəsidir.

Üçbucağın sahəsi üçün Heron düsturu. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$



D.8.a) Həlli. Bərabərtərəfli üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin mərkəzlərinin üst- üstə düşməsi haqda məlumat verilməsi və onun əsaslandırılması tövsiyə edilir. Bərabərtərəfli üçbucaqda medianlar həm hündürlük, həm də tənbölən olduqları üçün daxilə və xaricə çəkilmiş çevrələrin mərkəzləri medianların kəsişmə nöqtəsində yerləşəcək. Medianların xassəsinə görə $BO : OH = 2 : 1$ olduğu qeyd edilir və bunun əsasında

$$r = OH = \frac{1}{3} \cdot BH; \quad R = OB = \frac{2}{3} \cdot BH \quad \text{yazılır.}$$



Nəticə olaraq, bərabərtərəfli üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusunun daxilə çəkilmiş çevrənin radiusundan 2 dəfə böyük olduğu şagirdlərin nəzərinə çatdırılır.

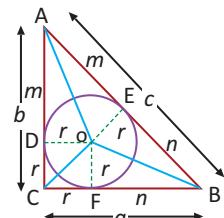
D.9.a) Həlli. Tapşırığının həlli nöqtədən çevrəyə çəkilmiş toxunanların xassəsinin tətbiqinə əsaslanır. Şəkildə CDOF dördbucaqlısının kvadrat olduğu müəyyən edilir. Sonra şagirdlər uyğun işarələmələrə görə

$$r + n = a$$

$$r + m = b$$

$m + n = c$ bərabərliklərini tərəf-tərəfə toplamaqla düzbucaqlı üçbucağın daxilə çəkilmiş çevrənin radiusu üçün

$$r = \frac{a + b - c}{2} \quad \text{düsturunu yazırlar.}$$



D.10. tapşırığının həlli dərslikdə göstərilən addımlarla yerinə yetirilir.

Şagirdlərlə həldə istifadə olunmuş təriflər, teoremlər və xassələr ümumiləşdirilir.

1. Bucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi, bucağın tənböləni üzərindədir. Bu “Tənbölən üzərində götürülmüş istənilən nöqtə onun tərəfindən bərabər məsafədədir.” teoreminə əsaslanır.

2. Tənbölən çəkildiyi tərəfi digər iki tərəflə mütənasib parçalara bölür.

3. Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri.

D.11. tapşırığı ümumsinif fəaliyyəti olaraq yerinə yetirilir. Şagirdlər üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu düsturunu göstərişə əsaslanaraq çıxarır və məsələ həllinə tətbiq edirlər. D.12. və D.14. tapşırıqlarının da həlli ümumsinif müzakirəsi ilə yerinə yetirilir, üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu düsturu çıxarılır və məsələ həllinə tətbiq edilir.

D.15.a) Tərəfləri 13 sm, 14 sm, 15 sm olan üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

Həlli: Əvvəlcə Heron düsturuna görə üçbucağın sahəsini tapaq:

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21,$$

İşçi vərəq № 3

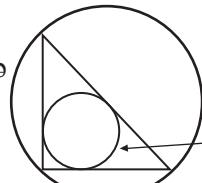
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusunu üçbucağın tərəfləri ilə ifadə edir.

Şəkildə düzbucaqlı üçbucağın həm daxilinə, həm də xaricinə çevrə çəkilmişdir.

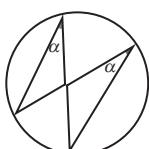


1) Tərəfləri a , b , c olan düzbucaqlı üçbucağın (c hipotenuzdur) daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarının tərəflərdən asılılıq düsturunu yazın.

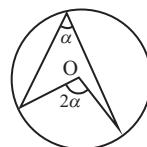
2) Tərəflərinin 5; 12; 13 vahid olduğunu bilərək üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

Həllinizdə aşağıdakı teoremlərin hansından və necə istifadə etdiyinizi yazın.

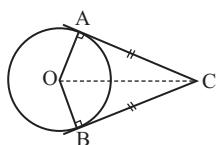
Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar konqruyentdir.



Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın dərəcə ölçüsü söykəndiyi qövsün və ya mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsünün yarısına bərabərdir.



Eyni nöqtədən çevrəyə çəkilmiş iki toxunanın toxunma nöqtələrinə qədər olan parçaları konqruyentdir.



Vətərə perpendikulyar olan diametr bu vətər yarıya bölür.



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \\ = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{3^2 \cdot 4^2 \cdot 7^2} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84 \text{ (sm}^2\text{)}$$

Daxilə çəkilmiş çevrənin radiusu düsturuna görə alırıq:

$$r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 84}{13+14+15} = \frac{2 \cdot 84}{42} = 4 \text{ (sm)}$$

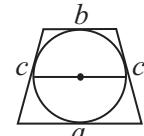
Xaricə çəkilmiş çevrənin radiusu:

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = 8 \frac{1}{8} \text{ (sm)}$$

3-cü, 4-cü saat. Çevrə daxilinə çəkilmiş dördbucaqlıların xassələri araşdırılır. Teorem 4-ün dərsdə verilmiş isbatı izah edilir. Şagirdlərə D.16. tapşırığında teorem 5-in isbatını tamamlamaq təklif olunur.

D.20 b) Həlli: Orta xətt: $\frac{a+b}{2}$

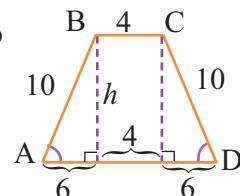
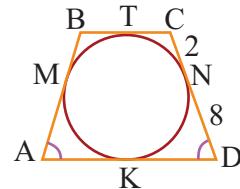
Çevrə xaricinə çəkilmiş bərabəryanlı trapesiya: $2c = a + b$, $c = \frac{a+b}{2}$. Yəni, yan tərəf orta xəttə bərabərdir.



D. 21. Həlli: a) Şəkildə verilənlərə görə ABCD bərabəryanlı trapesiyadır və $AB = CD = 10$. Bir nöqtədən çəkilmiş toxunanların parçaları bərabər olduğundan $CT = CN = 2$, $DK = DN = 8$. Onda $BC = 4$, $AD = 16$ və trapesiyanın perimetri $P = 4 + 16 + 10 + 10 = 40$ olur. Tərəfləri məlum olan bərabəryanlı trapesiyanın şəkildə göstərildiyi kimi hündürlüklərini çəkək. Pifaqor teoreminə görə tapırıq: $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Trapesiyanın sahəsi orta xətti ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir:

$$S = \frac{16 + 4}{2} \cdot 8 = 80$$



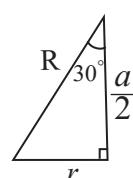
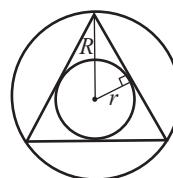
5-ci, 6-cı saat. Düzgün n -bucaqlının daxilinə və xaricinə çevrə çəkməyin mümkünüyü araşdırılır. Bu çevrələrin radiusları üçün düsturlar çıxarılır. Şagirdlərin bu düsturları $n=3; 4; 6$ olduqda xüsusi hallar üçün müstəqil yazmaları tövsiyə olunur.



D.26. a)

$$R = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{a}{2 \tan 60^\circ} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$



Diqqət edin! Düzgün üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu onun daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusundan 2 dəfə böyükdür.

İşçi vərəq № 4

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



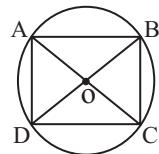
- Çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının xassələrini bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.

1) **Teorem.** Çevrə daxilinə paraleloqram çəkilmişsə, bu düzbucaqlıdır.

Verilir: AC və DB diametrlərdir.

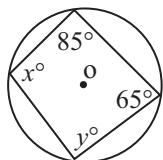
O çevrənin mərkəzidir.

OA, OB, OD, OC çevrənin radiuslarıdır.

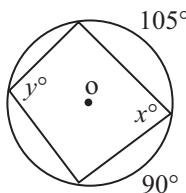


2) Verilməyən bucaqları tapın.

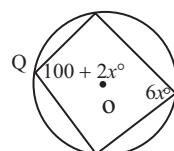
a)



b)



c)



3) **Verilir:** $\angle A = 60^\circ$, $BC \parallel EF$

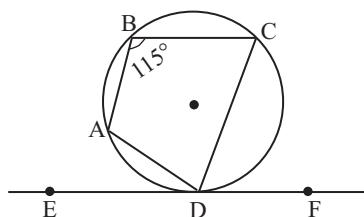
EF çevrəyə toxunandır.

Tapın: $\angle ADC =$

$$\angle CDF =$$

$$\angle C =$$

$$\angle A =$$



2. Düzgün dördbucaqlı (kvadrat) üçün, yəni $n = 4$ olduqda

$$R = \frac{a}{2\sin 45^\circ} = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad r = \frac{a}{2\tan 45^\circ} = \frac{a}{2} \quad \text{alınır.}$$

Diqqət edin! Düzgün dördbucaqlının (kvadratın) tərəfi onun daxilinə çəkilmiş çəvrənin radiusundan 2 dəfə böyündür.

3. Düzgün altibucaqlı üçün, yəni $n = 6$ olduqda

$$R = \frac{a}{2\sin 30^\circ} = a \quad r = \frac{a}{2\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \text{olur.}$$

Diqqət edin! Düzgün altibucaqlının xaricinə çəkilmiş çəvrənin radiusu onun tərəfinə bərabərdir.

D 34. Tapşırığında düzgün altibucaqlının qurulması addımları ümumsinif müzakirəsi ilə yerinə yetirilir. **D 36** tapşırığının ev tapşırığı olaraq verilməsi və şagirdlərin müxtəlif naxışlar kəsib hazırlaması tövsiyə olunur.

Dərs 93-96. Dərslik səh. 132-138.

Düzgün çoxbucaqlının sahəsi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat



- Düzgün çoxbucaqlını üçbucaqlara bölməklə onun sahəsinin çoxbucaqlının perimetri və apofemindən asılılıq düsturunu yazır;
- Düzgün çoxbucaqlının sahə düsturunun tətbiqi ilə müxtəlif məsələlər həll edir;
- Parketləmə qaydasını bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.

Düzgün çoxbucaqlının sahəsini hesablamaq üçün tətbiq edilən $S = \frac{1}{2}nah$ və ya $S = \frac{1}{2}Ph$ düsturunun çıxarılışı ümumsinif müzakirəsi ilə yerinə yetirilir.

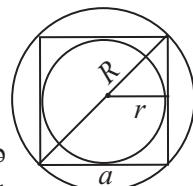
Düzgün çoxbucaqlının a) tərəfi; b) daxilinə çəkilmiş çəvrənin radiusu; c) xaricinə çəkilmiş çəvrənin radiusu məlum olduqda onun sahəsini hesablama düsturlarını yazmaq olar. Lakin bu düsturlar mürəkkəb olduğundan onları yadda saxlamağa ehtiyac yoxdur. Lakin bu tip məsələlərin həllinə yer verilir.

Diqqət edilməli məqamlar

Şagird apofemin daxilə çəkilmiş çəvrənin radiusuna bərabər olduğunu başa düşür.

Şagird düzgün çoxbucaqlının mərkəzini onun təpə nöqtələri ilə birləşdiridikdə n sayda bərabəryanlı konqruyent üçbucaqlar alındığını başa düşür, bu üçbucaqlardan birinin sahəsini tapmaqla düzgün n -bucaqlının sahəsini tapa bilir. Üçbucağın sahə düsturları təkrar edilir:

$$S = \frac{1}{2}ah_a, \quad S = \frac{1}{2}abs\in\theta, \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

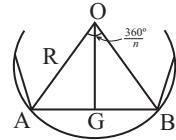


Öyrənmə səviyyələrinə görə şagirdlər düzgün çoxbucaqlının daxilinə və xaricinə çəkilmiş çəvrənin radiusunu çıxarma, həmçinin bu çoxbucaqlıların sahəsinin, perimetrinin uyğun radiuslardan asılılıq düsturlarının çıxarılması tapşırıla bilər. Onlardan bir neçəsi nümunə olaraq aşağıda verilmişdir.

Düzgün çoxbucaqların sahəsini hesablamaq üçün düsturlar:

Çevrə daxilinə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlının sahəsinin çevrənin radiusundan asılılıq düsturu.

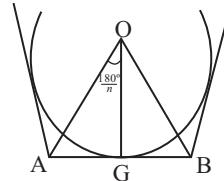
$$S_n = \frac{1}{2} n R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$



Burada n düzgün çoxbucaqlının tərəflərinin sayıdır.

Çevrə xaricinə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlının sahəsinin çevrənin radiusundan asılılıq düsturu.

$$S_n = nr^2 \tan \frac{180^\circ}{n}$$



Çevrənin radiusunu $r = 1$ qəbul etməklə düzgün çoxbucaqlının adını, tərəflərinin sayını, perimetrini və yarıiperimetrini göstərən cədvəl tərtib etməklə π ədədini müəyyən etmək üçün Arximed apardığı araşdırmanı şagirdlər də təkrarlaya bilər. Araşdırma üçün cədvəl aşağıda verilmişdir.

a) Çevrə daxilinə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlının perimetrini hesablamaq üçün düstur:

$$P = 2Rn \sin \frac{180^\circ}{n}$$

b) Çevrə xaricinə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlının perimetrini hesablamaq üçün düstur:

$$P = 2rn \tan \frac{180^\circ}{n}$$

π ədədini müəyyən etmə cədvəlləri

Cədvəl 1

Çoxbucaqlı	Tərəflərinin sayı	Bucağı	Perimetri	$P/2$
Üçbucaq				
Kvadrat				
Beşbucaqlı				
Altıbucaqlı				
Səkkizbucaqlı				
Onikibucaqlı				
24-bucaqlı				
48-bucaqlı				
96-bucaqlı				

a) Çevrə daxilinə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlının perimetri: $P = 2Rn \sin \frac{180^\circ}{n}$

İşçi vərəq № 5

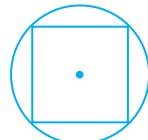
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusunu üçbucağın tərəfləri ilə ifadə edir.

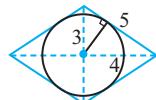
1. Şəkildə tərəfi 2 sm olan kvadratın xaricinə çəvrə çəkilmişdir.
Uyğun dairənin sahəsinin kvadratın sahəsinə olan nisbətini tapın.



2. Şəkildə diametri 12 sm olan çevrənin daxilinə çəkilmiş kvadrat və kvadratın daxilinə çəkilmiş çəvrə təsvir edilmişdir.
Uyğun dairələrin sahələri nisbətini yazın.

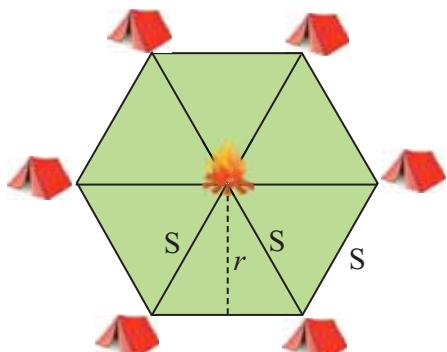


3. Şəkildə diaqonalları 6 sm və 8 sm olan rombun daxilinə çəkilmiş çəvrə təsvir edilmişdir. Rombun sahəsinin dairənin sahəsinə olan nisbətini yazın.



4. Turistlər düşərgədə 6 çadırı elə qurublar ki, qonşu çadırlar bir-birindən və tonqaldan bərabər məsafədədirlər. Əgər onlar çadırların tonqaldan məsafələrini 2 dəfə artırsalar, düşərgənin sahəsi necə dəyişər?

Məsələnin həlli üçün şəkildən istifadə edin.



Cədvəl 2

Çoxbucaqlı	Tərəflərinin sayı	Bucağı	Perimetri	$P/2$
Üçbucaq				
Kvadrat				
Beşbucaqlı				
Altıbucaqlı				
Səkkizbucaqlı				
Onikibucaqlı				
24-bucaqlı				
48-bucaqlı				
96-bucaqlı				

b) Çevrə xaricinə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlının perimetri: $P = 2rn \tan \frac{180^\circ}{n}$

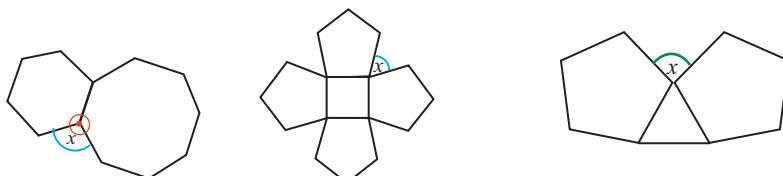
Parketləmə qaydası şagirdlərə izah edilir. Fiqurlar yan-yana düzüldükdə ortaq təpələrdəki bucaqların cəmi 360° olmalıdır. Bu eyni fiqurdan istifadə edildikdə yalnız romb (kvadrat), bərabərtərəfli üçbucaq və düzgün altıbucaqlı olduqda mümkündür.

Parketləmə, həndəsi fiqurlarla naxışvurma, oyma sənəti İslam incəsənətində mühüm yer tutur. Respublikamızın müxtəlif rayonlarında bu naxışlarla bəzədilmiş məscid və türbələrə rast gəlmək olar. Şagirdlərə layihə işi olaraq bu abidələrin şəklini çəkmək, üzərindəki naxışları kompüterə köçürərək yenidən çəkmək və bu naxışlardakı həndəsi xassələri aşkar etmək kimi tapşırıqlar verilməsi tövsiyə edilir.



Bəzi tapşırıqların yerinə yetirilməsi üçün metodiki tövsiyələr.

D.16.b) (səh. 136). Qeyd edilmiş x bucağını tapın.



Bucaqları şagirdlərin düzgün qeyd etdiklərinə diqqət edilir. Qeyd edilmiş hər bir bucağın dərəcə ölçüsü haqqında məlumatı şagirdlər ümumsinif müzakirəsi ilə müəyyən edirlər. Məsələn, 1) x bucağı altıbucaqlının bir daxili bucağı və səkkizbucaqlının bir daxili bucağı ilə ortaq təpəlidir.

$\angle x +$ düzgün altıbucaqlının bir təpəsindəki bucaq + səkkizbucaqlının bir təpəsindəki bucaq = 360°

$$\text{Düzgün altibucaqlının bir təpəsindəki bucaq} = \frac{180(n-2)}{n} = 120^\circ$$

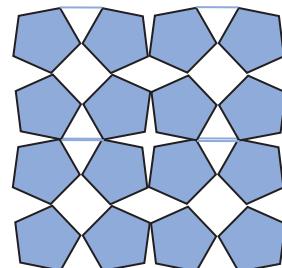
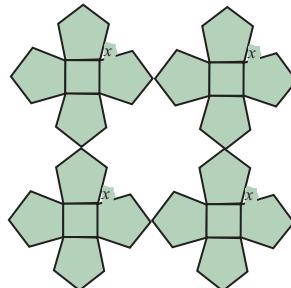
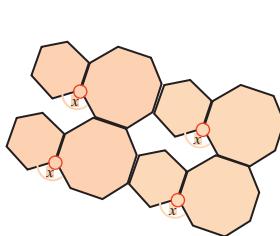
$$\text{Düzgün səkkizbucaqlının bir təpəsindəki bucaq} = \frac{180(n-2)}{n} = 135^\circ$$

Yerinə yetirilmiş məsələlərə görə bu bucaqların dərəcə ölçüsünü şifahi hesablama bacarıqlarına diqqət edilir. Çünkü, artıq həll edilmiş məsələlərin sayına görə şagirdlərin bir qismi bu cür məsələləri şifahi həll edə bilməlidirlər.

$$\angle x + 120^\circ + 135^\circ = 360^\circ, \quad x = 105^\circ$$

Bu tip tapşırıqların həlli bir çox praktik dizayn məsələlərinin həlli üçün əhəmiyyətlidir. Şagirdlər kompüterdə bu fiqurları çəkir və təkrarlayır. Şagirdlər bu fiqurların müəyyən formaya malik boşluqlar yaratmaqla parketləmə üçün istifadə oluna biləcəyini başa düşürlər.

Bosluqlarda alınan çoxbucaqlıların bucaqlarını tapmağa aid tapşırıqlar yerinə yetirilə bilər. Bu bacarıqlar daş və ya ağaç üzərində oyma işlərini yerinə yetirərkən çox əhəmiyyətlidir.



D.9. (səh. 138) Həlli. a) Çevrəyə çəkilən toxunanların xassələrini nəzərə almaqla $AP = AT = x$, $BP = BQ = y$,

$CT = CQ = z$ işarə etsək, verilənlərə görə alarıq:

$$x + y = 10,$$

$$y + z = 17,$$

$$x + z = 21$$

Buradan tərəf-tərəf toplamaqla tapırıq:

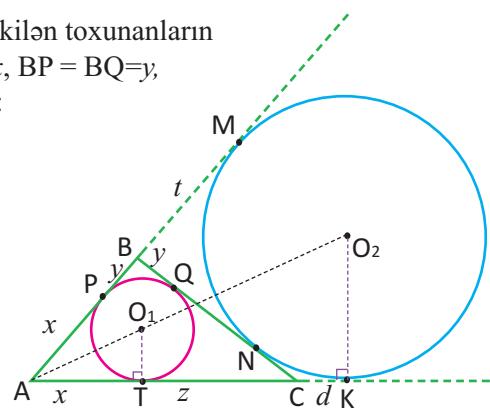
$$2(x + y + z) = 48; x + y + z = 24.$$

Sonuncu bərabərlikdə $x + y = 10$ olduğunu nəzərə alsaq $z = 14$; $y + z = 17$ olduğuna görə $x = 7$; $x + z = 21$ olduğuna görə $y = 3$ tapılır.

Deməli, $AP = AT = 7$ (sm), $BP = BQ = 3$ (sm)

$CT = CQ = 14$ (sm) olur.

b) $BM = BN = t$, $CN = CK = d$ işarə edib $AM = AK$ və $BC = BN + CN$ olduğunu nəzərə alaraq $\begin{cases} t + d = 17, \\ 21 + d = 10 + t \end{cases}$ tənliklər sistemini yazıb, buradan $t = 14$, $d = 3$ tapırıq



Yəni $BM=14$ (sm), $CN = CK = 3$ (sm).

c) Əvvəlcə ΔABC -nin daxilinə çəkilmiş çəvrənin radiusunu tapaq. Tərəfləri 10 sm, 17 sm, 21 sm olan üçbucağın sahəsi (Heron düsturuna görə).

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{24(24-10)(24-17)(24-21)} = 84 \text{ (sm}^2\text{)}$$

olduğundan daxilə çəkilmiş çəvrənin radiusu düsturuna görə alarıq:

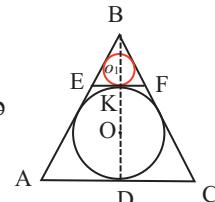
$$r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 84}{10+17+21} = \frac{2 \cdot 84}{48} = 3,5 \text{ (sm)}$$

$\Delta ATO_1 \sim \Delta AKO_2$ olduğundan uyğun tərəflərin nisbətləri bərabərdir:

$$\frac{O_1T}{O_2K} = \frac{AT}{AK} \quad \text{buradan } \frac{3,5}{O_2K} = \frac{7}{24}, \quad O_2K = 12 \text{ (sm)} \text{ tapılır.}$$

D.12. (səh. 138) Həlli. b) Üçbucağın daxilinə çəkilmiş çəvrənin mərkəzi tənbölənlərin kəsişmə nöqtəsidir. Bərabərtərəfli üçbucaqda tənbölən həm də mediandır. Üçbucağın medianlarının xassəsinə görə $BO : OD = 2 : 1$ olduğundan

$$r = OD = \frac{1}{3}BD = \frac{1}{3}h = \frac{\sqrt{3}}{6}$$



Böyük və kiçik çəvrələrin orta toxununu EF olarsa, $\Delta ABC \sim \Delta EBF$

$$BK = KO = OD = r \text{ olduğundan } BK = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Şərtdə göstərilmiş kiçik çəvrə ΔEFB -nin daxilinə çəkilmiş çəvrədir və bərabərtərəfli üçbucaqda tənbölən həm də median olduğundan medianların xassəsinə görə tapırıq:

$$r_1 = O_1K = \frac{1}{3}BK = \frac{\sqrt{3}}{18}$$

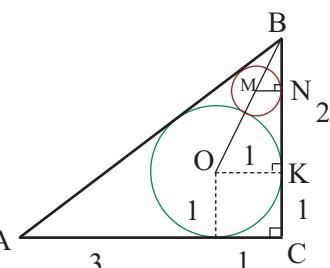
D.12. c) Pifagor teoreminə görə $AB = 5$ tapılır. Çəvrələrin mərkəzləri $\angle B$ -nin tənböləni üzərində yerləşir. Düzbucaqlı üçbucağın daxilinə çəkilmiş çəvrənin radiusu düsturuna görə $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{3+4-5}{2} = 1$ olduğundan

$$OK = KC = 1, \quad BK = 3 - 1 = 2 \quad \text{tapılır.}$$

$\Delta BOK \sim \Delta BMN$ olduğundan $MN = x$ olarsa, $BN = 2x$.

Onda $BM = x\sqrt{5}$, $BO = BM + MO = x\sqrt{5} + x + 1$. Digər tərəfdən ΔBOK -dan Pifagor teoreminə görə $BO = \sqrt{5}$.

Buradan $x\sqrt{5} + x + 1 = \sqrt{5}$ bərabərliyini yazıb tapırıq:



$$x(\sqrt{5} + 1) = \sqrt{5} - 1; \quad x = \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{5 - 1} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

6-cı bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nö	Meyarlar	Qeydlər
1.	Çoxbucaqlının tərəflərinin sayına, qabarıq və ya çökük olduğuna görə təsnif edir.	
2.	Çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının cəminə aid məsələlər həll edir.	
3.	Düzgün çoxbucaqlıları təsvir edir, perimetri və sahəsinə aid məsələləri həll edir.	
4.	Üçbucağın daxilinə və xaricinə çevrə çəkir.	
5.	Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiusları düsturlarını bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.	
6.	Çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının xassələrini bilir və məsələ həllinə tətbiq edir.	
7.	Dördbucaqlının daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusunu dördbucaqlının tərəfləri ilə ifadə edir.	

Dərs 97. 6-cı bölmə üzrə summativ qiyamətləndirmə tapşırıqları

1. Daxili bucağı xarici bucaqlarından 3 dəfə böyük olan düzgün çoxbucaqlının tərəflərinin sayını tapın.

- A) 6 B) 8 C) 7 D) 9

2. Daxili bucaqlarının cəmi 1620° olan çoxbucaqlının neçə tərəfi var?

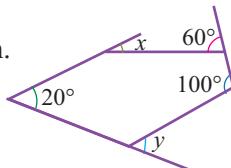
- A) 11 B) 7 C) 9 D) 10

3. Bir təpədən çıxan diaqonallarının sayı 5 olan çoxbucaqlının neçə diaqonalı var?

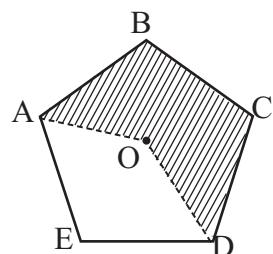
4. Düzgün 20 bucaqlının daxili bucağının xarici bucağına nisbətini tapın.

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 10

5. Şəklə əsasən $x + y$ cəminini tapın.



6. O nöqtəsi düzgün ABCDE beşbucaqlısının mərkəzidir. AODE dördbucaqlısının sahəsi 24 sm^2 olarsa, ABCDE beşbucaqlısının sahəsini tapın.
A) 36 sm^2 B) 48 sm^2 C) 24 sm^2 D) 60 sm^2



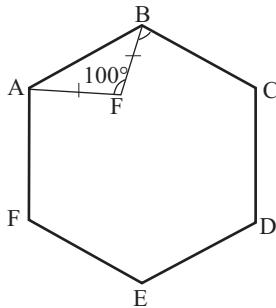
7. Sahəsi 180 sm^2 olarsa, perimetri 60 sm olan düzgün çoxbucaqlının apofemini tapın.

8. Radiusu 3 sm olan çevrənin xaricinə sahəsi 24 sm^2 olan çoxbucaqlı çekildi. Bu çoxbucaqlının perimetrini tapın.

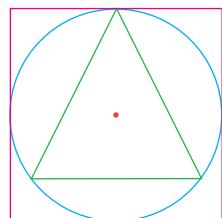
9. Uyğunluğu müəyyən edin :
1) düzgün beşbucaqlı
2) düzgün altibucaqlı
3) düzgün səkkizbucaqlı
A) daxili bucaqları cəmi 540° -dir ;
B) daxili bucaqları cəmi 1080° -dir ;
C) daxili bucaqları cəmi 720° -dir ;
D) daxili bucağı xarici bucağından 50% böyükdür.

10. Daxili bucaqları $3 : 4 : 6 : 7 : 7$ nisbətində olan altibucaqlının ən böyük xarici bucağı neçə dərəcədir ?

- 11.** ABCDE düzgün altıbucaqlıdır.
 $AF = FB$
 $\angle AFB = 100^\circ$ isə $\angle FBC = ?$



- 12.** Radiusu 24 sm olan kvadratın daxilinə çevrə, bu çevrənin daxilinə düzgün üçbucaq çəkilmişdir. Üçbucağın perimetrini tapın.



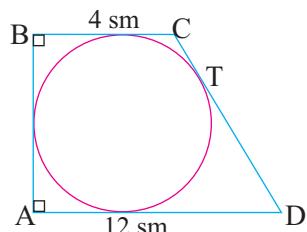
- 13.** Katetləri 6 sm və 8 sm olan düzbucaqlı üçbucağın xaricinə və daxilinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.
 A) 3 sm və 2 sm B) 5 sm və 2 sm C) 5 sm və 3 sm D) 4 sm və 3 sm

- 14.** Köşkün döşəməsi düzgün onikibucaqlı formasındadır. Onikibucaqlının mərkəzindən təpəsinə qədər məsafə 4 metrdir.
 1) Köşkün döşəməsinin sahəsini tapın.
 2) Birinin sahəsi $0,2 \text{ m}^2$ olan taxtalar hər birində 10 ədəd olmaqla bağlamalarda satılır. Materialının 4%-nin itkiyə getdiyi məlumudursa, köşkün döşəməsi üçün neçə belə bağlama alınmalıdır?

- 15.** Uyğunluğu müəyyən edin.
 1) beşbucaqlı A) Bir təpədən 6 diaqonalı çıxır .
 2) yeddibucaqlı B) Bir təpədən 4 diaqonalı çıxır .
 3) doqquzbucaqlı C) Bütün diaqonalların sayı 5-dir.
 D) Bütün diaqonalların sayı 14-dür.

- 16.** Oturacağı 10 sm, yan tərəfləri 13 sm olan bərabəryanlı üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

- 17.** Oturacaqları 4 sm və 12 sm olan düzbucaqlı trapesiyanın daxilinə çevrə çəkilmişdir.
 a) Çevrənin radiusunu tapın.
 b) Çevrə böyük yan tərəfi toxunma nöqtəsi ilə hansı uzunluqda parçalara ayırır?
 c) Trapesiyanın sahəsini tapın.



Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
2.1.2. Verilmiş təklifi birdəyişənli iki xətti bərabərsizliklər sistemi şəklində yazaraq həll edir.	98-100	Xətti bərabərsizliklər sistemi. Bərabərsizliklər heyəti	3	139-142
2.2.3. Kvadrat bərabərsizliyi həll edir.	101-102	Modullu bərabərsizliklər	2	143-144
2.3.1. Cəbri bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edir.	103-106	Kvadrat bərabərsizliklər	4	145-152
	107-109	İntervallar üsulu	3	153-156
	110-111	İrrasional bərabərsizliklər	2	157-158
	112-113	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	159-160
	114	7-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	17	



Məzmun standartı

- 2.1.2. Verilmiş təklifi birdəyişənli iki xətti bərabərsizliklər sistemi şəklində yazaraq həll edir.
- 2.2.3. Kvadrat bərabərsizliyi həll edir.
- 2.3.1. Cəbri bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edir.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyətini fərqləndirir və həll edir;
- modullu bərabərsizlikləri həll edir;
- kvadrat bərabərsizlikləri cəbri və qrafik üsulla həll edir;
- cəbri bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edir;
- irrasional bərabərsizlikləri həll edir.



Riyazi lügət

- birdəyişənli xətti bərabərsizlik
- ikidəyişənli xətti bərabərsizlik
- bərabərsizliklər sistemi
- bərabərsizliklər heyəti
- modullu bərabərsizliklər
- kvadrat bərabərsizliklər
- intervallar üsulu
- irrasional bərabərsizliklər



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər, oyun kartları

Graf kalkulyatorlar:

<https://mathway.com/graph>

<http://www.meta-calculator.com/online>,

<https://www.desmos.com>

Dərslikdə bərabərsizliklər mövzusu aşağıdakı istiqamətlərdə nəzərdən keçirilmiş və tədrisi üçün 17 dərs saatı nəzərdə tutulmuşdur.

Xətti bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyəti

Modullu bərabərsizliklər

Kvadrat bərabərsizliklər

Bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli

İrrasional bərabərsizliklər

Bərabərsizliklərin həllinin qrafik üsuluna daha çox üstünlük verilmişdir. Şagirdin istər xətti funksiyanın, istərsə də kvadratik funksiyanın qrafikini çəkmə bacarıqlarına mütəmadi yer verilməsi tövsiyə edilir. Bu bacarıqları qrafiki həm texnoloji vasitələrlə, qraf-kalkulyatorlarla, həm də yazılı qurmaq üçün lazımlı olan mühüm nöqtələri müəyyən etməklə reallaşdırır.

Bütün bunları nəzərə alaraq ilk növbədə xətti funksiyanın qrafikini qurmaq üçün hansı iki nöqtənin koordinatını tapmaq asandır və bu qrafiki qurmaq üçün kifayətdir? sualı ətrafında araşdırmalar apararaq xətti funksiyanın bucaq əmsalının müxtəlif işarələrinə uyğun qrafik nümunələri qurulur.

Xətti funksiyanın qrafikinin koordinat müstəvisini iki yarımmüstəviyə ayırdığı anlaşılır.

Birdəyişənli bərabərsizliklərin həlli zamanı şagird qrafikdən x -in tələb olunan şərtə uyğun qiymətlərinin müəyyən edilməsinin tələb edildiyini başa düşür. Şərt isə y -in qiymətləri üzərində qurulur.

Ona görə də şagird situasiyaya uyğun olaraq arqumenti - sərbəst dəyişən kəmiyyəti (x), funksiyani - asılı dəyişən kəmiyyəti müəyyən etməyi bacarmalıdır.

Məsələ. Turist düşərgələrindən biri dəniz səviyyəsindən 300 m, digəri isə 1500 m hündürlükdə yerləşir. İki turist dəstəsi bu düşərgələrdən eyni anda qarşı-qarşıya hərəkətə başladı. I düşərgədən yola düşən turistlər dəqiqədə 3 m hündürlüyü qalxır, II-dən yola düşənlər isə dəqiqədə 5 m enirlər. Neçə dəqiqədən sonra I dəstə II-dən daha yüksəklikdə olacaq?

Birinci düşərgədən yola düşən turistlər hər dəqiqədə 3 m hündürlüyü qalxdıqları üçün onların x dəqiqə sonra qalxdıqları hündürlük $300 + 3x$ olar.

İkinci düşərgədən yola düşən turistlər isə, hər dəqiqədə 5 m aşağı endikləri üçün x dəqiqə sonra $1500 - 5x$ hündürlükdə olacaqlar.

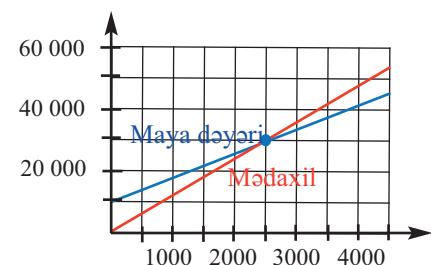
1-ci dəstənin ikinci dəstədən yüksəklikdə olması şərtini nəzərə alaraq, aşağıdakı bərabərsizliyi yazmaq olar: $300 + 3x > 1500 - 5x$

$$\text{Buradan } 8x > 1200, x > 150 \quad \text{tapılır.}$$

Yəni, yuxarı qalxan turistlər 150 dəqiqədən sonra aşağı düşənlərdən daha yüksəklikdə olacaqlar.

! Bərabərsizliyin qrafik üsulla təqdimi maliyyə məsələlərinin həllində geniş istifadə edilir. Qrafikdə mədaxil, maya dəyəri qrafiklərinin kəsişdiyi nöqtənin koordinatlarına görə hansı andan başlayaraq gəlir əldə edildiyini müəyyən etmək olar.

Şəkildə xətti funksiya ilə müəyyən olunmuş mədaxil və maya dəyərinin dəyişməsi qrafiki verilmişdir. 2500 vahid satışdan sonra maya dəyərinə sərf olunan pul artıq “çıxarılmış olacaq”. 2501-ci vahidin satışı artıq gəlir götürir.



Dərs 98-100. Dərslik səh. 139-142.

Xətti bərabərsizliklər sistemi. Bərabərsizliklər heyəti. 3 saat



- Bərabərsizliklər sistemini “və” bağlayıcısı ilə əlaqəli bərabərsizliklərlə əlaqələndirir;
- Bərabərsizliklər heyətini “və ya” bağlayıcısı ilə əlaqəli bərabərsizliklər qrupu ilə əlaqələndirir;
- Bərabərsizliklər sistemininin və bərabərsizliklər heyətinin həllər çoxluğununu təqdim edir.

! Şagirdlər 8-ci sinifdən “və, və ya” bağlayıcıları ilə əlaqəli bərabərsizliklərə və onların həlli ilə tanışdırırlar. Məsələn, insanın normal bədən temperaturu 35° ilə 37° arasında olmalıdır. Sağlam insan bədəni üçün temperatur normasını bərabərsizliklə aşağıdakı kimi yaza bilərik: $35 < T < 37$

Bəs, hansı bədən temperaturu insanın xəstə olduğunu bildirir? Biz bunu bərabərsizliklə necə ifadə edə bilərik? Bədən temperaturu 35° -dən aşağı və ya 37° və 37° -dən yuxarı olduqda şəxs xəstə hesab edilir. Bunu bərabərsizliklə $T \geq 37$ və ya $T \leq 35$ kimi yazmaq olar.

İndi isə “və” bağlayıcısı ilə daha mürəkkəb bərabərsizlikləri sistem şəklində { formalı mötərizədən istifadə etməklə yazıb həll edəcəyik.

“Və ya” bağlayıcısı ilə əlaqəli bərabərsizlikləri isə bərabərsizliklər heyəti şəklində [formalı mötərizədən istifadə etməklə yazıb həll edəcəyik.

Şagirdlər aşağıdakı kimi bərabərsizlikləri bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyəti kimi təqdim etməyin mümkün olduğunu aşadırırlar.

$$7 < 4 + x < 8$$

$$-1 < 2x + 3 \leq 13$$

$$4x - 1 > 7 \text{ və ya } 5x - 1 < -6$$

$$2x + 3 < -1 \text{ və ya } 3x - 5 > -2$$

Bərabərsizliklər sistemi: “və” bağlayıcısı ilə əlaqəli bərabərsizliklər

Bərabərsizliklər heyəti: “və ya” bağlayıcısı ilə əlaqəli bərabərsizliklər

$$7 < 4 + x < 8 \quad -1 < 2x + 3 \leq 13$$

$$\begin{cases} 4 + x < 8 \\ 4 + x > 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3 \leq 13 \\ 2x + 3 > -1 \end{cases}$$

$$4x - 1 > 7 \text{ və ya } 5x - 1 < -6$$

$$\begin{cases} 4x - 1 > 7 \\ 5x - 1 < -6 \end{cases} \dots \text{ və s.}$$

Bir çox real həyatı və riyazi situasiyaların təhlilində bərabərsizliklər sistemi və ya bərabərsizliklər heyətini həll etmək tələb edilir.

Şagirdlər sistem və heyətə aid nümunələr fikirləşirlər.

Riyazi situasiya. İfadəyə bir neçə cüt dərəcədən kök daxildirsə, hər bir kökaltı ifadə mənfi olmamalıdır. Bu halda dəyişənin mümkün qiymətləri bərabərsizliklər sisteminə həll etməklə tapılır.

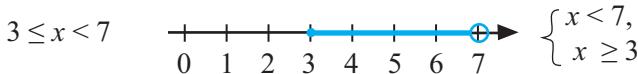
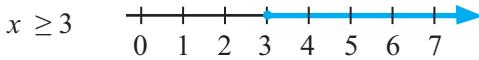
Bərabərsizlik iki çoxhədlinin hasilinin mənfi olması şərtini eks etdirirsə, onların eks işaretli olması bu şərti ödəyir, bu bərabərsizliklər heyətinə nümunədir.

Şagirdlərlə bu nümunələr üzərində bu cür ümumiləşdirmələrin aparılması tövsiyə edilir.

! Bərabərsizliklər sisteminin həlli sistemə daxil olan bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun kəsişməsidir. Əgər sistemə daxil olan bərabərsizliklərdən birinin həlli boş çoxluqdursa, onda sistemin də həlli boş çoxluqdur. İki bərabərsizlikdən ibarət sistemin bərabərsizliklərindən biri dəyişənin istənilən qiymətində doğrudursa, sistemin həlli olaraq o biri bərabərsizliyin həlli götürülür.

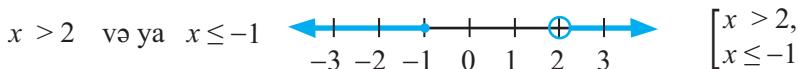
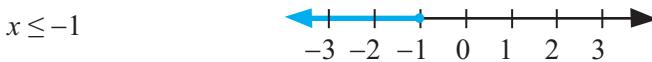
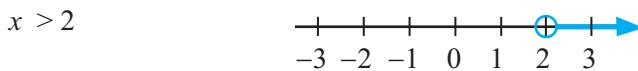
Bərabərsizliklər heyətinin həlli isə heyətə daxil olan bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun birləşməsidir. Şagirdlər həlli ədəd oxu üzərində həndəsi olaraq təsvir edirlər. Bu bacarıqlara şagirdlər 8-ci sinifdən yiyələnmişlər.

Bərabərsizliklər sisteminin həllinin ədəd oxu üzərində təsviri:



Bərabərsizliklər heyətinin həllinin ədəd oxu üzərində təsviri:

Ədəd oxu üzərində 2-dən böyük və ya -1 -dən kiçik bərabər bütün həqiq ədədlər təsvir edilmişdir.



?

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.8. Tam ədədin 2 mislinə ədədin yarısını əlavə etdikdə cəm 92-dən kiçik olur. Bu ədədin 2 mislindən ədədin yarısını çıxdıqda isə fərq 53-dən böyük olur. Bu tam ədədi tapın.

Həlli.

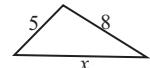
$$\begin{cases} 2x + \frac{x}{2} < 92 \\ 2x - \frac{x}{2} > 53 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 36,8 \\ x > 35\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 36$$

D.9. Həlli. Məsələnin şərtinə görə $\begin{cases} 6,48 + 0,2x \leq (10,8 + x) \cdot 0,4 \\ 6,48 + 0,2x \geq (10,8 + x) \cdot 0,3 \end{cases}$

Bərabərsizliklər sisteminin həllini edərək alırıq ki, $x \geq 10,8$ və $x \leq 32,4$. Deməli qarışığın duzluluğunu 40 %-dən çox, 30 % -dən az olmaması üçün ikinci məhluldan götürülen 10,8 kq-dan az, 32,4 kq-dan çox olmamalıdır.

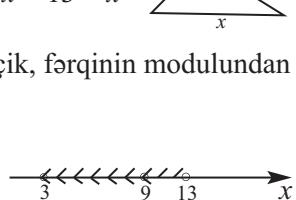
D.10. Üçbucağın bir tərəfi 5 m, ikinci tərəfi 8 m-dir. Üçbucağın perimetri 22 m-dən kiçikdir, üçüncü tərəfin uzunluğu neçə metr ola bilər?

Həlli. Üçüncü tərəfin uzunluğu x olarsa, perimetri $P = 5 + 8 + x = 13 + x$ olar. Şərtə görə alırıq: $13 + x < 22$, $x < 22 - 13$, $x < 9$.



Digər tərəfdən üçbucağın bir tərəfi digər ikisinin cəmindən kiçik, fərqliin modulundan böyük olmalıdır: $|5 - 8| < x < 5 + 8 \Rightarrow 3 < x < 13$

Aldığımız bu iki bərabərsizlikdən üçbucağın üçüncü tərəfinin (metrlə) uzunluğunun (3; 9) aralığından götürülmüş istənilən ədəd olduğu məlum olur.



İşçi vərəq № 1



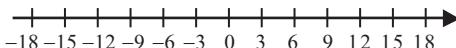
- Bərabərsizliklər sistemini “və” bağlayıcısı üzərində qurulmuş bərabərsizliklərlə əlaqələndirir;
- Bərabərsizliklər heyətini “və ya” bağlayıcısı üzərində qurulmuş bərabərsizliklər qrupu ilə əlaqələndirir;
- Bərabərsizliklər sistemini və heyətinin həllər çoxluğununu təqdim edir.

Adı _____ Soyadı _____

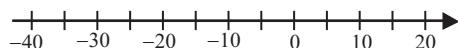
Tarix _____

Bərabərsizlikləri sistem və ya heyət şəklində yazın, həll edin, həlli ədəd oxu üzərində təsvir edin.

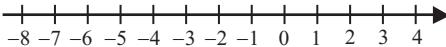
1) $x + 9 > 6$ və ya $x \leq -9$



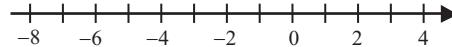
2) $x - 2 \leq 8$ və ya $\frac{x}{7} > -5$



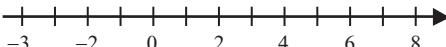
3) $4x < 8$ və ya $\frac{x}{3} \leq -2$



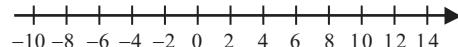
4) $x + 11 > 9$ və ya $8x \geq -24$



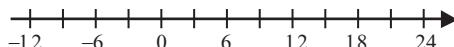
5) $\frac{x}{2} \leq 1$ və ya $x + 9 > 14$



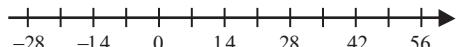
6) $-4 < 2x \leq 16$



7) $3 \leq x - 6 < 18$



8) $x \geq 0$ və ya $\frac{x}{2} > 7$



İşçi vərəq № 2

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____



- Bərabərsizliklər sisteminə və heyətinə aid məsələləri həll edir.

Aşağıda verilən məsələlərin şərtinə uyğun bərabərsizliklər qurun.

- 1) Hər bir balıq növünün böyüməsi üçün müəyyən temperatur əlverişlidir. Köpək balıqları üçün bu temperatur 18 dərəcə ilə 22 dərəcə arasındadır. Köpək balıqlarının inkişaf etmədiyi temperaturu bərabərsizliklə yazın.
- 2) Yuxu vaxtının təxminən 20%-ni gözlərimizi yumub xəyal etməklə keçiririk. Əgər normal yuxu vaxtı 7-8 saat olarsa, bu vaxtin nə qədəri xəyala dalmaqla keçir?
- 3) Hansı ədədlərin dördə hasilinin səkkiz ilə cəmi, 0 ilə 12 arasında yerləşir?
- 4) İnternetdən istifadə edərək yer atmosferinin troposfer, stratosfer, mezosfer, termosfer, eqzosfer qatlarının ölçülərini tapın və hər bir qatın funksiyasını izah edin.
Atmosferin qatlarının ölçülərinə uyğun bərabərsizliklər yazın. Aşağıdakı link sizin üçün faydalı mənbədir.
[Http://www.enchantedlearning.com/subjects/astronomy/planets/earth/atmosphere.shtml](http://www.enchantedlearning.com/subjects/astronomy/planets/earth/atmosphere.shtml)
- 5) Nərgizin biologiya fənnindən qiymətləndirmə balları 72, 82, 83 və 89-dur. Yekun qiymət olaraq ortalama bal çıxarılır. C qiyməti 77-84 bal arasındadır. Nərgiz biologiya fənnindən C alacaqmı?
- 6) Hansı ədədlərin 1,5-ə hasili sıfırdan kiçik, mənfi üçdən böyük və ya mənfi üçə bərabərdir?
- 7) Mağaza bütün rəngli printerlərə 30 manat güzəşt təklif edir. Seymour qiyməti 175 manatla 260 manat arasında dəyişən müxtəlif rəngli printerlərə baxır. Endirimdən sonra onların qiymətləri hansı aralıqda dəyişəcək?

Dərs 101-102. Dərslik səh. 143-144. Modullu bərabərsizliklər. 2 saat

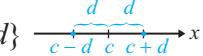
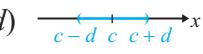
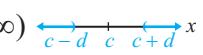


- Modullu bərabərsizlikləri bərabərsizliklər sistemi və heyəti şəklində ifadə etməklə cəbri üsulla həll edir;
- Modullu bərabərsizlikləri $y = |x|$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə qrafik üsulla həll edir.

Dərslikdə verilmiş cədvəldə modullu bərabərsizliklərin müxtəlif hallarında sistem və ya heyətdən necə istifadə edildiyini araşdırırlar. Bunu daha aydın izah etmək üçün həndəsi təsvirlərdən istifadə edilməsi tövsiyə edilir.

Riyazi yazılış

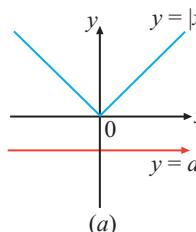
O deməkdir ki, ...

- $|x - c| = d$ x və c nöqtələri arasındaki məsafə d -yə bərabərdir: $\{c - d; c + d\}$ 
- $|x - c| < d$ x və c nöqtələri arasındaki məsafə d -dən kiçikdir: $(c - d; c + d)$ 
- $|x - c| > d$ x və c nöqtələri arasındaki $(-\infty; c - d) \cup (c + d; +\infty)$ məsafə d -dən böyükür: 

Modullu bərabərsizliklərin həllinin aşağıdakı kimi araşdırılması tövsiyə edilir.

$|x| < a$ bərabərsizliyinin həlli a -nın işarəsindən asılı olaraq müxtəlif ola bilər.

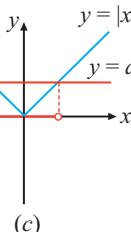
1) $a < 0$



2) $a = 0$



3) $a > 0$



1) $y = a$ düz xətti x oxundan aşağıda yerləşir:

Bərabərsizliyin həlli boş çoxluqdur.
Mütləq qiymət mənfi ola bilməz.

2) Bu halda $y = a$ düz xətti x oxu ilə üst-üstə düşür: $y = |x|$ funksiyasının isə elə bir

qiyməti yoxdur ki, x oxundan aşağıda olsun. Bu halda bərabərsizliyin həlli boş çoxluqdur.

3) Bu halda $y = a$ düz xətti x oxundan yuxarıda yerləşir və $y = |x|$ -in qrafikini absisləri $-a$ və a olan iki nöqtədə kəsir. Qrafikin $(-a; a)$ aralığında $y = a$ düz xəttindən aşağıda yerləşdiyi görünür. Deməli, bu bərabərsizlik $-a < x < a$ olduqda doğrudur.



Dərslikdə verilmiş bəzi məsələlərin həlli

D.1. a) Həlli. $|5x + 3| - 4 \geq 9$ bərabərsizliyini $|5x + 3| \geq 13$ şəklində yazaq.

$|5x + 3| \geq 13$ bərabərsizliyinin həlli $\begin{cases} 5x + 3 \geq 13 \\ 5x + 3 \leq -13 \end{cases}$ heyətinin həllinə gətirilir.
Buradan alarıq:

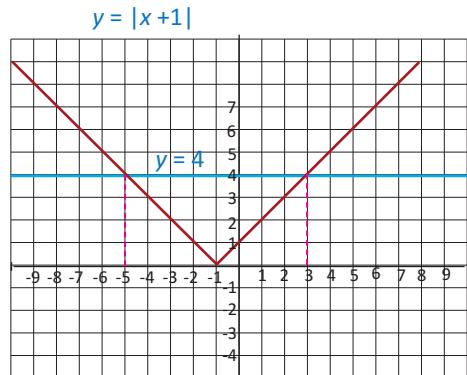
$$\begin{cases} 5x \geq 10 \\ 5x \leq -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -3,2 \end{cases}$$

Cavab: $(-\infty; -3,2] \cup [2; +\infty)$

D.3. tapşırığında şagird $y = |x + 1|$ funksiyasının qrafikinin $y = |x|$ funksiyasının qrafikinin 1 vahid sola sürüsdürməklə qurulduğunu başa düşür.

$y = |x + 1|$ funksiyasının verilmiş qrafikinə görə verilən tənlik və bərabərsizliklərin həllini heç bir hesablama aparmadan müəyyən edir.

a) $|x + 1| = 4$ tənliyinin həlli qrafiklərin kəsişmə nöqtələrinə görə müəyyən edilir. Damalarla bu nöqtələrin $x = -5$ və $x = 3$ olduğu görünür.



b) $|x + 1| < 4$ bərabərsizliyi $-5 < x < 3$ olduqda ödənir. Həllər çoxluğu: $(-5; 3)$

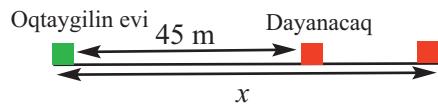
c) $|x + 1| > 4$ bərabərsizliyi həlli isə $x < -5$ və ya $x > 3$ olduqda ödənir.

Həllər çoxluğu: $(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$.

Göründüyü kimi, qrafik məlumatı oxuma bacarıqları ilə tapşırıq yerinə yetirilmiş olur. Odur ki, bərabərsizliklərin və ya tənliklərin həllinin qrafik üsulla yoxlanmasına mütəmadi diqqət verilməsi tövsiyə edilir.

D.5. Avtobus dayanacağı Oqtaygilin evindən 45 m aralıdır. Dayanacağından indiki yerindən ən çoxu 30 m uzağa köçürmək planlaşdırılır.

Dayanacağın yeni yerinin Oqtaygilin evindən məsafəsini bərabərsizliklə göstərin.



Həlli. Dayanacağın yeni yerinin Oqtaygilin evindən məsafəsi x olarsa, yeni dayanacaqla əvvəlki yer arasında məsafə $|x - 45|$ olar. Şərtə görə bu məsafə ən çoxu 30 m ola bilər. Yəni $|x - 45| \leq 30$.

D.6. b) Həlli. $|w - 519,5| < 12,5$ bərabərsizliyini həll edək.

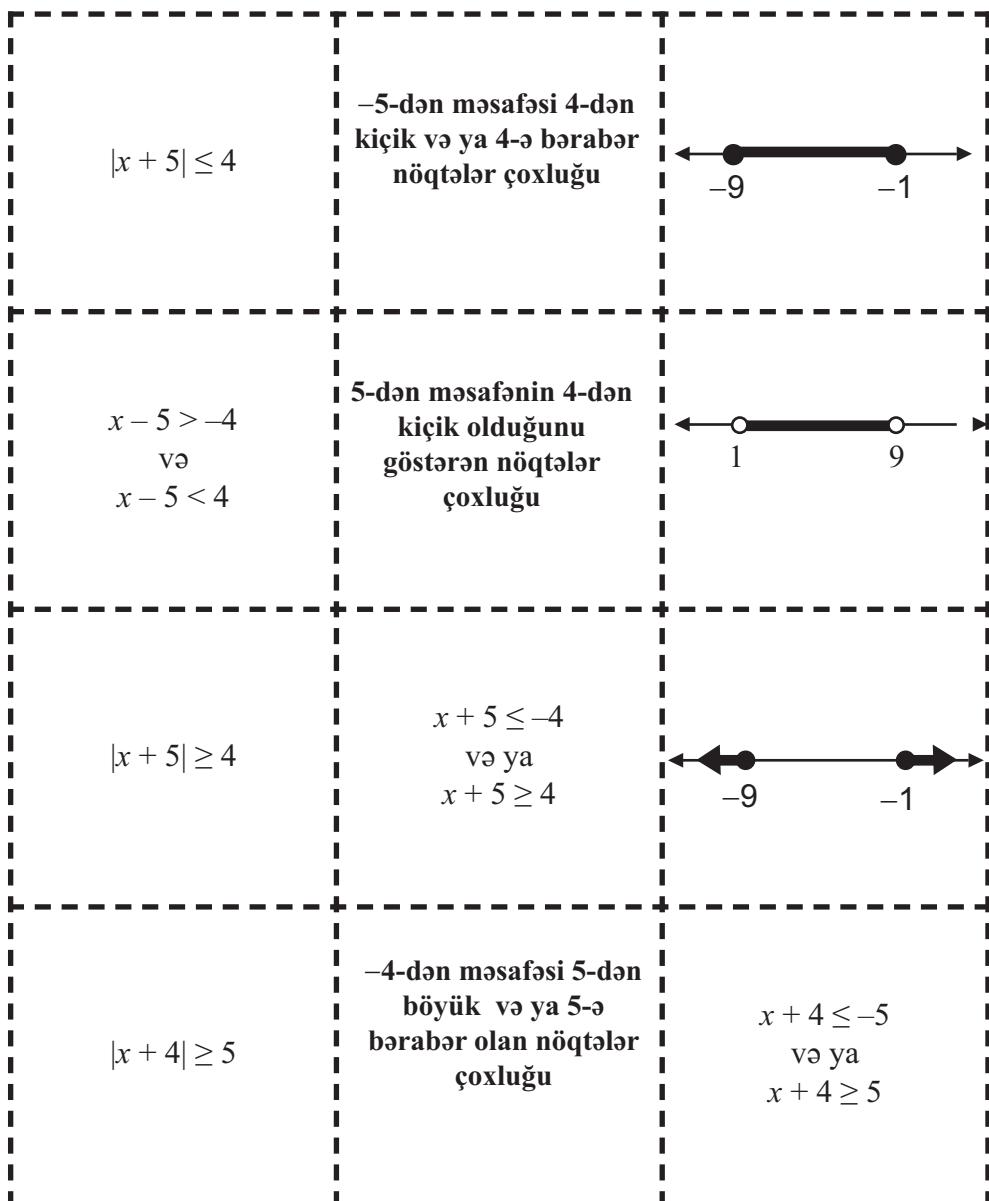
$$-12,5 < w - 519,5 < 12,5.$$

Hər iki tərəfə 519,5 əlavə etsək, $507 < w < 532$ alarıq.

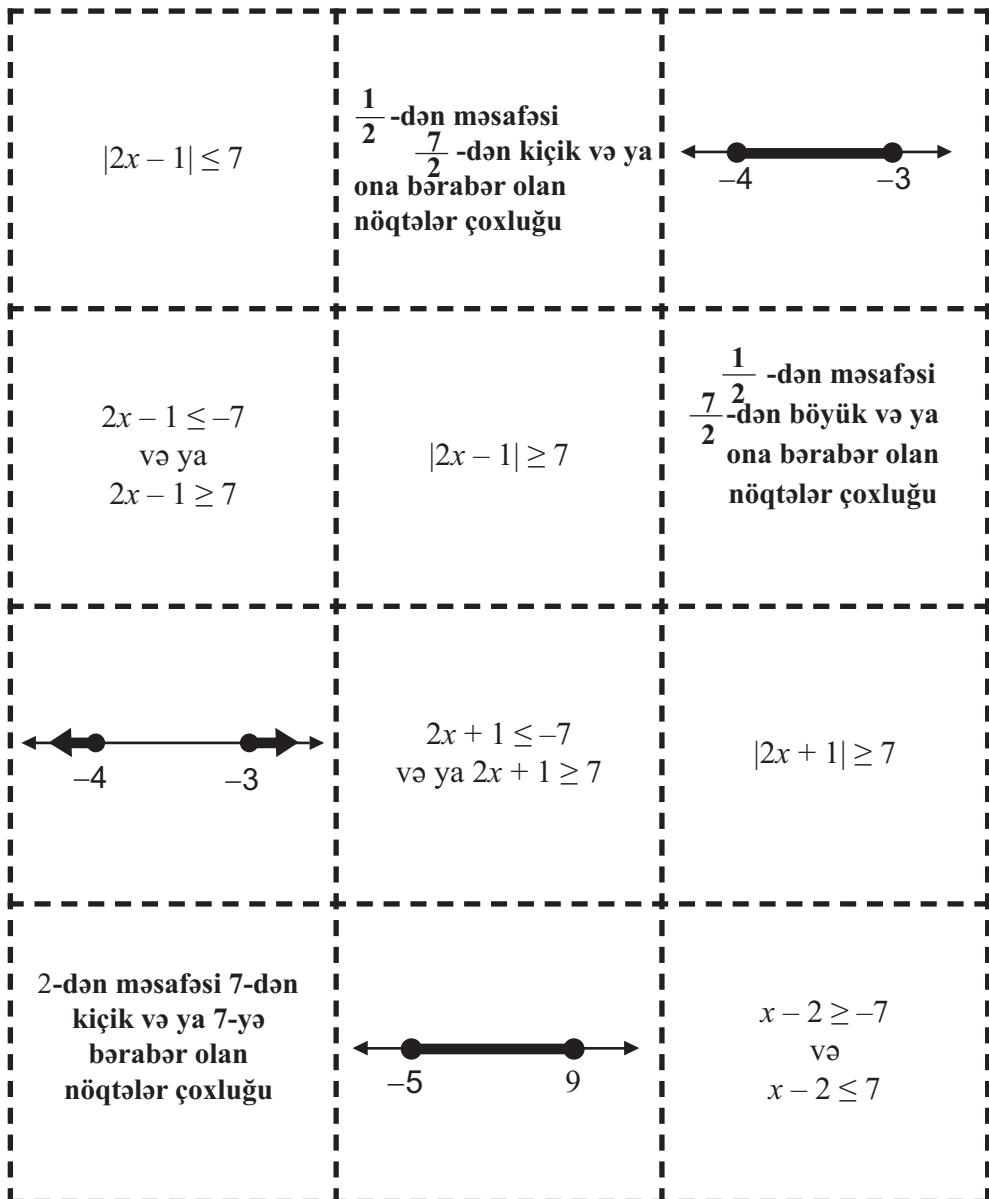
İşıq dalğalarının uzunluğu $507 < w < 532$ bərabərsizliyini ödədiyindən verilmiş cədvələ görə tapırıq ki, bu halda verilən maddənin yanmasından yaşıl işıq yaranır.

Modullu bərabərsizlikləri həll etmə bacarıqlarını formativ qiymətləndirmək üçün üzərində modullu bərabərsizliyin riyazi yazılışı, sözlə yazılışı və həndəsi təsviri olan kartlar hazırlanır. Hər qrupa bir dəst kart verilir. Qrup üzvləri eyni modullu tənlikləri ifadə edən kartları eyni cərgədə ağ kağız üzərinə yapışdırırlar.

Oyun kartları nümunəsi



Oyun kartları nümunəsi (davamı)



İşçi vərəq № 3

Adı _____

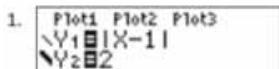
Soyadı _____

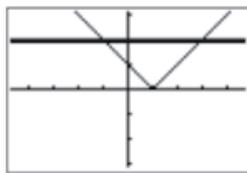
Tarix _____



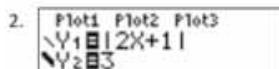
- Modullu bərabərsizlikləri $y = |x|$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə qrafik üsulla həll edir.

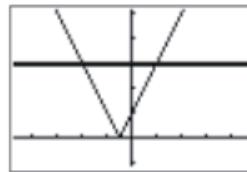
Şəkildə qrafikalkulyatorun ekranındaki yazılar və çəkdiyi qrafiklər verilmişdir. Hər şəklə görə bir modullu tənlik və iki modullu bərabərsizliyi və həllini cədvəlin uyğun xanalarında yazın.

1. 



Modullu tənlik	Bərabərsizlik 1	Bərabərsizlik 2
Həllər çoxluğu interval ilə	Həllər çoxluğu interval ilə	Həllər çoxluğu interval ilə
Qrafik həlli	Qrafik həlli	Qrafik həlli

2. 



Modullu tənlik	Bərabərsizlik 1	Bərabərsizlik 2
Həllər çoxluğu interval ilə	Həllər çoxluğu interval ilə	Həllər çoxluğu interval ilə
Qrafik həlli	Qrafik həlli	Qrafik həlli

Dərs 103-106 Dərslik səh.145-152. Kvadrat bərabərsizliklər. 4 saat



- $ax^2 + bx + c < 0$ şəklində olan bərabərsizlikləri müxtəlif üsullarla:
- $ax^2 + bx + c \leq 0$ qrafik üsulla;
- $ax^2 + bx + c > 0$ intervallar üsulu ilə həll edir;
- $ax^2 + bx + c \geq 0$
- Kvadrat bərabərsizliklərə aid məsələləri həll edir.

Kvadrat bərabərsizliklərin həll üsulları dərslikdə verilmiş ardıcılıqla araşdırılır.

Eyni kvadrat bərabərsizliyi müxtəlif üsullarla həll etmək və həlli müqayisə etmək tövsiyə edilir. Bu tapşırıqlar qruplarla iş üçün də əlverişli tapşırıqlardır.

1-ci, 2-ci saat. Kvadrat funksiyanın qrafikini qurma bacarıqları bir daha yoxlanılır.

$x^2 - 7x + 10 \leq 0$ bərabərsizliyinin qrafik həlli:

Diqqətə çatdırılır ki, $x^2 - 7x + 10$ ifadəsi müsbət, mənfi və ya sıfır qiymətlərini ala bilər. Verilən bərabərsizlikdə isə bu ifadənin qiymətinin sıfra bərabər və ondan kiçik qiymətlərini x -in hansı qiymətlərində aldığını müəyyən etməliyik.

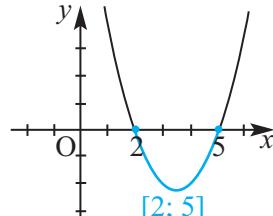
$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 5)(x - 2) = 0$$

$$x = 5; x = 2$$

Simmetriya oxu $x = 3,5$ xətti olacaq. Parabola qurulur.

Bizi $x^2 - 7x + 10$ ifadəsinin sıfırdan kiçik və ya sıfıra bərabər qiymətləri maraqlandırır. Qrafikdən görünür ki, $[2; 5]$ parçasında bu qiymətlər ödənir.



Sual verilir: Qrafikə görə x -in hansı qiymətlərində bu ifadənin qiyməti müsbətdir?

Şagirdlərin cavabı: $x < 2$ və ya $x > 5$ qiymətlərində

Kvadrat bərabərsizliyi uyğun funksiyanın işarəsinə görə həll etmə addımları:

1. Bərabərsizliyə uyğun $y = ax^2 + bx + c$ funksiyasının qrafikini qurun.
2. Qrafikin absis oxunu kəsdiyi nöqtələri qeyd edin.
3. Qrafikə görə funksiyanın qiymətlərinin x -in (argumentin) hansı qiymətlərində mənfi, hansı qiymətlərində müsbət olduğunu müəyyən edin.
4. Bərabərsizliyin şərtinə uyğun x -in qiymətləri çoxluğununu seçin.

Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar həlli ardıcıl olaraq yerinə yetirilir.

3-cü saat. Kvadrat bərabərsizliyin cəbri üsulla, sol tərəfi vuruqlarına ayırib bərabərsizliyin işarəsinə görə mümkün halları aşdırmaqla, eləcə də kvadrat və xətti funksiyanın qrafiklərini eyni koordinat məstəvisində qurmaqla həllinə aid tapşırıqlar və tətbiq tapşırıqları yerinə yetirilir.



Dərslikdə verilmiş bəzi məsələlərin həlli

D.20. 1) a) $x^2 \leq 15 - 2x$

Bərabərsizliyi qrafik üsulla həll etmək üçün $y = x^2$ və

$y = 15 - 2x$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat sistemində quraq.

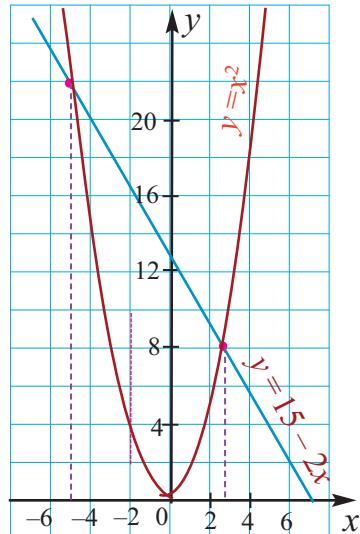
Qrafikdən göründüyü kimi x -in $(-5 ; 3)$ aralığında $y = x^2$ funksiyasının qrafiki üzərindəki nöqtənin ordinatı $y = 15 - 2x$ funksiyasının qrafiki üzərindəki nöqtənin uyğun ordinatından kiçikdir. Bu isə o deməkdir ki, x -in $[-5; 3]$ aralığında hər bir qiyməti üçün $x^2 \leq 15 - 2x$ bərabərsizliyi doğrudur.

2) a) Verilmiş bərabərsizliyi sadələşdirməklə həll edək.

$$x^2 \leq 15 - 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 15 \leq 0 \text{ və ya}$$

$$x^2 + 2x - 15 \leq 0$$

$y = x^2 + 2x - 15$ funksiyasının sıfırları $x_1 = -5$ və $x_2 = 3$ olduğundan alırıq ki, $x^2 + 2x - 15 \leq 0$ bərabərsizliyi $x \in [-5; 3]$ olduqda ödənir.



D.24. Həlli. $T(x) = 0,005x^2 - 0,23x + 22$

a) $x = 16$ olarsa, $T(16) = 0,005 \cdot 16^2 - 0,23 \cdot 16 + 22 = 23,28 - 36,8 = 19,6$

Yəni, 16 yaşında sürücünün reaksiya müddəti 19,6 salisədir.

b) $x = 35$, $T(35) = 0,005 \cdot 35^2 - 0,23 \cdot 35 + 22 = 20,75$

35 yaşında sürücünün reaksiya müddəti 20,75 salisədir.

a) və b) bəndlərinin nəticələrini analiz etdiykdə görürük ki, bu yaşlarda olan sürücülərin reaksiya müddəti demək olar ki, bərabərdir.

D.26. Həlli. $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$

a) Top hansı zaman kəsiyində 16 metrdən daha yüksəkdə olacaq?

$$-5t^2 + 20t + 1 > 16 \Rightarrow -5t^2 + 20t - 15 > 0 \text{ və ya}$$

$$t^2 - 4t + 3 < 0 \text{ bərabərsizliyini həll edək.}$$

Bərabərsizliyin sol tərəfi olan kvadrat üçhədlinin sıfırları $t_1 = 1$ və $t_2 = 3$ -dür. Göründüyü kimi, top bu hündürlükdə 2 dəfə olur. Vurulmuş zərbədən 1 saniyə sonra və (yerə qayıdarkən) 3 saniyədən sonra. (1; 3) zaman kəsiyində top 16 metrdən daha yüksəkdə olur.

b) Top hansı zaman kəsiyində ən azı 1 metr yüksəklidə olar?

$$-5t^2 + 20t + 1 \geq 1 \text{ bərabərsizliyindən } t^2 - 4t \leq 0 \text{ alırıq. } t^2 - 4t = 0 \text{ tənliyinin kökləri } 0 \text{ və } 4 \text{-dür. } t \in [0; 4] \text{ olduqda } t^2 - 4t \leq 0, \text{ yəni top } [0; 4] \text{ zaman kəsiyində ən azı 1 metr yüksəkdə olur.}$$

D.28. Həlli: $P = 2(x + y) = 70$, $x + y = 35$, $y = 35 - x$

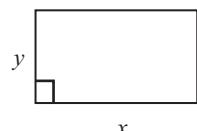
$$S = x \cdot y = x \cdot (35 - x), 35x - x^2 \geq 300 \Rightarrow x^2 - 35x + 300 \leq 0$$

$$x_{1,2} = 17,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = 20; x_2 = 15; y_1 = 35 - 20 = 15; y_2 = 20$$

$x^2 - 35x + 300 = (x - 20)(x - 15) \leq 0$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu $[15; 20]$ aralığıdır.

Göyərti sahəsinin eni $[15; 20]$ aralığından götürülmüş hər bir qiymətləri ala bilər. Bu qiymətlərin hər biri üçün və buna uyğun olaraq $y = 35 - x$ şərti daxilində $S \geq 300$ bərabərsizliyi doğrudur.



D.29. Həlli. $\dot{I} = \frac{m}{h^2}$, burada \dot{I} - kütlə indeksini, m -insanın kütləsini (kq-la), h -isə onun boyunu (m-lə) göstərir.

a) Boyu 1,5 m olan insanın kütləsi nə qədər olmalıdır ki, kütlə indeksi 24-dən kiçik olsun. Deyilənləri nəzərə alsaq, taparıq:

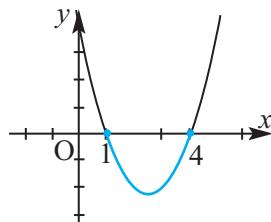
$$\frac{m}{h^2} < 24, \quad h = 1,5 \text{ metr} \Rightarrow m < 24 \cdot 2,25; \quad m < 54 \text{ kq.}$$

Dərs 107-109. Dərslik səh.153-156. İntervallar üsulu. 3 saat



- cəbri bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edir.

Kvadrat bərabərsizliyin qrafik həllinə görə mülahizələr söylənilir. Məsələn, $x^2 - 5x + 4 < 0$ bərabərsizliyinə uyğun qrafik həllə görə şagirdlərin fikirləri dinlənilir. Göründüyü kimi, uyğun parabola absisi 1 və 4 olan nöqtələrdə Ox oxunu kəsir. Ədəd oxu (bu halda funksiyanın təyin oblastı) hər birində funksiyanın işarəsini sabit saxladığı 3 intervala bölünür və bu intervallarda funksiyanın işarəsini həmin intervaldan hər hansı sınaq nöqtəsi seçməklə müəyyən etmək olar. Bu mülahizələr əsasında kvadrat bərabərsizliyin intervallar üsulu ilə həlli əsaslandırılır.



Bərabərsizliyin cəbri üsulla həll addımları:

- Verilən bərabərsizliyi əgər mümkünürsə, sadələşdirin (mötərizələrdən, kəsrədən azad edin).
- Bərabərsizliyin sol tərəfində çoxhədlini, sağ tərəfində isə sıfır saxlayın.
- Sol tərəfi vuruqlara ayırin.
- Sərhəd nöqtələrini tapın.
- Ədəd oxu üzərində sərhəd nöqtələrini qeyd edin.
- Sərhəd nöqtələrinin ayırdığı hər bir çoxluqdan bir sınaq nöqtəsi seçin və bərabərsizliyi yoxlayın.

Verilən bərabərsizliyi $(x - 1)(x - 4) < 0$ şəklində yazıb intervallar üsulu ilə həll edək.

İntervallar: $(-\infty; 1)$ $(1; 4)$ $(4; +\infty)$

Sınaq nöqtəsi: -4 3 10

Şərt : < 0

$x - 1$	-5	2	9
$x - 4$	-8	-1	6

$(x - 1)(x - 4)$	+	-	+	Şərt : < 0
		(1; 4)		

Daha sonra intervallarda hasilin işarəsinin əlverişli qayda ilə müəyyən edilməsinə aid nümunələr həlli araşdırılır. Mövzu üçün ayrılmış 3-cü saatda rasional bərabərsizliklərin inetrval üsulu ilə həllinə aid tapşırıqlar yerinə yetirilir.

D.9. (səh. 156) Həlli: a) bir stolun qiyməti x manat, satılan stolların ümumi sayı $(120 - x)$ olarsa, həftəlik gəlir $p(x) = (120 - x) \cdot x - 1800 - 10(120 - x)$ şəklində olur, buradan isə sadələşdirməklə $p(x) = -x^2 + 130x - 3000$ alırıq.

$-x^2 + 130x - 3000 > 0$ bərabərsizliyini həll edək.

$$x^2 - 130x + 3000 < 0; \quad (x - 30)(x - 100) < 0 \quad \text{şəklində yazaq.}$$

İntervallar üsulunu tətbiq edərək bərabərsizliyin həllinin $(30; 100)$ aralığı olduğunu alarıq. Yoxlamaqla əmin olmaq olar ki, bu aralıqdan kənardakı hər bir qiymətdə Heydərgilin ticarəti zərərlə işləyəcəkdir.

b) $p(x) = -x^2 + 130x - 3000 = -(x - 65)^2 + 1225$ şəklində yazımaqla alırıq ki, stolların biri 65 manata təklif edildikdə həftədə $120 - 65 = 55$ stol satılır. Bu halda gəlir maksimum (1225 manat) olar.

Dərs 110-113. Dərslik səh. 157-160. İrrasional bərabərsizliklər Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 4 saat



- İrrasional bərabərsizliyin həllini eynigüclü rasional bərabərsizliyin (və ya bərabərsizliklər sisteminin) həllinə gətirir.

Sadə irrasional bərabərsizliklərin, xüsusi halda dəyişəni kvadrat kök işarəsi altında olan irrasional bərabərsizliklərin həll addımları nümunələr üzərində araşdırılır.

Kök işarəsi altında dəyişən olan bərabərsizliklərin həlli kökün və bərabərsizliklərin xassələrindən istifadə etməklə rasional bərabərsizliklərin və ya onların sisteminin həllinə gətirildiyi sadə nümunələr üzərində izah edilir. Dəyişən cüt dərəcə kök altında olduqda dəyişənin mümkün qiymətlərinin müəyyən edilməsinin vacibliyi vurgulanır.

Dərslikdə verilmiş nümunə həllər ümumsinif müzakirəsi ilə araşdırılır və verilən tapşırıqlar həll edilir. Ümumiləşdirici tapşırıqlardan bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqlarının tərtibində istifadə etmək olar.



Dərslikdə verilmiş bəzi məsələlərin həlli

D.3. d) $\sqrt{x-3} + \sqrt{1-x} > 2$

Həlli. DMQ $x - 3 \geq 0$ və $1 - x \geq 0$ bərabərsizliklərindən tapılır. $\begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 1 - x \geq 0 \end{cases}$

Bərabərsizliklər sistemi dəyişənin heç bir qiymətində ödənmir.

Deməli verilmiş bərabərsizliyin həlli boş çoxluqdur.

D.5. a) $\sqrt[3]{x-1} > 2$

Həlli. Hər iki tərəfi 3-cü dərəcədən qüvvətə yüksəltməklə eynigüclü $x - 1 > 8$ bərabərsizliyinin həllinə gətirilir. Buradan $x > 9$ tapılır.

D.7. (səh. 159). I ədəd x , II ədəd y olarsa, $x + y = 20$ və $y = 20 - x$

$$x^2 + y^2 < 208 \Rightarrow x^2 + (20 - x)^2 < 208$$

$$2x^2 - 40x + 400 - 208 < 0; \quad 2x^2 - 40x + 192 < 0 \Rightarrow 8 < x < 12 \Rightarrow -8 > -x > -12;$$

$-12 < -x < -8$ bərabərsizliyin hər tərəfinə 20 əlavə edək :

$$20 - 12 < 20 - x < 20 - 8 \Rightarrow$$

$$8 < 20 - x < 12 \Rightarrow 8 < y < 12$$

Cavab: ədədlərdən biri 9 olarsa, digəri 11 olur və ya hər iki ədəd 10-a bərabərdir.

İşçi vərəq № 4

Adı _____

Soyadı _____

Tarix _____



• Kvadrat bərabərsizlikləri həll edir.

1. Kvadrat bərabərsizlikləri cəbri üsulla həll edin.

1) $x^2 + x - 20 \leq 0$



2) $x^2 - 3x - 54 < 0$



3) $x^2 - 5x - 14 > 0$



4) $2x^2 - 4x - 30 \geq 0$



5) $3x^2 - 6x - 9 \geq 0$



6) $2x^2 + 9x - 5 < 0$



2. Həlləri sol tərəfə keçirib vuruqlara ayırin, vuruqların işarələrinə görə həllər çoxluğununu müəyyən edin.

a) $x^3 + 3x \leq 18$

b) $x^2 + 3 \geq -4x$

c) $4x^2 - 27x + 18 < 0$

d) $-6x \geq x^2 - 16$

3. Uyğun funksiyanın qrafikindən istifadə etməklə bərabərsizlikləri həll edin.

a) $x^2 + 14x + 48 \leq 0$

b) $x^2 \geq 3x + 28$

c) $-7x^2 + x - 6 \geq 0$

d) $4x(x - 1) > 63$

7-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nö	Meyarlar	Qeyd
1.	Birdəyişənli xətti bərabərsizlikləri qrafik üsulla həll edir.	
2.	Bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyətini fərqləndirir və həll edir.	
3.	Modullu bərabərsizlikləri həll edir.	
4.	Kvadrat bərabərsizlikləri cəbri və qrafik üsulla həll edir.	
5.	Cəbri bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edir.	
6.	Sadə irrasional bərabərsizlikləri həll edir.	

Dərs 114. 7-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları.

1. $|x - 1| < 3,2$ bərabərsizliyini ödəyən tam ədədlərin cəmini tapın.
2. $-6 < x < 6$ bərabərsizliyini modul işarəsinin köməyi ilə yazın.
 A) $|x| = 6$ B) $|x| \geq 6$ C) $|x| < 6$ D) $|x| \leq 6$
3. $\frac{2 - \sqrt{5}}{2x - 3} \geq 0$ bərabərsizliyini həll edin.
 A) $(1,5; +\infty)$ B) $(-\infty; 1,5)$ C) $[1,5; +\infty)$ D) $(-\infty; 1,5]$
4. $\begin{cases} 5x - 2 \geq 2x + 7 \\ 4x + 2 \geq 5x - 10 \end{cases}$ bərabərsizliklər sistemini ödəyən tam ədədlərin sayını tapın.
5. $\frac{9 - x^2}{|x + 2|} \geq 0$ bərabərsizliyini ödəyən tam ədədlərin cəmini tapın.
 A) 0 B) 3 C) 1 D) 2
6. $x^2 > x^3$ bərabərsizliyini həll edin.
 A) $(-\infty; 1]$ B) $(-\infty; 1)$ C) $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$ D) $(1; +\infty)$

7. b -nin hansı ən böyük tam qiymətində 4 ədədi $2x^2 + bx - 54 \leq 0$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğuna daxildir?

8. a -nın hansı qiymətlərində $ax^2 - 4ax + 4$ üçhəndlisi istənilən x üçün müsbət qiymətlər alır?

- A) $(0; 2)$ B) $(0; 1)$ C) $(-1; 0)$ D) $(1; +\infty)$

9. $\frac{x^2 + 4}{x} \leq 4$ bərabərsizliyini həll edin.

- A) $(-\infty; 0) \cup \{2\}$ B) $[2; +\infty)$ C) $(-\infty; 2]$ D) $(-\infty; 2)$

10. b -nin hansı qiymətində $2x^2 + bx + 2 = 0$ tənliyinin həqiqi kökü yoxdur?

11. k -nın hansı qiymətlərində $3x^2 + kx + 3 = 0$ tənliyinin iki müxtəlif kökü var?

12. Həll edin: a) $|2x - 1| \leq 3$; b) $||x + 1| - 3| < 4$

13. Üçbucağın bir tərəfi 6 sm, ikinci tərəfi 9 sm-dir. Üçbucağın perimetri 25 sm-dən kiçikdir, üçüncü tərəfin uzunluğunun (santimetrlə) ən böyük və ən kiçik tam qiymətləri neçə ola bilər?

14. Vurulan zərbədən topun qalxdığı hündürlüyü (metrlə) t uçuş zamanından (saniyə ilə) asılılığı $h(t) = -5t^2 + 20t$ düsturu ilə verilmişdir.

- a) Zamanın hansı anlarında top yerdən 15 metrdən daha yüksəkdə olacaq?
b) Zamanın hansı anlarında topun yerdən məsafəsi 15 metrdən az olar?

15. Uyğunluğu müəyyən edin.

1. $x^2 < 9$ a) ən kiçik tam həlli 0-dır.
2. $x^2 < 9x$ b) ən kiçik tam həlli 1-dir.
3. $x^2 \leq 3x$ c) ən böyük tam həlli 3-dür.
d) tam həllərinin cəmi 0-dir.

16. $\frac{1}{x-1} \leq 1$ bərabərsizliyini həll edin.

17. Bərabərsizliyi həll edin.

- a) $\sqrt{2x - 3} < 1$ b) $\sqrt{3 - x} \geq 2$

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
3.1.5. Müstəvi üzərin də vektor anlayışını, vektorların toplanması, çıxılması və ədədə vurma qaydala rını riyazi və fiziki məsələlərə tətbiq edir.	115	Vektorlar	1	162-163
3.2.1. Müstəvi üzərində paralel köçürmə anlayışını bilir və fiqurların çevrilməsinə tətbiq edir.	116-117	Dekart koordinat müstəvisində vektorlar	2	164-166
3.2.2. Hərəkət çevrilməsi anlayışını bilir və iki konqruyent fiqurdan birini digərindən hərəkət çevirməsi ilə alır.	118-119	Vektorun istiqaməti. Meyil bucağı. Triqonometrik nisbətlər və vektorun komponentlərlə yazılışı	2	167-170
4.1.1. Törəmə ölçü vahidlərinin birindən digərinə keçir.	120-123	Vektorların toplanması və çıxılması. Vektorların komponentlərindən istifadə etməklə toplanması	4	171-178
4.2.1. Praktik ölçmələrdə alınan nəticələrin həqiqətə uyğunluğunu yoxlayır.	124- 125	Vektorun ədədə vurulması. Komponentləri ilə verilmiş vektorlar üzərində əməllər	2	179-181
	126-129	Paralel köçürmə. Hərəkət və konqruyent fiqurlar	4	182-187
	130-131	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	188-189
	132	8-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	18	



Məzmun standartı

- 3.1.5. Müstəvi üzərində vektor anlayışını, vektorların toplamması, çıxılması və ədədə vurma qaydalarını riyazi və fiziki məsələlərə tətbiq edir.
- 4.1.1. Törəmə ölçü vahidlərinin birindən digərinə keçir.
- 4.2.1. Praktik ölçmələrdə alınan nəticələrin həqiqətə uyğunluğunu yoxlayır.



Formalaşdırılan şagird bacarıqları

- vekorial və skalyar kəmiyyətləri fərqləndirir;
- verilmiş istiqamətinə və uzunluğununa görə vektoru çəkir;
- ölçmələrlə verilən vektorun modulunu və meyil bucağını müəyyən edir;
- vektoru koordinat müstəvisində təsvir edir;
- vektoru komponentləri ilə ifadə edir;
- vektorun uzunluğunu və meyil bucağını müəyyən edir;
- vektorları müxtəlif üsullarla toplayır və çıxır;
- vektorların ədədə vurulmasına aid məsələləri həll edir;
- vektorlara aid müxtəlif məsələləri həll edir.
- müəyyən miqyasla çəkilmiş təsvirin ölçülərini verilən miqyasla görə real həyatdakı ölçülərə uyğunlaşdırır.



Lügət vektor, kollinear vektorlar, başlanğıc nöqtə, son nöqtə, vektorun meyil bucağı, vektorun modulu, paralel vektorlar, bərabər vektorlar, əks vektorlar, sıfır vektor, vektorun komponentləri, əvəzləyici vektor



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

Internet ünvanları:

<http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/WindTunnel/Activities/vectors.html>

Dərs 115. Dərslik səh.

162- 163. Vektorlar

Motivasiya. Biz hava haqqında məlumatda aşağıdakı kimi informasiyaları eşidirik.

Sabah havanın temperaturu $+13$ dərəcə olacaq, 15 km/saat sürətlə şimal-şərq küləyi əsəcək.

Sizcə, nə üçün temperatur haqqında kəmiyyətin bir ölçüsü, küləyin sürəti haqqında isə kəmiyyətin iki ölçüsü verilmişdir? Şagirdlər fizikadan öyrəndikləri biliklərlə bu suala cavab verirlər.

Gedilən yol, yerdəyişmə, temperatur, sürət, təcil, müxtəlif növ qüvvələr-ağırlıq qüvvəsi, gərilmə qüvvəsi, sürtünmə qüvvəsi, qravitasiya qüvvəsi və s. təzyiq, kütlə və s. kəmiyyətlərin skalyar və ya vekorial kəmiyyətlər olub-olmadığı haqqında fikir yürüdüllür.

Kütlə və çəkinin fərqli fiziki kəmiyyətlər olduğu diqqətə çatdırılır. Məsələn, tərəzi ilə kütləmizi müəyyən edirik. Bu zaman kütlə yerin mərkəzinə doğru yönəlmış $9,8$ m/san² təcillə Yerin cazibə qüvvəsinə məruz qalır. Müxtəlif planetlərdə qravitasiya qüvvəsi müxtəlif olduğu üçün çəki dəyişir.

Vektorun modulu, istiqaməti anlayışları müəyyən fiziki kəmiyyətlər üzərində araşdırılır, təsviri və adlandırılması izah edilir.

Vektorun başlangıç və son nöqtələrində qeyd etdiyimiz hərflərin ardıcılığının əhəmiyyət kəsb etdiyi vurgulanır. Məsələn, vektorun \vec{AB} işarəsi onun başlangıcının A, sonunun isə B nöqtəsində olduğunu göstərir, yəni vektor A nöqtəsindən B nöqtəsinə yönəlmüşdir. \vec{BA} vektoru isə əksinə, B-dən A-ya yönəlmüşdir.

D.3 tapşırığında şagird vektorun modulunu damaların sayına görə müəyyən edir.

Praktik məşğələnin bütün şagirdlər tərəfindən necə yerinə yetirildiyi diqqət mərkəzində saxlanılır. Bu bacarıqlar sonrakı dərslər üçün çox əhəmiyyətlidir. Vektoru vərilən modula və istiqamətə görə təsviretmə və əksinə xətkəş və transportirlə ölçməklə təsviri verilmiş vektorun meyil bucağını və modulunu müəyyənetmə bacarıqları vektoraya aid nəzərdə tutulmuş bütün dərslərdə tətbiq edilir. Əlavə resurs olaraq aşağıdakı internet ünvanlarından istifadə etmək olar:

<https://trigonometry.wikispaces.hcpss.org/Unit+1+Geometric+Vectors>

<http://www.mathwarehouse.com/vectors/>

http://www.analyzemath.com/vector_calculators/magnitude_direction.html

<http://www.onlinemathlearning.com/vector-subtraction.html>

<http://www.onlinemathlearning.com/vector-addition.html>

<http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/WindTunnel/Activities/vectors.html>

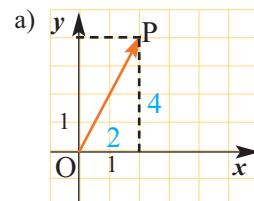
Dərs 116-117. Dərslik səh.164-166.

Dekart koordinat müstəvisində vektorlar. 2 saat



- Vektoru koordinat müstəvisi üzərində koordinatlarına görə təsvir edir;
- Vektorun üfüqi və şaquli komponentlərdən təşkil olunduğunu başa düşür;
- Vektorun komponentləri ilə yazılışını koordinat müstəvisi üzərində təsvirlə izah edir;
- Başlangıç nöqtəsinin koordinatlarından asılı olaraq eyni komponentlərə malik sonsuz sayda vektorun mövcud olduğunu başa düşür;
- İki nöqtə arasındakı məsafə düsturunu tətbiq etməklə vektorun modulunu tapır;
- Vektorun komponentlərinə aid müxtəlif məsələləri həll edir.

Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar araşdırılır. Şagird koordinat müstəvisi üzərində təsvir edilmiş vektorları komponentləri ilə ifadə edərkən x və y oxu üzərindəki miqyası diqqət edilir, miqyaslar müxtəlif də verilə bilər. Şəkildəki \vec{OP} vektorunun komponentləri ilə yazılışı $\vec{OP} \langle 2; 4 \rangle$ kimidir.



Tapşırıqlar həm iki nöqtə arasındakı məsafəni hesablamla vektoru komponentləri ilə yazmaq, həmçinin verilmiş komponentlərə görə və başlangıç və ya son nöqtəsinin verilən koordinatına görə digərinin koordinatlarını müəyyənetmə bacarıqlarını əhatə edir.

Dərslikdə verilmiş məsələ tiplərinə aid nümunələr verilmişdir. Nümunələri şagirdlərin sinifdə yazılı olaraq yerinə yetirmələri tövsiyə edilir.

Əlavə olaraq vektorların komponentlərinə və Pifaqor teoreminin tətbiqinə aid olan məsələləri həll etmək olar. Bu məsələlər İşçi vərəq 1-də verilmişdir.

İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Vektoru komponentləri ilə ifadə edir.

1. Verilən məlumatlara görə vektorları komponentləri ilə ifadə edin.

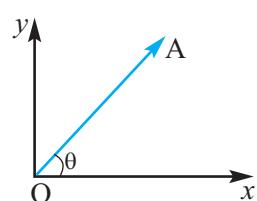
- a) Sürət 35 m/san, şərqə
- b) Sürət 12 m/san, qərbə
- c) Sürət 8 m/san, şimala
- d) Yerdəyişmə 8 m, cənuba

2. Aydın evlərindən 20 km şimala, sonra 15 km şərqə doğru hərəkət etdi və gölə çatdı. Aydıngilin evindən gölə qədər məsafəni onun yerdəyişməsinə görə hesablayın.

Dərs 118-119. Dərslik səh. 167-170. Vektorun istiqaməti. Meyil bucağı. Triqonometrik nisbətlər və vektorun komponentlərlə yazılışı. 2 saat.

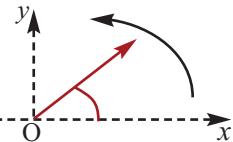
- Vektorun meyil bucağını hesablamaq üçün triqonometrik nisbətdən istifadə edir;
- Uyğun bucağın tangensi ilə ifadə etməklə tapır;
- Vektorun istiqamətini Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi bucağa görə müəyyən edir;
- vektorun istiqamətinə aid məsələləri həll edir.
- Vektorun komponentlərini triqonometrik nisbətlərlə ifadə edir;
- Triqonometrik nisbətlərdən istifadə etməklə vektoru aid məsələlər həll edir.

Vektorun istiqamətinə aid məsələlər bir çox hallarda vektorun standart vəziyyəti adlanan vəziyyətlə göstərilərək müəyyən edilir. Vektorun standart vəziyyəti dedikdə başlanğıc nöqtəsi koordinat başlağıcında olan vektor qəbul edilir. Bu vektorun istiqaməti Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi bucaqla (θ) müəyyən edilir.



Dərslikdə verilən tapşırıqlarda vektorun istiqamətinin müəyyənlendirilməsi üçün aşağıdakı kimi istiqamət anlayışlarından istifadə edilmişdir.

- 1) Gündəlik həyatda istifadəyə uyğun olaraq sağ, sol, yuxarı, aşağı, şərqi, qərb, şimal, cənub.
- 2) Standart vəziyyətə görə, yəni Ox oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağa (meyl bucağına) görə.



? Məsələlər vektorun istiqamətinin müxtəlif cür ifadə edilməsi və bu ifadə formaları arasında qarşılıqlı çevirmələrə aid verilmişdir.

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

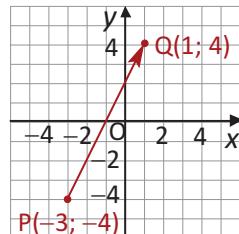
D.13. a) Vektorun modulunu və meyl bucağını müəyyən edin.

Həlli. \overrightarrow{PQ} vektorunu komponentləri ilə yazaq.

$$\overrightarrow{PQ} = \langle 1 - (-3); 4 - (-4) \rangle = \langle 4; 8 \rangle$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

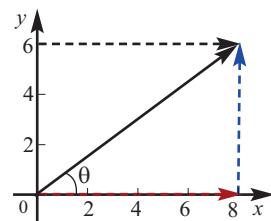
$$\tan \theta = \frac{8}{4} = 2, \quad \theta \approx 64^\circ$$



Vektor və onun komponentlərini tapma, həmçinin əvəzləyici vektoru müəyyən etməyi aid məsələlərdə komponentlərin trigonometrik nisbətlərlə ifadəsindən geniş istifadə edilir. Hərəkət bir vektorla ifadə edilmişsə, komponentləri düzbucaqlı üçbucaqdan istifadə etməklə trigonometrik nisbətlər ilə asanlıqla ifadə etmək olur.

$$x \text{ oxu üzrə} \quad \cos \theta = \frac{d_x}{d} \quad d_x = d \cos \theta \\ \text{yerdəyişmə:}$$

$$y \text{ oxu üzrə} \quad \sin \theta = \frac{d_y}{d} \quad d_y = d \sin \theta \\ \text{yerdəyişmə:}$$



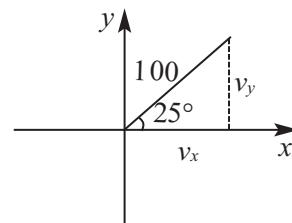
? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.20. Həlli. $\sin 25^\circ = \frac{v_y}{100}; \cos 25^\circ = \frac{v_x}{100}$

Buradan :

$$v_y = 100 \cdot \sin 25^\circ \approx 0,4226 \cdot 100 = 42,26 \text{ (km/saat)}$$

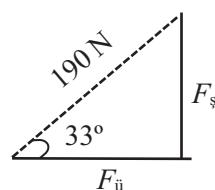
$$v_x = 100 \cdot \cos 25^\circ \approx 0,9063 \cdot 100 = 90,63 \text{ (km/saat)}$$



D.23. Həlli. Gülnarın tətbiq etdiyi qüvvənin

üfüqi komponenti: $F_{\text{ü}} = 190 \cdot \cos 33^\circ \approx 190 \cdot 0,8387 \approx 159,35 \text{ N}$

şaquli komponenti: $F_{\text{s}} = 190 \cdot \sin 33^\circ \approx 190 \cdot 0,5446 \approx 103,48 \text{ N}$



İşçi vərəq № 2

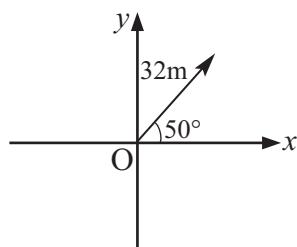
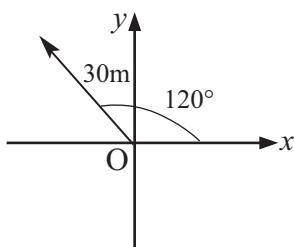
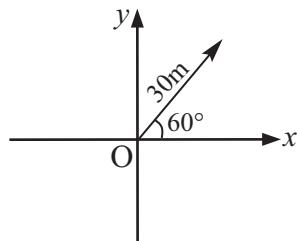
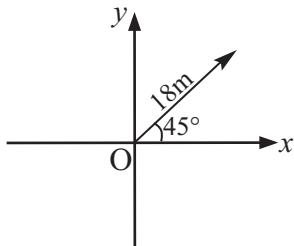
Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



• Vektorun istiqamətini Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə əmələ gətirdiyi bucağa görə müəyyən edir.

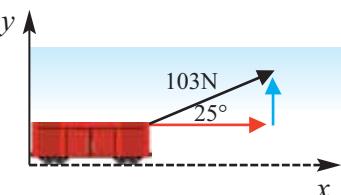
1) Vektorları komponentləri ilə yazın.



2) Təyyarənin sürətinin üfüqi və şaquli komponentlərini tapın.



3) Vaqona tətbiq edilmiş qüvvənin üfüqi və şaquli komponentlərini tapın.



Dərs 120-123. Dərslik səh.171-178. Vektorların toplanması və çıxılması. Vektorların komponentlərindən istifadə etməklə toplanması. 4 saat.



- Vektorları toplamaq və çıxmak üçün
-qrafik üsullardan;
-üçbucaq qaydasından (çoxbucaqlı qaydası);
-paraleloqram qaydasından istifadə edir.
- Vektorların komponentlərindən istifadə etməklə onları toplayır;
- Toplama əməlinin xassələrini vektorların toplanmasına tətbiq edir;
- Vektorların toplanmasına aid məsələlər həll edir.

! 1. İlk olaraq kollinear vektorların toplanması yerinə yetirilir. Şagird verilən vektorların uzunluğunu xətkəşin köməyilə ölçməli, yekun vektorun modulunu və meyil bucağını müəyyən etməlidir. Ölçməni az xəta ilə yerinə yetirmək, yekun vektorun istiqamətini düzgün müəyyən etməyin əhəmiyyəti vurğulanır.

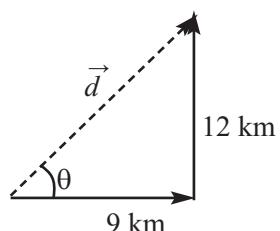
D.1 tapşırığı real situasiya üzərində vektorial əməkiyyətlərin toplanması və çıxılması zamanı modulun və istiqamətin rolunu aydın göstərir. İp dartma oyununda əks istiqamətlərə yönəlmış iki qüvvə tətbiq edilmişdir (bu qüvvələr də ayrı-ayrı oyunçuların qüvvələri cəmindən ibarətdir). Hansı tərəfə də dərəcədən qüvvənin qiyməti daha böyükdürse, bütün qalan oyunçuların yerdəyişməsi də o istiqamətə olacaqdır.

Vektorların moduluna və meyil bucağına görə qrafik təsviretmə bacarıqlarına xüsusi diqqət verilir. Bu şagirdin fəza təsəvvürlərini inkişaf etdirməklə yanaşı toplanan vektorları və əvəzləyici vektorun modulunu, istiqamətini əyani təsəvvür etməyə imkan yaradır. Şagirdin verilən ölçüyə görə miqyası seçmə bacarıqları diqqətdə saxlanılır. Şifahi olaraq bir neçə nümunə üzərində yoxlanılması tövsiyə edilir. Məsələn, 1000 km yerdəyişməni, 10 N qüvvəni, 60 km/saat sürəti qrafik təsvir etmək üçün miqyası necə seçərdiniz?

Şagird kollinear vektorların toplanmasının və çıxılmasının ədədlər üzərində toplama-çıxma qaydaları ilə oxşar olduğunu başa düşür.

Kollinear olmayan vektorların toplanması qaydaları qrafik təsvirlərlə və bütün şagirdlərin yerinə yetirmə səviyyəsi diqqət mərkəzində saxlanılmaqla izah edilir.

Üçbucaq qaydası. 9 km şərqə və 12 km şimala doğru hərəkəti göstərən vektorların əvəzləyici vektorunu tam ədədləri toplama qaydası ilə tapmağın mümkün olmadığı izah edilir. Bu vektor hərəkətin başlanğıc nöqtəsi ilə son nöqtəsini birləşdirən vektordur ki, onun uzunluğunu həndəsi xassələri tətbiq etməklə tapmaq olar.

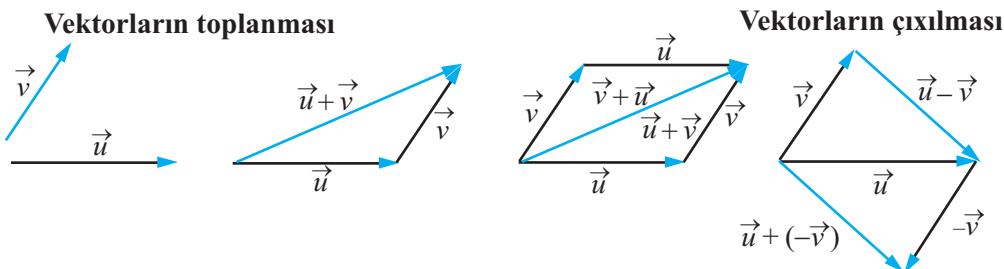


1. Əvəzləyici vektorun modulunu tapmaq üçün Pifaqor teoremini tətbiq edirik:
 $d = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

2. Meyil bucağını isə triqonometrik nisbətlə müəyyən edirik.
 $\tan \theta = 12/9$ olduğundan $\theta \approx 80^\circ$ tapılır.

Əvəzləyici vektor son nöqtənin başlanğıc nöqtəyə nəzərən yerini 15 km (şərqə yönəlmüş istiqamətlə 80° əmələ gətirməklə) şimal-şərq istiqamətində dəyişdiyini göstərir.

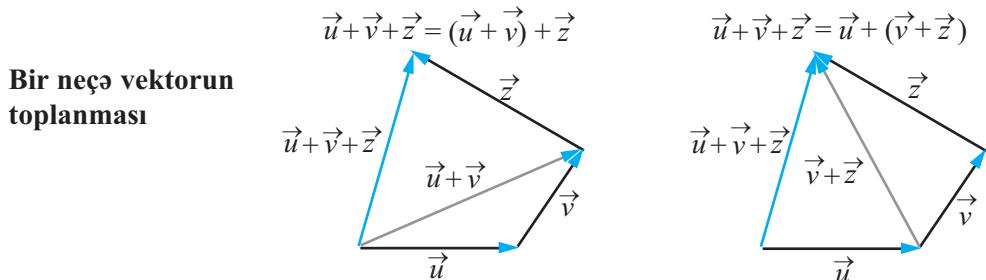
Vektorların həndəsi üsullarla üçbucaq qaydası ilə və ya paraleloqram qaydası ilə toplanmasını yerinə yetirərkən vektorların istiqamətinin düzgün nəzərə alınması əhəmiyyətlidir. Hansı vektoru əvvəl, hansını sonra çəkməyin rolü yoxdur. Çünkü, vektorların toplanmasında toplamanın xassələri doğrudur.



Toplama və çıxmanın üçbucaq qaydası, paraleloqram qaydası nəzərdən keçirilir.

Vektorların toplanmasının qrafik olaraq ölçmə yolu ilə yerinə yetirildiyi şagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Təsvirlə verilmiş vektoru toplamaq üçün:

- biz onların hər birinin uzunluğunu ölçməliyik;
 - bu ölçülərə uyğun birinin son nöqtəsi digərinin başlanğıcı olmaqla ölçülmüş vektorları “uc-ucə çəkməliyik”;
 - başlanğıc nöqtə ilə son nöqtəni birləşdirməliyik.
- Əvəzləyici vektor son nöqtənin başlanğıc nöqtəyə nəzərən dəyişməsini ifadə edir.



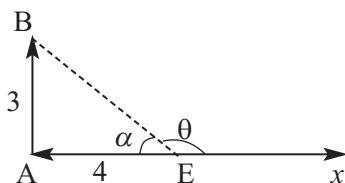
Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.6. Həlli. a) $\vec{EA} + \vec{AB} = \vec{EB}$

$$|\vec{EB}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} = 0,75 \quad \alpha \approx 37^\circ \text{ olduğundan } \theta \approx 143^\circ.$$

b) Atlının yerdəyişməsi $5 \cdot 100 = 500$ metrdir.

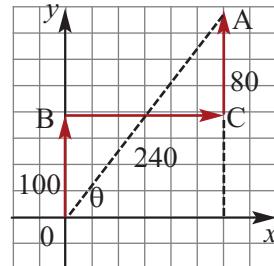


D.7. Həlli. OA məsafəsini Pifaqor teoreminə görə tapırıq.
 $|OA| = \sqrt{240^2 + 180^2} = 300$ m.

Başlanğıc nöqtədən 300 m uzaqlaşır.

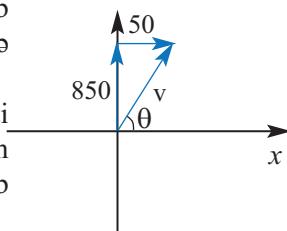
Meyil bucağını təyin edək:

$$\tan \theta = \frac{180}{240} = 0,75 \text{ olduğundan kalkulyatorla } \theta \approx 36,9^\circ \text{ tapılır.}$$



D.10.a) (səh.175) Təyyarə şimala doğru saatda 850 km/saat sürətlə uçur. Saatda 50 km/saat sürətlə əsən qərb küləyinin təsiri altında təyyarənin sürəti və istiqaməti necə dəyişməlidir? Çəkin, göstərin.

Həlli. Qərb küləyinin təsiri altında hərəkət istiqaməti dəyişir. Təyyarənin real sürəti iki komponentdən 850 km şimala doğru yönəlmış sürətlə (y komponenti), 50 km qərb küləyinin (x komponenti) sürətindən yaranır.



$$|v| = \sqrt{850^2 + 50^2} \approx 865 \text{ km/saat}$$

$$\tan \theta = \frac{850}{50} = 17 \quad \theta \approx 81^\circ$$

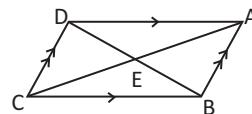
Toplama əməlinin xassələrinin vektorlara tətbiqi də qrafik təsvirlər üzərində araşdırılır.

D.13. (Səh.176) Həlli. a) $\vec{AE} + \vec{EB} = \vec{AB}$

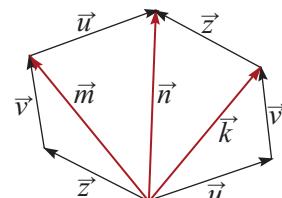
d) $\vec{AB} - \vec{DB} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$

i) $\vec{AB} - \vec{CB} - \vec{DC} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$

vektorların çıxılması əks vektorla toplamaya gətirilir.



D.14. Qırmızı rənglə çəkilmiş vektorları \vec{u} , \vec{v} , \vec{z} vektorlarının cəmi ilə müxtəlif şəkildə əvəz etməklə vektorlar üzərində toplama əməlinin xassələrini göstərin.



Şagirdlərin diqqəti hansı vektorların toplandığına yönəldilir, bunun vektorların başlanğıc və son nöqtələrini göstərməklə müəyyən etməyin mümkün olduğu izah edilir.

1. Soldan saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətdə \vec{z} , \vec{v} , \vec{u} vektorları birinin sonu digərinin başlanğıcı olmaqla uc-aca düzülmüşdür, onların əvəzləyici vektoru \vec{n} vektorudur.
 $\vec{z} + \vec{v} + \vec{u} = \vec{n}$. Digər tərəfdən sağdan saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətdə şəkli nəzərdən keçirsək, $\vec{n} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{z}$ olduğunu görərik. Buradan
 $\vec{u} + \vec{v} + \vec{z} = \vec{z} + \vec{v} + \vec{u}$ bərabərliyi toplamanın yerdəyişmə xassəsinin doğru olduğunu göstərir.

2. Soldan saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində şəkli nəzərdən keçirsək, \vec{z} vektorunun sonu \vec{v} vektorunun başlanğıcındadır. Bu vektorların cəmini \vec{m} vektoru göstərir.
 $\vec{z} + \vec{v} = \vec{m}$. \vec{m} vektorunun sonu \vec{u} vektorunun başlanğıcıdır.

Bu iki vektorun cəmi - əvəzləyicisi \vec{n} vektorudur.

$$\vec{n} = \vec{m} + \vec{u} \text{ və ya } \vec{n} = \vec{u} + (\vec{z} + \vec{v})$$

Analoji qayda ilə sağdan saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətində vektorları nəzərdən keçirsək: $\vec{k} = \vec{u} + \vec{v}$; $\vec{n} = \vec{k} + \vec{z}$ deməli, $\vec{n} = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{z}$

Bərabərliklərin xassəsini nəzərə alsaq: $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{z} = \vec{u} + (\vec{z} + \vec{v})$ olar.

Sonuncu bərabərlik toplamanın qruplaşdırma xassəsinin doğruluğunu göstərir.

Vektorlara aid məsələ həlli şagirdin məsələdə verilən mətnə uyğun qrafik təsviri çəkmə, vektorların toplanması, komponentlərinin müəyyən edilməsi kimi əlaqəli bacarıqları əhatə edir. Şagirdlərə məsələləri fərdi iş kimi müstəqil olaraq yerinə yetirmələri, sonra isə həllini təqdim etmələri (sözlü və qrafik olaraq lövhədə) tövsiyə edilir.

Kollinear olmayan bir neçə vektorun toplanması aşağıdakı addımlarla yerinə yetirilir.

1. Hər bir vektorun x və y komponentləri triqonometrik nisbətlərlə müəyyən edilir.

2. Ox oxu istiqamətindəki bütün komponentlər cəmlənir. Oy oxu istiqamətindəki bütün komponentlər cəmlənir. Bu cəmlər əvəzləyici vektorun x və y komponentləridir.

3. Əvəzləyici vektorun modulu Pifaqor teoreminə görə hesablanır.

4. Vektorun meyl bucağı triqonometrik nisbətlə hesablanır.

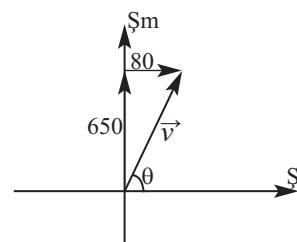
D.17. (səh.178) Həlli. Təyyarənin sürəti $\vec{v}_1 = \langle 0; 650 \rangle$

küləyin sürəti $\vec{v}_2 = \langle 80; 0 \rangle$

Təyyarənin yekun sürəti $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \langle 80; 650 \rangle$

$$|\vec{v}| = \sqrt{80^2 + 650^2} \approx 655 \text{ (km/saat)}$$

$$\tan \theta = \frac{650}{80} = 8,125; \quad \theta \approx 83^\circ$$



D.18. Qayıq eni 120 m olan çayda axına perpendikulyar istiqamətdə hərəkət edir. Qayıqın durğun sudakı sürəti 6 m/san, çayın axma sürəti 1 m/san-dir.

a) Qayıq çayın bir sahilindən digərinə keçmək üçün nə qədər vaxt sərf edər?

b) Çayın axını qayığı hərəkətə başladığı nöqtədən neçə metr aşağıya doğru hərəkət etdirəcək?

c) Qayıq sahilə nəzərən hansı bucaq altında hərəkət edəcək?

Həlli. Koordinat sistemini şəkildə göstərldiyi kimi seçək.

Qayıqın durğun suda sürəti: $\vec{v}_1 = \langle 0; 6 \rangle$

Çayın axın sürəti: $\vec{v}_2 = \langle 1; 0 \rangle$

Qayıqın yekun sürəti $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \langle 0; 6 \rangle + \langle 1; 0 \rangle = \langle 1; 6 \rangle$

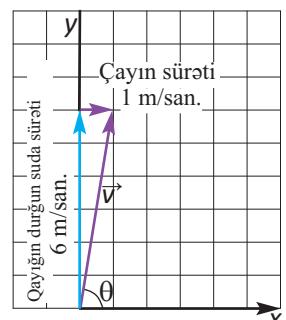
$$|\vec{v}| = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37} \approx 6,08 \text{ m/san}$$

a) Çayın eni 120 m olarsa, qayıqın çayı üzüb keçmə müddəti $t = 120 : 6 = 20$ san olar.

b) 20 saniyə ərzində çay axını qayığı $20 \cdot 1 = 20$ m çay aşağı hərəkət etdirər.

$$c) \tan \theta = 6, \quad \theta \approx 80,6^\circ$$

Qayıq sahilə nəzərən təxminən $80,6^\circ$ bucaq altında hərəkət edəcək.



D.19. Xızıkçı əvvəlcə meyil bucağı 135° olmaqla 300 m, sonra isə meyil bucağı 45° olmaqla 400 m hərəkət etdi.

Xızıkçının yerdəyişmə vektorunun modulunu və meyil bucağını müəyyən edin.

Həlli: $|d_1| = 300 \quad d_{1x} = -300 \cdot \cos 45^\circ = -150\sqrt{2}$

$$d_{1y} = 300 \cdot \sin 45^\circ = 150\sqrt{2}$$

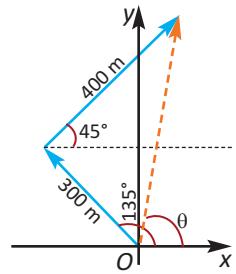
$$|d_2| = 400 \quad d_{2x} = 400 \cdot \cos 45^\circ = 200\sqrt{2}$$

$$d_{2y} = 400 \cdot \sin 45^\circ = 200\sqrt{2}$$

$$d_x = -150\sqrt{2} + 200\sqrt{2} = 50\sqrt{2}; \quad d_y = 150\sqrt{2} + 200\sqrt{2} = 350\sqrt{2}$$

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{(50\sqrt{2})^2 + (350\sqrt{2})^2} = 500 \text{ (m)}$$

$$\tan \theta = \frac{d_y}{d_x} = 7; \quad \theta \approx 81,9^\circ$$



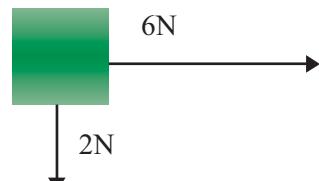
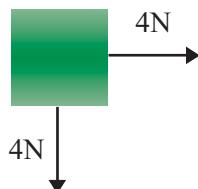
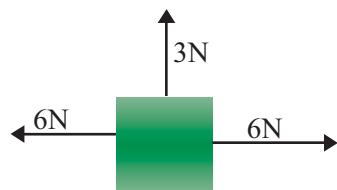
İşçi vərəq № 3

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____

 • Kollinear və kollinear olmayan vektorların əvəzləyici vektorunu müəyyən edir.

Miqyas seçin. Əvəzləyici qüvvəni qrafik təsvir edin. Modulunu və istiqamətini müəyyən edin.



İşçi vərəq № 4

Adı _____ Soyadı _____

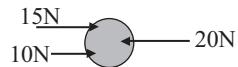
Tarix _____



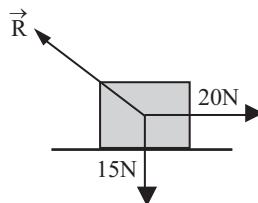
• Kollinear və kollinear olmayan vektorların əvəzləyici vektorunu müəyyən edir.

1. Verilmiş şəkildə bir cismə 15 N və 10 N qüvvə sol tərəfdən, 20 N qüvvə isə sağ tərəfdən təsir edir.

Cismə təsir edən qüvvələrin əvəzləyicisi nə qədərdir?
Əvəzləyici qüvvə hansı istiqamətə yönəlir?

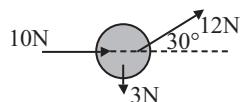


2. Cisim ona tətbiq olunmuş üç qüvvənin təsiri ilə sükunətdədir: Sağa doğru yönəlmüş qüvvə 20 N, aşağı yönəlmüş qüvvə 15 N olarsa, R qüvvəsinin meyil bucağını və modulunu müəyyən edin.



3. Cismə üç qüvvə təsir edir: 10 N -sol tərəfdən, 3 N aşağıya , 12 N-luq qüvvə isə üfüqi istiqamətlə 30° bucaq altında .

Cismə təsir edən qüvvələrin əvəzləyicisinin şaquli və üfüqi komponentlərini tapın.

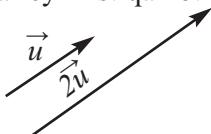


Dörslik 124-125. Dörslik səh. 179-181. Vektorun ədədə vurulması.

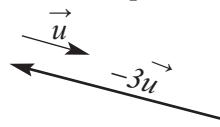
Komponentləri ilə verilmiş vektorlar üzərində əməllər. 2 saat

Hər hansı vektorun skalyar ədədə vurulması nümunələr üzərində müsbət tam, mənfi tam və kəsr ədədlər seçilməklə izah edilir.

1) \vec{u} vektorunun uzunluğunun 2 dəfə artırılması ilə alınan $2\vec{u}$ vektoru təsvir edilmişdir. Bu vektorlar eyni istiqamətlidir.



2) Şəkildə \vec{u} vektoru və onun uzunluğunun -3-ə vurulmasından alınan $-3\vec{u}$ vektoru təsvir edilmişdir. Bu vektorlar əks istiqamətlidir.



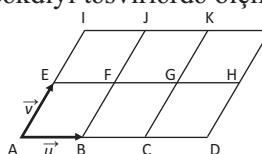
Vurma əməlinin xassələrinin vektorun ədədə vurulması zamanı da doğru olduğu qeyd edilir. Burada yenə də ədədə vurulduqdan sonra alınan yeni vektorun verilən vektorla eyni miqyasda çəkilməsinə diqqət edilir. Başqa sözlə vektorun ədədə vurulmasının qrafik təsvirlərlə müşayiət olunmaqla yerinə yetirilməsi tövsiyə edilir.

Şagird $2\vec{u}$ vektorunun \vec{u} vektorundan 2 dəfə uzun olduğunu, \vec{u} vektorunun $2\vec{u}$ vektorundan 2 dəfə qısa olduğunu çəkdiyi təsvirlərdə ölçmələrlə inanır və inandırır.

D.1. Həlli:

$$a) \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = 2\vec{u}$$

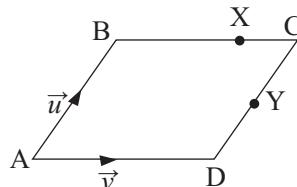
$$d) \vec{LI} + \vec{LE} = -4\vec{u} - \vec{v}$$



D.5. Həlli:

$$2) \vec{AX} = \vec{AB} + \vec{BX} = \vec{u} + \frac{3}{4}\vec{v}$$

$$3) \vec{BY} = \vec{BC} + \vec{CY} = \vec{v} - \frac{1}{2}\vec{u}$$



D.1. (səh. 181). Həlli:

a) $\vec{u} = \langle 2; 3 \rangle$, $\vec{v} = \langle -4; 5 \rangle$ olduğundan $2\vec{u} = \langle 4; 6 \rangle$, $3\vec{v} = \langle -12; 15 \rangle$ olar.

Onda alıraq: $2\vec{u} + 3\vec{v} = \langle 4 + (-12); 6 + 15 \rangle = \langle -8; 21 \rangle$

D.5. (səh. 181). Həlli:

$C(x; y)$ nöqtəsi AB parçasının $AC : CB = 1 : 2$ nisbətində bələd. \vec{AC} və \vec{CB} vektorları kollinear vektorlardır.

$\vec{AC} = \langle x+3; y-1 \rangle$, $\vec{CB} = \langle 6-x; 7-y \rangle$ və şərtə görə $2\cdot\vec{AC} = \vec{CB}$ olduğundan alıraq: $\langle 2x+6; 2y-2 \rangle = \langle 6-x; 7-y \rangle$

Buradan uyğun koordinatların bərabərliyinə görə $2x+6=6-x$ və $2y-2=7-y$ tənliklərindən $x=0$, $y=3$ tapılır. Cavab: C(0; 3)

Dərs 126-131. Dərslik səh. 182-189. Paralel köçürmə. Hərəkət və konqruent fiqurlar. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 6 saat



Məzmun standartı

- 3.2.1. Müstəvi üzərində paralel köçürmə anlayışını bilir və fiqurların çevrilməsinə tətbiq edir.
3.2.2. Hərəkət çevrilməsi anlayışını bilir və iki konqruent fiqurdan birini digərindən hərəkət çevirməsi ilə alır.

Formalaşdırılan şagird bacarıqları



- paralel köçürmənin xassələrini başa düşdürünen təsvirlər üzərində və təsviri çəkməklə nümayiş etdirir;
- paralel köçürmənin bütünlükdə müəyyən vektorla icra olunduğunu başa düşür;
- hərəkət çevrilmələrinin paralel köçürmə, dönmə, əksetmə hərəkətləri nəticəsində verilən fiqurun özü ilə konqruent fiqura çevrildiyini məsələlər üzərində nümayiş etdirir;
- hərəkət çevrilmələrinin paralel köçürmə, dönmə, əksetmə kimi növləri ilə homotetik çevrilmənin fərqini təqdim edir;
- hərəkət çevrilmələrini koordinat müstəvisi üzərində təqdim edir.



Lügət

paralel köçürmə
paralel köçürmə vektoru
dönmə
dönmə bucağı
əksetmə
əksetmə xətti
konqruent fiqurlar
oxşar fiqurlar
homotetiya əmsali

Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər

Internet resurslar:

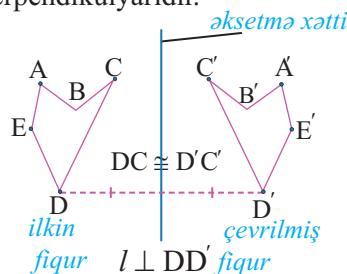
www.khanacademy.org/math/geometry/transformations

Dərslikdə verilmiş öyrənmə bloku ilə paralel köçürmənin əsas xassələri izah edilir. Şəkillər çəkilir. Hərəkət çevrilmələrini müşahidə etmək üçün çoxlu sayda internet resurslar mövcuddur, bunlar arasından

www.khanacademy.org/math/geometry/transformations tövsiyə edirik.

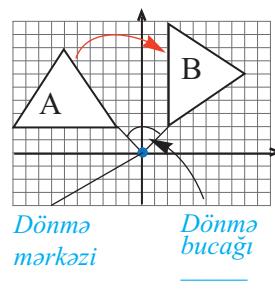
Əksetmə (simmetriya) hərəkətinin əsas xüsusiyyətləri:

1. Əksetmə hərəkəti ilə alınmış fiqur ilkin fiqura konqruyentdir;
2. Əksetmə xətti fiqurun ilkin və son vəziyyətinə uyğun istənilən iki nöqtəni birləşdirən parçanın orta perpendikulyarıdır.



Dönmə hərəkətinin əsas xüsusiyyətləri:

- Dönmə hərəkətini dönmə bucağı, dönmə mərkəzi və dönmə istiqaməti müəyyən edir;
- Dönmə mərkəzi fiqurun daxilində və ya xaricində ola bilər. İstənilən halda dönmə mərkəzi sabit (tərpənməz) qalır;
- Dönmədə ilkin fiqurla çevrilmiş fiqur konqruyentdir;
- 360 dönmədə ilkin fiqurla çevrilmiş fiqur üst-üstə düşür.



Koordinat müstəvisi üzərində paralel köçürmə zamanı nöqtənin $(x; y)$ koordinatlarının $(x + a; y + b)$ kimi dəyişdiyini başa düşür.
Aşağıdakı kimi tapşırıqları yeyinə yetirməsi tövsiyə olunur.

Verilənlərə və hərəkətə görə figurun təpə nöqtələrinin yeni koordinatlarını yazın.

Nümunə. Paralel köçürmə: 2 vahid sola və 1 vahid aşağı

$Q(0; -1)$, $D(-2; 2)$, $V(2; 4)$, $J(3; 0)$

$Q'(-2; -2)$, $D'(-4; 1)$, $V'(0; 3)$, $J'(1; -1)$

1) Paralel köçürmə: 5 vahid yuxarı
 $U(-3; -4)$, $M(-1; -1)$, $L(-2; -5)$

2) Paralel köçürmə: 3 vahid aşağı
 $R(-4; -3)$, $D(-4; 0)$, $L(0; 0)$, $F(0; 3)$

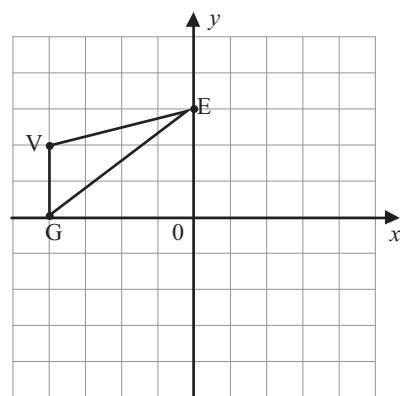
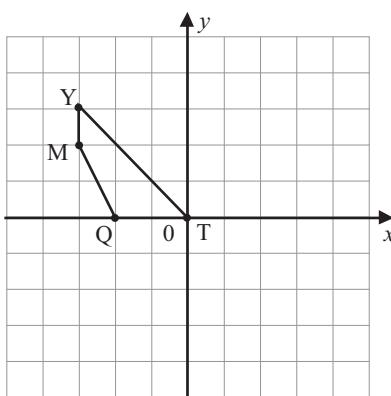
3) Paralel köçürmə: 3 vahid sağa və
2 vahid yuxarı

$D(-4; 1)$, $A(-2; 5)$, $S(-1; 4)$, $N(-1; 2)$

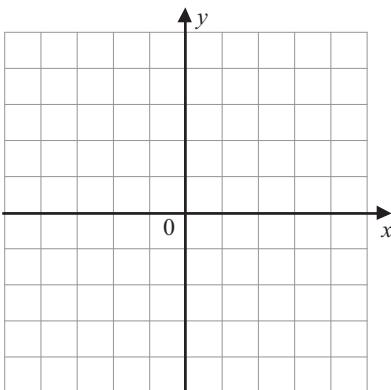
4) Paralel köçürmə: 3 vahid sola və
4 vahid yuxarı
 $Z(-4; -3)$, $I(-2; -2)$, $V(-2; -4)$

5) Paralel köçürmə: 4 vahid sağa bir vahid
yuxarı

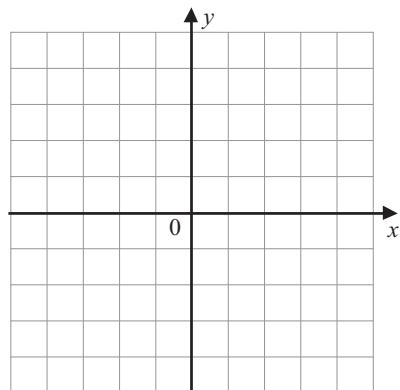
6) Paralel köçürmə vektoru $\langle 2; -1 \rangle$



7) $U(-3; -4)$, $M(-1; -1)$, $L(-2; -5)$
Paralel köçürmə: 4 vahid yuxarı



8) $R(-4; 3)$, $D(-4; 0)$, $L(0; 0)$, $F(0; 3)$
Paralel köçürmə: 3 vahid aşağı



İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

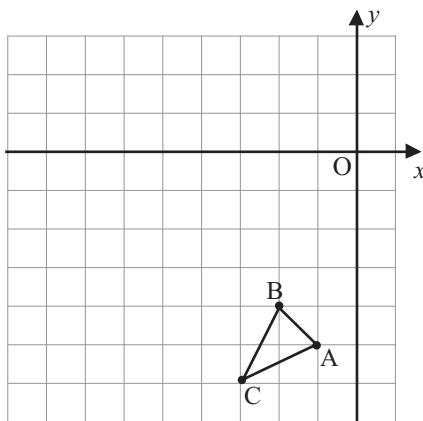
Tarix _____



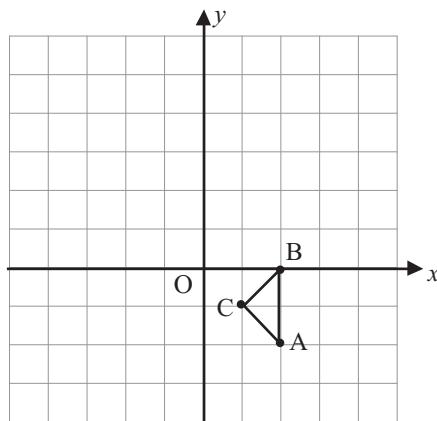
- Paralel köçürmənin bütünlükdə müəyyən vektorla icra olunduğunu başa düşür.

Tələb olunan hərəkətləri şəkil üzərində çəkib göstərin.

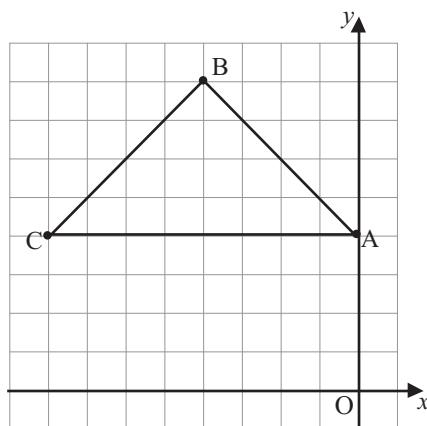
- 1) $x = -2$ düz xəttinə nəzərən
əksetmə, sonra $\vec{v}(-2; 7)$ vektoruna
görə paralel köçürmə



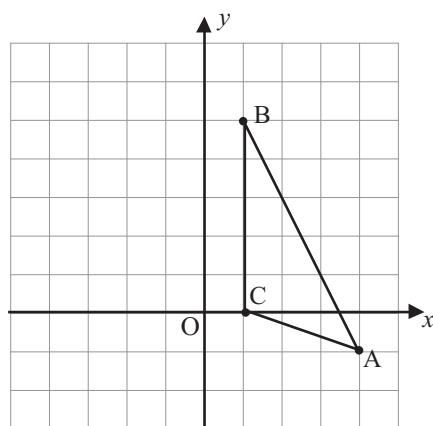
- 2) $y = 0$ düz xəttinə nəzərən əksetmə,
mərkəzi $O(0; 0)$ nöqtəsində olmaqla
saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində
 90° dönmə



- 3) $k = 1/2$ əmsalına və $O(0; 0)$ mərkəzinə
görə homotetik çevirmə,
sonra $\vec{v}(-3; 2)$ vektoruna görə paralel
köçürmə və $y = 3$ düz xəttinə nəzərən
əksetmə



- 4) $y = 1$ düz xəttinə nəzərən əksetmə,
 $\vec{v}(-1; 2)$ vektoruna görə paralel-
köçürmə və $O(0; 0)$ nöqtəsinə görə
 90° saat əqrəbinin hərəkəti
istiqamətində dönmə

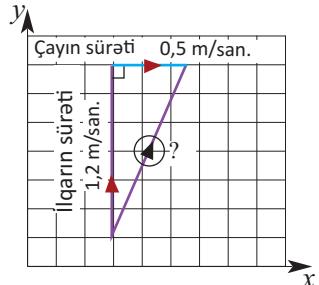




Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.5. (səh. 188) İlqar 1,2 m/san sürətlə sahilə perpendikulyar olmaqla çayda üzür. Çayın axın sürəti 0,5 m/san, eni isə 60 m olarsa, tapın:

- İlqarın çayı üzüb keçmə müddətini;
- İlqarın üzdüyü məsafəni.
- İlqar çayı sahilə nəzərən hansı bucaq altında üzüb keçəcək?



Həlli.

$$\text{İlqarın üzmə sürəti } \vec{v}_1 = \langle 0; 1,2 \rangle$$

$$\text{Çayın axın sürəti } \vec{v}_2 = \langle 0,5; 0 \rangle$$

$$\text{İlqarın yekun sürəti } \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \langle 0; 1,2 \rangle + \langle 0,5; 0 \rangle = \langle 0,5; 1,2 \rangle$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{0,5^2 + 1,2^2} = \sqrt{1,69} = 1,3 \text{ m/san}$$

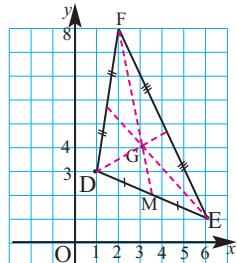
a) İlqarın çayı üzüb keçmə müddəti: $t = 60 : 1,2 = 50$ san.

b) İlqar 1,3 m/san sürətlə 50 san. ərzində $1,3 \cdot 50 = 65$ m məsafəyə üzər.

$$\text{c) } \tan \theta = \frac{1,2}{0,5}; \quad \theta \approx 67,4^\circ$$

D.8. (səh.188) Medianların kəsişmə nöqtəsi üçbucağın ağırlıq mərkəzi adlanır. D(1; 3) və E(6; 1) nöqtələri ΔDEF -in təpə nöqtələri, G(3; 4) isə onun ağırlıq mərkəzini göstərir. F təpəsinin koordinatlarını müəyyən edin.

Həlli. FG düz xəttinin üçbucağın DE tərəfi ilə kəsişmə nöqtəsi M olsun. M nöqtəsi DE-nin orta nöqtəsidir.



$$x_m = \frac{x_D + x_E}{2} = \frac{1 + 6}{2} = 3,5 \quad y_m = \frac{y_D + y_E}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2$$

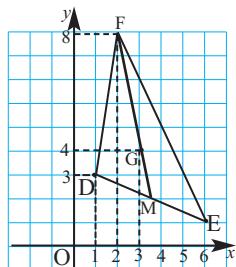
$$M(3,5 ; 2)$$

Medianların xassəsinə görə $FG : GM = 2 : 1$

$$F(x; y) \text{ olsun: } \vec{FG} = \langle 3 - x; 4 - y \rangle; \quad \vec{GM} = \langle 0,5; -2 \rangle$$

$$\text{Onda alırıq: } \langle 3 - x; 4 - y \rangle = 2 \langle 0,5; -2 \rangle$$

$$\text{Burada } \begin{cases} 3 - x = 1; & x = 2; \\ 4 - y = -4; & y = 8; \end{cases} \quad \text{Cavab: } F(2; 8)$$

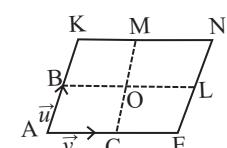


8-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nö	Meyarlar	Qeydlər
1	Vektorial və skalyar kəmiyyətləri fərqləndirir.	
2	Verilmiş istiqamətinə və uzunluğuna görə vektoru çəkir.	
3	Ölçmələrlə verilən vektorun modulunu və meyil bucağını müəyyən edir.	
4	Vektoru koordinat müstəvisində təsvir edir.	
5	Vektoru komponentləri ilə ifadə edir.	
6	Vektorun uzunluğunu və meyil bucağını müəyyən edir.	
7	Vektorları müxtəlif üsullarla toplayır və çıxır.	
8	Vektorların ədədə vurulmasına aid məsələləri həll edir.	
9	Vektorlara aid müxtəlif məsələləri həll edir.	
10	Hərəkət çevirmələrini koordinat müstəvisində təqdim edir.	

Dərs 132. 8-ci bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

- A (-3; 7) və $\vec{AB} = \langle 8; -11 \rangle$ isə B nöqtəsinin koordinatlarını tapın .
- A (3; -2) və B (5 ; 4) nöqtələri verilib. \vec{AB} vektorunu komponentləri ilə yazın.
- ΔABC -də $AB = 15$, $BC = 20$, $\angle B = 90^\circ$ olarsa $|\vec{AB} + \vec{BC}|$ -ni tapın
- $\vec{u} \langle 4 ; k+1 \rangle$ və $\vec{v} \langle k-1; 6 \rangle$ vektorlarının kollinear olduğu məlumdursa, k -ni tapın.
- $\vec{u} \langle -5; 12 \rangle$ vektorunun uzunluğunu hesablayın.
- A (5; 2), B (8; 7) , C (1; 3) nöqtələri verilmişdir. $\vec{AB} = \vec{CD}$ olduqda D nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
- Başlangıcı A (-1; 3), sonu B (5; -5) nöqtəsində olan \vec{AB} vektorunun komponentlərini yazın və uzunluğunu hesablayın.
- Şəkil konqruyent paraleloqramlardan təşkil olunmuşdur.
 $\vec{AB} = \vec{u}$, $\vec{AC} = \vec{v}$ olarsa, \vec{AM} , \vec{AL} , \vec{NE} vektorlarını \vec{u} və \vec{v} ilə ifadə edin.



- 9.** $\vec{u} = \langle 3; 2 \rangle$ və $\vec{v} = \langle -2; 1 \rangle$ olduğuna görə aşağıdakı vektorları komponentləri ilə yazın.
 a) $2\vec{u} + \vec{v}$ b) $\vec{u} + 2\vec{v}$ b) $3\vec{u} + 4\vec{v}$

10. Qayığın durğun suda sürəti 4 m/san-dir. Çayın eni 60 m, axın sürəti 0,8 m/san-dir.

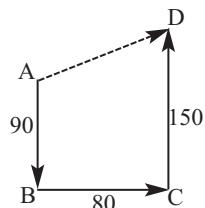
1. Qayığın:

- a) axın istiqamətində;
 b) axının əksinə istiqamətdə sürətini tapın.

2. a) qayıq çayın axın istiqamətinə perpendikulyar istiqamətdə hərəkətə başlayarsa, hərəkət istiqaməti neçə dərəcə dəyişəcək?

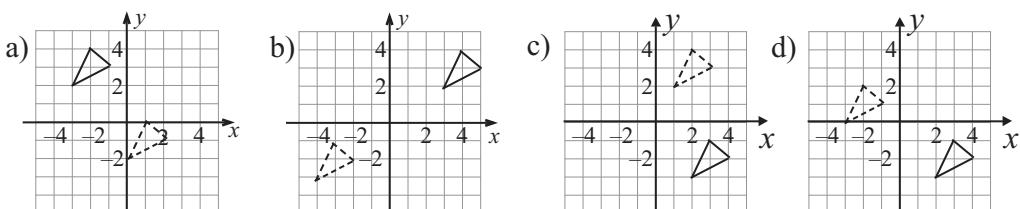
b) qayıq qarşı sahilə çatdıqda hansı məsafəni qət etmiş olacaq?

- 11.** Araba 30° -li bucaq altında təsir edən $F = 40$ N qüvvəsinin təsiri ilə hərəkət edir. Bu qüvvənin üfűqi və şaquli komponentlərini tapın.



- 12.** Turistlər düşərgədən 90 m cənuba, 80 m şərqə, daha sonra 150 m şimala doğru gedib, gölə çatdırılar. Düşərgədən gölə qədər məsafəni tapın. \vec{AD} vektorunu \vec{AB} , \vec{BC} , və \vec{CD} ilə ifadə edin.

- 13.** Aşağıdakı şəkillərdən hansında figurun hərəkəti $\langle -5; 3 \rangle$ vektoruna uyğun paralel köçürmə ilə təsvir edilmişdir? Bu şəkli dəftərinizdə çəkin.



- 14.** a) $A(-2; 4)$ nöqtəsi absis oxuna nəzərən əksetmə hərəkəti nəticəsində A' nöqtəsinə çevrilmişdir. A' nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
 b) $D(4; 3)$ nöqtəsi koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbi hərəkətinə əks istiqamətdə 90° dönmədə hansı nöqtəyə çevrilir?
 c) $E(-4; 3)$ nöqtəsi $\vec{u}(3; -1)$ vektoru ilə icra olunan paralel köçürmədə E' nöqtəsinə çevrilmişdir. E' nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

- 15.** $A(3; -2)$ nöqtəsi absis oxuna nəzərən əksetmə ilə A_1 nöqtəsinə, A_1 nöqtəsi koordinat başlanğııcı ətrafında saat əqrəbi hərəkətinə əks istiqamətdə 90° dönmə ilə A_2 nöqtəsinə, A_2 nöqtəsi $\langle 3; 1 \rangle$ vektoru ilə icra olunan paralel köçürmə ilə A_3 nöqtəsinə çevrilmişdir. Hər bir hərəkətə aid şəkil çəkin və nöqtələrin koordinatlarını yazın.

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs	Mövzu	Saat	Dərslik səh.
2.1.3. Ardıcılıqların, ədədi və həndəsi silsilələrin xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.	133-134	Ədədi ardıcılıq	2	190-193
1.2.5. Praktik məsələlərin həllinə (bank əməliyyatlarında, satış qiymətinin dəyişməsinən-də) faizin düsturlarını tətbiq edir.	135-138	Ədədi silsilə. Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu. Ədədi silsilənin xassələri.	4	194-200
	139-140	Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu	2	201-204
	141-144	Həndəsi silsilə. Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu. Həndəsi silsilənin xassələri.	4	205-210
	145-146	Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu	2	211-213
	147	Sonsuz azalan həndəsi silsilənin cəmi	1	214-215
	148-149	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	216-217
	150	9-cu bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	18	

Dərs 133-134. Dərslik səh. 190-193

Ədədi ardıcılılıq. 2 saat



Məzmun standartı

- 2.1.3. Ardıcılıqların, ədədi və həndəsi silsilələrin xassələrini məsələ həllinə tətbiq edir.
1.2.5. Praktik məsələlərin həllinə (bank əməliyyatlarında, satış qiymətinin dəyişməsində) faizin düsturlarını tətbiq edir.



Şagird bacarıqları

- ədədi ardıcılıqlar üçün rekurrent düsturu və n-ci həddin düsturunu yazır;
- ədədi silsilə üçün rekurrent düsturu və n-ci həddin düsturunu yazır;
- ədədi silsilənin n həddinin cəmi düsturunu tətbiq edir;
- ədədi silsilənin hədlərini, hədləri sayını, hədləri cəmini, fərqini tapmağa aid məsələlər həll edir;
- həndəsi silsilə üçün rekurrent düsturu ekspilisit düsturu yazır;
- həndəsi silsilənin hədləri cəmini, hədlərini, vuruşunu, hədləri sayını tapmağa aid məsələlər həll edir;
- sonsuz azalan həndəsi silsilənin cəmi düsturunun tətbiqi ilə məsələlər həll edir.



Lügət

ədədi ardıcılılıq, ədədi ardıcılığın həddi, ədədi ardıcılığın n-ci həddi, rekurrent düstur, ümumi həddin düsturu, ədədi silsilə, ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi, ədədi orta, həndəsi silsilə, həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi, həndəsi orta, sonsuz azalan həndəsi silsilə



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər, internet ünvanları:

https://en.wikipedia.org/wiki/Polygonal_number
www.ixl.com/math/precalculus/find-a-recursive-formula

Motivasiya. Araşdırma tapşırığı motivasiya olaraq istifadə edilir.

Şagirdlər portağalların düzülüş qaydası haqqında fikir yürüdürlər. Yuxarıdan aşağı hər cərgənin nömrəsi ilə bu cərgədəki portağalların sayı arasında əlaqə varmı?

1. 2. 3. 4. 5.
1 4 9 16 25

Hər qatdakı portağalların sayı uyğun qatın sıra nömrəsinin kvadratına bərabərdir.

Bu qayda ilə düzülmüş istənilən qatdakı portağalların sayını tapmaq üçün düstur yazılsın. 1, 4, 9, 16, ... Bu ədədlərə kvadrat ədədlər deyilir. Göründüyü kimi, piramida şəklində yığılmış portağalların hər qatındaki portağalları kvadrat yaradacaq şəkildə düzənmək mümkün olmuşdur.

Öyrənmə. Öyrənmə üçün tapşırıqların aşağıdakı ardıcılılıqda verilməsi tövsiyə edilir.

1. Aşağıdakı ardıcılıqlardan qaydanı və ✓ növbəti həddi söyleyin..
a) 1, 3, 5, 7, 9, ... b) 2, 5, 8, 11, ...
c) 1, 4, 9, 16, ... d) 0, 3, 8, 15, ...

Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, ədədi ardıcılıqların hədləri müəyyən sabit fərqlə dəyişə bilərlər, həmçinin hər bir hədd nömrəsinə görə müəyyən qayda ilə dəyişə bilər.. Aşağıdakı nümunələr nəzərdən keçirilir.

- a) 5, 8, 11, 14 ... b) 1, 3, 7, 12, ...
 3 3 3
 2 4 5

Şagirdlərin diqqətinə çatdırılır ki, ədədi ardıcılıqlar:

- hər bir sonrakı həddi özündən əvvəlki həddən asılı dəyişmə qaydası ilə;
- hər bir həddi özünün sıra nömrəsindən asılı (məsələn, kvadrat ədədlər, portağalın düzülüşündə olduğu kimi), başqa sözlə n-ci həddinin düsturu ilə verilə bilər.

✓ Şagirdlərə sual verilə bilər. Aşağıdakı ardıcılıqların hədlərinin dəyişmə qaydasını müəyyən edin və istənilən həddini yazmaq üçün düstur yazın.

- a) 3, 6, 9, 12 ... b) 1, 3, 5, 7, ... c) 3, 5, 7, ...

Şagirdlər ardıcılığın hər bir həddinin özündən əvvəlki həddə görə dəyişmə qaydasını müəyyən etməklə onları $a_2 = a_1 + 3$, $a_3 = a_2 + 3$, ... və s. kimi ifadə edirlər.

✓ 3. Ardıcılıqlar modellə də verilə bilər. Növbəti modeli çəkin. Bu ardıcılıqla 10-cu, 18-ci addımdakı modeldə neçə dairə olacaq?



?

Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

D.6. $a_n = n^2 - 8n$ düsturu ilə verilən ardıcılığın

- a) 20- yə; b) 48- ə; c) -15- ə; d) 0- a; e) 4- ə

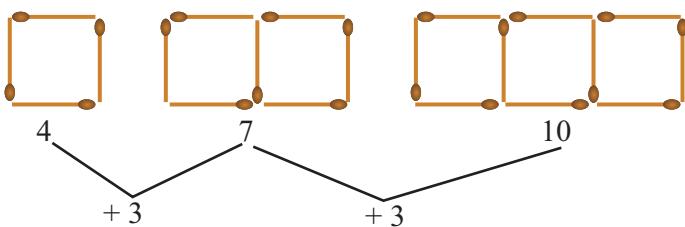
bərabər həddi varmı? Varsa bu həddin nömrəsi neçədir?

Həlli. a) $n^2 - 8n = 20$ $n^2 - 8n - 20 = 0$ $(n - 10)(n + 2) = 0$

$n = 10$ $n = -2$. $10 \in N$ olduğundan verilmiş ardıcılığın 20- yə bərabər həddi var və bu hədd a_{10} həddidir.

e) $n^2 - 8n = 4$ tənliyinin kökləri natural ədəd olmadıqından $a_n = n^2 - 8n$ ardıcılığının 4- ə bərabər həddi yoxdur.

D.7. Kibritlerin hər addımdakı sayı ədədlə ifadə edilir.



Göründüyü kimi, hər addımda 3 kibrıt artırılır. Deməli, kibritlerin say tərkibində 3-ün misilləri var. $4 = 3 \cdot 1 + 1$; $7 = 3 \cdot 2 + 1$; $10 = 3 \cdot 3 + 1$; $? = 3 \cdot 4 + 1$ (13) və s.

Deməli, istənilən addımdakı kibritlerin sayını $a_n = 3n + 1$ düsturu ilə hesablamaq olar.

!

Yeni ədədi ardıcılıq yaratma bacarıqlarını formalasdırmaq üçün xətti funksiyanın düsturlarından istifadə etmək ən əlverişli üsuldur. Məsələn, ədədin üç mislinin üzərinə iki əlavə edin. $3n + 2$ qaydası ilə yaradılan bu ardıcılığın hədləri 5, 8, 11, 14,... və s. kimi olacaq. İndi isə xətti funksiyanın düsturu ilə ifadə oluna bilən ardıcılıqları düsturla ifadə etmə bacarıqlarına nəzər salaq:

Məsələn, 21, 27, 33, 39, 45, ... ardıcılığının hər bir həddi ilə özündən əvvəlkinin fərqi 6-dir. Hər bir həddi $6n + b$ kimi yazaq. Birinci həddə görə b ədədinin 15 olduğunu ($21 - 6$) müəyyən etmək olar. Deməli, bu ardıcılığın istənilən həddini $6n + 15$ qaydası ilə tapmaq olar. Şagirdlərə aşağıdakı kimi ardıcılıqlar nümayiş etdirilir və ardıcılığın dəyişmə qaydasını müəyyən etmək təklif edilir. Şagirdlər şifahi hesablamalarla bu qaydaları müəyyən edirlər. Tapşırıqlar qruplarla iş kimi də yerinə yetirilə bilər.

- | | |
|---------------------------------|--------------|
| • 7, 12, 17, 22, 27, ... | $2 + 5n$ |
| • 100, 115, 130, 145, 160, ... | $15n + 85$ |
| • 2,5; 4,5; 6,5; 8,5; 10,5, ... | $(4n + 1)/2$ |
| • -12, -7, -2, 3, 8, ... | $5n - 17$ |
| • 4, -2, -8, -14, -20, ... | $10 - 6n$ |

! Çoxbucaqlının diaqonallarının sayının tərəfləri sayından asılılığını göstərən qaydanı bir daha ardıcılıq yazmaqla müəyyən edirlər.

Tərəflərin sayı: 1 2 3 4 5 6 7 ...

Diaqonalların sayı: 0 0 0 2 5 9 14 ...

1. Çoxbucaqlının verilmiş təpəsi ilə qonşu olan iki təpəsinə diaqonal çəkmək mümkün deyil. Deməli, diaqonal çəkilməsi mümkün olan təpələrin sayı $n - 3$ olacaq.

2. Nəzərə alsaq ki, çoxbucaqlının n təpəsi var. Deməli, diaqonalların sayı $n(n - 3)$ olacaq.

3. Lakin bir təpədən çəkilmiş diaqonal digər təpəni də əhatə etdiyindən, bir diaqonalın iki dəfə sayıldığını nəzərə alaraq ümumi sayı 2-yə bölək. n -bucaqlının diaqonalların sayı $\frac{n(n - 3)}{2}$ qaydası ilə tapmaq olar



Rekursiv **recursive** latın sözü olub geri dönmək, qayıtməq mənasını verir. Ardıcılıqlarda hər bir həddi özündən əvvəlki hədlə ifadə edən düstur nəzərdə tutulur.

D.13. Həlli.

$$3. a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & a_n - \text{cüt ədəd olarsa;} \\ 3a_n + 1, & a_n - \text{tək ədəd olarsa;} \end{cases}$$

Şərtə görə a_1 cüt ədəd olarsa, I düsturdan, a_1 tək ədəd olarsa, II düsturdan istifadə etmək lazımdır. $a_1 = 11$ olarsa, a_2 -ni tapmaq üçün $a_{n+1} = 3a_n + 1$ düsturundan istifadə edəcəyik: $a_2 = 3a_1 + 1 = 3 \cdot 11 + 1 = 33 + 1 = 34$.

Onda a_3 -ü tapmaq üçün 1-ci düsturdan istifadə etməliyik: $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{34}{2} = 17$
Oxşar qayda ilə tapırıq:

$$a_4 = 3a_3 + 1 = 3 \cdot 17 + 1 = 52 \text{ və s.}$$

İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- ədədi silsilə üçün rekurrent və ekspilisit düsturu yazır;

1. Ardıcılıqların hədlərinin xətti asılılıqla dəyişdiyini nəzərə alaraq, dəyişmə qaydasını düsturla yazın.

- a) 4; 8; 12; 16; 20;
c) 11; 21; 31; 41; 51;
e) 5; 9; 13; 17; 21; ...
g) 50; 44; 38; 32; 26;
i) 8; 7; 6; 5; 4;
k) 7; 12; 17; 22; 27; ...
b) 5; 10; 15; 20; 25;
d) 7; 9; 11; 13; 15;
f) 20; 19; 18; 17; 16; ...
h) 22; 25; 28; 31; ...
j) -4; 0; 4; 8; 12; ...
l) 3; -2; -7; -12; ...

2. Fiqurları quraşdırmaq üçün istifadə olunan kibrit çöplərinin sayının dəyişmə ardıcılığını yazın.

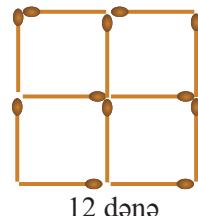
- İstənilən nömrəli fiqurda istifadə edilmiş kibritlərin sayını tapmaq üçün qaydanı müəyyən edin və düsturla yazın.
• Bu qayda ilə quraşdırılmış 10-cu fiqurda neçə kibrit olacaq?

Fiqur 1



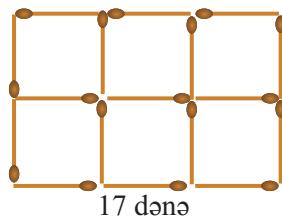
7 dənə

Fiqur 2



12 dənə

Fiqur 3



17 dənə

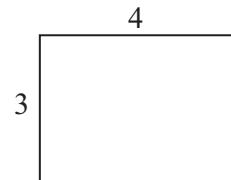
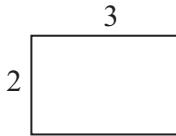
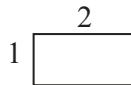
3. Düzbucaklıların tərəflərinin ölçüləri şəkildə verilmiş qaydada dəyişir. Düzbucaklıının sahəsinin onun sıra nömrəsindən asılılığını ifadə edən qaydanı müəyyən edin.

Tərəflərinin ölçüsü bu qayda ilə dəyişən 8-ci fiqurun sahəsini tapın.

1.

2.

3.



Dərs 135-138. Dərslik səh. 194-200. Ədədi silsilə.

Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu.

Ədədi silsilənin xassələri. 4 saat



- Ədədi silsilənin dəyişmə qaydasını müəyyən edir;
- Ədədi silsilə üçün rekurrent düsturu və n -ci həddinin düsturunu yazır;
- Ədədi silsilənin xassələrini bilir və tətbiq edir;
- Ədədi silsilənin hədlərini, hədləri sayı, silsilə fərqini tapmağa aid məsələlər həll edir;
- Ədədi silsiləyə aid real həyatı məsələləri həll edir.

www.ixl.com/math/precalculus/find-a-recursive-formula

! Ədədi silsiləni dəyişmə qaydası müzakirələrlə izah edilir. $a_n = a_{n-1} + 1$ pillə
Şagirdlərə müstəqil olaraq aşağıdakı məzmunda silsilələr yazmaq tapşırılır.

Artan və ya azalan ədədi silsilə:

Müsəbət tam ədədlər üzərində ;

Mənfi tam ədədlər üzərində ;

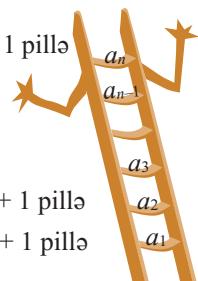
Kəsr ədədlər üzərində;

Onluq kəsrlər üzərində qurulmuş.

Şagirdlər ədədi silsiləni yazmaq üçün birinci həddin və silsilənin fərqini müəyyənləşdirməli olduqlarını başa düşürlər və hər bir silsiləni yaratmağa əvvəlcə bu göstəriciləri yazıqla başlayırlar.

Verilmiş ədədi silsiləni rekurrent və n -ci həddin düsturunun köməyilə təqdimetmə tapşırıqları yerinə yetirilir.

Şagird verilmiş ədədi ardıcılığın növbəti bir neçə həddini ardıcıl, ardıcılığın istənilən həddini yazır.



$$a_3 = a_2 + 1 \text{ pillə}$$

$$a_2 = a_1 + 1 \text{ pillə}$$

! Ardıcılıqları texnologiyanın tətbiqi ilə yaratma məşğələlərinə yer verilməsi tövsiyə edilir. Excel programının köməyilə dəyişmə düsturunu daxil etməklə həddin sıra nömrəsini və həddin özünü göstərən elektron cədvəl qurulması tövsiyə edilir.

	A	B	▼
1			
2	1	=A2·3+7	
3	=A2+1	=A3·3+7	
4	=A3+1	=A4·3+7	
5	=A4+1	=A5·3+7	
6	=A5+1	=A6·3+7	
7	=A6+1	=A7·3+7	
8	=A7+1	=A8·3+7	
9	=A8+1	=A9·3+7	
10	=A9+1	=A10·3+7	

	A	B	▼
1			
2	1	10	
3	2	13	
4	3	16	
5	4	19	
6	5	22	
7	6	25	
8	7	28	
9	8	31	
10	9	34	

! Şagirdlər ədədi ardıcılıqla ədədi silsilənin fərqini diqqətdə saxlayırlar. Məsələn,
a) 1, 3, 7, 11, ... c) 1, 4, 9, 16, ... müəyyən qayda ilə dəyişən ədədi ardıcılıqlardır, lakin bu ardıcılıqlarda sabit fərq olmadığı üçün onlar ədədi silsilə deyillər.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli və metodik tövsiyələr

D.5. Həlli. b) $-6; -2; 2; \dots$

Rekurrent qayda: $a_1 = -6$ və $a_2 = -2$ olduğu üçün $d = a_2 - a_1 = -2 - (-6) = 4$

$$a_{n+1} = a_n + d \Rightarrow a_{n+1} = a_n + 4, a_1 = -6$$

n -ci həddin düsturu: $a_n = a_1 + (n-1)d$ düsturuna görə $a_1 = -6$, $d = 4$ olduğundan,

$$a_n = -6 + 4(n-1) = 4n - 10,$$

$$a_n = 4n - 10$$

D.8. Həlli. 4 və 40 ədədləri arasında daha 4 ədəd yazsaq, onda ədədi silsilənin 6 həddi $4; a_2; a_3; a_4; a_5; 40$ olar. $a_1 = 4, a_6 = 40$

$$d = \frac{a_n - a_k}{n - k}$$
 düsturundan istifadə edək. $d = \frac{a_6 - a_1}{6 - 1} = \frac{40 - 4}{5} = \frac{36}{5} = 7,2$

$$a_2 = a_1 + d = 4 + 7,2 = 11,2 \quad a_3 = a_2 + d = 11,2 + 7,2 = 18,4$$

$$a_4 = a_3 + d = 18,4 + 7,2 = 25,6 \quad a_5 = a_4 + d = 25,6 + 7,2 = 32,8$$

D.10. $-40; -37; \dots$ ədədi silsiləsində hansı hədlər üçün a) $a_n > 0$, b) $a_n < 0$ şərti ödənir?

Həlli. a) Əvvəlcə a_n -in n -dən asılılıq düsturunu yazaq: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

Burada $a_1 = -40$; $d = a_1 - a_2 = -37 - (-40) = 3$ olduğunu nəzərə alsaq,

$$a_n = -40 + 3(n-1) > 0$$
 bərabərsizliyini həll etmək lazım gəlir.

$$3(n-1) > 40 \Rightarrow$$

$$3n > 43 \Rightarrow n > 14 \frac{1}{3}$$

n – natural ədəddir və $14 \frac{1}{3}$ -dən böyük olan ən kiçik natural ədəd 15-ə bərabərdir. Deməli $n \geq 15$ olduqda $a_n > 0$ olur.

D.13. a) $x_n = 2n - 5$ düsturu ilə verilmiş ardıcılığın ədədi silsilə olduğunu göstərin.

Onun birinci həddini və fərqini tapın.

Həlli. $(n+1)$ -ci və n -ci hədlərin fərqini tapaq.

$$x_{n+1} - x_n = (2(n+1) - 5) - (2n - 5) = 2n + 2 - 5 - 2n + 5 = 2$$

Göründüyü kimi, n -in istənilən qiyməti üçün $(n+1)$ -ci və n -ci hədlərin fərqi, yəni iki qonşu həddin fərqi sabitdir (bu halda 2-dir). Deməli, $x_n = 2n - 5$ düsturu ilə verilən ardıcılıq silsilə fərqi 2- yə bərabər olan ədədi silsilədir, yəni $d = 2$.

Bu silsilənin I həddi $x_1 = 2 \cdot 1 - 5 = -3$

D.18. Həlli. a) $a_1; a_2; a_3$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12 \\ a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 28 \end{cases}$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12 \Rightarrow 3a_1 + 3d = 12 \Rightarrow a_1 + d = 4$$

$a_1 + d = a_2 = 4$ olduğunu nəzərə alsaq,

$$\begin{cases} a_1 + a_3 = 8 \\ a_1 \cdot a_3 = 7 \end{cases} \Rightarrow \text{Cəmi } 8-\text{o, hasili } 7-\text{yə bərabər olan ədədlər } 1 \text{ və } 7 \text{-dir.}$$

$a_1 = 1$ olduqda $a_3 = 7$, $a_1 = 7$ olduqda $a_3 = 1$ alarıq.

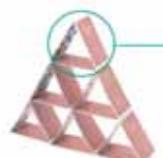
Bələliklə 1; 4; 7 ədədlər ardıcılığı verilən məsələnin şərtini ödəyir.

Ədədi silsilənin tədrisinin xətti funksiya ilə əlaqəli aparılması tövsiyə edilir. Ədədi silsilə natural ədədlər çoxluğununda təyin edilmiş xətti funksiyadır. D.24, D.25, D.26. (səh. 188) tapşırıqları ilə bu əlaqəni araşdırma, oxşar və fərqli cəhatlərini müəyyən etmə məşğələlərini yerinə yetirmək olar.

Real həyatı situasiyalarda, şəkillər, real obyektlər üzərində müəyyən dəyişmələri tədqiqetmə qanuna uyğunluğu kəşfetmə bacarıqlarını inkişaf etdirmək vacibdir. Şagird ədədlər üzərində ardıcılıqların xassələrini tətbiq edə bilər. Lakin real həyatı situasiyalara əlaqəni yaratmaqdə çətinlik çəkə bilər. Odur ki, mətnlə, cədvəllə, şəkillə, modellə verilmiş problemlərdə ardıcılığın müəyyən edilməsi tapşırıqlarına üstünlük verilməsi tövsiyə edilir.

D.30. tapşırığında şagirdlərin diqqəti dizayn məsələlərinə cəlb edilir.

Arxitekturaya aid məsələdə şəkil çəkilməsi tövsiyə edilir. Piramidaşəkilli konstruksiyanın üzlərini bəzəmək üçün müxtəlif naxışlardan, parketləmə qaydasından istifadə edilir. Şagirdlər gördükleri müxtəlif binaların arxitekturasında bu dəyişmələri müşahidə edir, şəklini çəkir, qaydasını müəyyənetmə fəaliyyətlərinə təşviq edilir.



Parisdəki Luvr muzeyinin girişindəki piramida.



D.39. (səh. 200) Həlli. Fales teoreminə görə bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər onun bir tərəfində bərabər parçalar ayırsa, onun digər tərəfində də bərabər parçalar ayırrı. $BM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = M_3A \Rightarrow CN_1 = N_1N_1 = N_2N_3 = N_3D$

Bu isə imkan verir ki, M_1N_1 , M_2N_2 , M_3N_3 parçalarının uyğun trapesiyaların orta xətləri olduğunu müəyyən edək.

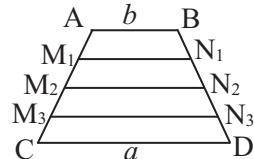
Asanlıqla göstərmək olar ki, M_2N_2 parçası ABCD trapesiyasının orta xəttidir:

$$M_2N_2 = \frac{BC + AD}{2} = \frac{6 + 18}{2} = 12 \text{ sm}$$

Bundan sonra isə, M_1N_1 parçasının M_2BCN_2 trapesiyasının, M_3N_3 parçasının isə AM_2N_2D trapesiyasının orta xətti olduğunu görmək olar. Onda

$$M_1N_1 = \frac{M_2N_2 + BC}{2} = \frac{6 + 12}{2} = 9 \text{ sm}$$

$$M_3N_3 = \frac{M_2N_2 + AD}{2} = \frac{18 + 12}{2} = 15 \text{ sm}$$



Beləliklə, $M_1N_1 = 9 \text{ sm}$; $M_2N_2 = 12 \text{ sm}$; $M_3N_3 = 15 \text{ sm}$. Yəni, M_1N_1 , M_2N_2 , M_3N_3 parçaları ədədi silsilə əmələ gətirir. Qeyd edək ki, trapesiyanın yuxarı və aşağı oturacaqlarını da bura əlavə etsək, onda göstərilən paralel parçaların uzunluqlarının ədədi silsilənin ardıcıl hədləri olduğunu görərik. 6; 9; 12; 15; 18.

D.40. Həlli. $\div \frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}$. Ədədi silsilənin xassəsinə görə alırıq:

$$\frac{1}{b} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{c}}{2}; \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b} \Rightarrow \frac{b}{c} + \frac{b}{a} = b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) = b \cdot \frac{2}{b} = 2$$

D.42. Həlli. a, b, c ədədlərinin ədədi silsilə təşkil etdiyi məlumudur.

$a^2 + ab + b^2$, $a^2 + ac + c^2$, $b^2 + bc + c^2$ ardıcılığının da ədədi silsilə olduğunu isbat edək.

Ədədi silsilənin xassəsinə görə $b = \frac{a+c}{2}$ olur.

Əgər göstərsək ki, $a^2 + ac + c^2 = \frac{a^2 + ab + b^2 + b^2 + bc + c^2}{2}$ bərabərliyi doğrudur, onda yuxarıdakı məsələni isbat etmiş olarıq.

$b = \frac{a+c}{2}$ bərabərliyini nəzərə almaqla $\frac{a^2 + ab + b^2 + b^2 + bc + c^2}{2}$ ifadəsini sadələşdirək.

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + ab + b^2 + b^2 + bc + c^2}{2} = \frac{a^2 + b(a+c) + 2b^2 + c^2}{2} = \\ & = \frac{a^2 + \frac{a+c}{2}(a+c) + 2\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + c^2}{2} = \frac{2a^2 + (a+c)^2 + (a+c)^2 + 2c^2}{4} = \\ & = \frac{4a^2 + 4ac + 4c^2}{4} = a^2 + ac + c^2 \end{aligned}$$

İsbat olundu.

İşçi vərəq № 2

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Ədədi silsilənin hədlərini, hədləri sayını, fərqini tapmağa aid məsələlər həll edir.

1. Verilən ədədi silsilələrin qeyd olunmuş hədlərini tapın.

- a) $1; 4; 7; \dots; (a_{10})$ b) $-8; -6; -4; \dots; (a_{12})$
- c) $8; 4; 0; \dots; (a_{20})$ d) $-20; -15; -10; \dots; (a_7)$
- e) $40; 30; 20; \dots; (a_{16})$ f) $-6; -8; -10; \dots; (a_{11})$
- g) $2; 2\frac{1}{2}; 3; \dots; (a_{20})$ h) $6; 5\frac{3}{4}; 5\frac{1}{2}; \dots; (a_{12})$
- i) $-7; -6\frac{1}{2}; -6; \dots; (a_{13})$ j) $0; -5; -10; \dots; (a_{15})$

2. $k; \frac{2k}{3}; \frac{k}{3}; 0; \dots$ ədədi silsiləyə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

- a) a_6 - ni tapın.
- b) a_n - ni tapın.
- c) $a_{20} = -16$ olarsa, k - ni tapın.

Dərs 139-140. Dərslik səh. 201-204.

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu. 2 saat



- Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu tətbiq edir;
- Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmini real həyati situasiya məsələlərinə tətbiq edir.

5, 8, 11, 14, ... nümunəsi üzərində “**ilk n həddinin cəmi**” fikri izah edilir.

Bu ədədi silsilənin hədləri cəmi dedikdə $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ nəzərdə tutulur.

S_n ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmini göstərmək üçün istifadə edilir.

Yuxarıdakı ədədi silsilə üçün:

$$\begin{array}{llll} S_1 = t_1 & S_2 = t_1 + t_2 & S_3 = t_1 + t_2 + t_3 & S_4 = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \\ S_1 = 5 & S_2 = 5 + 8 & S_3 = 5 + 8 + 11 & S_4 = 5 + 8 + 11 + 14 \\ & S_2 = 13 & S_3 = 24 & S_4 = 38 \\ \text{ilk 2 həddinin cəmi} & \text{ilk 3 həddinin cəmi} & \text{ilk 4 həddinin cəmi} & \end{array}$$

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi üçün iki müxtəlif yazılışlı düsturların çıxarılışı şagirdlərlə birgə müzakirədə alınır.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \quad S_n = \frac{(2a_1 + (n - 1)d) \cdot n}{2}$$

Ədədi silsilənin ilk n hədinin cəminin, birinci hədinin, silsilənin fərqiinin, silsilənin hədlərinin sayının verilməsinə görə müxtəlif məsələlər həll edilir.

Şagirdlər öyrənməni diaqnostik olaraq qiymətləndirmək üçün aşağıdakı kimi suallar verilə bilər. (Bu tip sualları əhatə edən işçi vərəqlər də verilmişdir.)

Ədədi silsilədə $S_{10} = 100$, $a_1 = 1$ və $d = 2$, bu məlumatlara görə bu silsilənin ilk 11 həddinin cəmini düsturdan istifadə etmədən necə tapa bilərsiniz? Şagird bu cəmə 11-ci həddi əlavə etməli olduğunu başa düşərək təxminən aşağıdakı kimi düzgün cavab verə bilər.

$$S_{11} = S_{10} + a_{11}$$

a_{11} -in mən $a_n = a_1 + (n - 1)d$ düsturuna görə $a_{11} = 1 + 10 \cdot 2 = 21$ olduğunu taparam.

$$S_{11} = 100 + 21 = 121$$
 olduğu məlum ola.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi

D.44. Həlli. $a_n = 2n - 3$ a) $S_{15} = ?$ b) $S_n = ?$

a) Verilənlərə görə $a_1 = 2 \cdot 1 - 3 = -1$; $a_{15} = 2 \cdot 15 - 3 = 27$ olduğundan alırıq:

$$S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2} \cdot 15 = \frac{-1 + 27}{2} \cdot 15 = 13 \cdot 15 = 195$$

$$\text{b)} S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{-1 + 2n - 3}{2} \cdot n = \frac{2n - 4}{2} \cdot n = (n - 2) \cdot n = n^2 - 2n$$

Qeyd: $S_n = n^2 - 2n$ düsturunun köməyi ilə a) bəndindəki cavabın doğruluğunu yoxlamaq olar. $n = 15 \Rightarrow S_{15} = 15^2 - 2 \cdot 15 = 225 - 30 = 195$.

D.46. Həlli. c) 3-ə bölünən və 100-dən kiçik olan natural ədədlərin cəmini tapaq:

3-ə bölünən ədədlər ardıcılılığı $a_n = 3n$ düsturu ilə verilir. Şərtə görə $1 \leq a_n < 100$, $1 \leq 3n < 100$, $\frac{1}{3} \leq n \leq 33\frac{1}{3}$.

Deməli $a_n = 3n$ düsturu ilə verilən ədədi silsilədə ilk 33 həddin cəmini tapmalıyıq.

$$a_1 = 3, a_{33} = 99 \text{ olduğundan } S_{33} = \frac{3 + 99}{2} \cdot 33 = 1683$$

D.48. Həlli. $a_1 = 7, d = 1,5, S_{5-11} - ?$

$$S_{11} = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}_{S_4} + \underbrace{a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11}}_{S_{5-11}}$$

$$S_{11} = S_4 + S_{5-11} \Rightarrow S_{5-11} = S_{11} - S_4$$

Deməli, S_{5-11} -i tapmaq üçün S_{11} və S_4 -ü tapmaq lazımdır.

$$S_{11} = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11 = \frac{14 + 15}{2} \cdot 11 = 14,5 \cdot 11 = 159,5$$

$$S_4 = \frac{2a_1 + 3d}{2} \cdot 4 = \frac{14 + 4,5}{2} \cdot 4 = 18,5 \cdot 2 = 37$$

$$S_{5-11} = 159,5 - 37 = 122,5$$

D.51. Həlli. $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$

$$S_{n-1} = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}$$

Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə çıxsaq,

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ alarıq.}$$

b) $S_n = 2n^2 + n$, $a_5 = ?$ $a_{11} = ?$ $a_n = S_n - S_{n-1}$ düsturuna görə alırıq:

$$a_5 = S_5 - S_4 = 2 \cdot 5^2 + 5 - (2 \cdot 4^2 + 4) = 55 - 36 = 19$$

$$a_{11} = S_{11} - S_{10} = 2 \cdot 11^2 + 11 - (2 \cdot 10^2 + 10) = 11(22 + 1) - 10(20 + 1) = 11 \cdot 23 - 10 \cdot 21 = 253 - 210 = 43$$

D.53. Həlli.

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n$

$$a_1 = 1, a_n = n \Rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1+n}{2} \cdot n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{b) } 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$$

$$\text{c) } 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = \frac{1+2n-1}{2} \cdot n = n \cdot n = n^2$$

D.57. Həlli. a) $1 + 4 + 7 + \dots + x = 70$, $x = ?$

$$a_1 = 1, d = 3, a_n = x, S_n = 70$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + 3(n-1) = x \Rightarrow 3(n-1) = x - 1 \Rightarrow$$

$$n-1 = \frac{x-1}{3}, n = \frac{x+2}{3}$$

$$S_n = \frac{1+x}{2} \cdot n = \frac{1+x}{2} \cdot \frac{x+2}{3} = 70 \Rightarrow (x+1)(x+2) = 70 \cdot 6 = 420$$

$$x^2 + 3x + 2 = 420$$

$x^2 + 3x - 418 = 0 \Rightarrow x_1 = 19, x_2 = -22$; $x > 0$ olduğu üçün $x = -22$ məsələnin şərtini ödəmir. Deməli, $x = 19$

İşçi vərəq № 3

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



• Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu tətbiq edir.

1. Verilənlərə görə ədədi silsilənin tələb olunan sayda hədlərinin cəmini tapın.

- a) 1; 3; 5; . . . ; (S_8)
- b) 2; 5; 8; . . . ; (S_{10})
- c) 10; 7; 4; . . . ; (S_{20})
- d) -8; -7; -6; . . . ; (S_{14})
- e) -2; 0; 2; . . . ; (S_{18})
- f) -20; -16; -12; . . . ; (S_5)
- g) 40; 35; 30; . . . ; (S_6)
- h) 12; 11; 10; 9; . . . ; (S_{11})
- i) -8; -5; -2; . . . ; (S_{12})

2. Birinci həddi 6, fərqi -3 olan ədədi silsilənin beş həddinin cəmini tapın.

3. 25; 19; 13 ... ədədi silsiləsinin ilk neçə həddinin cəmi -20 -yə bərabərdir?

4. İlk üç həddi 1; 4 və 7 olan ədədi silsilənin 15-ci həddini və ilk 15 həddinin cəmini tapın.

5. İlk üç həddi -22; -19; -17 olan ədədi silsilənin 12-ci həddini və ilk 12 həddinin cəmini tapın.

6. Ədədi silsilənin birinci həddi -7, silsilə fərqi $\frac{1}{2}$ -dir. Bu silsilənin ilk neçə həddinin cəmi 52,5-dir.

Dərs 141-144. Dərslik səh. 205 -210. Həndəsi silsilə

Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu.

Həndəsi silsilənin xassələri. 4 saat



- Həndəsi silsilənin dəyişmə qaydasını müəyyən edir;
- Həndəsi silsilə üçün rekurrent və n -ci həddinin düsturunu yazır;
- Həndəsi silsilənin n həddinin cəmi düsturunu tətbiq edir;
- Həndəsi silsilənin hədlərinin xassələrini bilir və tətbiq edir;
- Həndəsi silsilənin hədlərini, hədləri sayını tapmağa aid məsələlər həll edir;
- Həndəsi silsiləyə aid real həyatı məsələləri həll edir.

Həndəsi silsilənin tərifinin izahı həndəsi silsilə olan və olmayan ədədi ardıcılıqlar üzərində yoxlanılır.

Hədləri 0-dan fərqli olan ardıcılığın ikincidən başlayaraq hər bir həddi özündən əvvəlki hədlə eyni bir ədədin hasilinə bərabər olarsa, belə ardıcılığa **həndəsi silsilə** deyilir. Başqa sözlə desək həndəsi silsilənin ikincidən başlayaraq hər bir həddinin özündən əvvəlki həddə nisbəti sabit qalır. Məsələn, $2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 3 \cdot 3, 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3, \dots$ və ya $2 \cdot 3^0, 2 \cdot 3^1, 2 \cdot 3^2, 2 \cdot 3^3, \dots$ və ya

$2, 6, 18, 54, \dots$ ardıcılığında $6 : 2 = 18 : 6 = 54 : 18 = \dots$ nisbətlərə bərabər olduğundan, bu ardıcılıq həndəsi silsilədir.

Araşdırma tapşırığında verilmiş məsələyə uyğun ardıcılıq yazılır.

Top ilk dəfə 3 m hündürlüyü qalxmış, daha sonra isə hər dəfə əvvəlki hündürlüğünün $60\%-i$ qədər yuxarı qalxmışdır.

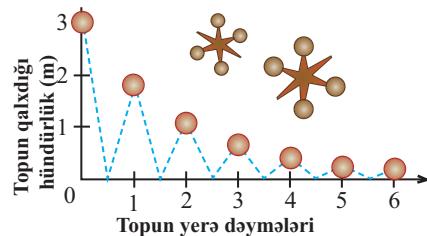
$$1. 3 \cdot (0,6)^0$$

$$2. 3 \cdot 0,6 = 3 \cdot (0,6)^1$$

$$3. (3 \cdot 0,6) \cdot 0,6 = 3 \cdot (0,6)^2$$

$$4. (3 \cdot 0,6 \cdot 0,6) \cdot 0,6 = 3 \cdot (0,6)^3 \dots$$

Deməli, n -ci yerədəymədən sonra topun qalxdığı hündürlük $h_n = 3 \cdot (0,6)^{n-1}$ düsturu ilə tapıla bilər.



Topun yerədəymə sırası ilə onun qalxdığı hündürlük arasındaki əlaqə həndəsi silsilə qaydası ilə dəyişir. Bu birinci həddi 3, vuruğu 0,6 olan həndəsi silsilədir. Həndəsi silsilə sonlu və sonsuz ola bilər.

Həndəsi silsilənin rekurrent düsturu:

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad q \neq 0$$

Bu düsturların tətbiqi ilə tapşırıqlar yerinə yetirilir.

Diagnostik qiymətləndirmə məqsədilə şagirdlərə aşağıdakı kimi suallar verilə bilər.

1) Ardıcılıqların həndəsi silsilə olub-olmadığını müəyyən edin.

$$\bullet 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \quad \bullet 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots \quad \bullet 1, -3, -9, -27, 81, \dots$$

2) Həndəsi silsilənin 7-ci həddini müəyyən edin.

$512, -256, 128, -64, \dots$

Silsilənin vuruğu müəyyən edilir.

$$-\frac{256}{512} = -\frac{1}{2}$$

Silsilənin hədlərini müəyyən etmək üçün 512- birinci hədd $-\frac{1}{2}$ -in ardıcıl dəyişən qüvvətlərinə vurulur.

$$b_1 = 512; \quad b_2 = 512 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right); \quad b_3 = 512 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2; \quad b_4 = 512 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3;$$

$$b_7 = 512 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = 8.$$

Şagirdlər silsilənin hədlərinin işarəsinə diqqət edirlər. 2-ci həddən başlayaraq silsilə vuruğu mənfi olduğu üçün qüvvətin üstünün tək və ya cüt olmasından asılı olaraq hədlərin işarəsi növbələşir.



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli.

D.9. (səh. 208) f) $b_1 = 3, b_5 = 48$ olarsa $q = ?$ $b_7 = ?$

Həlli. $b_5 = b_1 \cdot q^4$ düsturundan $q^4 = \frac{b_5}{b_1} = \frac{48}{3} = 16$, $q = \pm 2$ tapılır.
Onda $b_7 = b_5 \cdot q^2 = 48 \cdot 4 = 192$.

D.16. Həlli. Katetləri 12 sm və 16 sm olan düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunu tapaq.
 $c = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$. Verilmiş üçbucağın perimetri $P_1 = 12 + 16 + 20 = 48$ sm.

Bu üçbucağın orta xətlərinin əmələ gətirdiyi üçbucağın perimetri $P_2 = \frac{P_1}{2} = 24$ sm.

Bu qayda ilə qurulmuş üçbucaqların perimetrləri hər addımda 2 dəfə kiçilir, yəni perimetrlər ardıcılılığı $q = \frac{1}{2}$ olan həndəsi silsilə əmələ gətirir. Onda alırıq:

$$P_6 = P_1 \cdot q^5 = 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 48 \cdot \frac{1}{32} = 1,5 \text{ sm}$$

D.22. Həlli. a) 2048 elementdən ibarət siyahıda məsələnin şərtinə görə 1-ci axtarışda elementlər yarıya bölünür və

$$b_1 = \frac{2048}{2} = 1024 \text{ element qalır.}$$

Bu qayda ilə axtarış davam edir. $b_2 = \frac{1024}{2} = 512$ və s.

Göründüyü kimi, $q = \frac{1}{2}$ və n -ci axtarışdan sonra məlumatlar toplusunda elementlərin sayı $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = 1024 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^{10} \cdot 2^{1-n} = 2^{11-n}$ olur.

Yəni $b_n = 2^{11-n}$

$$\text{b)} b_n = 1 \Rightarrow 2^{11-n} = 1 = 12^\circ \Rightarrow 11 - n = 0, n = 11$$

İşçi vərəq № 4

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Həndəsi silsilə üçün rekurrent və n-ci hədd düsturunu yazır.

1. Həndəsi silsilənin vuruğunu göstərin.

a) $-1 ; 6 ; -36 ; 216 ; \dots$

b) $-1 ; 2 ; -4 ; 8 ; \dots$

c) $8 ; 16 ; 32 ; 64 ; \dots$

d) $-3 ; -15 ; -75 ; -375 ; \dots$

e) $-2 ; -4 ; -8 ; -16 ; \dots$

f) $1 ; -5 ; 25 ; -125 ; \dots$

2. Həndəsi silsilənin n-ci həddinin düsturuna görə ilk 5 həddini yazın.

$$b_n = 3^{n-1}$$

$$b_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$b_n = -2,5 \cdot 4^{n-1}$$

$$b_n = -4 \cdot 3^{n-1}$$

3. Həndəsi silsilənin rekurrent düsturuna görə silsilənin vuruğunu, ilk 5 həddini və n-ci həddinin düsturunu müəyyən edin.

$$b_n = b_{n-1} \cdot 2$$

$$b_1 = 2$$

$$b_n = b_{n-1} \cdot -3$$

$$b_1 = -3$$

$$b_n = b_{n-1} \cdot 5$$

$$b_1 = 2$$

$$b_n = b_{n-1} \cdot 3$$

$$b_1 = -3$$

Dərs 145-146. Dərslik səh.211-213.

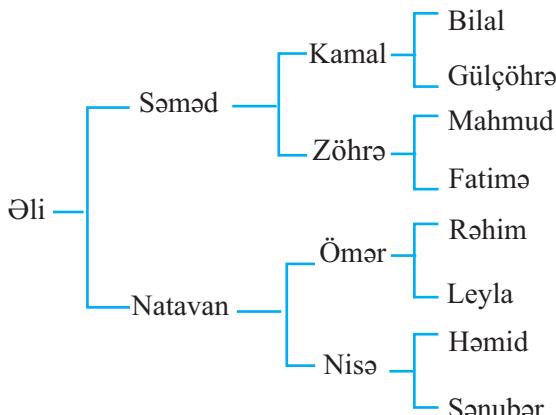
Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu. 2 saat



- Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu tətbiq edir;
- Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmini real həyatı situasiya məsələlərinə tətbiq edir.

Dərslikdə verilmiş nəsil ağacı tapşırığı araşdırılır.

Nəsil ağacında ulu nənə babaların ümumi sayını tapma gözlənilməz informasiyaları aşkar edilən bir məşğələdir. Şagirdlər verilən sxemi araşdırırlar.



Nəsillər

Validəynlərin sayı

Nəsillər

Validəynlərin sayı

1	2	5	$30 + 32 = 62$
2	$2 + 4 = 6$	6	$62 + 64 = 126$
3	$6 + 8 = 14$	7	$126 + 128 = 254$
4	$14 + 16 = 30$	8	$254 + 256 = 510$

$$1\text{-ci nəsildə} \quad 4 - 2 = 2 \quad \text{və ya} \quad 2^2 - 2 = 2$$

$$2\text{-ci nəsildə} \quad 8 - 2 = 6 \quad \text{və ya} \quad 2^3 - 2 = 6$$

$$3\text{-cü nəsildə} \quad 16 - 2 = 14 \quad \text{və ya} \quad 2^4 - 2 = 14 \quad \text{və s.}$$

20-ci nəsildə Siz özünüz də daxil olmaqla valideynlərin sayı: $2^{20} - 1 = 1\,048\,575$ nəfər olacaq.

21-ci nəsildə Valideynlərin sayı

$$2^{21} - 2 = 2\,097\,150$$

22-ci nəsildə valideynlərin sayı təxminən böyük bir şəhərin əhalisi qədərdir. Müqayisə üçün rayonların əhalisi misal gətirilə bilər. Məsələn, Bakının əhalisi təxminən 2 milyon 180 mindir, Gəncənin əhalisi təxminən 324 mindir.

Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu aşağıdakı yazılışla da təqdim etmək olar.

$$S_n = b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + \dots + b_1 q^{n-2} + b_1 q^{n-1}$$

$$qS_n = b_1 q + b_1 q^2 + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{n-1} + b_1 q^n$$

$$S_n - qS_n = b_1 - b_1 q^n$$

$$S_n(1 - q) = b_1(1 - q^n)$$

$$S_n(1 - q) = \frac{b_1(1 - q^n)}{(1 - q)} \quad S_n = \frac{b_1 q - b_1}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunun tətbiqi ilə dərslikdə verilmiş tapşırıqlar yerinə yetirilir. Həndəsi silsilənin hədləri sayını taparkən şagirdlər $r^n = a$ tipli tənlikləri həll etməli olurlar ki, n -i tapma yollarına diqqət edilir.

Məsələn, $4^n = 4096$ tənliyini şagird seçib yoxlama yolu ilə həll edə bilər.

$4^4 = 256$ nəticəsi 4096-dan çox kiçikdir, 4^6 -ni yoxlayaq. $4^6 = 4096$, $4^n = 4^6$, $n = 6$

D.33. a) $x \neq 1$ olduqda ifadəni sadələşdirin.

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4$$

Həlli. $b_1 = 1$, $q = x$ olduğu üçün ilk 5 həddinin cəmini tapırıq.

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 = \frac{b_1(x^5 - 1)}{x - 1} = \frac{x^5 - 1}{x - 1}$$

Sinfin səviyyəsindən asılı olaraq aşağıdakı kimi məsələ həllini təşkil etmək tövsiyə olunur. İlk n həddinin cəmi $S_n = 3 - 3^{1-n}$ düsturu ilə verilən həndəsi silsilədə 1-ci həddi və silsilə vuruğunu tapaqq.

$$\therefore S_n = 3 - 3^{1-n}, b_1 = ? \quad q = ?$$

$$n = 1, S_1 = b_1 = 3 - 3^0 = 3 - 1 = 2$$

$$n = 2, S_2 = b_1 + b_2 = 3 - 3^{1-2} = 3 - \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$$b_1 + b_2 = 2\frac{2}{3} \Rightarrow b_2 = \frac{2}{3}$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}; \quad \text{Yəni, verilmiş silsilədə } b_1 = 2, q = \frac{1}{3} \text{-dir.}$$



Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli.

D.38. Həlli. Məsələnin şərtini nəzərə alsaq, şəkildəki it və onun arxasında gedən heyvanların sayını tapmaq üçün aşağıdakı həndəsi silsilənin cəmini hesablamaq lazımdır. $b_1 = 1$, $q = 4$

$$1 + 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 = \frac{1 \cdot (4^5 - 1)}{4 - 1} = \frac{1}{3} \cdot (4^5 - 1)$$

Fərrux heyvanların ayaqlarını sayımaq istəsəydi, onda alınmış cəmi 4-ə vurmalı idi.

$$4 \cdot \frac{1}{3} (4^5 - 1) = \frac{4}{3} (4^5 - 1) = \frac{4}{3} (2^{10} - 1) = \frac{4}{3} \cdot 1023 = 4 \cdot 341 = 1364$$

Yəni, ayaqların sayı 1364-ə bərabərdir.

Dörs 147-149. Dörslik səh. 214- 217. Sonsuz azalan həndəsi silsilənin cəmi. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 3 saat

Sonsuz azalan həndəsi silsilənin hədlərinin dəyişməsi verilən praktik tapşırıq üzərində araşdırılır. Bir neçə nümunə üzərində sonsuz azalan həndəsi silsilənin sonlu sayda hədlərini toplamaqla onun hədləri cəmini təxmin etməyin mümkün olduğu araşdırılır.

$$\text{Məsələn, } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

$$\begin{array}{llll} S_1 = \frac{1}{2} & S_2 = S_1 - \frac{1}{4} & S_3 = S_2 - \frac{1}{8} & S_4 = S_3 - \frac{1}{16} \\ S_1 = 0,5 & S_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} & S_3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} & S_4 = \frac{3}{8} - \frac{1}{16} \\ S_1 = \frac{1}{4} & S_3 = \frac{3}{8} & S_4 = \frac{5}{16} & \\ S_1 = 0,25 & S_3 = 0,375 & S_4 = 0,3125 & \end{array}$$

$$\text{Növbəti hədd: } \frac{1}{32}$$

$$\begin{aligned} S_5 &= S_4 + \frac{1}{32} \\ S_5 &= \frac{5}{16} + \frac{1}{32} \\ S_5 &= \frac{11}{32} \end{aligned}$$

$$S_5 = 0,34375$$

$$\text{Növbəti hədd: } -\frac{1}{64}$$

$$\begin{aligned} S_6 &= S_5 - \frac{1}{64} \\ S_6 &= \frac{11}{32} - \frac{1}{64} \\ S_6 &= \frac{21}{64} \end{aligned}$$

$$S_6 = 0,328125$$

Silsilənin müəyyən sayda ilk hədlərinin cəmini tapdıqca cəm müəyyən qədər gah artır, gah da azalır. Lakin $\frac{1}{3}$ -ə daha çox yaxınlaşdığı görünür. Deməli, bu sonsuz azalan həndəsi silsilənin hədləri cəmini $\frac{1}{3}$ kimi qəbul etmək olar.

Açıq tipli sual. Cəmi 4-ə bərabər olan iki sonsuz azalan həndəsi silsilə yazın.

Silsilənin vuruğu seçilməlidir. -1-dən böyük, 1-dən kiçik istənilən iki ədəd seçməklə bu silsilələri yazmaq olar. $q = -0,25$ və $q = 0,5$ seçenek $S = \frac{b_1}{1-q}$

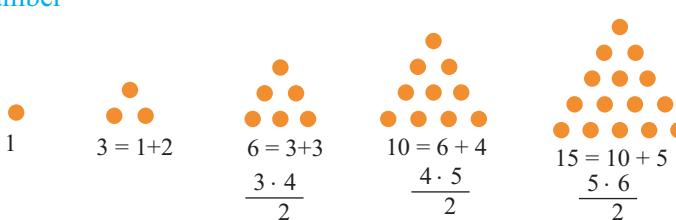
$$1) 4 = \frac{b_1}{1 - (-0,25)}, \quad b_1 = 5 \quad 2) 4 = \frac{b_1}{1 - 0,5}, \quad b_1 = 2$$

$$5 - \frac{5}{4} + \frac{5}{16} - \frac{5}{64} + \dots \quad 2 + 1 + 0,5 + 0,25 + \dots$$



Dörslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli:

D.3. (səh. 216) Həlli. Göründüyü kimi dairələrin sayı elə verilmişdir ki, onları hər addımda üçbucaq şəklində düzəmk məmkündür. https://en.wikipedia.org/wiki/Polygonal_number



Üçbucaq şəklində düzülüşə uyğun istənilən ədədi modelləşdirmək üçün $c_n = \frac{n(n+1)}{2}$ düsturundan istifadə etmək olar. Məsələn, 7-ci addımdakı dairələrin sayı və ya “üçbucaq ədədlər” ardıcılılığında 7-ci hədd $\frac{7(7+1)}{2} = 21$ olacaq. 1; 3; 6; 10; 15; 21; ...

D.14. (səh. 217) Həlli. Kvadratın tərəfi 6 sm olduğu üçün onun tərəflərinin ortasını birləşdirən parçanın, yəni ikinci kvadratın tərəfinin uzunluğu $3\sqrt{2}$ sm, sonrakı kvadratın tərəfi 3 sm və bu qayda ilə davam edəcək :

tərəflər : 6 ; $3\sqrt{2}$; 3 ...

sahələr : 36 ; 18 ; 9 ; ...

Onda sahələrin cəmini tapmaq üçün $36 + 18 + 9 + \dots$ sonsuz cəmini tapmalıyıq.

$$S_1 = 36, S_2 = 18, q = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \quad \text{olduğundan alırıq:}$$

$$S = \frac{36}{1 - \frac{1}{2}} = 72 \text{ (sm}^2\text{)}$$

D.16. (səh. 217) Hədləri tam ədədlər olan ədədi silsilədə $a_3 = 11$, ilk 8 həddin cəmi isə 72- dən böyük, 80- dən kiçikdir. a_2 -ni tapın.

Həlli. Şərtə görə $\begin{cases} a_3 = 11 \\ 72 < S_8 < 80 \end{cases}$ Buradan alırıq: $\begin{cases} a_1 + 2d = 11 \\ 72 < \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 < 80 \end{cases}$

Sistemin II münasibətindən $18 < a_3 + a_8 < 20$ alırıq. Hədlər tam ədəd olduğundan aydındır ki, $a_1 + a_8 = 19$ ola bilər.

Beləliklə $\begin{cases} a_1 + 2d = 11 \\ a_1 + a_8 = 19 \end{cases}$ tənliklər sistemindən $\begin{cases} a_1 + 2d = 11 \\ 2a_1 + 7d = 19 \end{cases}$ alırıq.

Bu sistemin I tənliyini -2 - yə vurub, II ilə toplasaq, $3d = -3$, $d = -1$. $a_1 = 13$ tapılar. Onda $a_2 = a_1 + d = 13 + (-1) = 12$

D.19. (səh. 217) Cəmi tapın.

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \frac{5}{3^5} + \dots$

Həlli. $S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \frac{5}{3^5} + \dots \quad (1)$

işarə edək və bu bərabərliyin hər iki tərəfini $\frac{1}{3}$ -ə vuraq:

$$\frac{1}{3} S = \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{3}{3^4} + \frac{4}{3^5} + \dots \quad (2)$$

(1) və (2) bərabərliklərini tərəf-tərəf çıxaq:

$$S - \frac{1}{3} S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \dots$$

$$\frac{2}{3} S = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} \quad \text{və buradan } S = \frac{3}{4} \text{ tapılır.}$$

İşçi vərəq № 5

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu tətbiq edir;

- 1) 1; 3; 9; 27; . . . həndəsi silsiləsinin ilk neçə həddinin cəmi 364-ə bərabərdir?
- 2) Toplananları həndəsi silsilələrin hədləri olan cəmi tapın.
 - $729 - 243 + 81 - 27 + \dots$ (12 hədd)
 - $7 + 14 + 28 + 56 + \dots + 7168$
- 3) Həndəsi silsilənin vuruğu 3, ilk 5 həddinin cəmi 968-dir. Silsilənin ilk həddini tapın.
- 4) Sonsuz azalan həndəsi silsilənin cəmini tapın.
 $1029 - 147 + 21 - 3 + \dots$
- 5) Birinci həddi 38 və hədlərinin cəmi 76 olan sonsuz azalan həndəsi silsilənin vuruşunu tapın.
- 6) 4; 12; 36; 108; ...
Tapın. b_9, S_6
- 7) -2; 6; -18; 54; ...
Tapın. b_8, S_5

9-cu bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

№	Meyarlar	Qeyd
1.	Ədədi ardıcılıqlar üçün rekurrent və n -ci hədd düsturunu yazır.	
2.	Ədədi silsilə üçün rekurrent və n -ci hədd düsturunu yazır.	
3.	Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu tətbiq edir	
4.	Ədədi silsilənin hədlərini, hədləri sayını, hədləri cəmini, fərqini tapmağa aid məsələlər həll edir.	
5.	Həndəsi silsilənin rekurrent və n -ci hədd düsturunu yazır.	
6.	Həndəsi silsilənin hədləri cəmini, hədlərini, vuruğunu, hədləri sayını tapmağa aid məsələlər həll edir.	
7.	Sonsuz azalan həndəsi silsilənin hədləri cəmi düsturunun tətbiqi ilə məsələlər həll edir.	

Dərs 150. 9-cu bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1. Hansı 4; 12; 36; 108; ... ədədi ardıcılığını ifadə edir?
 - a) $a_n = 4 + 3n$
 - b) $a_n = 3 + 4n$
 - c) $a_1 = 4, a_n = 3a_{n-1}, n \geq 2$
 - d) $a_1 = 3, a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2$

2. $a_n = \frac{2n}{n+1}$ düsturu ilə verilən ardıcılığın ilk altı həddini yazın.

3. a_n ədədi silsilə olduqda: a) $a_1, a_3, a_5, a_7, \dots$ b) $a_1 + 1, a_2 + 1, a_3 + 1, \dots$ ardıcılığı ədədi silsilədirmi?

4. $a_1 = 7, a_{n+1} = a_n - 3$ rekurrent düsturu ilə verilmiş ardıcılığın ilk beş həddini tapın.

5. a) Ədədi silsilənin ilk 5 həddinin cəmindən ilk 4 həddin cəmini çıxsaq, alınan fərq nəyə bərabər olar?
 b) $a_4 = S_4 - S_3, a_6 = S_6 - S_5, a_n = S_n - S_{n-1}$ bərabərliklərinin doğruluğunu göstərin.

6. Hansı məsələyə uyğun yazıla bilən ardıcılıq ədədi silsilə deyil?
 - a) Əli hər gün 5 km piyada gəzir. O, bu məsafəni gündəlik 0,8 km artırmağı düşünür.
 - b) Atçılıq idmanında məşq üçün bir dövrə gəzintinin qiyməti 4 manatdır. Cəfər bu gün məşq üçün 60 manat ayırmışdır.
 - c) Mərdan 25 000 manata avtomobil aldı. Bir il sonra Mərdan avtomobilini satmaq istədikdə 21 000 manat, növbəti il isə 18 500 manat olaraq qiymətləndirildi.

7. Ədədi silsilənin ilk 6 həddi koordinat müstəvisində qeyd edilmişdir. Bunlardan ikisinin koordinatları $(3; 11)$ və $(6; 23)$ kimidir. Aşağıdakı ifadələrdən hansı bu ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturudur?

A) $a_n = 6n - 3$ B) $a_n = 3n + 11$ C) $a_n = 4n - 1$ D) $a_n = 1 + 4n$

8. $9; -6; 4; -\frac{8}{3}; \dots$ həndəsi silsiləsinin n -ci həddinin düsturunu göstərin.

9. Toplananları sonsuz azalan həndəsi silsilənin hədləri olan aşağıdakı cəmlərdən hansı -5 -ə bərabərdir?

A) $-6 - 1,2 - 0,24 - 0,048 - \dots$ B) $-6 + 1,2 - 0,24 + 0,048 - \dots$
C) $6 - 1,2 + 0,24 - 0,048 + \dots$ D) $6 + 1,2 + 0,24 + 0,048 + \dots$

10. Sonsuz cəmi tapın.

$$8 - 6 + 4,5 - 3\frac{3}{8} + \dots$$

11. Top 4 metr hünüdürlükdən yerə dəyir. Hər dəfə yerə dəyən top əvvəl qalxdığı hündürlüyü 60% -i qədər yuxarı qalxır. Topun qət etdiyi məsafənin ümumi uzunluğu təxminən neçə metr olar?

12. Düzxətli hərəkət edən cisim 1-ci saniyədə 4 metr, hər sonrakı saniyədə əvvəlkindən 2 metr çox olmaqla yol gedir.

- a) Cisim ilk 10 saniyə ərzində hansı məsafəni qət edər?
b) Cisim 52 metr məsafəni neçə saniyəyə qət edər.

13. İllik 2% gəlirlə banka qoyulan 10000 manat pul 5 il sonra hansı məbləğə çevrilər?

14. Ədədi silsilədə $a_3 + a_6 = 7$ olarsa, ilk səkkiz həddin cəmini tapın.

15. $a; b; 16$ ədədləri həndəsi silsilə, $a; b; 12$ ədədləri ədədi silsilə əmələ gətirir. a və b ədədlərini tapın.

16. İlk n həddinin cəmi $S_n = n^2 + 2n$ düsturu ilə tapılan ədədi silsilədə 3-cü həddi tapın.

17. $x; x+3; x+9$ ədədləri həndəsi silsilənin ardıcıl hədləridir. Növbəti həddi yazın.

Planlaşdırma cədvəli

Məzmun standartı	Dərs №	Mövzu	Dərs saatı	Dərslik səh.
5.1.1. Cədvəl, diaqram, his-toqram və ya qrafik şəklində verilmiş məlumatları ox-uyub təhlil edir.	151-152	Tezlik paylanması cədvəli. Nisbi tezlik	2	218-222
5.1.2. Statistik məlumatları müəyyən əlamətlərə görə təsnif edir.	153-154	Tezlik histoqramı. Tezlik poliqonu	2	222-225
5.1.3. Statistik məlumatların düzgünlüyünü müəyyən edir.	155-156	Tezlik paylanması görə ədədi orta	2	226-227
5.1.4. Statistik məlumatlar əsasında yaranan variantların tezliyi cədvəlini tərtib edir və diaqramını qurur.	157-159	Birləşmələr	3	228-234
5.2.1. Birləşmələrin növlərini fərqləndirir və on-lara aid sadə məsələləri həll edir.	160-161	Ehtimalın hesablanması aid məsələ həlli	2	235-240
5.2.2. Statistik məlumatlar əsasında hadisələrin başvermə mümkünlüyünü proqnozlaşdırır.	162-163	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	2	241-242
5.2.3. Birləşmələrin köməyi ilə ehtimala aid sadə məsələləri həll edir.	164	10-cu bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
	165-171	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	7	243-249
	172	İllik summativ qiymətləndirmə tapşırıqları	1	
		Cəmi	22	



Məzmun standartı

- 5.1.1. Cədvəl, diaqram, histogram və ya qrafik şəklində verilmiş məlumatları oxuyub təhlil edir.
- 5.1.2. Statistik məlumatları müəyyən əlamətlərə görə təsnif edir.
- 5.1.3. Statistik məlumatların düzgünlüyünü müəyyən edir.
- 5.1.4. Statistik məlumatlar əsasında yaranan variantların tezliyi cədvəlini tərtib edir və diaqramını qurur.
- 5.2.1. Birləşmələrin növlərini fərqləndirir və onlara aid sadə məsələləri həll edir.
- 5.2.2. Statistik məlumatlar əsasında hadisələrin başvermə mümkünlüyünü proqnozlaşdırır.
- 5.2.3. Birləşmələrin köməyi ilə ehtimala aid sadə məsələləri həll edir.



Sagird bacarıqları

- Məlumat çoxluğununu siniflərə ayırmalı qruplaşdırır və tezlik cədvəlini tərtib edir;
- məlumatı tezlik və nisbi tezlik histogramı ilə təqdim edir;
- məlumatı tezlik poligonu ilə təqdim edir;
- qruplaşdırılmış məlumatata uyğun ədədi ortanı hesablayır;
- mümkün variantların sayını müəyyən etmək üçün vurma prinsipini tətbiq edir;
- məlumat çoxluğununda elementlərin düzülüşünü görə permutasiyaların və kombinasiyaların sayını müəyyən edir;
- Müxtəlif situasiyalara uyğun hadisənin ehtimalını tapır: asılı olmayan hadisələrin; asılı hadisələrin; uyuşmayan hadisələrin.



Lügət

Tezlik cədvəli, nisbi tezlik, sinfin ölçüsü - intervalın eni, sinfin -intervalın orta nöqtəsi, tezlik histogramı, tezlik poligonu, qruplaşdırılmış məlumatın ədədi ortası, birləşmələr, permutasiya, kombinezon, asılı olmayan hadisələr, asılı hadisələr, uyuşmayan hadisələr



Əlavə resurslar

İşçi vərəqlər, internet ünvanları:

<https://www.rcsdk12.org/cms/lib/NY01001156/Centricity/Domain/6165/A.S.5.FrequencyHistogramsBarGraphsandTables.pdf>

https://www.youtube.com/watch?time_continue=19&v=NejITeFOgrA&feature=emb_logo

Dərs 151-152. Dərslik səh. 218-222.

Tezlik paylanması cədvəli. Nisbi tezlik. 2 saat

Məzmun standartı. 5.1.1. Cədvəl, diaqram, histogram və ya qrafik şəklində verilmiş məlumatları oxuyub təhlil edir.

5.1.4. Statistik məlumatlar əsasında yaranan variantların tezliyi cədvəlini tərtib edir və diaqramını qurur.

Sagird bacarıqları

- Məlumat çoxluğununu siniflərə ayırmalı qruplaşdırır və tezlik cədvəlini tərtib edir;
- nisbi tezliyi əhatə edən tezlik cədvəli qurur;

Motivasiya. Aşağıdakı kimi məlumatları əks etdirən iki cədvəl nümayiş etdirilir. Bu məlumatları hansı qruplarda birləşdirmək olar? Hər bir qrupa uyğun məlumatın sayını müəyyən etmək mümkündürmü?

Ayaqqabıların rəngi

mavi	ağ	qırmızı	qara	ağ
qırmızı	qara	ağ	ağ	palıdı
qara	mavi	qara	mavi	ağ

Satılmış idman köynəklərinin ölçüsü

XL	L	M	L	M	S	L
M	XL	M	XL	M	L	L
M	S	S	M	L	XL	L

Sagirdlərin fikirləri dinlənilir. Ayaqqabılar haqqında **mavi**, **ağ**, **qırmızı**, **qara**, **palıdı** kimi məlumatlar (rənglərinə görə), bu rənglərin rast gəlmə sayı (ədədi məlumatlar) tellə və uyğun ədədlə (tezlik) qeyd edilir.

Cədvəlin adının yazılışının vacib olduğu sagirdlərin diqqətinə çatdırılır. Analoji olaraq idman köynəkləri haqqında məlumatları da ölçüsünə görə qruplaşdırmaqla uyğun cədvəl tərtib edilir.

Rənglər	Sayı (tellə)	Tezlik
mavi		

Bəs, məlumat bazası ədədi məlumatlar çoxluğundan ibarət olduqda onları necə qruplaşdırmaq olar? Dərslikdə verilmiş məlumat çoxluğununu sistemləşdirmə qaydası və verilmiş nümunə araşdırılır.

Siniflərin sayının 5 ilə 12 arasında olması tövsiyə edilir. Siniflərin sayını müəyyən etməyin 2^k qaydasından da istifadə edilir. Məsələn əgər məlumat çoxluğunda 38 element varsa, $2^5 > 38$ olması uyğundur. Deməli, $2^5 = 32$ olduğuna görə, siniflərin sayını 5 deyil, 6 götürmək lazımdır.

Məlumat çoxluğununu analiz etmək üçün **nisbi tezlik** kimi göstəricidən istifadə olunur. Bu anlayışlar dərslikdə verilən nümunə üzərində izah edilir.

Nisbi tezlik verilən məlumatın ümumi məlumatın hansı hissəsini təşkil etdiyini göstərir. Nisbi tezlik hər bir məlumata uyğun hesablanır, onluq kəsr və ya faizlə göstərilir.

Məsələn, istifadəçilərin neçə faizi internetdən orta hesabla 36,5 dəqiqə istifadə edirlər? Internetdən 30 dəqiqədən az istifadə edənlərin sayı 30 dəqiqədən çox istifadə edənlərdən neçə nəfər (və ya neçə faiz) çoxdur? və s.

İşçi vərəq № 1

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Məlumat çoxluğununu siniflərə ayırmaqla qruplaşdırır.

Məlumat 50 şagirdin 100 ballıq sistemlə riyaziyyat fənni üzrə qiymətləndirmədə topladığı xalları göstərir.

43,	88,	25,	93,	68,	81,	29,	41,	45,	87,
34,	50,	61,	75,	51,	96,	20,	13,	18,	35,
25,	77,	62,	98,	47,	36,	15,	40,	49,	25,
39,	60,	37,	50,	19,	86,	42,	29,	32,	61,
45,	68,	41,	87,	61,	44,	67,	30,	54,	28.

a) Məlumati 8 sinifdə qruplaşdırın.

Siniflər	Sayı (tellə)	Tezlik

b) Məlumati 5 sinifdə qruplaşdırın.

Siniflər	Sayı (tellə)	Tezlik

Dərs 153-154. Dərslik səh. 222-225. Tezlik histoqramı. Tezlik poliqonu. 2 saat

Şagird bacarıqları:

- məlumatı tezlik və nisbi tezlik histoqramı ilə təqdim edir;
- məlumatı tezlik poliqonu ilə təqdim edir;
- məlumata uyğun statistik göstəriciləri (ölçüləri) hesablayır.

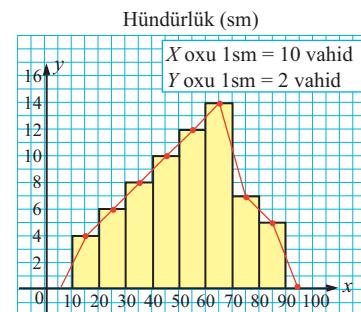
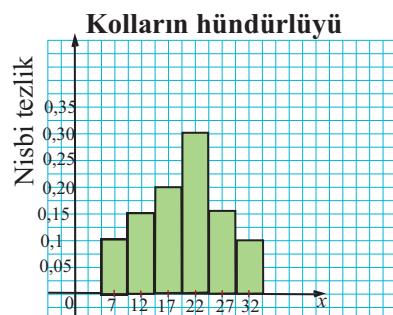
Sinfin-intervalın orta nöqtəsi intervalın ən böyük və ən kiçik sərhəd qiymətlərinin ədədi ortası kimi hesablanır və qrafik təqdimatda (histoqram, tezlik poliqonu) bir çox hallarda bu göstərici qeyd edilir.

Histoqram və tezlik poliqonunun qurulma qaydası araşdırılır. Müəyyən kateqoriyalarda, intervallarda qruplaşmış məlumatı təqdim etmək üçün ən əlverişli forma histoqramdır. Histoqram məlumatın tezliyə görə paylanması haqqında aydın vizual təssəvvür yaratmağa imkan verir. Şagirdlər histoqramı qurma və histoqrama görə məlumatı təqdimetmə bacarıqlarına müəyyən qədər malikdirlər. Burada diqqəti məlumatı **nisbi tezliyə görə histoqramla təqdimetməyə** və məlumatı analizetmə bacarıqlarına yönəltmək tövsiyə edilir.

Sinif	Tezlik	Orta nöqtə	Nisbi tezlik
5-9	4	7	$4 : 40 = 0,1$
10-14	6	12	$6 : 40 = 0,15$
15-19	8	17	$8 : 40 = 0,2$
20-24	12	22	$12 : 40 = 0,3$
25-29	6	27	$6 : 40 = 0,15$
30-34	4	32	$4 : 40 = 0,1$
Cəmi: 40			Cəmi: 1

Histoqramdan istifadə etməklə tezlik poliqonunu qurma addımları:

- Tezlik (və ya nisbət tezlik) histoqramı qurulur.
- Sütunları təşkil edən düzbucaqlıların üst tərəfinin orta nöqtələri qeyd edilir (Bu sinfin- intervalın orta nöqtəsinə uyğundur).
- Tezlik poliqonunu qurmaq üçün iki xəyali sıfır sinfinin orta nöqtəsi müəyyən edilir. Bunlardan biri 1-ci sütunla onun solundakı sinfin orta nöqtəsi, digəri isə ən sağdakı sütunla onun sağindakı sinfin orta nöqtəsidir.
- Birinci orta nöqtədən başlamaqla orta nöqtələr ardıcıl olaraq birləşdirilir.



Sinif	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Tezlik	4	6	8	10	12	14	7	5

İşçi vərəq № 2

Adı _____ **Soyadı** _____

Tarix _____



- Sıfın nisbi tezliyini əhatə edən geniş tezlik cədvəlini qurur.

1. Verilmiş məlumatı 6 sinifdə qruplaşdırmaqla sınıf, sınıfın qiyməti (intervalın orta nöqtəsi), tezlik, nisbi tezlik kimi göstəriciləri əhatə edən cədvəl qurun.

Bir semestrde tələbələrin kitaba xərclədiyi pul:

91	472	279	199	142	273	189	248	101	102
375	486	249	530	376	190	398	188	269	240
130	489	266	43	30	127	354	84	188	341

Cəmi:			Cəmi:	

2. Cədveldə verilmiş məlumatə əsasən sinfin qiyməti, tezlik, nisbi tezlik kimi göstəriciləri əhatə edən cədvəl qurun.

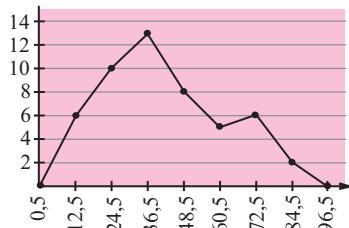
Vaxt (dəq)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
Telefon danışqlarının sayı	7	10	23	11	8	5

Tezlik poliqonuna görə məlumatın təqdimimi.

Məlumatın tezlik poliqonu absis oxu ilə sərhədlənmiş çoxbucaqlıdır. Bu qrafikə görə məlumatın artma və azalma diapazonunu vizual olaraq görmək və məlumatı hissəsinə görə müqayisə etmək mümkün olur.

Dərslikdə verilmiş qrafik məlumata görə şagirdlər müxtəlif məlumatlar təqdim edirlər.

Məsələn: 36,5 dəqiqəyə qədər istifadəçilərin sayı artlığı halda, 36,5 dəqiqədən sonra onların sayı azalır.



Tezlik poliqonunun orta nöqtəyə və tezliyə görə qurulması.

Cədvəldən A (5; 0), B (15; 4), C (25; 6), D (35; 8), E (45; 10), F (55; 12), G (65; 14), H (75; 7), I (85; 5) və J (95; 0) nöqtələri koordinat məstəvisi üzərində qeyd edilir və ardıcıl olaraq birləşdirilir.

Sinif	Orta nöqtə	Tezlik
0 – 10	5	0
10 – 20	15	6
20 – 30	25	4
30 – 40	35	8
40 – 50	45	10
50 – 60	55	12
60 – 70	65	14
70 – 80	75	7
80 – 90	85	5
90 – 100	95	0

ABCDEFGHIJ verilən məlumatın tezlik poliqonudur.

Tezlik poliqonunun qurulması üçün EXCEL programından istifadə edilməsi tövsiyə edilir. Statistik məlumatı təqdim etmək üçün məlumatı INSERT FUNCTION menyusundan PASTE INSERT FUNCTION dialoq box açmaqla həmçinin CHART WIZARD menyusundan birbaşa qrafik formanı seçmək olar.

Diqqət etməli məqamlar:

Məlumatın paylanması tezlik cədvəli, histoqram, tezlik poliqonu kimi formalarının üstün və çatışmayan cəhətlərini aşağıdakı kimi ümumiləşdirmək olar.

Tezlik cədvəli. Üstünlükleri: Məlumatı müxtəlif qrafik formalarda təqdim etmək, ədədi orta, median, moda kimi statistik göstəriciləri müəyyən etməyə imkan yaradır.

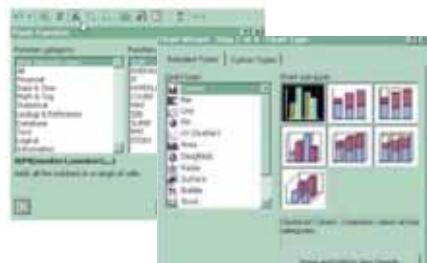
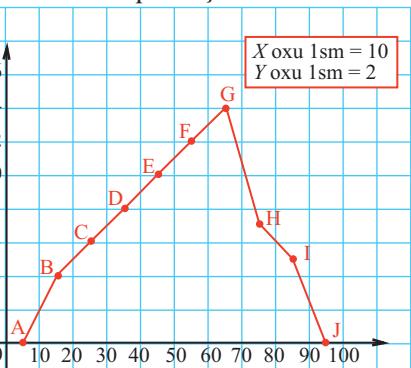
Çatışmayan cəhətləri: Tezliyin paylanması aydın təsəvvür etmək olmur (vizuallıq).

Histoqram. Üstünlükleri: Kəsilməz, həmçinin qruplaşdırılmış diskret məlumatların təqdimisi üçün əlverişlidir. Qrafikdən median və modanı vizual olaraq müəyyən etmək mümkündür.

Çatışmayan cəhətləri: Qrafiki qurarkən siniflərin sərhədlərini müəyyən etmək çətinlik yaradır.

Tezlik poliqonu. Üstünlükleri: Məlumatın tezliyinə görə müqayisə etmək imkanı yaradır. Eyni qrafikdə müxtəlif məlumat çoxluğununa uyğun poliqonu qurmaq və onları müqayisə etmək mümkündür. Məsələn, qızların və oğlanların boyunu.

Çatışmayan cəhətləri: Statistik hesablamalar aparmaq olmır.





İşçi vərəq № 3

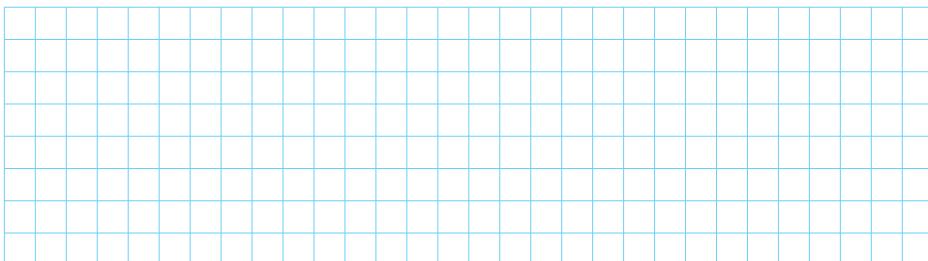
Adı _____ Soyadı _____ Tarix _____

• Məlumatı tezlik poliqonu və birləşmiş tezlik qrafiki ilə təqdim edir.

1. a) Cədvələ görə nisbi tezlikləri hesablayın.

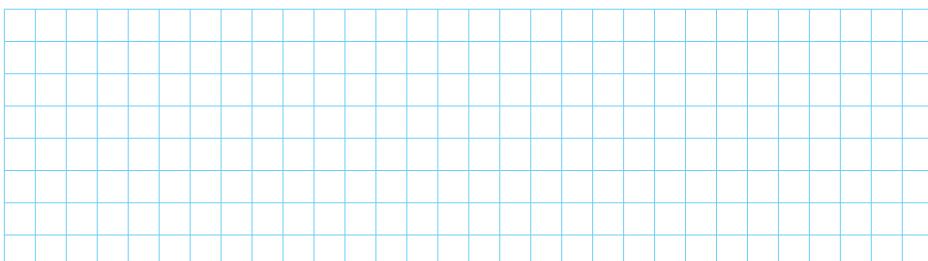
Yaş (il)	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
Adamların sayı	6	11	25	31	18	12	6

b) Cədvələ görə histoqram, nisbi tezlik poliqonunu qurun.



2. Verilən məlumata görə nisbi tezlikləri müəyyən edin.

Boyu: 120 – 124 125 – 129 130 – 134 135 – 139 140 – 144
Tezlik: 10 40 70 65 15



Qrafikə görə müəyyən edin.

- Neçə nəfərin boyu 130 sm-dən qıсадır?
- Neçə nəfərin boyu 134 sm-dən uzundur?

Dərs 155-156. Dərslik səh. 226-227.

Tezlik paylanması görə ədədi orta. 2 saat

Məzmun standartı.

- 5.1.1. Cədvəl, diaqram, histoqram və ya qrafik şəklində verilmiş məlumatları oxuyub təhlil edir.
- 5.1.2. Statistik məlumatları müəyyən əlamətlərə görə təsnif edir.
- 5.1.3. Statistik məlumatların düzgünlüyünü müəyyən edir.
- 5.2.2. Statistik məlumatlar əsasında hadisələrin başvermə mümkünlüyünü proqnozlaşdırır.

Şagird bacarıqları:

- qruplaşdırılmış məlumata uyğun ədədi ortanı hesablayır;
- məlumatlara əsasən proqnoz verir.

1-ci saat. Ədədi ortanı hesablama qaydası təkrar edilir. Məsələn, $1, 1, 2, 3, 4, 4, 4$ ədədlərinin ədədi ortası $(1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 4) / 7$ kimi hesablanır.

1. Biz bu yazılışı vurmanın paylama qanunundan istifadə etməklə aşağıdakı kimi də yaza bilərik.

$$(1+1+2+3+4+4+4) \cdot (1/7) = (1/7) \cdot 1 + (1/7) \cdot 1 + (1/7) \cdot 2 + (1/7) \cdot 3 + (1/7) \cdot 4 + (1/7) \cdot 4 + (1/7) \cdot 4.$$

Biz indi verilmiş ədədləri müəyyən əmsalla yazmış olduq. Əmsalların cəminin 1-ə bərabər olduğuna diqqət edin. 7 dənə $(1/7)$.

2. Oxşar vuruqları qruplaşdırıraq

$$(2 \cdot 1 + 2 + 3 + 3 \cdot 4) / 7 = (2/7) \cdot 1 + (1/7) \cdot 2 + (1/7) \cdot 3 + (3/7) \cdot 4.$$

Hər bir əmsal verilmiş ədədin ümumi ədədlər çoxluğunun hansı hissəsini təşkil etdiyini göstərir. Bu yanaşma müxtəlif situasiyalarda ədədi ortanı tapma qaydasını ümumiləşdirmək üçün şagirdlərin diqqətinə çatdırılır.

Şagirdlərin ədədin faizini hesablama, ədədi ortanı tapma kimi ön bacarıqlarına diqqət yetirilir.

$$\bar{x} = \frac{\sum(x \cdot p)}{\sum p} \quad \sum \text{işarəsi cəmi göstərir və "sigma" kimi oxunur.}$$

$\sum p$ cəminin 1 olduğu diqqətə çatdırılır.

Şagirdlərin düsturu sözə oxuma bacarığına diqqət yetirilir.

Əgər bütün əmsallar bərabərdirsə biz ədədi ortanı hesablamadan indiyə qədər öyrəndiyimiz adı qaydasından istifadə edirik.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Qruplaşdırılmış məlumatın tezlik paylanması cədvəlinə görə ədədi ortanı tapma addımları şagirdlərlə birlikdə araşdırılır.

İşçi vərəq № 4

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Qruplaşdırılmış məlumatə uyğun ədədi ortanı verilən cədvəlləri doldurmaqla tapın.

Qəsəbə sakinlərinin yaşı

Yaşı	Tezlik
0-9	57
10-19	68
20-29	36
30-39	55
40-49	71
50-59	44
60-69	36
70-79	14
80-89	8

**Bir nəfərin il ərzindəki telefon
danışığı müddəti (dəqiqlik ilə)**

Zəngin müddəti	Tezlik
1-5	12
6-10	26
11-15	20
16-20	7
21-25	11
26-30	7
31-35	4
36-40	4
41-45	1

Sınıflar	Orta nöqtə	Tezlik	$x \cdot f$
		$n =$	$\sum =$

Sınıflar	Orta nöqtə	Tezlik	$x \cdot f$
		$n =$	$\sum =$



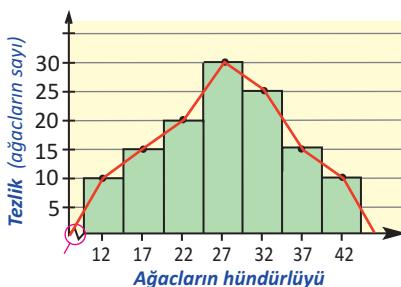
Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli.

D 10. Həlli.

Hər sinfin-intervalin orta nöqtəsini tapaq və cədvələ əlavə edilmiş sütunda yazaq. Nisbi tezlik sinfin tezliyinin qiymətinin ümumi məlumatın qiymətlərinin sayına nisbətidir.

$10 + 15 + 20 + 30 + 25 + 15 + 10 = 125$ olduğundan hər sinfin tezliyinin qiymətini 125-ə bölməklə nisbi tezlikləri tapaq və cədvələ nisbi tezliyi eks etdirən sütun əlavə edək. Üfüqi oxda orta nöqtələrin qiymətini, şaquli oxda isə tezliyin qiymətlərini yerləşdirməklə histogram quraq.

Ağacların hündürlüyü			
Sinif	Orta nöqtə	Tezlik	Nisbi tezlik
10-14	12	10	0,08
15-19	17	15	0,12
20-24	22	20	0,16
25-29	27	30	0,24
30-34	32	25	0,20
35-39	37	15	0,12
40-44	42	10	0,08
		Cəmi: 125	Cəmi: 1



Histogramın sütunu üzərində intervalın orta nöqtəsinə uyğun nöqtələri qeyd edək və onları ardıcıl birləşdirməklə tezlik poligonunu quraq.

D 16. a) Kompyuter oyununda toplanan xallara görə oyuncuların orta xalını tapın.

Həlli.

a) Kompyuter oyununda toplanan xallara görə oyuncuların orta xalını tapaqq. Verilən cədvəldə sinfin qiymətini (intervalın orta nöqtəsini) göstərən sütun əlavə edək.

1) Hər sinfin-intervalin orta nöqtəsini (x) müəyyən edib cədvələ əlavə edilmiş sütunda yazaqq.

2) Tezliklərin cəminini tapaqq:

$$2 + 5 + 6 + 4 + 3 = 20$$

3) Hər bir sinfin orta nöqtəsinə uyğun qiymət ilə tezliyi hasilini tapıb cədvəldə yazaqq və bu hasiləri cəmləyək:

$$5,5 \cdot 2 + 15,5 \cdot 5 + 25,5 \cdot 6 + 35,5 \cdot 4 + 45,5 \cdot 3 = 520$$

4) Ədədi ortanı hesablayaq:

$$520 : 20 = 26 \text{ orta xal } 26 \text{ olmuşdur.}$$

Topladığı xal	Oyunçuların sayı
1-10	2
11-20	5
21-30	6
31-40	4
41-50	3

Sinif (topladığı xal)	Orta nöqtə (x)	Tezlik (f)	Tezlik \times Orta nöqtə
1-10	5,5	2	11
11-20	15,5	5	77,5
21-30	25,5	6	153
31-40	35,5	4	142
41-50	45,5	3	136,5
		$\sum f = 20$	$\sum (x \cdot f) = 520$

Dərs 157-159. Dərslik səh. 228-234.

Birləşmələr. 3 saat



5.2.1. Birləşmələrin növlərini fərqləndirir və onlara aid sadə məsələləri həll edir.



- mümkün variantların sayını müəyyən etmək üçün vurma prinsipini tətbiq edir;
- məlumat çoxluğunda elementlərin düzülüşünə görə permutasiyaların və kombinasiyaların sayını müəyyən edir;
- permutasiya düsturundan istifadə etməklə ehtimala aid məsələlər həll edir.
- kombinezon düsturundan istifadə etməklə ehtimala aid məsələlər həll edir.

Motivasiya. Gülər istirahətə gedir. Onun evdə 3 cür yol çantası, 3 cür çəmodanı var.

1) Gülər bir baqajının olmasını istəyir. Onun neçə seçim variantı var?

2) Gülər iki baqajla - bir çanta və bir çəmodanla yola çıxməq istəyir. Onun neçə seçim variantı var?



Gülər birini seçsə,

$3 + 3 = 6$ mümkün variant var.

Mümkün variantları saymanın fundamental prinsipləri toplama və vurma qaydası verilən nümunə üzərində bir daha araşdırılır. Şagirdlər uyğun nümunələr təqdim edirlər.



Gülər ikisini bir çəmodan bir çanta seçsə, $3 \times 3 = 9$ müxtəlif variantı var.

Permutasiya. Variantları sayma üsulunu aşağıdakı məsələ üzərində nəzərdən keçirək.

Məsələ 1. Eldar velosipedi üçün nömrə hazırlayıır. Onun qara, ağ və sarı rənglərdə boyası var. Eldar nömrənin lövhəsini bir rəngdə, üzərindəki rəqəmləri isə başqa rəngdə boyamalıdır. Onun neçə mümkün variantı var? 6 mümkün variant var.

- | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1. Qara lövhə, ağ hərflər | 2. Qara lövhə, sarı hərflər | 3. Ağ lövhə, sarı hərflər |
| 4. Ağ lövhə, qara hərflər | 5. Sarı lövhə, ağ hərflər | 6. Sarı lövhə, qara hərflər |

Məsələ 2. Səbanın 3 növ gülü var - bənövşə, qərənfil, çobanyastığı. Səba güldana iki növ gül qoymaq istəyir. Onun neçə seçimi var?

bənövşə, qərənfil

bənövşə, çobanyastığı

qərənfil, çobanyastığı

Şagirdlər iki məsələ arasındaki fərqi təqdim edirlər. Biz elementlərdən birini A, digərini B ilə işaret etsək, birinci halda AB və BA bir-birindən fərqlidir. Çünkü onlardan biri lövhənin rəngini, digəri isə hərflərin rəngini əks etdirir. İkinci halda isə AB və BA kombinasiyasının fərqi yoxdur, çünkü hər ikisi bir güldəndəki gülün növünü əks etdirir.

Qeyd! Dərsliklərdə Motivasiya məsələsində qoyulmuş situasiya permutasiyaya aiddir və n elementdən n elementin (bütün) iştirakı və mümkün yerdəyişməsi ilə düzülüş nəzərdə tutulur. Çoxluğun n elementindən r elementin iştirakı ilə yaradılan düzülüş isə aranjeman adlandırılır. Əslində aranjeman n elementdən r elementin düzülüşü və iştirakı ilə yaradılan permutasiyaların sayıdır. Avropa, Türkiyə, ABŞ kimi ölkələrin ədəbiyyatlarında, dərsliklərdə bir anlayışdan istifadə edildiyini nəzərə alaraq dərsliyə yalnız permutasiya anlayışı daxil edilmişdir.

Çoxluğun elementlərinin düzülüş ardıcılıqları tələb edildiyi situasiyada hər bir düzülüş permutasiya adlanır. ${}_nP_n = n!$ (1) düsturu n elementli çoxluğun elementlərinin yerdəyişmələrlə yaratdığı düzülüşlərin sayını - permutasiyaların sayını göstərir.

Məsələn, bir nəfər - Azər, bir düzülüş, iki nəfər - Azər və Kamal, AK və KA olmaqla iki cür düzülüş, Azər, İlqar, Fidan isə AİF, AFİ, İAF, İFA, İAF, İFA kimi $3 \times 2 = 6$ düzülüş yarada bilərlər.

Permutasiyaların sayını müəyyən edərkən elementlərin ardıcılılığı əhəmiyyət daşıyır. n elementli çoxluqdan k elementini müəyyən düzülüşlə, təkrara icazə verilmədən seçimlərin sayı-permutasiyaların sayı ${}_nP_k$ kimi yazılır. ${}_nP_k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Təkrarlı permutasiyaların sayı: $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!}; \quad n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$

Situasiyaya uyğun olaraq məsələlər yuxarıda verilən düsturların tətbiqi ilə həll edilə bilər. Düzülüşə xüsusi şərtlər qoyulmuş aşağıdakı kimi situasiyaları da nəzərdən keçirək.

1. Verilmiş elementin bütün düzülüşlərdə olması şərtilə n sayda müxtəlif elementdən hər birində r sayda element olmaqla permutasiyaların sayı: $r \cdot {}_{n-1}P_{r-1}$

Məsələ. 6 nəfər şagirddən 3 nəfər sədr, müavin, katib seçilməlidir. Onlar arasından Səba bu vəzifələrdən birinə mütləq seçilməlidir. Deməli, 5 nəfər və iki vəzifə qalmışdır.

Onlardan seçim sayı ${}_5P_2$ olur. Səba özü isə 3 cür seçilə bilər. Seçim variantlarının sayı $3 \cdot {}_5P_2 = 3 \cdot 5 \cdot 6 = 90$ olacaq.

2. n elementdən hər hansı birinin iştirak etməməsi şərtilə hər birində r sayda element olan permutasiyaların sayı: ${}_{n-1}P_r$

3. Hər hansı m sayda elementin yanaşı düşməsi şərtilə n elementli çoxluğun permutasiyalarının sayı: $m! \cdot (n-m+1)!$

4. Hər hansı m sayda elementin yanaşı düşməməsi şərtilə n elementli çoxluğun permutasiyalarının sayı: $n! - m! \cdot (n-m+1)!$

5. Hər hansı k elementlərinin verilən nömrədə olması şərtilə n elementli çoxluğun permutasiyalarının sayı: ${}_{n-k}P_{n-k} \cdot {}_kP_k$

Məsələ. SİMUZƏR adındakı hərflərin neçə düzülüşünü saymaq olar:

a) saitlərin üçü yanaşı yazılmaması;

b) saitlər cüt nömrədə olsun (2-ci, 4-cü, 6-cı hərf).

Həlli:

SİMUZƏR sözündə 7 hərf var, onlardan 3-ü saitdir. Məsələnin həllinə eks tərəfdən yanaşaq. Təsəvvür edin ki, bütün saitlər bir yerdə yazılır. Bu halda 3 saitə bir element kimi baxılır. Elementlərin sayını 4 samit + 1 sait yeri = 5 element, mümkün düzülüşlərin sayı $5!$ olacaq. 3 sait isə öz aralarında yer dəyişdirməklə 3! sayda düzülüş yaradacaqlar. Ümumi düzülüşlərin sayı $3! \cdot 5! = 720$ olacaq. Bu saitlərin bir yerdə olduqları variantların sayıdır. Cəmi 7 hərf olduğu üçün permutasiyaların ümumi sayı: $7!$

Hər üç saitin yanaşı düşmədiyi permutasiyalar = ümumi permutasiyalar –

– saitlərin üçünün yanaşı olduğu permutasiyalar = $7! - 3! \cdot 5! = 5040 - 720 = 4320$

b) 7 hərfin düzülüş sırasında 4 tək, 3 cüt nömrə var. 3 cüt yerdəki sait hərflərin düzülüşləri sayı ${}_3P_3$, samitlərin sayı ${}_4P_4$, ümumi düzülüşlərin sayı: ${}_3P_3 \cdot {}_4P_4$

Bu tip məsələlər GMAT, SAT suallarında geniş yer alır. Odur ki, yeri gəldikcə hər situasiyaya aid məsələlərin araşdırılması tövsiyə edilir.

Kombinezona aid situasiyalar araştırılır. Şagirdlər şifahi olaraq elementlərin düzülüş ardıcılığının əhəmiyyətli olub-olmadığı situasiyaları təqdim edirlər.

8 növ salatdan iki salat seçmək və s.

$${}_nC_k = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad {}_nC_k = \frac{nP_k}{k!}$$

Kombinezonun düsturu izah edilir. Hesablamalar zamanı əlverişli olduğu üçün daha çox permutasiya ilə əlaqəli düsturdan istifadə edilir.

Bir çox situasiyalarda elementlər və onların kombinasiyaları iki, üç müxtəlif elementdən ibarət olur. Aşağıdakı məsələni nəzərdən keçirək.

Məsələ. Alpinist qrupunda 25 nəfərdən 15 nəfəri kişi, 10 nəfəri qadındır. 3 kişi və 2 qadından ibarət alt qruplar yaratmağın neçə mümkün variantı var?

Həlli: 15 kişi var, üçlü qrupların sayı ${}_{15}C_3$. 10 qadın var, ikili qrupların sayı ${}_{10}C_2$.

Vurma prinsipinə görə mümkün qrupların sayı ${}_{15}C_3 \times {}_{10}C_2$ kimi olacaq.

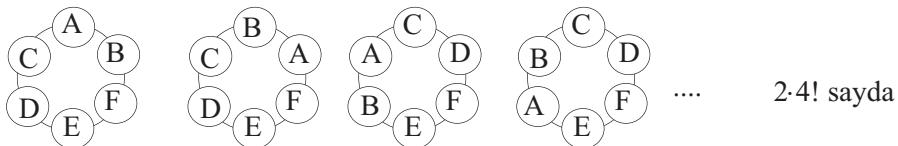
$${}_{15}C_3 \times {}_{10}C_2 = \frac{{}_{15}P_3}{3!} \cdot \frac{{}_{10}P_2}{2!}$$

Öyrənmə səviyyəsindən asılı olaraq şagirdlərə bu tip tapşırıqların verilməsi tövsiyə edilir. Bəzi məsələ tipləri aşağıda həlli ilə verilmişdir.

Birləşmələrə aid bəzi məsələ tipləri.

Məsələ 1. A və B yanaşı oturmaq istəməzlərsə, altı nəfərin dairəvi masa ətrafında oturmasının neçə mümkün variantı olar?

Həlli: 6 nəfərin dairəvi masa arxasında oturmasının $(6 - 1)! = 5!$ variant var. Lakin məsələdə A və B-nin yanaşı oturmaması şərti var. Məsələni həll etmək üçün A və B-nin yanaşı oturduqları halda mümkün variantların sayını tapaq. Bu halda AB -yə bir element kimi baxaq. Onda bütün variantların sayı 5! deyil, 4! olacaq. Burada A-nın B-nin sağında və ya solunda oturmasına görə iki variant yaranır. A və B- nin masa boyu yerlərini dəyişə bilmələrinin bütün variantlarının sayı $2 \cdot 4!$ olacaq.



Bu variantları ümumi variantların sayından çıxsaq, A və B-nin yanaşı olmaması şərtilə 6 nəfərin masa ətrafında oturma variantlarının sayı

$$5! - 2 \cdot 4! = 120 - 48 = 72 \text{ olacaq.}$$

Məsələ 2. 4 həkim, 3 mühəndis və 5 alim arasından 3 alim, 2 həkim, bir mühəndisdən ibarət nümayəndə heyəti seçmənin neçə mümkün variantı var?

5 alimdən 3 alim seçmənin 5C_3 , 4 həkimdən 2 həkimi seçmənin 4C_2 , 3 mühəndisdən bir nəfəri seçmənin 3C_1 yolu var. Seçimlərin sayı:

$${}^5C_3 \times {}^4C_2 \times {}^3C_1 = 10 \times 6 \times 3 = 180$$

Məsələ 3. Qutuda 2 ağ, 3 qara və 4 qırmızı kürə var. Qutudan 3 kürə çıxarılsa, ən azı birinin qara olmasının neçə mümkün variantı var?

Mümkün hallar: 1 qara + 2 başqa rəng və ya 2 qara + 1 başqa rəng və ya 3 qara.

Kombinasiyaların sayı: $({}_3C_1 \times {}_6C_2) + ({}_3C_2 \times {}_6C_1) + {}_3C_3$

Bu tip məsələlər statistik məlumatda görə ehtimalın hesablanması və proqnoz verilməsi məsələlərində də əhəmiyyətlidir.

Həm permutasiyanın həm də kombinezonun istifadə edildiyi məsələlər.

Təşkilata prezent, vitse prezent, katib və 4 şura üzvü qalan 17 nəfər arasından seçilir və burada ardıcılığın əhəmiyyəti yoxdur, ${}_{17}C_4 = 2380$ olacaq. Vurma prinsipinə görə variantların ümumi sayı ${}_{20}P_3 \times {}_{17}C_4 = 16\ 279\ 200$

Şagirdlərin məsələdəki situasiyanın birləşmələrin hansı növünə aid olduğunu ayırmasına diqqət edilir. Məsələdə permutasiyaların sayının tapılması tələb edilir, yoxsa kombinezonların sayının tapılması? Məsələ həlli bacarıqlarını inkişaf etdirmək üçün müəllim üçün vəsaitdə verilmiş işçi vərəq -məsələ həllinin ev tapşırığı kimi verilməsi tövsiyə edilir.

Dərs 160-163. Dərslik səh. 235-242.

Ehtimalın hesablanmasına aid məsələ həlli. Ümumiləşdirici tapşırıqlar.

4 saat



Məzmun standartı.

5.2.3. Birləşmələrin köməyi ilə ehtimala aid sadə məsələləri həll edir.



- Permutasiya və kombinezonun tətbiqi ilə hadisənin ehtimalını hesablama bacarıqlarını nümayiş etdirir:
 - mümkün nəticələrin sayını situasiyaya görə permutasiyaları hesablamalıqla;
 - mümkün nəticələrin sayını situasiyaya görə kombinezonları hesablamalıqla;
 - əlverişli halların sayını müxtəlif üsullarla müəyyən etməklə;
 - hadisənin ehtimalını tapmaqla;
- Müxtəlif situasiyalara uyğun hadisənin ehtimalını tapır:
 - asılı olmayan hadisələrin;
 - asılı hadisələrin;
 - uyuşmayan hadisələrin;

Şagird permutasiya və kombinezonun köməyi ilə mümkün nəticələrin sayının müəyyən edildiyini başa düşür. Ehtimalı hesablamaq üçün istifadə edilən $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$ düsturunda $n(E)$ əlverişli nəticələrin sayını, $n(S)$ mümkün nəticələrin sayını müəyyən edir. Situasiyadan asılı olaraq hər ikisini permutasiya düsturuna və ya kombinezonun düsturuna görə müəyyən etmək olar. Həmçinin şagirdin vurma prinsipinin tətbiq edildiyi situasiyaları da ayırdığına diqqət edilir.

Məsələ. Masanın üzərindəki 52 kartdan yerinə qaytarılmadan 2 təsadüfi kart çəkilir. Bu kartların hər ikisinin Tuz olma ehtimalını tapın.

1. Mümkün halların sayı: ${}_{52}P_2$ permutasiyalarıdır.

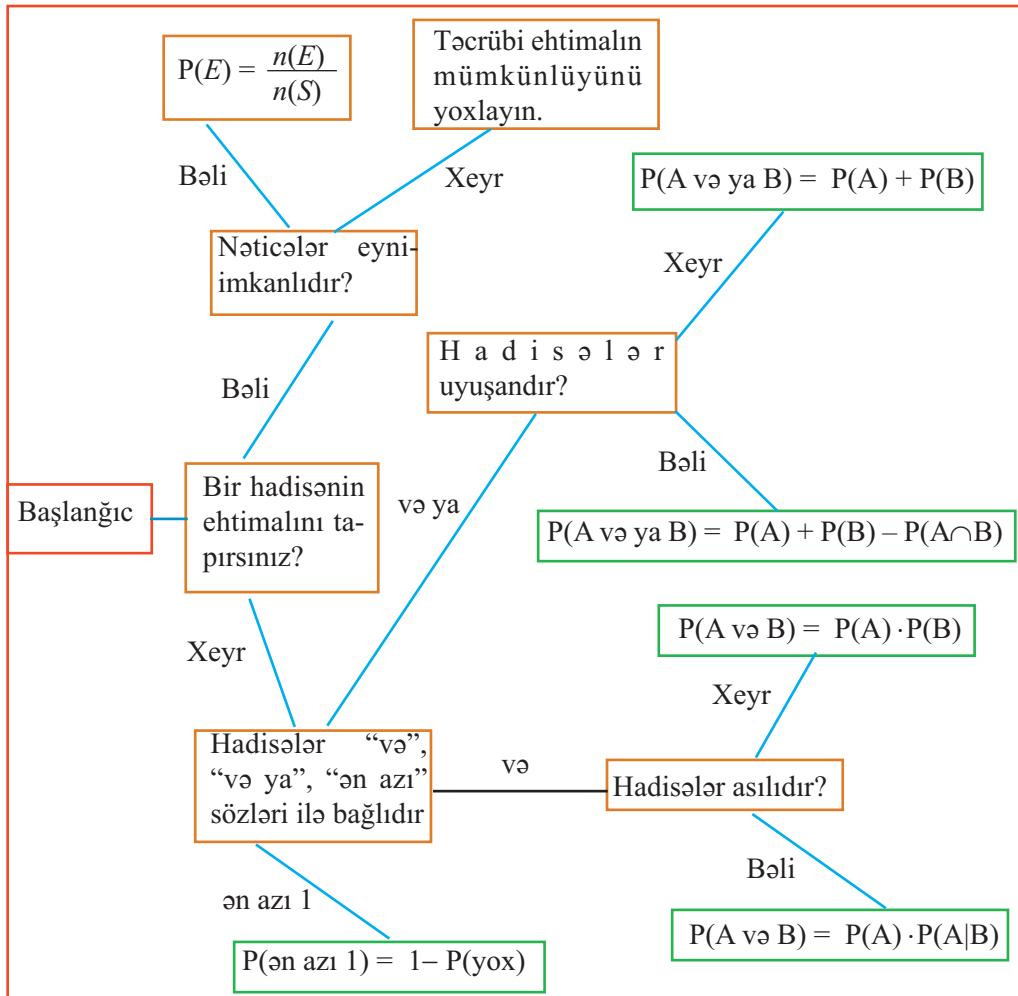
2. Əlverişli halların sayı: ${}_4P_2$ çünkü 4 Tuz kart var.

$$3. \text{ Hadisənin ehtimalı} = \frac{{}_4P_2}{{}_{52}P_2} = \frac{4 \cdot 3}{52 \cdot 51} = \frac{1}{221}$$



Dərslikdə verilmiş məsələlər nəzərdən keçirilir.

Ehtimala aid məsələlər. Dərslikdə verilmiş tapşırıqlar indiyə qədər keçilmiş ehtimala aid situasiyaları ümumiləşdirmə, məsələ həllətmə bacarıqlarını yoxlama və inkişaf etdirmə məqsədini daşıyır. Bu situasiyaları aşağıdakı alqoritmlə araşdırmaq olar.



Dərslikdə verilmiş bəzi məsələlərin həlli.

D.3. Əli, Vüqar, Yaşar, Leyla, İlahə və Toğrul öz aralarında keçirdikləri şahmat yarışında müxtəlif xallar topladılar.

I və II yerləri bölüşdurməyin mümkün variantları sayını tapın.

Həlli. I yeri 6 nəfərdən biri 6 müxtəlif üsulla, II yeri isə qalan 5 nəfərdən biri 5 müxtəlif üsulla tutu bilər. Vurma prinsipinə görə I və II yerləri bölüşdurməyin mümkün variantları sayı $6 \cdot 5 = 30$ olur.

D.6. 0, 1, 2, 3, 4 rəqəmlərindən rəqəmləri təkrarlanmamaqla neçə beşrəqəmli ədəd yazmaq olar?

Həlli. I üsul. Ədədin I rəqəmini 4 üsulla, II rəqəmini qalan 4 rəqəmdən 4 üsulla, III rəqəmini 3 üsulla, IV rəqəmini 2 üsulla, V (sonuncu) rəqəmini 1 üsulla seçə bilərik. Vurma prinsipinə görə alırıq ki, verilən şərtlərlə $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ sayda beşrəqəmli ədəd yazıla bilər.

II üsul. $5! - 4! = 120 - 24 = 96$

D.9. Qrupdakı 8 şagird Lalə və Elmirin yanaşı dayanması şərti ilə neçə müxtəlif üsulla cərgəyə düzülə bilər?

Həlli. Elmir və Lalə yanaşı durduqda 7 elementin müxtəlif permutasiyalar sayı $7!$ sayda olduğundan, hər belə permutasiyada Elmirlə Lalə öz aralarında $2!$ sayda yerdəyişmə edə bildiklərindən müxtəlif düzülüşlərin sayı $2! \cdot 7!$ olar.

D.13. d) ELEMENT sözündəki hərfəri oxunuşu müxtəlif olan neçə variantda düzənmək olar?

Həlli. ELEMENT sözündə 7 hərf var və bunlardan E hərfi 3 dəfə təkrarlanır. Deməli, oxunuşları müxtəlif olan düzümlərin sayı:

$$\frac{7!}{3! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3!} = 840 \text{ olar.}$$

D.20.

Həlli. Fidanın 6 iş kostyumu varsa, o, bazar ertəsi 6 müxtəlif üsulla geyinə bilər. Hər gün müxtəlif kostyum geyinərsə, onda çərşənbə axşamı qalan 5 kostyumu 5 müxtəlif üsulla, çərşənbə günü isə 4 üsulla geyinə bilər. Vurma prinsipinə görə müxtəlif seçimlərin sayı

$$_6P_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 \text{ olur.}$$

D.23. Üç sərnişin 5 dayanacaqdə, hər dayanacaqdə ən çoxu biri düşmək şərti ilə neçə müxtəlif üsulla avtobusu tərk edə bilər?

Həlli. $_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Doğrudan, sərnişinlərdən biri 5 dayanacaqdə 5 müxtəlif üsulla, digəri 4 dayanacaqdə 4 müxtəlif üsulla, III sərnişin isə qalan 3 dayanacaqdə 3 üsulla avtobusu tərk edə bildiyindən, vurma prinsipinə görə müxtəlif üsulların sayı $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ olar.

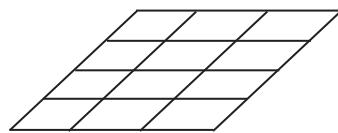
D.36. Çevrə üzərində 8 nöqtə qeyd edilmişdir. Təpələri bu nöqtələrdə olan neçə üçbucaq qurmaq olar?

Həlli. 8 nöqtədən hər hansı 3- nü götürüb, onları parçalarla birləşdirsək, üçbucaq alınacaq. Müxtəlif üçbucaqların sayı

$${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56 \text{ olacaq.}$$

D.37. Şəkildə neçə paraleloqram saymaq olar?

Həlli. Şəkildə 4 paralel düz xəttin digər 5 paralel düz xətlərlə kəsişmələri göstərilmişdir. 4 üfüqi düz xətdən hər hansı 2- sinin 5 maili düz xətdən hər hansı 2- si ilə kəsişməsindən paraleloqram alınır. Müxtəlif paraleloqramların sayı vurma prinsipinə görə ${}_4C_2 \cdot {}_5C_2 = 6 \cdot 10 = 60$ olacaq.



D.39. 5 oğlan və 4 qızdan hərəsində ən azı 1 qız olmaqla, 3 nəfərlik neçə müxtəlif qrup yaratmaq olar?

Həlli. 4 qızdan 1- ni ${}_4C_1$ üsulla, 3 nəfərlik qrupun digər 2 üzvünü isə 5 oğlandan ${}_5C_2$ üsulla seçmək olar. Deməli, tərkibində 1 qız olan qrupların sayı ${}_4C_1 \cdot {}_5C_2$ olacaq. Tərkibində 2 qız olan qrupların sayı isə ${}_4C_2 \cdot {}_5C_1$ olur. Qrupun bütün üzvləri qızlar olarsa, belə qrupların sayı ${}_4C_3$ olacaq. Onda toplama prinsipinə görə, hərəsində ən azı 1 qız olmaqla 3 nəfərlik müxtəlif qrupların sayı ${}_4C_1 \cdot {}_5C_2 + {}_4C_2 \cdot {}_5C_1 + {}_4C_3 = 74$ olur.

D.40. Qabda 5 ağı, 3 qırmızı kürə var. Qabdan 2- si ağı, 1- i qırmızı olmaqla 3 kürəni çıxarmağın neçə müxtəlif variantı var?

Həlli. Qabdakı 5 ağı kürədən 2- sini ${}_5C_2$ üsulla, 3 qırmızı kürədən 1- ni ${}_3C_1$ üsulla çıxarmaq olar. 2- si ağı, 1- i qırmızı olmaqla 3 kürəni çıxarmağın müxtəlif variantları sayı ${}_5C_2 \cdot {}_3C_1 = 10 \cdot 3 = 30$ olur.

D1. (səh. 237) Hadisələrin uyuşmayan olub-olmadığını müəyyən edin, ehtimalı hesablayın.

2) Zər bir dəfə atılır: a) $P(1 \text{ və ya } 5)$

Həlli.

a) $P(1 \text{ və ya } 5)$ hadisəsi uyuşmayan hadisələrin ehtimalının tapılmasıdır. 1-in düşmə ehtimalı $\frac{1}{6}$, 5-in düşmə ehtimalı da $\frac{1}{6}$ -dir. 1 və ya 5-in düşmə ehtimalı:

$$P(1 \text{ və ya } 5) = P(1) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

D8. Həlli: Qutuda $5 + 4 = 9$ kürə var. Əvvəlcə çıxarılan kürələrin heç birinin göy rəngdə olmaması (E') hadisəsinin ehtimalını tapaq. Mümkün hallar sayı ${}_9C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 84$, əlverişli hallar sayı ${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$ olduğundan $P(E') = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$ tapılır. Onda kürələrdən ən azı birinin göy rəngdə olması hadisəsinin (E) ehtimalı $P(E) = 1 - P(E') = 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$ olur.

D12. Həlli: $3 + 2 = 5$ nəfər sıraya $5! = 120$ üsulla düzülə bilər. Oğlanlar yanaşı olduqda müxtəlif düzülüşlərin sayı $4! \cdot 2! = 48$ olur. Axtarılan hadisənin ehtimalı: $P = \frac{48}{120} = \frac{2}{5} = 0,4$

D14. Həlli: Torbada cəmi $8 + 5 = 13$ kürə var. Çıxarılan 1-ci kürənin qırmızı olması ehtimalı $\frac{8}{13}$ -dir. 1-ci kürə çıxarıldıqdan sonra torbada qalan 12 kürədən 5-i sarıdır. Onda 2-cü kürənin sarı olma ehtimalı $\frac{5}{12}$ olur. Asılı hadisələrin ehtimalı düsturuna görə alırıq:

$$P(\text{qırmızı, sarı}) = \frac{8}{13} \cdot \frac{5}{12} = \frac{10}{39}$$

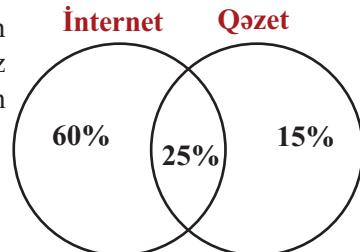
D18. Həlli: $5k + 4k = 45$; $9k = 45$; $k = 5$. Deməli, qutuda $5 \cdot 5 = 25$ sarı, $4 \cdot 5 = 20$ yaşıl kürə var. Mümkün hallar sayı ${}_{45}C_2$, əlverişli hallar sayı ${}_{25}C_2$ olduğundan alırıq:

$$P(\text{sarı, sarı}) = \frac{\frac{25 \cdot 24}{1 \cdot 2}}{\frac{45 \cdot 44}{1 \cdot 2}} = \frac{10}{33}$$

D20. (səh. 240) “Son xəbərləri haradan əldə edirsiniz” sorğusunun nəticəsi: 85% xəbərləri internetdən oxuyur, 40% qəzetlərdən oxuyur, 25% hər ikisindən oxuyur. Məlumatı Venn diaqramı ilə təqdim edin. Respondentlər arasından təsadüfi biri seçilsə, uyğun ehtimalı tapın: a) xəbərləri qəzetdən deyil, internetdən alan şəxs olması; b) məlumatı hər iki mənbədən alan şəxs olması.

Həlli: Şagirdlər məsələnin şərtinə uyğun məlumatı Venn diaqramında yerləşdirməklə, əvvəlcə məlumatı yalnız qəzetdən və yalnız internetdən alan respondentlərin faizini müəyyənləşdirirlər.

a) $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ b) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$



İşçi vərəq № 5

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Permutasiyaların sayını müəyyən edir.

1) Aytən öz adının hərflərindən istifadə etməklə dörd hərfdən ibarət PİN kod yığımaq istəyir. Onun neçə seçimi var?

2) 12 nəfər bir sıradə düzülməklə şəkil çəkdirir. Onlar neçə müxtəlif variantda düzülə bilərlər?
 a) Sərdarla Həsən yanaşı dayanmaq isteyirlər;
 b) Sərdarla Həsən yanaşı dayanmaq istəmirlər.



3) Hansı böyükdür?

- 1) ${}_8P_6$, yoxsa ${}_6P_2$ 2) ${}_9P_7$, yoxsa ${}_9P_2$ 3) ${}_{10}P_3$, yoxsa ${}_8P_4$

4) Elşən yeddırəqəmli ədəddən ibarət parol seçmək istəyir. Onun neçə mümkün variantı var?

5) Ekspedisiyaya hazırlaşan 24 şagird arasından 3 nəfər seçilməlidir. Onlardan biri düşərgəni seçməli, ikincisi təsərrüfat işlərinə baxmalı, üçüncüsi isə təqvim planı hazırlamalıdır. Bu 3 iş üçün neçə seçim variantı var?

6) ${}_nP_r = 210$ və $r = 3$ olarsa, n -in qiymətini tapın.

$$\frac{{}_5P_3}{{}_5P_2} =$$

$$\frac{{}_7P_3}{{}_7P_2} =$$

$$\frac{{}_4P_3}{{}_4P_2} =$$

$$\frac{{}_8P_6}{{}_8P_3} =$$

İşçi vərəq № 6

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Permutasiya və kombinezonu hesablama düsturundan istifadə etməklə məsələlər həll edir.

Kombinezon və permutasiya məsələləri

Birləşmələrin hansı növünə aid olduğunu müəyyən edin. Uyğun sözü haşıyəyə alın və həll edin.

1) Natavan piroquna göbələk, pendir, pomidor, toyuq və yumurta ərzaqlarından ikisini işlətmək istəyir. Onun neçə seçim variantı var?

permutasiya, kombinezon

2) Mahirgilin biologiya müəllimi deyir ki, kim qiymətləndirmədə 20 sualdan 15-nə cavab verərsə, mən bu nəticəni yaxşı nəticə hesab edəcəm. Bu nəticə ilə suallara cavabda neçə mümkün variant ola bilər?

permutasiya, kombinezon

3) Velosipedi parketmə kodu dörd rəqəmdən ibarətdir. Kodların sayını tapın.

permutasiya, kombinezon

4) Yasəmən yay tətilində 9 kitab oxumağı planlaşdırır. O, ilk üçünü ayırmak istəyir. Bunu neçə variantda etmək olar?

permutasiya, kombinezon

5) Hesablama aparmadan seçim ardıcılığının rolü olmadıqda 10 elementdən 2 elementi seçmə ilə, 10 elementli çoxluqdan 8 elementi seçmə imkanlarının bərabər olduğunu izah edin. Bununla da ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ olduğu fikrini ümməniləşdirin.

İşçi vərəq № 7

Adı _____ Soyadı _____

Tarix _____



- Permutasiyani hesablama düsturundan istifadə etməklə məsələlər həll edir.

Kombinezon, permutasiya və ehtimal

Sinif rəhbəri üç oğlan beş qız arasından təsadüfi seçmə ilə üç nəfəri məktəb şurasına üzv seçməlidir.

- Şura üzvləri neçə variantda seçilə bilər?
- Şura üzvlərinin üçünün də oğlan olma ehtimalı nə qədərdir?
- Şura üzvlərinin heç birinin oğlan olmaması ehtimalını tapın.

2, 4, 5, 6 rəqəmlərindən istifadə etməklə rəqəmlərin təkrarlanması şərtilə neçə üçrəqəmli ədəd yazmaq mümkündür? Bu ədədlərdən birini təsadüfi olaraq seçsəniz onun tək ədəd olma ehtimalını tapın.

Torbada 6 ağ, 5 qara kürə var. Torbadan 3 kürə çıxarılsa, onun ikisinin ağ rəngdə olma ehtimalı nə qədərdir? Yazılışları tamamlayın və hesablayın.

Nəzərə alın:

Mümkün nəticələrin sayı: ${}_{11}C_3$

Əlverişli nəticələrin sayı: ${}_6C_3 \times {}_5C_1$

$P(E) = \underline{\hspace{2cm}}$

Mağazaya satış üçün daxil olan 12 monitordan üçündə nasazlıq olduğu məlumdur. Lakin bunun hansı monitor olduğu bilinmir. Mütəxəsis əvvəlcə monitorlardan beşini yoxlamaq üçün ayırdı.

- Onun neçə belə beş qrupda seçim imkanı var?
- Onun nasaz monitorlu qrupu seçməsinin neçə seçim imkanı var?
- Hər üç nasaz monitorun ilk qrupda olma ehtimalı nə qədərdir?

10-cu bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə meyarları cədvəli

Nö	Meyarlar	Qeyd
1.	Məlumat çoxluğunu siniflərə ayırmaqla qruplaşdırır və tezlik cədvəlini tərtib edir.	
2.	Məlumatı tezlik və nisbi tezlik histoqramı ilə təqdim edir.	
3.	Məlumatlara əsasən proqnoz verir.	
4.	Qruplaşdırılmış məlumata uyğun ədədi ortanı hesablayır.	
5.	Məlumat çoxluğunda elementlərin düzülüşünə görə permutasiyaların sayını müəyyən edir.	
6.	Permutasiya və kombinezonu hesablama düsturundan istifadə etməklə məsələlər həll edir.	
7.	Ehtimalın tapılmasına aid məsələ həll edir.	

Dərs 164. 10-cu bölmə üzrə summativ qiymətləndirmə tapşırıqları

1. Gündəlik ərzağa təxminən neçə manat pul xərclədikləri haqqında insanlar arasında sorğu keçirilmişdir. Seçmə respondentlərin cavablarına görə nəticə aşağıdakı kimidir:

35	10	30	25	75	10	30	20	20	10	40
50	40	30	60	70	25	40	10	60	20	80
40	25	20	10	20	25	30	50	80	20	

- a) Məlumatı sinif, sinfin qiyməti, tezlik, nisbi tezlik göstəricilərinin əks olunduğu cədvəl qurun.
 b) Tezlik histoqramı qurun; c) Nisbi tezlik histoqramı qurun; d) Ədədi ortanı tapın.

2. Hesablayın.

a) ${}_6P_3$

b) ${}_5C_3$

c) $\frac{9!}{6!}$

3. Hansı məsələ permutasiyaların, hansı kombinezonların sayını tapmağa aiddir? Qarşısında yazın və həll edin.

- a) Bərbər xanada saçı yumaq üçün 8 növ şampun, 3 növ yumşaldıcı təklif edilir. Müştərinin saçı yuyulkən neçə müxtəlif variantda şampun və yumşaldıcı istifadə bilər?
 b) Rəşadın 8 rəngli karandaşı var. O, 3 karandaşı neçə müxtəlif üsulla seçə bilər?
 c) Şəxsi PIN-kod üçün dörd hərfdən və dörd rəqəmdən istifadə edilmişdir. Neçə mümkün variant var?

4. NİMDAŞ sözündəki N və M hərflərinin yanaşı düşməməsi şərtilə hərfləri neçə müxtəlif vəziyyətdə düzənmək olar?

- A) 720 B) 240 C) 480 D) 250

5. Yeddi müxtəlif oyunçağı 3 uşaq arasında bölüşdurməyin neçə müxtəlif variantı var?

- a) 7C_3 b) 7P_3 c) 3^7 d) 7^3

6. A, B, C, M, Ö, F, G, H, Θ və K hərf kartları qutuya yiğilmişdir. Qutudan yerinə qaytarmadan ardıcıl iki kart çıxarılır.

- a) İki hərf çıxarmanın neçə mümkün variantı var?
b) Bu hərflərin hər ikisinin sait olmasının ehtimalı nə qədərdir?

7. Firma reklam məqsədi ilə üzərində loqoları təsvir olunmuş 3 rəngdə köynəyi alicilarna təqdim edir. 25% alıcı qırmızı, 60% alıcı mavi və 15% alıcı isə qara köynəyi seçdi. Təsadüfi seçilmiş bir alıcıının qırmızı və ya qara köynəyi seçmə ehtimalı nə qədərdir?

8. Bir oyun zəri atılır. Bu zaman düşən üzdə tək rəqəmin və ya 4-dən böyük rəqəmin olma ehtimalı nə qədərdir?

9. Bir oyun zəri atılır. 2 və ya 5 rəqəmi olan üzünün düşmə ehtimalı nə qədərdir?

10. Çevrə üzərində 6 nöqtə qeyd edilmişdir. Təpələri bu nöqtələrdə olmaqla neçə üçbucaq qurmaq olar?

11. Qutuda 4 ağ, 3 qara kürə var. Təsadüfi seçimlə 2 kürə götürülür. Tapın:

- a) Hər iki kürənin ağ olması ehtimalını
b) Hər iki kürənin qara olması ehtimalını
c) Kürələrin müxtəlif rəngli olması ehtimalını

12. 4 oğlan və 3 qızdan hərəsində ən azı 1 qız olmaqla 3 nəfərlik neçə müxtəlif qrup yaratmaq olar?

13. Qutuda üzərində A və N hərfləri yazılmış kürələr var. Üzərində A yazılmış kürələrin sayı N yazılmış kürələrin sayından 2 ədəd çoxdur.

- 1) Təsadüfən çıxarılan kürənin üzərində A hərfi olması ehtimalı 0,6 olarsa, qutuda cəmi neçə kürə var?
2) Qutudan hər dəfə yerinə qaytarılmaqla ardıcıl olaraq 3 kürə çıxarır, üzərindəki hərfləri vərəqə həmin ardıcılıqla yanaşı yazdıqda, “ANA” sözünü alınması ehtimalı neçədir?
3) Qutudan ardıcıl olaraq 3 kürə çıxarılib eyni ardıcılıqla yanaşı düzüldükdə “ANA” sözünün alınması ehtimalını tapın.

Dərs 165-171. Dərslik səh. 243-249. Ümumiləşdirici tapşırıqlar. 7 saat

Tapşırıqlar 5-9 - cu sinif riyaziyyat kursunu əhatə edir. Rasional ədədlər üzərində əməllər, nisbət, faiz, fiqurların oxşarlığı, konqruentliyi və s. kimi mövzular tapşırıqlarla yenidən nəzərdən keçirilə bilər.

? Dərslikdə verilmiş bəzi tapşırıqların həlli.
D2. Həlli.

- 1) $x = 0$ olduqda $y = 3(x - 1)^2$ funksiyasının qiymətini hesablayaq: $y = 3(0 - 1)^2 = 3$
 Deməli, $y = 3(x - 1)^2$ parabolası ordinat oxunu $(0; 3)$ nöqtəsində kəsir.
- 2) Şərtə görə $y = kx + b$ düz xətti $(-2; 0)$ və $(0; 3)$ nöqtələrindən keçir. Bu düz xəttin bucaq əmsalını müəyyən edək.

$$k = \frac{3 - 0}{0 - (-2)} = 1,5$$

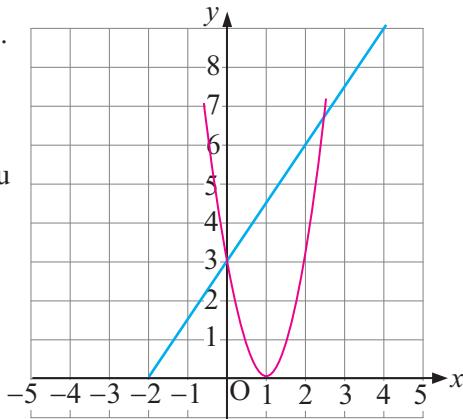
$y = kx + b$ tənliyində $k = 1,5$ yazaq və

$y = 1,5x + b$ tənliyini $(-2; 0)$ və ya $(0; 3)$

nöqtəsinin koordinatları ödəyir. Buradan alırıq:

$$0 = 1,5 \cdot (-2) + b, \quad b = 3$$

Deməli, düz xəttin tənliyi $y = 1,5x + 3$ şəklindədir.



- 3) Verilmiş düz xətlə parabolanın ortaq nöqtələri $\begin{cases} y = 3(x - 1)^2 \\ y = 1,5x + 3 \end{cases}$ tənliklər sistemindən tapılır. Əvvəzətmə üsulunu tətbiq edək:

$$3(x - 1)^2 = 1,5x + 3, \quad 3x^2 - 6x + 3 = 1,5x + 3, \quad 3x^2 - 7,5x = 0,$$

$$3x(x - 2,5) = 0$$

Buradan alırıq ki, $x=0$ və ya $x = 1,5$. $x = 0$ olduqda sistemin tənliklərindən $y = 3$ tapılır, yəni kəsişmə nöqtələrindən biri şərtdə verilən $(0; 3)$ nöqtəsidir. $x = 2,5$ olduqda $y = 1,5 \cdot 2,5 + 3 = 6,75$ olduğundan düz xətlə parabolanın daha bir ortaq nöqtəsi var: $(2,5; 6,75)$

D5. Həlli.

OA və OB radiuslarını və ΔAOB -də OD hündürlüyüünü çəkək.

ΔAOB bərabəryanlı olduğundan OD hündürlüyü həm də mediandır.

$$AB = AN + NB = 4 + 14 = 18 \text{ olduğundan}$$

$AD = DB = 9$ tapılır. Onda $ND = 5$ olar.

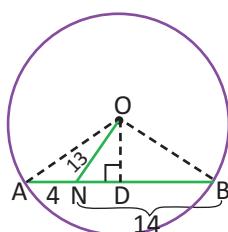
ΔNDO -dan Pifaqor teoreminə görə taparıq:

$$OD = \sqrt{ON^2 - ND^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

ΔAOD -dən yenə Pifaqor teoreminə görə alırıq:

$$AO = \sqrt{OD^2 + AD^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

Deməli, çevrənin radiusu 15 vahiddir.



D10. Həlli.

Tənliklər sistemini aşağıdakı şəkildə yazaq:

$$\begin{cases} \frac{S}{x+y} = 3 \\ \frac{S}{x-y} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{S} = \frac{1}{3} \\ \frac{x-y}{S} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{S} + \frac{y}{S} = \frac{1}{3} \\ \frac{x}{S} - \frac{y}{S} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Buradan tərəf-tərəfə toplamaqla $\frac{2x}{S} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$, $\frac{x}{S} = \frac{4}{15}$

tərəf -tərəfə çıxmamaqla $\frac{2y}{S} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$, $\frac{y}{S} = \frac{1}{15}$ tapılır.

Onda $\frac{S}{x} = \frac{15}{4}$, $\frac{S}{y} = 15$ və $\frac{S}{x} + \frac{S}{y} = \frac{15}{4} + 15 = \frac{75}{4} = 18\frac{3}{4}$ olar.

D18. Həlli.

1) Yaşıl kürələrin sayını x ilə işarə etsək, sarı kürələrin sayı şərtə görə $4x$ olar. Sarı kürələrin yarısı çıxarıldıqdan sonra, torbada $2x$ sayıda sarı kürə qalar. Şərtə görə $2x = x + 2$ olar. Buradan $x = 2$ tapılır.

Deməli, torbada 2 yaşıl, $4 \cdot 2 = 8$ sarı kürə olmaqla cəmi $2 + 8 = 10$ kürə var.

2) 10 kürədən təsadüfən 2-si çıxarılır. Mümkün hallar sayı ${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 45$ olar.

a) Çıxarılan kürələrin hər ikisinin sarı olması hadisəsi üçün əlverişli halların sayı ${}^8C_2 = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 28$ olduğundan bu hadisənin ehtimalı $P(s; s) = \frac{28}{45}$ olar.

b) Çıxarılan kürələrin müxtəlif rəngli olması hadisəsi üçün əlverişli halların sayı vurma qaydasına görə $2 \cdot 8 = 16$ olduğundan bu halda baxılan hadisənin ehtimalı $P(\text{müxtəlif rəngli}) = \frac{16}{45}$ olur.

D20. Həlli. Çevrənin trapesiyanın oturacaqlarına T_1 və T_2 toxunma nöqtələrini birləşdirən parça çevrənin diametri olub oturacaqlara perpendikulyardır.

T_1T_2 parçasını saxlayan düz xətt verilmiş bərabəryanlı trapesiyanın simmetriya oxu olduğundan aydındır ki, MK parçası oturacaqlara paraleldir.

Toxunanların xassəsinə görə $CT_1 = CK = 4$, $DT_2 = DK = 16$ olar. $CN \parallel T_1T_2$ çəkək. MK parçasının T_1T_2 ilə kəsişmə nöqtəsini F ilə, CN ilə kəsişmə nöqtəsini isə E ilə işarə edək. Aydındır ki, $FE = T_2N = CT_1 = 4$ olur.

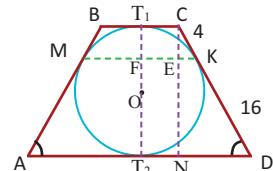
$\Delta CEK \sim \Delta CND$ (BB əlamətinə görə) olduğundan alırıq:

$$\frac{CK}{CD} = \frac{EK}{ND}$$

Buradan verilənlər ə görə $CK = 4$, $CD = 20$, $ND = 12$ olduğunu nəzərə alsaq,

$$\frac{4}{20} = \frac{EK}{12}, \quad EK = 2,4 \text{ taparıq.}$$

Onda $FK = FE + EK = 4 + 2,4 = 6,4$; $MK = 2 \cdot 6,4 = 12,8$ olar.



D27. Həlli. Şəkildə verilənlərə görə təpə

nöqtələrinin koordinatlarını yazaq:

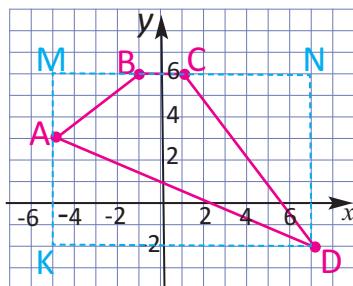
$$A(-5; 3), B(-1; 6), C(1; 6), D(7; -2)$$

Dördücaqlının təpə nöqtələrindən şəkildə göstərildiyi kimi üfüqi və şaquli xətlər (punkturla göstərilmişdir) çəkək. Damaları saymaqla və Pifagor teoremini tətbiq etməklə tapırıq.

$$\Delta ABM\text{-dən } AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\Delta AKD\text{-dən } AD = \sqrt{12^2 + 3^2} = 13$$

$$\Delta CND\text{-dən } CD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$



$BC = 2$ olduğunu nəzərə almaqla dördücaqlının perimetrini tapaq:

$$P = AB + BC + CD + AD = 5 + 2 + 13 + 10 = 30$$

Şəkildə göstərilmiş MNDK düzbucaqlısının sahəsindən ΔAMB , ΔCND , ΔAKD -nin sahələrini çıxsaq, ABCD dördücaqlısının sahəsini taparıq.

$$S_{MNDK} = 12 \cdot 8 = 96, S_{AMB} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6, S_{CND} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24, S_{AKD} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30$$

olduğundan $S_{ABCD} = 96 - (6 + 24 + 30) = 36$ olar.

D45. Həlli.

1) Üçbucağın iki təpəsi M və N nöqtələri olarsa, 3-cü təpə nöqtəsi A, C, D, B nöqtələrindən biri olmaqla cəmi

4 mümkün hal var.

2) Üçbucağın iki təpəsi AB diametri üzərində olduqda isə 3-cü təpə ya M ya da N ola bilər.

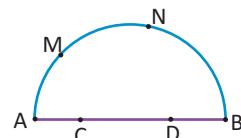
Diametr üzərində qeyd edilmiş 4 nöqtədən 2-sini

$4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$ üsulla (burada, məsələn C ilə D və ya D ilə C seçiminin fərqi yoxdur)

seçə bilərik. Deməli, bu halda vurma prinsipinə görə $2 \cdot 6 = 12$ üçbucaq qurula bilər.

3) Verilən şərti daxilində mümkün üçbucaqların sayını tapmaq üçün toplama prinsipinə görə 1) və 2) halında variantların sayını cəmləməliyik: $4 + 12 = 16$

Cavab: 16 üçbucaq qurmaq mümkündür.



D53. Həlli.

$O_1N \parallel AB$ çəkək. Aydındır ki,

$$O_1O_2 = O_1K + KO_2 = 2 + 6 = 8$$

$$BN = O_1A = MT = 2$$

olduğundan

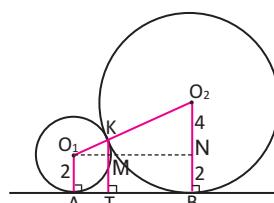
$$O_2N = 6 - 2 = 4$$

tapırıq.

$\Delta O_1MK \sim \Delta O_1NO_2$ olduğuna görə uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyini yazıb tapırıq.

$$\frac{KM}{O_2N} = \frac{O_1K}{O_1O_2}, \quad \frac{KM}{4} = \frac{2}{8}, \quad KM = 1$$

Onda $KT = KM + MT = 3$ olar.



Dərs 172. İllik summativ qiymətləndirmə

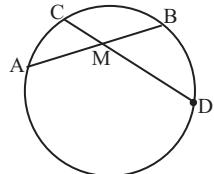
1. $3\sqrt[3]{2} - 6\sqrt{2}$ fərqiinin işarəsini müəyyən edin.

2. İfadənin qiymətini hesablayın: $(\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16}) : \sqrt[3]{2}$

3. $CM = 4$ sm , $MD = 9$ sm , $AM = 6$ sm olarsa, BM -i tapın.

4. A (2 ; 3) nöqtəsi $y = x^2 + 4x + c$ parabolasının üzərindədir. Bu parabolanın təpə nöqtəsini göstərin. Parabolanı qurun.

5. $f(x) = x^2 + bx + 6$ parabolasının təpə nöqtəsinin absisi 1 olarsa, $f(2)$ -ni tapın.
 A) -3 B) 2 C) 6 D) -6



6. a) Radiusu 3 sm olan çevrənin xaricinə perimetri 12 sm olan çoxbucaqlı çəkildi. Bu çoxbucaqlının sahəsini tapın.

b) Tərəfləri 5;5;6 olan üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

7. Uyğunluğu müəyyən edin.

- | | |
|------------------|--|
| 1) beşbucaqlı | A) Bir təpədən 5 diaqonalı çıxır. |
| 2) altıbucaqlı | B) Bir təpədən 3 diaqonalı çıxır . |
| 3) səkkizbucaqlı | C) Bütün diaqonalların sayı 9-dur. |
| | D) Daxili bucaqları cəmi 720° -dir. |

8. Ədədi silsilədə $a_2 + a_{19} = 10$ olarsa, ilk 20 həddin cəmini tapın.

- A) 120 B) 200 C) 100 D) 180

9. Tənliyi həll edin.

a) $|x - 2| + 3 = 5$ b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ c) $(x^2 + 4x) \cdot \sqrt{x - 1} = 0$

10. Həndəsi silsilədə $b_2 = 6$, $b_5 = 48$ olarsa, ilk 6 həddin cəmini tapın.

11. Təpə nöqtələri A (1 ; -3) , B (3 ; 6) , C (-5 ; 2) olan ΔABC -də AM medianının uzunluğunu tapın.

12. A (2 ; 12) və B (6 ; 8) nöqtələri diametrin uc nöqtələridir.

- a) Çevrənin tənliyini yazın. b) Çevrənin uzunluğunu hesablayın.

13. $|x - 1| < 3,2$ bərabərsizliyini ödəyən tam ədədlərin cəmini tapın.

14. Bərabərsizliyi həll edin. $(1 - \sqrt{2})(x^2 - 3x + 2) \geq 0$

15. b -nin hansı ən böyük tam qiymətində 3 ədədi $x^2 + bx - 30 < 0$ bərabərsizliyi-nin həllər çoxluğununa daxildir?

16. Üçbucağın bir tərəfi 4 sm, ikinci tərəfi 7 sm-dir. Üçbucağın perimetri 19 sm-dən kiçikdirsə, üçüncü tərəfin uzunluğu (santimetrlə) ən böyük və ən kiçik tam qiymətləri neçə ola bilər?

17. $\vec{u} = \langle 2; -1 \rangle$ və $\vec{v} = \langle -1; 2 \rangle$ olarsa, $2\vec{u} - \vec{v}$ vektorunun uzunluğunu tapın.

18. $A = (1; 2)$ nöqtəsindən $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$ çəvrəsinin mərkəzinə qədər məsafəni tapın.

19. “XƏZƏR” sözündəki hərfərin yerini dəyişməklə oxunuşları müxtəlif olan neçə “söz“ yazmaq olar?

20. Qutuda 4 ağ, 2 qara kürə var. Təsadüfən götürülmüş 2 kürənin hər ikisinin ağ olması ehtimalını tapın.

21. $\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 5 \\ y + \frac{1}{x} = 10 \end{cases}$ tənliklər sistemindən $\frac{x}{y}$ nisbətini tapın.

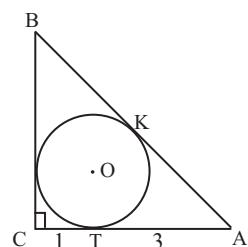
22. Yürüş iştirakçılarının yaşı haqqında verilən məlumatə görə orta yaşı tapın.

Yaşı	Sayı
14-18	8
18-22	10
22-26	8
26-30	4

23. $A(-3; 7)$ və $\overrightarrow{AB} = \langle 8; -11 \rangle$ isə B nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

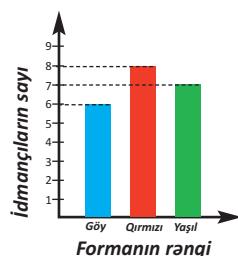
24. k -nın hansı qiymətlərində $\vec{u} = \langle k; 3 \rangle$ vektorunun uzunluğu 5-ə bərabərdir?

25. ΔABC -də $\angle C = 90^\circ$, $CT = 1$, $AT = 3$ olarsa, ΔABC -nin perimetrini tapın.
A) 8 B) 12 C) 10 D) 14



26. Məktəbli iştirakçılar yarışda mavi, qırmızı və yaşıl rəngli geyimlərdə iştirak edəcəklər. İştirakçıların sayı geyimlərinə görə barqrafda verilmişdir.

- Təsadüfi bir idmançı seçilsə, onun yaşıl rəngli forma ilə yarışan idmançı olma ehtimalı nə qədərdir?
- Təsadüfi iki idmançı seçilsə, onların hər ikisinin yaşıl rəngli forma ilə yarışan idmançı olma ehtimalı nə qədərdir?



BURAXILIŞ MƏLUMATI

Riyaziyyat 9

Ümumtəhsil məktəblərinin 9-cu sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə dərsliyin (qrif nömrəsi: 2020-055)
Metodik vəsaiti

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər:
Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova
Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov
İlham Heydər oğlu Hüseynov

Məsləhətçi:
Çingiz Qacar

İxtisas redaktoru:
Əbdürəhim Quliyev
Tariyel Talıbov

Dil redaktoru
Dizayner
Korrektor
Asəf Həsənov
Fuad Qəhrəmanov
Tərlan Qəhrəmanova

© Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

Hesab-nəşriyyat həcmi: 13,5. Fiziki həcmi: 15 çap vərəqi.

Formatı: 70×100 1/16 . Kəsimdən sonrakı ölçüsü: 165x240.

Səhifə sayı: 240.

Şriftin adı və ölçüsü: Times New Roman: 11-12 pt. Ofset kağızı.
Ofset çapı. Tiraj 7281. Pulsuz. Bakı – 2020.

Əlyazmanın yiğima verildiyi və çapa imzalandığı tarix: 30.07.2020

Çap məhsulunu hazırlayan və istehsal edən:
Radius MMC (Bakı, Binəqədi şossesi, 53)

PULSUZ

